


UNIVERSIDADE REGIONAL DO CARIRI - URCA
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA PURA E APLICADA
PROGRAMA DE MESTRADO PROFISSIONAL EM MATEMÁTICA EM
REDE NACIONAL - PROFMAT



**CHRYZODES E SUA CONEXÃO COM CURVAS
EPICICLOIDAIS: uma abordagem teórica e uma
experiência didática com *gallery walk***

PABLO YAGO DE OLIVEIRA PEREIRA

Sumário

Introdução	2
Sequência Didática	5
2.1 Metodologia da pesquisa	5
2.1.1 Contexto e sujeitos	6
2.1.2 Propostas de atividades	6
2.2 Etapas da sequência didática	11
Considerações Finais	19
Referências Bibliográficas	19
Apêndice A - Avaliação Diagnóstica	21
Apêndice B -	24
Apêndice C - Avaliação Somativa	29

Introdução

A presente sequência didática foi desenvolvida como produto educacional associado à dissertação de mestrado intitulada “CHRYZODES E SUA CONEXÃO COM CURVAS EPICICLOIDAIS: uma abordagem teórica e uma experiência didática com gallery walk”, realizada no âmbito do Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional (PROFMAT). Sua elaboração decorre de uma investigação motivada por problemáticas frequentes no ensino da Matemática: a necessidade premente de metodologias inovadoras que despertem o interesse dos alunos, bem como a tarefa indispensável de formar cidadãos críticos e eticamente reflexivos. Pois, conforme apontam os Parâmetros Curriculares Nacionais (BRASIL, 2018), as aulas expositivas costumam ser adotadas como recurso exclusivo, gerando a percepção de que se tratam de uma estratégia tediosa e pouco engajadora.

Chryzodes são representações geométricas das congruências $i \cdot a \equiv b_i \pmod{m}$, para $i = 0, 1, \dots, m - 1$, com $a, m \in \mathbb{N}$, construídas a partir de um círculo dividido em m pontos equidistantes, numerados de 0 a $m - 1$, com conexões visuais traçadas de cada i ao respectivo b_i . A investigação teórica dos chryzodes nos permite atravessar as fronteiras entre matemática, arte e simbolismo. Paralelamente, na dimensão prática, oferece ferramentas para transformar operações básicas abstratas em padrões visuais que facilitam compreensão e aprendizagem, conectando a intuição do aluno à linguagem precisa da matemática através da beleza e lógica dos padrões.

Os chryzodes oferecem um caminho para contextualizar operações matemáticas dentro de atividades lúdicas, facilitando a assimilação de conteúdos fundamentais como multiplicação e divisão. O documento que norteia os assuntos a serem trabalhados nessas séries, a Base Nacional Comum Curricular (BRASIL, 2018), apresenta habilidades diretamente relacionadas à utilização desses materiais, conforme a descrição a seguir:

- i. **(EF07MA01)** Resolver e elaborar problemas com números naturais, envolvendo as noções de divisor e de múltiplo, podendo incluir máximo divisor comum ou mínimo múltiplo comum, por meio de estratégias diversas, sem a aplicação de algoritmos.
- ii. **(EF07MA04)** Resolver e elaborar problemas que envolvam operações com números inteiros.

- iii. **(EF07MA06)** Reconhecer que as resoluções de um grupo de problemas que têm a mesma estrutura podem ser obtidas utilizando os mesmos procedimentos.
- iv. **(EF07MA16)** Reconhecer se duas expressões algébricas obtidas para descrever a regularidade de uma mesma sequência numérica são ou não equivalentes.
- v. **(EF07MA21)** Reconhecer e construir figuras obtidas por simetrias de translação, rotação e reflexão, usando instrumentos de desenho ou softwares de geometria dinâmica e vincular esse estudo a representações planas de obras de arte, elementos arquitetônicos, entre outros
- vi. **(EF07MA22)** Construir circunferências, utilizando compasso, reconhecê-las como lugar geométrico e utilizá-las para fazer composições artísticas e resolver problemas que envolvam objetos equidistantes.

Diante desse cenário, a presente sequência didática foi concebida como uma intervenção pedagógica estruturada, cujo objetivo principal é implementar uma sequência didática que combine a criação de mandalas inspiradas em chryzodes pela técnica *String Art* com a metodologia *Gallery Walk*, a fim de fomentar a participação ativa, a percepção estético-matemática e a aprendizagem das operações básicas a partir da divisão euclidiana. Esta pesquisa caracteriza-se como uma sequência didática de abordagem mista, combinando métodos quantitativos e qualitativos, com o intuito de superar a visão da álgebra como um conteúdo meramente formal e desconectado da realidade do aluno. Composta por um conjunto de atividades progressivas, a sequência didática busca:

- a) Investigar e quantificar a evolução do conhecimento dos alunos em relação a aritmética básica;
- b) Trabalhar as definições necessárias e os procedimentos de construção dos chryzodes, bem como a definição de circuitos hamiltonianos, de modo que os alunos possam analisar e compreender os diferentes "caminhos" gerativos presentes na estrutura desses objetos matemáticos;
- c) Trabalhar de maneira prática o uso da divisão euclidiana;
- d) Realizar uma atividade artística usando a técnica *String Art* (arte com cordas) para criar mandalas inspiradas nos chryzodes;
- e) Utilizar a metodologia *gallery walk* para apresentação dos trabalhos, na qual os alunos deixaram de ser sujeitos estáticos, transformando-se em agentes ativos.

Ao tornar este material disponível em forma de apostila, pretende-se oferecer aos demais docentes de Matemática uma ferramenta simples e de fácil manejo.

A ideia é que esse material possa ser ajustado e utilizado em diferentes contextos escolares, favorecendo o ensino da álgebra, da geometria e do pensamento crítico matemático.

Cada professor deve se sentir encorajado a adaptar, modificar e recriar as atividades aqui propostas. Tal flexibilidade não apenas potencializa o engajamento das turmas, como também enriquece o processo de aprendizagem, tornando a experiência verdadeiramente significativa para cada realidade singular.

Sequência Didática

Apresentamos aqui uma sequência didática elaborada para enfrentar um desafio recorrente em nossa educação: o fato de muitos estudantes finalizarem o Ensino Fundamental sem o domínio das operações básicas, particularmente da multiplicação e da divisão. Nosso objetivo, portanto, é fornecer um caminho estruturado para sanar essa defasagem.

Como mencionado por ZABALA (2010, p. 18 apud JESUITA, 2022, p.39), define sequência didática como sendo “um conjunto de atividades ordenadas, estruturadas e articuladas para a realização de certos objetivos educacionais, que têm um princípio e um fim conhecidos tanto pelos professores como pelos alunos”. Ao empregar estratégias variadas (como leituras, experimentos, jogos), essas atividades visam aprofundar o tema de estudo. A abordagem prolongada ao longo de várias aulas oferece ao aluno a oportunidade de assimilar e se apropriar do conteúdo de forma significativa.

Este produto propõe a utilização do tema Chryzodes como uma estratégia lúdica para evidenciar a presença das operações matemáticas elementares no dia a dia. Objetiva-se, com isso, que os alunos reconheçam a multiplicação e a divisão como bases para a compreensão de fenômenos variados, como a criação artística de mandalas através do estudo desses padrões geométricos.

2.1 Metodologia da pesquisa

Esta pesquisa caracteriza-se como uma sequência didática de abordagem mista, combinando métodos quantitativos e qualitativos. Na dimensão quantitativa, serão coletados e analisados dados numéricos referentes ao desempenho e à frequência de padrões de compreensão dos estudantes em atividades envolvendo chryzodes e aritmética básica. Paralelamente, na vertente qualitativa, serão investigadas as percepções, as estratégias e os processos de raciocínio desenvolvidos pelos participantes, por meio de observações e análise de produções. Essa integração metodológica visa a obter uma compreensão abrangente tanto dos resultados mensuráveis quanto das experiências subjetivas associadas ao uso didático dos chryzodes.

2.1.1 Contexto e sujeitos

Esta sequência didática foi desenvolvida para ser aplicada em turmas de 9º ano, podendo ser adaptada a outras séries. Ela está organizada em cinco etapas, distribuídas ao longo de nove aulas, conforme a seguinte distribuição:

Etapa 1) Aplicação de uma avaliação diagnóstica com o objetivo de investigar e quantificar o conhecimento dos alunos em relação a aritmética básica. Esta etapa é desenvolvida durante a primeira aula e o questionário utilizado está disponível no apêndice A.

Etapa 2) Serão explicadas as definições necessárias e os procedimentos de construção dos chryzodes, assim como a definição de circuitos hamiltonianos, para que os alunos possam analisar e compreender os diferentes "caminhos" gerativos presentes na estrutura desses objetos matemáticos. No momento de explicar a criação dos Chryzodes, é importante que o docente parta da operação $i \cdot a = mq + b_i$ em vez da notação formal de congruência, abordando os elementos dessa operação (dividendo, divisor, quociente e resto). Esta etapa é desenvolvida durante a segunda e terceira aulas.

Etapa 3) Uma atividade tratando da construção de um chryzode com papel, lápis e régua, seguida de uma análise dos caminhos formados pelas conexões dos pontos. Nessa fase, torna-se crucial o acompanhamento pelo professor dos procedimentos adotados pelos alunos na execução das operações, permitindo compreender as conexões estabelecidas em seu raciocínio. Esta etapa é desenvolvida durante a quarta e quinta aulas.

Etapa 4) Propõe-se a realização de uma atividade artística empregando a técnica *String Art* (arte com cordas) para a confecção de mandalas inspiradas nos chryzodes. A etapa culmina com apresentações e uma discussão colaborativa sobre as figuras elaboradas, adotando-se a metodologia *gallery walk*. Este processo desenvolve-se ao longo da sexta, sétima e oitava aulas.

Etapa 5) Na nona aula, é aplicada uma avaliação somativa para verificar o desempenho e a evolução dos estudantes ao final da sequência didática. Tal avaliação está disponível no apêndice E.

2.1.2 Propostas de atividades

Nesta subseção, trazemos as propostas de atividades realizadas nas etapas três e quatro da sequência didática proposta. Todas as atividades são detalhadas mediante descrição, listagem de materiais e roteiro de aplicação. Materiais impressos complementares para atividades selecionadas encontram-se nos apêndices.

Atividade 1- Chryzode com papel, lápis e régua

Nesta atividade, foi disponibilizado um círculo com pontos equidistantes em sua circunferência. O aluno deve enumerá-los de 0 a $m - 1$, onde m representa o número total de pontos, e subsequentemente executar as operações matemáticas necessárias para a construção do chryzode, com ênfase no conceito de "resto" da divisão.

A decisão de utilizar o círculo com pontos previamente demarcados ou de desenvolver a construção geométrica completa (incluindo o uso do compasso e a marcação de pontos equidistantes) fica a critério do docente. Para orientações sobre a construção do círculo e a demarcação de pontos com o auxílio de um transferidor, recomenda-se a consulta ao trabalho de (OLIVEIRA, 2015).

- **Habilidades:**

(EF07MA01) Resolver e elaborar problemas com números naturais, envolvendo as noções de divisor e de múltiplo, podendo incluir máximo divisor comum ou mínimo múltiplo comum, por meio de estratégias diversas, sem a aplicação de algoritmos.

(EF07MA04) Resolver e elaborar problemas que envolvam operações com números inteiros.

(EF07MA06) Reconhecer que as resoluções de um grupo de problemas que têm a mesma estrutura podem ser obtidas utilizando os mesmos procedimentos.

(EF07MA16) Reconhecer se duas expressões algébricas obtidas para descrever a regularidade de uma mesma sequência numérica são ou não equivalentes.

- **Objetivo geral:** Capacitar o aluno a construir chryzodes, integrando conceitos de aritmética e geometria para reforçar o aprendizado de operações fundamentais e estimular a criatividade.

- **Materiais necessários:** Papel A4 (contendo o círculo com os pontos já demarcados), régua, lápis, borracha, caneta, lápis de cor (opcional).

Observação: Caso se opte pela construção completa da figura geométrica, será necessário utilizar compasso e transferidor para traçar o círculo e marcar os pontos equidistantes.

- **Metodologia:** Cada aluno ou grupo receberá a definição do padrão a ser construído, correspondente à multiplicação por um valor a em módulo m . Para a execução, devem ser observadas as seguintes etapas:

1. (Opcional) Sobre uma folha de papel A4, construir geometricamente um círculo utilizando um compasso e, posteriormente, demarcar pontos equidistantes em sua circunferência com o uso de um transferidor;
2. Atribuir valores numéricos sequenciais aos pontos, no sentido horário, iniciando em 0 e finalizando em $m - 1$, de acordo com o módulo m definido;
3. Determinar e realizar as conexões $i \rightarrow b_i$ do chryzode $i \cdot a \equiv b_i \pmod{m}$ dado, encontrando os valores de b_i nas equações $i \cdot a = mq + b_i$ para cada ponto i ;
4. Analisar os padrões de conexão formados, verificando se o chryzode resultante constitui um circuito hamiltoniano ou, alternativamente, se apresenta circuitos menores em subconjuntos de pontos;
5. (Opcional) Colorir o chryzode.

É fundamental que o professor supervisione a execução das operações pelos alunos, permitindo-lhes desenvolver suas próprias estratégias de resolução. É comum que alguns discentes identifiquem primeiro os múltiplos de a como método auxiliar para determinar os restos b_i .

Atividade 2 - Construção de mandalas

A presente atividade concentra-se na construção de mandalas por meio da técnica de *String Art*, prevendo, ao término do processo, a apresentação e discussão das produções pelos alunos.

Para a realização desta atividade, recomenda-se que os discentes sejam organizados em equipes de três ou quatro integrantes. Após a divisão dos grupos e antes da atividade prática, cabe ao professor apresentar uma breve explanação sobre o conceito de mandala, abordando sua origem, significado e contexto histórico e religioso em diferentes culturas. O estudo de (RAMOS, 2006) oferece uma base teórica sólida para a compreensão das mandalas em seus aspectos históricos e simbólicos.

Utilizaram-se *sousplats* de MDF (painel de fibras de madeira de média densidade) com o formato circular de 20 cm de raio, que serviram como suporte para a construção das mandalas.

Visando à segurança dos alunos, orienta-se que o docente realize previamente a marcação dos pontos nessas bases utilizando pregos, evitando assim o manuseio de objetos pontiagudos pelos discentes.

- **Habilidades:**

(EF07MA01) Resolver e elaborar problemas com números naturais, envolvendo as noções de divisor e de múltiplo, podendo incluir máximo divisor comum ou mínimo múltiplo comum, por meio de estratégias diversas, sem a aplicação de algoritmos.

(EF07MA04) Resolver e elaborar problemas que envolvam operações com números inteiros.

(EF07MA06) Reconhecer que as resoluções de um grupo de problemas que têm a mesma estrutura podem ser obtidas utilizando os mesmos procedimentos.

(EF07MA16) Reconhecer se duas expressões algébricas obtidas para descrever a regularidade de uma mesma sequência numérica são ou não equivalentes.

(EF07MA21) Reconhecer e construir figuras obtidas por simetrias de translação, rotação e reflexão, usando instrumentos de desenho ou softwares de geometria dinâmica e vincular esse estudo a representações planas de obras de arte, elementos arquitetônicos, entre outros.

(EF07MA22) Construir circunferências, utilizando compasso, reconhecê-las como lugar geométrico e utilizá-las para fazer composições artísticas e resolver problemas que envolvam objetos equidistantes.

- **Objetivo geral:** Consolidar a aprendizagem dos conceitos por meio da integração entre matemática, arte e cultura.

- **Objetivos específicos:**

1. Promover a interdisciplinaridade;
2. Fortalecer competências socioemocionais;
3. Facilitar a abstração e a generalização de padrões
4. Aplicar e compreender a operação de resto da divisão;
5. Desenvolver a atenção e o pensamento lógico;
6. Trabalhar o espírito competitivo.

- **Materiais necessários:** Sousplats de MDF, pregos, martelo, barbante, cola, papel A4 (para fazer os cálculos), lápis, borracha, régua, compasso e transferidor.

- **Metodologia:** Esta atividade foi feita para ser desenvolvida em três aulas, onde foram realizadas as seguintes etapas:
 1. Organizar os discentes em equipes de três ou quatro integrantes;
 2. Apresentar uma explicação concisa sobre a mandala, incluindo sua definição, origem, significado e a importância cultural e religiosa que assume em diversas sociedades;
 3. Distribuir os materiais necessários para a atividade: cola, barbante e os sousplats com os pregos já fixados;
 4. Atuar como mediador no processo de cada grupo, intervindo de forma orientativa sempre que se fizer necessário.;
 5. Encerrar a atividade promovendo um momento de *gallery walk*¹, onde todos podem apreciar e debater as mandalas criadas por cada equipe.

Segundo ROCHA; CARDOSO; MOURA (2019, p. 4) a "*gallery walk* é uma metodologia ativa colaborativa, muito utilizada na Finlândia, na qual os alunos deixam de ser sujeitos estáticos, transformando-se em agentes ativos, construindo juntos um conhecimento determinado pelo professor ou por eles mesmos. O docente é meramente observador desse processo, no qual ele pode e deve mediar oferecendo suporte aos alunos, e quando necessário intervir".

Tal abordagem pode demonstrar vantagens significativas, especialmente no estímulo ao trabalho colaborativo e no desenvolvimento da criatividade e interatividade em sala de aula. No entanto, é crucial que sua implementação seja cuidadosamente planejada e estruturada, uma vez que parte dos alunos podem ter dificuldades em assimilar os objetivos da proposta, e alguns podem encontrar resistência na adaptação ao método. Essa situação evidencia, portanto, a importância do professor como mediador essencial nesse processo.

Os modelos de sousplats e a especificação do barbante empregados na atividade encontram-se representados abaixo.

¹A "*gallery walk*" significa "caminhada na galeria". É uma metodologia educacional onde os alunos percorrem diferentes estações para discutir e aprender sobre temas específicos, promovendo a colaboração e o debate entre os participantes.

Figura 2.1: Tipos de materiais para criação das mandalas.

Sousplat circular (20cm de raio)

Barbante de ordem 6

Fonte: autor.

2.2 Etapas da sequência didática

Etapa 1. Avaliação diagnóstica

A primeira etapa consiste na aplicação do questionário diagnóstico (tal diagnóstico se encontra no Apêndice A), com o objetivo de investigar e mensurar a compreensão dos alunos acerca dos conhecimentos prévios essenciais ao tema.

Orientações preliminares

Tempo estimado: 50 minutos;

Materiais: Lápis, caneta e borracha;

Organização da sala: Individual;

Atribua a nota conforme a seguinte escala:

1. **Muito crítico:** até 25% de acertos ($\leq 25\%$);
2. **Crítico:** mais de 25% e até 50% acertos ($> 25\%$ e $\leq 50\%$);
3. **Intermediário:** mais de 50% e até 75% acertos ($> 50\%$ e $\leq 75\%$);
4. **Adequado:** mais de 75% de acertos ($> 75\%$).

Os dados do Programa Internacional de Avaliação de Estudantes (PISA), que, conforme relatório da Organisation for Economic Co-operation and Development (2022), revela que 73% dos estudantes avaliados situaram-se abaixo do nível 2

de proficiência em matemática. Esse resultado indica que tais adolescentes não dominam competências elementares ou não conseguem realizar operações matemáticas básicas.

Etapa 2. Abordagem das definições e procedimentos de construção dos chryzodes

Serão explicadas as definições necessárias e os procedimentos de construção dos chryzodes, assim como a definição de circuitos hamiltonianos, para que os alunos possam analisar e compreender os diferentes "caminhos" gerativos presentes na estrutura desses objetos matemáticos. No momento de explicar a criação dos chryzodes, é importante que o docente parta da operação $i \cdot a = mq + b_i$ em vez da notação formal de congruência, abordando os elementos dessa operação (dividendo, divisor, quociente e resto). Esta etapa é desenvolvida durante a segunda e terceira aulas.

Objetivos de aprendizagem

- Compreender os procedimentos de construção dos chryzodes;
- Compreender os conceitos básicos da teoria dos grafos, especialmente definição de circuitos hamiltonianos;
- Compreender o algoritmo da divisão euclidiana.

Orientações preliminares

Tempo estimado: 1 hora e 40 minutos;

Materiais: Quadro, pincel, apagador, data show, notebook;

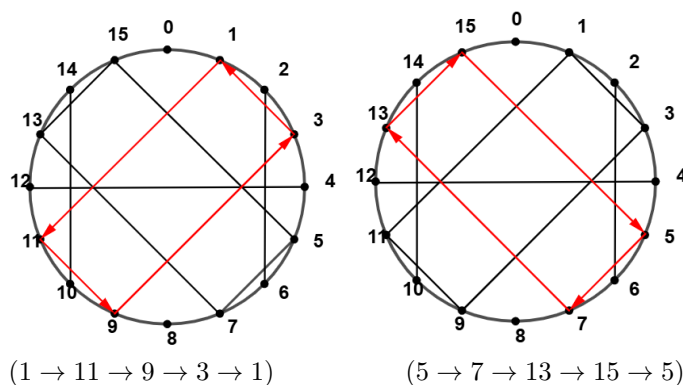
Encaminhamentos:

1. Abordagem dos conceitos básicos da teoria dos grafos (15 min);
2. Exemplificar um circuito hamiltoniano (10 minutos);
3. Abordar o algoritmo da divisão euclidiana (15 min);
4. Definição e procedimentos de construção dos chryzodes (25 min);
5. Construir um chryzode como exemplo (15 minutos),
6. Prática dos alunos sobre o algoritmo da divisão euclidiana.(20 min);

Abordar de uma maneira tradicional a definição de grafos, desenhando alguns exemplos na lousa. Em seguida, introduzir os conceitos de caminhos e

circuitos (ou ciclos) da teoria dos grafos, utilizando o chryzode $C_{11}(16)$ como referência. A análise conduzida com os alunos deve permitir que identifiquem a presença de dois circuitos distintos na figura: o primeiro, dado pela sequência $(1 \rightarrow 11 \rightarrow 9 \rightarrow 3 \rightarrow 1)$, e o segundo, por $(5 \rightarrow 7 \rightarrow 13 \rightarrow 15 \rightarrow 5)$.

Figura 2.2: Circuitos dentro do chryzode $C_{11}(16)$



Fonte: autor.

Durante a discussão, é normal que surja a seguinte questão: "Existe um chryzode que forme um circuito passando por todos os pontos?". Esse questionamento introduz naturalmente a definição de grafo hamiltoniano. O discente deve explicar que um circuito envolvendo todos os vértices (ciclo hamiltoniano) é impossível na configuração padrão de um chryzode. A justificativa reside no ponto 0: como $0 = 0 + 0$, iniciar o percurso neste vértice resulta em um loop estacionário, impedindo a visita aos outros. No entanto, tais ciclos tornam-se possíveis se o ponto 0 for excluído da análise.

Após as definições, é aconselhável citar um exemplo do cotidiano que envolva circuitos hamiltonianos, da seguinte forma: Na turma do 9º ano, alguns alunos são melhores amigos:

- João é amigo de Maria e Pedro;
- Maria é amiga de João e Ana
- Pedro é amigo de João e Carla
- Ana é amiga de Maria e Carla
- Carla é amiga de Ana e Pedro

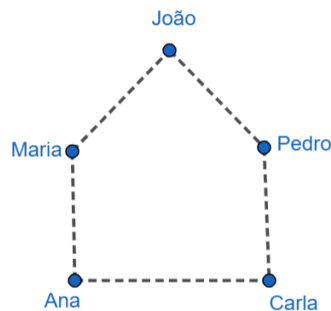
Tarefa: Desenhe o diagrama que representa essas amizades, onde cada aluno é um ponto (vértice) e cada amizade é uma linha (aresta) conectando dois pontos. Responda:

- Quantas amizades existem no total?

- Quem tem mais amigos? Quantos?
- Quem tem apenas um amigo?
- João e Carla são amigos? Como podemos saber olhando o diagrama?

É esperado que a maioria dos alunos consigam realizar o desafio, desenhando grafos similares a figura a seguir.

Figura 2.3: Representação do grafo.



Fonte: autor.

Tratar o algoritmo da divisão abordando os elementos dessa operação (dividendo, divisor, quociente e resto). Em seguida, citar a definição dos chryzodes e a criação do chryzode $C_a(m)$ em alguns passos:

1. Construção da circunferência e enumeração dos m pontos.
2. Identificar as cordas (conexões $i \rightarrow b_i$) através do algoritmo da divisão.
3. Construção das cordas.

É aconselhável o professor trabalhar com o data show para apresentar tal criação no geogebra. Utilize "<https://www.geogebra.org/classic/aqvfvzt>" para auxiliar na aula.

Concluir a aula propondo um exercício acerca do algoritmo da divisão, visando à fixação prática por parte dos discentes. As questões do exercício ficam a critério do professor, mas é aconselhável trabalhar com problemas do tipo: "Uma professora tem 47 balas para distribuir igualmente entre 6 alunos. Quantas balas cada aluno receberá? Quantas balas sobrarão?".

Dificuldades esperadas

- O aluno não saber expressar o resultado das conexões;
- Dificuldade na notação de chryzodes;
- Frustração ao resolver o algoritmo da divisão de maneira errada.

Etapa 3. Chryzode com papel, lápis e régua

Para a realização desta atividade, referente a etapa 3 da sequência didática, foram entregues a cada aluno os materiais necessários e um tipo de padrão para construção, disponibilizado para impressão no Apêndice B.

Objetivos de Aprendizagem

- Utilizar o algoritmo da divisão para construção das cordas do chryzode;
- Utilizar régua para realizar as conexões $i \rightarrow b_i$;
- Construir o chryzode dado.

Orientações preliminares

Tempo estimado: 1 hora e 40 minutos;

Materiais: Data show, notebook, material impresso do Apêndice B, lápis, borracha e régua.

1. Organização do ambiente (10 min);
2. Realização das construções dos chryzodes (80 min);
3. Comparar no geogebra os padrões resultantes dos chryzodes dos alunos (10 min).

Dificuldades esperadas

- Dificuldade ao realizar o algoritmo;
- Dificuldade em saber verificar as conexões $i \rightarrow b_i$;
- Dificuldade em utilizar a régua.

No início, os estudantes devem realizar a enumeração dos pontos de acordo com o padrão recebido. Em seguida, deve-se solicitar que os alunos realizem as operações $i \cdot a = mq + b_i$ para cada ponto i , a fim de determinar suas respectivas conexões.

Na sequência, os alunos devem iniciar a construção das conexões $i \rightarrow b_i$ com o auxílio de régua. É comum que alguns discentes enfrentem dificuldades iniciais no manuseio desse instrumento, contudo, de forma gradual e por meio da troca de dicas, eles tendem a se adaptar à sua utilização.

Etapa 4. Usando a técnica *String Art* para criação de mandalas

A presente atividade (atividade 2), correspondente à etapa 4 da sequência didática, consiste na criação artística por meio da técnica *String Art* (arte com cordas), com o objetivo de construir mandalas fundamentadas nos padrões geométricos dos chryzodes. Em seguida com apresentações e uma discussão colaborativa sobre as figuras elaboradas, adotando-se a metodologia *gallery walk*.

Objetivos de aprendizagem

- Compreender a relação entre padrões matemáticos;
- Analisar criticamente as próprias produções e as dos colegas, identificando semelhanças, diferenças e possíveis melhorias;
- Colaborar com os colegas durante a atividade, compartilhando dicas, materiais e soluções para dificuldades encontradas;
- Aplicar os conceitos matemáticos previamente aprendidos como fundamento para a produção artística.

Orientações preliminares

Tempo estimado: 2 hora e 30 minutos;

Materiais: Sousplat de MDF, pregos, martelo, barbante, cola.;

Organização da sala: Grupos de 3 ou 4 integrantes;

Encaminhamentos:

1. Organização do ambiente e distribuição do material (10 min);
2. Breve abordagem sobre mandalas e seus significados (10 min);
3. Construção das mandalas (1h 40 min);
4. Momento *gallery walk* (30 min).

Inicialmente, a turma deve ser organizada em grupos, e cada grupo deverá receber os materiais necessários para a atividade. Em seguida, apresentar os conceitos artísticos e religiosos associados às mandalas, mencionando seu uso no Budismo e Hinduísmo como suportes visuais para meditação, representações da ordem cósmica e da jornada espiritual do exterior ao centro (do mundano ao divino), e sua presença no Cristianismo, nas rosáceas das catedrais e em ícones de estrutura

circular, que simbolizam a glória divina, a ordem celestial e a centralidade de Deus.

Em seguida, inicie a construção das mandalas. Cada membro do grupo deve participar ativamente da técnica, realizando as conexões com o barbante sobre o suporte de MDF, vivenciando, assim, a aplicação prática do *string art*. Depois de concluírem as mandalas, os alunos participam de uma *gallery walk*, onde cada grupo organiza sua própria estação de exposição. Cada estação inclui: A mandala em formato de chryzode e o seu padrão.

Começamos com um momento de observação silenciosa, em que os alunos percorreram as estações individualmente, absorvendo as mandalas sem conversar. Na sequência, retornam às estações para ouvir as explicações dos grupos criadores sobre a construção e os padrões representados. Esse processo gerou um diálogo vivo entre os participantes, que compartilharam impressões e debateram os conceitos matemáticos envolvidos, criando um ambiente de comunicação rica e contextualizada.

Etapa 5. Avaliação somativa

A última etapa consiste na aplicação da avaliação somativa, disponível no Apêndice C, com o objetivo de mensurar o desempenho dos alunos ao final da sequência didática, acerca dos conhecimentos prévios essenciais ao tema.

Orientações preliminares

Tempo estimado: 50 minutos;

Materiais: Lápis, caneta e borracha;

Organização da sala: Individual;

Atribua a nota conforme a seguinte escala:

1. **Muito crítico:** até 25% de acertos ($\leq 25\%$);
2. **Crítico:** mais de 25% e até 50% acertos ($> 25\%$ e $\leq 50\%$);
3. **Intermediário:** mais de 50% e até 75% acertos ($> 50\%$ e $\leq 75\%$);
4. **Adequado:** mais de 75% de acertos ($> 75\%$).

O professor deve comparar, individualmente, o resultado do diagnóstico de cada aluno com o resultado obtido na avaliação somativa, a fim de mensurar o desenvolvimento do discente ao final da sequência didática.

Na etapa 5, espera-se que o aluno já tenha formalizado matematicamente o algoritmo da divisão euclidiana, resolvendo, assim, problemas que envolvam as

operações básicas com maior facilidade, e que seja capaz de resolver problemas simples nos quais esse algoritmo se aplique. Espera-se também que ele compreenda e resolva problemas elementares da teoria dos grafos, tais como construção de grafos, identificação de caminhos e circuitos.

Considerações Finais

O objetivo deste trabalho é disponibilizar, através de uma sequência didática, recursos que apoiem a aprendizagem das operações básicas pelos estudantes via divisão euclidiana. Com foco na natureza epicloidal dos chryzodes, propõe-se ilustrar suas aplicações em diversos contextos do dia a dia, inclusive na expressão artística. Apesar de as congruências aritméticas não integrarem explicitamente o currículo do ensino básico, os padrões visuais intrigantes resultantes da construção dos chryzodes servem como representações gráficas das operações de soma, subtração, multiplicação e divisão, funcionando como ferramentas eficazes para uma assimilação mais significativa desses conteúdos. A realização dessas atividades oferece uma experiência rica e produtiva para alunos e professores

Ao elaborar as atividades, buscamos integrar práticas lúdicas com as técnicas de construção dos chryzodes, facilitando assim a percepção visual dos padrões. As propostas são flexíveis e podem ser adequadas a distintas realidades de sala de aula, permitindo aplicação em múltiplos contextos educativos.

A organização em grupos possibilita que os alunos assumam uma postura ativa perante os desafios, promovendo trocas de ideias, expressão de pensamentos e a dedução conjunta de estratégias variadas. Com isso, é normal cada grupo traçar caminhos diversos para atingir os resultados, aprendendo também a gerir opiniões diferentes e a negociar para alcançar pontos de acordo. Adicionalmente, destaca que o engajamento proporcionado pela metodologia *gallery walk* e a maneira colaborativa de resolver as tarefas favoreceriam uma retenção mais duradoura dos saberes adquiridos.

Por fim, conclui-se que a construção de chryzodes constitui uma alternativa viável de conteúdo a ser trabalhada com alunos da educação básica, uma vez que permite aplicar, de forma contextualizada, os conhecimentos sobre as operações fundamentais adquiridos em sala de aula, além de funcionar como uma porta de entrada motivadora para a aprendizagem de novos conceitos matemáticos.

Referências Bibliográficas

BRASIL. **Base Nacional Comum Curricular: Educação Infantil e Ensino Fundamental**. Brasília, 2018.

JESUITA, F. T. P. **CAN'T STOP: uma proposta de sequência didática para o ensino de probabilidade**. Dissertação (Mestrado) — Universidade Rural do Semi-Árido, 2022.

OLIVEIRA, L. M. da S. **ENSINANDO GEOMETRIA COM RÉGUA E COMPASSO, UMA PROPOSTA PARA O 8º ANO**. Dissertação (Mestrado) — Universidade Estadual do Norte Fluminense Darcy Ribeiro, 2015.

Organisation for Economic Co-operation and Development. **PISA 2022 Results**. [S.l.]: OECD Publishing, 2022.

RAMOS, F. da S. **FORMA E ARQUÉTIPO: um estudo sobre a mandala**. Dissertação (Mestrado) — Universidade Estadual de Campinas, 2006.

ROCHA, R. S.; CARDOSO, I. M. D.; MOURA, M. A. E. de. **O uso da gallery walk como metodologia ativa em sala de aula: uma análise sistemática no processo de ensino-aprendizagem**. Dissertação (Mestrado) — Revista Sítio Novo, 2019.

ZABALA, A. **A prática educativa: como ensinar**. [S.l.]: Artmed, 2010.

Apêndice A - Avaliação Diagnóstica

Avaliação Diagnóstica

Nome:

Turma:

1. Sara comprou 8 cadernos iguais, pagando com uma nota de R\$ 50,00 e recebeu R\$ 16,00 de troco. Qual era o preço de cada caderno ?
2. Em uma divisão exata, o divisor é 15 e o quociente é 28. Qual é o dividendo?
3. Um agricultor colheu 1.845 laranjas e quer embalá-las em caixas que cabem 15 laranjas cada. Quantas caixas ele poderá encher completamente?
4. Um cinema tem 24 fileiras com 32 poltronas em cada fileira. Se em uma sessão foram vendidos 689 ingressos, quantas poltronas ficaram vazias?
5. Um campeonato de futebol com 5 times usa um sistema em que cada time joga contra todos os outros uma vez. Cada jogo é representado por uma aresta em um grafo, onde os vértices são os times. Quantos jogos haverá no total?

6. Para realizar um campeonato de vôlei em uma escola o professor de educação física decidiu dividir os 96 alunos em grupos. Sabendo que cada equipe para esse esporte deve ser composta por 6 pessoas, quantas equipes o professor conseguiu formar?

7. Para um aniversário, as 30 mesas disponíveis em um salão de festa foram distribuídas de modo que cada mesa seria para 6 convidados e, mesmo assim, ainda restariam 2 convidados para acomodar. Sabendo disso, calcule quantas pessoas foram convidadas para festa.

8. Determine se 2 491 é múltiplo de 57.

9. Analisando a sequência $\{A, B, C, D, A, B, C, D, A, B, C, D, \dots\}$, qual é o termo de posição $1686^{\text{º}}$?

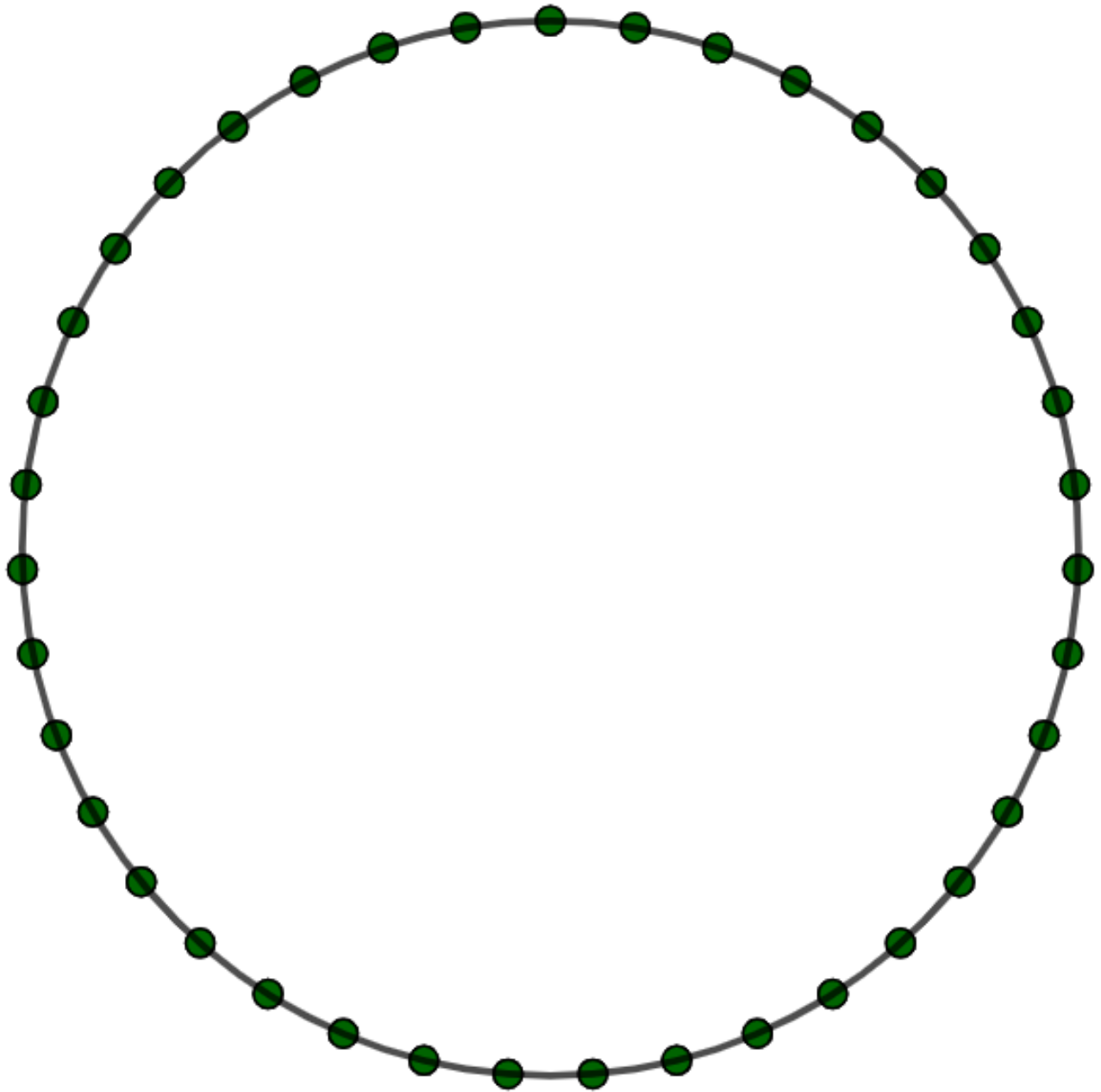
10. Na divisão de A por B, números inteiros estritamente positivos, foram obtidos quociente 2 e resto 9. Obtém-se quociente 2 e resto 5, dividindo-se A por B acrescido de quanto?

11. Um labirinto tem 5 salas (A, B, C, D, E) com portas entre: $A \rightleftharpoons B$, $A \rightleftharpoons C$, $B \rightleftharpoons D$, $C \rightleftharpoons D$, $D \rightleftharpoons E$.
 - a) Desenhe o grafo.

 - b) É possível visitar todas as salas passando por cada porta apenas uma vez?

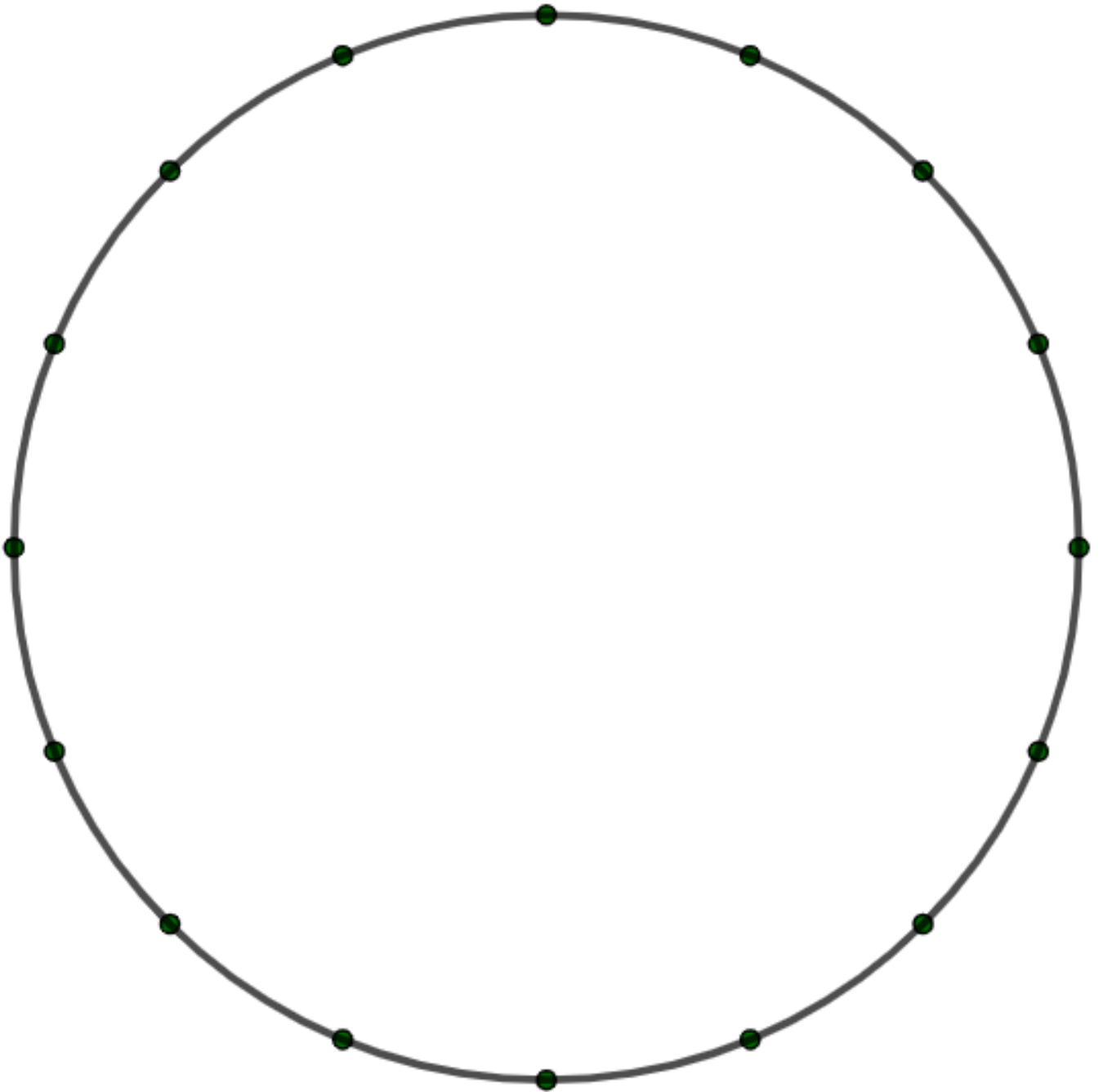
Apêndice B -

CHRYZODE ($i \times 2 \pmod{39}$)



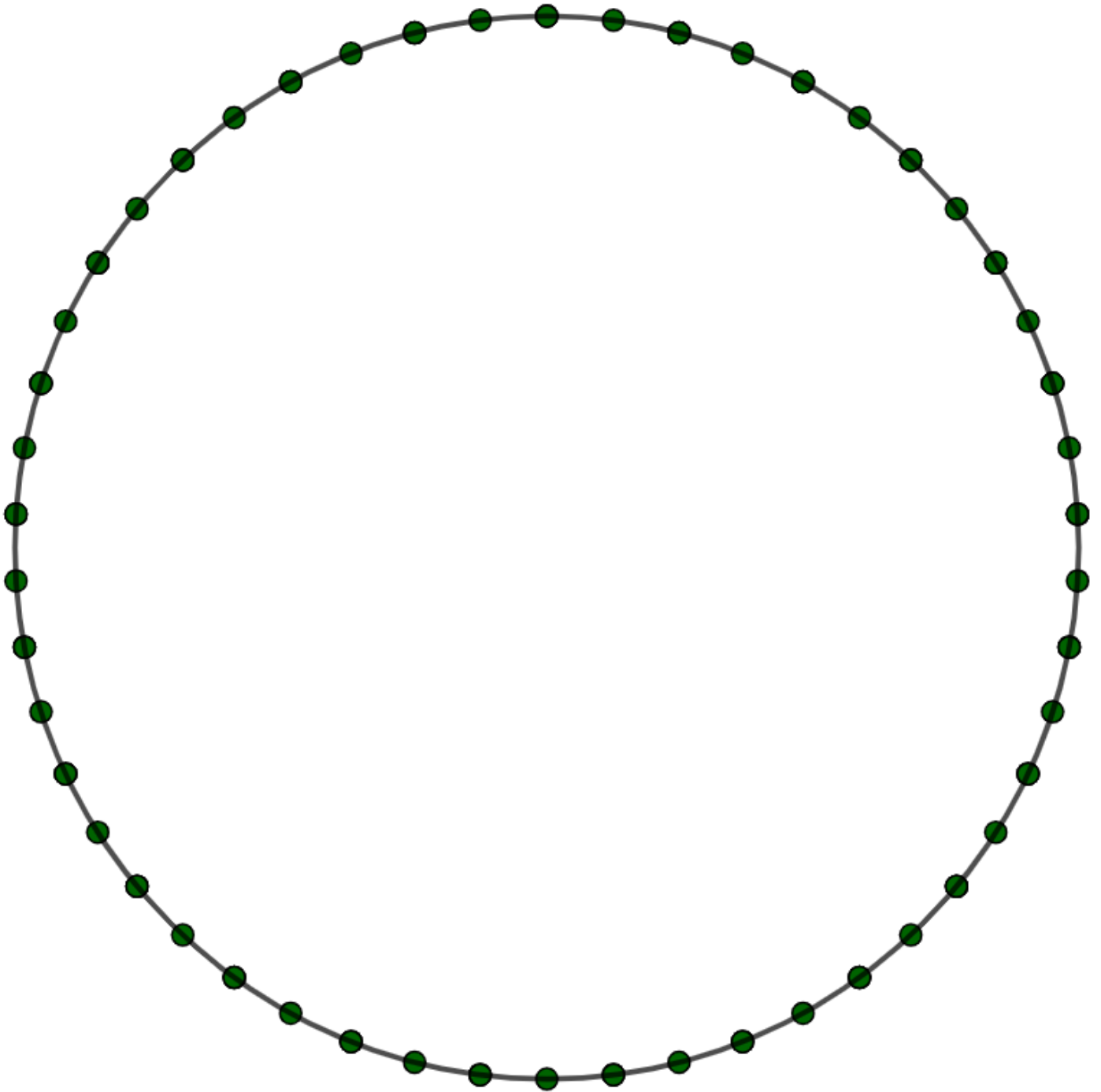
Nome:

CHRYZODE ($i \times 3 \pmod{16}$)



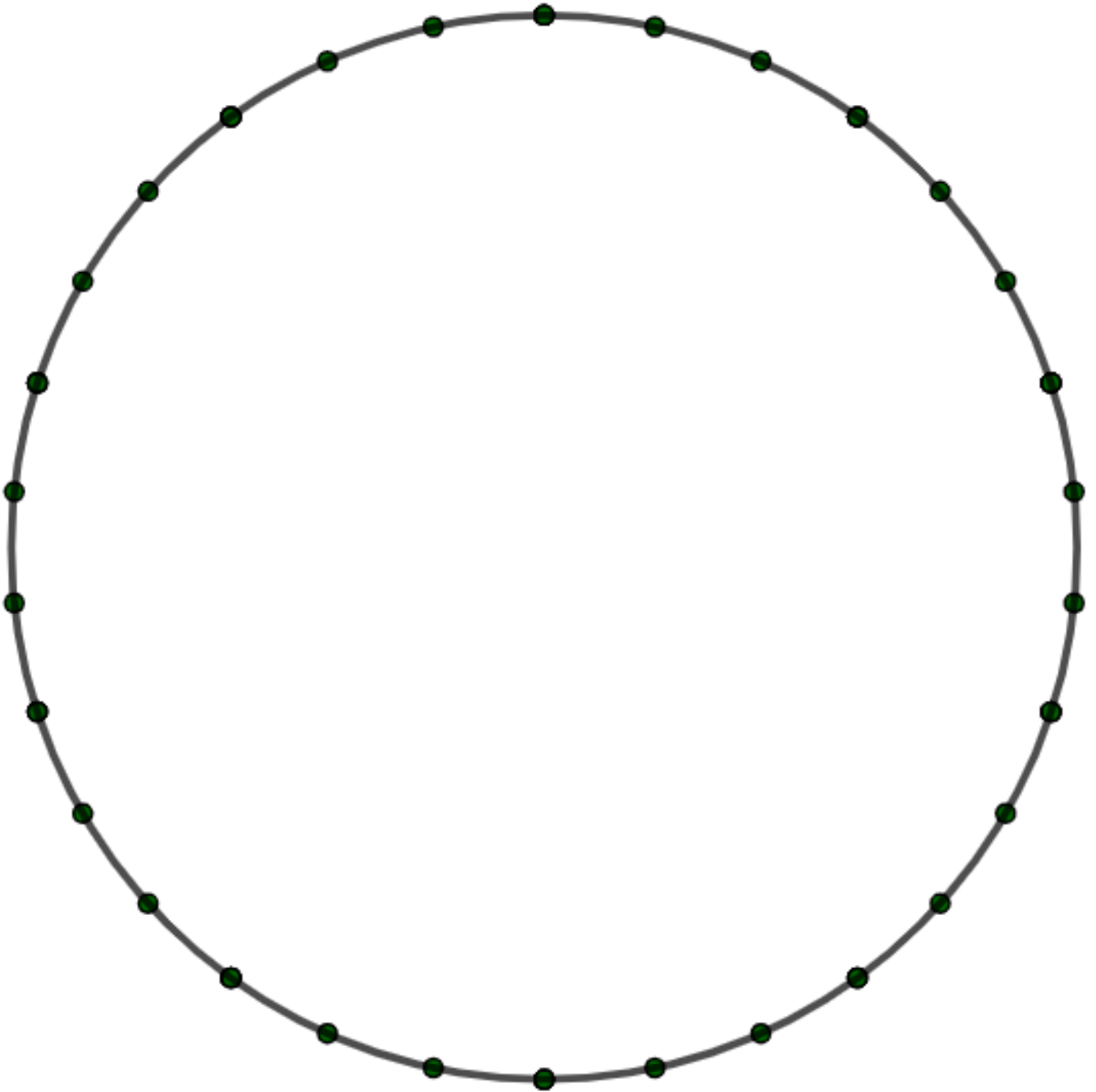
Nome:

CHRYZODE ($i \times 4 \bmod 50$)



Nome:

CHRYZODE ($i \times 21 \bmod 30$)



Nome:

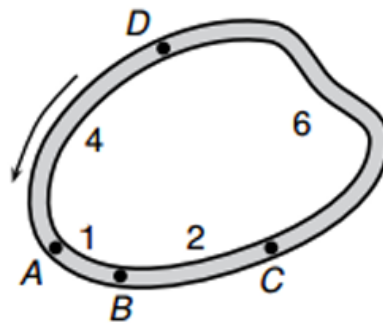
Apêndice C - Avaliação Somativa

Avaliação Somativa

Nome:

Turma:

1. Formalize matematicamente o Algoritmo da Divisão Euclidiana.
2. Encontre o número natural que ao ser dividido por 7 resulta um quociente 4 e resto maior possível.
3. (OBMEP 2006 – N1Q6 – 2ª fase) A figura abaixo representa o traçado de uma pista de corrida.



Os postos A, B, C e D são usados para partidas e chegadas de todas as corridas. As distâncias entre postos vizinhos, em quilômetros, estão indicadas na figura e as corridas são realizadas no sentido indicado pela flecha. Por exemplo, uma corrida de 17 quilômetros pode ser realizada com partida em D e chegada em A.

- (a) Quais são os postos de partida e chegada de uma corrida de 14 quilômetros?
- (b) E para uma corrida de 100 quilômetros, quais são estes postos?
- (c) Mostre que é possível realizar corridas com extensão igual a qualquer número inteiro de quilômetros.

4. João tem R\$ 350 e quer comprar jogos que custam R\$ 48 cada. Quantos jogos ele pode comprar? Quanto dinheiro sobrar?
5. Quatro times (T1, T2, T3, T4) vão jogar entre si. Cada time joga uma vez contra cada outro.
- Quantos jogos haverá no total?
 - Desenhe o grafo onde vértices são times e arestas são jogos.
6. Numa divisão, o divisor é 23, o quociente é 15 e o resto é o maior possível. Qual é o dividendo?
7. Um carteiro precisa entregar cartas em 5 ruas. As conexões entre as ruas são:
- Rua 1 conectada com 2 e 3;
 - Rua 2 conectada com 1, 3 e 4;
 - Rua 3 conectada com 1, 2 e 5
 - Rua 4 conectada com 2 e 5
 - Rua 5 conectada com 3 e 4

É possível que ele faça um trajeto passando por todas as ruas sem repetir nenhuma?