



UNIVERSIDADE FEDERAL DO VALE DO SÃO FRANCISCO
MESTRADO PROFISSIONAL EM MATEMÁTICA - PROFMAT

VINÍCIUS YGOR ALVES DOS SANTOS

UMA PROPOSTA DE SEQUÊNCIA DIDÁTICA PARA A INTRODUÇÃO DA
TEORIA DOS GRAFOS NO ENSINO MÉDIO TÉCNICO

Juazeiro-BA

2026

VINÍCIUS YGOR ALVES DOS SANTOS

**UMA PROPOSTA DE SEQUÊNCIA DIDÁTICA PARA A INTRODUÇÃO DA
TEORIA DOS GRAFOS NO ENSINO MÉDIO TÉCNICO**

Dissertação apresentada ao Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional – PROFMAT, da Universidade Federal do Vale do São Francisco – UNIVASF, Campus Juazeiro-BA, como requisito para obtenção do título de Mestre em Matemática.

Orientador: Prof. Dr. Lino Marcos da Silva

Juazeiro-BA

2026

S237p

Santos, Vinícius Ygor Alves dos

Uma proposta de sequência didática para a introdução da teoria dos grafos no ensino médio técnico / Vinícius Ygor Alves dos Santos. — Juazeiro-BA, 2026.

103 f.: il.; 29 cm.

Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional - PROFMAT) Universidade Federal do Vale do São Francisco, Campus Juazeiro-BA, 2026.

Orientador: Prof.º Dr.º Lino Marcos da Silva.

Inclui referências, apêndice.

1. Matemática – Estudo e ensino. 2. Teoria dos grafos. 3. Sequência didática. I. Título. II. Silva, Lino Marcos. III. Universidade Federal do Vale do São Francisco.

CDD 510.07

VINÍCIUS YGOR ALVES DOS SANTOS

**UMA PROPOSTA DE SEQUÊNCIA DIDÁTICA PARA A INTRODUÇÃO DA
TEORIA DOS GRAFOS NO ENSINO MÉDIO TÉCNICO**

Dissertação apresentada ao Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional – PROFMAT, da Universidade Federal do Vale do São Francisco – UNIVASF, Campus Juazeiro-BA, como requisito para obtenção do título de Mestre em Matemática.

Aprovado em: 10 de julho de 2026.

Banca Examinadora

Documento assinado digitalmente
 LINO MARCOS DA SILVA
Data: 14/07/2026 13:55:59-0300
Verifique em <https://validar.iti.gov.br>

Lino Marcos da Silva, Doutor, UNIVASF
Orientador e Presidente da Banca

Documento assinado digitalmente
 JOAO BATISTA RODRIGUES DA SILVA
Data: 16/07/2026 10:36:04-0300
Verifique em <https://validar.iti.gov.br>

João Batista Rodrigues da Silva, Doutor, UNIVASF
Examinador interno

Documento assinado digitalmente
 FABIANA GOMES DOS PASSOS
Data: 15/07/2026 17:41:58-0300
Verifique em <https://validar.iti.gov.br>

Fabiana Gomes dos Passos, Doutora, UNIVASF
Examinador externo

*Dedico este trabalho a Deus,
porque sem Ele nada disso seria
possível. A minha família, meus
amigos e todos aqueles que sempre
torcem pelo meu sucesso.*

AGRADECIMENTOS

Gostaria de agradecer, primeiramente, a Deus por sempre me dar força, saúde e sabedoria para que eu consiga alcançar todos os meus objetivos.

Agradeço, de forma especial, à minha família. À minha mãe, Vanusia, e ao meu pai, Francisco, que sempre me deram total apoio e incentivo aos meus estudos. Sem eles, nada disso seria possível.

À minha avó, a eterna Dona Maria, a quem Deus levou no início da minha trajetória no mestrado. Esta vitória também é dela.

Aos meus colegas de turma, que sempre estiveram dispostos a auxiliar no que fosse preciso, agradeço imensamente por toda a parceria e companheirismo.

À minha namorada e colega de trabalho, Andreza, que sempre me apoiou e incentivou. Esta vitória é nossa.

Aos meus colegas de turma e companheiros de estrada nas sextas-feiras, Eliel, Ronaldo e José Luan, vocês foram peças importantes para esta conquista. Meu muito obrigado.

Aos meus professores do PROFMAT, que ministraram cada disciplina com dedicação e amor pela Matemática.

Ao meu orientador, Dr. Lino Marcos, pela competência e dedicação na orientação desta dissertação. Muito obrigado.

À banca avaliadora, composta pelo Dr. Alison Marcelo e pela Dra. Fabiana Gomes, muito obrigado.

À gestão da Escola Técnica Maria Amélia, pelo apoio concedido para a realização deste curso.

Aos meus colegas de trabalho, por sempre acreditarem em mim e pelas palavras de incentivo e apoio.

Aos participantes da pesquisa, muito obrigado pela contribuição.

Enfim, obrigado a todos que contribuíram para que este estudo fosse realizado.

RESUMO

A Teoria dos Grafos constitui um importante ramo da Matemática, cujos conceitos possibilitam a modelagem e a resolução de problemas presentes em diferentes áreas do conhecimento. Nesse contexto, esta pesquisa teve como objetivo analisar as contribuições da introdução da Teoria dos Grafos, por meio de situações-problema relacionadas à Logística, para a aprendizagem de estudantes do 3º ano do Ensino Médio Técnico de uma escola pública estadual de Pernambuco. Tratou-se de uma pesquisa qualitativa, de natureza aplicada, caracterizada como pesquisa bibliográfica e estudo de campo. A produção dos dados ocorreu por meio da aplicação de uma sequência didática composta por quatro atividades, envolvendo conceitos introdutórios da Teoria dos Grafos, como estrutura de grafos, grafos eulerianos, coloração de grafos e o algoritmo de Dijkstra. A coleta de dados foi realizada mediante observações durante a aplicação da sequência didática e por meio de um questionário aplicado aos estudantes. Os resultados evidenciaram avanços na compreensão dos conceitos abordados, na capacidade de representar e interpretar situações-problema por meio de grafos, na identificação de diferentes estratégias para a resolução de problemas e na percepção das relações entre a Matemática e a área técnica da Logística. Além disso, os estudantes demonstraram reconhecer a aplicabilidade da Teoria dos Grafos em diferentes contextos, indicando que a sequência didática favoreceu a construção de conhecimentos matemáticos de forma contextualizada. Concluiu-se que a sequência didática contribuiu para o processo de aprendizagem dos estudantes e constitui uma proposta didática que pode auxiliar a inserção da Teoria dos Grafos no Ensino Médio Técnico.

Palavras-chave: Teoria dos Grafos; Sequência didática; Logística.

ABSTRACT

Graph Theory is an important branch of Mathematics whose concepts enable the modeling and solution of problems in different areas of knowledge. In this context, this study aimed to analyze the contributions of introducing Graph Theory through logistics-related problem situations to the learning process of students enrolled in the third year of a Technical High School program at a public school in the state of Pernambuco, Brazil. The study sought to answer the following research question: What are the contributions of introducing Graph Theory through logistics-related problem situations to the learning of these students? This was a qualitative, applied study, characterized as bibliographical research and field research. Data were produced through the implementation of a didactic sequence composed of four activities involving introductory Graph Theory concepts, including graph structures, Eulerian graphs, graph coloring, and Dijkstra's algorithm. Data collection was carried out through classroom observations during the implementation of the didactic sequence and by means of a questionnaire administered to the students. The results showed improvements in students' understanding of the concepts addressed, their ability to represent and interpret problem situations using graphs, their identification of different problem-solving strategies, and their perception of the relationship between Mathematics and the technical field of Logistics. Furthermore, the students recognized the applicability of Graph Theory in different contexts, indicating that the didactic sequence promoted the construction of mathematical knowledge in a contextualized way. It was concluded that the didactic sequence contributed to the students' learning process and represents a teaching proposal that may support the inclusion of Graph Theory in Technical High School education.

Keywords: Graph Theory; Didactic Sequence; Logistics.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 - Pontes de Königsberg	23
Figura 2 - Representação das pontes de <i>Königsberg</i> por meio de Grafo	24
Figura 3 - Grafo G	25
Figura 4 - Grafo direcionado (ou dígrafo)	26
Figura 5 - Grafo com laços	26
Figura 6 - Grafo com arestas paralelas	27
Figura 7 - Grafo simples	27
Figura 8 - Multigrafo	27
Figura 9 - Grafos isomorfos	29
Figura 10 - Grafo G e Subgrafos de G	30
Figura 11 - Grafo 3-regular	30
Figura 12 - Grafo nulo N_6	31
Figura 13 - Grafo completo K_5	31
Figura 14 - Grafo ciclo C_5	32
Figura 15 - Grafo bipartido	32
Figura 16 - Grafo bipartido completo $K_{4,3}$	33
Figura 17 - Exemplos de grafos valorados	36
Figura 18 – Teorema das Quatro Cores	37
Figura 19 - Representação do bairro por meio de grafo	39
Figura 20 - Resposta de aluno ao item <i>a</i>	56
Figura 21 - Resposta de aluno ao item <i>a</i>	56
Figura 22 - Solução da atividade 1 por meio de cordão	57
Figura 23 - Exposição dos conceitos da Teoria dos Grafos	58
Figura 24 - Resposta de aluno à segunda atividade	61
Figura 25 - Resposta de aluno à terceira atividade	63
Figura 26 - Resposta de aluno à terceira atividade por meio de grafo	64
Figura 27 - Resposta de aluno à quarta atividade	67
Figura 28 - Resposta de aluno à quarta atividade	67
Figura 29 – Problema 1 do exercício	69
Figura 30 - Resposta ao problema 1	69
Figura 31 - Problema 2 do exercício	70

Figura 32 – Problema 3 do exercício	71
Figura 33 - Mapa do Sertão do São Francisco	92
Figura 34 - Grafo do bairro de João	95
Figura 35 - Grafos eulerianos e semi-eulerianos	102

LISTA DE GRÁFICOS

Gráfico 1 - Quantidade por ano de estudos selecionados	50
Gráfico 2 - Etapa de ensino dos trabalhos selecionados	53
Gráfico 3 - Motivação dos alunos com as atividades	72
Gráfico 4 - Desenvolvimento do raciocínio lógico	73
Gráfico 5 - Compreensão da modelagem de situações reais por meio de grafos.	73
Gráfico 6 - A matemática como instrumento para resolução de problemas reais. ...	74
Gráfico 7 - Atividade com maior contribuição para a percepção da matemática na vida real.....	74

LISTAS DE TABELAS

Quadro 1 - Problema do menor caminho.....	40
Quadro 2 - Problema do menor caminho.....	40
Quadro 3 - Problema do menor caminho.....	41
Quadro 4 - Problema do menor caminho.....	41
Quadro 5 - Problema do menor caminho.....	42
Quadro 6 - Problema do menor caminho.....	42
Quadro 7 - Problema do menor caminho.....	43
Quadro 8 - Problema do menor caminho.....	43
Quadro 9 - Problema do menor caminho.....	44
Quadro 10 - Problema do menor caminho.....	44
Quadro 11 - Problema do menor caminho.....	44
Quadro 12 - Processo seletivo para ingresso em 2025 na ETE Cabrobó	48
Quadro 13 – Dissertações do PROFMAT sobre Teoria dos Grafos com aplicação em sala de aula	51
Quadro 14 – Graus dos vértices dos grafos X, Y e Z.....	61

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO	16
1.1 DESCRIÇÃO DA SITUAÇÃO-PROBLEMA	17
1.2 OBJETIVOS	19
1.2.1 Objetivo Geral	19
1.2.2 Objetivos específicos	19
1.3 JUSTIFICATIVA E RELEVÂNCIA	20
1.4 ORGANIZAÇÃO DO TRABALHO	21
2 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA	23
2.1 HISTÓRICO	23
2.2 DEFINIÇÕES E TEOREMAS	24
Definição 2.2.1 (Grafo)	24
Definição 2.2.2 (Incidência)	25
Definição 2.2.3 (Adjacência)	25
Definição 2.2.4 (Grafo Direcionado, Grafo orientado ou Dígrafo)	25
Definição 2.2.5 (Laço)	26
Definição 2.2.6 (Arestas paralelas)	26
Definição 2.2.7 (Grafo simples)	27
Definição 2.2.8 (Multigrafo)	27
Definição 2.2.9 (Ordem)	28
Definição 2.2.10 (Tamanho)	28
Definição 2.2.11 (Grau de vértice)	28
Teorema 2.2.1	28
Definição 2.2.12 (Grafos isomorfos)	28
Definição 2.2.13 (Subgrafos)	29
Definição 2.2.14 (Grafos regular)	30

Teorema 2.2.2	30
Definição 2.2.15 (Grafo nulo)	30
Definição 2.2.16 (Grafo completo)	31
Definição 2.2.17 (Grafo ciclo)	31
Definição 2.2.18 (Grafo bipartido)	32
Definição 2.2.19 (Grafo bipartido completo)	32
Definição 2.2.20 (Percurso)	33
Definição 2.2.21 (Comprimento)	33
Definição 2.2.22 (Percurso fechado)	33
Definição 2.2.23 (Trilha)	33
Definição 2.2.24 (Caminho)	33
Definição 2.2.25 (Ciclo)	34
Definição 2.2.26 (Circuito)	34
Definição 2.2.27 (Caminho mínimo)	34
Definição 2.2.28 (Grafos Eulerianos)	34
Definição 2.2.29 (Grafos semi-euleriano)	34
Lema 2.2.1	34
Teorema 2.2.3 (Teorema de Euler)	35
Definição 2.2.30 (Ciclo e Grafo Hamiltoniano)	35
Definição 2.2.31 (Grafo valorado)	36
2.3 TEOREMA DAS QUATRO CORES	36
2.4 ALGORITMO DE DIJKSTRA	38
2.5 SEQUÊNCIA DIDÁTICA	45
3 METODOLOGIA	47
3.1 CLASSIFICAÇÃO DA PESQUISA	47
3.2 SUJEITOS DA PESQUISA	48
3.3 COLETA E ANÁLISE DE DADOS	49

4	RESULTADOS	50
4.1	RESULTADOS DO LEVANTAMENTO BIBLIOGRÁFICO	50
4.2	RESULTADOS DA APLICAÇÃO DA SEQUÊNCIA DIDÁTICA.....	54
4.2.1	Atividade 1: Conectando depósitos.....	55
4.2.2	Atividade 2: Planejando rotas	59
4.2.3	Atividade 3: Colorindo regiões	62
4.2.4	Atividade 4: Qual o menor caminho até a Escola?	65
4.3	RESULTADOS DO EXERCÍCIO DE APRENDIZAGEM	68
4.3.1	Análise do Problema 1	68
4.3.2	Análise do Problema 2	70
4.3.3	Análise do Problema 3	71
4.4	RESULTADOS DO QUESTIONÁRIO	72
5	CONSIDERAÇÕES FINAIS	77
	REFERÊNCIAS	79
	APÊNDICE A – SEQUÊNCIA DIDÁTICA	84
	APÊNDICE B – QUESTIONÁRIO.....	98
	APÊNDICE C – EXERCÍCIO DE VERIFICAÇÃO DE APRENDIZAGEM	101

1 INTRODUÇÃO

A Teoria dos Grafos é um ramo da Matemática amplamente utilizado na modelagem e na resolução de problemas reais, constituindo-se como uma ferramenta essencial para representar e analisar situações presentes em diferentes áreas do conhecimento (Bondy; Murty, 2008). Além disso, favorece a construção de conceitos relacionados aos processos algorítmicos de maneira simples e contextualizada, apresentando aplicações em logística, química, redes sociais, mecanismos de busca na internet e sistemas de navegação por GPS (Global Positioning System), entre outras (Jurkiewicz, 2007).

No entanto, a Teoria dos Grafos ainda não está contemplada em documentos norteadores, como a Base Nacional Comum Curricular (Brasil, 2018) e o Currículo de Pernambuco (Pernambuco, 2021). Ainda assim, a BNCC prevê o desenvolvimento de habilidades que pressupõem a representação e a análise de informações por meio de estruturas de grafos ou de modelos semelhantes, evidenciando que, embora o conteúdo não seja abordado de forma explícita, competências relacionadas a esse campo da Matemática encontram-se presentes no documento, como se observa na habilidade a seguir:

Interpretar e desenvolver fluxogramas simples, identificando as relações entre os objetos representados (por exemplo, posição de cidades considerando as estradas que as unem, hierarquia dos funcionários de uma empresa etc.)(Brasil, 2018, p. 305).

Essa habilidade pode ser compreendida à luz da Teoria dos Grafos, especialmente por meio dos grafos direcionados, nos quais as arestas possuem um sentido definido, representando relações de origem e destino entre os vértices. Em situações como fluxogramas, hierarquias organizacionais ou redes de transporte com vias de mão única, as conexões não ocorrem de forma bidirecional, sendo adequadamente modeladas por grafos direcionados. Dessa forma, o desenvolvimento dessa habilidade favorece a interpretação de estruturas que envolvem sequências, dependências e fluxos, evidenciando a aplicabilidade da Teoria dos Grafos em diferentes contextos do cotidiano.

De acordo com o documento Computação na Educação Básica – Complemento à BNCC (BRASIL, 2022), o aluno deve desenvolver a habilidade de:

reconhecer objetos do mundo real e digital que podem ser representados através de grafos que estabelecem uma organização com uma quantidade variável de vértices conectados por arestas, fazendo manipulações simples sobre estas representações (Brasil, 2022).

Diante disso, percebe-se uma preocupação em inserir conceitos relacionados à Teoria dos Grafos no contexto da Educação Básica, especialmente no âmbito do pensamento computacional. Ao reconhecer que diferentes objetos e situações do mundo real e digital podem ser representados por grafos, o documento evidencia a relevância dessa estrutura matemática como ferramenta para modelar informações, analisar relações e resolver problemas presentes em diversos contextos contemporâneos.

Do ponto de vista conceitual, a Teoria dos Grafos integra o campo da matemática denominado de ¹Matemática Discreta. De maneira simples, ela consiste na representação gráfica de situações-problema por meio de uma estrutura denominada grafo, uma figura formada de pontos (vértices) e linhas (arestas). Suas aplicações estendem-se tanto à própria Matemática quanto a outras áreas do conhecimento, como administração, biologia, química, física e engenharia.

Mais especificamente, os grafos são frequentemente utilizados no estudo e resolução de problemas como localização e traçado de rotas, planejamento de horários, alocação de tarefas, estudo do DNA, projetos de códigos de programas de computadores e no despacho de energia elétrica, constituindo-se em uma área em expansão (Boaventura e Jurkiewicz, 2009).

1.1 DESCRIÇÃO DA SITUAÇÃO-PROBLEMA

A aprendizagem torna-se mais significativa quando o ensino considera a realidade e as características dos estudantes, estabelecendo relações entre os conhecimentos escolares e o contexto em que estão inseridos (Charlot, 2003). Nesse sentido, a Teoria dos Grafos mostra-se particularmente relevante, pois possibilita estabelecer essa relação de forma concreta. Com efeito, de acordo com Nóbrega e Batista (2024), a aplicação da Teoria dos Grafos no Ensino Básico contribui significativamente para

¹A Matemática Discreta é o ramo da Matemática que estuda conjuntos contáveis, finitos ou infinitos, como Naturais, Inteiros e Racionais, provendo uma série de técnicas para a modelagem de problemas da Ciência da Computação (Cabral, 2017)

a aprendizagem dos estudantes, ao aproximar a Matemática de situações reais e cotidianas.

Nessa perspectiva, Brandão e Gualandi (2025) destacam que a relação entre a Teoria dos Grafos e outros conteúdos matemáticos contribui para fortalecer a aprendizagem dos estudantes e favorecer um ensino mais integrado e significativo na Educação Básica. Entre as diversas áreas em que a Teoria dos Grafos se mostra relevante para a modelagem de problemas, destaca-se a Logística, especialmente em situações relacionadas à roteirização e à otimização de rotas.

De acordo com González (2024), a Teoria dos Grafos constitui uma importante ferramenta de modelagem e otimização aplicada à Logística, contribuindo para a resolução de problemas complexos relacionados ao planejamento de rotas e à eficiência da cadeia de suprimentos. Assim, a aproximação entre Matemática e Logística configura-se como uma estratégia capaz de atribuir maior significado aos conteúdos escolares e de evidenciar aplicações concretas dos conceitos matemáticos.

Por outro lado, a experiência de oito anos como professor de Matemática na Educação Básica possibilita fazer três considerações que também embasaram a escolha da temática deste trabalho. A primeira é que muitos alunos questionam a utilidade dos conteúdos de Matemática presentes no currículo escolar e, frequentemente, não recebem uma resposta satisfatória. A segunda é que esse constitui um problema recorrente, presente desde a elaboração das ementas curriculares até a formação inicial e continuada dos docentes. A terceira refere-se ao fato de que os professores frequentemente recorrem a pesquisas e a outros trabalhos acadêmicos como fonte de inspiração para a elaboração de problemas contextualizados voltados ao ensino de conteúdos matemáticos.

As percepções e considerações mencionadas serviram de base para algumas reflexões sobre possibilidades e potencialidade pedagógicas decorrentes da introdução da Teoria dos Grafos nas aulas de Matemática de um curso técnico de Logística por meio da modelagem de situações-problema. Nesse sentido, delineou-se a seguinte questão norteadora: **Quais são as contribuições da introdução da Teoria dos Grafos, por meio de situações-problema relacionadas à Logística, para a aprendizagem de Matemática dos alunos do 3º ano de um curso técnico em Logística integrado ao ensino médio?**

Assim, esta pesquisa insere-se nas discussões sobre o ensino de Matemática na Educação Básica ao investigar as potencialidades da utilização da Teoria dos Gra-

fos no ensino e aprendizagem da Matemática na Educação Básica. Espera-se que os resultados desse estudo possam subsidiar a elaboração de um material educacional que possa contribuir com práticas docentes voltadas à contextualização dos conteúdos matemáticos e à resolução de problemas.

1.2 OBJETIVOS

1.2.1 Objetivo Geral

Analisar as contribuições de uma sequência didática que aborda a Teoria dos Grafos para a aprendizagem da Matemática em uma turma do curso técnico de Logística integrado ao ensino médio.

1.2.2 Objetivos específicos

- Mapear a produção acadêmica do PROFMAT sobre o ensino de Teoria dos Grafos, identificando abordagens práticas e aplicações em sala de aula;
- Selecionar aplicações da Teoria dos Grafos no campo da Logística que possuam viabilidade didática para o Ensino Médio;
- Elaborar uma sequência didática fundamentada em situações-problema no contexto logístico, transpondo conceitos básicos da Teoria dos Grafos para o nível médio técnico;
- Implementar a sequência didática planejada com os estudantes da turma do curso Técnico em Logística integrado ao Ensino Médio;
- Analisar as contribuições da sequência didática, identificando as facilidades e os obstáculos encontrados pelos alunos na articulação entre a Matemática e a Logística.

1.3 JUSTIFICATIVA E RELEVÂNCIA

O Currículo do Ensino Médio do Estado de Pernambuco (2021) não apresenta de forma explícita o conteúdo Teoria dos Grafos. Contudo, é possível identificar, nas competências específicas de Matemática para o Ensino Médio, elementos que sugerem sua abordagem no contexto escolar. Por exemplo, esse Currículo estabelece a seguinte habilidade para a competência específica de número 4:

Compreender e utilizar, com flexibilidade e fluidez, diferentes registros de representação matemáticos (algébrico, geométrico, estatístico, computacional etc.), na busca de solução e comunicação de resultados de problemas, de modo a favorecer a construção e o desenvolvimento do raciocínio matemático. (Pernambuco, 2021, p. 194).

Embora a Teoria dos Grafos não seja mencionada explicitamente, observa-se que a citação destaca o uso de diferentes registros de representação matemática, deixando em aberto a possibilidade da modelagem de problemas por meio de grafos. Com efeito, a Teoria dos Grafos insere-se nesse contexto por oferecer uma forma própria de representar relações entre objetos por meio de vértices e arestas, contribuindo para a modelagem, análise e solução de problemas.

Além disso, o Currículo de Pernambuco (Pernambuco, 2021, p. 204) também propõe, para as turmas do 3º ano do Ensino Médio, o desenvolvimento da habilidade de “investigar e registrar, por meio de um fluxograma, quando possível, um algoritmo que resolve um problema”. A estrutura de um fluxograma apresenta forte relação com a representação de um grafo direcionado (dígrafo), uma vez que ambos utilizam vértices e arestas para indicar etapas e caminhos possíveis na execução de um processo ou algoritmo.

Ademais, o Currículo da Educação Profissional de Pernambuco (2021) estabelece que, no curso técnico em Logística integrado ao ensino médio, a disciplina Modais de Transporte deve contemplar o seguinte objeto de conhecimento:

Transporte e sua influência no sistema logístico, a infraestrutura de transporte no Brasil e no mundo. Tipos de carga e dimensionamento de frotas, elaboração e a otimização de rotas (roteirização). Responsabilidades do departamento de transporte, consolidação e unitização de carga. Fatores determinantes do valor do frete. Documentação para o transporte de cargas nacional e internacional. Acondicionamento. O funcionamento das modalidades de transporte terrestre, aeroviário e aquaviário, suas características e as novas tendências de transporte (Pernambuco, Educação Profissional, 2021).

Neste contexto, observa-se que os conteúdos relacionados ao transporte e à roteirização possuem relação direta com a Teoria dos Grafos, uma vez que muitos desses processos podem ser modelados como redes formadas por vértices e arestas, permitindo a análise e a otimização de rotas e fluxos logísticos. Dessa maneira, evidencia-se a relevância de estudar a Teoria dos Grafos com estudantes do Ensino Médio Técnico em Logística, pois essa abordagem está alinhada ao desenvolvimento das competências e habilidades previstas na proposta curricular do curso.

Além disso, a escolha dessa temática justifica-se por contribuir para a popularização da Teoria dos Grafos, evidenciando suas aplicações em diferentes contextos. Embora amplamente utilizada na resolução de problemas de diversas áreas do conhecimento, sua abordagem na Educação Básica ainda é pouco frequente, especialmente de forma articulada ao contexto da formação técnica. Assim, sua inserção no ensino pode favorecer uma aprendizagem mais contextualizada e significativa para os estudantes.

Por fim, vale destacar que, o primeiro contato do autor desta pesquisa com a Teoria dos Grafos se deu no I Encontro Regional de Professores de Matemática do Semiárido (ERPMAT) realizado no ano de 2025 na Universidade do Vale do São Francisco (Univasf), campus Juazeiro-BA. Na ocasião, o autor participou de uma oficina intitulada “Conectando Pontos: Uma introdução Prática à Teoria dos Grafos” ministrada por um professor da instituição e do programa PROFMAT”. Diante da abordagem, percebendo o potencial enriquecedor na disciplina de matemática na Educação Básica e em comum acordo com o orientador deste trabalho, decidiu-se fazer a escolha do tema.

1.4 ORGANIZAÇÃO DO TRABALHO

Este trabalho está estruturado da seguinte forma: a primeira seção apresenta a introdução, composta pela contextualização do problema, pela justificativa, pela relevância do estudo, bem como pelo objetivo geral e pelos objetivos específicos. Na segunda seção, apresenta-se a fundamentação teórica, na qual são abordados o contexto histórico da Teoria dos Grafos, suas principais definições e teoremas, além dos fundamentos que subsidiaram a elaboração da sequência didática, produto educacional desenvolvido nesta pesquisa.

Na terceira seção, descreve-se a metodologia da pesquisa, contemplando os procedimentos metodológicos adotados para o desenvolvimento do estudo. A quarta seção é dedicada à apresentação e à análise dos resultados obtidos. Por fim, são apresentadas as considerações finais, as referências bibliográficas e o apêndice, que contém a sequência didática elaborada.

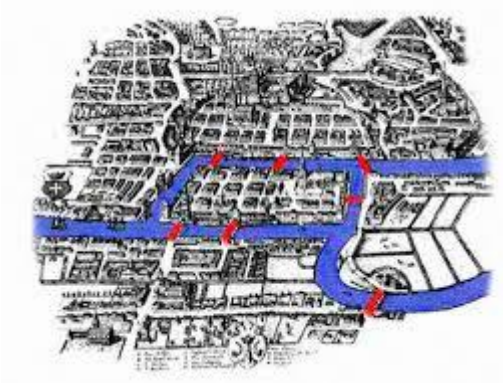
2 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

Nesta seção, busca-se apresentar a fundamentação teórica que orienta a construção da sequência didática e contribui para a compreensão dos principais conceitos relacionados à Teoria dos Grafos. Inicialmente, é apresentado um breve contexto histórico, seguido de definições e teoremas que auxiliam na compreensão desse campo da Matemática. Em seguida, fundamenta-se a construção da sequência didática.

2.1 BREVE CONTEXTO HISTÓRICO

De acordo com Boaventura e Jurkiewicz (2009), a Teoria dos Grafos surgiu por volta do século XVIII, a partir de um problema conhecido como “As Pontes de Königsberg”. Esse fato ocorreu em uma região situada na antiga Prússia Ocidental, cortada por um rio que abrigava duas ilhas. Uma delas era ligada por três pontes, uma a cada margem e outra conectando as ilhas entre si, enquanto a segunda possuía quatro pontes que a uniam às margens do rio, sendo duas para cada lado.

Figura 1 - Pontes de Königsberg

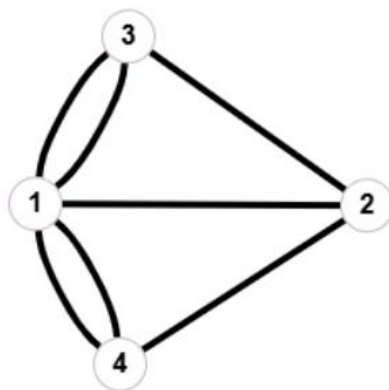


Fonte: Site Superinteressante

Observa-se, na Figura 1, que a cidade estava dividida em quatro regiões. O problema consistia em determinar se seria possível, partindo de uma dessas regiões, atravessar todas as pontes sem repeti-las, visitar todas as demais regiões e retornar ao ponto de partida. Em 1736, o matemático e físico Leonard Euler (1707-1783) mostrou que era impossível realizar tal percurso por meio de argumentos que deu origem à Teoria dos Grafos (Boaventura; Jurkiewicz, 2009).

Para isso, Euler modelou o problema por meio de uma estrutura que hoje conhecemos como grafo, conforme ilustrado na Figura 2. Um elemento importante para essa modelagem foi o fato de que para resolver o problema não interessava o comprimento das pontes nem o tamanho de cada região.

Figura 2 - Representação das pontes de *Konigsberg* por meio de Grafo



Fonte: Autor.

Na modelagem, cada região da cidade foi representada por um ponto (vértice) e cada ponte foi representada por uma linha ligando dois pontos (arestas). Na ocasião, Euler notou que em cada vértice incide uma quantidade ímpar de arestas, motivo pelo qual seria impossível realizar o percurso desejado.

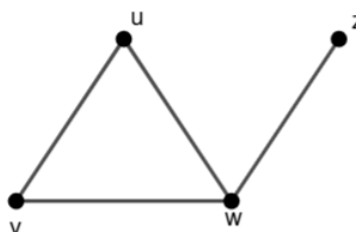
2.2 DEFINIÇÕES E TEOREMAS

A Teoria dos Grafos é estruturada a partir de um conjunto de conceitos, propriedades e resultados matemáticos que fundamentam suas aplicações em diferentes áreas do conhecimento. Dessa forma, a compreensão de seus elementos básicos torna-se essencial para o entendimento das discussões desenvolvidas ao longo deste trabalho. Assim, nesta seção são apresentados os principais conceitos e teoremas que constituem a base teórica da pesquisa. As definições, teoremas e demonstrações apresentadas nesta seção foram fundamentadas, majoritariamente, em Gomes (2022).

Definição 2.2.1 (Grafo). Um grafo $G=(V, E)$ é definido por um conjunto não vazio V de vértices e um conjunto E de arestas, em que cada aresta $e \in E$ é definida por um par não-ordenado de vértices, denotado por (u, v) ou uv , sendo u e $v \in V$.

Em resumo, um grafo é a representação gráfica de pontos (vértices) conectados por linhas (arestas). Por exemplo, um mapa pode ser representado por um grafo, onde as cidades seriam os vértices e as estradas que conectam as cidades seriam as arestas. A notação de um grafo G pode ser por meio da representação do conjunto de vértices V e do conjunto de arestas E . O grafo G da Figura 3 pode ser representado por $V=\{u, v, w, z\}$ e $E=\{(u, v), (u, w), (v, w), (w, z)\}$.

Figura 3 - Grafo G



Fonte: Autor

Definição 2.2.2 (Incidência). *É a propriedade de uma aresta estar conectada a um vértice.*

Por exemplo, no grafo G da Figura 3 a aresta uv é incidente ao vértice u e também ao vértice v .

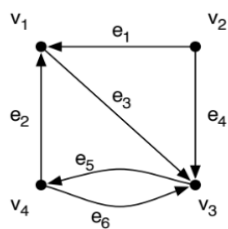
Definição 2.2.3 (Adjacência). *É a propriedade de dois vértices estarem conectados por intermédio de uma aresta. Dois vértices adjacentes também podem ser chamados de vizinhos.*

Note que, o vértice w , na Figura 3, é adjacente aos vértices u , v e z . O vértice u não é adjacente ao vértice z .

Definição 2.2.4 (Grafo Direcionado, Grafo orientado ou Dígrafo). *Um grafo direcionado $G=(V, E)$ é definido por um conjunto não vazio V de vértices e um conjunto E de arestas, em que cada aresta $e \in E$ é definida por um par ordenado (u, v) , sendo ambos u e $v \in V$. O vértice u é origem, e o vértice v é destino da aresta e .*

Abaixo, na Figura 4, tem-se a ilustração de um grafo direcionado.

Figura 4 - Grafo direcionado (ou dígrafo)



Fonte: Gomes (2022, p.10).

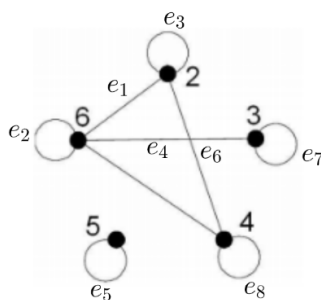
Na representação gráfica de um grafo direcionado, as arestas apresentam setas indicando o sentido ou orientação. Uma situação que poderia ser modelada utilizando este tipo de grafo seria a representação de usuários que seguem outros nas redes sociais. Por exemplo, na Figura 4, supondo que cada vértice representa uma pessoa e que as arestas indicam se um usuário segue ou não outra pessoa numa determinada rede social, então pode-se concluir que o indivíduo v_2 segue v_1 e v_3 , mas o contrário não acontece. Ou seja, v_2 não é seguido por nenhum outro usuário.

Definição 2.2.5 (Laço). *Um laço é uma aresta que conecta um vértice a ele mesmo.*

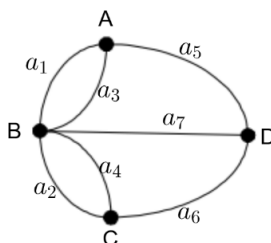
Definição 2.2.6 (Arestas paralelas). *Arestas paralelas são conjuntos de duas ou mais arestas que conectam o mesmo par de vértices.*

Nas Figura 5 e 6, observa-se, respectivamente, grafos com laços e arestas paralelas.

Figura 5 - Grafo com laços



Fonte: Adaptado Jurkiewicz (2007, p.11)

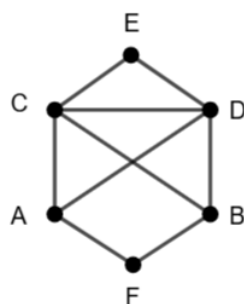
Figura 6 - Grafo com arestas paralelas

Fonte: Adaptado Jurkiewicz (2007, p.12)

No grafo da Figura 5 tem-se que as arestas e_2 , e_3 , e_5 , e_7 e e_8 são laços dos vértices 6, 2, 5, 3 e 4, respectivamente. Por outro lado, na Figura 6, as arestas a_1 e a_3 são paralelas, bem como a_2 e a_4 .

Definição 2.2.7 (Grafo simples). *Um grafo simples (ou dígrafo simples) é um grafo que não contém laços e nem arestas paralelas.*

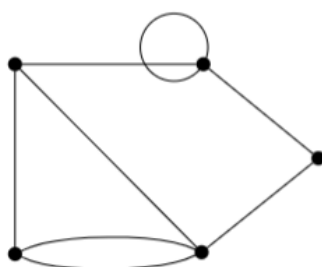
Na Figura 7, tem-se um grafo simples.

Figura 7 - Grafo simples

Fonte: Autor

Definição 2.2.8 (Multigrafo). *Um multigrafo é um grafo (ou dígrafo) que contém pelo menos um laço ou um conjunto de arestas paralelas.*

A Figura 8 ilustra um multigrafo.

Figura 8 - Multigrafo

Fonte: Autor

Definição 2.2.9 (Ordem). A ordem de um grafo representa a cardinalidade do conjunto V . Em outras palavras, a ordem representa a quantidade de vértices do grafo, a qual é denotada por $|V|$ ou pela letra n .

Definição 2.2.10 (Tamanho). O tamanho de um grafo representa a cardinalidade do conjunto E . Em outras palavras, o tamanho representa a quantidade de arestas do grafo, a qual é denotada por $|E|$ ou pela letra m .

Na Figura 8, tem-se um grafo com ordem $n = 5$ ou $|V| = 5$ e tamanho $m = 8$.

Definição 2.2.11 (Grau de vértice). O grau de um vértice é igual à quantidade de arestas incidentes ao vértice, com cada laço sendo contado duas vezes. O grau de um vértice pode ser denotado por $d(v)$.

Teorema 2.2.1 Para todo grafo G , a soma dos graus dos vértices de um grafo é sempre o dobro do número de arestas. Isto é,

$$\sum_{v \in V(G)} d(v) = 2 \cdot m$$

Demonstração: Quando contamos os graus dos vértices estamos contando as extremidades das arestas uma vez. Como cada aresta tem duas extremidades, cada aresta foi contada duas vezes.

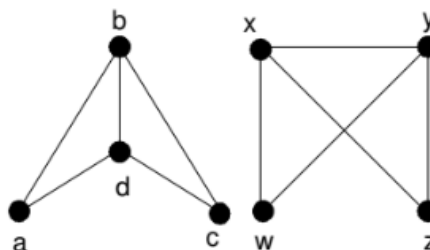
Corolário: Todo grafo G possui um número par de vértices de grau ímpar.

Demonstração: Se tivéssemos um número ímpar de vértices de grau ímpar a soma dos graus seria ímpar. Mas a soma dos graus é o dobro do número de arestas e, portanto, é um número par, ou seja, a quantidade de parcelas ímpares é par. Portanto, o número de vértice de graus ímpares é sempre par.

Definição 2.2.12 (Grafos isomorfos). Dois grafos G_1 e G_2 são ditos isomorfos se existe uma correspondência 1-a-1 entre seus conjuntos de vértices que preserve as adjacências.

Na Figura 9, tem-se a ilustração de dois grafos isomorfos.

Figura 9 - Grafos isomorfos



Fonte: Jurkiewicz (2007, p.14)

Note que podemos estabelecer uma correspondência f entre os conjuntos de vértices dos dois gráficos da seguinte maneira, por exemplo:

$a-w$

$c-z$

$b-x$

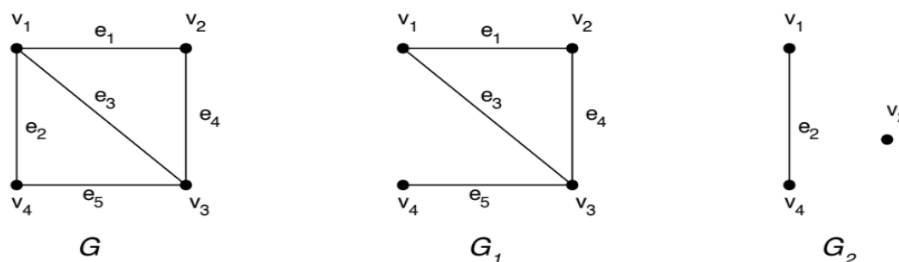
$d-y$.

Esta função está bem definida, pois cada vértice do primeiro grafo, na Figura 9, está associado a um único vértice do segundo grafo. Com efeito, se tomarmos uma aresta no primeiro grafo (digamos (a, d)) a função fará a correspondência com (w, y) que é uma aresta no segundo grafo. Se tomarmos dois vértices que não são ligados por uma aresta (digamos a e c) a função fará corresponder dois vértices (w e z) que também não são ligados.

Definição 2.2.13 (Subgrafos). Um subgrafo de um grafo $G = (V, E)$ é um grafo cujos vértices são vértices de G e cujas arestas são arestas de G .

Na Figura 10, tem-se dois subgrafos G_1 e G_2 obtidos a partir do grafo G .

Figura 10 - Grafo G e Subgrafos de G



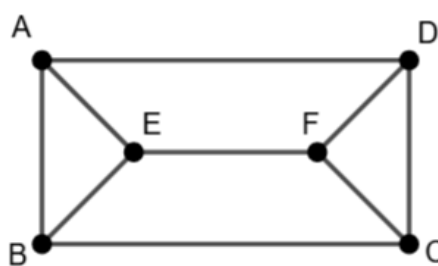
Fonte: Gomes, (2022, p.17)

Os grafos são classificados de acordo com suas características estruturais. Veja abaixo tais classificações.

Definição 2.2.14 (Grafos regular). Um grafo é dito regular se todos os seus vértices tem o mesmo grau. Um grafo é chamado de r -regular ou regular de grau r se o grau de cada um de seus vértices é igual a r .

A Figura 11 apresenta um grafo 3-regular. Ou seja, um grafo regular de grau 3.

Figura 11 - Grafo 3-regular



Fonte: Autor

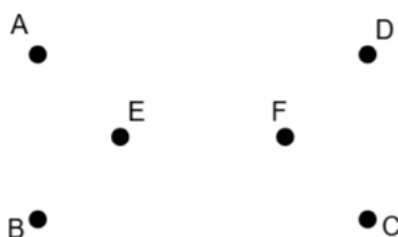
Teorema 2.2.2 Seja G um grafo r -regular com n vértices. Então G tem $nr/2$ arestas.

Demonstração: Seja G um grafo com n vértices, cada um com grau r , então a soma dos graus de todos os vértices é igual a nr . Pelo Teorema 2.2.1, o número de arestas de um grafo é igual à metade desta soma, portanto igual a $nr/2$.

Definição 2.2.15 (Grafo nulo). Grafo nulo é um grafo sem arestas. O grafo nulo é denotado por N_n em que n representa o número de vértices do grafo.

Um exemplo de grafo nulo pode ser visualizado na Figura 12. Trata-se do grafo N_6 .

Figura 12 - Grafo nulo N_6

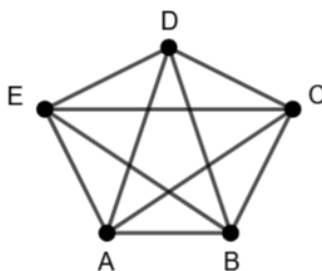


Fonte: Autor

Definição 2.2.16 (Grafo completo). *Grafo completo é um grafo simples em que cada par de vértices distintos é adjacente. Nós denotamos o grafo completo com n vértices por K_n .*

Observe que todo grafo completo é também um grafo regular. A Figura 13 ilustra um grafo completo com 5 vértices, podendo ser chamado também de 4-regular.

Figura 13 - Grafo completo K_5

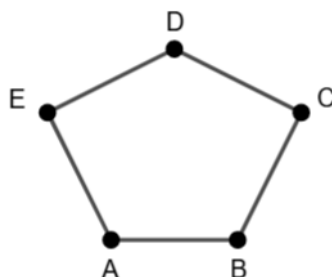


Fonte: Autor

Definição 2.2.17 (Grafo ciclo). *Grafo ciclo é um grafo constituído por apenas um ciclo de vértices e arestas. O grafo ciclo com n vértices é denotado por C_n .*

A Figura 14 representa um grafo ciclo.

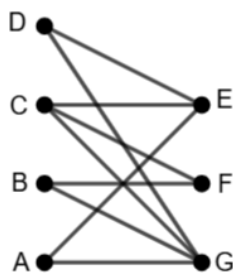
Figura 14 - Grafo ciclo C_5



Fonte: Autor

Definição 2.2.18 (Grafo bipartido). Um grafo bipartido $G=(V_1 \cup V_2, E)$ é definido por dois conjuntos de vértices V_1 e V_2 em que $V_1 \cap V_2 = \emptyset$ e um conjunto E de arestas, tal que, para cada aresta $e \in E$, tem-se que $e=(u, v)$ e $u \in V_1$ e $v \in V_2$. Os conjuntos V_1 e V_2 são chamados de subconjuntos de bipartição de G . Veja, na Figura 15, um grafo bipartido.

Figura 15 - Grafo bipartido

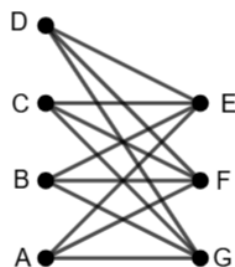


Fonte: Autor

Definição 2.2.19 (Grafo bipartido completo). Um grafo bipartido completo $K_{r,s}$ é um grafo simples bipartido no qual todos os pares de vértices u e v tais que $u \in V_1$ e $v \in V_2$ são adjacentes.

A Figura 16 ilustra o grafo bipartido completo.

Figura 16 - Grafo bipartido completo $K_{4,3}$



Fonte: Autor.

Vários problemas importantes da Teoria dos Grafos estão relacionados em transitar pelas arestas. A seguir, apresentaremos algumas definições que utilizam as arestas de um grafo.

Definição 2.2.20 (Percurso). *Em um grafo não direcionado, podemos definir um percurso $P=(v_0, e_1, v_1, e_2, \dots, v_{n-1}, e_n, v_n)$ como sendo uma sequência de vértices e arestas tal que o vértice final de uma aresta no percurso é igual ao vértice inicial da próxima aresta.*

Definição 2.2.21 (Comprimento). *Em um percurso, seu comprimento é igual à quantidade de arestas percorridas no percurso. O comprimento do percurso é dado por $\delta(s, v)$. Se não existir percurso possível entre os vértices v_0 e v_n , então $\delta(v_0, v_n) = \infty$.*

Definição 2.2.22 (Percurso fechado). *Um percurso é dito fechado se seu primeiro vértice é igual ao último, isto é: $v_0=v_n$. Caso contrário, o percurso é aberto.*

Definição 2.2.23 (Trilha). *Em um grafo, uma trilha é um percurso sem repetição de arestas.*

Definição 2.2.24 (Caminho). *Em um grafo, um caminho é uma trilha sem repetição de vértices (exceto pelos vértices inicial e final, eventualmente).*

Um percurso, trilha ou caminho é trivial se tiver somente um vértice e nenhuma aresta.

Definição 2.2.25 (Ciclo). *Em um grafo, um ciclo é um caminho fechado com mais de um vértice, ou seja, é um caminho fechado não trivial.*

Definição 2.2.26 (Circuito). *Em um grafo, um circuito é uma trilha fechada.*

Definição 2.2.27 (Caminho mínimo). *Dados dois vértices s e v , o caminho mínimo $s \rightsquigarrow v$ é definido como o caminho de menor comprimento dentre todos os caminhos existentes entre s e v . Note que, dependendo da estrutura do grafo, pode haver mais de um caminho mínimo $s \rightsquigarrow v$.*

Na Teoria dos Grafos existem dois tipos de grafos especiais, denominados Grafos Eulerianos e Grafos Hamiltonianos, que compõe uma dupla de grafos com aplicação em vários problemas da matemática e de outras áreas. O primeiro deles surgiu na formulação e solução do problema das setes pontes de *Koenigsberg* estudada por Leonard Euler. O segundo surgiu a partir dos estudos de Sir William R. Hamilton (1805-1865) na tentativa de procurar em um grafo G uma trilha fechada que passe por todos os vértices uma e só uma vez. As definições e teoremas envolvendo esses importantes grafos serão apresentados a seguir.

Definição 2.2.28 (Grafos Eulerianos). *Um grafo com m arestas é dito euleriano se existe uma trilha fechada de comprimento m em G ; em outras palavras, se podemos percorrer cada aresta uma e só uma vez partindo de um vértice e a ele retornando.*

Definição 2.2.29 (Grafos Semi-euleriano). *Se o grafo não é euleriano mas tem uma trilha aberta de comprimento m , ele é dito semi-euleriano.*

Lema 2.2.1 *Se todo vértice de um grafo (não necessariamente simples) G tem grau maior ou igual a 2, então G contém um ciclo.*

Demonstração: Se G contém laços ou arestas múltiplas, não há o que provar, pois, automaticamente, G contém um ciclo. Consideramos, portanto, apenas os grafos simples. A partir de um vértice v_0 , qualquer, iniciamos nossa trilha. Quando chegamos a um vértice qualquer, ou o estamos visitando pela primeira vez e podemos continuar, ou chegamos a um vértice já visitado, produzindo um ciclo. Como o número de vértices é finito, o lema está provado.

Teorema 2.2.3 (Teorema de Euler). *Um grafo conexo (não necessariamente simples) G é euleriano se e somente se todos os seus vértices tem grau par.*

Demonstração:

Suponhamos que o grafo conexo G seja euleriano. Dessa maneira, por definição existe uma trilha fechada de comprimento m . Cada vez que a trilha passa por um vértice utiliza duas novas arestas, uma para entrar e outra para sair. Logo, o grau de cada vértice deve ser obrigatoriamente par.

Agora, por outro lado, suponhamos que G seja um grafo com todos os vértices de grau par. Vamos usar indução sobre o número de arestas m do grafo para mostrar a existência de uma trilha fechada de comprimento m . Por vacuidade, o teorema é válido quando $m = 0$. Suponhamos que o teorema seja válido para todos os grafos com menos do que m arestas. Sendo G conexo, todos os vértices têm grau maior do que 2, pois os graus são pares. Pelo lema anterior, G contém um ciclo (que é uma trilha fechada). Dentre todas as trilhas fechadas em G escolhemos uma trilha T com comprimento máximo. Se T tem comprimento m , o teorema está provado. Caso contrário, consideramos o grafo H resultante da retirada das arestas de T . Como retiramos um número par de arestas de cada vértice de T , e todos os vértices do grafo tem grau par (pela hipótese), pelo menos uma das componentes de H tem um vértice em comum com T e tem todos os vértices com grau par. Pela hipótese de indução, H tem uma trilha fechada que passa por todos os vértices de H , e podemos formar uma trilha fechada maior concatenando T com a trilha em H . Mas isto contraria a maximalidade na escolha de T . Portanto, um grafo conexo (não necessariamente simples) G é euleriano se e somente se todos os seus vértices tem grau par.

Definição 2.2.30 (Ciclo e Grafo Hamiltoniano). *Um grafo conexo é hamiltoniano se contiver um ciclo que inclua cada um dos seus vértices apenas uma vez. Tal ciclo é chamado de Ciclo Hamiltoniano.*

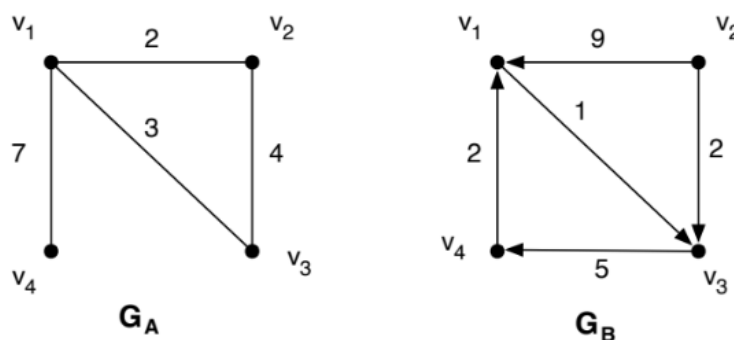
Diferentemente do grafo euleriano, ainda não existe um teorema geral e eficiente que permita determinar se um grafo é ou não hamiltoniano. Essa limitação constitui um dos problemas mais investigados na Teoria dos Grafos, devido à sua ampla aplicabilidade em áreas como comunicação, transporte e planejamento.

Definição 2.2.31 (Grafo valorado). *Um grafo valorado é um grafo (dirigido ou não dirigido) no qual cada uma de suas arestas está associada a um valor numérico chamado peso ou custo da aresta.*

O custo de uma aresta representa algum dado significativo do problema modelado pelo grafo. Este dado pode ser distância, custo monetário, tempo, ou qualquer outro parâmetro relevante que pode ser expresso como um valor numérico. Dependendo do problema, pode-se, inclusive, ter custos negativos.

Os grafos G_A e G_B na Figura 17 são exemplos de grafos valorados.

Figura 17 - Exemplos de grafos valorados



Fonte: Gomes (2022, p. 119)

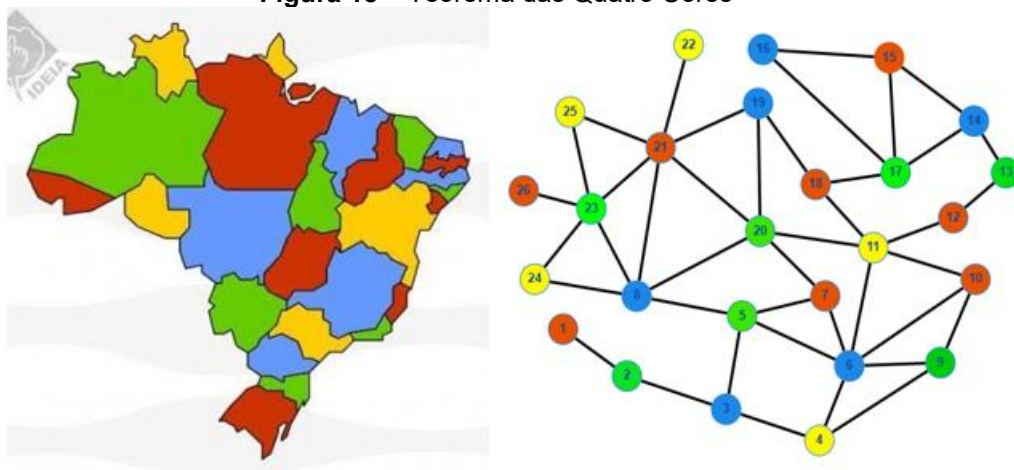
2.3 TEOREMA DAS QUATRO CORES

O Problema das Quatro Cores consiste em determinar o número mínimo de tonalidades necessárias para colorir um mapa, real ou imaginário, de modo que regiões que compartilham fronteiras recebam cores diferentes. Por exemplo, na Figura 18 temos uma ilustração desse problema com o mapa do Brasil e sua representação por meio de um grafo, no qual cada vértice representa um estado e cada aresta representa a existência de fronteira entre eles.

A origem desse instigante problema, de acordo com Sousa (2001), remonta a 1852, quando Francis Guthrie (1831-1899), advogado, botânico e matemático, tentou colorir o mapa da Inglaterra seguindo essa regra. Ele concluiu que não apenas aquele mapa, mas qualquer outro, poderia ser colorido utilizando apenas quatro cores. Fran-

cis apresentou a ideia ao irmão, Frederick Guthrie, aluno de Augustus De Morgan². Ainda em 1852, Frederick expôs o problema a seu professor, que demonstrou grande interesse e imediatamente enviou uma carta ao renomado matemático Sir William Rowan Hamilton relatando a questão. No entanto, Hamilton não deu prosseguimento ao assunto.

Figura 18 – Teorema das Quatro Cores



Fonte: Autor

De Morgan foi um dos principais responsáveis por divulgar o problema na comunidade científica, mas, apesar disso, por muitos anos ele não recebeu atenção prioritária dos pesquisadores. Em 1878, Arthur Cayley (1821-1895), advogado e matemático, voltou-se ao tema e publicou considerações relevantes sobre a conjectura. Seu aluno, Alfred Bray Kempe, apresentou em 1879 uma demonstração da proposta formulada por Francis Guthrie. Essa demonstração foi amplamente analisada por matemáticos de destaque, que sugeriram modificações e melhorias.

Contudo, em 1890, Percy John Heawood identificou uma falha no trabalho de Kempe e demonstrou que um mapa poderia ser colorido com, pelo menos, cinco cores, estabelecendo o Teorema das Cinco Cores. Heawood e diversos pesquisadores continuaram contribuindo significativamente para o estudo desse clássico desafio matemático.

² Augustus De Morgan (1806–1871) foi um matemático e lógico britânico nascido na Índia. Destacou-se por suas contribuições à Lógica Matemática, especialmente pelas Leis de De Morgan, além de estudos sobre indução matemática, álgebra simbólica e números complexos. Também foi professor da Universidade de Londres e primeiro presidente da London Mathematical Society.

Finalmente, conforme aponta Sousa (2001), em 1976, com o auxílio de um computador IBM 360, em Urbana (Illinois), Kenneth Appel e Wolfgang Haken apresentaram a primeira demonstração completa do Teorema das Quatro Cores.

Quando a notícia do feito se espalhou pelos vários departamentos de matemática, houve um enorme entusiasmo, muitos professores interromperam as aulas para comemorar. Mas a euforia esfriou em muitos deles quando souberam que essa demonstração incluía mais de mil horas do uso de computadores de alta velocidade. A prova era demasiado longa para ser verificada à mão e havia sempre a possibilidade de os computadores terem cometido algum erro de difícil detecção. Hoje em dia a validade da demonstração é aceite na generalidade da comunidade matemática, mas continua a ser polémica. Está em causa o reconhecer uma argumentação baseada numa enorme quantidade de cálculos por computador, impossíveis de ser verificados detalhadamente por um ser humano durante toda a sua vida. (Sousa, 2001, p. 134)

Percebe-se que a tecnologia desempenha um papel fundamental no avanço das descobertas científicas. Isso pode ser observado na demonstração do Teorema das Quatro Cores, realizada em 1976 por Kenneth Appel e Wolfgang Haken, considerada um marco histórico por utilizar um computador para auxiliar na prova matemática. Tal fato evidenciou novas possibilidades para a Matemática, ao mostrar que problemas extremamente complexos podem ser resolvidos com o auxílio computacional.

2.4 ALGORITMO DE DIJKSTRA

Nesta seção, apresenta-se um importante algoritmo de otimização em grafos, chamado de algoritmo de Dijkstra. Ressalta-se que a abordagem adotada se concentra na execução do algoritmo, não contemplando a sua implementação em linguagem de programação, uma vez que tal enfoque foge aos objetivos deste trabalho. Os conceitos aqui apresentados estão fundamentados em Jurkiewicz (2007) e Boaventura e Jurkiewicz (2009).

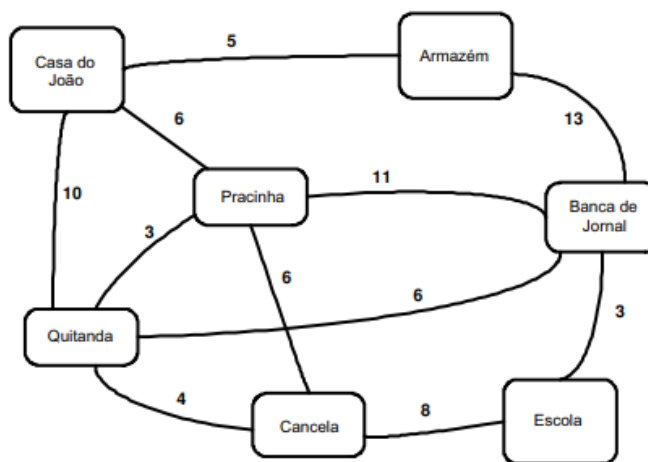
Na Teoria dos Grafos, um dos problemas mais relevantes consiste na determinação do caminho mínimo entre dois vértices em um grafo ponderado. Esse problema possui ampla aplicabilidade em situações do cotidiano, especialmente na área de logística. Por exemplo, em uma grande empresa que realiza entregas, a identificação de rotas de menor custo contribui significativamente para a otimização do tempo de deslocamento e para a redução dos custos operacionais.

Dentre os algoritmos da Teoria dos Grafos capazes de resolver o problema do caminho mínimo, o algoritmo de Dijkstra, desenvolvido em 1956 por Edsger Wybe

Dijkstra (1930–2002), destaca-se em relação aos demais. Como um exemplo da execução desse algoritmo, será apresentado a seguir um problema de caminho mínimo apresentado em Jurkiewicz (2007) e a sua solução por meio do algoritmo de Dijkstra.

Problema: A Figura 19 representa o bairro de João, no qual os locais são representados por vértices e as ruas por arestas. Qual a rota que João deve seguir partindo de sua casa até a escola de modo a percorrer a menor distância possível?

Figura 19 - Representação do bairro por meio de grafo



Fonte: Jurkiewicz (2007, p.34)

Solução: Note que nesse problema, o comprimento da aresta não está, necessariamente, relacionado ao valor a ela atribuído. Contudo, tal aspecto não interfere no objetivo principal da situação-problema, que consiste em determinar o menor caminho entre o vértice que representa a casa de João e o vértice que representa a escola.

De modo geral, a solução desse tipo de problema pelo algoritmo de Dijkstra faz uso de um quadro auxiliar contendo $n + 1$ linhas e $n + 1$ colunas, onde n representa o número de vértices do grafo. Como neste exemplo o grafo possui 7 vértices, o quadro deve ter 8 linhas para representar as interações e 8 colunas para representação dos vértices, conforme Quadro 1, os quais serão representados por letras, da seguinte maneira: Casa de João (J), Armazém (A), Pracinha (P), Quitanda (Q), Banca de Jornal (B), Cancela (C) e Escola (E).

Quadro 1 - Problema do menor caminho

	J	A	P	Q	B	C	E
1°							
2°							
3°							
4°							
5°							
6°							
7°							

Fonte: Autor

Quadro 2 - Problema do menor caminho

	J	A	P	Q	B	C	E
1°	(0,J)	(5,J)	(6,J)	(10,J)	∞	∞	∞
2°	(0,J)						
3°	(0,J)						
4°	(0,J)						
5°	(0,J)						
6°	(0,J)						
7°	(0,J)						

Fonte: Autor

O ponto de partida é a casa de João (J). Será utilizado a notação (d, V) , onde d representa a distância do ponto de partida aos vértices adjacentes, que representaremos por V . Para vértices não adjacentes, utilizaremos o símbolo ∞ , para não atrapalhar o algoritmo. Considera-se distância 0 na casa de João, ou seja, representaremos por $(0, J)$, conforme ilustra a Quadro 2.

No Quadro 2, a casa de João está fixada porque não há como minimizar a distância, dessa forma toda coluna foi preenchida. Note que no Armazém foi preenchido com $(5, J)$. Isto significa que para chegar ao armazém, João percorrerá a distância de 5 vindo do vértice J. O mesmo foi feito para os vértices P e Q. O vértice J não é adjacente aos vértices B, C e E, por isso essas colunas foram preenchidas com o símbolo infinito.

Agora, deve-se observar, entre os pontos em aberto na tabela (A,P e Q), qual tem custo mínimo e fixá-lo na coluna correspondente. Entre os abertos, o que possui distância mínima é o Armazém com 5. Não há como melhorar essa distância partindo do vértice J, então pode-se fixar na próxima linha e preencher toda coluna do vértice A. A partir do vértice A, só é possível atingir o vértice B (não faz sentido voltar ao vértice J) com um custo de $5 + 13 = 18$ que é menor que infinito, logo, conforme Quadro 3, temos:

Quadro 3 - Problema do menor caminho

	J	A	P	Q	B	C	E
1°	(0,J)	(5,J)	(6,J)	(10,J)	∞	∞	∞
2°	(0,J)	(5,J)	(6,J)	(10,J)	(18,A)	∞	∞
3°	(0,J)	(5,J)					
4°	(0,J)	(5,J)					
5°	(0,J)	(5,J)					
6°	(0,J)	(5,J)					
7°	(0,J)	(5,J)					

Fonte: Autor

Entre os vértices em aberto, o que possui custo mínimo é o P, então, na próxima linha, tal vértice é fixado e sua coluna é preenchida, conforme Quadro 4:

Quadro 4 - Problema do menor caminho

	J	A	P	Q	B	C	E
1°	(0,J)	(5,J)	(6,J)	(10,J)	∞	∞	∞
2°	(0,J)	(5,J)	(6,J)	(10,J)	(18,A)	∞	∞
3°	(0,J)	(5,J)	(6,J)				
4°	(0,J)	(5,J)	(6,J)				
5°	(0,J)	(5,J)	(6,J)				
6°	(0,J)	(5,J)	(6,J)				
7°	(0,J)	(5,J)	(6,J)				

Fonte: Autor

A partir de P pode-se atingir B, C e Q. É possível atingir B com um custo de $6 + 11 = 17$ que é menor que 18, então procede-se com essa substituição no Quadro, porque a ideia é sempre procurar o menor caminho. É possível atingir C com um valor de $6 + 6 = 12$ que é menor que infinito. E por fim, é possível atingir Q com um custo de $6 + 3 = 9 < 10$, logo também deve-se fazer essa substituição no Quadro. Veja como fica no Quadro 5:

Quadro 5 - Problema do menor caminho

	J	A	P	Q	B	C	E
1°	(0, J)	(5, J)	(6, J)	(10, J)	∞	∞	∞
2°	(0, J)	(5, J)	(6, J)	(10, J)	(18, A)	∞	∞
3°	(0, J)	(5, J)	(6, J)	(9, P)	(17, P)	(12, P)	∞
4°	(0, J)	(5, J)	(6, J)				
5°	(0, J)	(5, J)	(6, J)				
6°	(0, J)	(5, J)	(6, J)				
7°	(0, J)	(5, J)	(6, J)				

Fonte: Autor

Na próxima linha, fixa-se o vértice Q, pois é o que possui menor custo em aberto, conforme Quadro 6.

Quadro 6 - Problema do menor caminho

	J	A	P	Q	B	C	E
1°	(0, J)	(5, J)	(6, J)	(10, J)	∞	∞	∞
2°	(0, J)	(5, J)	(6, J)	(10, J)	(18, A)	∞	∞
3°	(0, J)	(5, J)	(6, J)	(9, P)	(17, P)	(12, P)	∞
4°	(0, J)	(5, J)	(6, J)	(9, P)			
5°	(0, J)	(5, J)	(6, J)	(9, P)			
6°	(0, J)	(5, J)	(6, J)	(9, P)			
7°	(0, J)	(5, J)	(6, J)	(9, P)			

Fonte: Autor

A partir de Q pode-se atingir B e C com distâncias, respectivamente, de $9 + 6 = 15$ e $9 + 4 = 13$. Como $15 < 17$ deve-se fazer essa substituição na coluna de B e na coluna C permanece, pois $13 > 12$, conforme Quadro 7.

Quadro 7 - Problema do menor caminho

	J	A	P	Q	B	C	E
1°	(0, J)	(5, J)	(6, J)	(10, J)	∞	∞	∞
2°	(0, J)	(5, J)	(6, J)	(10, J)	(18, A)	∞	∞
3°	(0, J)	(5, J)	(6, J)	(9, P)	(17, P)	(12, P)	∞
4°	(0, J)	(5, J)	(6, J)	(9, P)	(15, Q)	(12, P)	∞
5°	(0, J)	(5, J)	(6, J)	(9, P)			
6°	(0, J)	(5, J)	(6, J)	(9, P)			
7°	(0, J)	(5, J)	(6, J)	(9, P)			

Fonte: Autor

Fixa-se C, pois é o menor em aberto, como ilustra o Quadro 8.

Quadro 8 - Problema do menor caminho

	J	A	P	Q	B	C	E
1°	(0, J)	(5, J)	(6, J)	(10, J)	∞	∞	∞
2°	(0, J)	(5, J)	(6, J)	(10, J)	(18, A)	∞	∞
3°	(0, J)	(5, J)	(6, J)	(9, P)	(17, P)	(12, P)	∞
4°	(0, J)	(5, J)	(6, J)	(9, P)	(15, Q)	(12, P)	∞
5°	(0, J)	(5, J)	(6, J)	(9, P)		(12, P)	
6°	(0, J)	(5, J)	(6, J)	(9, P)		(12, P)	
7°	(0, J)	(5, J)	(6, J)	(9, P)		(12, P)	

Fonte: Autor

A partir de C é possível atingir E com distância de $12 + 8 = 20 < \infty$. Como não é possível atingir B, apenas repete-se (15, Q), conforme o Quadro 9.

Quadro 9 - Problema do menor caminho

	J	A	P	Q	B	C	E
1°	(0, J)	(5, J)	(6, J)	(10, J)	∞	∞	∞
2°	(0, J)	(5, J)	(6, J)	(10, J)	(18, A)	∞	∞
3°	(0, J)	(5, J)	(6, J)	(9, P)	(17, P)	(12, P)	∞
4°	(0, J)	(5, J)	(6, J)	(9, P)	(15, Q)	(12, P)	∞
5°	(0, J)	(5, J)	(6, J)	(9, P)	(15, Q)	(12, P)	(20, C)
6°	(0, J)	(5, J)	(6, J)	(9, P)		(12, P)	
7°	(0, J)	(5, J)	(6, J)	(9, P)		(12, P)	

Fonte: Autor

A partir do vértice B, atinge-se E com valor de $15 + 3 = 18 < 20$.

Quadro 10 - Problema do menor caminho

	J	A	P	Q	B	C	E
1°	(0, J)	(5, J)	(6, J)	(10, J)	∞	∞	∞
2°	(0, J)	(5, J)	(6, J)	(10, J)	(18, A)	∞	∞
3°	(0, J)	(5, J)	(6, J)	(9, P)	(17, P)	(12, P)	∞
4°	(0, J)	(5, J)	(6, J)	(9, P)	(15, Q)	(12, P)	∞
5°	(0, J)	(5, J)	(6, J)	(9, P)	(15, Q)	(12, P)	(20, C)
6°	(0, J)	(5, J)	(6, J)	(9, P)	(15, Q)	(12, P)	(18, B)
7°	(0, J)	(5, J)	(6, J)	(9, P)	(15, Q)	(12, P)	

Fonte: Autor

Quadro 11 - Problema do menor caminho

	J	A	P	Q	B	C	E
1°	(0, J)	(5, J)	(6, J)	(10, J)	∞	∞	∞
2°	(0, J)	(5, J)	(6, J)	(10, J)	(18, A)	∞	∞
3°	(0, J)	(5, J)	(6, J)	(9, P)	(17, P)	(12, P)	∞
4°	(0, J)	(5, J)	(6, J)	(9, P)	(15, Q)	(12, P)	∞
5°	(0, J)	(5, J)	(6, J)	(9, P)	(15, Q)	(12, P)	(20, C)
6°	(0, J)	(5, J)	(6, J)	(9, P)	(15, Q)	(12, P)	(18, B)
7°	(0, J)	(5, J)	(6, J)	(9, P)	(15, Q)	(12, P)	(18, B)

Fonte: Autor

Por fim, como ilustra o Quadro 11, basta fixar a coluna E. Portanto, por meio do algoritmo de Dijkstra, foi possível determinar a menor distância do vértice J (Casa de João) ao vértice E (Escola). Além disso, tem-se a menor distância da casa de João (J) a qualquer outro vértice.

Na última linha tem-se a solução. A leitura do par ordenado $(18, B)$, na última célula da coluna E, deve ser feita da seguinte forma: é possível atingir o vértice E com distância 18 vindo do vértice B. Em seguida, analisa-se a última célula da coluna B, $(15, Q)$, onde nota-se que é possível atingir o vértice B com distância de 15 vindo de Q. Na coluna Q, é possível notar que o vértice Q pode ser atingido com distância de 9 vindo de P. Por fim, na última célula da coluna P, nota-se que é possível atingir o vértice P com distância 6 vindo de J. Portanto o menor caminho do vértice J ao vértice E no grafo inicial dado é Casa de João, passando pela Pracinha, em seguida Quitanda, Banca de Jornal e, por fim, a Escola, percorrendo uma distância de 18.

Com a tabela, é possível listar o menor caminho a partir do vértice J para qualquer outro vértice de forma eficiente.

- J ao E: $J \rightarrow P \rightarrow Q \rightarrow B \rightarrow E$ com distância 18
- J ao C: $J \rightarrow P \rightarrow C$ com distância 12
- J ao B: $J \rightarrow P \rightarrow Q \rightarrow B$ com distância 15
- J ao Q: $J \rightarrow P \rightarrow Q$ com distância 9
- J ao P: $J \rightarrow P$ com distância 6
- J ao A: $J \rightarrow A$ com distância 5

A solução apresentada para o problema ilustra a potencialidade da Teoria dos Grafos para a solução de problemas reais utilizando-se apenas, além da própria teoria, conceitos e operações da matemática básica.

2.5 SEQUÊNCIA DIDÁTICA

Nesta seção apresentamos o produto educacional desenvolvido nesta pesquisa. A escolha da sequência didática como recurso metodológico para a apresentação da Teoria dos Grafos aos estudantes do ensino médio técnico em Logística deu-se por se tratar de uma ferramenta que organiza o conteúdo de forma progressiva, na qual o professor assume o papel de mediador, favorecendo a organização do ensino e a construção da aprendizagem dos estudantes por meio de situações-problema que dialogam com o cotidiano.

Segundo Zabala (1998, p. 18), uma sequência didática consiste em um conjunto de atividades organizadas e articuladas para alcançar objetivos educacionais definidos. Com base nessa concepção, a sequência didática foi estruturada em quatro atividades contextualizadas na área da Logística, abordando desde os conceitos introdutórios da Teoria dos Grafos até noções do Algoritmo de Dijkstra, de forma progressiva e visando à consolidação gradual dos conhecimentos.

Zabala (1998, p. 209) complementa ainda que “toda unidade de intervenção deveria partir de uma situação próxima à realidade do aluno, que seja interessante para ele e lhe proponha questões às quais precisa dar resposta.” A proposta desse trabalho de usar a Teoria dos Grafos para resolver problemas no contexto da Logística dialoga bem com essa orientação do autor, uma vez que os problemas que serão selecionados para a sequência didática fazem parte do campo de estudo dos alunos.

Uma sequência didática, de acordo com Zabala (1998), pode ser organizada por meio de etapas da seguinte maneira:

- 1. Apresentação.** O professor ou a professora deve apresentar uma situação problemática;
- 2. Busca de soluções.** O professor ou a professora pede aos estudantes que exponham diferentes formas de resolver o problema ou a situação;
- 3. Exposição.** Nesta etapa são apresentados os conceitos e algoritmos envolvidos.
- 4. Generalização.** Busca-se fazer a generalização para casos mais gerais.
- 5. Aplicação.** Os alunos, individualmente, aplicam o modelo a diversas situações;
- 6. Exercitação.** Os alunos realizam exercícios do uso do algoritmo;
- 7. Prova ou exame.** Em classe, todos os alunos respondem às perguntas e fazem os exercícios do exame durante uma hora.
- 8. Avaliação.** Procede-se com a avaliação da aprendizagem dos alunos e da própria sequência didática.

Vale ressaltar que o modelo apresentado pelo autor não se trata do único existente, nem que esse seja rígido sem possibilidade de adequação a cada situação didática. Entretanto, destaca-se como aquele que mais se aproxima da proposta didática desenvolvida nesta pesquisa, especialmente no que se refere à organização progressiva das atividades e à intencionalidade pedagógica que orienta sua estruturação.

3 METODOLOGIA

Nesta seção, são apresentados os métodos utilizados para a realização desta pesquisa.

3.1 CLASSIFICAÇÃO DA PESQUISA

Esta pesquisa assume abordagem qualitativa, pois busca compreender quais são as contribuições da introdução da Teoria dos Grafos, por meio da elaboração e aplicação de uma sequência didática, na aprendizagem dos alunos do curso técnico de logística integrado ao ensino médio. Sobre este tipo de estudo, Gil (2008) enfatiza que a análise qualitativa não segue receitas prontas, ficando dependente, portanto, das interpretações, escolhas e do estilo do pesquisador. Assim, ao observar as interações, produções, estratégias de resolução de problemas, dificuldades e facilidades ao longo da aplicação da sequência didática, o pesquisador poderá concluir quais as contribuições da Teoria dos Grafos na aprendizagem dos estudantes.

Em relação aos procedimentos utilizados para sua realização, situa-se esta investigação como uma pesquisa bibliográfica. De acordo com Gil (2008, p. 44), “a pesquisa bibliográfica é desenvolvida com base em material já elaborado, constituído principalmente de livros e artigos científicos”. Gil (2008) complementa que a pesquisa bibliográfica é indispensável nos estudos em que se pretende obter informações prévias sobre o problema a ser investigado.

Além da pesquisa bibliográfica, esta investigação também se caracteriza como um estudo de campo. Por sua vez, a pesquisa de campo consiste naquela em que se busca conhecimento acerca de um problema, sendo realizada no local de origem do fenômeno, utilizando-se dados primários e na qual o pesquisador está em contato direto com os sujeitos ou objetos de estudo (Prodanov; Freitas, 2013). Diante disso, esta pesquisa caracteriza-se como um estudo de campo, uma vez que a coleta de dados ocorreu diretamente no contexto da investigação, por meio de observações realizadas durante a aplicação da sequência didática e da aplicação de um questionário aos participantes.

A Teoria dos Grafos, como mencionado, é um tema que não integra o currículo da educação básica e, por esse motivo, é pouco conhecida por alunos e professores

da Educação Básica, assim como as estratégias adequadas para o seu ensino. Nesse sentido, em relação aos objetivos, esta pesquisa teve caráter exploratório. Sobre esse tipo de pesquisa, Gil (2002, p. 41) destaca que “são desenvolvidas com o objetivo de proporcionar visão geral, de tipo aproximativo, acerca de determinado fato” e que “têm como objetivo proporcionar maior familiaridade com o problema, com vistas a torná-lo mais explícito ou a constituir hipóteses”.

3.2 SUJEITOS DA PESQUISA

Esta pesquisa foi desenvolvida em uma Escola Técnica Estadual localizada no município de Cabrobó–PE. A escola foi fundada em 2022, ofertando os cursos de Agronegócio e Logística integrados ao ensino médio. A escolha pela oferta desses cursos na referida unidade escolar deu-se em razão da demanda de mão de obra regional, por se tratar de uma região onde a agricultura desempenha grande potencial econômico (Agronegócio) e, considerando-se o processo de escoamento desses e outros produtos para regiões metropolitanas, tem-se a opção pela escolha do curso de Logística.

Apesar da importância do curso de Logística, a maior parte dos alunos que se interessam em ingressar na instituição de ensino opta pelo curso de Agronegócio. Informações referentes ao processo seletivo de 2025 são apresentadas no Quadro 12.

Quadro 12 - Processo seletivo para ingresso em 2025 na ETE Cabrobó

	Agronegócio	Logística	Total
Vagas ofertadas	90	90	180
Candidatos inscritos	120	74	194

Fonte: Elaborado pelo Autor.

Considerando as aplicações da Teoria dos Grafos na área de Logística e visando atribuir maior significado à matemática estudada na Educação Básica, optou-se por desenvolver esta pesquisa com os alunos do 3º ano B do curso técnico em Logística. A turma possui 28 estudantes entre 16 e 18 anos de idade. Além disso, o pesquisador deste trabalho é professor efetivo da rede estadual de Pernambuco e está lotado na escola desde junho de 2023, sendo outro motivo para que a pesquisa fosse desenvolvida nesta instituição de ensino.

De acordo com o Currículo da Educação Profissional de Pernambuco (Pernambuco, 2021, p. 2039), o componente curricular Modais de Transporte aborda “a elaboração e a otimização de rotas (roteirização)” como parte essencial da formação técnica em Logística, apresentando, portanto, forte relação com a Teoria dos Grafos. Esse componente, conforme o referido currículo, deve ser ministrado às turmas do 3º ano, fato que também contribuiu para a escolha dessa turma como público participante da pesquisa.

3.3 COLETA E ANÁLISE DE DADOS

A coleta dos dados ocorreu durante as nove aulas destinadas à aplicação da sequência didática, por meio da observação do professor e do registro em diário de bordo. Além disso, ao final da aplicação da sequência didática, foram aplicados um exercício de verificação de aprendizagem com três itens e um questionário com 15 perguntas objetivas e uma questão subjetiva, a fim de contribuir com o processo de coleta de informações. O objetivo do questionário foi receber um feedback dos alunos sobre a aplicação da sequência didática.

As atividades que compõem a sequência didática também foram consideradas como instrumentos de coleta de dados, servindo de apoio à análise dos resultados obtidos. Essa importante parte da pesquisa foi realizada no mês de março de 2026. A fim de obter informações sobre como a Teoria dos Grafos vem sendo abordada em sala de aula, realizou-se uma pesquisa bibliográfica no acervo eletrônico do PROFMAT, contemplando trabalhos relacionados a essa temática. Para a consulta, utilizou-se a palavra-chave “grafos” no campo de busca “Título de Dissertação”.

Os resultados obtidos foram sistematizados e apresentados na Seção 4. As buscas ocorreram no período de 5 a 30 de março de 2026. Considerando que a implantação do programa se deu em 2011 e que as primeiras dissertações foram defendidas a partir de 2013, os trabalhos selecionados neste levantamento correspondem às produções publicadas no acervo entre os anos de 2014 e 2025, uma vez que, no ano de 2013, não foi identificado nenhum trabalho relacionado à Teoria dos Grafos. Definiu-se como critério de inclusão do trabalho no estudo a efetiva realização de atividades em sala de aula.

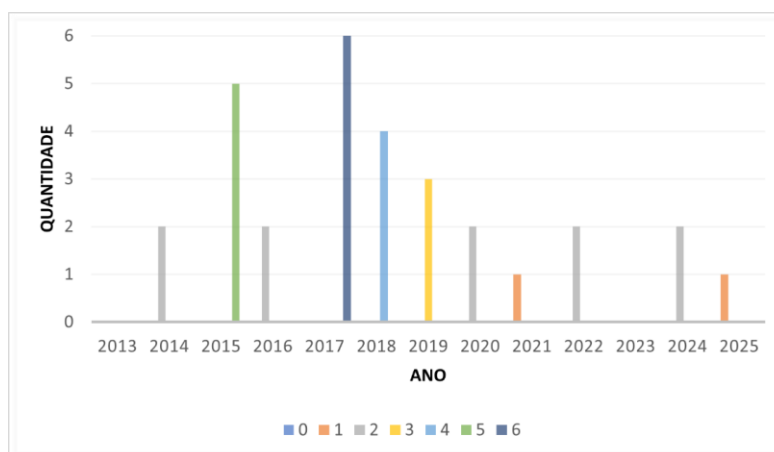
4 RESULTADOS

Nesta seção, serão apresentados os resultados da pesquisa. Inicialmente, aborda-se o levantamento dos trabalhos de estudantes egressos do PROFMAT sobre Teoria dos Grafos. Em seguida, discorre-se sobre a aplicação da sequência didática, evidenciando cada situação-problema proposta e, por fim, os resultados da aplicação de um exercício e do questionário.

4.1 RESULTADOS DO LEVANTAMENTO BIBLIOGRÁFICO

No levantamento realizado sobre as dissertações relacionadas ao tema grafos, foram identificados 110 trabalhos, dos quais 30 apresentaram aplicação em contexto de sala de aula e, portanto, foram selecionados para o estudo. A análise dessas dissertações indicou que o tema grafos vêm sendo abordado desde as primeiras turmas do mestrado, conforme ilustrado no Gráfico 1.

Gráfico 1 - Quantidade por ano de estudos selecionados



Fonte: Elaborado pelo autor

Uma análise realizada nos títulos das dissertações, elencados no Quadro 13, apontam uma diversidade de níveis da educação básica, enfoques de conteúdos e objetivos pedagógicos na utilização da teoria dos grafos na educação básica. Além disso, em relação as estratégias didáticas, observa-se uma ênfase na modelagem, resolução de problemas e aplicações, tendo como instrumentos a realização de aulas, experiências ou sequências didáticas.

Quadro 13 – Dissertações do PROFMAT sobre Teoria dos Grafos com aplicação em sala de aula

Título		Autor
1	Atividades de Modelagem Matemática Envolvendo a Teoria dos Grafos no Ensino Médio (2014)	Andréia Araújo de Farias
2	Possibilidades em Grafos Hamiltonianos (2014)	Michel Guerra de Souza
3	Resolução de Problemas via Teoria de Grafos (2015)	Renato Ferreira de Souza
4	Grafos no Ensino Básico (2015)	Marcelo Alves Souza
5	Grafos: Uma Experiência no Ensino Médio (2015)	Alessandro de Araujo Gomes
6	Introdução à Teoria dos Grafos: Proposta para o Ensino Médio (2015)	Daniel Klug Nogueira
7	Grafos: Uma Experiência no Ensino Fundamental (2015)	Alan Marcelo Oliveira da Silva
8	Caminhos em Grafos: Uma Experiência no Ensino Médio (2016)	Victor Leite Alves
9	Coloração em Grafos: Uma Experiência no Ensino Médio (2016)	Odilon Magno da Silva Júnior
10	Grafos e Problemas de Caminhos	Dárcio Costa Nogueira Júnior
11	O Ensino de Matrizes Utilizando Teoria dos Grafos	Suelma Luiza Alves de Souza
12	Coloração em Grafos: Uma Experiência no Ensino Fundamental (2017)	Fábio da Rocha Costa
13	Grafos Eulerianos na Educação Básica (2017)	Bruno Nogueira Cardoso
14	Resolução de Problemas via Teoria de Grafos: Uma Possibilidade de Tornar a Matemática mais Atraente na Educação básica (2017)	Danila de Fátima Chagas Assis
15	A Teoria dos Grafos e sua Abordagem na Sala de Aula com Recursos Educacionais Digitais (2017)	Flavia Fernanda Favaro
16	Coloração de Grafos no Ensino Fundamental (2018)	Vinícius Trevezani Pereira Leal
17	Grafos e Emparelhamentos em Grafos (2018)	Thiago Silveira da Fonseca

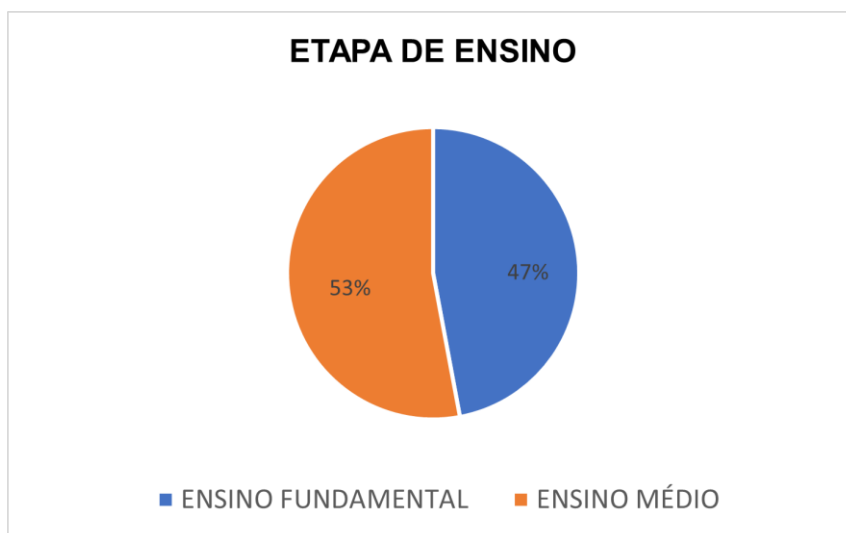
18	Uma Abordagem Sobre a teoria dos grafos no ensino médio (2018)	Antonio Valdemir Pereira Junior
19	Caminhos em Grafos: Uma Experiência no Ensino Fundamental	Osni Novaes da Silva Júnior
20	Introdução à Teoria dos Grafos e o Problema da Coloração (2019)	Ananda Kainne Oliveira Domenegueti Xavier
21	Grafos: Uma Proposta Aplicada ao Cotidiano de Alunos do Ensino Fundamental (2019)	Carolina Ribeiro Pereira
22	Grafos: Uma Experiência em Turmas Militares dos Ensinos Médio e Fundamental (2019)	Rodrigo Cesario de Aquino
23	Atividades de Modelagem Matemática: O Uso da Teoria dos Grafos no Ensino Fundamental (2020)	Guilherme da Silva Oliveira
24	Grafos: Uma Abordagem Através de Questões da OBMEP e do Canguru de Matemática (2020)	Luis Antonio de Souza da Silva
25	Grafos e Suas Aplicações no Ensino da Matemática (2021)	Carolina Pereira Vaz Mesquita
26	Uma abordagem da Teoria dos Grafos nos anos finais do ensino fundamental através de questões olímpicas (2022)	Igor Correia de Souza Costa
27	Mentalidades Matemáticas: uma proposta de atividade envolvendo grafos (2022)	Roberto Pereira Azevedo
28	Exploração de Grafos na Educação Básica (2024)	Wellington Vieira
29	Grafos no Ensino Básico: da compreensão de tecnologias contemporâneas ao desenvolvimento socioemocional (2024)	Lucivaldo Jose de Andrade Pereira
30	Introdução a Teoria dos Grafos: Uma Proposta de Sequência Didática Lúdica para o Ensino Fundamental Anos Finais (2025)	Alisson de Amorim Ferreira

Fonte: Elaborado pelo autor

Nota-se que muitos trabalhos explicitam no seu título o público-alvo, se Ensino Fundamental ou Ensino Médio, demonstrando uma preocupação em adequar o conteúdo às especificidades de cada etapa da Educação Básica. Ademais, a presença de expressões como “experiência”, “proposta”, “ensino” e “atividades” sugere que os estudos não se restringem ao campo teórico, mas buscam o desenvolvimento de estratégias que contribuam para a prática pedagógica em sala de aula, conforme confirmado ao longo deste estudo.

Embora a quantidade de trabalhos selecionados apresente uma distribuição equilibrada entre as etapas do Ensino Fundamental e do Ensino Médio, observa-se uma leve predominância de aplicações no Ensino Médio, conforme ilustra o Gráfico 2.

Gráfico 2 - Etapa de ensino dos trabalhos selecionados



Fonte: Elaborado pelo autor

Para organização da análise dos trabalhos selecionados, considerou-se as seguintes categorias: (1) conteúdos de grafos abordados em sala de aula, (2) forma de desenvolvimento dos trabalhos em sala de aula e (3) resultados para os processos de ensino e aprendizagem.

Em relação a categoria (1), conteúdos de grafos abordados nos trabalhos analisados, observou-se que foram abordadas noções básicas, tais como grau do vértice, número de arestas, grafos eulerianos e semi-eulerianos, grafos hamiltonianos, coloração de mapas, algoritmo de Dijkstra, planaridade, grafos conexos e desconexos, bem como matriz de adjacência (Ferreira, 2025; Domenegueti, 2019; Souza, 2014). Além disso, verificou-se que os conteúdos matemáticos mais frequentemente trabalhados foram raciocínio lógico, matrizes e análise combinatória (Favaro, 2017; Silva, 2015)

Quanto a categoria (2), forma como os trabalhos vêm sendo desenvolvidos em sala de aula, identificou-se que as estratégias didáticas variam desde a utilização de sequências didáticas e da resolução de problemas contextualizados envolvendo grafos (Oliveira, 2020; Pereira 2019; Ferreira 2025) até a integração destes com outros conteúdos matemáticos, mesmo que de forma implícita, como matrizes e

análise combinatória, bem como a aplicação em situações de modelagem matemática (Alves, 2016; Aquino 2019).

Por fim, em relação aos resultados para os processos de ensino e aprendizagem, categoria (3), observou-se que a abordagem da Teoria dos Grafos constitui uma importante aliada no desenvolvimento do raciocínio lógico, uma vez que possibilita a modelagem de situações reais (Mesquita, 2021; Silva, 2020; Silva, 2018); maior engajamento e interesse dos estudantes nas aulas de matemática (Pereira 2018; Silva 2016); promoção de uma aprendizagem significativa, decorrente da articulação entre os conceitos de grafos e situações do cotidiano (Favaro, 2017; Pereira, 2019) ; e maior inclusão e participação de alunos com dificuldades, à medida que passam a compreender melhor os conteúdos abordados (Silva, 2020; Assis, 2017).

Portanto, a análise desses resultados sinaliza que a Teoria dos Grafos se mostra uma ferramenta relevante para a aprendizagem dos estudantes, uma vez que não se limita à resolução de problemas estritamente matemáticos, mas também contribui para a compreensão de outras áreas do conhecimento e de situações do cotidiano. Com efeito, sabe-se que professores de matemática frequentemente enfrentam desafios em sala de aula, especialmente diante da falta de interesse dos estudantes pela disciplina, muitas vezes associada à dificuldade em perceber a aplicação prática dos conteúdos. Nesse contexto, pesquisas voltadas ao aprimoramento da abordagem da Teoria dos Grafos em sala de aula revelam-se pertinentes e necessárias.

4.2 RESULTADOS DA APLICAÇÃO DA SEQUÊNCIA DIDÁTICA

A sequência didática elaborada está disponibilizada em ambiente virtual e pode ser consultada por meio do endereço eletrônico <https://sequencia-didatica.netlify.app>. O site reúne, de forma organizada em abas, os conceitos introdutórios da Teoria dos Grafos, a sequência didática desenvolvida e as atividades propostas, possibilitando o acesso aos materiais que compõem o produto educacional. Os resultados e análises da sequência didática, formulada em torno das 4 atividades elaboradas a partir de problemas do contexto de logística, serão apresentados a seguir.

4.2.1 Atividade 1: Conectando depósitos

Esta atividade foi adaptada de um problema presente em Nascimento (2025). O objetivo da atividade foi identificar o modelo de um grafo a partir de um problema típico da área de Logística.

Situação-problema: *Em uma grande empresa, os caminhões podem realizar entregas entre os depósitos para garantir o suprimento de materiais nas localidades onde estão situados. Essas entregas podem ocorrer por meio de rotas diretas ou por cadeias de rotas interligadas. As conexões conhecidas na rede de transporte são as seguintes:*

- Depósito **A** ↔ Depósito **B**
- Depósito **C** ↔ Depósito **D**
- Depósito **A** ↔ Depósito **C**
- Depósito **C** ↔ Depósito **B**
- Depósito **B** ↔ Depósito **D**
- Depósito **E** ↔ Depósito **F**
- Depósito **F** ↔ Depósito **G**
- Depósito **G** ↔ Depósito **H**
- Depósito **H** ↔ Depósito **I**
- Depósito **I** ↔ Depósito **E**

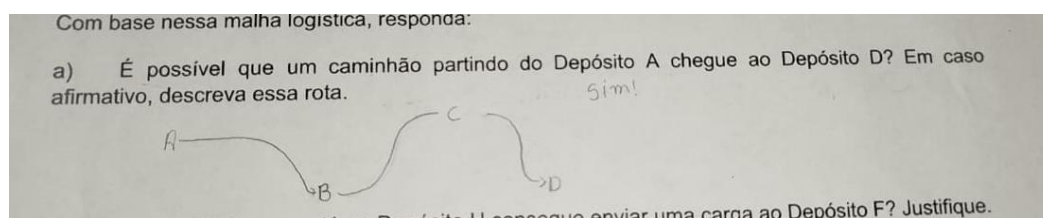
*Note que um caminhão que parte do depósito **A**, pode seguir diretamente para o depósito **B** ou **C** e vice-versa.*

Com base nessa malha logística, responda:

- a. *É possível que um caminhão partindo do Depósito **A** chegue ao Depósito **D**? Em caso afirmativo, descreva essa rota.*
- b. *Um caminhão que está no Depósito **H** consegue enviar uma carga ao Depósito **F**? Justifique.*
- c. *O Depósito **A** consegue entregar uma carga ao Depósito **I**? Justifique.*
- d. *O Depósito **C** possui rota direta para o Depósito **B**?*

Descrição Analítica da Atividade: O problema foi apresentado aos alunos e, em seguida, solicitado que eles resolvessem. É importante salientar que até esse momento o professor não havia falado sobre a estrutura de um grafo. Os alunos se mostraram entusiasmados em resolver o problema. Depois de responderem a atividade, o professor fez a mediação de forma compartilhada das respostas oralmente entre os estudantes. Todos responderam corretamente os itens “a”, “b” e “d” de várias maneiras, a maioria respondeu descrevendo o percurso que deveria ser feito, outros colocaram o percurso por meio de setas. Alguns alunos encontraram dificuldade em responder o item “c”, porque a ligação entre o depósito **A** e o depósito **I** deveria visitar mais de um depósito. Apesar da dificuldade relatada pelos estudantes, a maioria conseguiu responder corretamente, outros responderam incorretamente e outros deixaram em branco. As figuras 20 e 21 ilustram algumas dessas respostas.

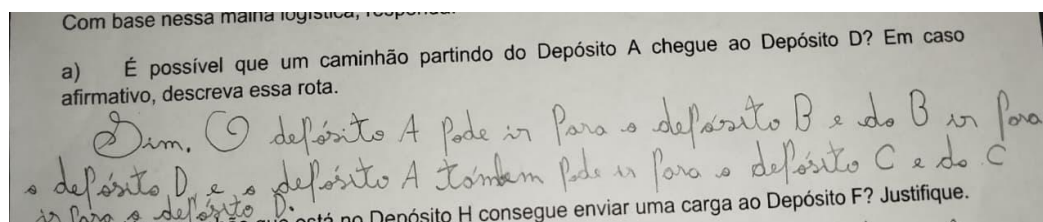
Figura 20 - Resposta de aluno ao item a



Fonte: Autor

Na Figura 19, verifica-se que o estudante respondeu ao item a) utilizando uma representação que se aproxima da estrutura de um grafo, ao indicar, de forma esquemática, as conexões entre os depósitos. Esse registro evidencia que representações características da Teoria dos Grafos podem surgir de maneira intuitiva na resolução de problemas contextualizados, mesmo antes da apresentação formal dos conceitos envolvidos.

Figura 21 - Resposta de aluno ao item a



Fonte: Autor

Na Figura 20, observa-se que o estudante respondeu corretamente ao item *a*, identificando a existência de um caminho entre os depósitos A e D. Além disso, apresentou duas rotas possíveis (A–B–D e A–C–D), evidenciando que compreendeu a ideia de percurso em uma malha logística e reconheceu a existência de diferentes caminhos para alcançar um mesmo destino. Essa resposta demonstra uma interpretação adequada da situação-problema proposta, favorecendo a construção dos conceitos que posteriormente serão formalizados por meio da Teoria dos Grafos.

Após a socialização das respostas, o professor mostrou a solução de forma dinâmica, onde cada aluno representou um depósito e as ligações entre eles foi feita por meio de barbante, conforme ilustrado na Figura 22.

Figura 22 - Solução da atividade 1 por meio de cordão



Fonte: Autor

Com a realização dessa dinâmica, observou-se que os estudantes conseguiram visualizar as ligações entre os depósitos com maior clareza, bem como identificar a existência de dois grupos distintos, sem conexões entre si. O uso de material concreto nessa etapa foi importante para a compreensão da representação abstrata de um grafo pelos alunos.

Em seguida, o professor solicitou que uma estudante representasse, na lousa, as ligações entre os depósitos, de modo que cada depósito fosse representado por um ponto e cada conexão entre dois depósitos fosse indicada por um segmento de reta. A partir dessa representação, já configurada como um grafo, o professor apresentou os conceitos básicos da Teoria dos Grafos: vértice, aresta, grau do vértice, grafo conexo e desconexo. Para concluir esse momento, foi destacado como a resolução do problema proposto poderia ser realizada por meio dessa estrutura.

Com base na análise interpretativa das respostas e das observações realizadas durante a aplicação da atividade, verificou-se que a maioria dos estudantes considerou a estrutura de grafo a forma mais adequada para resolver o problema. Segundo seus relatos, essa representação possibilitou identificar a existência de dois grupos desconectados, característica que não havia sido percebida durante a resolução inicial. Além disso, uma aluna relatou que se houvesse um número maior de depósitos, a representação por meio do grafo seria mais eficiente na resolução do problema. Outro aluno levantou questionamento sobre a possibilidade das arestas se cruzarem. A Figura 23 ilustra a exposição, pelo professor, dos conceitos básicos da Teoria dos Grafos por meio dos grafos construídos a partir da atividade proposta.

Figura 23 - Exposição dos conceitos da Teoria dos Grafos



Fonte: Autor

Ao fim da Atividade 1, observou-se um significativo engajamento dos estudantes tanto na resolução do problema quanto na dinâmica de representação do grafo por meio do barbante. Verificou-se, ainda, que a utilização do grafo como forma de representação ou modelagem de um problema contribuiu para uma melhor organização das informações, favorecendo sua visualização e, conseqüentemente, auxiliando no desenvolvimento do raciocínio dos estudantes.

4.2.2 Atividade 2: Planejando rotas

Esta atividade foi adaptada de Jurkiewicz (2009) e teve como objetivo apresentar aos estudantes o conceito de grafo euleriano. Trata-se de uma proposta frequentemente encontrada na literatura e em meios digitais como o desafio de realizar um percurso sem retirar o lápis do papel. Para a sequência didática, foram realizadas adaptações no enunciado, de modo a contextualizá-lo na área da Logística.

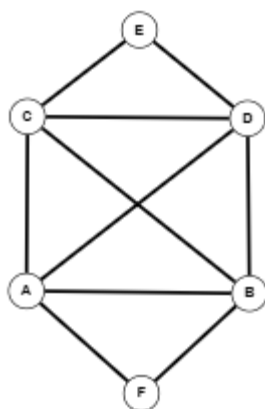
Situação-problema: *Uma empresa responsável pela coleta de lixo está analisando três pequenos bairros (bairros **X**, **Y** e **Z**) de uma cidade para otimizar o trajeto do caminhão de coleta.*

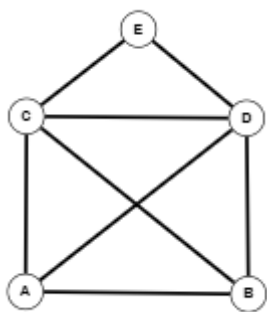
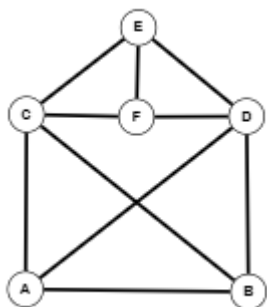
*A equipe técnica representou cada bairro por meio de uma estrutura de **grafo**, na qual cada vértice representa uma esquina e cada aresta representa uma rua por onde o caminhão pode passar.*

O problema consiste em verificar se é possível, em cada bairro, planejar uma rota para o caminhão de coleta que:

- I - Comece e termine no mesmo ponto (por exemplo, na garagem da empresa),*
- II - Percorra todas as ruas do bairro,*
- III - Passe por cada rua exatamente uma vez, sem repetições.*

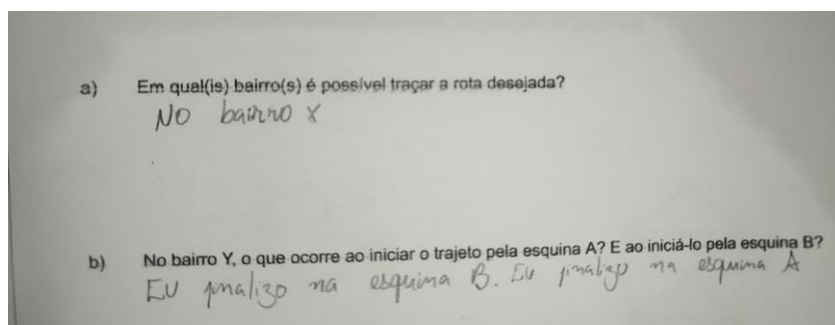
Bairro X



Bairro Y**Bairro Z**

- a) *Em qual(is) bairro(s) é possível traçar a rota desejada?*
- b) *No bairro Y, o que ocorre ao iniciar o trajeto pela esquina A? E ao iniciá-lo pela esquina B?*

Descrição Analítica da Atividade: Nesta segunda atividade, foi levado em consideração que os alunos já conheciam a estrutura básica do grafo. Depois de apresentado o problema, foi solicitado aos estudantes que tentassem traçar a rota desejada. Todos estudantes perceberam que só era possível realizar o trajeto desejado no bairro X. A Figura 24 ilustra a resposta de um estudante.

Figura 24 - Resposta de aluno à segunda atividade**Fonte:** Autor

Após a socialização das respostas, apresentou-se aos estudantes o conceito de grau do vértice em um grafo, solicitando-se, em seguida, que determinassem o grau dos vértices dos grafos que representam os bairros X, Y e Z. Abaixo, no Quadro 14, segue uma ilustração dos graus dos vértices de cada grafo.

Quadro 14 – Graus dos vértices dos grafos X, Y e Z.

Grafo X	Grafo Y	Grafo Z
$d(A)=4$	$d(A)=3$	$d(A)=3$
$d(B)=4$	$d(B)=3$	$d(B)=3$
$d(C)=4$	$d(C)=4$	$d(C)=4$
$d(D)=4$	$d(D)=4$	$d(D)=4$
$d(E)=2$	$d(E)=2$	$d(E)=2$
$d(F)=2$		$d(F)=3$

Fonte: Autor

A partir da mediação do professor, os alunos perceberam que, no grafo que representa o bairro X, no qual eles conseguiram traçar uma rota partindo de um ponto, percorrendo todas as arestas sem repeti-las e retornando ao ponto inicial, todos os vértices apresentam grau par. Destaque-se que essa é a condição para que um grafo seja classificado como Euleriano.

No grafo Y, por sua vez, verificaram a presença de apenas dois vértices com grau ímpar. Nessa situação, os alunos conseguiram iniciar o percurso em um vértice de grau ímpar, percorrer todas as arestas sem repeti-las e finalizar no outro vértice de grau ímpar. Entretanto, não foi possível retornar ao vértice de origem sem repetir arestas. Nesse contexto, foi apresentado aos estudantes o conceito de grafo semi-

euleriano. Por fim, analisou-se um grafo que apresenta mais de dois vértices com grau ímpar, caracterizando-se, portanto, como um grafo que não é nem euleriano nem semi-euleriano.

Diante disso, por meio dessa atividade, foi possível apresentar aos estudantes os conceitos e as condições necessárias para a classificação de grafos eulerianos e semi-eulerianos, além de evidenciar as noções de circuito fechado, associado a grafos com todos os vértices de grau par, e de caminho aberto, relacionado à existência de exatamente dois vértices com grau ímpar.

Observou-se que nesta atividade, os alunos mostraram-se muito engajados com o desafio. O desafio deixou de ser apenas um passatempo, mas sim como um instrumento para construção do conhecimento. A partir da anotação do grau dos vértices, os alunos perceberam a condição necessária para que um grafo seja euleriano e semi-euleriano. Para finalizar a atividade, o professor falou sobre o Problema das Sete pontes de *Konigsberg* e o surgimento da Teoria dos Grafos.

4.2.3 Atividade 3: Colorindo regiões

O objetivo principal desta atividade foi mostrar que um mapa pode ser representado por meio de um grafo e, além disso, apresentar o Teorema das Quatro Cores.

Situação-problema: *Imagine que você foi contratado para ajudar na organização das lojas de uma rede de concessionárias que irá abrir uma loja em cada cidade do Sertão do São Francisco (Cabrobó, Orocó, Santa Maria da Boa Vista, Lagoa Grande, Petrolina, Dormentes e Afrânio). Cada loja poderá vender apenas um tipo principal de veículo, como: carros de passeio, motos, caminhonetes, SUVs ou veículos elétricos. No entanto, existe uma regra importante: cidades vizinhas não podem vender o mesmo tipo de veículo. Por exemplo, se Petrolina vender motos, as cidades vizinhas a ela não poderão vender motos.*

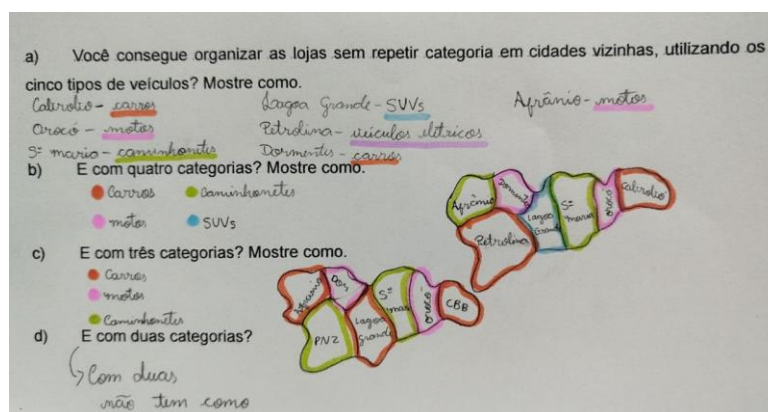


O objetivo é organizar essa distribuição da melhor maneira possível.

- Você consegue organizar as lojas sem repetir categoria em cidades vizinhas, utilizando os cinco tipos de veículos? Mostre como.
- E com 4 categorias? Mostre como.
- E com 3 categorias? Mostre como.
- E com 2 categorias?

Descrição Analítica da Atividade: De modo análogo aos dois problemas anteriores, a terceira atividade foi apresentada aos estudantes, solicitando-se que a resolvessem respeitando as restrições de cada item. Observou-se que algumas soluções foram elaboradas por meio da descrição do nome das cidades, associando a cada uma o tipo de veículo correspondente, enquanto outras se deram por meio da coloração do mapa, em que cada veículo foi representado por uma cor distinta. Não foram identificadas dificuldades significativas na compreensão e na resolução do problema. A Figura 25 ilustra a resposta de um estudante à atividade proposta.

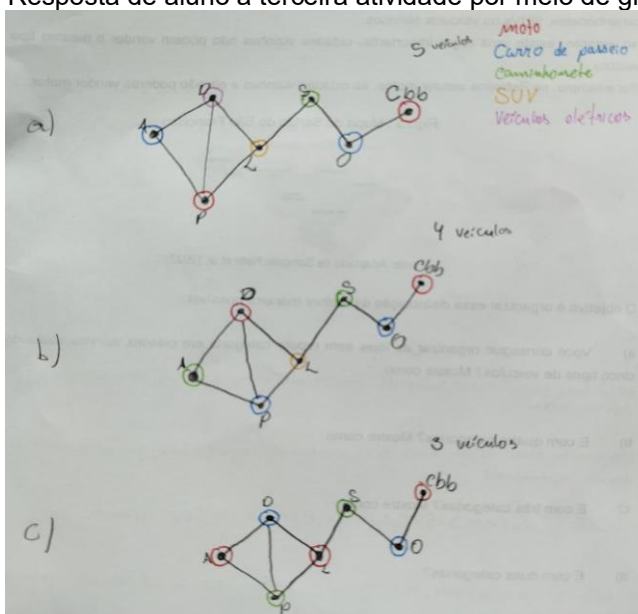
Figura 25 - Resposta de aluno à terceira atividade



Fonte: Autor

Após a resolução e a socialização das respostas, reforçou-se a ideia de que diversas situações podem ser modeladas por meio de grafos, inclusive mapas, nos quais as cidades são representadas por vértices e as fronteiras existentes entre elas são representadas por arestas que conectam esses vértices. Então, foi proposto aos estudantes que representassem o mapa da região do estado de Pernambuco, geograficamente denominada de Sertão do São Francisco, por meio de um grafo. Em seguida, os estudantes foram conduzidos a resolver o problema colorindo os vértices do grafo, onde cada veículo seria representado por uma cor distinta, e que vértices adjacentes não tivessem mesma cor. Uma ilustração de uma resposta apresentada pelos alunos está apresentada na Figura 26.

Figura 26 - Resposta de aluno à terceira atividade por meio de grafo



Fonte: Autor

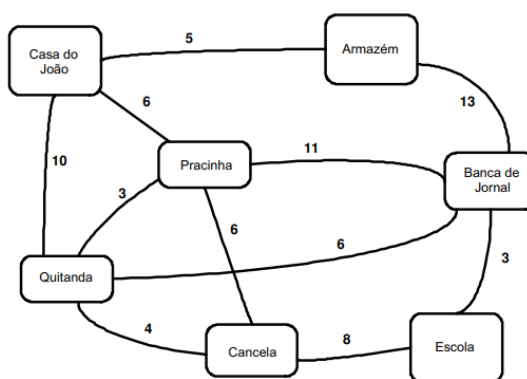
Na aplicação dessa atividade, observou-se um elevado nível de engajamento dos estudantes durante a resolução do problema proposto. Muitos alunos retomaram conceitos trabalhados na primeira atividade, especialmente no que se refere à representação das ligações entre depósitos por meio da estrutura de grafos, o que contribuiu significativamente para a compreensão e construção das representações solicitadas nesta etapa. De maneira geral, os estudantes demonstraram autonomia na resolução das questões e compreenderam satisfatoriamente a proposta da atividade, não sendo identificadas grandes dificuldades conceituais.

Apenas dois alunos necessitaram de maior acompanhamento e auxílio do professor ao longo da resolução, fato que pode estar relacionado à ausência desses estudantes na realização da primeira atividade, evidenciando a importância da continuidade das experiências didáticas para a consolidação da aprendizagem. Além disso, a atividade favoreceu a participação ativa da turma, estimulando discussões, a troca de estratégias e a associação entre conceitos matemáticos e situações contextualizadas, contribuindo para uma aprendizagem mais significativa da Teoria dos Grafos.

4.2.4 Atividade 4: Qual o menor caminho até a Escola?

Esta é uma atividade de Jurkiewicz (2009) e teve como objetivo apresentar o Algoritmo de Dijkstra como um importante recurso para resolver problemas modelados por grafos.

Situação-problema: João deseja se deslocar de sua casa até a escola. Para isso, ele pode escolher entre diferentes caminhos possíveis, passando por alguns pontos do bairro. A representação desses caminhos, bem como as distâncias entre os locais, está indicada no grafo abaixo.



Com base nessa representação, responda:

- Considerando que João deseja percorrer a menor distância possível até a escola, qual trajeto ele deve escolher? Qual será a distância total percorrida?
- Tomando como ponto de partida a casa de João, determine:
 - a menor distância até o Armazém e o respectivo trajeto;

- *a menor distância até a Pracinha e o respectivo trajeto;*
- *a menor distância até a Quitanda e o respectivo trajeto;*
- *a menor distância até a Cancela e o respectivo trajeto;*
- *a menor distância até a Banca de Jornal e o respectivo trajeto;*
- *a menor distância até a Escola e o respectivo trajeto.*

Justifique suas respostas indicando os caminhos percorridos e os cálculos realizados.

Descrição Analítica da Atividade: O problema foi proposto aos estudantes ressaltando que a área da Logística também é responsável pela otimização de rotas de uma grande empresa e que há softwares que auxiliam nesse processo de melhoramento de rotas, como o *Google Maps*. Na Teoria dos Grafos, o algoritmo de Dijkstra foi desenvolvido justamente para encontrar um menor caminho entre dois vértices de um grafo valorado. Por trás desses softwares, há uma linguagem matemática que fundamenta a sua execução.

A turma foi dividida em grupo para que solucionasse o problema e, logo após, o professor mostraria a solução usando a ideia do Algoritmo de Dijkstra. Após um tempo destinado a solução do problema, foi feita a socialização das respostas e notou-se que tiveram algumas respostas diferentes. Isso se deu pelo fato de os grupos terem escolhido rotas diferentes. As Figuras 27 e 28 são ilustrações das respostas dadas pelos estudantes.

Figura 27 - Resposta de aluno à quarta atividade

Com base nessa representação, responda:

a) Considerando que João deseja percorrer a **menor distância possível** até a escola, qual trajeto ele deve escolher? Qual será a distância total percorrida?

$J \rightarrow P \rightarrow Q \rightarrow B \rightarrow E (18)$

b) Tomando como ponto de partida a casa de João, determine:

- a menor distância até o **Armazém** e o respectivo trajeto;
 $J \rightarrow A (5)$
- a menor distância até a **Pracinha** e o respectivo trajeto;
 $J \rightarrow P (6)$
- a menor distância até a **Quitanda** e o respectivo trajeto;
 $J \rightarrow P \rightarrow Q (9)$
- a menor distância até a **Cancela** e o respectivo trajeto;
 $J \rightarrow P \rightarrow C (12)$
- a menor distância até a **Banca de Jornal** e o respectivo trajeto;
 $J \rightarrow P \rightarrow B (17)$
- a menor distância até a **Escola** e o respectivo trajeto.
 $J \rightarrow P \rightarrow Q \rightarrow B \rightarrow E (18)$

Fonte: Autor

Figura 28 - Resposta de aluno à quarta atividade

Com base nessa representação, responda:

a) Considerando que João deseja percorrer a **menor distância possível** até a escola, qual trajeto ele deve escolher? Qual será a distância total percorrida?

$J \rightarrow P \rightarrow C \rightarrow E (6+6+8=20)$

b) Tomando como ponto de partida a casa de João, determine:

- a menor distância até o **Armazém** e o respectivo trajeto;
 $J \rightarrow A (5)$
- a menor distância até a **Pracinha** e o respectivo trajeto;
 $J \rightarrow P (6)$
- a menor distância até a **Quitanda** e o respectivo trajeto;
 $J \rightarrow Q (10)$
- a menor distância até a **Cancela** e o respectivo trajeto;
 $J \rightarrow P \rightarrow C (12)$
- a menor distância até a **Banca de Jornal** e o respectivo trajeto;
 $J \rightarrow P \rightarrow B (18)$
- a menor distância até a **Escola** e o respectivo trajeto.
 $J \rightarrow P \rightarrow C \rightarrow E (20)$

Fonte: Autor

Em seguida, foi apresentado a solução usando a tabela apresentada na sequência didática, usando o princípio do Algoritmo de Dijkstra. Ao final da solução mediada pelo docente, os estudantes fizeram a comparação das respostas encontradas e viram que o algoritmo apresenta uma solução eficiente, mostrando o menor caminho entre dois vértices quaisquer do grafo.

Com essa atividade, foi possível mostrar, de forma mais próxima da realidade dos estudantes, que por trás de um algoritmo existe uma lógica matemática. Isso despertou a curiosidade da turma e ajudou a perceber que a Matemática está presente no cotidiano, mesmo quando não é imediatamente reconhecida. Ao evidenciar sua aplicação na resolução de problemas reais, a atividade contribuiu para aumentar o interesse dos alunos pela disciplina. De modo geral, observou-se que os estudantes se mostraram curiosos e envolvidos ao longo do desenvolvimento da atividade proposta.

4.3 RESULTADOS DA EXERCÍCIO DE APRENDIZAGEM

A fim de analisar a aprendizagem dos estudantes durante a aplicação da sequência didática, optou-se pela aplicação de um exercício de aprendizagem composto por três problemas que foi aplicado após a sequência didática. O exercício completo encontra-se no Apêndice C deste trabalho.

4.3.1 Análise do Problema 1

O primeiro problema do exercício envolvia uma situação cuja resolução deveria ser representada por meio de um grafo. O objetivo foi verificar se os alunos desenvolveram a habilidade de fazer representação por meio da estrutura de grafo. A Figura 29 ilustra o primeiro problema.

Figura 29 – Problema 1 do exercício

1) Numa escola algumas turmas resolveram realizar um torneio de vôlei. Participam do torneio as turmas 6A, 6B, 7A, 7B, 8A e 8B. Alguns jogos foram realizados até agora:

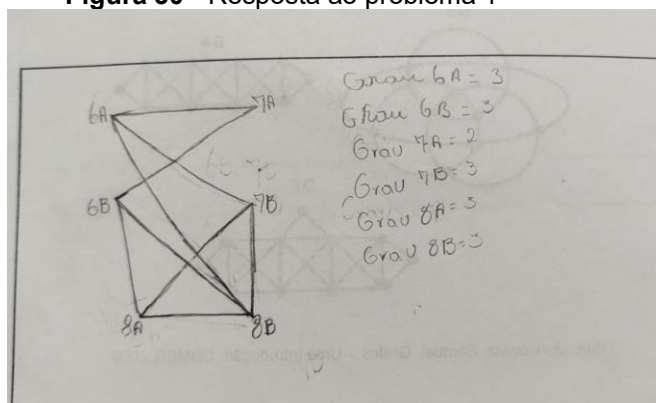
6A jogou com 7A, 7B, 8B
 6B jogou com 7A, 8A, 8B
 7A jogou com 6A, 6B
 7B jogou com 6A, 8A, 8B
 8A jogou com 6B, 7B, 8B
 8B jogou com 6A, 6B, 7B, 8A

Faça a representação dos jogos realizados por meio de uma estrutura de **grafo** em que as turmas serão representadas por pontos (vértices) e os jogos serão representados por linhas (arestas). Em seguida, determine o grau de cada vértice.

Fonte: Adaptado de Jurkiewicz, 2009

Neste primeiro item, a maioria dos alunos conseguiu realizar a representação dos jogos por meio de grafos sem apresentar dificuldades significativas. Contudo, alguns estudantes necessitaram da mediação do professor durante a atividade. Dos 22 participantes, apenas quatro cometeram erros nas ligações entre os vértices. Esses resultados indicam que os alunos compreenderam adequadamente a forma de representar uma situação por meio de um grafo, conforme exemplo de resposta apresentado na Figura 30.

Figura 30 - Resposta ao problema 1



Fonte: Autor

A resposta evidencia que o estudante compreendeu o conceito de grau de um vértice, identificando corretamente os graus da maioria dos vértices. O único equívoco ocorreu no vértice **8B**, cujo grau foi registrado como 3, em vez de 4, indicando apenas uma falha pontual na contagem das arestas incidentes.

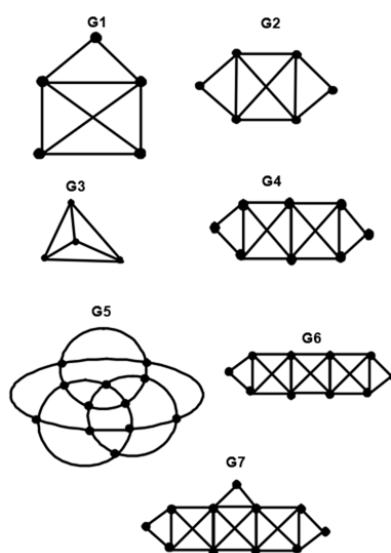
4.3.2 Análise do Problema 2

O segundo item foi proposto para que o estudante identificasse grafos eulerianos e semi-eulerianos por meio da contagem do grau dos vértices. A Figura 31 ilustra o Problema 2.

Figura 31 - Problema 2 do exercício

2) Na figura abaixo, quais grafos são eulerianos? Quais são semi-eulerianos? No caso dos semi-eulerianos, por onde devemos começar (terminar) nossa trilha?

Figura 1: Grafos eulerianos e semi-eulerianos



Fonte: Adaptado de Jurkiewicz, 2009

Neste problema, observou-se que alguns alunos não recordavam a condição necessária para determinar se um grafo é euleriano ou semi-euleriano. Diante disso, tornou-se necessário retomar os conceitos trabalhados na segunda situação-problema da sequência didática. Ressalta-se que parte dos estudantes que apresentaram essa dificuldade não estava presente no momento da aplicação da referida atividade. Ainda assim, a maioria conseguiu resolver corretamente o item proposto sem dificuldade.

Além disso, alguns alunos identificaram que os grafos G3 e G6, postos propositalmente, não atendiam às condições para serem classificados como eulerianos ou semi-eulerianos, o que motivou o questionamento acerca da nomenclatura adequada para tais casos. Nesse contexto, houve a mediação do professor, que os orientou a classificá-los como grafos não eulerianos. Embora a mediação do professor tenha sido necessária para a conclusão da atividade, a maior

parte dos estudantes recordava as condições necessárias para classificar os grafos em eulerianos ou semi-eulerianos.

4.3.3 Análise do Problema 3

No terceiro item, foi solicitado aos estudantes que representassem um mapa por meio de um grafo e, posteriormente, realizassem sua coloração, de modo que regiões adjacentes fossem coloridas com cores distintas. Nesse contexto, foi possível verificar a aprendizagem dos discentes tanto no que se refere à coloração de mapas quanto à modelagem de situações reais por meio de grafos. A Figura 32 ilustra o problema 3.

Figura 32 – Problema 3 do exercício

- 3) Observe o mapa das microrregiões do estado de Pernambuco. Faça a representação deste mapa por meio de um grafo e, em seguida, faça a coloração do mapa de modo que regiões que fazem fronteiras tenham cores distintas e que tenha a menor quantidade possível de cores.



Fonte: Autor

Neste problema, apenas duas alunas apresentaram dificuldades na representação do mapa por meio de um grafo, limitando-se à realização da coloração. Em contrapartida, os demais estudantes resolveram a atividade sem dificuldades. Observou-se, ainda, que a turma identificou que a menor quantidade de cores

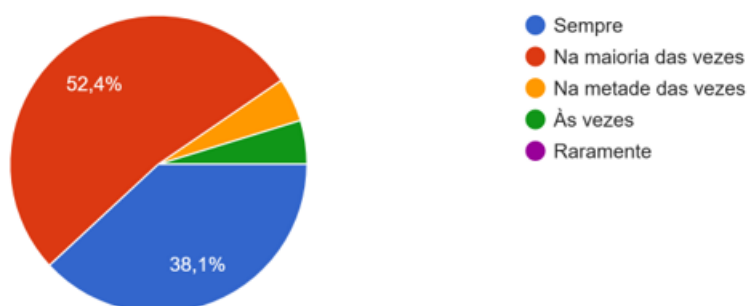
necessária para a coloração do mapa era quatro, retomando o Teorema das Quatro Cores, previamente abordado na terceira situação-problema da sequência didática.

4.4 RESULTADOS DO QUESTIONÁRIO

O questionário foi aplicado ao final da pesquisa de campo, com o objetivo de obter as percepções dos estudantes acerca da aplicação da sequência didática. Para a coleta de dados, utilizou-se a plataforma *Google Forms*. O instrumento foi composto por 15 perguntas, sendo 14 objetivas e uma subjetiva.

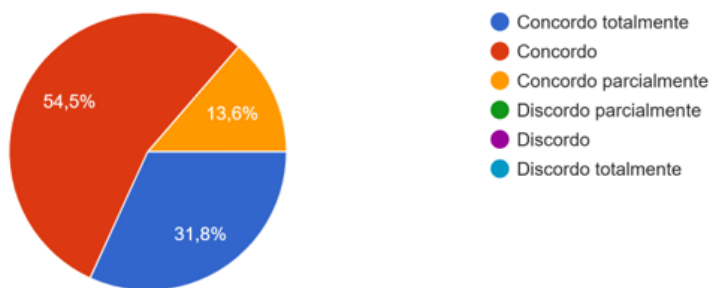
As três primeiras perguntas do questionário solicitavam aos alunos que avaliassem as aulas sobre teoria dos gráficos, a atratividade das atividades e respectivo nível de motivação. As respostas indicaram que 95,2% dos estudantes avaliaram as aulas como excelentes ou boas; e as atividades como muito interessantes ou interessantes. Já em relação a motivação, 90,5% dos alunos relataram sentir-se motivados sempre ou na maioria das vezes, conforme apresentado no Gráfico 3.

Gráfico 3 - Motivação dos alunos com as atividades



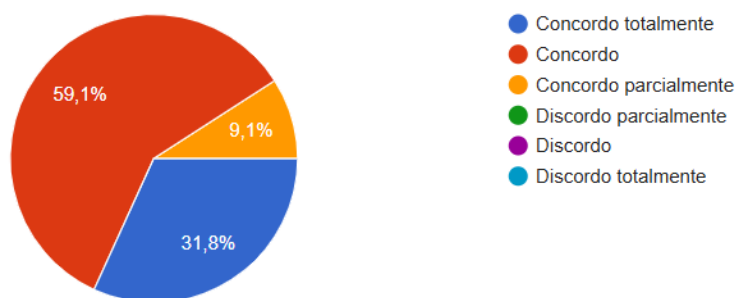
Fonte: Autor

Para os alunos, as atividades realizadas com a Teoria dos Grafos os ajudaram a desenvolver o raciocínio lógico. Com efeito, 100% dos alunos responderam que concordam que isso ocorreu em algum nível, sendo que apenas 13,6% concordaram apenas de parcialmente. As respostas para esse item estão apresentadas no Gráfico 4.

Gráfico 4 - Desenvolvimento do raciocínio lógico

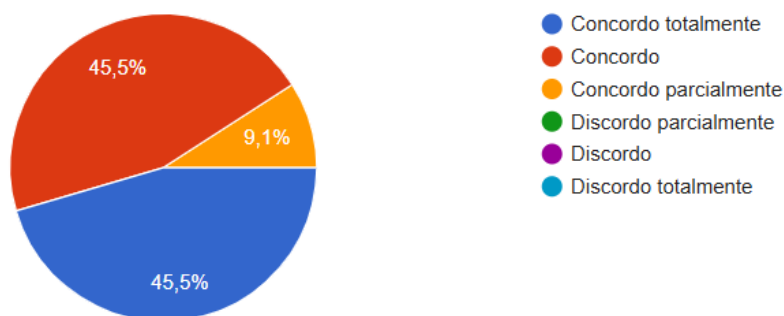
Fonte: Autor

Os estudantes também foram questionados quanto à compreensão da representação de situações reais por meio de grafos, bem como acerca da percepção de que a matemática pode ser utilizada na resolução de problemas do cotidiano. Para ambas as questões, verificou-se que 100% dos estudantes manifestaram concordância em algum nível, conforme evidenciado nos Gráficos 5 e 6.

Gráfico 5 - Compreensão da modelagem de situações reais por meio de grafos.

Fonte: Autor

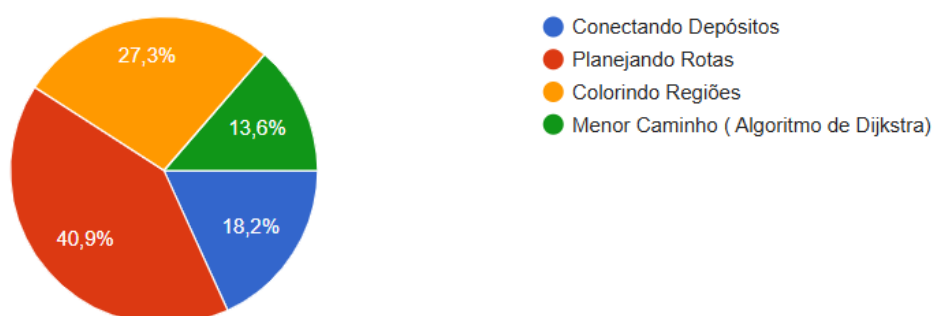
Gráfico 6 - A matemática como instrumento para resolução de problemas reais.



Fonte: Autor

A sétima pergunta do questionário solicitava que os alunos avaliassem se conseguiram perceber a relação entre a Matemática e a Logística durante a vivência da sequência didática. Verificou-se que 100% dos estudantes afirmaram ter identificado essa relação em algum nível. Quando questionados sobre qual atividade mais contribuiu para a percepção da aplicação prática da matemática, a Atividade 2, intitulada *Planejando rotas*, obteve a maior porcentagem de respostas, sendo indicada por 40,9% dos estudantes, conforme apresentado no Gráfico 7.

Gráfico 7 - Atividade com maior contribuição para a percepção da matemática na vida real.



Fonte: Autor

A nona pergunta investigou se a forma de apresentação da sequência didática, fundamentada em situações-problema reais, contribuiu para a aprendizagem. Os resultados indicaram que 100% dos alunos responderam afirmativamente, evidenciando que essa abordagem favoreceu a compreensão dos conteúdos trabalhados.

Quanto à participação em atividades lúdicas ou com materiais concretos no estudo de Matemática (dinâmica dos barbantes), à condução das atividades pelo professor e ao trabalho em grupos, a maioria dos alunos respondeu que tais práticas contribuíram significativamente para a aprendizagem dos conteúdos ministrados. Todos os alunos afirmaram não possuir conhecimento prévio sobre a Teoria dos Grafos e, ao final da sequência didática, declararam ter adquirido novos conhecimentos acerca do tema.

O último item do questionário solicitava que os alunos descrevessem, em poucas palavras, suas percepções acerca da vivência da sequência didática. As respostas dos estudantes indicaram que a sequência didática contribuiu significativamente para a aprendizagem dos conceitos básicos da Teoria dos Grafos, especialmente no que se refere à compreensão de sua estrutura e de seus conceitos fundamentais. Além disso, observou-se que os alunos passaram a reconhecer a aplicabilidade da Matemática em situações do cotidiano, como na Logística e na resolução de problemas reais. Destaca-se, ainda, o desenvolvimento do raciocínio lógico, a ampliação dos conhecimentos matemáticos e aspectos motivacionais, evidenciados pelo maior interesse e pela percepção positiva em relação à aprendizagem da Matemática.

Algumas respostas:

- Aluno A: *“Aprendi sobre a teoria do grafo, pois não sabia o que era, e como podemos utilizar a matemática no dia a dia. Aula muita boa e muito rica em conhecimentos!!”.*
- Aluno B: *“Eu aprendi que a matemática também pode ser bastante utilizada na nossa vida e durante o dia a dia.”*
- Aluno C: *“Como a matemática está presente na logística, e como usar o raciocínio lógico para resolver problemas da área.”*
- Aluno D: *“Aprendi novos conceitos, compreendi melhor o conteúdo por meio das atividades propostas.”*
- Aluno E: *“Como implementar a matemática na logística.”*

Esses resultados vão ao encontro do que foi reportado nos trabalhos de Oliveira (2020), Pereira (2019) e Pereira (2018). De acordo com esses autores, verificou-se que os alunos demonstraram maior interesse pela aprendizagem da

Teoria dos Grafos, uma vez que as abordagens partiram de problemas contextualizados, possibilitando a percepção da aplicação prática da matemática.

Conforme Pereira (2019), a Teoria dos Grafos pode contribuir significativamente para o desenvolvimento do trabalho coletivo na resolução de problemas reais, favorecendo propostas interdisciplinares e contextualizadas, além de estimular a autonomia e o protagonismo dos estudantes. Observa-se, a partir das respostas dos estudantes à última pergunta do questionário, que a Teoria dos Grafos contribui para a compreensão da aplicação da matemática em situações do cotidiano, favorecendo, assim, o interesse dos discentes pela disciplina.

5 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Este trabalho teve como objetivo analisar as contribuições de uma sequência didática sobre Teoria dos Grafos, aplicada a alunos do curso técnico integrado ao Ensino Médio de uma Escola Técnica Estadual. Para tanto, realizou-se inicialmente um levantamento bibliográfico de trabalhos relacionados ao tema no acervo eletrônico do PROFMAT, selecionando-se aqueles que apresentavam aplicação em sala de aula. Em seguida, foi desenvolvido um estudo acerca de como a Teoria dos Grafos vem sendo abordada na educação básica. Posteriormente, elaborou-se e aplicou-se uma sequência didática estruturada a partir de situações-problema relacionadas à área de Logística.

O estudo bibliográfico mostrou que a Teoria dos Grafos possui grande potencial para o ensino da Matemática na Educação Básica, abrangendo diferentes conteúdos, metodologias e objetivos pedagógicos. As pesquisas destacam o uso de estratégias como resolução de problemas, modelagem matemática e sequências didáticas contextualizadas, favorecendo o desenvolvimento do raciocínio lógico, o engajamento dos estudantes e a aprendizagem significativa. Além disso, os estudos apontam que a aplicação da Teoria dos Grafos contribui para aproximar os conteúdos matemáticos de situações do cotidiano, promovendo maior participação dos alunos e ampliando as possibilidades pedagógicas em sala de aula.

A proposta de sequência didática elaborada e aplicada neste estudo foi bem avaliada pelos estudantes, que demonstraram interesse e envolvimento na realização das atividades. A utilização de situações-problema contextualizadas na área de Logística contribuiu significativamente para o engajamento dos alunos, uma vez que possibilitou evidenciar aplicações da matemática em contextos reais, além de aproximar os conteúdos trabalhados do cotidiano escolar dos discentes.

Destaca-se que um dos principais desafios do professor de matemática consiste em despertar o interesse dos alunos pela disciplina. Nesse sentido, a proposição de atividades diferenciadas, que favoreçam a autonomia do aluno e evidenciem aplicações práticas dos conteúdos, tende a promover maior engajamento no processo de aprendizagem.

Ademais, ao longo da realização deste estudo, observou-se que a Teoria dos Grafos apresenta grande potencial no processo de ensino e aprendizagem, por se tratar de um conteúdo com ampla possibilidade de aplicação em diferentes áreas,

contribuindo para a modelagem de problemas, além de funcionar como ferramenta para argumentação lógica na resolução de problemas.

Por fim, ressalta-se que a abordagem adotada contemplou apenas conceitos introdutórios da Teoria dos Grafos. Embora a sequência didática tenha sido aplicada no contexto do Ensino Médio técnico, sua adaptação para o Ensino Médio regular e para o Ensino Fundamental mostra-se viável, desde que consideradas as especificidades de cada etapa. Espera-se, com este trabalho, contribuir para a inserção da Teoria dos Grafos na educação básica, tendo em vista seu potencial no desenvolvimento da aprendizagem matemática dos estudantes.

Os demonstraram grande entusiasmo durante a aplicação da sequência didática, especialmente ao perceberem as aplicações da Matemática na área da Logística. Nesse sentido, como perspectiva para trabalhos futuros, pretende-se ampliar esta pesquisa por meio da implementação de recursos tecnológicos, visando sua aplicação em outras turmas do curso de Logística.

REFERÊNCIAS

- ALVES, Vítor Leite. *Caminhos em grafos: uma experiência no ensino médio*. 2016. Dissertação (Mestrado em Matemática) – Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro, 2016.
- AQUINO, Andréia Araújo de Farias. *Atividades de modelagem matemática envolvendo a teoria dos grafos no ensino médio*. 2014. Dissertação (Mestrado em Matemática) – Universidade Estadual de Maringá, Maringá, 2014.
- AQUINO, Rodrigo Cesário de. *Grafos: uma experiência em turmas militares dos ensinos médio e fundamental*. 2019. 154 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional – PROFMAT) – Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro, Nova Iguaçu, 2019.
- ASSIS, Danila de Fátima Chagas. *Resolução de problemas via teoria de grafos: uma possibilidade de tornar a matemática mais atraente na educação básica*. 2017. 150 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática) – Universidade Federal de São João del-Rei, Departamento de Matemática e Estatística, São João del-Rei, 2017.
- AZEVEDO, Roberto Pereira. *Mentalidades matemáticas: uma proposta de atividade envolvendo grafos*. 2022. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional – PROFMAT) – Colégio Pedro II, Rio de Janeiro, 2022.
- BALLOU, Ronald H. Logística empresarial: transportes, administração de materiais e distribuição física. São Paulo: Atlas, 1993
- BOAVENTURA NETTO, Paulo Oswaldo; JURKIEWICZ, Samuel. *Grafos: introdução e prática*. São Paulo: Edgard Blücher, 2009. ISBN 978-85-212-0473-2.
- BONDY, J. A.; MURTY, U. S. R. *Graph Theory*. New York: Springer, 2008.
- BRANDÃO, Ezequias Marques; GUALANDI, Jorge Henrique. *O ensino de grafos na educação básica: uma proposta de sequência de tarefas*. 2025. Trabalho de Conclusão de Curso (Licenciatura em Matemática) – Instituto Federal do Espírito Santo, Campus Cachoeiro de Itapemirim, 2025.
- BRASIL. Ministério da Educação. Base Nacional Comum Curricular. Educação é a Base. Brasília: MEC, 2018.
- CABRAL, Raquel Montezuma Pinheiro. *Matemática Discreta*. 1. ed. Fortaleza: EdUECE, 2017.
- CARDOSO, Bruno Nogueira. *Grafos eulerianos na educação básica*. 2017. 64 f. Dissertação (Mestrado em Matemática) – Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, Departamento de Matemática, Rio de Janeiro, 2017.
- CHARLOT, Bernard. *Da relação com o saber: elementos para uma teoria*. Porto Alegre: Artmed, 2000.

COSTA, Fábio da Rocha. *Coloração em grafos: uma experiência no ensino fundamental*. 2017. 129 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional – PROFMAT) – Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2017.

COSTA, Igor Correia de Souza. *Uma Abordagem da Teoria dos Grafos nos Anos Finais do Ensino Fundamental por meio de Problemas Olímpicos de Matemática*. 2022. Dissertação (Mestrado) - Universidade Federal Rural de Pernambuco, Programa de Mestrado Profissional em Matemática (PROFMAT), Recife, 2022.

DAINEZE, Diogo Mendes. *As pontes de Königsberg*. 2025. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional - PROFMAT) - Universidade do Estado do Rio de Janeiro, Instituto de Matemática e Estatística.

DOMENEGUETI, Ananda Kainne Oliveira. *Introdução à teoria dos grafos e o problema da coloração*. 2019. 81 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional – PROFMAT) – Universidade Federal do Triângulo Mineiro, Uberaba, MG, 2019.

FAVARO, Flavia Fernanda. *A teoria dos grafos e sua abordagem na sala de aula com recursos educacionais digitais*. 2017. 56 f. Dissertação (Mestrado) – Universidade Estadual Paulista, Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Rio Claro, 2017.

FERREIRA, Alisson de Amorim. *Introdução à Teoria dos Grafos: uma proposta de sequência didática lúdica para o ensino fundamental anos finais*. 2025. 81 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional) – Universidade Federal do Vale do São Francisco, Campus Juazeiro, Juazeiro-BA, 2025.

FONSECA, Thiago Silveira da. *Grafos e emparelhamentos em grafos*. 2018. 46 f. Dissertação (Mestrado em Matemática – Profissional) – Universidade Federal de Viçosa, Instituto de Ciências Exatas e Tecnológicas, Florestal, MG, 2018.

GIL, Antonio Carlos. *Como elaborar projetos de pesquisa*. 4. ed. São Paulo: Atlas, 2002.

GIL, Antonio Carlos. *Métodos e técnicas de pesquisa social*. 6. ed. São Paulo: Atlas, 2008.

GOMES, Alessandro de Araujo. *Grafos: uma experiência no ensino médio*. 2015. Dissertação (Mestrado em Matemática) – Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro, Seropédica, 2015.

GOMES, Paulo César Rodacki. *Grafos: conceitos fundamentais, algoritmos e aplicações*. Blumenau: Instituto Federal Catarinense, 2022. ISBN 978-65-88089-12-5.

GONZÁLEZ, Marco Polo Olivares. *Sistema de planificación de rutas de logística usando grafos*. 2024. Tesis (Ingeniería en Ciencias de la Computación) – Benemérita Universidad Autónoma de Puebla, Puebla, 2024.

JURKIEWICZ, Samuel. *Grafos: uma introdução*. Programa de Iniciação Científica (PIC) da OBMEP 2007.

LEAL, Vinícius Trevezani Pereira. *Coloração de grafos na educação básica*. 2018. 112 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional) – Colégio Pedro II, Pró-Reitoria de Pós-Graduação, Pesquisa, Extensão e Cultura, Rio de Janeiro, 2018.

MESQUITA, Carolina Pereira Vaz. *Grafos e suas aplicações no ensino da matemática*. 2021. Dissertação (mestrado) - Universidade Federal de Viçosa – Florestal, MG, 2021.

NASCIMENTO, Francisco José dos Santos. *Conectando pontos: uma introdução prática à teoria dos grafos*. In: ENCONTRO REGIONAL DE PROFESSORES DE MATEMÁTICA DO SEMIÁRIDO (ERPMAT-Semiárido), 2025, Juazeiro-BA. Anais [...]. Juazeiro-BA: UNIVASF, 2025. Disponível em: https://www.researchgate.net/publication/393631809_Conectando_Pontos_Uma_Introducao_Pratica_a_Teoria_dos_Grafos. Acesso em: 20 abril 2026.

NOGUEIRA, Daniel Klug. *Introdução à teoria dos grafos: proposta para o ensino médio*. 2015. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática) – Universidade de Brasília, Brasília, 2015.

NÓBREGA, David Ramalho; BATISTA, Érica Boizan. *Explorando a Teoria dos Grafos no Ensino de Matemática: uma revisão sistemática de dissertações e teses brasileiras*. *Ensino da Matemática em Debate*, São Paulo, v. 11

NOGUEIRA JÚNIOR, Dércio Costa. *Grafos e problemas de caminhos*. 2017. Dissertação (Mestrado em Matemática) – Universidade Federal de Viçosa, Florestal, MG, 2017.

OLIVEIRA, Guilherme da Silva. *Atividades de modelagem matemática: o uso da teoria de grafos no ensino fundamental*. 2020. 86 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional) – Universidade Federal do Triângulo Mineiro, Uberaba, MG, 2020.

PERNAMBUCO. *Currículo de Pernambuco: Ensino Médio*. Recife: Secretaria de Educação e Esportes do Estado de Pernambuco, 2021.

PERNAMBUCO. Secretaria de Educação e Esportes. *Currículo da Educação Profissional de Pernambuco: Versão 2.1*. Recife: SEE, 2021.

PEREIRA, Carolina. *Grafos: uma proposta aplicada ao cotidiano de alunos do ensino fundamental*. 2019. 50 f. Dissertação (Mestrado em Matemática em Rede Nacional) – Universidade Federal de Santa Maria, Centro de Ciências Naturais e Exatas, Santa Maria, 2019.

PEREIRA, Lucivaldo José de Andrade. *Grafos: conhecendo a teoria, modelando tecnologias e desenvolvendo aspectos socioemocionais*. 2024. Produto educacional

(Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional – PROFMAT) – Universidade Federal de Campina Grande, Campina Grande-PB, 2024.

PEREIRA JUNIOR, Antonio Valdemir. *Uma abordagem sobre a teoria dos grafos no ensino médio*. 2018. 56 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Ensino de Ciências e Matemática) – Universidade Federal do Ceará, Centro de Ciências, Fortaleza, 2018.

PRODANOV, Cleber Cristiano; FREITAS, Ernani Cesar de. *Metodologia do trabalho científico: métodos e técnicas da pesquisa e do trabalho acadêmico*. 2. ed. Novo Hamburgo: Feevale, 2013. Recurso eletrônico. ISBN 978-85-7717-158-3.

SCANAVACHI, Diego Custodio. *Um estudo sobre grafos e sua aplicabilidade no ensino médio*. 2025. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional – PROFMAT) -- São Carlos, 2025.

SILVA, Alan Marcelo Oliveira da. *Grafos: uma experiência no ensino fundamental*. 2015. Dissertação (Mestrado em Matemática) – Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro, Seropédica, 2015.

SILVA, Circe Mary Silva da. Augustus De Morgan: muito além da lógica. *JIEEM*, v. 18, n. 3, p. 329-337, 2025.

SILVA JÚNIOR, Odilon Magno da Silva. *Coloração em grafos: uma experiência no ensino médio*. 2016. Dissertação (Mestrado em Matemática) – Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro, 2016.

SILVA JÚNIOR, Osni Novaes da. *Caminhos em grafos: uma experiência no ensino fundamental*. 2018. 132 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional – PROFMAT) – Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro, 2018.

SILVA, Luis Antonio de Souza da. *Grafos: uma abordagem através de questões da OBMEP e do Canguru de Matemática*. 2020. 58 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional – PROFMAT) – Universidade do Estado do Rio de Janeiro, Faculdade de Formação de Professores, Rio de Janeiro, 2020.

SOUSA, Lurdes. O Teorema das Quatro Cores. *Millenium*, Viseu, p. 125–151, 2001.

SOUZA, Marcelo Alves. *Grafos no ensino básico*. 2015. Dissertação (Mestrado) – Universidade Federal do ABC, Santo André, 2015.

SOUZA, Michel Guerra de. *Possibilidades em grafos hamiltonianos*. 2014. Dissertação (Mestrado em Matemática) – Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2014.

SOUZA, Renato Ferreira de. *Resolução de problemas via teoria de grafos*. 2014. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática) – Universidade de São Paulo, São Carlos, 2014.

SOUZA, Suelma Luiza Alves de. *O ensino de matrizes utilizando teoria dos grafos*. 2017. 116 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática) – Universidade Federal de Mato Grosso, Instituto de Ciências Exatas e da Terra, Cuiabá, 2017.

VIEIRA, Wellington. *Exploração de grafos na Educação Básica*. 2024. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional – PROFMAT) – Universidade Federal de Uberlândia, Uberlândia-MG, 2024.

ZABALA, A. *A prática educativa: como ensinar*. Porto Alegre: Artmed, 1998.

APÊNDICE A – SEQUÊNCIA DIDÁTICA

Nesta seção, será apresentada a sequência didática que tem como fundamento teórico Zabala (1998). Segundo Zabala (1998), “sequência didática é um conjunto ordenado e articulado de atividades, planejadas com uma intenção educativa, que avançam de forma progressiva para favorecer a aprendizagem de determinados conteúdos.” Zabala (1998) ainda complementa que toda unidade de intervenção deveria partir de uma situação próxima à realidade do aluno, que seja interessante para ele e lhe proponha questões às quais precisa dar resposta”. Diante disso, essa sequência didática será estruturada partindo de situações-problemas reais ligados ao ramo da Logística.

Público-alvo: Estudantes do ensino médio

Objetivo geral: Apresentar a Teoria dos Grafos através de uma visão introdutória dos seus principais aspectos teóricos por meio de situações-problemas envolvendo a área da Logística.

Conteúdos:

- Elementos do grafo (vértices e arestas);
- Grau do vértice;
- Relação entre quantidade de arestas e grau dos vértices;
- Grafo conexo e grafo desconexo;
- Origem da Teoria dos Grafos (Pontes de Königsberg);
- Grafo Euleriano e Semi-euleriano;
- Teorema das Quatro Cores (Coloração de mapas);
- Algoritmo de Dijkstra

Atividade 1: Conectando depósitos

Duração: 2 h/aula

Recursos necessários: Caderno, caneta/lápis, cordão/barbante, pincel e quadro branco.

Conteúdos:

- Modelagem de problema por meio de grafo;
- estrutura do grafo;
- elementos do grafo;
- vértices adjacentes;
- grau do vértice;
- grafo não-direcionado;
- grafo conexo e grafo desconexo.

Objetivos da atividade:

- Compreender como a Teoria dos Grafos pode ser utilizada para representar e analisar rotas.
- Modelar uma situação-problema por meio de Grafos;
- Identificar os elementos de um Grafo;
- Desenvolver o pensamento lógico ao determinar se é possível realizar determinada entrega na situação problema;

Situação-problema: Em uma grande empresa, os caminhões podem realizar entregas entre os depósitos para garantir o suprimento de materiais nas localidades onde estão situados. Essas entregas podem ocorrer por meio de rotas diretas ou por cadeias de rotas interligadas. As conexões conhecidas na rede de transporte são as seguintes:

- | | |
|---------------------------|---------------------------|
| • Depósito A ↔ Depósito B | • Depósito E ↔ Depósito F |
| • Depósito C ↔ Depósito D | • Depósito F ↔ Depósito G |
| • Depósito A ↔ Depósito C | • Depósito G ↔ Depósito H |
| • Depósito C ↔ Depósito B | • Depósito H ↔ Depósito I |
| • Depósito B ↔ Depósito D | • Depósito I ↔ Depósito E |

Note que um caminhão que parte do depósito A, pode seguir diretamente para o depósito B ou C e vice-versa.

Com base nessa malha logística, responda:

- a. É possível que um caminhão partindo do Depósito A chegue ao Depósito D? Em caso afirmativo, descreva essa rota.*
- b. Um caminhão que está no Depósito H consegue enviar uma carga ao Depósito F? Justifique.*
- c. O Depósito A consegue entregar uma carga ao Depósito I? Justifique.*
- d. O Depósito C possui rota direta para o Depósito B?*

Contextualização:

Esta atividade busca mostrar aos alunos que situações como a organização de entregas entre depósitos podem ser analisadas com o apoio da matemática. Ao tentar identificar quais rotas são possíveis, eles perceberão a necessidade de representar melhor essas conexões. Nesse contexto, os grafos surgem como uma ferramenta que organiza as informações e facilita a visualização das ligações entre os depósitos, tornando a análise mais clara e objetiva.

Desenvolvimento:

Neste momento, é importante que o professor exerça o papel de mediador no processo de aprendizagem. Dessa forma, o problema deve ser apresentado salientando que uma das incumbências, entre outras, do profissional de Logística é organizar frotas de transporte com a finalidade de tornar o processo de entrega mais eficiente.

Em seguida, o professor deverá apresentar o problema à turma, entregar a atividade a cada estudante e conceder um tempo para que os alunos tentem solucionar os problemas propostos. Após esse período, o professor deverá fazer a socialização com os estudantes sobre as respostas encontradas.

Neste momento, o professor apresentará a solução de forma dinâmica. A turma será organizada em grupos de nove estudantes, e cada integrante re-

presentará um depósito. As conexões entre esses pontos serão simbolizadas por cordões. Assim, o aluno que representar o depósito A deverá se ligar, com o cordão, ao colega que representar o depósito B. Da mesma maneira, o estudante que assumir o papel do depósito C fará a conexão com quem estiver representando o depósito D, e assim por diante, conforme o modelo definido.

Por fim, o professor deverá propor que um estudante faça a representação das ligações por meio de pontos (vértices) e linhas (arestas) na lousa, ou seja, por meio de uma estrutura de um grafo. Diante disso, será possível dar resposta ao problema proposto de forma eficiente. Com essa atividade, o professor poderá dialogar com os alunos sobre a estrutura do grafo, os elementos, grau dos vértices, abordar a ideia de grafo conexo e grafo desconexo.

Avaliação:

A avaliação se dará por meio da observação do interesse do estudante, participação e resolução da situação-problema. Além disso, deve ser observada a capacidade do estudante de estabelecer a relação do conteúdo trabalhado com sua aplicabilidade.

Atividade 2: Planejando rotas

Duração: 2 h/aula

Recursos necessários: Caneta/lápis e atividade impressa.

Conteúdos:

- Grafo Euleriano;
- Grafo Semi-euleriano;
- Grau do vértice.

Objetivos da atividade:

- Analisar a estrutura do Grafo;
- Identificar as condições matemáticas necessárias para classificar um Grafo Euleriano e Semi-euleriano;
- Estimular o raciocínio-lógico matemático;

- Relacionar conceitos de Grafos com problemas reais de roteirização.

Situação-problema: Uma empresa responsável pela coleta de lixo está analisando três pequenos bairros (X, Y e Z) de uma cidade para otimizar o trajeto do caminhão de coleta.

A equipe técnica representou cada bairro por meio de uma estrutura de **grafo**, na qual cada vértice representa uma esquina e cada aresta representa uma rua por onde o caminhão pode passar.

O problema consiste em verificar se é possível, em cada bairro, planejar uma rota para o caminhão de coleta que:

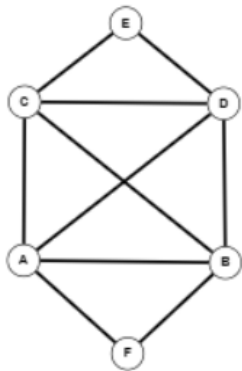
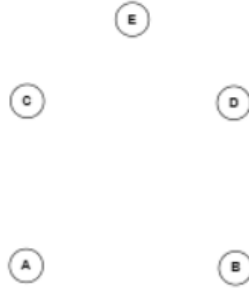
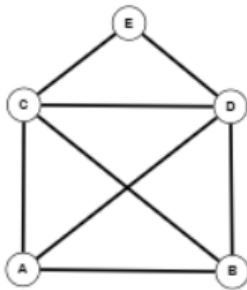
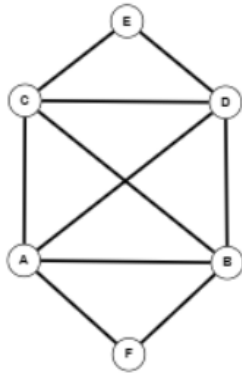
I - Comece e termine no mesmo ponto (por exemplo, na garagem da empresa),

II - Percorra todas as ruas do bairro,

III - Passe por cada rua exatamente uma vez, sem repetições.

a. Em qual(is) bairro(s) é possível traçar a rota desejada?

b. No bairro Y, o que ocorre ao iniciar o trajeto pela esquina A? E ao iniciá-lo pela esquina B?



Contextualização:

Nesta atividade, os alunos analisam o planejamento da rota de um caminhão de coleta de lixo, investigando se é possível percorrer todas as ruas de um bairro sem repeti-las e retornando ao ponto inicial. Ao explorar essa situação, perceberão que a solução depende da estrutura do grafo, o que dá sentido ao estudo do grau dos vértices e do circuito euleriano como ferramentas para fundamentar a resposta.

Desenvolvimento:

Nesta atividade, os alunos já estarão familiarizados com a estrutura de grafo. Assim, o professor poderá comentar sobre diferentes situações que podem ser representadas por meio desse recurso, como mapas de cidades, conexões em redes sociais e estruturas moleculares. Nesse contexto, o professor deverá conduzir a discussão de modo que os alunos percebam que a otimização do trajeto realizado para a coleta de lixo também constitui uma questão própria da área de Logística e que pode ser representada por meio de um grafo.

Nesse momento, o professor deverá distribuir a atividade aos estudantes, apresentando a situação-problema e propondo que busquem traçar, no grafo representado por seus vértices, o percurso solicitado. Espera-se que os alunos consigam percorrer todas as arestas partindo de um vértice e retornando ao vértice inicial no grafo que representa o bairro X, uma vez que se trata de um grafo euleriano.

Recomenda-se que o professor instigue os estudantes a realizar o mesmo procedimento no grafo Y, iniciando pelo vértice A e, posteriormente, pelo vértice B, e, em seguida, pelos vértices C, D e E. Espera-se que, ao partir do vértice A, o trajeto termine no vértice B, e vice-versa, evidenciando tratar-se de um grafo semi-euleriano.

Por fim, no grafo Z, que não é euleriano nem semi-euleriano, os alunos não conseguirão percorrer todas as arestas sem repeti-las, o que impossibilita a realização do percurso nas condições propostas.

Avaliação:

A avaliação se dará por meio da observação do interesse do estudante, participação e resolução da situação-problema. Além disso, deve ser observada

a capacidade do estudante de estabelecer a relação do conteúdo trabalhado com sua aplicabilidade.

Atividade 3: Colorindo regiões

Duração: 2 h/aula

Recursos necessários: Caneta/lápis e atividade impressa.

Conteúdos:

- Construção de grafos
- Coloração de grafos.
- Teorema das quatro cores

Objetivos da atividade:

- Representar mapas por meio de grafos;
- Introduzir o Teorema das 4 cores;
- Desenvolver o raciocínio lógico e habilidades de resolução de problemas;
- Aplicar o Teorema das 4 cores para resolver problemas.

Situação-problema: *Imagine que você foi contratado para ajudar na organização das lojas de uma rede de concessionárias que irá abrir uma loja em cada cidade do Sertão do São Francisco (Cabrobó, Orocó, Santa Maria da Boa Vista, Lagoa Grande, Petrolina, Dormentes e Afrânio).*

Cada loja poderá vender apenas um tipo principal de veículo, como: carros de passeio, motos, caminhonetes, SUVs ou veículos elétricos. No entanto, existe uma regra importante: cidades vizinhas não podem vender o mesmo tipo de veículo. Por exemplo, se Petrolina vender motos, as cidades vizinhas a ela não poderão vender motos.

Figura 33 - Mapa do Sertão do São Francisco

Fonte: Adaptado de Sampaio Neto et al. (2022)

O objetivo é organizar essa distribuição da melhor maneira possível.

- a) Você consegue organizar as lojas sem repetir categoria em cidades vizinhas, utilizando os cinco tipos de veículos? Mostre como.*
- b) E com quatro categorias? Mostre como.*
- c) E com três categorias? Mostre como.*
- d) E com duas categorias, é possível?*

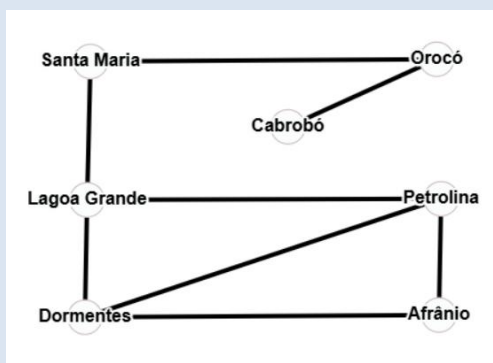
Contextualização:

Nesta atividade é possível mostrar que, além de outras situações, a organização de lojas em diferentes cidades também é uma tarefa ligada à Logística. A situação proposta permite que os estudantes percebam que decisões estratégicas, como definir quais produtos serão vendidos em cada local, precisam considerar regras e limitações do território. Ao analisar as cidades vizinhas e respeitar a restrição apresentada, os alunos exercitam o planejamento, o raciocínio lógico e a tomada de decisão, aproximando o conteúdo matemático da realidade profissional.

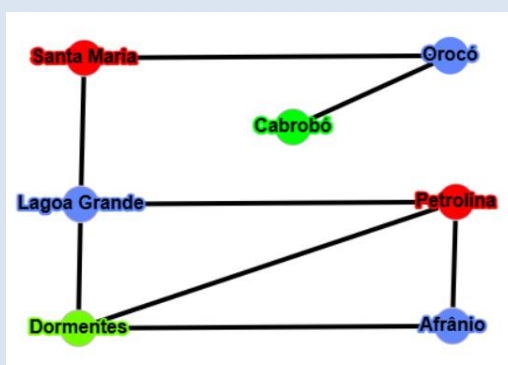
Desenvolvimento:

O professor deverá conceder aos alunos um tempo para que eles tentem resolver o problema de forma autônoma, sem ajudá-los. Em seguida, considerando que os estudantes já estarão mais familiarizados com a estrutura de grafos, o docente deve retomar a explicação de que um mapa também pode ser representado por meio de um grafo, no qual cada cidade corresponde a um vértice e as cidades vizinhas são ligadas por uma aresta. Com isso, os alunos serão

conduzidos a tentar desenhar o grafo com auxílio do professor. Veja uma possível representação do grafo:



Com o grafo já construído, o professor conduzirá a sistematização da solução com base no Teorema da Coloração dos Grafos. No item “a”, por exemplo, espera-se que os estudantes não encontrem maiores dificuldades, uma vez que dispõem de cinco cores para realizar a coloração dos vértices, assegurando que vértices adjacentes não compartilhem a mesma cor. Nesse processo, caberá ao professor exercer o papel de mediador, intervindo e orientando os alunos sempre que necessário. Para fins de exemplificação do item “c”, considera-se que a categoria “moto” seja representada pela cor vermelha, “SUV” pela cor azul e “caminhonete” pela cor verde. Uma possível solução é a seguinte:



Observa-se que, ao escolher a categoria “moto” para a cidade de Petrolina, torna-se necessário selecionar categorias distintas — ou seja, cores diferentes — para as cidades de Afrânio, Dormentes e Lagoa Grande. Na solução proposta, atribuiu-se a categoria “caminhonete” (cor verde) para Dormentes e a categoria “SUV” (cor azul) para Afrânio e Lagoa Grande, visto que estas não são cidades vizinhas entre si. Em seguida, definiu-se a categoria “moto” para

Santa Maria da Boa Vista, “SUV” para Orocó e “caminhonete” para Cabrobó. Dessa forma, o mapa pode ser adequadamente colorido utilizando, no mínimo, três cores.

Por fim, o professor pode fazer uma breve explanação sobre o Teorema das Quatro Cores conforme descrito na fundamentação teórica desta pesquisa.

Avaliação:

A avaliação se dará por meio da observação do interesse do estudante, participação e resolução da situação-problema. Além disso, deve ser observada a capacidade do estudante de estabelecer a relação do conteúdo trabalhado com sua aplicabilidade.

Atividade 4: Qual o menor caminho até a Escola?

Duração: 2 h/aula

Recursos necessários: Caneta/lápis e atividade impressa.

Conteúdos:

- Grafo valorado;
- Noções básicas do Algoritmo de Dijkstra

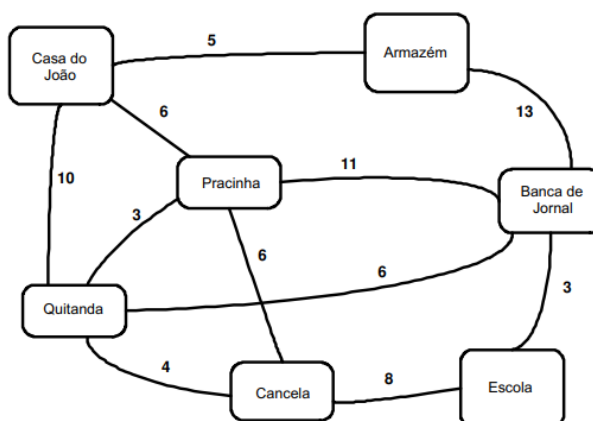
Objetivos da atividade:

- Compreender a finalidade do Algoritmo de Dijkstra.
- Executar passo a passo o Algoritmo de Dijkstra em um grafo com pesos positivos.
- Determinar o menor caminho entre dois vértices.
- Relacionar o conteúdo com aplicações reais (logística, transporte, rotas, redes).

Situação-problema: João deseja se deslocar de sua casa até a escola. Para isso, ele pode escolher entre diferentes caminhos possíveis, passando por alguns pontos do bairro.

A representação desses caminhos, bem como as distâncias entre os locais, está indicada no grafo abaixo.

Figura 34 - Grafo do bairro de João



Fonte: Jurkiewicz, (2007,p.34)

Com base nessa representação, responda:

a) Considerando que João deseja percorrer a **menor distância possível** até a escola, qual trajeto ele deve escolher? Qual será a distância total percorrida?

b) Tomando como ponto de partida a casa de João, determine:

- a menor distância até o **Armazém** e o respectivo trajeto;
- a menor distância até a **Pracinha** e o respectivo trajeto;
- a menor distância até a **Quitanda** e o respectivo trajeto;
- a menor distância até a **Cancela** e o respectivo trajeto;
- a menor distância até a **Banca de Jornal** e o respectivo trajeto;
- a menor distância até a **Escola** e o respectivo trajeto.

Justifique suas respostas indicando os caminhos percorridos e os cálculos realizados.

Contextualização:

Esta atividade foi pensada para que os estudantes, inicialmente, tentem encontrar o menor caminho entre dois pontos representados no grafo a partir de comparações e tentativas. A intenção é que experimentem o desafio de analisar diferentes trajetos e perceber que nem sempre é simples garantir qual deles é realmente o menor. Ao longo dessa exploração, espera-se que surja a necessidade de um procedimento mais organizado para tomar essa decisão. É nesse momento que a matemática ganha destaque, não apenas como cálculo, mas como estrutura de pensamento capaz de organizar estratégias e tornar o processo mais eficiente.

Dessa forma, a apresentação do Algoritmo de Dijkstra aparece como consequência natural da reflexão realizada pelos próprios alunos, evidenciando a lógica matemática que está por trás de muitos sistemas de otimização utilizados também na área da Logística.

Desenvolvimento:

Para iniciar esta última atividade, embora os alunos já conheçam a estrutura de um grafo simples, é importante apresentar um grafo valorado, destacando que os valores associados às arestas podem representar distâncias, custos ou até dificuldades de deslocamento entre dois pontos. Nesse momento, também é pertinente introduzir o conceito de otimização, relacionando-o à busca por soluções mais eficientes.

O professor dividirá a turma em grupos, 4 ou 5 integrantes, e apresentará a situação problema por meio de uma conversa motivadora, ressaltando que a área de Logística envolve, entre outras atribuições, a otimização de rotas. Para isso, são utilizados softwares como o Google Maps, cuja finalidade é indicar o melhor trajeto entre dois endereços de uma cidade, por exemplo. É importante enfatizar que, por trás dessas ferramentas, existem algoritmos programados para realizar tais cálculos. Entre eles, destaca-se o Algoritmo de Dijkstra, desenvolvido por Edsger Wybe Dijkstra em 1952, com o objetivo de determinar o menor caminho entre dois vértices de um grafo valorado.

Com a atividade em mãos, os alunos serão convidados pelo professor a buscar uma solução para o problema, registrando o trajeto que João deverá percorrer e a respectiva distância total.

Após esse momento de exploração e discussão das respostas encontradas, o professor apresentará, na lousa ou computador com auxílio dos estudantes, a resolução estruturada por meio do Algoritmo de Dijkstra, evidenciando a lógica matemática que organiza o processo de determinação do menor caminho.

Avaliação:

A avaliação se dará por meio da observação do interesse do estudante, participação e resolução da situação-problema. Além disso, deve ser observada a capacidade do estudante de estabelecer a relação do conteúdo trabalhado com sua aplicabilidade.

APÊNDICE B – QUESTIONÁRIO

- 1) De modo geral, como você avalia as aulas sobre Teoria dos Grafos?
 - ☐ Excelente
 - ☐ Boa
 - ☐ Regular
 - ☐ Ruim
 - ☐ Péssima

- 2) As atividades propostas foram interessantes para você?
 - ☐ Muito interessantes
 - ☐ Interessantes
 - ☐ Regular
 - ☐ Pouco interessantes
 - ☐ Não foram interessantes

- 3) Você se sentiu motivado(a) a participar das atividades?
 - ☐ Sempre
 - ☐ Na maioria das vezes
 - ☐ Na metade das vezes
 - ☐ Às vezes
 - ☐ Raramente

- 4) As atividades me ajudaram a desenvolver meu raciocínio lógico.
 - ☐ Concordo totalmente
 - ☐ Concordo
 - ☐ Concordo parcialmente
 - ☐ Discordo parcialmente
 - ☐ Discordo
 - ☐ Discordo totalmente

- 5) Consegui entender como representar situações reais por meio de grafos.
 - ☐ Concordo totalmente
 - ☐ Concordo

- ☐ Concordo parcialmente
- ☐ Discordo parcialmente
- ☐ Discordo
- ☐ Discordo totalmente

6) Consegui perceber que a Matemática pode ser usada para resolver problemas do dia a dia.

- ☐ Concordo totalmente
- ☐ Concordo
- ☐ Concordo parcialmente
- ☐ Discordo parcialmente
- ☐ Discordo
- ☐ Discordo totalmente

7) Você conseguiu perceber a relação entre Matemática e Logística durante as atividades?

- ☐ Sim, claramente
- ☐ Sim, parcialmente
- ☐ Pouco
- ☐ Não percebi

8) Qual atividade mais ajudou você a perceber a aplicação prática da Matemática?

- ☐ Conectando Depósitos
- ☐ Planejando Rotas
- ☐ Colorindo Regiões
- ☐ Menor caminho (Algoritmo de Dijkstra)

9) Na sua opinião, estudar Matemática dessa forma (com situações-problema reais) facilita a aprendizagem?

- ☐ Sim, muito
- ☐ Sim, um pouco
- ☐ Não faz diferença
- ☐ Não facilita

10) As explicações do professor foram claras?

- ☐ Sempre
- ☐ Na maioria das vezes
- ☐ Na metade das vezes
- ☐ Às vezes
- ☐ Raramente

11) Trabalhar em grupo ajudou na sua aprendizagem?

- ☐ Ajudou muito
- ☐ Ajudou um pouco
- ☐ Não fez diferença
- ☐ Atrapalhou

12) A dinâmica com cordões/barbantes (representando os grafos) ajudou na compreensão?

- ☐ Ajudou muito
- ☐ Ajudou um pouco
- ☐ Pouco
- ☐ Não ajudou

13) Antes dessas aulas, você já conhecia algo sobre Teoria dos Grafos?

- ☐ Sim
- ☐ Não

14) Após essa sequência didática, você considera que aprendeu algo novo?

- ☐ Sim, aprendi bastante
- ☐ Sim, aprendi um pouco
- ☐ Pouco
- ☐ Não aprendi

15) Em poucas palavras, o que você aprendeu com essa sequência didática?

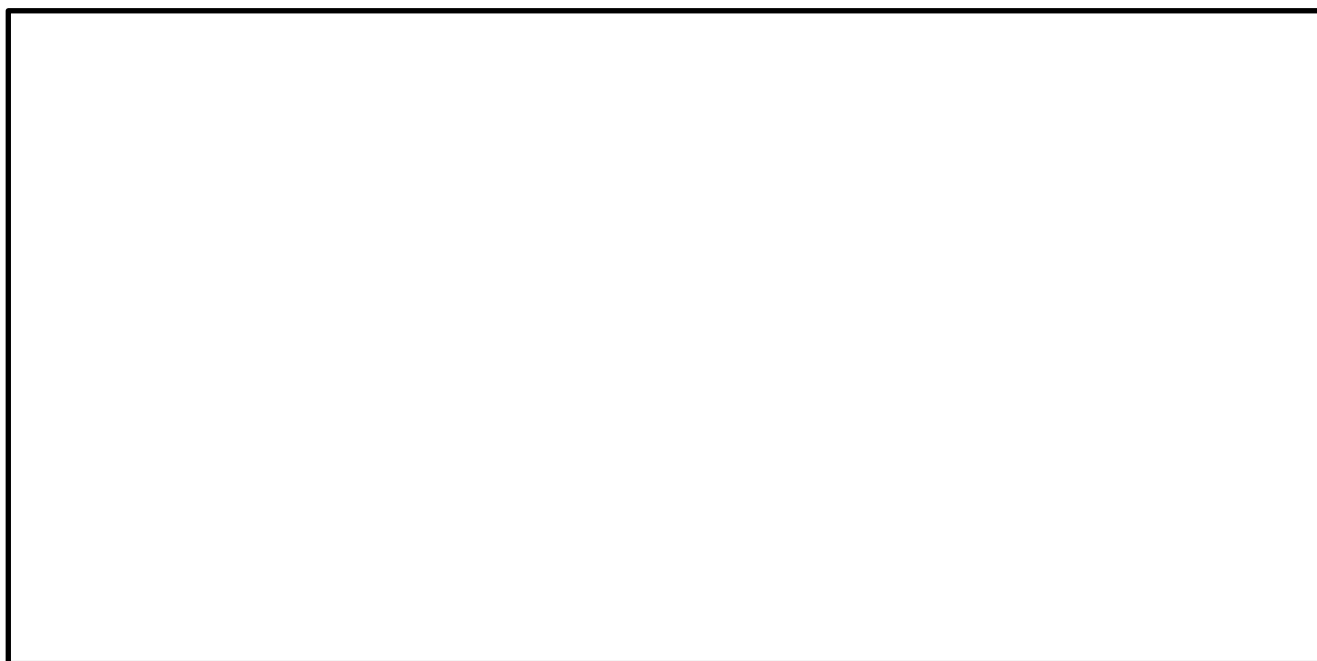
APÊNDICE C – EXERCÍCIO DE VERIFICAÇÃO DE APRENDIZAGEM

1) Numa escola algumas turmas resolveram realizar um torneio de vôlei. Participam do torneio as turmas 6A, 6B, 7A, 7B, 8A e 8B.

Alguns jogos foram realizados até agora:

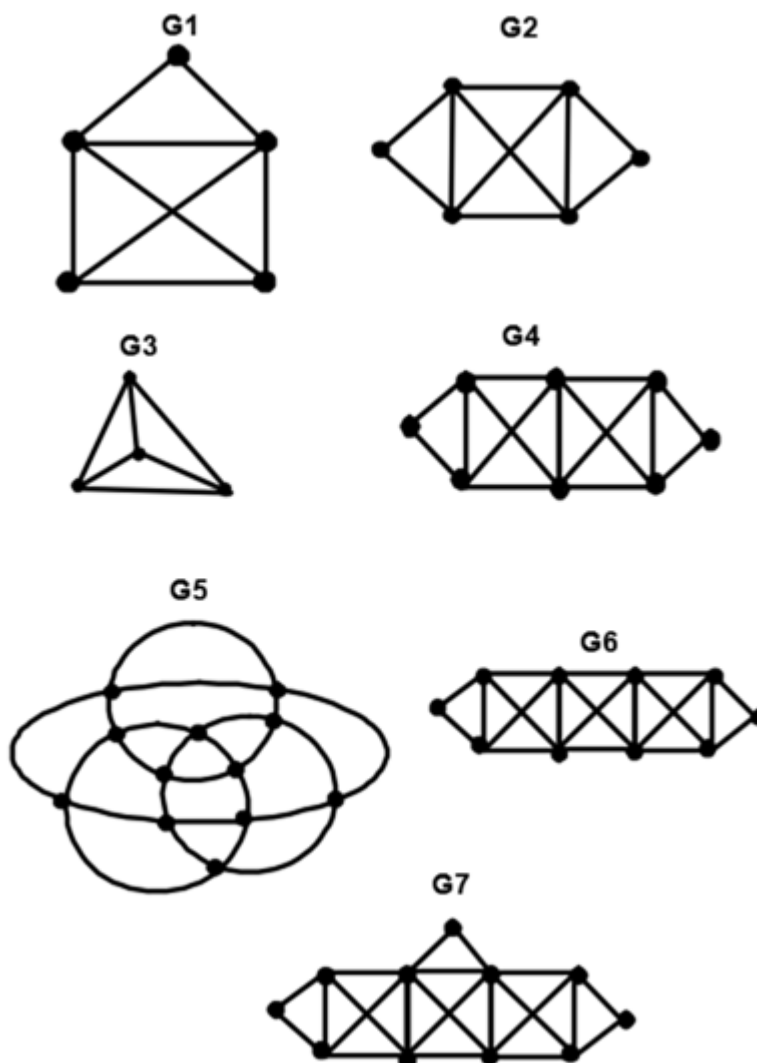
6A jogou com 7A, 7B, 8B
6B jogou com 7A, 8A, 8B
7A jogou com 6A, 6B
7B jogou com 6A, 8A, 8B
8A jogou com 6B, 7B, 8B
8B jogou com 6A, 6B, 7B, 8A

Faça a representação dos jogos realizados por meio de uma estrutura de **grafo** em que as turmas serão representadas por pontos (vértices) e os jogos serão representados por linhas (arestas). Em seguida, determine o grau de cada vértice.



2) Na figura abaixo, quais grafos são eulerianos? Quais são semi-eulerianos? No caso dos semi-eulerianos, por onde devemos começar (terminar) nossa trilha?

Figura 35 - Grafos eulerianos e semi-eulerianos



Fonte: Jurkiewicz, (2007, p.58)

3) Observe o mapa das microrregiões do estado de Pernambuco. Faça a representação deste mapa por meio de um grafo e, em seguida, faça a coloração do mapa de modo que regiões que fazem fronteiras tenham cores distintas e que tenha a menor quantidade possível de cores.

