**UNIVERSIDADE FEDERAL DO TOCANTINS**

**CÂMPUS UNIVERSITÁRIO DE PALMAS**

**PROGRAMA DE MESTRADO PROFISSIONAL EM MATEMÁTICA**

**EM REDE NACIONAL – PROFMAT**

**JODÃ GOMES BRITO**

# MATEMÁTICA FINANCEIRA: UMA ABORDAGEM DE INCENTIVO AO PLANEJAMENTO FINANCEIRO DE LONGO PRAZO

PALMAS (TO)

2026

**JODÃ GOMES BRITO**

# MATEMÁTICA FINANCEIRA: UMA ABORDAGEM DE INCENTIVO AO PLANEJAMENTO FINANCEIRO DE LONGO PRAZO

Dissertação apresentada ao Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional - PROFMAT da Universidade Federal do Tocantins como requisito parcial para a obtenção do título de Mestre - Área de Concentração: Matemática na Educação Básica.
Orientador: Prof. Dr. Rogério Azevedo Rocha.

PALMAS (TO)

2026

**Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP)**
**Sistema de Bibliotecas da Universidade Federal do Tocantins**

G633m Gomes Brito, Jodã.

Matemática Financeira: Uma Abordagem de Incentivo ao Planejamento Financeiro de Longo Prazo. / Jodã Gomes Brito. – Palmas, TO, 2026.

91 f.

Dissertação (Mestrado Profissional) - Universidade Federal do Tocantins – Câmpus Universitário de Palmas - Curso de Pós-Graduação (Mestrado) Profissional em Matemática, 2026.

Orientador: Rogério Azevedo Rocha

1. Educação Financeira. 2. Matemática Financeira. 3. Ensino Médio. 4. Planejamento Financeiro. I. Título

**CDD 510**

JODÃ GOMES BRITO

MATEMÁTICA FINANCEIRA: UMA ABORDAGEM DE INCENTIVO AO PLANEJAMENTO FINANCEIRO DE LONGO PRAZO

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado ao programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional - PROFMAT da Universidade Federal do Tocantins como requisito parcial para obtenção do título de Mestre – Área de Concentração: Matemática.
Orientador: Dr. Rogério Azevedo Rocha.

Aprovada em 14 / 05 / 2026

BANCA EXAMINADORA

Documento assinado digitalmente
gov.br ROGERIO AZEVEDO ROCHA
Data: 15/05/2026 16:35:28-0300
Verifique em https://validar.iti.gov.br

________________________________________________

Prof. Dr. Rogério Azevedo Rocha (UFT)

Documento assinado digitalmente
gov.br HELLENA CHRISTINA FERNANDES APOLINARIO
Data: 18/05/2026 09:50:11-0300
Verifique em https://validar.iti.gov.br

________________________________________________

Prof. Dra. Hellena Christina Fernandes Apolinário (UFT)

Documento assinado digitalmente
gov.br FLAVIO RAIMUNDO DE SOUZA
Data: 16/05/2026 09:46:32-0300
Verifique em https://validar.iti.gov.br

________________________________________________

Prof. Dr. Flávio Raimundo de Souza (IFG)

*À todos os professores que no exercício sério de sua profissão possibilitam que barreiras sejam quebradas.*

## AGRADECIMENTOS

“Não se alcança o tesouro no fim do trajeto. Colhem-se as pérolas ao longo do caminho, estão espalhadas nele”. Ouvi essa frase durante uma reunião com o querido professor Carlos Eduardo nos períodos finais de minha graduação, e ela me marcou muito. Posso certamente afirmar que colhi preciosas pérolas ao longo desses quase dois anos que perduraram este mestrado. A colheita, é claro, aconteceu não sem uma boa dose de sofrimento. Por isso e, em razão da óbvia verdade de que quando vencemos nunca vencemos sozinhos, é imperativo dirigir alguns agradecimentos a algumas pessoas que tornaram essa trajetória mais leve e possível.

Começo agradecendo ao professor Rogério, que prontamente me aceitou como seu orientando, dando-me total apoio e liberdade para pesquisar aquilo que atualmente me enche os olhos. Muitíssimo obrigado pela parceria professor!

Aos meus pais, Seu Josué e Dona Valmirene, a quem sempre recebi e continuo recebendo apoio em meus projetos. Ainda me emociono ao lembrar que não nos deixavam trabalhar nos afazeres da fazenda quando estávamos em semana de provas na escola.

Também agradeço às minhas irmãs Joelza, Joildy e Jozeildes, sempre presentes e tornando os momentos desta minha efêmera existência mais belos.

Agradeço aos meus amigos e colegas de mestrado pela parceria ao longo desse período de grande aprendizado. Foi um prazer caminhar com vocês. Muita luz na continuidade de nossas histórias.

Por fim, estendo meus agradecimentos a todos os servidores da UFT que tornaram esse mestrado possível. Em especial, aos professores do PROFMAT: Rogério Azevedo, Hellena Christina, Andres Lázaro, Betty Clara, Warley Gramacho, Paulo Cléber, Elis Gardel e Keidna Cristiane.

*Porque, se você deixa seu tempo ser roubado, adeus à vida afetiva!*

*E não se pode viver sem afeto.*

*(Pepe Mujica)*

**RESUMO**

Ao mesmo tempo em que se observa o desenvolvimento e a consolidação de instrumentos financeiros na sociedade moderna, nota-se um crescente interesse da comunidade acadêmica pela temática da Educação e da Matemática Financeira. No âmbito escolar brasileiro, um exemplo marcante dessa preocupação está na inclusão do assunto na Base Nacional Comum Curricular (BNCC), que o destaca como um tema a ser trabalhado de forma transversal. Apesar disso, compreende-se que esse conhecimento ainda é pouco apropriado pelas camadas menos favorecidas de nossa sociedade. Diante desse cenário, este trabalho tem como objetivo elaborar uma sequência didática que aborde conceitos de Educação Financeira de forma contextualizada, promovendo reflexões críticas sobre a realidade dos estudantes e sobre as desigualdades socioeconômicas presentes em seus contextos, além de possibilitar o desenvolvimento do planejamento financeiro de longo prazo. Para o alcance do objetivo foi adotada uma metodologia de pequisa de caráter qualitativa, fundamentada em uma revisão bibliográfica e documental. A sequência didática resultante da pesquisa desenvolvida é composta por 7 aulas, nas quais são discutidas temáticas que permeiam diferentes assuntos, tais como: identificação de agentes causadores da dificuldade do brasileiro em poupar, reserva de emergência, aposentadoria, investimentos em cenários de longo prazo e inflação e seus impactos no poder de compra da moeda.

**Palavras-chave**: Educação Financeira; Matemática Financeira; Ensino Médio; Planejamento Financeiro.

# ABSTRACT

At the same time that the development and consolidation of financial instruments in modern society can be observed, there is a growing interest within the academic community in the fields of Education and Financial Mathematics. In the Brazilian school context, a striking example of this concern is the inclusion of the topic in the National Common Curricular Base (BNCC), which highlights it as a theme to be addressed in a cross-curricular manner. Despite this, it is understood that such knowledge is still poorly appropriated by the less privileged sectors of our society. In this scenario, the present study aims to develop a didactic sequence that addresses concepts of Financial Education in a contextualized way, promoting critical reflections on students realities and on the socioeconomic inequalities present in their contexts, in addition to enabling the development of long-term financial planning. To achieve this objective, a qualitative research methodology was adopted, based on a bibliographic and documentary review. The didactic sequence resulting from the research consists of seven lessons, in which topics that permeate different themes are discussed, such as: the identification of factors that contribute to the difficulty Brazilians face in saving money, emergency funds, retirement, investments in long-term scenarios, and inflation and its impacts on the purchasing power of the currency.



**Keywords**: Financial Education; Financial Mathematics; High School; Financial Planning.

## LISTA DE ILUSTRAÇÕES

## LISTA DE QUADROS

## LISTA DE TABELAS

SUMÁRIO

# 1 INTRODUÇÃO

Nota-se, nos últimos anos, um crescente interesse da comunidade acadêmica pela temática da Matemática Financeira e da Educação Financeira. Isso pode ser constatado na pesquisa realizada por Rodrigues, Silva e Rodrigues (2021), que investigou o estado da arte de dissertações e teses no Brasil entre os anos de 2000 e 2020. Nesse mesmo contexto, Sachs *et al.* (2023) realizaram uma revisão sistemática da literatura, entre 2007 e 2021, em 51 periódicos nacionais e, a partir de uma fundamentação teórica de base marxista, buscou tecer uma crítica à Educação Financeira, no contexto brasileiro, no âmbito da Educação Matemática. Em uma perspectiva mais ampla, Amaral e Pinto (2024) realizaram uma investigação sistemática da literatura em nível mundial, com o objetivo de identificar a influência de órgãos internacionais na composição de currículos que abordem a Educação Matemática Financeira.

Esse crescente interesse pela temática, na comunidade acadêmica, coincide com o aumento de sua relevância social, diante de um mundo contemporâneo marcado pelo surgimento de novos instrumentos financeiros, sejam eles relacionados a investimentos, seguros, previdência, consignados ou outras modalidades. Diante disso, torna-se necessária uma educação dos cidadãos de tal forma que se possa extrapolar não apenas o saber utilizar as ferramentas matemáticas, mas também promover um posicionamento crítico que oriente suas decisões financeiras.

Um reflexo dessa relevância social pode ser visto, por exemplo, no estabelecimento de políticas públicas. Foi o caso da elaboração da Estratégia Nacional de Educação Financeira (ENEF) em 2010, com o objetivo de promover, por meio de uma parceria entre os setores público e privado, ações de Educação Financeira no país (Banco Central do Brasil, 2010). O decreto que instituiu a ENEF foi atualizado pelo Decreto nº 10.393, de 9 de junho de 2020. A ação mais recente do governo federal, nesse âmbito, foi a instituição, por meio de portaria publicada pelo Ministério da Educação (MEC), do programa *Na Ponta do Lápis*. Essa política visa viabilizar a oferta de diferentes iniciativas desenvolvidas pelo governo federal para a promoção da Educação Financeira, sendo voltada a estudantes dos ensinos fundamental e médio (Brasil, 2025b).

No âmbito escolar, a preocupação mais evidente com o assunto está na Base Nacional Comum Curricular (BNCC), aprovada em 2018, onde é destacado que a Educação Financeira deve ser abordada de forma transversal, integrando diferentes componentes curriculares para desenvolver competências essenciais à formação dos estudantes. Propõe-se que o tema seja articulado a situações reais do cotidiano, favorecendo a compreensão crítica sobre consumo, planejamento, poupança, uso consciente do dinheiro e impactos das decisões financeiras na sociedade e no meio ambiente (Brasil, 2025a).

Há ainda uma discussão amplamente presente na literatura sobre as terminologias relacionadas à Matemática Financeira e à Educação Financeira. Conforme destacado por Amaral e Pinto (2024), na Matemática Financeira há uma preocupação com a dimensão técnica, referente aos cálculos, à estatística e à compreensão das relações financeiras no que diz respeito aos padrões matemáticos. No mesmo trabalho, os autores destacam que a Educação Financeira, por sua vez, se apresenta como um modelo a ser seguido, orientando os indivíduos para uma vida de sucesso. Ocorre uma discussão voltada para a qualidade dos procedimentos adotados, mas ainda prevalece uma educação centrada na gestão das finanças. Tal concepção está alinhada à definição proposta pela Organização para a Cooperação e Desenvolvimento Econômico (OCDE) de Alfabetização Financeira: "uma combinação de consciência, conhecimento, habilidades, atitudes e comportamentos financeiros necessários para tomar decisões financeiras sólidas e, finalmente, alcançar o bem-estar financeiro individual" (Cooperation; Development, 2020, p.7).

Em relação à metodologia, este trabalho caracteriza-se como uma pesquisa de natureza aplicada, haja vista que busca produzir conhecimentos voltados à solução de problemas concretos do contexto educacional, conforme definição de Gil (2017). A abordagem adotada é qualitativa, uma vez que enfatiza a compreensão e a interpretação de fenômenos educacionais em seu contexto natural, sem a pretensão de generalizações estatísticas, em consonância com Bogdan e Biklen (2013) e Minayo (2014). Quanto aos procedimentos, a pesquisa possui caráter propositivo e de desenvolvimento de um produto educacional, alinhando-se ao que Thiollent (2011) denomina pesquisa voltada à intervenção, na medida em que culmina na elaboração de uma sequência didática destinada ao Ensino Médio. A pesquisa ainda se fundamenta em uma revisão bibliográfica e documental, apoiada em autores da Matemática Financeira, da Educação Financeira e em documentos oficiais como a Base Nacional Comum Curricular (BNCC), conforme orientações metodológicas descritas por Lakatos e Marconi (2017).

Neste trabalho, abordamos a Matemática Financeira de forma ampla, não nos restringindo apenas aos aspectos técnicos, como fórmulas e procedimentos matemáticos, mas também promovendo reflexões sobre as diversas possibilidades de aplicação desses conhecimentos no cotidiano. Com isso, buscamos contribuir para o desenvolvimento do senso crítico dos estudantes, estimulando uma compreensão mais significativa e contextualizada dos conceitos financeiros.

Diante das diversas possibilidades de abordagem da Matemática Financeira, optou-se, neste trabalho, por privilegiar discussões consideradas particularmente relevantes para estudantes da rede pública de ensino. Esse público, majoritariamente pertencente às classes sociais menos favorecidas, constitui o grupo que mais necessita desse tipo de conhecimento e das reflexões que podem ser promovidas pelas atividades propostas. Desse modo, o objetivo geral deste trabalho é elaborar uma sequência didática que aborde conceitos de Matemática Financeira de forma contextualizada, promovendo reflexões críticas sobre a realidade dos estudantes e as desigualdades socioeconômicas presentes em seus contextos, além de possibilitar o desenvolvimento do planejamento financeiro de longo prazo.

Tendo em vista a concretização do objetivo geral, estabeleceu-se os seguintes objetivos específicos:

- Desenvolver uma base teórica para servir de apoio ao professor que desejar aplicar a Sequência Didática parcial ou integralmente.
- Apresentar um relatório/tabela de planejamento financeiro como primeiro passo para concretizar um planejamento financeiro de longo prazo, voltado ao alcance da liberdade financeira.
- Simular diferentes planos de investimentos com foco no longo prazo, com vista a refletir sobre os resultados alcançados.
- Desenvolver um material de apoio, na forma de questionários, textos discursivos e listas de exercícios para posterior aplicação da Sequência Didática seja integral ou parcialmente.

Este trabalho tem relevância na medida em que aborda um tema reconhecidamente pouco explorado entre as classes sociais brasileiras menos favorecidas. Dessa forma, espera-se que a aplicação futura da sequência didática elaborada contribua para suscitar questionamentos a respeito das desigualdades socioeconômicas existentes. Além disso, incentive o pensamento de longo prazo no que diz respeito ao planejamento financeiro, contribuindo, assim, para o alcance de uma sociedade em que, dentro das possibilidades permitidas pelo sistema econômico vigente, os cidadãos, além de mais críticos, também sejam capazes de conquistar, gradualmente, sua liberdade financeira.

Esta dissertação está estruturada em 5 capítulos. O primeiro constitui-se desta Introdução, onde são apresentados o objeto de pesquisa, os objetivos e a relevância do trabalho. O Capítulo

2 trata do Referencial Teórico, no qual é abordada toda a base conceitual que fundamenta o estudo da Matemática Financeira, iniciando pelas funções afins e exponenciais e seguindo para o estudo das progressões aritméticas e geométricas. Apresenta-se, ainda, a ideia conceitual de porcentagem, para então adentrar o estudo sobre juros, encerrando com a análise do deslocamento de valores no tempo e o cálculo de taxas de juros equivalentes.

O Capítulo 3 é dedicado às discussões acerca da inflação: conceito, causas, consequências para os cidadãos e o mecanismo de gerenciamento utilizado pelo Estado para mantê-la sob controle (Taxa Selic). Adicionalmente, são apresentadas reflexões sobre alternativas de investimentos financeiros em renda fixa e variável.

Como resultado final do estudo desenvolvido nesta dissertação, elabora-se, no Capítulo 4 um Produto Educacional na forma de uma sequência didática destinada a ser aplicada no Ensino Médio. A sequência é composta por sete aulas, iniciando-se com uma avaliação diagnóstica que visa identificar o grau de compreensão dos estudantes em relação aos tópicos a serem abordados. Em seguida, são realizadas revisões sobre juros e simulações de investimentos financeiros, buscando-se promover a compreensão dos cálculos envolvidos e o uso de ferramentas digitais que possibilitam a realização de diferentes simulações. Por fim, aplica-se um questionário final com o propósito de avaliar o progresso dos estudantes após o desenvolvimento das atividades propostas ao longo do produto educacional. Por fim, o Capítulo 5 apresenta as Considerações Finais da dissertação.

# 2 REFERENCIAL TEÓRICO

Neste capítulo, apresentam-se conceitos considerados fundamentais para a compreensão da Matemática Financeira. Esses tópicos são abordados de forma introdutória, com o intuito de fornecer a base teórica necessária para a proposta deste trabalho, que se concentra na elaboração de exercícios contextualizados, visando o desenvolvimento de um planejamento financeiro de longo prazo. Exploramos as definições de função afim e função exponencial, além de suas relações com os conceitos de juros simples e compostos. Analisamos, também, dois tipos de sequências numéricas essenciais para o estudo da Matemática Financeira: as Progressões Aritméticas e as Progressões Geométricas. Em seguida, discutimos como realizar a movimentação de quantias ao longo do tempo, uma habilidade crucial para a avaliação de opções de compras e investimentos. Por último, abordamos o cálculo de taxas equivalentes para diferentes intervalos de tempo, essencial para a comparação entre alternativas financeiras em períodos distintos.

## 2.1 Função Afim

A função afim é de grande importância para a Educação Financeira, pois permite representar de forma clara e objetiva situações do cotidiano, como o cálculo de juros simples, planejamento de orçamentos e análise de receitas e despesas. Ao compreender essa função, os estudantes desenvolvem habilidades matemáticas essenciais para interpretar e tomar decisões conscientes sobre suas finanças pessoais, promovendo uma relação mais responsável com o dinheiro.

**Definição 2.1.1.** *Uma função $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ chama-se **função afim** quando existe números reais $a$ e $b$ tal que $f(x) = ax + b$ para todo $x \in \mathbb{R}$.*

O gráfico de uma função afim é uma reta. O parâmetro $a$ é chamado coeficiente angular por estar ligado à inclinação da reta e o coeficiente $b$, chamado de coeficiente angular, marca o ponto em que o gráfico intersecta o eixo das ordenadas uma vez que $f(0) = a.0 + b = b$.

**Proposição 2.1.1.** *Seja $f(x) = ax + b$, uma função afim.*

*a) Se $a > 0$ a função é crescente.*

*b) Se $a < 0$ a função é decrescente.*

*c) Se $a = 0$ a função é constante.*

*Demonstração:* Dado $x_1 > x_2$ notemos que:

a) Se $a > 0$, então $ax_1 > ax_2$ e, assim, $ax_1 + b > ax_2 + b$, ou seja, $f(x_1) > f(x_2)$. Portanto, a função f é crescente.

b) Se $a < 0$, então $ax_1 < ax_2$ e, assim, $ax_1 + b < ax_2 + b$, ou seja, $f(x_1) < f(x_2)$. Portanto, a função f é decrescente.

c) Se $a = 0$, então $f(x) = 0x + b = b$ para todo $x \in \mathbb{R}$. Portanto, a função $f$ é constante. $\square$

Portanto conclui-se que uma função afim é crescente se seu coeficiente angular for positivo, decrescente se seu coeficiente angular for negativo e constante se seu coeficiente angular for nulo. Outra característica diz respeito ao fato de que variações iguais no eixo $x$ produz variações iguais no eixo $y$, independente do ponto em $x$ em que isso ocorre. Essa afirmação é consequência da proposição 2.1.2.

**Proposição 2.1.2.** *Em uma função afim, variações iguais no eixo x produz variações iguais no eixo y.*

*Demonstração:* Considere um ponto $\bar{x}$ qualquer do domínio de uma função afim $f(x) = ax + b$ e seja $h \neq 0$, o acréscimo dado a $\bar{x}$. Então:

$$\begin{aligned} f(\bar{x}+h) - f(\bar{x}) &= a(\bar{x}+h) + b - a\bar{x} - b \\ &= a\bar{x} + ah + b - a\bar{x} - b \\ &= ah. \end{aligned}$$

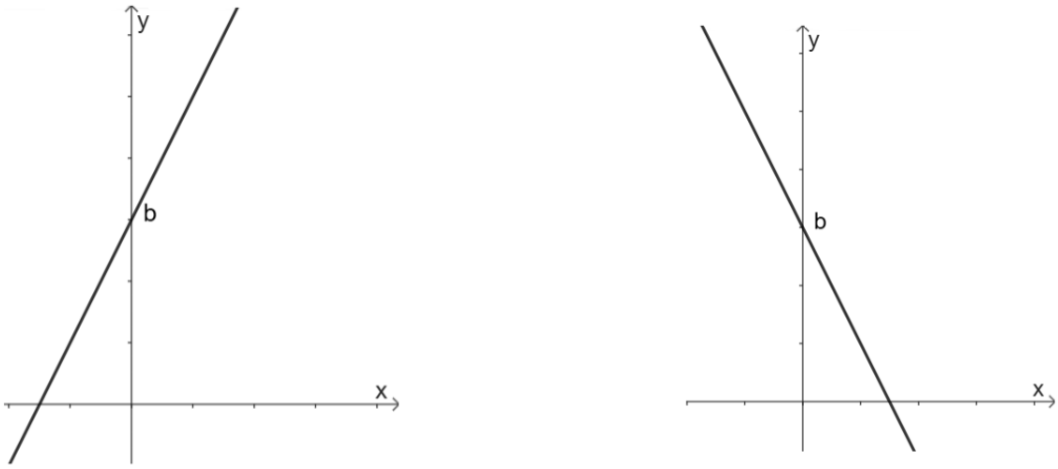
Portanto a variação produzida no eixo das ordenadas é $ah$ e, independe do valor de $x$. $\square$

**Observação 2.1.1.** *Como consequência da Proposição 2.1.2, no contexto do estudo sobre regimes de capitalização, é possível concluir que, em uma aplicação financeira sob o regime de juros simples*[1]*, se considerarmos intervalos de tempo iguais, independentemente do momento em que cada intervalo se inicia, tem-se o mesmo valor de juros. Isso é visto claramente no Exemplo 2.6.1, na Seção 2.6.*

Na Figura 1 apresentamos o gráfico da função afim para o caso de $a > 0$ e $a < 0$, respectivamente.

[1] Na prática se trabalha com o regime de juros compostos (JC). Apesar disso, entende-se ser importante apresentar este fato para fins de expansão do conhecimento e capacidade de comparação com o que acontece nos dois regimes.

Figura 1 – Gráfico da Função Afim




(a) $f(x) = ax + b, a > 0$.

(b) $f(x) = ax + b, a < 0$.

Fonte: Autor.

## 2.2 Função Exponencial

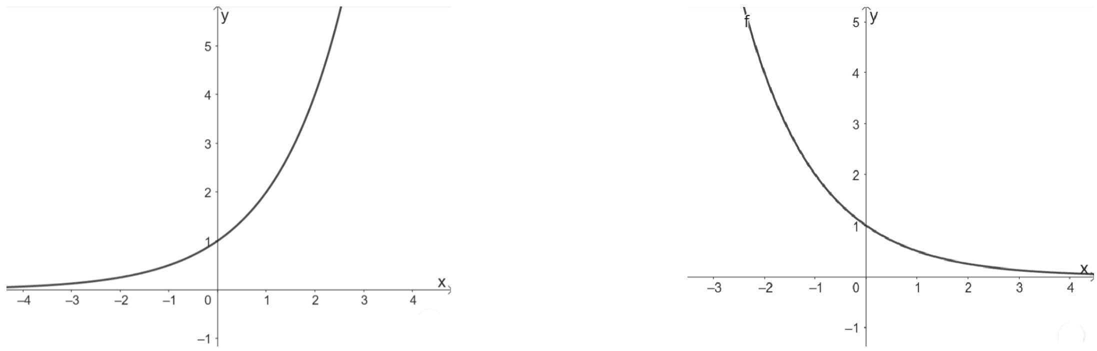
A função exponencial também desempenha um papel fundamental na Educação Financeira, pois permite analisar situações em que o capital é aplicado sob o regime de juros compostos, o caso mais comum no cotidiano dos investimentos. A compreensão desse conceito possibilita aos estudantes realizar simulações financeiras, avaliando tanto o montante final obtido quanto as variações ocorridas ao longo do tempo. Espera-se, inclusive, que o domínio desse conhecimento os ajude a entender a importância da disciplina na manutenção dos investimentos, ou seja, quanto mais tempo o capital permanecer investido, mais rapidamente ele cresce em termos nominais.

**Definição 2.2.1.** *Dado um número real $a(a > 0$ e $a \neq 1)$, denomina-se* ***função exponencial*** *de base a, a função $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}_+^*$ representada por $f(x) = a^x$ para todo $x \in \mathbb{R}$.*

Após a definição de função exponencial, destacamos duas características fundamentais para a compreensão do comportamento do rendimento de um investimento ao longo do tempo. A primeira refere-se ao fato de que, se $a > 1$, a função é crescente; por outro lado, se $0 < a < 1$, ela é decrescente. Esta propriedade decorre diretamente das regras da potenciação e, por sua evidência, não é demonstrada.

A segunda característica, por sua vez, diferencia a função exponencial da função afim: o acréscimo $f(x+h) - f(x)$ não depende unicamente do valor de h, mas também do ponto x considerado. Em outras palavras, variações iguais no eixo das abscissas, quando aplicadas a diferentes valores de x, resultam em variações distintas nas imagens da função. Essa propriedade é demonstrada com base na obra de Lima (2023). A Figura 2 ilustra os gráficos de funções exponenciais nos casos em que $a > 1$ e $0 < a < 1$, respectivamente.

Figura 2 – Gráfico da Função Exponencial




(a) $f(x) = a^x, a > 1$.      (b) $f(x) = a^x, 0 < a < 1$.

Fonte: Autor.

**Proposição 2.2.1.** *Considere a função exponencial* $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}_+^*$ *dada por* $f(x) = a^x$*, com* $a > 0$ *e* $a \neq 1$. *Então, variações iguais no eixo x dependem tanto do acréscimo dado a x quanto do próprio ponto sobre o qual o acréscimo é dado.*

*Demonstração:* Sejam $\bar{x}$ e $h$ com $h \neq 0$, tal que, $\bar{x}$ e $\bar{x} + h$ pertencem ao domínio da função exponencial $f(x) = a^x$, $a > 0$. Então:

$$\begin{aligned} f(\bar{x}+h) - f(\bar{x}) &= a^{\bar{x}+h} - a^{\bar{x}} \\ &= a^{\bar{x}} a^h - a^{\bar{x}} \\ &= a^{\bar{x}}(a^h - 1). \end{aligned}$$

Donde concluímos que a variação no eixo $y$ depende tanto do acréscimo dado quanto do ponto em que isso ocorre. $\square$

**Observação 2.2.1.** *Em particular, no caso de* $a > 1$ *e* $h > 0$*, a expressão* $a^x(a^h - 1)$ *é positiva e crescente em x.*

Conforme destacado por Lima (2023), funções da forma $f(x) = b \cdot a^x$, em que $a$ e $b$ são constantes positivas, com $a > 1$ ou $0 < a < 1$, também se enquadram na categoria de funções exponenciais por possuírem estrutura análoga à função $f(x) = a^x$. Tais funções satisfazem a propriedade estabelecida na Proposição 2.2.1, cuja demonstração é, inclusive, idêntica à apresentada para o caso mais simples.

Neste trabalho, voltamos nossa atenção especialmente a essa segunda forma de função exponencial, dada sua aplicação direta no contexto de investimentos sob o regime de juros compostos. Essa correspondência pode ser facilmente visualizada ao se substituir os parâmetros $b$ e $a$ por $C$ (capital inicial) e $1+i$ (com $i$ representando a taxa de juros), respectivamente.

Além disso, como a variação no eixo $y$ depende do ponto $x$, observa-se que quanto maior o tempo de aplicação, maior é o acréscimo de capital em intervalos de tempo iguais. Esse comportamento caracteriza o chamado "efeito bola de neve" dos juros compostos, tema que é abordado com maior profundidade na Seção 2.7.

## 2.3 Progressão Aritmética

Há duas categorias de sequências numéricas que, a exemplo das funções afins e exponenciais, são relevantes para o entendimento do efeito dos juros simples e compostos ao longo do tempo. Trata-se das Progressões Aritméticas e Geométricas.

**Definição 2.3.1.** *Uma sequência ou sucessão de números reais é uma função definida em* $\mathbb{N}^*$ *e tomando valores no conjunto* $\mathbb{R}$ *dos números reais. Ou seja,* $f : \mathbb{N}^* \to \mathbb{R}$.

Dessa maneira cada elemento $n \in \mathbb{N}^*$ está associado a um único elemento $a_n \in \mathbb{R}$. Os valores de $a_n$ são os termos da sequência, sendo que o índice $n$ indica a posição do termo. Como notação temos $(a_1, a_2, a_3, ..., a_n, ...)$ ou $(a_n)_{n \in \mathbb{N}^*}$ ou ainda $(a_n)$.

São comuns na vida real, grandezas que sofrem variações iguais em intervalos de tempo iguais. Se uma sequência numérica se comporta desta forma a chamamos de Progressão Aritmética. A Definição 2.3.2, conforme apresentada por Morgado e Carvalho (2023), formaliza esse conceito.

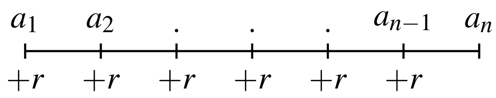
**Definição 2.3.2.** *Uma Progressão Aritmética (PA) é uma sequência numérica na qual a diferença entre cada termo e o termo anterior (a partir do segundo) é sempre constante. Essa diferença constante é chamada de razão da PA e é designada por r.*

**Proposição 2.3.1.** *O termo geral de uma progressão aritmética (PA) é dado por:*

$$a_n = a_1 + (n-1)r. \tag{1}$$

*Demonstração*: Basta observar que de um termo para o próximo sempre soma-se a razão $r$. Desta forma, do primeiro termo até o n-ésimo termo há $n-1$ deslocamentos de mesmo tamanho $r$. Portanto, $a_n = a_1 + (n-1) \cdot r$. $\square$

**Observação 2.3.1.** *O esquema abaixo ajuda a entender a dedução da fórmula e pode ser útil ao professor que desejar explorá-la em sala. O $+r$ indica o valor somado ao termo $(a_{i-1})$ para se alcançar o próximo termo $(a_i)$.*




**Teorema 2.3.1.** *A soma dos n primeiros termos de uma Progressão Aritmética $(a_1, a_2, ..., a_n, ...)$ é dado pela equação 2.*

$$S_n = \frac{(a_1 + a_n) \cdot n}{2}. \tag{2}$$

*Demonstração:* Observe que

$$S_n = a_1 + a_2 + a_3 + ... + a_n,$$

ou ainda, escrevendo em ordem inversa,

$$S_n = a_n + a_{n-1} + ... + a_2 + a_1.$$

Logo,

$$2S_n = (a_1 + a_n) + (a_2 + a_{n-1}) + (a_3 + a_{n-2}) ... + (a_{n-1} + a_2) + (a_n + a_1).$$

Assim,

$$2S_n = (a_1 + a_n) + (a_1 + r + a_n - r) + (a_1 + 2r + a_n - 2r) + ... + (a_1 + (n-1)r + a_n - (n-1)r),$$

ou seja,

$$2S_n = (a_1 + a_n) + (a_1 + a_n) + ... + (a_1 + a_n).$$

Dessa forma,

$$2S_n = (a_1 + a_n)n.$$

Portanto,

$$S_n = \frac{(a_1 + a_n)n}{2}.$$

□

Em relação aos exemplos apresentados a seguir, cabe ressaltar que o Exemplo 2.3.1 é autoral enquanto que o Exemplo 2.3.2 foi adaptado das aulas disponibilizadas no Portal da

OBMEP (Aula 03 [...], 2017). De modo geral, buscou-se desenvolver exemplos e exercícios autorais, com o objetivo de valorizar aplicações práticas, bem como de promover reflexões sobre os resultados da adoção de programas de investimento financeiro de longo prazo. O objetivo é tornar a aprendizagem significativa para os estudantes, público-alvo da aplicação do Produto Educacional desenvolvido a partir dos estudos desta dissertação. Dessa forma, salvo menção específica, os exemplos apresentados ao longo deste trabalho são de autoria do próprio autor.

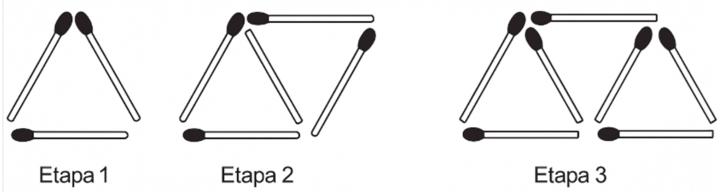
**Exemplo 2.3.1.** *Uma casa de locação de produtos rurais possui um equipamento que atualmente custa R$ 10.000,00. Ela irá alocar este equipamento por um período de 15 meses e cobrará uma taxa de alocação mensal de R$ 1.500,00. Após esse período a casa de locação conseguiu vender o equipamento pelo valor de R$ 10.000,00. No acumulado (venda + locação), o que ela recebeu?*

*Solução:* Note que podemos interpretar a situação como uma PA em que o primeiro termo $a_1$ é 10.000 e como houve o incremento de 15 períodos, buscamos encontrar o valor de $a_{16}$. Logo, pela equação 1, temos $a_{16} = a_1 + (16-1) \cdot 1.500$. Assim $a_{16} = 10.000 + 15 \cdot 1.500$, ou seja, $a_{16} = 32.500$. $\square$

**Observação 2.3.2.** *O Exemplo 2.3.1 configura-se como uma reapresentação do Exemplo 2.6.1, no qual um capital de R$ 10.000,00 foi emprestado à taxa de 15% a.a., sob o regime de juros simples, objetivando-se determinar o montante após 15 anos. Tal formulação evidencia a articulação entre o conceito de Progressão Aritmética e o cálculo de juros simples.*

**Exemplo 2.3.2.** *Formam-se triângulos com palitos, conforme a Figura 3. Em cada nova etapa, recomeça-se a construção dos triângulos até que se tenha um triângulo a mais que na etapa anterior. Determine o número total de palitos utilizados em todas as etapas desde a Etapa 1 até a Etapa 100.*

Figura 3 – Formação de Triângulos com Palitos




Fonte: (Aula 03 [...], 2017), adaptado pelo autor.

*Solução:* Observemos que para a formação de um triângulo são necessários 3 palitos. Para a formação de 2 triângulos acrescenta-se 2 palitos totalizando 5. Na etapa 3, acrescenta-se novamente mais 2 palitos para agora serem formados 3 triângulos. Notemos a formação do seguinte padrão: para a formação de um novo triângulo é sempre necessário acrescentar dois palitos à quantidade contabilizada na etapa anterior. Portanto temos a formação de uma PA onde o primeiro termo $a_1 = 3$ e a razão $r = 2$. Assim, por exemplo, para encontrar o número mínimo de palitos necessários para a construção de 100 triângulos podemos utilizar a equação 1, ou seja,

$$\begin{aligned} a_n &= a_1 + (n-1)\cdot r \\ a_{100} &= 3 + (100-1)\cdot 2 \\ a_{100} &= 201. \end{aligned}$$

E, para determinar o total de palitos necessários para todas as etapas (etapa 1 a etapa 100) utilizamos a equação 2, ou seja,

$$\begin{aligned} S_n &= \frac{(a_1 + a_n)n}{2} \\ S_{100} &= \frac{(3+201)\cdot 100}{2} \\ S_{100} &= 10.200. \end{aligned}$$

Portanto, são necessários 10.200 palitos. □

## 2.4 Progressão Geométrica

Há grandezas, investigadas no cotidiano em que cada nova quantidade, a partir da primeira, é obtida multiplicando a quantidade anterior por um valor constante. Sequências numéricas que se comportam dessa maneira são chamadas de Progressões Geométricas. A Definição 2.4.1 formaliza esse conceito.

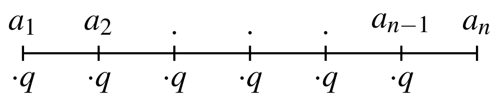
**Definição 2.4.1.** *Progressão Geométrica (PG) é toda sequência de números não nulos na qual é constante o quociente da divisão de cada termo (a partir do segundo) pelo termo anterior. Esse quociente constante é chamado razão q da progressão. Dito de outro modo, uma progressão geométrica é uma sequência numérica na qual a taxa de crescimento relativo de cada termo para o seguinte tem sempre o mesmo valor.*

**Proposição 2.4.1.** *O termo geral de uma progressão geométrica (PG) é dado por:*

$$a_n = a_1 \cdot q^{n-1}. \tag{3}$$

*Demonstração:* Notemos que cada termo, a partir do segundo, é obtido multiplicando o termo anterior pela razão q. Assim, como do primeiro termo até o n-ésimo termo há $n-1$ deslocamentos, o n-ésimo termo é obtido da seguinte forma: $a_n = a_1 \underbrace{\cdot q \cdot q \cdots q}_{n-1 \text{vezes}}$, isto é, $a_n = a_1 . q^{n-1}$. $\square$

**Observação 2.4.1.** *O esquema abaixo ajuda a entender a dedução da fórmula e pode ser útil ao professor que desejar explorá-la em sala. O $\cdot q$ indica o valor multiplicado ao termo $(a_{i-1})$ para se alcançar o próximo termo $(a_i)$.*




O Teorema 2.4.1 apresenta a maneira pela qual conseguimos obter a soma dos $n$ primeiros termos de uma PG. Trata-se de um resultado de grande utilidade ao se investigar o montante de aplicações financeiras, mantendo-se aportes constantes, após um certo período de tempo.

**Teorema 2.4.1.** *A soma dos n primeiros termos de uma Progressão Geométrica $(a_n)$ de razão $q \neq 1$, é dada pela equação 4.*

$$S_n = a_1 \cdot \frac{1-q^n}{1-q}. \tag{4}$$

*Demonstração:* Observe que $S_n = a_1 + a_2 + ... + a_n$. Então,

$$q \cdot S_n = a_2 + a_3 + a_4 + ... + a_n + a_{n+1}.$$

Logo, subtraindo a segunda igualdade da primeira, obtemos

$$q \cdot S_n - S_n = -a_1 + a_{n+1}.$$

Então, $S_n(q-1) = -a_1 + a_1 \cdot q^n$, ou ainda, $S_n(q-1) = a_1 \cdot (q^n - 1)$. Logo,

$$S_n = a_1 \cdot \frac{(q^n-1)}{q-1}.$$

Portanto, $S_n = a_1 \cdot \dfrac{1-q^n}{1-q}$. $\square$

**Exemplo 2.4.1.** *Ana possui R*\$ $50.000,00$ *atualmente e um emprego que lhe permite economizar mensalmente R*\$ $2.000,00$. *Investigando alternativas para sua própria previdência, após ler diversos livros especializados sobre o tema, se convenceu de que seria possível conseguir um rendimento médio de* $10\%$ *ao ano (equivalente a* $0,797414\%$ *ao mês) no mercado de ações, investindo em ações boas pagadoras de dividendos. Uma filosofia de investimento que no* *mercado é conhecida como Dividend Investing. Ela resolveu fazer uma simulação, procurando saber qual valor acumulado após 20 anos de investimentos, mantendo-se constate os aportes e a valorização.*

*Solução*[2]: Para os R$ 50.000,00 investidos no início do processo basta usar a equação 3 do termo geral de uma PG, isto é, $a_n = a_1 \cdot q^{n-1}$, onde $a_1 = 50.000$, $q = (1+i)$ com $i = 10\%$ e $n = 21$ (para os 20 anos de investimentos consideramos uma sequência de 21 termos, conforme o esquema abaixo).

$$a_1 \quad a_2 \quad . \quad . \quad . \quad a_{20} \quad a_{21}$$

Portanto, desejamos encontrar $a_{21}$:
$a_{21} = 50.000 \cdot (1,1)^{20} = 336.374,99$.
$a_{21} = 336.374,99$
Para os aportes de R$ 2.000,00 notemos que são feitos mensalmente e ao longo dos 240 meses que compõem os 20 anos de investimentos. Os primeiros R$ 2.000 reais investidos rendem durante todos os 240 meses que seguem, temos no final do investimento um valor atualizado, seguindo a equação 3, de $2.000 \cdot (1,00797414)^{240}$. Usando o mesmo raciocínio, para o segundo aporte temos $2.000 \cdot (1,00797414)^{239}$, para o terceiro $2.000 \cdot (1,00797414)^{238}$ e assim sucessivamente até que o último aporte rende apenas um mês, onde temos $2.000 \cdot (1,00797414)$. Notemos que, invertendo a ordem dos valores, o resultado desejado se trata, na verdade, da soma dos 240 primeiros termos de uma PG cujo primeiro termo é $a_1 = 2000 \cdot 1,00797414 = 2.015,94828$ e a razão é $q = 1,00797414$. Usando a equação 4 temos:

$$\begin{aligned} S_n &= a_1 \cdot \frac{1-q^n}{1-q} \\ S_{240} &= (2.015,94828) \cdot \frac{1-(1,00797414)^{240}}{1-1,00797414} \\ S_{240} &= 1.447.973,36. \end{aligned}$$

Somamos $1.447.973,36$ aos $336.374,99$ obtidos com os R$ 50.000 investidos no início do período. Portanto, o valor ao final do período é de R$ 1.784.348,36. □

2 Este exemplo adianta o conceito de *fator de atualização* trabalhado na Seção 2.5. Esse fator corresponde a (1 + i), sendo i a taxa de juros em sua forma decimal e é utilizado sempre que se deseja atualizar um capital que sofre uma variação a uma taxa de juros de i%.

**Observação 2.4.2.** *Pensando em uma taxa de juros de 10% a.a, o valor de R$ 1.784.348,36 rende um pouco mais de R$ 178.000,00 ao ano ou R$ 14.800 por mês. Obviamente precisamos considerar o impacto da inflação para uma análise mais realista desses valores*[3].

O Exemplo 2.4.1 pode ainda ser explorado com auxílio de ferramentas digitais. Uma alternativa é a utilização do *software* Excel, o programa permite inclusive a criação de uma tabela e gráfico para a visualização da evolução do montante ao longo do tempo. Outra alternativa é a utilização da ferramenta, Calculadora do Cidadão, disponível no site do Banco Central do Brasil[4] ou ainda pelo aplicativo de mesmo nome, disponível para *download* no *Google play* e *App Store*. A dissertação de Santos (2018), construída também no contexto do Profmat, explora a Calculadora do Cidadão nas suas diferentes funcionalidades e é uma indicação ao leitor interessado em se aprofundar no assunto.

Outra ferramenta interessante que pode ser explorada é o Portal do Investidor10, uma plataforma com diversas funcionalidades. Uma delas, a simulação de problemas como o do Exemplo 2.4.1, com o diferencial de gerar o gráfico destacando o que do montante é juros e o que veio dos aportes. No site a plataforma destaca: "[..] nosso compromisso é fornecer informações precisas para auxiliar na sua jornada e garantir que você tenha as ferramentas e o conhecimento necessários para alcançar seus objetivos financeiros" (Investidor10, 2025).

Um questionamento de forte relevância que deve ser feito pelo professor, ao pensar propostas de atividades de simulação de investimentos em sala de aula, como a destacada no Exemplo 2.4.1 é: até que ponto isto terá significância para o estudante? Uma vez que, segundo matéria vinculada no portal de notícia da CNN, 61% dos brasileiros não conseguem poupar (DE LUCA, 2024). Sobre isso Peruzzo (2021, p.25) destaca, em seu trabalho de conclusão de curso no Profmat:

> Quando se fala em aplicações financeiras é possível apresentar aos estudantes possibilidades de investimentos, taxas de retorno, liquidez, incidência de impostos e outros aspectos. Mas também é possível levantar questionamentos. Por um lado, órgãos como o DIEESE[5] apontam que o salário mínimo ideal para o sustento de uma família de quatro pessoas deveria ser em torno de R$ 5.000,00; por outro, mais da metade da população brasileira recebe menos do que um salário mínimo. Que tipo de discussão acerca de aplicações financeiras pode ser construída com estudantes oriundos dessa parcela da população? Até que ponto poupar e investir é uma opção para pessoas que mal têm condições para se manter? (Peruzzo, 2021, p.25).

[3] Na Seção 2.8 é trabalhado um exemplo em que se acrescenta essa análise.
[4] A Calculadora do Cidadão pode ser acessada no endereço eletrônico: <https://www.bcb.gov.br/meubc/calculadoradocidadao>.
[5] Departamento Intersindical de Estatística e Estudos Socioeconômicos.

Considerando os estudantes atendidos por escolas públicas no Brasil, público alvo a qual se destina a aplicação do Produto Educacional gerado a partir do desenvolvimento dessa dissertação, é de se esperar que encontram-se em situações cuja possibilidade de uma economia de R$ 2.000,00 não é provável. Ainda assim, acreditamos como destacado por Peruzzo (2021), ser uma oportunidade de levantar questionamentos sobre a realidade brasileira, sobre as causas das desigualdades que assolam nosso país, sobre como e o que fazer para contornar isso. Algo sem a ambição de obtenção de respostas prontas, isto é, questionamentos com a finalidade de suscitar reflexões importantes quando se pensa na formação de um cidadão crítico. Ademais, constitui uma oportunidade de transcender a Matemática Financeira e adentrar no campo mais abrangente da Educação Financeira.

Na seções seguintes abordamos assuntos mais diretamente relacionados com a Matemática Financeira. Iniciamos com o conceito de porcentagem.

## 2.5 Porcentagem

Antes de adentrarmos no assunto de juros simples cabe destacar o conceito de porcentagem e de empréstimo. Sobre porcentagem entende-se que a taxa percentual corresponde as partes consideradas de um total de 100 partes de uma certa grandeza. Ou seja, trata-se do numerador de uma fração cujo denominador é 100. Dizer que se está cobrando $i\%$ de uma grandeza, é o mesmo que afirmar que a cada 100 partes dessa grandeza $i$ está sendo tomada. A seguir, é apresentado 3 exemplos inspirados no trabalho de Nunes (2022), para melhor compreensão do que foi exposto.

**Exemplo 2.5.1.** *Diferentes representações de percentual.*

15%, por exemplo, pode ser representado de diferentes formas, são elas:

- 15% (Percentual)
- $\frac{15}{100}$ (Fracionária)
- $0,15$ (Decimal)

□

Para calcular o valor final, após a incidência de uma determinada taxa de juros sobre um valor inicial, utiliza-se o chamado *fator de atualização*. Esse fator corresponde a $(1+i)$, sendo i a taxa de juros em sua forma decimal, que pode assumir valores tanto negativos quanto positivos. Nesse caso, basta multiplicar o valor inicial pelo fator de atualização.

**Exemplo 2.5.2.** *Segundo uma notícia publicada pelo portal de notícias G1, o preço do café ficou 50% mais caro para o consumidor no período de 12 meses que antecederam janeiro de 2025. Entre os fatores que influenciaram nesse aumento estaria, calor e seca, maior custo de logística e aumento do consumo.*

*Se o café custava R$ 12,00 o pacote, qual o preço após o reajuste?*

*Solução:* Se houve um aumento de $50\% = \dfrac{50}{100} = 0,5$ então o valor final é: $12 \cdot (1+0,5) = 18$. Portanto, o preço do café após o reajuste é R$ 18,00. □

**Observação 2.5.1.** *De maneira geral podemos usar a equação 5, $C_f = C_i \cdot (1+i)$ onde $C_f$ é o capital final, $C_i$ é o capital inicial e i é a taxa de juros. Entretanto, mais importante do que a memorização de fórmulas é a compreensão dos conceitos envolvidos.*

$$C_f = C_i \cdot (1+i). \tag{5}$$

**Exemplo 2.5.3.** *Há uma prática considerada abusiva e criminosa pelo Código de Defesa do Consumidor (CDC), na qual o comerciante eleva o preço de um produto antes de anunciar um desconto. Com isso, ao aplicar o suposto desconto, o consumidor acredita estar fazendo uma boa compra, quando, na verdade, não houve redução real no preço. Em alguns casos, o valor final pode ser até maior do que o preço original. Suponha que uma certa loja tem a intenção de adotar esta prática, ela vende inicialmente uma mercadoria por* $R\$\ 2.300,00$ *e deseja aumentar o valor para que após a aplicação de um desconto de 40% a mercadoria volte a custar os mesmos* $R\$\ 2.300,00$. *Qual o valor a loja deve cobrar?*

*Solução:* Usa-se a equação 5. Observemos que o capital final é $R\$\ 2.300,00$, a taxa de juros é dada (-40%) e falta o capital inicial:

$$\begin{aligned} C_f &= C_i \cdot (1+i) \\ 2.300 &= C_i \cdot (1-0,4) \\ 2300 &= C_i \cdot 0,6 \\ C_i &= 3.833,33 \end{aligned}$$

Portanto, o comerciante aumentará o preço do produto para R$ 3.833,33. □

A Figura 4 ilustra uma matéria jornalística referente a essa prática, na qual são apresentadas orientações ao cliente acerca das condutas recomendadas diante de tais situações.

Figura 4 – Prática Criminosa do Falso Desconto

Consumo | Maquiagem de preços

**Black Friday 2021: o que fazer se a loja praticar descontos falsos?**

Cliente pode fazer denúncia mesmo se não foi prejudicado; e se caiu na armadilha pode pedir ajuda para o Procon e abrir uma ação na Justiça

Giovanna Sutto
20/11/2021 08h00 • Atualizado 3 anos atrás

Fonte: Sutto (2021).

No que tange ao empréstimo, trata-se da situação na Matemática Financeira em que uma pessoa (física ou jurídica) cede por um determinado período de tempo uma quantia em dinheiro e cobra, pela posse desse capital, um aluguel[6].

Outra terminologia relevante no contexto da Matemática Financeira é o de regime de capitalização. Processo pelo qual o juros é incorporado ao Capital Inicial, gerando assim o Montante. Assaf (2002, p.22) destaca que existe dois tipos de regime de capitalização: o contínuo e o descontínuo.

> A capitalização contínua é um regime que se processa em intervalos de tempos bastante reduzidos – caracteristicamente em intervalos de tempo infinitesimal – promovendo grande frequência de capitalização. A capitalização contínua, na prática, pode ser entendida em todo fluxo monetário distribuído ao longo do tempo e não somente num único instante. Por exemplo, o faturamento de um supermercado, a formação do custo de fabricação no processamento fabril, a formação de depreciação de um equipamento, etc. São capitalizações que se formam continuamente, e não somente ao final de um único período (mês, ano).
>
> [...]
>
> Na capitalização descontínua os juros são formados ao final de cada período de capitalização. A caderneta de poupança que paga juros unicamente ao final do período a que se refere sua taxa de juros (mês) é um exemplo de capitalização descontínua. Os rendimentos, nesse caso, passam a ocorrer descontinuamente, somente um único momento do prazo da taxa (final do mês) e não distribuidamente pelo mês (Assaf, 2002, p.22).

Podemos compreender a capitalização contínua como uma função de domínio real, enquanto que a capitalização descontínua como uma função de domínio discreto. A capitalização

[6] Em uma situação de empréstimo. A quantia emprestada é chamada de Capital $(C)$. A incidência de uma taxa $(i)$ por um determinado período de tempo $(t)$ gera um acréscimo de capital a qual chamamos de juros $(J)$. O valor final após o período de empréstimo é chamando de Montante $(M)$. Temos que $M = C + J$.

contínua está mais relacionada ao ambiente de empresas (pessoas jurídicas) e, por esse motivo, se entende pouco relacionada ao objetivo deste trabalho. Diante disso, vamos nos aprofundar apenas no sistema de capitalização descontínua que, por sua vez, se divide em dois tipos: capitalização linear, relacionada a juros simples; capitalização exponencial, relacionada a juros compostos.

## 2.6 Juros Simples

A característica fundamental desse sistema de capitalização descontínua está no fato de que os juros incidem apenas sobre o capital inicial em todo o período de investimento/empréstimo. Para melhor compreender, analisemos um exemplo.

**Exemplo 2.6.1.** *Marcos irá emprestar R$ 10.000,00 a uma taxa de juros simples de 15% ao ano por um período de 15 anos. Analise a evolução do capital e dos juros ao longo desse período.*

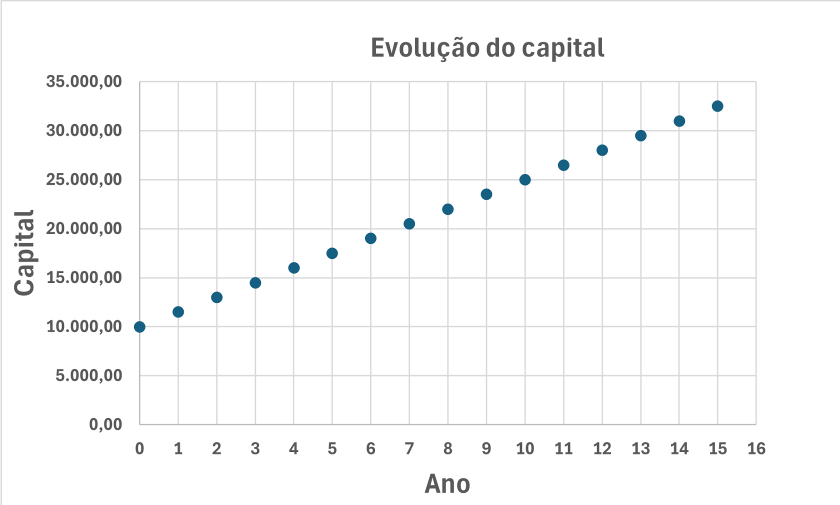
*Solução:* A Tabela 1 apresenta a evolução do montante (capital acumulado) durante o período e nos mostra que, independentemente do tempo em que o dinheiro permanece aplicado, o valor proveniente dos juros para um mesmo intervalo de tempo é sempre o mesmo. É possível perceber que valor anual dos juros ($R\$ \ 1.500,00 = 15\%$ de $R\$ \ 10.000,00$) é sempre constante. Ou seja, o crescimento é linear e, portanto, comporta-se como uma função afim de domínio discreto, como já destacado no final da Seção 2.5. O gráfico da função que representa a evolução do capital pode ser visto na Figura 5.

Tabela 1 – Evolução do Capital no Regime de Juros Simples (Exemplo 2.6.1)

| ANO | CAPITAL ACUMULADO | JUROS |
|---|---|---|
| 0 | 10.000 | 0 |
| 1 | 11.500 | 1.500 |
| 2 | 13.000 | 1.500 |
| 3 | 14.500 | 1.500 |
| 4 | 16.000 | 1.500 |
| 5 | 17.500 | 1.500 |
| 6 | 19.000 | 1.500 |
| 7 | 20.500 | 1.500 |
| 8 | 22.000 | 1.500 |
| 9 | 23.500 | 1.500 |
| 10 | 25.000 | 1.500 |
| 11 | 26.500 | 1.500 |
| 12 | 28.000 | 1.500 |
| 13 | 29.500 | 1.500 |
| 14 | 31.000 | 1.500 |
| 15 | 32.500 | 1.500 |

Fonte: Autor.

Figura 5 – Gráfico da Evolução do Capital no Regime de Juros Simples (Exemplo 2.6.1)




Fonte: Autor.

□

**Observação 2.6.1.** *Uma maneira mais rigorosa de verificar o caráter linear da evolução do capital investido a uma taxa sobre um regime de juros simples é por meio da demonstração do Teorema 2.6.1.*

**Teorema 2.6.1.** *O montante $M$ acumulado sob um regime de juros simples, a partir de um capital inicial $C$, aplicado a uma taxa de juros $i$, por um período de tempo $t$, é dado pela equação 6.*

$$M = C(1+it). \tag{6}$$

*Demonstração:* Como os juros incidem apenas sobre $C$ temos que $J = Ci$. Mas como isso ocorre em cada intervalo tempo então o valor final de juros acumulado é $J = Cit$. O montante por sua vez é dado pela soma do capital inicial com o valor dos juros acumulados, isto é, $M = C + Cit$. Evidenciando o valor de $C$ obtemos a igualdade desejada $M = C(1+it)$. □

**Observação 2.6.2.** *Ao analisar a igualdade $M = C + Cit$, percebemos claramente se tratar de uma função afim na variável discreta $t$, onde $Ci$ é o valor do parâmetro $a$ e $C$ o valor do parâmetro $b$, quando comparamos com uma função afim na forma $f(t) = at + b$.*

## 2.7 Juros Compostos

A principal diferença entre o regime de capitalização simples e composto é que no segundo os juros incidem sobre o capital atualizado a cada novo período e não mais apenas sobre o capital inicial. Discutimos um exemplo para compreender melhor.

**Exemplo 2.7.1.** *Marcos irá emprestar R$ 10.000,00 a uma taxa de juros composta de 15% ao ano por um período de 15 anos. Analise a evolução do capital e dos juros ao longo desse período.*

*Solução:* A Tabela 2 apresenta a evolução do capital acumulado ao longo dos 15 anos em que o dinheiro esteve aplicado. A Figura 6 apresenta a representação gráfica da evolução do capital acumulado.

Tabela 2 – Evolução do Capital no Regime de Juros Compostos (Exemplo 2.7.1)

| ANO | CAPITAL ACUMULADO | JUROS |
|---|---|---|
| 0 | 10.000,00 | 0,00 |
| 1 | 11.500,00 | 1.500,00 |
| 2 | 13.225,00 | 1.725,00 |
| 3 | 15.208,75 | 1.983,75 |
| 4 | 17.490,06 | 2.281,31 |
| 5 | 20.113,57 | 2.623,51 |
| 6 | 23.130,61 | 3.017,04 |
| 7 | 26.600,20 | 3.469,59 |
| 8 | 30.590,23 | 3.990,03 |
| 9 | 35.178,76 | 4.588,53 |
| 10 | 40.455,58 | 5.276,81 |
| 11 | 46.523,91 | 6.068,34 |
| 12 | 53.502,50 | 6.978,59 |
| 13 | 61.527,88 | 8.025,38 |
| 14 | 70.757,06 | 9.229,18 |
| 15 | 81.370,62 | 10.613,56 |

Fonte: Autor.

Figura 6 – Gráfico da Evolução do Capital no Regime de Juros Compostos (Exemplo 2.7.1)


Fonte: Autor.

Analisando a Tabela 2 é possível perceber que os juros de 15% sempre incide sobre o capital do ano anterior. No ano 1 os juros somaram $J_1 = 10.000 \cdot 15\% = 10.000 \cdot 0,15 = 1500$. Ao final do primeiro ano de investimento, os juros não incidem mais sobre os $R\$10.000$ mas sobre $10.000 + 1.500 = 11.500$ tanto que os juros no ano 2 foram $J_2 = 11.500 \cdot 15\% = 11.500 \cdot 0,15 = 1.725$. O raciocínio segue o mesmo para cada novo período. Por exemplo, o capital acumulado antes do último ano, considerando duas casas decimais, foi de $R\$\ 70.757,06$, logo os juros para o próximo período somaram $J_{15} = 70.757,06 \cdot 15\% = 70.757,06 \cdot 0,15 = 10.613,56$. Um valor significativamente superior aos $R\$\ 1.500$ gerados no final do 15° ano, sobre o regime de juros simples. □

Mas, e se desejarmos encontrar de forma direta, sem as somas sucessivas dos juros, o montante? Para uma análise mais detalhada vamos anunciar e demonstrar o Teorema 2.7.1.

**Teorema 2.7.1.** *O montante M acumulado sob um regime de juros compostos, a partir de um capital inicial C, aplicado a uma taxa de juros i, por um período de tempo t, é dado pela equação 7.*

$$M = C(1+i)^t. \tag{7}$$

*Demonstração*: Fazemos por indução sobre $t$.

i) Verificando para $t = 1$.

Pela equação 5, temos que o montante no primeiro período pode ser calculado por $M = C(1+i)$, ou seja, $M = C(1+i)^1$.

ii) Supomos ser verdade para um $t$ natural qualquer que $M = C(1+i)^t$.

iii) Provemos ser verdade para $t+1$.

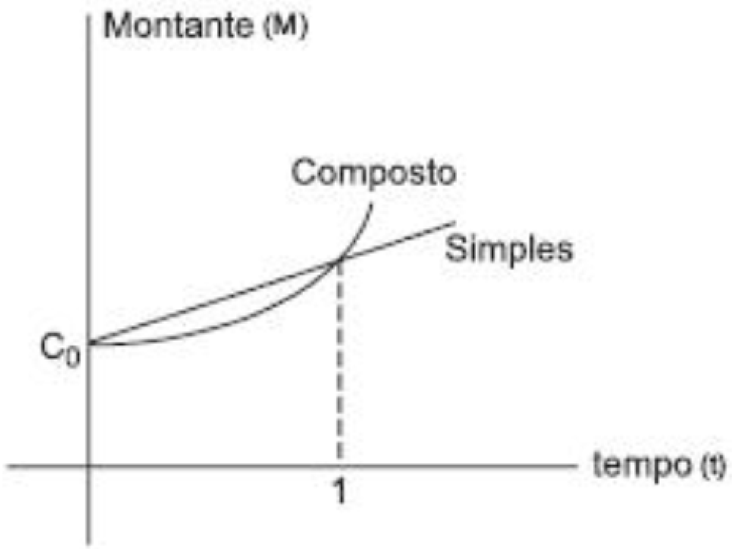
Como estamos no regime de juros compostos, a taxa de juros incide sobre o montante do período anterior que, por Hipótese de Indução, é $M = C(1+i)^t$. Logo $M = C(1+i)^t.(1+i)$, conforme equação 5. Donde concluímos que $M = C(1+i)^t.(1+i) = C(1+i)^{t+1}$. Como, supondo ser verdade para um valor $t$, concluímos que também é válido para $t+1$. Então a igualdade é válida para todo $t \in \mathbb{N}$. □

**Observação 2.7.1.** *Cabe ressaltar ainda que a equação 7 trata-se de uma função exponencial do tipo $f(t) = a.b^t$, no entanto, de domínio discreto. Basta observar que $a = C$ e $b = 1+i$. O* *comportamento gráfico, enquanto função exponencial, fica evidente no exemplo destacado na Figura 6.*

Na grande maioria das movimentações financeiras que envolvem juros usa-se o regime de juros compostos. Isso para períodos maiores ou iguais a períodos unitários ($t \geq 1$). A explicação: é natural, se o dinheiro permanece por mais de um período sobre uma certa taxa de juros, após o primeiro período ele tem rendido certa quantia e para o período seguinte o detentor do capital possui mais dinheiro comparado ao início do investimento. Portanto, não há sentido em manter a taxa de juros incidindo sobre o primeiro valor e sim sobre o valor acrescido dos juros.

No entanto, há algumas situações, como prazos curtos ou períodos de tempo inferiores a 1, em que os juros simples são utilizados em vez de juros compostos. A explicação é que, em períodos menores, o valor dos juros é maior no caso da aplicação de juros simples do que de juros compostos. É o que explica Morgado e Carvalho (2023, p.120). Ocorre que $C(1+i)^t \geq C(1+it)$ vale para todo $t \geq 1$ (vide Figura 7). Neste caso, escolhe-se a opção mais rentável.

Figura 7 – Comparação: Regime de Juros Simples x Juros Compostos




Fonte: Morgado e Carvalho (2023, p.120).

Inspirado no trabalho de Nunes (2022) demonstramos, na forma discreta, a desigualdade apresentada no parágrafo anterior. Para tanto utilizamos o Princípio de Indução Finita.

**Teorema 2.7.2.** *A desigualdade $C(1+i)^t \geq C(1+it)$ vale para todo $t \geq 1$, $t \in \mathbb{N}$. Com $i$ e $C$ sendo constantes positivas.*

*Demonstração*: Fazemos por indução sobre $t$.

i) Verificando para $t = 1$.

Para $t = 1$, temos $C(1+i)^1 = C(1+i1)$, o que é equivalente a $C(1+i) = C(1+i)$. Portanto, a afirmação é válida para $t = 1$.

ii) Supomos, ser verdade para um $t$ natural qualquer que $C(1+i)^t \geq C(1+it)$.

iii) Provemos ser verdade para $t+1$.

Multiplicando ambos os lados da Hipótese de Indução por $(1+i)$ tem-se,

$$(1+i)C(1+i)^t \geq (1+i)C(1+it)$$
$$C(1+i)^{t+1} \geq (C+Ci)(1+it)$$

Mas,

$$(C+Ci)(1+it) = C + Cit + Ci + Ci^2t > C + Cit + Ci = C(1+i(t+1))$$

Donde concluímos que $C(1+i)^{t+1} \geq C(1+i(t+1))$.
Como a afirmação foi provada para $t = 1$ e, supondo valer para um $t$ natural qualquer, mostramos também ser válida para $t+1$, concluímos que vale para todo número natural. □

**Observação 2.7.2.** *Por outro lado, como pode ser observado na Figura 7. A desigualdade $C(1+i)^t \leq C(1+it)$ é verdade para $0 < t \leq 1$. Anunciamos este fato na forma do Teorema 2.7.3 tomando como referência o trabalho de Nunes (2022).*

**Teorema 2.7.3.** *A desigualdade $C(1+i)^t \leq C(1+it)$ é verdade para $0 < t \leq 1$, sendo $i$ e $C$ constantes positivas.*

*Demonstração*:
Considerando $a$ e $b$ constantes reais não negativas, a desigualdade das médias ponderadas para 1 e $1+i$ com pesos $a$ e $b$ nos diz que:

$$\frac{a \cdot 1 + b \cdot (1+i)}{a+b} \geq \sqrt[a+b]{1^a \cdot (1+i)^b}.$$

ou ainda,

$$\frac{a+b+b \cdot i}{a+b} \geq \sqrt[a+b]{(1+i)^b}.$$

Então,

$$1+\frac{b}{a+b}\cdot i \geq (1+i)^{\frac{b}{a+b}}.$$

Considere $t=\dfrac{b}{a+b}$. Como $0<\dfrac{b}{a+b},\leq 1$,temos $0<t\leq 1$, e assim,

$$1+ti \geq (1+i)^t.$$

Portanto,

$$C(1+ti) \geq C(1+i)^t$$

.

$\square$

A observação empírica nos permite concluir que o poder de compra de uma moeda tende a diminuir ao longo do tempo. Esse fenômeno pode ser percebido no aumento contínuo dos preços de bens e serviços essenciais, por exemplo, o encarecimento da cesta básica ou de combustíveis em comparação a períodos anteriores. Por isso, faz-se necessário conhecer como atualizar esses valores dada uma certa taxa, comumente conhecida como custo de capital.

## 2.8 Deslocando Valores no Tempo

“No fundo, só há um único problema de Matemática Financeira: deslocar quantias no tempo."(Morgado; Carvalho, 2023, p.101). Esta frase sintetiza com maestria o principal objetivo de problemas relacionados à Matemática Financeira. É essencialmente isso que fizemos nas Seções 2.6 e 2.7 quando simulamos o valor, após 15 anos de $R\$$ $10.000,00$ aplicados a uma taxa de juros de $15\%$ ao ano.

Para além de situações em que se calcula o valor final de um investimento, o conhecimento de como deslocar quantias no tempo é útil também em ambientes mais técnicos como no mercado financeiro, quando se deseja determinar o *valuation*[7] de uma empresa listada em bolsa com base nas estimativas de seus resultados futuros. Chega-se em um valor futuro, considerando um conjunto de variáveis e, a partir da definição de certos parâmetros, é preciso trazer esse valor ao tempo presente com a finalidade de comparar com a precificação atual das ações da empresa objeto de investigação, Martins e Pontes (2022) é uma referência para se estudar essa aplicação.

[7] Calcular o *valuation* trata-se de estimar o valor justo de uma empresa.

Um outro exemplo, este mais próximo da realidade de cidadãos comuns, é o de avaliar, dentre um conjunto de possibilidades de pagamento de um produto, qual é a mais interessante em termos financeiros. Fazemos esta análise nos Exemplos 2.8.1 e 2.8.2

**Exemplo 2.8.1.** *Marta investe R\$ 3.000,00 a juros de* 15% *ao ano. Qual é o montante de Marta após 1 ano ?*

*Solução:* Usando a equação 7, temos: $M = C(1+i)^t = 3.000 \cdot (1+0,15) = 3.450.$ □

**Observação 2.8.1.** *Se uma pessoa consegue fazer seu capital render* 15% *em um ano é indiferente para ela pagar um mesmo débito que no momento custa R\$ 3.000,00 ou pagar após 1 ano, custando R\$ 3.450,00. Por outro lado é mais vantajoso pagar apenas após um ano se o valor atualizado do débito for menor que R\$ 3.450,00. Por fim, não é vantajoso se o valor atualizado superar os R\$ 3.450,00 após um ano.*

**Observação 2.8.2.** *Outro modo de interpretar a equação 7, $M = C(1+i)^t$ é concluindo que uma quantia, hoje com valor igual a C é transformada, após um período t de tempo em uma quantia igual a $C(1+i)^t$. Esta é a fórmula fundamental do problema da equivalência de valores em diferentes momentos no tempo (Morgado; Carvalho, 2023). Para um valor futuro é suficiente multiplicar o atual por $(1+i)^t$. Para obter um valor atual, basta dividir o futuro por $(1+i)^t$, ou seja, são processos, inversos. O Exemplo 2.8.2 finaliza essa discussão.*

**Exemplo 2.8.2.** *Um vendedor oferece a Pedro duas opções de pagamento de um televisor:*

- *Três prestações mensais, cada uma no valor de R*\$ 1.600,00.
- *Sete prestações mensais, cada uma no valor de R*\$ 700,00.

*Nos dois casos, a primeira parcela é paga no ato da compra. Se Pedro pode fazer seu dinheiro render* 2% *ao mês, qual das duas situações apresentadas é a melhor opção para Pedro?*

*Solução:* Primeiramente, vamos fazer um esquema para inslustrar cada uma das situações.

| 0 | 1 | 2 |
|---|---|---|
| 1600 | 1600 | 1600 |

| 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 700 | 700 | 700 | 700 | 700 | 700 | 700 |

Trazendo os valores ao período zero, no primeiro caso temos:

$a = 1600 + \frac{1600}{1+0,02} + \frac{1600}{(1+0,02)^2} = 4706,50$

Trazendo os valores ao período zero, no segundo caso temos:

$b = 700 + \frac{700}{1+0,02} + \frac{700}{(1+0,02)^2} + \frac{700}{(1+0,02)^3} + \frac{700}{(1+0,02)^4} + \frac{700}{(1+0,02)^5} + \frac{700}{(1+0,02)^6} = 4621,00$

Portanto, Pedro deve escolher o pagamento em seis prestações. □

**Observação 2.8.3.** *No exemplo que inspirou este, Morgado e Carvalho (2023, p.103) afirmam ser um absurdo que pessoas razoavelmente instruídas achem o primeiro esquema melhor. Esta conclusão seria baseada apenas nas somas dos valores das parcelas, sem qualquer atualização pela taxa de rendimento. Em nosso exemplo a soma das parcelas de 1600 resulta em 4800, enquanto que a soma das parcelas de 700 resulta em 4900 reais.*

A próxima seção trata de esclarecer um erro comum às pessoas menos esclarecidas do ponto de vista da Matemática Financeira. Refere-se ao erro de afirmar que taxas proporcionais são equivalentes.

## 2.9 Taxas Equivalentes e Taxas Proporcionais

Imaginemos a seguinte questão: Em um regime de capitalização composta, dado um período de tempo $N$ que por sua vez pode ser dividido em $n$ períodos de tempos iguais, se a taxa de juros para o período $n$ é $i$, qual seria a taxa de juros equivalente a essa para o período $N$ ? A indagação é respondida na forma do Teorema 2.9.1. Lembrando que, por definição, duas taxas de juros são equivalentes se, quando aplicadas a um mesmo capital e pelo mesmo intervalo de tempo, produzem o mesmo rendimento.

**Teorema 2.9.1.** *Seja $i$ a taxa de juros correspondente a um único período de tempo. A taxa equivalente $I$, referente a $n$ períodos consecutivos do mesmo tempo, é tal que a seguinte relação é satisfeita:*

$$1 + I = (1+i)^n \tag{8}$$

*Demonstração:* Supondo que um capital $C$ seja aplicado a um intervalo de tempo $N$ a uma taxa de juros $I$. O montante gerado após o período é de $C(1+I)$. Suponha que este intervalo de tempo $N$ possa ser subdividido em $n$ intervalos de tempo iguais de tal modo que a soma desses novos intervalos resulte no período de tempo $N$. Então, para que uma taxa de juros $i$ referente a cada um dos $n$ intervalos de tempo seja equivalente a taxa $I$ ela precisa gerar, para o mesmo capital $C$, o mesmo montante. Logo, $C(1+I) = C(1+i)^n$. Portanto, como $C \neq 0$ temos $1+I = (1+i)^n$. □

**Exemplo 2.9.1.** *Qual a taxa mensal de juros equivalente a* 24% *ao ano.*

*Solução:* Usando a equação 8, como em um ano há 12 meses, fazemos

$$1+0,24 = (1+i)^{12}$$
$$\sqrt[12]{1,24} = 1+i$$
$$i = 1,01809 - 1 = 0,01809$$

Portanto, a taxa mensal equivalente a taxa anual de 24% é $1,809\%$. □

**Observação 2.9.1.** *Notemos que* $1,809\% \neq 2\%$. 2% *seria a taxa juros mensal proporcional a taxa de juros anual de* 24%. *Nas taxas de juros proporcionais a razão entre as taxas é igual a razão entre os períodos, isso não ocorre no caso de taxas equivalentes. Como já mencionado trata-se de erro comum, mas que, especialmente no longo prazo gera diferenças significativas.*

No próximo capítulo são discutidos os conceitos de Inflação e da Taxa Selic, bem como alternativas de investimentos financeiros que possibilitam a diversificação das aplicações além dos empreendimentos físicos e da poupança tradicional. A abordagem desses temas revela-se fundamental para a formação crítica do cidadão, na medida em que favorece a compreensão das dinâmicas que regem a Economia de um país.

# 3 INFLAÇÃO E TAXA SELIC: IMPACTOS NO COTIDIANO E ALTERNATIVAS DE INVESTIMENTOS FINANCEIROS

Em *O Pobre de Direita: A Vingança dos Bastardos*, o sociólogo Jessé Souza, ao analisar a guinada em direção ao radicalismo político recentemente observada na sociedade brasileira, pontua que cada indivíduo tem a ânsia de compreender a sociedade da qual faz parte e, na ausência de conhecimento, apega-se a fragmentos de explicações que levam a conclusões distorcidas acerca das mazelas sociais enfrentadas (Souza, 2024, p.13-17).

Esse raciocínio aplica-se de maneira direta às questões ligadas à Economia. Por essa razão, faz-se necessário, neste trabalho, uma seção que explique o significado de inflação, assim como o mecanismo utilizado pelo Estado para controlá-la. O aluno, munido desse conhecimento, tem melhores condições de compreender as verdadeiras causas das flutuações dos preços que tanto afetam seu poder de compra. Além disso, pode acompanhar de forma crítica as medidas adotadas pelas autoridades políticas sobre o tema, afastando-se de explicações superficiais que frequentemente conduzem a conclusões equivocadas.

## 3.1 Inflação e Taxa Selic

A inflação refere-se ao aumento dos preços de bens e serviços. É sinônimo de perda de poder de compra de uma moeda. No Brasil, há diferentes índices que medem esse fenômeno. Em particular, o Índice Nacional de Preços ao Consumidor Amplo (IPCA), medido pelo Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística (IBGE), é utilizado no sistema de metas para inflação. Ou seja, o governo estipula e tenta garantir um IPCA anual que não ultrapasse a meta estabelecida para a Economia brasileira (Banco Central do Brasil, 2025b).

O IPCA estima o custo da “cesta de produtos e serviços” das famílias brasileiras que têm renda entre 1 e 40 salários minímos. Nessa cesta são inclusos itens como alimentação, habitação, vestuário, transporte, saúde, educação e outros. Cabe destacar que o IPCA medido pelo IBGE pode não ser o mesmo para todos os cidadãos, isso porque essa métrica é uma aproximação da cesta da maioria das famílias. No entanto, individualmente, os gastos podem diferir de família para família. Além disso, conforme destaca o Banco Central do Brasil (2025d), os índices de preço se apresentam de várias formas a depender do objetivo. Alguns exemplos, além do IPCA, são: Índice Nacional de Preços ao Consumidor (INPC), Índice de Preços ao Consumidor - Fipe (IPC-Fipe) e o Índice Geral de Preços (IGP).

Conforme explica o Banco Central do Brasil (2025b), há diversos fatores que influenciam a inflação. No geral pode-se organizá-los em 4 grupos: pressões de demanda, pressões de custos, inércia inflacionária e expectativas de inflação.

A pressão de demanda está relacionada à lei da oferta e da procura: quando a demanda por bens e serviços aumenta sem um correspondente aumento na oferta, os preços tendem a subir. Um dos fatores que pode provocar esse aumento na demanda é a maior quantidade de moeda em circulação na Economia. Por isso, políticas que elevam rapidamente o poder de compra da população, como o aumento do salário mínimo, podem gerar pressões inflacionárias, caso não sejam acompanhadas por um aumento proporcional na oferta de bens e serviços.

As pressões de custos dizem respeito ao aumento das despesas para se produzir os mesmos bens e serviços. Para que os produtores não tenham prejuízo, é preciso repassar essa elevação para os consumidores.

A inércia inflacionária é o fenômeno pelo qual a inflação passada reflete nos preços presentes. Conforme Mais Retorno (2025):

> Uma das formas mais comuns de inércia inflacionária é a indexação, mecanismo que reajusta automaticamente os preços de salários e benefícios assistenciais, além de determinados bens e serviços especificados em contrato (aluguéis, por exemplo) ou administrados (como a energia elétrica) (Mais Retorno, 2025).

A inércia inflacionária retrata bem a complexidade de questões ligadas ao controle da inflação. Trata-se de um fenômeno que pode desencadear um efeito em cadeia, com potencial de dificultar sobremaneira a estabilização da Economia de um país.

Por fim, a própria expectativa de inflação gera, em si, inflação, uma vez que os produtores e comerciantes, normalmente, já se antecipam para tentar mitigar os impactos da desvalorização da moeda. A expectativa de maior inflação também aumenta a expectativa de risco para investimentos, o que faz com que investidores privados exijam um maior prêmio (maior taxa de juros) para realizarem investimentos no país o que provoca um aumento dos custos de produção.

Sobre as consequências da inflação, o Banco Central do Brasil (2025b) pontua:

> A inflação gera incertezas importantes na Economia, desestimulando o investimento e, assim, prejudicando o crescimento econômico. Os preços relativos ficam distorcidos, gerando várias ineficiências na Economia. As pessoas e as firmas perdem noção dos preços relativos e, assim, fica difícil avaliar se algo está barato ou caro. A inflação afeta particularmente as camadas menos favorecidas da população, pois essas têm menos acesso a instrumentos financeiros para se defender da inflação.
>
> Inflação mais alta também aumenta o custo da dívida pública, pois as taxas de juros da dívida pública têm de compensar não só o efeito da inflação mas também têm de

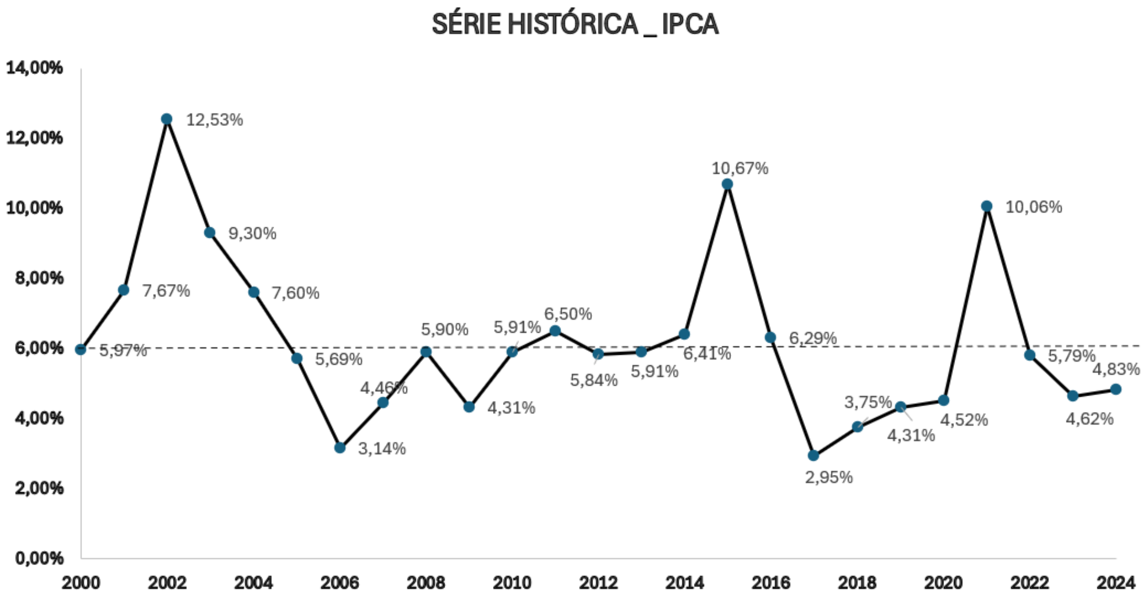
> incluir um prêmio de risco para compensar as incertezas associadas com a inflação mais alta (Banco Central do Brasil, 2025b).

A inflação é particularmente gravosa sobre as camadas menos favorecidas da população, uma vez que sua renda é, em geral, insuficiente até mesmo para assegurar o próprio sustento. Desse modo, o problema não se restringe à ausência de acesso a instrumentos financeiros, mas se manifesta, sobretudo, na impossibilidade concreta de utilizá-los, visto que a renda disponível não é capaz de garantir direitos sociais básicos, como alimentação, saúde e educação.

O oposto da inflação é a deflação, que ocorre quando a inflação é negativa indicando uma queda geral dos preços dos produtos. A deflação, assim como a inflação descontrolada, também não é vantajosa para a Economia. O comércio, por exemplo, pode ter prejuízos se o preço do produto estocado no presente valer menos no futuro. Além disso, os consumidores podem postergar decisões de consumo e investimentos ao ponderar que os preços serão menores amanhã. Tudo isso pode causar estagnação da atividade econômica, sendo o mais desejado para o mercado uma inflação baixa e previsível (Banco Central do Brasil, 2025b).

Para uma análise do comportamento histórico da inflação no Brasil, nas 2 últimas décadas, a Figura 8 apresenta o gráfico do IPCA medido anualmente entre 2000 e 2024. O traçado pontilhado refere-se a média aritmética (6,2%) da inflação neste período e serve para observar a flutuação do índice, tendo em vista que para cálculos de atualização de valores usa-se a média geométrica (5,81%).

Figura 8 – Gráfico da Série Histórica do IPCA (2000 - 2024).

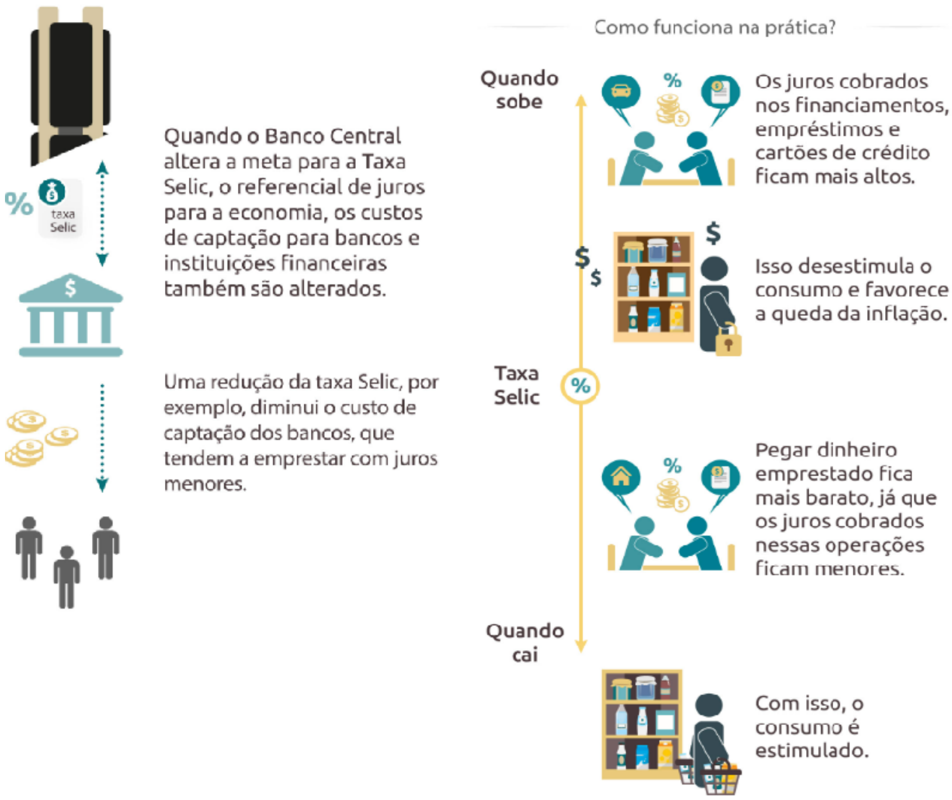



Fonte: Instituto Brasileiro de Geografia e Estatistica (IBGE) (2025), adaptado pelo autor.

O principal instrumento utilizado pelo Banco Central do Brasil para controlar a inflação é a Taxa Selic, considerada a taxa mãe da Economia Brasileira, por influenciar todas as demais taxas de juros, a exemplo de financiamentos, empréstimos e aplicações financeiras. O nome "Selic" vem da sigla Sistema Especial de Liquidação e Custódia, referindo-se a uma infraestrutura do mercado financeiro administrada pelo Banco Central, onde são feitos depósitos e transações de títulos públicos federais (Banco Central do Brasil, 2025c).

A Figura 9 resume o efeito provocado pela variação da Taxa Selic na Economia, em termos de impacto sobre a inflação. É de se esperar que em tempos de inflação elevada a taxa básica de juros aumente a fim de diminuir a pressão por demanda e o oposto ocorre em tempos de baixa inflação. A percepção de que os novos financiamentos ficam mais caros diminui a procura por eles. Além disso, as próprias entidades financeiras tornam as regras mais restritivas a fim de se proteger contra a inadimplência, que tende a crescer em cenários de juros mais elevados.

Figura 9 – Efeito da Taxa Selic na Economia.




Fonte: Banco Central do Brasil (2025c).

No entanto, conforme destaca o economista Olivier Blanchard em sua obra *MacroEconomia*, o efeito não é imediato. "As mudanças na taxa de juros não afetam imediatamente o produto ou a inflação. Há defasagens consideráveis no processo de transmissão da política monetária." (Blanchard, 2017, p.450). De acordo o mesmo autor, essas defasagens ocorrem porque a política monetária atua de forma gradual, afetando primeiramente o crédito, o investimento e, posteriormente, o nível geral de preços de produtos e serviços. Assim, os resultados sobre a inflação tornam-se perceptíveis apenas após certo intervalo de tempo, quando o novo patamar de juros se consolida no sistema econômico.

Dados da B3, a bolsa de valores brasileira[1] tem mostrado um aumento no acesso, pelos brasileiros, a ativos financeiros. Entre janeiro de 2020 e março de 2024 o número de investidores na bolsa apresentou um crescimento de 80%. São 19,4 milhões de pessoas físicas acessando estas ferramentas, segundo a pesquisa (B3 – Brasil, 2025a). A B3 conta inclusive com uma área dedicada a promover cursos gratuitos sobre investimentos e finanças pessoais (B3 Educação, 2025). Segundo a Secretaria de Comunicação Social - Presidência da República (2024) a estimativa feita pelo IBGE é de que a população do Brasil em julho de 2024 era de 212,6 milhões de habitantes. Portanto, ainda há espaço para a expansão do acesso a esses serviços, por parte dos brasileiros.

À luz dessa evolução, percebe-se a propagação, nas mídias sociais, de discursos enganosos prometendo elevados retornos sem as devidas considerações sobre os riscos. Dado o exposto, é essencial que cada cidadão interessado em adentrar nesse universo possua conhecimentos mínimos, a fim de conhecer o seu próprio perfil enquanto investidor, assim como de se proteger de tais discursos.

Diante disso, a seção seguinte faz um apanhado geral dos principais tipos de ativos financeiros disponíveis atualmente para pessoas físicas. Enfatizamos antes que é essencial uma reflexão orientada pelo professor, no sentido de que investimentos de valores baixos tendem a produzir resultados limitados ao longo do tempo, especialmente ao se considerar o impacto da inflação no poder de compra do capital acumulado. Portanto, um futuro investidor deve antes de tudo buscar um aumento de sua renda ativa de maneira que isso lhe permita uma Economia que ao longo do tempo que, se investida de forma persistente, lhe trará algum grau de liberdade financeira. O professor deve atuar nesse papel de conscientizador. Os exercícios propostos no Produto Educacional, gerado a partir dos estudos desta dissertação, auxiliam sobremaneira essa reflexão ao analisar diferentes cenários de investimentos.

[1] A B3 é a empresa, no Brasil, responsável por garantir um espaço digital onde são negociados ativos financeiros.

## 3.2 Alternativas de Investimentos Financeiros

O economista inglês Benjamin Graham destaca, em sua obra *O investidor inteligente*: "uma operação de investimento é aquela que, após análise profunda, promete a segurança do principal e um retorno adequado. As operações que não atendem a essas condições são especulativas" (Graham, 2017, p.37). No que tange à mercado financeiro, esta dissertação não tem a intenção de trabalhar qualquer abordagem especulativa do assunto.

Como destaca Nunes (2022), para investir é necessário primeiro conhecimento e estudo. É essencial ponderar a relação entre risco e retorno, assim como a liquidez de um investimento. O retorno refere-se ao valor ganho ou perdido, considerando o investimento de um certo capital, é usualmente medido em porcentagem. O risco diz respeito às incertezas sobre o retorno que permeiam o investimento feito. A liquidez é a facilidade de converter um ativo em dinheiro (moeda corrente), quanto maior a liquidez mais facilmente isso é feito. Ademais, é onipresente em qualquer literatura séria sobre investimentos a concepção de que um cuidado importante para a diminuição dos riscos consiste na diversificação dos ativos da carteira. Martins e Pontes (2025), por exemplo, relembra a famosa frase exaustivamente repetida no mercado financeiro: *nunca deixe seus ovos em uma mesma cesta*. Um tropeço, uma queda, tudo se perde.

### 3.2.1 Renda fixa

Primeiramente, é preciso esclarecer que o investimento em renda fixa não significa necessariamente que o valor investido apresenta um rendimento constante. Há situações em que de fato é estabelecido uma taxa fixa de juros, como por exemplo 12% a.a, mas ocorre também do rendimento está indexado a uma taxa que varia ao longo do tempo. Por exemplo, ao próprio IPCA, à taxa Selic ou ao CDI[2]. Um exemplo seria um título que remunera 110% do CDI ou outro que paga IPCA $+7\%$.

Investimentos em renda fixa visam atender um público considerado mais conservador, isto é, que não deseja lidar com a volatilidade do mercado de renda variável do qual falaremos na Subseção 3.2.2. Também trata-se de uma alternativa de diversificação. Prado (2018) esclarece que um título de renda fixa comprova um empréstimo realizado pelo comprador do título ao

[2] O CDI é a sigla para Certificado de Depósito Interbancário, são empréstimos feito apenas entre bancos pagando a taxa CDI dia entre os bancos. Esta modalidade de empréstimo permite aos bancos o cumprimento de uma normativa conhecida como acordo de basileia a qual proíbe que uma instituição no Brasil feche o dia com caixa negativo. A regra visa evitar que as instituições passem por problemas financeiros. (Nunes, 2022).

emissor deste. Fica acordado na compra do título, o prazo do vencimento, o valor, a taxa de juros, as condições de liquidez e todas as demais informações julgadas pertinentes.

Um dos investimentos mais populares no Brasil é a caderneta de poupança. Segundo a Associação Brasileira das Entidades dos Mercados Financeiro e de Capitais (ANBIMA), 23% do brasileiros investem na caderneta de poupança, percentual bem acima de outros produtos. Entretanto, os dados, segundo a associação, mostram uma tendência de mudança. Houve uma queda de 6 pontos percentuais em 2024 em relação 2023, puxada principalmente pela parcela mais jovem (16 a 28 anos), onde se nota um crescimento por alternativas como fundos de investimento, títulos privados e moedas digitais. Um comportamento que, segundo a instituição, aponta para uma mudança estrutural no perfil do investidor brasileiro no médio e longo prazo (Anbima, 2024).

Ainda segundo os dados obtidos pela ANBIMA, é interessante notar o recorte em relação às classes socias:

> As pessoas da classe A/B são as que mais diversificam seus investimentos. Além da caderneta de poupança (31%) essa faixa da população aplica seus recursos em títulos privados (15%), fundos de investimento (13%), moedas digitais/criptomoedas (8%) compra e venda de imóveis (7%), ações na bolsa (6%) e outros. Nas classes C e D/E a caderneta de poupança ainda segue absoluta, com 24% e 16% respectivamente (Anbima, 2024).

A poupança reina nas classes menos favorecidas pelo fato de ser uma modalidade de investimento de baixo risco, uma vez que tem a garantia do FGC[3]. Também por ser facilmente ofertada e acessada pelos mais diversos bancos, exigir pouco conhecimento técnico para o entendimento do seu funcionamento, não incidir sobre a conta taxas de serviços, além de permitir resgate imediato (liquidez imediata) e ser isento de Imposto de Renda para pessoas físicas e IOF (Imposto sobre Operações Financeiras).

Ao aplicar recursos na caderneta de poupança, o cliente do banco está, na prática, emprestando seu capital à instituição financeira. Esses recursos possuem destinação regulada. Pela legislação brasileira, pelo menos 65% do montante captado deve ser direcionado ao financiamento imobiliário, enquanto a parcela restante pode ser utilizada em outras operações autorizadas (Brasil, 2010). A instituição, ao emprestar esses valores a taxas de juros mais elevadas do que aquelas pagas ao poupador, obtém o que se denomina *spread* bancário, ou seja, a diferença entre a taxa cobrada nos empréstimos e a remuneração oferecida ao investidor.

[3] O Fundo Garantidor de Créditos (FGC) é uma entidade privada e sem fins lucrativos cuja atuação protege os investidores que colocam seu dinheiro em instituições associadas a ele. O FGC garante R$ 250 mil por CPF por instituição, tendo um limite de 1 milhão por CPF.

A remuneração da caderneta de poupança é igual para todos os bancos e determinada pela Lei nº 12.703, de 2012 (Brasil, 2012), segundo a qual o rendimento é definido pela soma de dois componentes:

- Componente Básico: Calculado pela Taxa Referencial (TR)[4] na data de depósito.
- Componente Adicional: Será 0,5% ao mês, quando a meta da taxa SELIC for superior a 8,5% a.a. ou 70% da Taxa SELIC, quando a meta dessa taxa for menor ou igual a 8,5% a.a.

Apesar de popular, a poupança é um dos investimentos menos vantajosos, frequentemente não consegue superar o IPCA. Ou seja, o rendimento é ultrapassado pela inflação ocasionando perda do poder de compra do investidor, sendo que o mínimo esperado em uma aplicação financeira é a manutenção do poder de compra do capital investido. A comprovação disto pode ser visto no estudo feito por Nunes (2022). Com o auxílio da Calculadora do Cidadão foi feita uma análise do desempenho da caderneta de poupança entre os anos 2013 e 2020, a Tabela 3 apresenta o resultado.

Tabela 3 – Rendimento Real da Caderneta de Poupança.

| Ano | IPCA | Rendimento Aparente | Rendimento Real |
|---|---|---|---|
| 2013 | 6,75% | 5,24% | -1,51% |
| 2014 | 7,39% | 6,44% | -0,95% |
| 2015 | 11,54% | 7,29% | -4,25% |
| 2016 | 7,31% | 7,57% | 0,26% |
| 2017 | 3,27% | 6,16% | 2,89% |
| 2018 | 4,20% | 4,24% | 0,04% |
| 2019 | 4,46% | 3,96% | -0,50% |
| 2020 | 5,72% | 1,99% | -3,73% |

Fonte: Nunes (2022)

Na renda fixa, outra modalidade de investimento são os títulos públicos (Tesouro Direto). São títulos de dívida emitidos pelo governo federal a fim de financiar dívidas públicas e outros compromissos financeiros do governo. Ou seja, ao investir no Tesouro Direto o indivíduo está na verdade emprestando dinheiro para o governo. Embora não tenha a garantia do FGC, é considerado o investimento mais seguro do país, por ser respaldado pela própria União.

O Programa do Tesouro Nacional foi desenvolvido pelo governo federal em parceria com a B3 em 2002 com o objetivo de democratizar o acesso aos títulos públicos. Inicialmente,

[4] A TR é um índice financeiro que já funcionou como parâmetro para os juros praticados no Brasil. O cálculo é feito com base na taxa de juros das Letras do Tesouro Nacional registradas no SELIC. (Cerbasi, 2019).

era possível investir a partir de 30 reais, no entanto, desde de novembro de 2024 é permitido investimentos sem valor mínimo (Tesouro Nacional, 2025). No site do programa ressalta-se:

> O Tesouro Direto é uma excelente alternativa de investimento pois oferece títulos com diferentes tipos de rentabilidade (prefixada, ligada à variação da inflação ou à variação da taxa de juros básica da Economia - Selic), diferentes prazos de vencimento e também diferentes fluxos de remuneração. Com tantas opções, fica fácil achar o título indicado para realizar seus objetivos! (Tesouro Nacional, 2025).

Para investir no tesouro direto é preciso possuir uma conta em uma corretora ou instituição financeira cadastrada, cujo papel é o de realizar a intermediação do investimento. Importante ressalta que esta modalidade possui liquidez diária porém a taxa acordada no momento da compra só é garantida se o investidor manter o capital até a data do vencimento. Na hipótese de ser liquidado antes do prazo inicialmente definido, o título é vendido no valor pago pelo mercado no momento da operação e pode-se conseguir uma taxa maior ou menor a contratada inicialmente.

Outro ponto importante é a incidência de Imposto de Renda, cobrado de forma regressiva sobre o rendimento conforme a Tabela 4 a cobrança de IOF no caso de resgates em períodos inferiores a 30 dias da data de aplicação (Brasil, 2004).

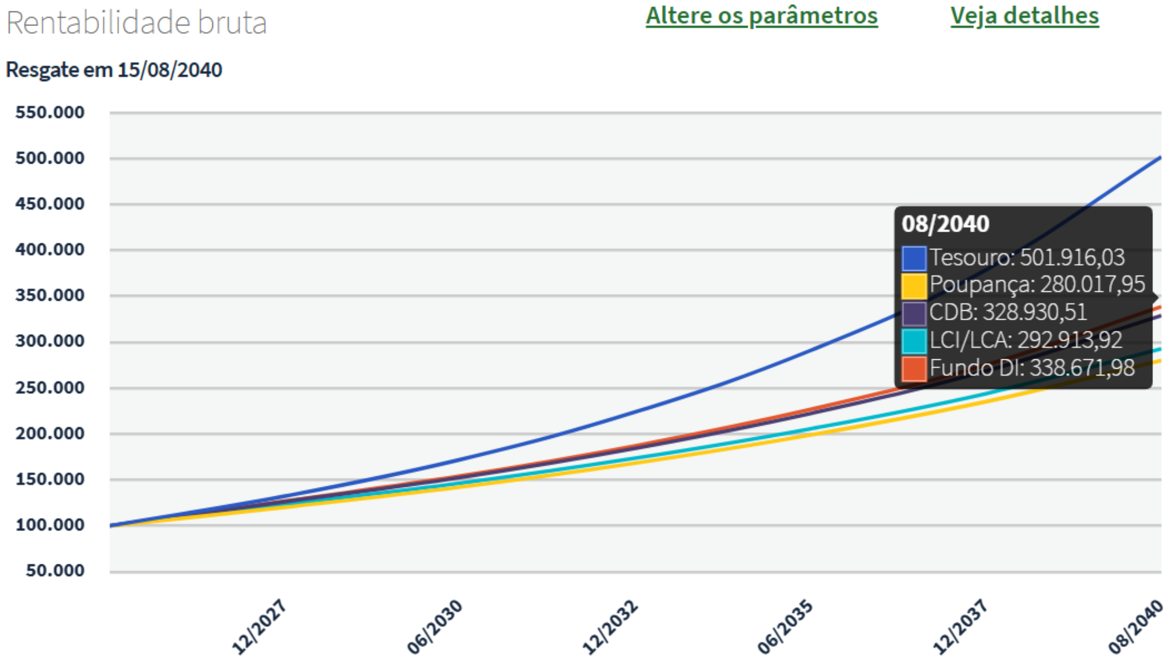
Tabela 4 – Imposto de Renda Regressivo.

| **Imposto de Renda** | **Tempo (dias)** |
|---|---|
| 22,5% | Até 180 |
| 20% | 181 até 360 |
| 17,5% | 361 até 720 |
| 15% | 721 em diante |

Fonte: Autor.

No site do programa é possível realizar simulações de investimentos com as diferentes opções disponível. A Figura 10 apresenta a simulação feita no dia 15/08/2025 do Tesouro IPCA + 7,08% com resgate para 15/08/2040. Com investimento inicial de 100 mil, sem aportes mensais. Na mesma simulação foi possível verificar que o mesmo valor na caderneta de poupança retornaria um montante de 280 mil reais bem abaixo dos quase 427 mil líquidos retornado por essa opção do Tesouro direto.

Figura 10 – Simulação: Tesouro Direto IPCA + 7,08%.




Fonte: Tesouro Nacional (2025)

Cabe ainda ressaltar que para a escolha do título a ser investidos é interessante observar o cenário da Economia do país. Se há uma expectativa de aumento da inflação, por exemplo, os investimentos com taxa de juros atrelados à inflação, como o simulado na Figura 10 são uma boa alternativa, pois protegem o poder de compra do capital. Por outro lado, se a expectativa é de inflação baixa os pré-fixados podem se tornar mais atraentes.

Outra alternativa na renda fixa são os CDBs (Certificados de Depósitos Bancários). Nesta modalidade, o investidor está emprestando dinheiro para o banco financiar suas atividades. Os CDBs podem oferecer taxas pré e também pós fixadas. Conforme destaca Cerbasi (2019), bancos que possuem grande credibilidade possuem facilidade de captação de recursos e por isso oferecem taxas de rendimento menores. Já bancos de menores portes, por terem maior dificuldade na captação, costumam oferecer taxas de rendimentos maiores ao mesmo tempo em que são mais arriscados.

Os CDBs possuem, assim como a poupança, cobertura pelo FGC, garantindo o ressarcimento do investimento no caso de falência da instituição emissora, dentro das condições já explicadas. No caso de imposto de renda e IOF, a cobrança é feita nas mesmas condições dos investimentos no Tesouro direto. No entanto, diferente dos títulos públicos, há uma quantia miníma a ser investida, normalmente R$ 1.000,00. Além disso, alguns CDBs possuem carência, período pelo qual o investimento não pode ser resgatado, o que neste caso não o configura como uma boa opção para a reserva de emergência.

Por fim, uma outra modalidade de investimento em renda fixa comum no Brasil são as Letras de Crédito do Agronegócio (LCAs) e as Letras de Crédito Imobiliário (LCIs). São títulos de dívida emitidos por instituições financeiras cuja finalidade é o financiamento de projetos nos setores do agronegócio e imobiliário. As opções de rendimento são similares às do CDB. As LCIs e LCAs são isentas de imposto de renda, entretanto, tem ocorrido discussões de projetos de lei para o estabelecimento de alíquotas minímas de imposto de renda. Até o momento a isenção continua, trata-se de uma maneira de incentivar setores considerados estratégicos pelo estado, para a Economia do país.

### 3.2.2 Renda Variável

A renda variável possui esse nome por não ser possível conhecer as condições de rendimento do capital investido no momento da aquisição do ativo financeiro. O rendimento é aferido calculando a diferença entre o valor da venda, acrescido dos ganhos obtidos durante o tempo em que se esteve de posse do ativo (geralmente dividendos) e o preço de compra. Nunes (2022, p.96) destaca que "investimentos em renda variável costumam ser mais arriscados que investimentos em renda fixa, no entanto, a expectativa de retorno é maior."

Na renda variável as transações são feitas no ambiente eletrônico da B3 e são facilmente acessíveis. Bastando possuir uma conta em uma corretora de valores (são estas instituições que fazem a intermediação das transações), sendo interessante por parte do investidor observar as cobranças de taxas de cada corretora, pois podem variar significativamente.

O investimento mais comum em renda variável são as ações de empresas listadas na bolsa. Ao comprar uma ação de uma empresa, o investidor adquire, na verdade, uma pequena parcela de seu capital. Ou seja, o investidor torna-se coproprietário da companhia e portanto poderá participar, na proporção da quantidade de ações que possui, dos resultados obtidos pela companhia. Quando a empresa vai bem, isto é, seu negócio prospera, o preço da ação tende a também se valorizar. Algumas empresas também remuneram seus acionistas[5] através de participações nos lucros seja por meio do pagamento de dividendos ou de juros sobre capital próprio (JCP).

Recomenda-se a fuga de operações de especulação, pois aos inexperientes (e até mesmo aos experientes) o risco de prejuízos é elevado devido a volatilidade inerente a esta modalidade

[5] Acionista: Designação dada a quem possui ações de uma empresa.

de investimento. É consenso no mercado financeiro que no curto prazo o preço das ações são fortemente influenciados pela fluxo de venda e compra desses papéis enquanto que no longo prazo as cotações tendem a seguir os resultados das empresas. Nesse sentido, é preciso por parte do investidor, conhecer seu perfil de risco, sua estratégia de investimento assim como ter uma postura de estudo contínuo sobre as empresas e a situação econômica geral do país.

Outra opção de investimentos em renda variável são os Fundos de Investimentos. Basicamente são empresas que gerenciam recursos financeiros de um conjunto de investidores. Os fundos administram o capital confiado por terceiros. Cerbasi (2019) destaca que são uma alternativa a quem possui interesse em investir em ações mas não tem tempo e conhecimento para estudar o mercado. Assim as aplicações são decididas pelos grupos de especialistas do referido fundo investido. Trata-se de uma opção explorada principalmente pelas classes mais elevadas. Nunes (2022, p.100) lembra que “que a taxa de administração é descontada sobre o patrimônio líquido e não apenas sobre o rendimento”, portanto mesmo no caso dos rendimentos do fundo serem negativos haverá cobrança de valores pela administração dos ativos.

Por fim, um ativo financeiro que tem cada vez mais se popularizado nos últimos anos são as moedas digitais conhecidas como criptomoedas. Se trata de ativos de grande volatilidade e portanto fogem da intenção deste trabalho. Para os entusiastas do assunto recomendamos a busca por literatura sobre o tema, a exemplo da obra de Edelman (2023).

O próximo capítulo apresenta a sequência didática elaborada com base nos estudos realizados anteriormente. Esta proposta consiste em um conjunto de sete aulas concebidas para desenvolver nos estudantes competências que transcendem os cálculos matemáticos financeiros. O objetivo é, sobretudo, estudá-los sob uma perspectiva crítica, que os ajudem a compreender o conjunto de possibilidades que podem tornar-se realidade em relação ao planejamento financeiro de longo prazo.

# 4 SEQUÊNCIA DIDÁTICA

## 4.1 Apresentação

O presente capítulo refere-se a uma sequência didática destinada a alunos do Ensino Médio. Portanto, espera-se um conhecimento prévio de conceitos ligados a juros/porcentagem por parte dos estudantes, haja vista a etapa de ensino a qual é aplicada. Cabe ainda destacar que parte das discussões apresentadas, como por exemplo, monitoramento dos gastos, mercado financeiro e reflexões sobre as desigualdades socioeconômicas são universais e, portanto podem e devem extrapolar o ambiente do nsino escolar. Ademais, entendemos a educação na concepção trazida por Estivan Mészáros em sua obra *A Educação para Além do Capital*. O autor entende a educação como um processo histórico, social e vital, que se estende por toda a vida e se realiza nas práticas sociais concretas (Mészáros, 2008).

Especialmente, concernente à mercado financeiro acredita-se que as discussões e simulações levantadas com auxílio deste material tem uma relevância ainda mais forte no contexto atual. Isto é, a universalização de informações sobre o tema, ao mesmo tempo em que há uma quantidade preocupante de conteúdos sendo vendidos que prometem enriquecimento fácil e rápido. Dessa forma, esta sequência didática tem também a intenção de nortear reflexões que possam prevenir os estudantes de caírem em armadilhas financeiras. Ademais, os temas sugeridos podem e devem ser atualizados conforme o professor compreender ser necessário, dado se tratar de uma temática que se atualiza com frequência.

## 4.2 Fundamentação e Metodologia da Sequência

Conforme destaca Oliveira (2013) uma Sequência Didática trata-se de um conjunto articulado de atividades em que há a necessidade de um planejamento prévio de forma a determinar cada etapa da atividade e tornar o processo de ensino da maneira mais dinâmica possível. Os passos básicos para a construção de uma sequência didática são:

> Escolha do tema a ser trabalhado; questionamentos para problematização do assunto a ser trabalhado; planejamento dos conteúdos; objetivos a serem atingidos no processo de ensino-aprendizagem; delimitação da sequência de atividades, levando-se em consideração a formação de grupos, material didático, cronograma, integração entre cada atividade e etapas, e avaliação dos resultados (Oliveira, 2013, p.40).

Zabala (1998) destaca a necessidade de realizar uma série de perguntas a fim de orientar o trabalho pedagógico desenvolvido ao longo de uma sequência didática, permitindo, a partir delas, o reforço de algumas atividades ou a criação de novas. É procurado responder se as atividades: a) permitem a identificação dos conhecimentos prévios dos estudantes; b) se os conteúdos são significativos e funcionais; c) se é possível inferir a adequação dos conteúdos ao nível dos estudantes; d) se representam um desafio alcançável para a turma; e) se é possível estabelecer relações entre o conhecimento prévio dos alunos e os novos conteúdos; f) se promovem conflito cognitivo e estimulam a atividade mental do aluno; g) se estimulam a autoestima do estudante, ao fazê-lo perceber que consegue aprender e compreender que seu esforço valeu a pena; h) se estimulam a aprender a aprender, ou seja, se promovem o desenvolvimento da autonomia do estudante.

Levando em conta os apontamentos dos autores citados, a sequência didática desenvolvida neste produto educacional tem o objetivo de, baseado em situações contextualizadas, promover a aprendizagem sobre operações matemáticas no estudo de Matemática Financeira. Adicionalmente busca-se incentivar nos estudantes, uma postura de reflexão sobre os próprios gastos, assim como estimular o planejamento financeiro de longo prazo. Tudo é feito a partir de atividades que sejam factíveis aos alunos. Também é buscado o uso de ferramentas digitais o que torna a realização das simulações, após o entendimento de como os cálculos são feitos, menos morosa.

Acrescenta-se que as resoluções das atividades propostas consideradas de maior complexidade foram elaboradas priorizando-se uma escrita discursiva. Acredita-se que essa medida seja positiva no contexto da aplicação do produto educacional, pois serve como elemento norteador para as explicações necessárias à compreensão dos cálculos.

### 4.3 Plano de Aula

**Componente curricular:** Matemática.

**Público Alvo:** Estudantes do Ensino Médio.

**Conteúdos envolvidos:** Função Afim, Função Exponencial, Progressão Aritmética, Progressão Geométrica, Porcentagem, Juros Simples, Juros Compostos, Deslocamento de Valores no Tempo, Taxas Equivalentes.

**Relevância para a aprendizagem:** A presente sequência didática tem relevância na medida em que busca abordar o conteúdo de Matemática Financeira de uma forma que transcenda os cálculos matemáticos inerentes a temática. Dessa forma, busca-se promover reflexões a respeito das desigualdades socioeconômicas que marcam a sociedade. Adicionalmente, orienta reflexões sobre aspectos pessoais da vida financeira dos estudantes, uma vez que são levados a observar a dinâmica de seus próprios gastos e remunerações. Outro ponto importante, refere-se à discussão sobre a democratização de investimentos financeiros disponíveis.

**Objetivos gerais:** Analisar e desenvolver práticas de Educação Financeira voltadas para a compreensão das dinâmicas socioeconômicas, visando a formação crítica dos estudantes

**Número de aulas sugeridas:** 7 aulas de 50 minutos cada.

Quadro 1 – Relação das Aulas Propostas na Sequência Didática.

| Aula | Objetivo da aula | Recursos Didáticos | Avaliação |
|---|---|---|---|
| 1ª Aula | Aplicar um questionário para identificação dos conhecimentos prévios dos estudantes. Refletir sobre a importância da Educação Financeira para a vida cotidiana. Realizar simulações de investimentos financeiros. | Lousa, Pinceis para lousa, Data show, Notebook, Calculadora do site Investidor10. | Participação nas reflexões/debates promovidos. |
| 2ª Aula | Compreender a importância do monitoramento dos gastos. Iniciar a realização do monitoramento dos gastos pessoais. Compreender os cálculos envolvendo juros simples e compostos. Compreender o conceito de deslocamento de valores no tempo | Lousa, Pinceis para lousa, Data Show, Notebook, Planilhas Eletrônicas. | Resolução das atividades propostas. |
| 3ª Aula | Continuação da 2ª aula | Lousa, Pinceis para lousa, Data Show, Notebook, Planilhas Eletrônicas. | Resolução das atividades propostas. |
| 4ª Aula | Compreender os cálculos ligados a simulação de uma carteira previdenciária com aportes periódicos e constantes. Compreender o impacto da inflação no poder de compra de uma moeda ao longo tempo e em como isso afeta uma carteira de investimento de longo prazo. | Lousa, Pinceis para lousa, Data Show, Notebook, calculadora de juros compostos do site Investidor10. | Resolução das atividades propostas. |
| 5ª Aula | Continuação da 4ª aula. | Lousa, Pinceis para lousa, Data Show, Notebook, calculadora de juros compostos do site Investidor10. | Resolução das atividades propostas. |
| 6ª Aula | Compreender opções de investimento financeiro disponíveis no mercado. | Lousa, Pinceis para lousa, Data Show, Notebook, calculadora de juros compostos do site Investidor10. | Participação nas discussões promovidas. |
| 7ª Aula | Identificar o conhecimento adquirido pelos estudantes por meio da aplicação de questionário escrito e diálogo com a turma. | Questionário produzido pelo professor. | Entrega do trabalho de monitoramento dos gastos. Resolução do questionário final. |

Fonte: Autor

Quadro 2 – Habilidades e Objetos do Conhecimento Conforme a BNCC (Brasil, 2025a).

| | |
|---|---|
| **Competências específicas** | (Competência 1) Utilizar estratégias, conceitos e procedimentos matemáticos para interpretar situações em diversos contextos, sejam atividades cotidianas, sejam fatos das Ciências da Natureza e Humanas, das questões socioeconômicas ou tecnológicas, divulgados por diferentes meios, de modo a contribuir para uma formação geral;<br>(Competência 2) Propor ou participar de ações para investigar desafios do mundo contemporâneo e tomar decisões éticas e socialmente responsáveis, com base na análise de problemas sociais, como os voltados a situações de saúde, sustentabilidade, das implicações da tecnologia no mundo do trabalho, entre outros, mobilizando e articulando conceitos, procedimentos e linguagens próprias da Matemática;<br>(Competência 3) Utilizar estratégias, conceitos, definições e procedimentos matemáticos para interpretar, construir modelos e resolver problemas em diversos contextos, analisando a plausibilidade dos resultados e a adequação das soluções propostas, de modo a construir argumentação consistente. |
| **Habilidades**[1] | (EM13MAT101) Interpretar criticamente situações econômicas, sociais e fatos relativos às Ciências da Natureza que envolvam a variação de grandezas, pela análise dos gráficos das funções representadas e das taxas de variação, com ou sem apoio de tecnologias digitais;<br>(EM13MAT104) Interpretar taxas e índices de natureza socioeconômica, investigando os processos de cálculo desses números, para analisar criticamente a realidade e produzir argumentos;<br>(EM13MAT203) Aplicar conceitos matemáticos no planejamento, na execução e na análise de ações envolvendo a utilização de aplicativos e a criação de planilhas (para o controle de orçamento familiar, simuladores de cálculos de juros simples e compostos, entre outros), para tomar decisões;<br>(EM13MAT303) Interpretar e comparar situações que envolvam juros simples com as que envolvem juros compostos, por meio de representações gráficas ou análise de planilhas, destacando o crescimento linear ou exponencial de cada caso. |
| **Objetivos de aprendizagem** | Compreender e aplicar os conceitos de juros simples e compostos em situações financeiras do cotidiano e de planejamento econômico. Utilizar planilhas eletrônicas e recursos digitais como ferramentas para cálculo, simulação e análise de problemas financeiros. Desenvolver a capacidade de argumentação e tomada de decisão com base em modelos matemáticos e na interpretação crítica de dados quantitativos. |
| **Conteúdos** | Função Afim, Função Exponencial, Progressão Aritmética, Progressão Geométrica, Porcentagem, Juros Simples, Juros Compostos, Deslocamento de Valores no Tempo, Taxas Equivalentes. |

Fonte: Autor

[1] Os códigos alfanuméricos utilizados seguem o padrão estabelecido pela Base Nacional Comum Curricular.

#### 4.3.1 Aula 01

**Objetivos específicos:** Identificar, através de aplicação de questionário, os conhecimentos prévios dos estudantes sobre Educação Financeira. Refletir sobre a importância da Matemática e Educação Financeira para a vida cotidiana. Realizar simulações de investimentos financeiros.
**Recursos Didáticos:** Lousa, Pinceis para lousa, Data show, Notebook, Calculadora do site Investidor10.
**Encaminhamento da Aula:** Iniciar a aula conduzindo uma reflexão sobre a diferença entre Matemática Financeira e Educação Financeira e a importância de cada uma no processo de entendimento dos aspectos socioeconômicos da sociedade. Como sugestão de referência indicamos Silva (2016). Na sequência, propor uma discussão acerca das problemáticas relacionadas à aposentadoria, abordando tanto a importância e os desafios do regime geral de previdência social quanto a necessidade de se pensar em formas alternativas de garantir a própria aposentadoria no futuro, considerando os obstáculos envolvidos. Uma sugestão de material orientador é o documentário produzido pelo grupo AGF: Ações Garantem o Futuro (AGF, 2024). Em seguida o professor deve direcionar a discussão para a possibilidade de elaboração de um plano previdenciário próprio, no qual parte das economias sejam investidas continuamente ao longo do período de trabalho. A ideia é que o valor acumulado dos aportes, somado aos rendimentos obtidos ao se manter o patrimônio aplicado a uma determinada taxa, seja suficiente para garantir a aposentadoria. Como forma de motivação, sugere-se a simulação, no portal Investidor10 (2025), por meio da calculadora de juros compostos, de diferentes cenários de investimentos.

# AULA 01: Questionário Diagnóstico

**Tema: Educação Financeira**

**Objetivo:** Identificar o grau de conhecimento prévio dos estudantes sobre Educação Financeira, Matemática Financeira e temas relacionados a juros, investimentos e aposentadoria.

**Instruções:** Responda com sinceridade. Este questionário não possui respostas certas ou erradas; ele serve apenas para compreender o seu conhecimento prévio a respeito do tema.

1. Você costuma planejar seus gastos mensais?
   ( ) Sempre ( ) Às vezes ( ) Raramente ( ) Nunca

2. O que você entende por Educação Financeira?

3. Você sabe o que é juros simples e juros compostos? Se sim, explique.

4. Dê um exemplo de uma situação em que os juros estão presentes no seu dia a dia.

5. O que significa investir dinheiro para você?
   ( ) Guardar ( ) Aplicar para render ( ) Gastar com algo importante ( ) Não sei

6. Você conhece algum tipo de investimento? Quais?

7. Você sabe o que é inflação e como ela afeta o poder de compra? Se sim, explique.

8. Você acredita que é importante planejar a aposentadoria? Por quê? Se sim, como isso seria feito?

9. Se você tivesse R$ 20.000,00 hoje, o que faria com esse dinheiro?
   ( ) Gastaria ( ) Guardaria ( ) Investiria ( ) Outra opção: ____________________

10. Em uma escala de 1 a 5, qual o seu interesse em aprender sobre Matemática Financeira e investimentos?

    (1) Nenhum (2) Pouco (3) Médio (4) Alto (5) Muito alto

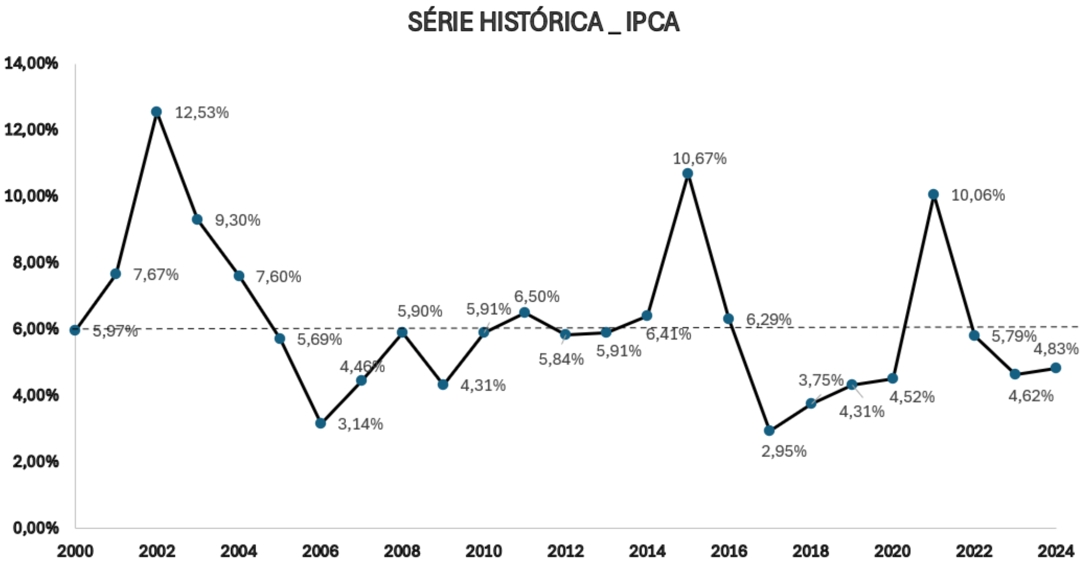
# AULA 01: Texto Orientador

Após a aplicação do questionário, o professor deve mediar uma discussão com a turma, tendo como elemento norteador os tópicos explorados no instrumento. Inicialmente, deve-se deixar clara a diferença entre Matemática Financeira e Educação Financeira. Na Matemática Financeira há uma preocupação com a dimensão técnica, referente aos cálculos, à estatística e à compreensão das relações financeiras no que diz respeito aos padrões matemáticos. Já Educação Financeira, por sua vez, se apresenta como um modelo a ser seguido, orientando os indivíduos para uma vida de sucesso (Amaral; Pinto, 2024).

A discussão deve ser conduzida para a importância do planejamento dos gastos. Uma provocação interessante consiste em relembrar aos estudantes a frase comumente utilizada de que “tempo é dinheiro” e convidá-los a refletir sobre a possibilidade de inverter essa lógica: “dinheiro é tempo”. Isto é, possuir liberdade financeira significa ter a possibilidade de usufruir de tempo de qualidade, seja para as artes, viagens, convívio familiar, dentre outras atividades.

A conversa deve ser conduzida para o tema da inflação, explicando seu significado e o impacto no cotidiano dos indivíduos. O uso de exemplos práticos e simples é bem-vindo neste momento inicial da discussão. Por exemplo, uma inflação de 10% ao ano implica que uma pessoa que dispõe inicialmente de R$ 100,00 precisa, após 12 meses, de R$ 110,00 para manter o mesmo poder de compra. A Figura 11 pode ser exibida para apresentar um panorama de como foi a inflação no Brasil nos últimos anos.

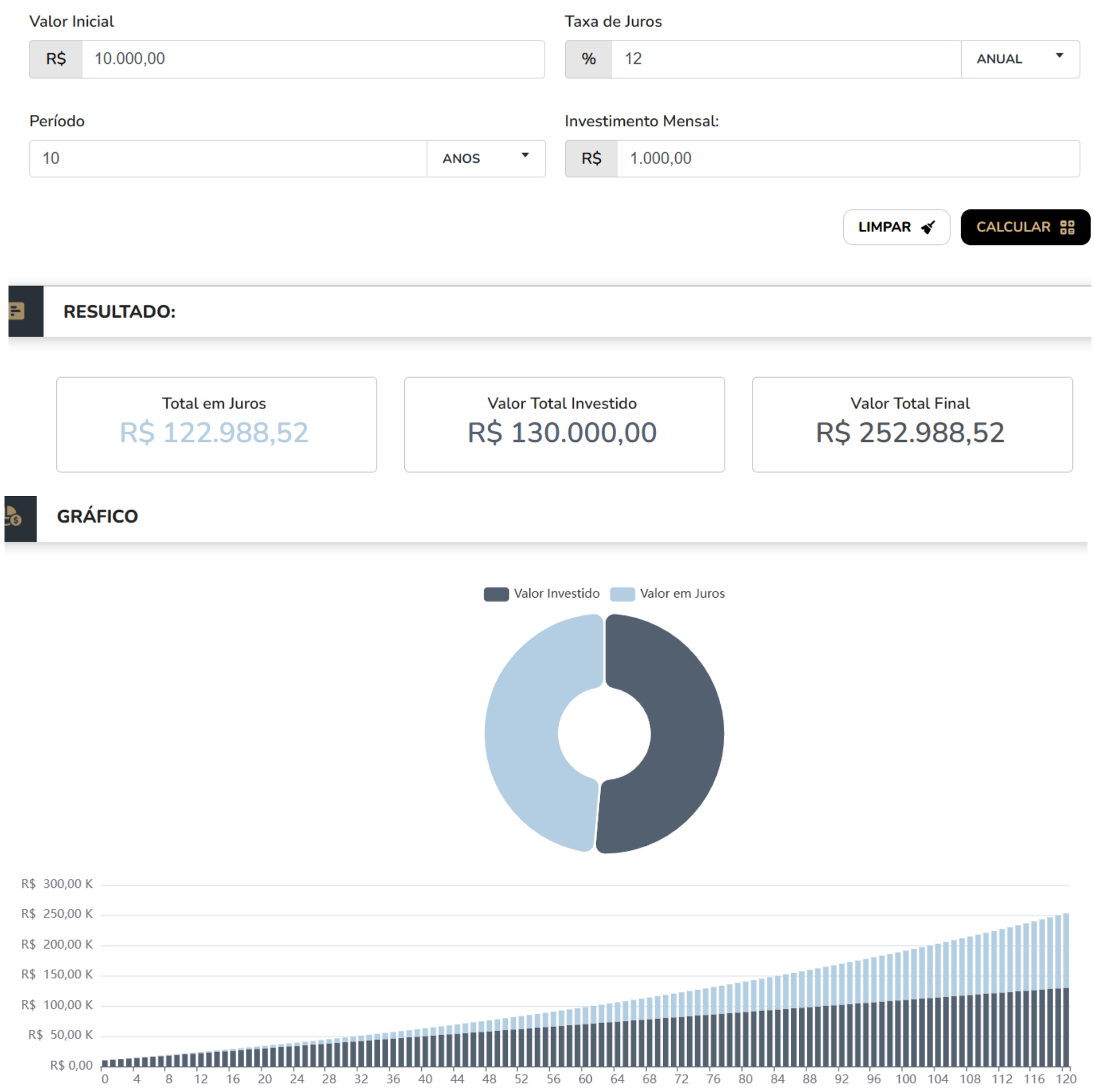
Figura 11 – Série Histórica: IPCA (2000 - 2024).




Fonte: Instituto Brasileiro de Geografia e Estatistica (IBGE) (2025). Adaptado pelo autor

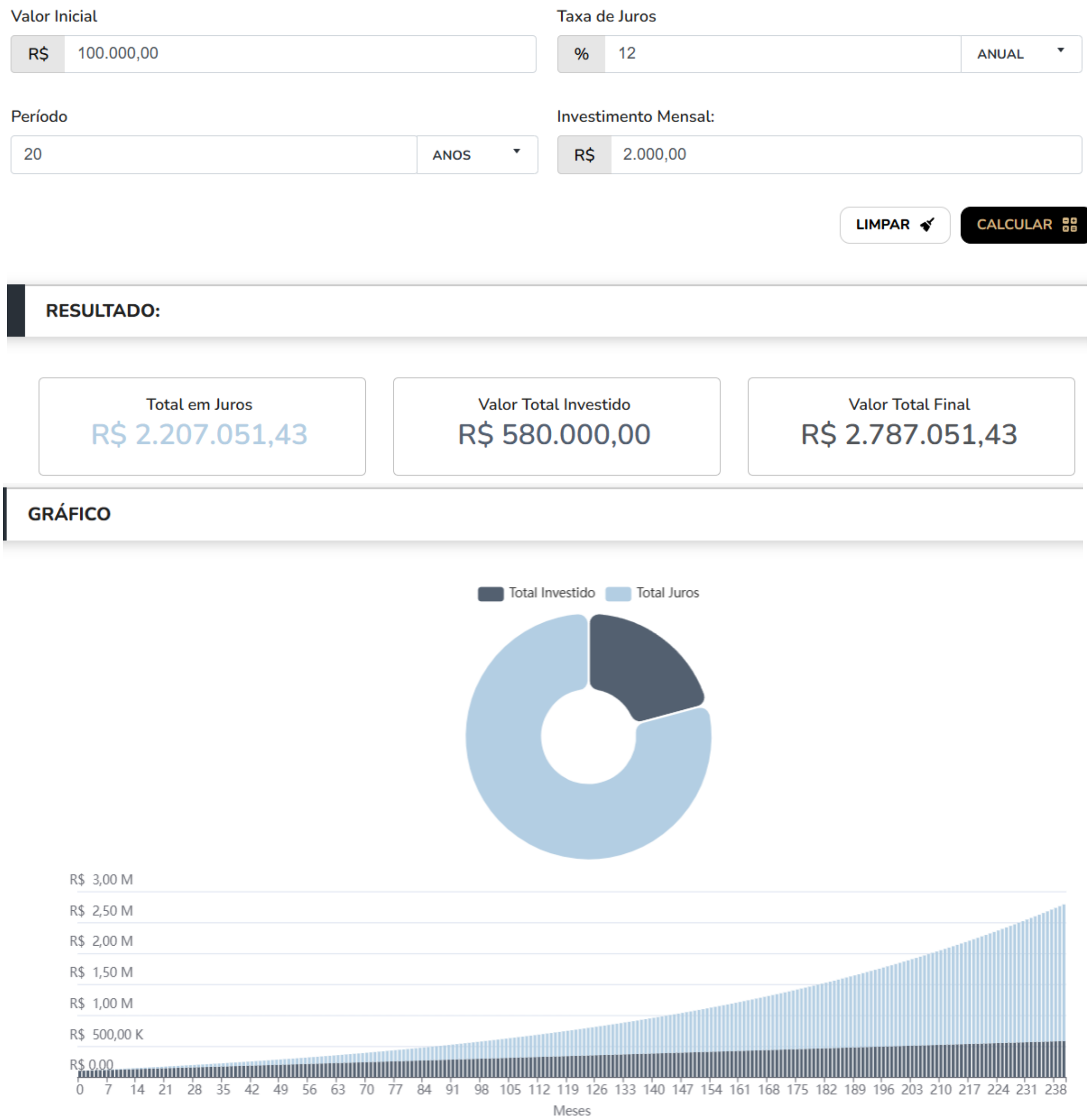
Como forma de motivação para os estudos a serem desenvolvidos nas próximas aulas, propõe-se a realização de algumas simulações de investimentos no portal do Investidor10 (2025). As simulações podem ser acessadas no site <https://investidor10.com.br/>, escolhendo no topo da página a opção *mais*, *calculadoras* e em seguida *juros compostos*. A ferramenta é intuitiva, sendo suficiente o preenchimento dos campos: valor inicial, taxa de juros, período e investimento mensal. A Figura 12 apresenta o resultado de uma simulação considerando um investimento com período de 10 anos, à uma taxa de juros de 12% a.a., com aportes mensais de R$ 1.000,00 e iniciando com um patrimônio de R$ 10.000,00. Já a Figura 13 apresenta o resultado de uma simulação considerando um investimento com período de 20 anos, à uma taxa de juros de 12% a.a., com aportes mensais de R$ 2.000,00 e iniciando com um patrimônio de R$ 100.000,00.

Figura 12 – Simulação 01: Aula 01.




Fonte: Investidor10 (2025).

Figura 13 – Simulação 02: Aula 01.




Fonte: Investidor10 (2025)

### 4.3.2 Aula 02 e 03

**Objetivos específicos:** Compreender a importância do monitoramento dos gastos. Iniciar a realização do monitoramento dos gastos pessoais. Compreender a diferença entre juros simples e juros compostos, identificando como calcular o montante de uma quantia em cada regime. Saber comparar os dois tipos de capitalização e entender como os juros impactam o crescimento de um valor ao longo do tempo. Compreender o conceito de deslocamento de valores no tempo com base em uma taxa de juros determinada, reconhecendo, assim, os efeitos da inflação sobre o poder de compra da moeda e suas implicações em investimentos futuros.
**Requisitos:** Noções básicas de porcentagem.
**Recursos Didáticos:** Lousa, Pinceis para lousa, Data Show, Notebook, calculadoras.
**Encaminhamento da Aula:** Encaminhar a planilha de acompanhamento de gastos enfatizando a importância do mapeamento dos gastos para posteriores tomadas de decisão sobre a vida financeira. Resolver os exemplos 4.3.1 e 4.3.2, 4.3.3 de forma dialogada com a turma.

# AULA 02 e 03: Planilha de Acompanhamento de Gastos

O acompanhamento das finanças pessoais constitui uma tarefa importante para a compreensão da vida financeira. Esse processo possibilita uma identificação mais clara de eventuais excessos nos gastos, além de representar uma etapa inicial para o desenvolvimento de planejamentos financeiros mais abrangentes. Nesse contexto, a tabela apresentada na página seguinte destina-se ao registro mensal dos gastos, permitindo, ao longo do tempo, uma análise mais precisa da dinâmica das despesas pessoais.

A utilização da ferramenta ocorre por meio do registro diário dos valores gastos, estes devem ser anotados na coluna correspondente a cada categoria de despesa. Ao final, é possível realizar tanto a soma dos gastos diários quanto o total gasto com cada item ao longo do mês, bem como o total parcial das despesas. A segunda parte da tabela corresponde a um resumo mensal das finanças, permitindo identificar se o usuário encerrou o mês com saldo positivo ou negativo.

Em relação aos exemplos trabalhados após a entrega da tabela de monitoramento dos gastos, destaca-se que é esperado desenvolver a compreensão acerca da diferenciação entre os regimes de capitalização de juros simples *versus* compostos, especialmente a partir do Exemplo 4.3.1, no qual é realizado uma comparação entre os dois regimes para uma situação similar em termos de valores, tempo e taxa de juros.

Os exemplos 4.3.2 e 4.3.3 são voltados à compreensão do deslocamento de valores no tempo. Tal abordagem é realizada de maneira interligada à discussão sobre o efeito prático da inflação no poder de compra de uma moeda. Todos os exemplos desenvolvidos são autorais e foram elaborados considerando uma lógica de promover, no estudante, o desenvolvimento da habilidade de realização de planejamentos financeiros em uma perspectiva de longo prazo.

**Turma:**

**Disciplina: Matemática**

**Professor:**

**Estudante:**

**Mês monitorado:**

| ESPECÍFICAÇÃO DOS GASTOS (VALORES EM REAIS). MÊS ______ | | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| DIA | VESTUÁRIO | SAÚDE | HIGIENE | COMIDA | TRANSPORTE | CELULAR | LAZER | OUTROS | | TOTAL | TOTAL PARCIAL |
| 1 | | | | | | | | | | | |
| 2 | | | | | | | | | | | |
| 3 | | | | | | | | | | | |
| 4 | | | | | | | | | | | |
| 5 | | | | | | | | | | | |
| 6 | | | | | | | | | | | |
| 7 | | | | | | | | | | | |
| 8 | | | | | | | | | | | |
| 9 | | | | | | | | | | | |
| 10 | | | | | | | | | | | |
| 11 | | | | | | | | | | | |
| 12 | | | | | | | | | | | |
| 13 | | | | | | | | | | | |
| 14 | | | | | | | | | | | |
| 15 | | | | | | | | | | | |
| 16 | | | | | | | | | | | |
| 17 | | | | | | | | | | | |
| 18 | | | | | | | | | | | |
| 19 | | | | | | | | | | | |
| 20 | | | | | | | | | | | |
| 21 | | | | | | | | | | | |
| 22 | | | | | | | | | | | |
| 23 | | | | | | | | | | | |
| 24 | | | | | | | | | | | |
| 25 | | | | | | | | | | | |
| 26 | | | | | | | | | | | |
| 27 | | | | | | | | | | | |
| 28 | | | | | | | | | | | |
| 29 | | | | | | | | | | | |
| 30 | | | | | | | | | | | |
| 31 | | | | | | | | | | | |
| TOTAL | | | | | | | | | | | |

| RESULTADOS | OBSERVAÇÕES |
|---|---|
| TOTAL GANHO | |
| TOTAL GASTO | |
| SALDO | |

# AULA 02 e 03: Exercícios

**Exemplo 4.3.1.** *Uma produtora rural deseja construir um aviário em sua propriedade para a produção de Frango Caipira Melhorado. Ao realizar o orçamento percebeu que precisa de um investimento inicial de R$ 80.000,00. Ao negociar com o banco conseguiu um financiamento com as seguintes condições: 12% ao ano (juros compostos). Para pagamento em parcela única após 7 anos do financiamento. Pede-se:*

*a) Qual valor da parcela única a ser paga decorridos os 7 anos ?*

*Solução:*

$$M = C \cdot (1+i)^t$$

$$M = 80.000 \cdot (1+0,12)^7$$

$$M = 176.854,51.$$

□

*b) Se o financiamento fosse feito com base no regime de juros simples. Qual seria o valor após 7 anos ?*

*Solução:*

$$M = C \cdot (1+i \cdot t)$$

$$M = 80.000 \cdot (1+0,12 \cdot 7)$$

$$M = 147.200,00.$$

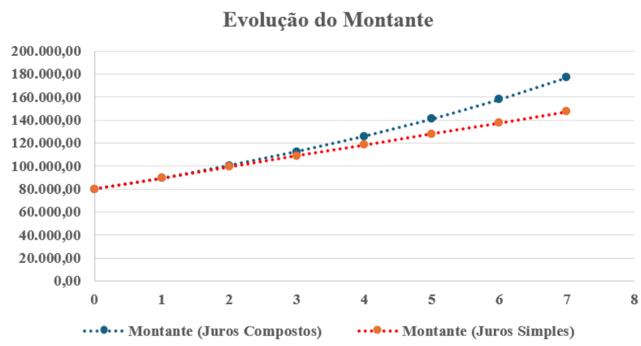
□

*c) Construa uma planilha e gráfico comparando a evolução do capital financiado ao longo dos 7 anos (sugestão: o professor pode fazer usando o excel ou o próprio portal do investidor10) ?*

*Solução:*

Figura 14 – Evolução do Montante do Financiamento

| Ano | Montante (Juros Compostos) | Montante (Juros Simples) |
|---|---|---|
| 0 | 80.000,00 | 80.000,00 |
| 1 | 89.600,00 | 89.600,00 |
| 2 | 100.352,00 | 99.200,00 |
| 3 | 112.394,24 | 108.800,00 |
| 4 | 125.881,55 | 118.400,00 |
| 5 | 140.987,33 | 128.000,00 |
| 6 | 157.905,81 | 137.600,00 |
| 7 | 176.854,51 | 147.200,00 |




Fonte: Autor

□

**Exemplo 4.3.2.** *Há um consenso, por parte da população em geral, de que o poder de compra da moeda diminui com o passar do tempo. Esse fenômeno é causado principalmente pela inflação. Para investigar esse efeito, tomemos como exemplo uma quantia de R$ 1.000,00 e consideremos uma taxa de inflação fixa de 6% ao ano. Analise, como o valor real dessa quantia se comporta ao longo de um período de 7 anos, quando corrigido pela inflação.*

*Solução:* Trata-se de um problema equivalente encontrar o montante de um investimento inicial de R$ 1.000,00 a uma taxa de juros composta de 6% a.a.

$$M = C \cdot (1+i)^t$$
$$M = 1.000 \cdot (1+0,06)^7$$
$$M = 1.503,63.$$

Portanto, se considerarmos uma inflação anual fixa de 6%, ter R$ 1.000,00 nos dias atuais equivale, em termos de poder de compra, a possuir R$ 1.503,00 após 7 anos. □

**Exemplo 4.3.3.** *Faz-se o seguinte questionamento: R$ 1.000,00 no futuro, 7 anos a frente, é equivalente a que valor em termos de poder de compra, nos dias atuais?*

*Solução:* Para trazer um valor futuro ao tempo presente basta fazer a operação inversa da realizada no raciocínio anterior. Ou seja, devemos dividir o valor por $(1+0,06)^7$.

$$V_p = M \div (1+i)^t$$
$$V_p = 1.000 \div (1+0,06)^7$$
$$V_p = 665,06.$$

Portanto, se considerarmos uma inflação geral fixa de 6% ao ano, possuir R$ 1.000,00 no futuro, após transcorridos 7 anos, equivale, em termos de poder de compra, a R$ 665,06 nos dias atuais. O resultado pode ser interpretado da seguinte maneira: uma inflação de 6% a.a., ao longo de 7 anos, faz com que uma moeda perca 33,49% do seu poder de compra. □

**Observação 4.3.1.** *É comum influenciadores digitais de finanças, ao fazer simulações de investimentos de longo prazo, desconsiderarem o impacto da inflação no valor do investimento. Trata-se de algo relevante, a análise restrita a valores nominais pode levar à percepção de montantes elevados, que, no entanto, podem ter seu poder de compra significativamente reduzido ao longo do tempo. Portanto, a consideração da inflação constitui etapa essencial para a avaliação realista dos resultados obtidos.*

### 4.3.3 Aula 04 e Aula 05

**Objetivo:** Investigar cenários de investimentos financeiros. A influência dos valores investidos, da taxa de rendimento, da inflação, do tempo e da consistência dos aportes no patrimônio final acumulado.
**Requisitos:** Noções de porcentagem. Taxas equivalentes. Progressão Geométrica.
**Recursos Didáticos:** Lousa, pinceis para lousa, calculadora de juros compostos do site Investidor10.
O professor deve inicialmente dedicar-se à resolução do Exemplo 4.3.4. Na sequência mostrar e discutir os resultados por meio da ferramenta "calculadora de juros compostos" no portal do Investidor10. A segunda aula deve ser destinada à resolução do Exemplo 4.3.5 pelos alunos. Ao final compara-se o resultados obtidos em cada exemplo possibilitando uma discussão sobre o peso do valor aportado ao longo do período de investimento. Importante o professor realizar outras simulações conforme reflexões dos estudantes sobre a leitura crítica de sua realidade e do seu universo de sonhos.

# AULA 04 e 05: Exercícios

Antes da realização dos exemplos propostos, cabe destacar que as atividades desenvolvidas nas Aulas 04 e 05 têm como objetivo aprofundar a compreensão dos estudantes acerca do funcionamento dos juros compostos em situações relacionadas ao planejamento financeiro de longo prazo. É buscado, nesse momento, explorar de maneira mais sistemática a relação entre tempo, taxa de rendimento e aportes periódicos, evidenciando como esses elementos influenciam diretamente a formação de patrimônio ao longo dos anos.

Nesse contexto, os exemplos apresentados foram elaborados de modo a possibilitar não apenas a aplicação de procedimentos matemáticos, mas também a interpretação dos resultados obtidos em termos de suas implicações práticas para a organização da vida financeira. Procura-se, ainda, evidenciar o chamado efeito acumulativo dos juros compostos, frequentemente associado ao crescimento progressivo do capital quando analisado em horizontes temporais mais extensos.

De maneira complementar, algumas das situações propostas permitem discutir o impacto da inflação no poder de compra da moeda, contribuindo para que os estudantes desenvolvam uma compreensão mais crítica acerca da dinâmica dos valores monetários ao longo do tempo. Espera-se, assim, que ao final das atividades os estudantes sejam capazes de analisar diferentes cenários de investimento e compreender como decisões financeiras tomadas no presente podem produzir efeitos significativos em perspectivas de longo prazo.

**Exemplo 4.3.4.** *Marcela, possui uma reserva de emergência no valor de R$ 50.000,00 em uma poupança, um trabalho e um estilo de vida que lhe permite economizar R$ 1.500,00 mensais. Após um período consistente de estudos sobre alternativas de investimentos no mercado financeiro, ela concluiu ser possível montar uma carteira previdenciária composta por ações de empresas sólidas e boas pagadoras de dividendos. Ao diversificar os ativos, buscaria mitigar os riscos e, assim, alcançar uma maior tranquilidade financeira na terceira idade. Ela calculou que consegue uma taxa de rendimento anual de 10% ao ano.*
*a) Quanto Marcela terá em sua carteira previdenciária após 30 anos de aportes mensais consistentes ?*

*Solução:* Para os R$ 50.000,00 que ficarão rendendo a uma taxa de 10% ao ano basta aplicar a equação $M = C \cdot (1+i)^t$.

$$M = C \cdot (1+i)^t$$
$$M = 50.000 \cdot (1,1)^{30}$$
$$M = 872.470,11.$$

Para os aportes mensais precisamos primeiro encontrar a taxa de juros mensais equivalente a taxa anual composta de 10%.

$$1+I = (1+i)^n$$
$$1+0,1 = (1+i)^{12}$$
$$i = 0,00797414.$$

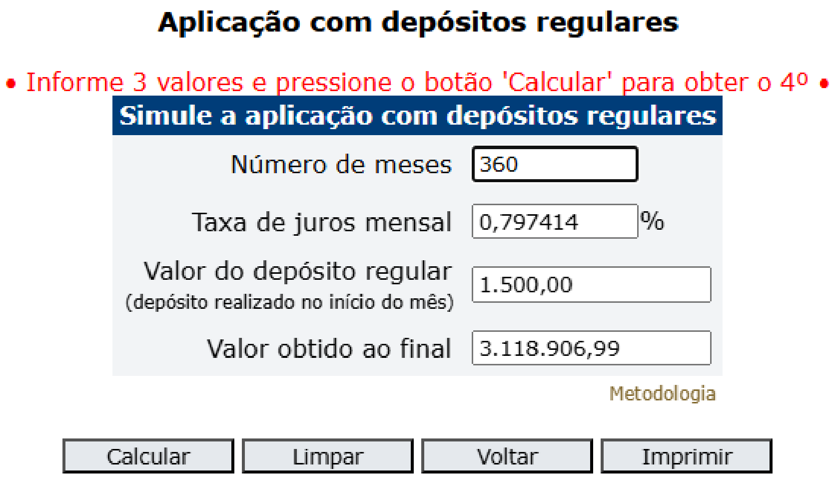
Para os aportes de R$ 1.500,00, notemos que são feitos mensalmente e ao longo dos 360 meses que compõem os 30 anos de investimentos. Os primeiros R$ 1.500 reais investidos rendem durante todos os 360 meses que seguem, isso considerando os aportes no início de cada mês. Temos no final do investimento um valor atualizado de $1.500 \cdot (1,00797414)^{360}$. Usando o mesmo raciocínio, para o segundo aporte temos $1.500 \cdot (1,00797414)^{359}$, para o terceiro $1.500 \cdot (1,00797414)^{358}$ e assim sucessivamente, até que o último aporte rende apenas um mês, onde temos $1.500 \cdot (1,00797414)$. Notemos que, invertendo a ordem dos valores, o resultado desejado se trata, na verdade, da soma dos 360 primeiros termos de uma Progressão Geométrica (PG) cujo primeiro termo é $a_1 = 1.500 \cdot 1,00797414 = 1.511,96$ e a razão é $q = 1,00797414$. Logo:

$$\begin{aligned} S_n &= a_1 \cdot \frac{1-q^n}{1-q} \\ S_{360} &= (1511,96121) \cdot \frac{1-(1,00797414)^{360}}{1-1,00797414} \\ S_{360} &= 3.118.938,73406. \end{aligned}$$

Somamos os $R\$\ 3.118.938,73$ com $R\$\ 872.470,11$. O valor total ao final do período é portanto de $R\$\ 3.991.408,847$. $\square$

**Observação 4.3.2.** *A quantia de* $R\$\ 3.991.408,847$*, pensando em um juros de 10% ao ano, renderia um pouco mais de* $R\$\ 399.140,8848$ *durante um ano ou* $R\$\ 33.261,74$ *por mês. A Figura 15 apresenta o resultado do valor final acumulado exclusivamente com os aportes de* $R\$\ 1.500$ *e foi obtido por meio da Calculadora do Cidadão (Banco Central do Brasil, 2025a). A* *metodologia de cálculo utilizada pelo programa é a mesma adotada na solução desta alternativa, a variação entre os resultados é devido apenas a questões de arredondamento.*

Figura 15 – Valor Final Obtido com Aportes Mensais de 1.500 Reais




Fonte: Banco Central do Brasil (2025a)

**Observação 4.3.3.** *Para uma avaliação mais realista desses valores precisamos considerar o impacto da inflação do período. Se supormos em uma inflação de 6% ao ano pelos próximos trinta anos. Em termos de poder de compra atual, o valor total acumulado seria equivalente a* $3.991.408,847 \div (1,06)^{30} = 694.944,717$. *A renda mensal gerada por esse patrimônio, considerando a manutenção da taxa de rendimento em 10% a.a, por sua vez, é equivalente* $(694.944,717 \cdot 0,10) \div 12 = 5.791,21$.

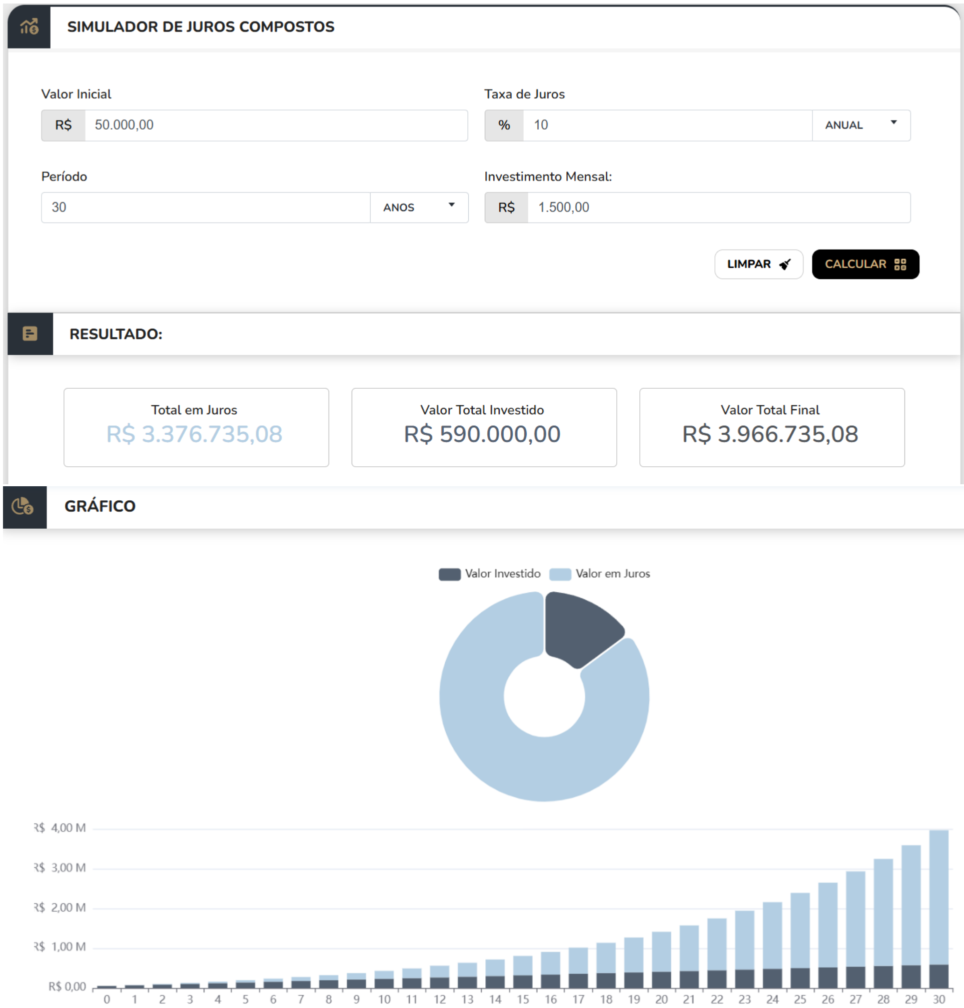
**Observação 4.3.4.** *É importante a reflexão sobre a viabilidade de um projeto de aposentadoria como este. A ponderação do custo benefício deve ser feita ao tomar a decisão por uma jornada de investimento como a simulada. Ademais, a taxa de 10% a.a considerada na simulação é factível. A taxa de valorização média composta anualmente entre 2000 e 2020 do índice do IBOVESPA (IBOV) foi de* $11,4\%$ *(B3 – Brasil, 2025b). Cabe ainda enfatizar que, pensando na correção da renda ativa do investidor por pelo menos a inflação, o aporte fixo de 1.500 reais ao longo dos anos se torna menos significativo do ponto de vista do impacto em suas finanças pessoais*[2]*. Em outras palavras, a lógica de uma postura de maior austeridade é necessária especialmente nos primeiros anos, tornando-se gradualmente menos rigorosa com o passar dos anos.*

[2] 1.500 reais depois de 20 anos, a uma inflação de 6% ao ano, tem o mesmo poder de compra que $1.500 \div 1,06^{20} = 467,7$ reais possui hoje. Considerando os 30 anos, o poder de compra seria equivalente a 261,20 reais.

b) Faça um gráfico para estudar a evolução do patrimônio de Marcela ao longo desses 30 anos. Sugestão: usar a ferramenta “calculadora de juros compostos” do portal Investidor10 (2025).

*Solução:*

Figura 16 – Simulação 03: Aulas 04 e 05.




Fonte: Investidor10 (2025)

□

**Observação 4.3.5.** *Um aspecto importante, que justifica a diferença substancial entre o valor obtido por meio do cálculo inicial, utilizando a fórmula da soma dos termos de uma PG e aquele fornecido pelo simulador do portal do investidor10, deve-se ao fato de este último adotar o modelo de renda postecipada. Nesse modelo, o aporte é realizado ao final de cada mês, e o primeiro aporte passa a render juros apenas a partir do mês seguinte. Na prática, isso faz com que o primeiro termo da progressão geométrica seja igual a R\$* $1.500,00$*, e não a* $1.500 \cdot (1{,}00797414) = 1.511{,}96$*. Assim, o cálculo fica:*

$$
\begin{aligned}
S_n &= a_1 \cdot \frac{1-q^n}{1-q} \\
S_{360} &= 1500 \cdot \frac{1-(1,00797414)^{360}}{1-1,00797414} \\
S_{360} &= 3.094.264,635.
\end{aligned}
$$

*Somamos os R\$ 3.094.264,635 com R\$ 872.470,11. O valor total ao final do período é portanto de R\$ 3.966.734,745. Notemos que esse valor é apenas 34 centavos a menos que o valor obtido na simulação com o portal do investidor10.*
*Observa-se, ainda, que o valor obtido no primeiro cálculo da soma dos termos da PG e aquele fornecido pela Calculadora do Cidadão convergiram, diferenciando-se apenas em R\$ 31,74* (3.118.938,73 − 3.118.906,99). *Conclui-se, assim, que diferente do Investidor10, a Calculadora do Cidadão não adota o modelo de renda postecipada.*
*Em termos de implicações didáticas, recomenda-se ao professor explorar a mesma metodologia adotada pelo portal Investidor10, haja vista a possibilidade de utilização do recurso gráfico do site, o qual apresenta um layout que contribui significativamente para a compreensão do chamado efeito bola de neve, provocado pela ação dos juros compostos ao longo do tempo.*

**Exemplo 4.3.5.** *Refaça a alternativa a e b do Exemplo 4.3.4 mudando os valores R\$ 50.000,00 e R\$ 1.500,00 para R\$ 10.000,00 e R\$ 300,00 respectivamente.*

*Solução a):* Usamos o modelo de renda postecipada. Para os R\$ 10.000,00 que ficam rendendo a uma taxa de 10% ao ano:

$$
\begin{aligned}
M &= C \cdot (1+i)^t \\
M &= 10.000 \cdot (1,1)^{30} \\
M &= 174.494,02.
\end{aligned}
$$

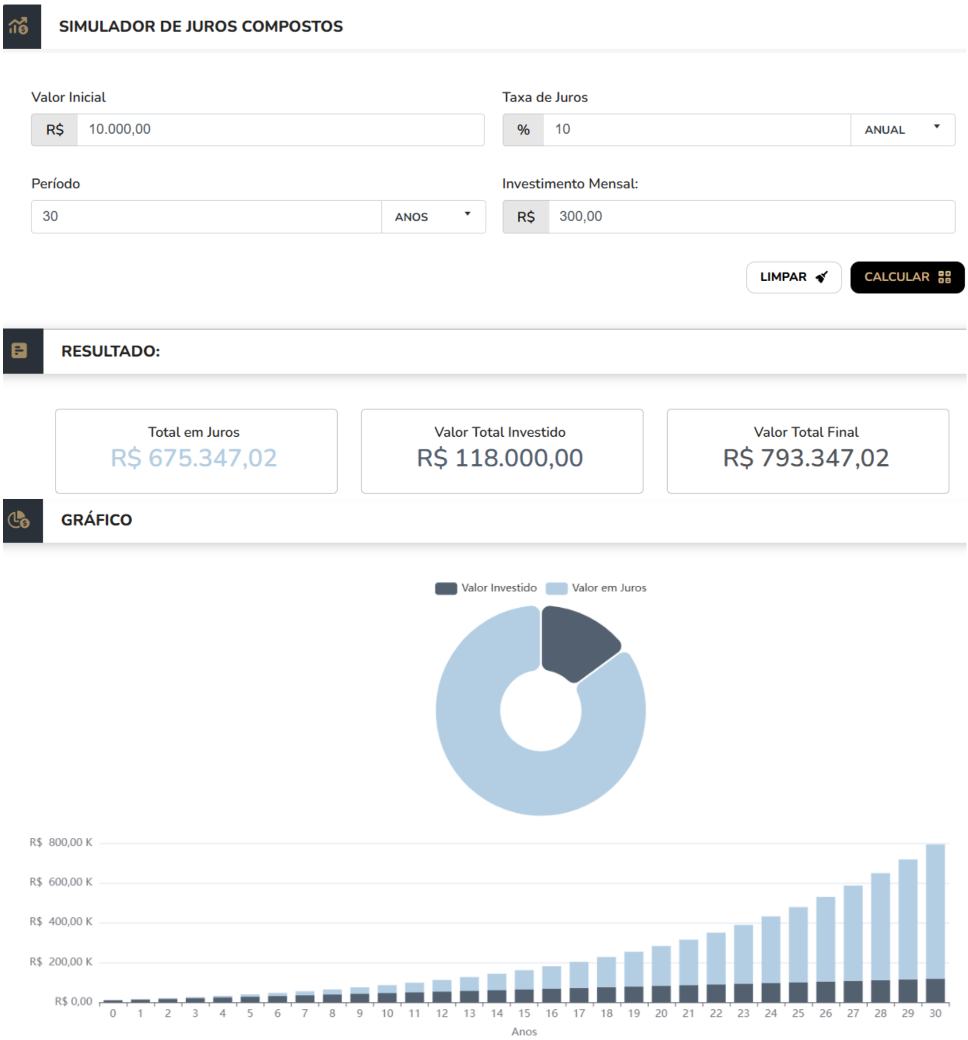
Para os aportes de 300. Notemos que o resultado desejado se trata, na verdade, da soma dos 360 primeiros termos de uma PG cujo primeiro termo é $a_1 = 300$ e a razão é $q = 1,00797414$.

$$
\begin{aligned}
S_n &= a_1 \cdot \frac{1-q^n}{1-q} \\
S_{360} &= 300 \cdot \frac{1-(1,00797414)^{360}}{1-1,00797414} \\
S_{360} &= 618.852,93.
\end{aligned}
$$

Somamos os 618.852,93 aos 174.494,02. O valor total ao final do período é portanto de $R\$ \ 793.346,95$. □

*Solução b):* Abaixo o gráfico e valores gerados pela simulação no portal do Investidor10.

Figura 17 – Simulação 04: Aulas 04 e 05.




Fonte: Investidor10 (2025)

□

**Observação 4.3.6.** *A quantia de* $R\$ \ 793.346,95$*, pensando em um juros de 10% a.a rende um pouco mais de* $R\$ \ 79.334,69$ *durante um ano ou* $R\$ \ 6.611,22$ *por mês. Trazendo ao valor presente, considerando uma inflação de 6% ao ano, a fim de verificar a equivalência com o poder de compra atual da moeda temos que o patrimônio acumulado equivale a* $R\$ \ 138.129,74$ *e a renda mensal gerada por esse patrimônio, considerando a manutenção da taxa de rendimento em 10% é equivalente a* $R\$ \ 1.151,08$.

**Observação 4.3.7.** *Os valores* $R\$\ 10.000,00$ *e* $R\$\ 300,00$ *representam* $\frac{1}{5}$ *dos valores simulados no Exemplo 4.3.4. O valores obtidos no patrimônio acumulado acompanham a redução na mesma ordem de grandeza (*$\frac{1}{5}$ *de* $R\$\ 3.966.734,745$*, considerando modelo de renda postecipada) e mostram o impacto que a capacidade de aporte possui em um projeto de investimento de longo prazo. Ademais, a maioria da população brasileira apresenta dificuldades em manter uma poupança periódica, o que torna a execução de empreendimentos dessa natureza pouco provável. Tal constatação abre espaço para que o professor, em sala de aula, estimule uma reflexão conjunta com os estudantes acerca das razões subjacentes a essa dificuldade, promovendo o desenvolvimento do pensamento crítico e a compreensão dos fatores socioeconômicos envolvidos.*

#### 4.3.4 Aula 06

**Objetivos específicos:** Compreender alternativas de investimento financeiro em renda fixa e em renda variável.

**Recursos Didáticos:** Data Show, Notebook.

**Encaminhamento da Aula:** Inicialmente discutir sobre o conceito e importância da reserva de emergência. Após isso explicar o que é um investimento em renda fixa e quais as principais alternativas disponíveis no mercado. Na sequência explicar o que é um investimento em renda variável com um enfoque em ações.

# AULA 06: Discussão sobre Mercado Financeiro

Nesta aula, o professor deve utilizar como referência a Seção 3.2 da dissertação que gerou este Produto Educacional. Inicialmente, deve-se tratar da importância de possuir uma reserva de emergência, a fim de assegurar estabilidade financeira diante de situações imprevistas, como desemprego ou despesas inesperadas, evitando assim o endividamento ou o resgate antecipado de investimentos destinados ao longo prazo.

Importante destacar a definição de investimento do célebre economista inglês Benjamin Graham: "uma operação de investimento é aquela que, após análise profunda, promete a segurança do principal e um retorno adequado. As operações que não atendem a essas condições são especulativas" (Graham, 2017, p. 37).

Como destaca Nunes (2022), para investir é necessário, primeiramente, conhecimento e estudo. É essencial ponderar a relação entre risco e retorno, assim como a liquidez de um investimento. O risco diz respeito às incertezas sobre o retorno que permeiam o investimento realizado, enquanto a liquidez corresponde à facilidade de converter um ativo em dinheiro. Além disso, a diversificação constitui uma estratégia importante para a mitigação dos riscos.

É preciso esclarecer a diferença entre investimentos em renda fixa e em renda variável. Na primeira modalidade, as regras de remuneração são definidas no momento da aplicação ou seguem critérios previamente conhecidos, o que permite ao investidor estimar o retorno antes do vencimento. Na segunda, não há garantia de retorno nem previsibilidade dos ganhos no momento da aplicação, uma vez que os resultados variam conforme o ânimo do mercado.

Na renda fixa, destaca-se a caderneta de poupança como o investimento mais popular no Brasil, com 23% da população investindo, segundo a Anbima (2024). Apesar da popularidade, o rendimento dessa modalidade é pífio, frequentemente não superando a inflação do período, conforme mostra a Tabela 5. Há ainda outras opções de investimentos em renda fixa, como os Certificados de Depósito Bancário (CDBs), o Tesouro Direto, as Letras de Crédito do Agronegócio (LCAs) e as Letras de Crédito Imobiliário (LCIs). A poupança, os CDBs, as LCIs e as LCAs contam com a garantia do Fundo Garantidor de Créditos (FGC)[3]. Os títulos do Tesouro Direto, embora não possuam a garantia do FGC, são considerados os investimentos mais seguros do país, por serem respaldados pela própria União.

[3] O Fundo Garantidor de Créditos (FGC) é uma entidade privada e sem fins lucrativos cuja atuação protege os investidores que aplicam seus recursos em instituições a ele associadas. O FGC garante até R$ 250 mil por CPF e por instituição, respeitando o limite global de R$ 1 milhão por CPF.

Tabela 5 – Rendimento: Caderneta de Poupança (2013 - 2020).

| Ano | IPCA | Rendimento Aparente | Rendimento Real |
|---|---|---|---|
| 2013 | 6,75% | 5,24% | -1,51% |
| 2014 | 7,39% | 6,44% | -0,95% |
| 2015 | 11,54% | 7,29% | -4,25% |
| 2016 | 7,31% | 7,57% | 0,26% |
| 2017 | 3,27% | 6,16% | 2,89% |
| 2018 | 4,20% | 4,24% | 0,04% |
| 2019 | 4,46% | 3,96% | -0,50% |
| 2020 | 5,72% | 1,99% | -3,73% |

Fonte: Nunes (2022)

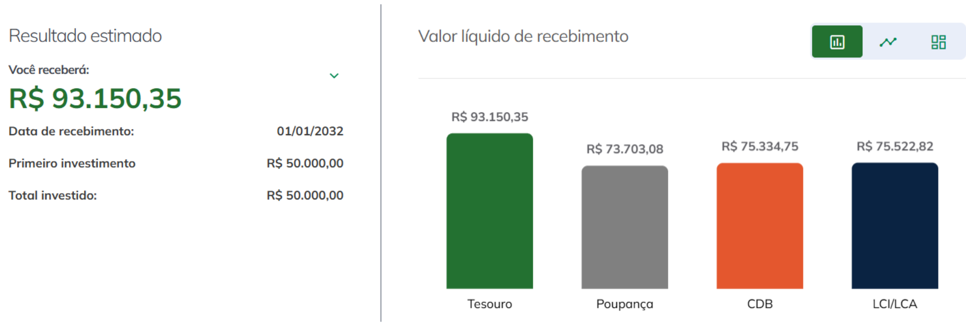
No âmbito da renda variável, o investimento mais comum são as ações de empresas listadas na bolsa. Ao comprar uma ação de uma empresa, o investidor adquire, na verdade, uma pequena parcela de seu capital. Ou seja, o investidor torna-se coproprietário da companhia e, portanto, po de participar, na proporção da quantidade de ações que possui, dos resultados por ela obtidos. Quando a empresa vai bem, isto é, quando seu negócio prospera, o preço da ação tende a se valorizar. Algumas empresas também remuneram seus acionistas por meio da participação nos lucros, seja pelo pagamento de dividendos, seja por meio de Juros sobre Capital Próprio (JCP).

Outra opção de investimento em renda variável são os fundos de investimento. Basicamente, tratam-se de empresas que gerenciam recursos financeiros provenientes de um conjunto de investidores. Os fundos administram o capital confiado por terceiros e são explorados principalmente por classes sociais mais elevadas. Cerbasi (2019) destaca que esses fundos constituem uma alternativa para quem tem interesse em investir em ações, mas não dispõe de tempo ou conhecimento para estudar o mercado. Assim, as aplicações são decididas por grupos de especialistas do respectivo fundo de investimento.

Para o encerramento da Sequência Didática, é de grande valia realizar algumas simulações de investimentos, a fim de comparar as duas modalidades: renda fixa e renda variável. Essa atividade pode ser realizada utilizando o simulador disponibilizado no site do Tesouro Nacional (2026), para o caso da renda fixa, e o portal do Investidor10, para o caso da renda variável. Nesta última ferramenta, basta digitar o nome da empresa que se deseja analisar e selecionar a opção de cotação ajustada, pois esta considera, além do pagamento de proventos, os agrupamentos e desmembramentos que possam ter ocorrido com o papel durante o período.

A Figura 18 apresenta uma simulação para um investimento de R$ 50.000,00 no título Tesouro Prefixado, a uma taxa de 14,25% a.a., com vencimento em 01/01/2032. Um ponto interessante é que o site já realiza uma comparação com outros títulos de renda fixa (CDBs, LCIs/LCAs). Em particular, como pode ser observado na Figura 18, o investimento simulado é o mais vantajoso em relação aos demais. É importante destacar que a ferramenta estabelece as taxas para cada uma das modalidades de investimentos, mas o usuário pode alterá-las conforme desejar.

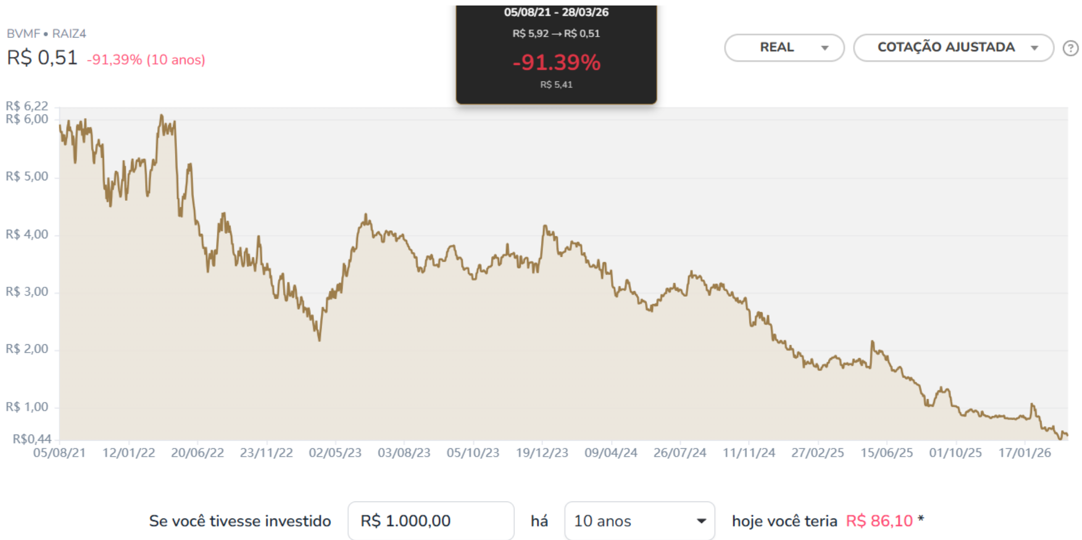
Figura 18 – Simulação: Tesouro Prefixado (14,25% a.a).




Fonte: Tesouro Nacional (2026)

A imprevisibilidade em relação ao retorno é a principal característica dos investimentos em renda variável. No entanto, no longo prazo, no caso das ações, a valorização tende a acompanhar o desempenho da empresa. A Figura 19 mostra o desempenho das ações da empresa Raízen, a partir de sua Oferta Pública Inicial (IPO). Desde esse período, ocorreu uma desvalorização de 91,39%. A perda de patrimônio do investidor que optasse por manter esses papéis seria catastrófica. Um investimento de R$ 1.000,00 teria resultado em apenas R$ 86,10.

Figura 19 – Desempenho das Ações da Empresa Raízen desde o IPO.




Fonte: Investidor10 (2026a)

Em contraste, conforme pode ser visualizado na Figura 20, um investimento feito na mineradora Vale, 10 anos atrás, teria obtido uma valorização de 942,35%. A aplicação de R$ 1.000,00 em março de 2016, teria resultado em R$ 10.368,57. Uma valorização anual média de aproximadamente 25%.

Figura 20 – Desempenho das Ações da Empresa Vale no Período 2016 - 2026.


Fonte: Investidor10 (2026b).

Os dois exemplos trabalhados têm o intuito de demonstrar o quão destoantes podem ser os resultados de um investimento em renda variável. Contudo, em qualquer situação, a premissa básica a ser seguida é a de estudar com afinco a empresa na qual se deseja investir. Nesse sentido, a respeito do desempenho da empresa Raízen, o monitoramento da saúde da companhia embasaria a venda dos papéis em momentos anteriores, de modo que o prejuízo não seria tão expressivo quanto o apresentado. Por outro lado, mesmo em cenários excepcionalmente positivos, como no caso do investimento na mineradora Vale, há momentos em que os papéis oscilam substancialmente, e os motivos podem ser dos mais diversos. Cabe ao investidor compreender esses cenários e alinhar suas decisões à sua estratégia de investimento.

#### 4.3.5 Aula 07

**Objetivos específicos:** Identificar o conhecimento adquirido pelos estudantes por meio da aplicação de questionário escrito e diálogo com a turma.

**Recursos Didáticos:** Questionário produzido pelo professor.

**Encaminhamento da Aula:** Nesta última aula, o foco é avaliar os resultados obtidos com a aplicação da sequência didática. O objetivo é compreender o que os estudantes conseguiram assimilar durante o processo, bem como colher feedbacks que possibilitem o aprimoramento da proposta para futuras aplicações.

# AULA 07: Avaliação da Sequência Didática

# Questionário Final

### (Avaliação da Sequência Didática)

**Objetivo:** Avaliar o aprendizado, as percepções e o impacto da Sequência Didática na compreensão dos estudantes sobre Educação Financeira.

1. O que você aprendeu sobre a diferença entre Matemática Financeira e Educação Financeira?

2. Explique, com suas palavras, o que são juros simples e juros compostos, e como eles impactam um investimento.

3. Ao longo da sequência, você utilizou a calculadora de juros compostos ou planilhas? Como essa ferramenta ajudou na sua compreensão?

4. O que você entendeu sobre a importância de monitorar seus gastos pessoais?

5. Cite uma lição importante que aprendeu sobre planejamento financeiro e aposentadoria.

6. Agora que conhece mais sobre investimentos, qual seria a sua estratégia para poupar e investir pensando no futuro? Você enxerga alguma dificuldade nesse processo? Se sim, explique.

7. Como você avalia o seu próprio envolvimento nas atividades da Sequência Didática?
   ( ) Muito ativo ( ) Parcialmente ativo ( ) Pouco participativo

8. O conteúdo das aulas ajudou você a refletir sobre suas decisões financeiras pessoais?
   ( ) Sim ( ) Parcialmente ( ) Não

9. Qual atividade ou aula mais chamou sua atenção? Por quê?

10. Dê uma nota de 0 a 10 para a sequência didática como um todo e escreva uma sugestão para melhorá-la.

    **Nota:** _________

    **Sugira possíveis aprimoramentos para essa Sequência Didática, considerando sua experiência durante as atividades e indicando o que poderia ser melhorado ou adaptado para facilitar a aprendizagem.**

# 5 CONSIDERAÇÕES FINAIS

A Educação Financeira tem se consolidado como um tema cada vez mais presente tanto no currículo escolar, sendo abordada de forma transversal, conforme orienta a Base Nacional Comum Curricular (BNCC) (Brasil, 2025a), quanto nos meios digitais, especialmente por meio de influenciadores de finanças nas redes sociais. Entretanto, ainda se trata de um conteúdo pouco assimilado pelas camadas menos favorecidas da sociedade brasileira.

Diante disso, este trabalho apresenta, como produto educacional, uma proposta de Sequência didática a ser desenvolvida no Ensino Médio de escolas públicas de modo que os estudantes não apenas compreendam os aspectos matemáticos relacionados ao tema, mas sejam capazes de refletir criticamente sobre a temática à luz de sua própria realidade. Uma atenção especial é dada ao aspecto do incentivo ao planejamento financeiro de longo prazo, o que se concretizou nos exercícios/simulações feitos ao longo das aulas. Entende-se que a ênfase nesses dois aspectos constitui um elemento que acrescenta e reforça o caráter inovador deste trabalho. Para atingir os objetivos propostos, é desenvolvida uma pesquisa de abordagem qualitativa, fundamentada em uma revisão bibliográfica e documental.

Todo o Produto Educacional desenvolvido fundamenta-se na base teórica apresentada ao longo dos capítulos 2 e 3. No Capítulo 2, são abordados os principais conceitos da Matemática Financeira, como funções afim e exponencial, progressões aritméticas e geométricas, porcentagem, juros simples e compostos, deslocamento de valores no tempo e taxas equivalentes. Dessa forma forneceu-se a base conceitual necessária às atividades propostas. O Capítulo 3 discute aspectos econômicos relevantes do contexto atual, com ênfase na inflação e na taxa Selic. Apresenta, ainda, alternativas de investimentos financeiros em renda fixa e renda variável, estabelecendo relações entre teoria e prática e contribuindo para uma abordagem mais crítica, contextualizada e aplicada da Matemática Financeira.

A Sequência didática é apresentada no Capítulo 4, foi dividida em 7 aulas progressivas e, ao longo dos exercícios propostos, foram inseridas observações e orientações pedagógicas com o objetivo de auxiliar o professor na condução das problematizações consideradas relevantes ao se trabalhar essa temática com esse público. A progressividade das aulas constitui aspecto importante do produto educacional. Inicialmente busca-se despertar nos estudantes reflexões sobre cenários quando na terceira idade, conceito de inflação e desafios ligados à poupar, simulações que, neste primeiro momento, servem como motivação. Em seguida é apresentado um modelo para acompanhamento dos gastos, etapa primordial para qualquer plano de investimento de longo prazo. São explorados ao longos das aulas seguintes aspectos ligados à Matemática Financeira, sempre contextualizando com simulações de investimentos de longo prazo. Por fim, é dedicada uma aula para apresentação das principais alternativas de investimentos financeiros disponíveis atualmente.

Para estudos futuros, destacam-se dois aspectos, um de caráter micro e outro de caráter macro. O primeiro refere-se à aplicação da Sequência didática desenvolvida, bem como à análise sistemática dos resultados obtidos a partir de sua implementação em contexto escolar. Em uma perspectiva mais abrangente, compreende-se, conforme destacado por Sachs *et al.* (2023), a necessidade de abordar a Educação Financeira em seus entrecruzamentos com as Ciências Sociais, especialmente a Economia e a Sociologia, a partir de uma abordagem que dialogue com os pressupostos da Educação Matemática Crítica, cujas bases conceituais estão presentes em Skovsmose (2010). Este último aspecto configura-se como um importante desdobramento investigativo deste trabalho, apontando para uma agenda de pesquisa a ser aprofundada em estudos posteriores.

# REFERÊNCIAS


AGF. **INSS: a bomba relógio do Brasil**. 2024. YouTube. Disponível em: <https: //www.youtube.com/watch?v=T3YlvX6qhtM>. Acesso em: 16 set. 2025.

AMARAL, G. P. d.; PINTO, A. H. Influência internacional no currículo matemático por meio da abordagem de educação matemática financeira: uma revisão sistemática de literatura. **Revista Foco**, v. 17, n. 2, p. 01–14, 2024. Disponível em: <https: //ojs.focopublicacoes.com.br/foco/article/view/4326>. Acesso em: 15 jan. 2026.

ANBIMA. **Caderneta de poupança recua, mas ainda é o investimento preferido da população brasileira, segundo a ANBIMA**. 2024. Disponível em: <https://www.anbima.com.br/pt_br/noticias/ caderneta-de-poupanca-recua-mas-ainda-e-o-investimento-preferido-da-populacao-brasi\ leira-segundo-anbima.htm>. Acesso em: 13 jun. 2025.

ASSAF, A. N. **Matemática Financeira e suas aplicações**. 7. ed. São Paulo: Atlas, 2002.

AULA 03 [...]. **Aula 03 – Exercícios introdutórios de PA**. Youtube, 2017. Disponível em: <https://www.youtube.com/watch?v=AJYg25Wzm4I>. Acesso em: 28 ago. 2025.

B3 EDUCAÇÃO. **Cursos gratuitos da B3 para investidores e profissionais**. 2025. B3 Educação. Disponível em: <https://edu.b3.com.br/>. Acesso em: 12 jun. 2025.

B3 – BRASIL. **Perfil pessoa física**. 2025. B3. Disponível em: <https://www.b3.com.br/pt_br/ noticias/pessoas-fisicas-na-b3.htm>. Acesso em: 12 jun. 2025.

____. **Resumo da taxa média de crescimento – Índice Ibovespa**. 2025. B3. Disponível em: <https://bvmf.bmfbovespa.com.br/indices/ResumoTaxaMediaCrescimento.aspx?Indice= IBOV>. Acesso em: 6 ago. 2025.

BANCO CENTRAL DO BRASIL. **Estratégia Nacional de Educação Financeira (ENEF)**. Brasília, DF, 2010. Disponível em: <https://www.bcb.gov.br/pre/pef/port/Estrategia_Nacional_Educacao_Financeira_ENEF.pdf> . Acesso em: 1 out. 2025.

____. **Calculadora do cidadão**: financiamento com prestações fixas. Brasília, DF, 2025. Disponível em: <https://www3.bcb.gov.br/ CALCIDADAO/publico/exibirFormFinanciamentoPrestacoesFixas.do?method= exibirFormFinanciamentoPrestacoesFixas>. Acesso em: 6 ago. 2025.

____. **O que é inflação?** 2025. Banco Central do Brasil. Disponível em: <https: //www.bcb.gov.br/controleinflacao/oqueinflacao>. Acesso em: 10 jun. 2025.

__. **Taxa Selic**. 2025. Banco Central do Brasil. Disponível em: <https://www.bcb.gov.br/ controleinflacao/taxaselic>. Acesso em: 10 jun. 2025.

____. **Índices de preços**. 2025. Banco Central do Brasil. Disponível em: <https: //www.bcb.gov.br/controleinflacao/indicepreco>. Acesso em: 10 jun. 2025.

BLANCHARD, O. **Macroeconomia**. 7. ed. São Paulo: Pearson Education do Brasil, 2017. Tradução da 7. ed. de Macroeconomics.

BOGDAN, R. C.; BIKLEN, S. K. **Investigação qualitativa em educação: uma introdução à teoria e aos métodos**. Porto: Porto Editora, 2013.

BRASIL. **Lei nº 11.033, de 21 de dezembro de 2004**. 2004. Altera a tributação do mercado financeiro e de capitais; institui o Regime Tributário para Incentivo à Modernização e à Ampliação da Estrutura Portuária – REPORTO; altera outras leis e dá outras providências. Disponível em: <https://www.planalto.gov.br/ccivil_03/_ato2004-2006/2004/lei/l11033.htm>. Acesso em: 9 jan. 2026.

____. **Resolução nº 3.932, de 16 de dezembro de 2010**. 2010. Dispõe sobre a utilização dos recursos captados em depósitos de poupança pelas instituições financeiras. Diário Oficial da União, Brasília, DF, 17 dez. 2010. Disponível em: <https://normativos.bcb.gov.br/Lists/Normativos/Attachments/49494/Res_3932_v1_O.pdf>. Acesso em: 2 set. 2025.

____. **Lei nº 12.703, de 7 de agosto de 2012**. 2012. Altera as Leis nº 10.893, de 13 de julho de 2004, nº 12.462, de 4 de agosto de 2011, e nº 12.598, de 21 de março de 2012, para dispor sobre desoneração da folha de pagamento, entre outras providências. Disponível em: <https://www.planalto.gov.br/ccivil_03/_ato2011-2014/2012/lei/l12703.htm>. Acesso em: 13 jun. 2025.

____. **Base Nacional Comum Curricular – BNCC**. 2025. <https://basenacionalcomum.mec.gov.br/>. Acesso em: 5 out. 2025.

____. **Portaria nº 502, de 7 de julho de 2025: dispõe sobre diretrizes para implementação de políticas educacionais**. 2025. Diário Oficial da União: seção 1, Brasília, DF, 8 jul. 2025. Disponível em: <https://www.in.gov.br/en/web/dou/-/portaria-mec-n-502-de-7-de-julho-de-2025-640774533>. Acesso em: 1 out. 2025.

CERBASI, G. **Investimentos inteligentes**. Rio de Janeiro: Sextante, 2019.

COOPERATION, O. for E.; DEVELOPMENT. **Recommendation of the Council on Financial Literacy**. 2020. Paris: OECD. Tradução preparada pela Comissão de Valores Mobiliários (CVM). Disponível em: <https://legalinstruments.oecd.org/api/download/?uri=/public/3fa1d4e1-e147-46f4-83bc-d9d6615e066d.pdf>. Acesso em: 5 out. 2025.

DE LUCA, A. **Maioria dos brasileiros não consegue guardar dinheiro, mostra pesquisa**. 2024. CNN Brasil. Disponível em: <https://www.cnnbrasil.com.br/economia/financas/maioria-dos-brasileiros-nao-consegue-guardar-dinheiro-mostra-pesquisa/>. Acesso em: 04 jun. 2025.

EDELMAN, R. **Criptomoedas**: o guia definitivo para você descobrir o universo das criptomoedas e investir com sucesso. 1. ed. São Paulo: Buzz Editora, 2023.

GIL, A. C. **Métodos e técnicas de pesquisa social**. 6. ed. São Paulo: Atlas, 2017.

GRAHAM, B. **O investidor inteligente: a bíblia do mercado de ações**: o guia clássico para ganhar dinheiro na bolsa. Edição revisada. Rio de Janeiro: HarperCollins Brasil, 2017. 672 p. Com comentários de Jason Zweig; prefácio e apêndice de Warren E. Buffett. ISBN 978-85-95080-80-5.

INSTITUTO BRASILEIRO DE GEOGRAFIA E ESTATISTICA (IBGE). **Índice Nacional de Preços ao Consumidor Amplo (IPCA)**: séries históricas. Rio de Janeiro, 2025. Disponível em: <https://www.ibge.gov.br/estatisticas/economicas/precos-e-custos/9256-indice-nacional-de-precos-ao-consumidor-amplo.html?t=series-historicas>. Acesso em: 10 jun. 2025.

INVESTIDOR10. **Guia do Iniciante**. 2025. Disponível em: <https://investidor10.com.br/iniciante/>. Acesso em: 14 jul. 2025.

____. **Guia do Iniciante**. 2026. Disponível em: <https://investidor10.com.br/acoes/raiz4/>. Acesso em: 27 marc. 2026.

____. **Guia do Iniciante**. 2026. Disponível em: <https://investidor10.com.br/acoes/vale3/>. Acesso em: 27 marc. 2026.

LAKATOS, E. M.; MARCONI, M. d. A. **Fundamentos de metodologia científica**. 8. ed. São Paulo: Atlas, 2017.

LIMA, E. L. **Números e funções reais**. 2. ed. Rio de Janeiro: Sociedade Brasileira de Matemática, 2023.

MAIS RETORNO. **O que é inércia inflacionária?** [S. l.], 2025. Disponível em: <https://maisretorno.com/portal/termos/i/inercia-inflacionaria>. Acesso em: 10 jun. 2025.

MARTINS, O.; PONTES, F. **O Investidor em Ações de Dividendos**: O dividend investing como estratégia de investimentos para criar riqueza com empresas que crescem e pagam dividendos. Brasil: Publicação Independente, 2022. Versão impressa.

____. **O investidor em ações de dividendos**. Rio de Janeiro: Sextante, 2025. Capa comum. ISBN 978-85-431-1072-1.

MINAYO, M. C. d. S. **O desafio do conhecimento: pesquisa qualitativa em saúde**. 14. ed. São Paulo: Hucitec, 2014.

MORGADO, A. C.; CARVALHO, P. C. P. **Matemática discreta**. 4. ed. Rio de Janeiro: Sociedade Brasileira de Matemática, 2023.

MÉSZÁROS, I. **A educação para além do capital**. Nova edição ampliada. São Paulo: Boitempo, 2008.

NUNES, L. M. A. **Discutindo conceitos de Educação Financeira e investimentos financeiros**: uma sequência didática para a educação básica. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional) — Centro Federal de Educação Tecnológica de Minas Gerais, Belo Horizonte, 2022. Disponível em: <https://profmat-sbm.org.br/dissertacoes/>. Acesso em: 10 jul. 2025.

OLIVEIRA, M. M. d. **Sequência Didática Interativa no Processo de Formação de Professores**. Petrópolis: Vozes, 2013.

PERUZZO, J. **A BNCC no contexto das disputas de classes**: reflexões sobre a educação financeira. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional) — Universidade Federal de Mato Grosso, Cuibá, 2021. Disponível em: <https://profmat-sbm.org.br/dissertacoes/>. Acesso em: 12 jul. 2025.

PRADO, G. M. d. C. **Do orçamento doméstico ao guia de investimento de renda fixa**: um pequeno manual para um investidor iniciante. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional) — Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de São Paulo, São Paulo, 2018. Disponível em: <https://profmat-sbm.org.br/dissertacoes/>. Acesso em: 12 jul. 2025.

RODRIGUES, M. U.; SILVA, J. M. N. d.; RODRIGUES, R. S. d. S. Estado da arte das dissertações e teses no brasil sobre educação financeira e/ou matemática financeira no período de 2000 a 2020. **Em Teia: Revista de Educação Matemática e Tecnológica Iberoamericana**, v. 12, n. 2, 2021. Disponível em: <https://periodicos.ufpe.br/revistas/emteia/article/view/250224>. Acesso em: 15 jan. 2026.

SACHS, L.; GERETI, L. C. V.; FERRAIOL, T. F.; ELIAS, H. R.; SOUZA, L. G. R. d. Crítica da educação financeira na educação matemática. **Bolema: Boletim de Educação Matemática**, Rio Claro, v. 37, n. 76, p. 449–478, 2023. Disponível em: <https://www.scielo.br/j/bolema/a/4vRnkVb398mSXy53MycxHYk/>. Acesso em: 5 out. 2025.

SANTOS, A. L. **Uso da calculadora do cidadão em smartphones como ferramenta didática no ensino da matemática financeira no ensino médio**. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional) — Universidade Estadual de Santa Cruz, Ilhéus, 2018. Disponível em: <https://profmat-sbm.org.br/dissertacoes/>. Acesso em: 10 jul. 2025.

SECRETARIA DE COMUNICAÇÃO SOCIAL - PRESIDÊNCIA DA REPÚBLICA. **População do Brasil chega a 212,6 milhões de habitantes, aponta IBGE**. 2024. Secretaria de Comunicação Social. Disponível em: <https://www.gov.br/secom/pt-br/assuntos/noticias/2024/08/populacao-do-brasil-chega-a-212-6-milhoes-de-habitantes-aponta-ibge>. Acesso em: 12 jun. 2025.

SILVA, E. R. d. Educação financeira e matemática financeira: reflexões e propostas didáticas para o ensino básico. **Educação Matemática em Pesquisa**, São Paulo, v. 18, n. 2, p. 515–534, 2016. Disponível em: <https://revistas.pucsp.br/index.php/emp/article/view/25671>.

SKOVSMOSE, O. **Towards a Philosophy of Critical Mathematics Education**. Dordrecht: Springer, 2010. (Mathematics Education Library).

SOUZA, J. **O pobre de direita: a vingança dos bastardos**. 1. ed. Rio de Janeiro: Civilização Brasileira, 2024.

SUTTO, G. **Black Friday 2021: o que fazer se a loja praticar descontos falsos?** 2021. InfoMoney. Disponível em: <https://www.infomoney.com.br/consumo/black-friday-2021-o-que-fazer-se-a-loja-praticar-descontos-falsos/>. Acesso em: 13 maio 2025.

TESOURO NACIONAL. **Tesouro Direto**. 2025. Disponível em: <https://www.tesourodireto.com.br/>. Acesso em: 13 jun. 2025.

____. **Simulador de rendimento do Tesouro Direto**. 2026. Disponível em: <https://www.tesourodireto.com.br/simuladores/calculadora-avancada>. Acesso em: 28 mar. 2026.

THIOLLENT, M. **Metodologia da pesquisa-ação**. 18. ed. São Paulo: Cortez, 2011.

ZABALA, A. **A prática educativa: como ensinar**. Porto Alegre: Artmed, 1998.