



**PROFMAT**

**UNIVERSIDADE FEDERAL DO TOCANTINS**

**CAMPUS UNIVERSITÁRIO PROF. DR. SÉRGIO JACINTHO LEONOR – ARRAIAS  
MESTRADO PROFISSIONAL EM MATEMÁTICA EM REDE NACIONAL - PROFMAT**

## **PRODUTO EDUCACIONAL**

# **SEQUÊNCIA DE ATIVIDADES: CONTANDO ALGARISMOS E RECONHECENDO PADRÕES**

**Autor: Renato Pereira Gomes**

Produto educacional apresentado como parte dos requisitos da pesquisa de Mestrado, vinculada à dissertação intitulada “O Ensino de Sequências Numéricas e o Reconhecimento de Padrões: Uma Proposta com a Sequência de Conway Ordenada.”.

**Tema:** Contando Algarismos e Descobrimdo Padrões

**Ano Escolar:** 2ª Série do Ensino Médio

**Duração:** 4 encontros de 50 minutos cada

### **HABILIDADE DA BNCC**

(EM13MAT310) Resolver e elaborar problemas de contagem envolvendo diferentes tipos de agrupamento de elementos, por meio dos princípios multiplicativo e aditivo, recorrendo a estratégias diversas como o diagrama de árvore.

(EM13MAT507) Identificar e associar sequências numéricas (PA) a funções afins de domínios discretos para análise de propriedades, incluindo dedução de algumas fórmulas e resolução de problemas.

### **OBJETIVOS**

- Identificar e descrever padrões numéricos em sequências.
- Compreender a lei de formação da sequência que “conta algarismos”.
- Desenvolver o raciocínio lógico e dedutivo, buscando regularidades.
- Relacionar a noção de padrão matemático com o conceito de função e com fenômenos observáveis.
- Estimular o pensamento algébrico, promovendo a análise, a generalização e a reflexão sobre o processo de descoberta.

### **METODOLOGIA**

A proposta fundamenta-se nos pressupostos da Engenharia Didática, estruturando-se em quatro etapas articuladas entre si: análises preliminares, concepção e análise a priori, experimentação e análise a posteriori com validação. Toda a organização das atividades foi pensada de modo a garantir progressão cognitiva, partindo da identificação de padrões simples até a investigação da Sequência de Conway Ordenada (“sequência que conta algarismos”).

#### **1 - Análises Preliminares:**

O objeto matemático central é o estudo de sequências numéricas e regularidades, com ênfase na identificação de padrões e na formulação de leis de formação. Parte-se do pressuposto de que a busca por padrões constitui um eixo estruturante do pensamento matemático, favorecendo processos de generalização, argumentação e validação.

Antecipam-se como dificuldades:

- Confusão entre regularidade e fórmula algébrica explícita;
- Tentativas de aplicar operações aritméticas tradicionais à sequência que “conta algarismos”;
- Dificuldade em compreender que a regra pode estar na descrição do termo anterior e não em uma operação direta.

As atividades dos Encontros 1 e 2 foram planejadas para consolidar a noção de padrão periódico, progressivo e cíclico (Questões 1 a 6), preparando cognitivamente os estudantes para o desafio investigativo do encontro 3 (Atividade 7) e para a reconstrução inversa da sequência no Encontro 4 (Questão 8).

## **2 - Concepção e Análise a Priori:**

A sequência (1, 11, 21, 1112, 3112, 211213, ...), será apresentada apenas na Aula 3, após os estudantes terem explorado:

- Sequências aritméticas e não aritméticas (Questão 1);
- Problemas de periodicidade envolvendo dias da semana (Questões 2, 3, 4 e 5);
- Padrões repetitivos estruturados em blocos (Questão 6).

Prevê-se que, diante da sequência misteriosa, os estudantes:

- Inicialmente tentem aplicar diferenças numéricas;
- Busquem regularidades na quantidade de dígitos;
- Percebam a repetição de agrupamentos;
- Formulem hipóteses descritivas antes de alcançar a regra correta.

A Questão 7 (produção de 20 termos a partir de números iniciais distintos) foi concebida para provocar análise estrutural da sequência, permitindo observar crescimento, regularidade interna e possíveis comportamentos repetitivos.

No Encontro 4, a Questão 8 (descoberta do termo anterior) introduz um nível mais elevado de abstração, exigindo raciocínio reverso e validação lógica. A Questão 9 promove sistematização conceitual e reflexão metacognitiva.

## **3 - Experimentação (Desenvolvimento das atividades)**

A experimentação ocorre ao longo das quatro aulas, organizadas progressivamente:

- Encontro 1: identificação e descrição de padrões simples;

- Encontro 2: padrões cíclicos e contagem modular;
- Encontro 3: investigação da sequência de Conway Ordenada;
- Encontro 4: reconstrução inversa e reflexão conceitual.

Durante todas as aulas, os estudantes trabalham registrando hipóteses, estratégias e justificativas. O professor atua como mediador, incentivando argumentação, comparação de estratégias e validação coletiva.

#### **4 - Análise a Posteriori e Validação:**

Ao final de cada Encontro, o professor analisa:

- As estratégias utilizadas;
- A natureza dos erros;
- O nível de generalização alcançado;
- A capacidade de justificar resultados.

No Encontro 4, a sistematização final permite confrontar as previsões da análise a priori com os resultados efetivamente obtidos, verificando se houve compreensão da regra de formação e se os estudantes desenvolveram autonomia investigativa.

### **DESENVOLVIMENTO DOS ENCONTROS**

#### **Encontro 1: Reconhecimento e descrição de padrões**

- **Introdução (5 min)**

Iniciar o encontro comentando com os estudantes o quanto saber visualizar e reconhecer padrões são de fundamental importância para resolver inúmeros problemas dos quais serão apresentados para os mesmos. O professor contextualiza a importância da identificação de padrões na Matemática e em situações cotidianas, destacando que reconhecer regularidades permite prever comportamentos e resolver problemas de forma mais eficiente.

- **Motivação (15 min)**

Como motivação pode apresentar aos estudantes as sequências abaixo, contendo algumas que são utilizadas no dia a dia e outras nem tanto. Após a apresentação, começar a questionar os estudantes sobre qual seria o próximo termo de cada sequência e como seria a descrição (Lei de Formação) das mesmas.

- a) domingo, segunda-feira, terça-feira, ...
- b) janeiro, fevereiro, março, ...
- c) 5, 10, 15, ...
- d) 2, 3, 5, ...
- e) 2, 10, 12, ...

Os estudantes identificam o próximo termo e descrevem verbalmente a regra de formação, distinguindo padrões linguísticos, aritméticos e estruturais.

- **Resolução de atividades (30 min):** Lembrando ao professor de auxiliar os estudantes sempre que necessário. (Questões em anexo).

Questão 1: Os estudantes identificam regularidades em sequências numéricas variadas (progressões, padrões alternados, padrões de repetição e potências), explicitando a lei de formação.

Questões 2 e 3: Problemas envolvendo dias da semana introduzem a ideia de periodicidade (módulo 7), ampliando a compreensão de padrões cíclicos. O professor estimula justificativas escritas e comparação de estratégias.

### **Encontro 2: Padrões cíclicos e organização em blocos**

Como motivação para iniciar o segundo encontro, é apresentado a seguinte situação para os estudantes:

- **Problema 1 (20 min):** (Eduardo Wagner – FGV – Escola de Matemática Aplicada)

O clube dos apaixonados por Pitágoras possui, em sua sede, um muro comprido onde foi desenhada a faixa decorativa que mostramos a seguir:

PITAGORASPITAGORASPITAGORASPITAG...

Faça os seguintes questionamentos aos estudantes:

- a) Qual a 20ª letra dessa faixa?
- b) Supondo que essa faixa tenha um comprimento grande, qual a 50ª letra dessa faixa?

- c) Qual a 101ª letra dessa faixa? Como você a descobriu? Existe uma maneira mais eficaz de se chegar ao resultado?
- d) Qual a 400ª letra dessa faixa?

O problema da faixa “PITAGORAS...” explora repetição periódica de blocos. Os estudantes identificam o tamanho do bloco e utilizam divisão e resto para determinar letras em posições distantes (20ª, 50ª, 101ª, 400ª). Discute-se eficiência de estratégias.

- **Resolução de Questões (30 min)** Lembrando ao professor de auxiliar os estudantes sempre que necessário. (Atividades em anexo).

Questão 4: contagem modular aplicada a tratamento médico (ciclo semanal).

Questão 5: manutenção periódica a cada 25 dias (uso de divisão e resto).

Questão 6: identificação do bloco repetitivo na sequência do ENEM e determinação do 2025º termo.

A atividade consolida a ideia de periodicidade e organização estrutural em blocos.

### Encontro 3: Investigação da Sequência que “Conta Algarismos”

- **introdução (10 min):**

Retomar o conceito de sequência numérica e lei de formação. o professor pede aos estudantes que apresentem exemplos de sequências numéricas que eles conheçam, P.A e P.G por exemplo. Em seguida, apresenta o seguinte desafio: "Será se existe uma sequência numérica que que não segue uma fórmula, uma lei de formação?". Apresentar três sequências simples (números primos, números com letra D e reflexos).

Além desse desafio, o professor pode fomentar a discussão com indagações como "Toda sequência precisa ter uma fórmula?" ou "Como poderíamos criar uma sequência que não possua uma fórmula fechada?". Com esses questionamentos se pretende obter dos estudantes possíveis hipóteses a respeito dessa sequência até então desconhecida.

- **Atividade principal- Descoberta do padrão (20 min):**

Apresentar a sequência misteriosa aos estudantes

1, 11, 21, 1112, 3112, 211213,...

Em seguida os estudantes:

- Propõem o próximo termo;
- Formulam hipóteses;
- Testam regularidades;
- Justificam suas conclusões.

Após discussão coletiva, sistematiza-se a regra: cada termo descreve a quantidade e o valor dos algarismos do termo anterior.

- **Resolução de atividades (30 min)** Lembrando ao professor de auxiliar os estudantes sempre que necessário. (Atividades em anexo).

Questão 7: Produção de 20 termos a partir de números iniciais distintos (13, 16, 18). Os estudantes analisam crescimento do número de dígitos e investigam possíveis repetições

#### **Encontro 4: Análise estrutural e reconstrução inversa**

- **Revisão (20 min)**

Retomada da regra da sequência e exemplos resolvidos coletivamente.

Questão 8: Determinação do termo anterior a termos dados. Explora-se raciocínio reverso, possibilidade de múltiplas soluções e necessidade de coerência estrutural.

Questão 9: Discussão metacognitiva:

- Diferença entre fórmula e regra;
- Importância da descoberta de padrões;
- Relação com pensamento matemático investigativo.

Encerramento destacando que nem toda regularidade é expressa por fórmula algébrica explícita, mas toda sequência matemática possui uma estrutura que pode ser descrita e validada.

#### **RECURSOS DIDÁTICOS**

- Quadro e pincéis;
- Folhas de atividade com as sequências iniciais;
- Folhas A4 e/ou projetor (para a socialização das descobertas utilizando o programa Python).

## **AVALIAÇÃO**

A avaliação será processual, formativa e qualitativa, ocorrendo ao longo de todas as etapas da sequência didática. Ela será orientada tanto pelos objetivos matemáticos propostos quanto pelos níveis de demanda cognitiva, considerando a progressão do raciocínio dos estudantes desde a identificação de padrões até a generalização e validação da regra da sequência de Conway Ordenada. A análise das produções será organizada em três níveis de desempenho cognitivo:

### **1- Nível de Reconhecimento e Reprodução**

Neste nível, observa-se se o estudante:

- Identifica padrões simples em sequências aritméticas e cíclicas (Encontros 1 e 2);
- Aplica corretamente procedimentos de contagem modular;
- Reconhece a repetição de blocos em sequências periódicas;
- Determina termos próximos por continuidade direta.

Aqui predominam tarefas de identificação e aplicação de regularidades já discutidas.

### **2- Nível de Análise e Exploração**

Neste nível, verifica-se se o estudante:

- Formula hipóteses sobre leis de formação não explícitas;
- Justifica estratégias utilizadas na determinação de termos distantes;
- Analisa crescimento do número de dígitos na sequência de Conway;
- Consegue explicar verbalmente a regra da sequência que “conta algarismos”.

As Questões 6 e 7 são especialmente relevantes para esse nível, pois exigem organização estrutural e argumentação.

### **3- Nível de Generalização e Argumentação**

Neste nível, espera-se que o estudante:

- Valide hipóteses por meio de justificativas consistentes;
- Reconstrua termos anteriores a partir de análise estrutural (Questão 8);
- Reconheça a diferença entre fórmula fechada e regra descritiva;
- Explícite conexões entre padrão, função e estrutura matemática.

A Questão 8 constitui tarefa de alta demanda cognitiva, pois exige raciocínio reverso, análise combinatória implícita e validação lógica.

### **Instrumentos de Avaliação**

A avaliação considerará: Registros escritos individuais e em grupo; Clareza e coerência das justificativas; Participação nas discussões coletivas; Capacidade de revisar hipóteses diante de contraexemplos; Produção reflexiva final (Questão 9).

Mais do que verificar acertos, busca-se analisar o percurso cognitivo do estudante, valorizando processos investigativos, autonomia intelectual e argumentação matemática.

### **CONCLUSÃO**

A sequência didática proposta consolida-se como uma experimentação fundamentada na Engenharia Didática, concebida como metodologia de investigação e intervenção pedagógica. Ao estruturar o trabalho em análises preliminares, análise a priori, experimentação e análise a posteriori, a proposta permite não apenas aplicar uma atividade em sala, mas investigar sistematicamente seus efeitos sobre a aprendizagem.

O ordenamento das atividades foi cuidadosamente organizada para promover uma elevação gradual da demanda cognitiva: inicia-se com reconhecimento de padrões simples, avança para estruturas cíclicas e culmina na investigação da Sequência de Conway Ordenada, cuja regra não se apresenta por fórmula algébrica tradicional, mas por descrição estrutural.

Esse percurso evidencia um deslocamento do estudante da posição de executor de procedimentos para a de investigador matemático. Ao formular hipóteses, testar regularidades, argumentar e validar conclusões, o aprendente mobiliza competências essenciais ao pensamento matemático de alta complexidade.

A etapa de análise a posteriori permite confrontar as previsões da análise a priori com os resultados observados, verificando: As dificuldades efetivamente encontradas; O nível de generalização alcançado; A qualidade das argumentações produzidas; O grau de autonomia intelectual desenvolvido.

Assim, a Engenharia Didática não se restringe a um modelo organizacional, mas configura-se como um instrumento de produção de conhecimento sobre o ensino e a aprendizagem da Matemática. A sequência de atividades proposta, ao explorar a construção e reconstrução de padrões na sequência que “conta algarismos”, favorece a consolidação do pensamento investigativo e reforça a compreensão de que a Matemática é uma ciência de estruturas, regularidades e argumentação.

Dessa forma, a proposta contribui não apenas para o domínio de conteúdos de sequências numéricas, mas para o desenvolvimento de competências cognitivas superiores, alinhadas à formação de um sujeito matematicamente crítico, autônomo e capaz de justificar suas próprias construções.

## ATIVIDADE ENCONTRO 1

**Questão 1-** Determine o padrão ou regularidade de cada item abaixo, em seguida, copie e complete cada uma das sequências seguindo esse padrão.

a) 3, 8, 13, 18, 23, 28, \_\_\_\_, \_\_\_\_, \_\_\_\_, \_\_\_\_, ...

b) 31, 27, 23, 19, 15, \_\_\_\_, \_\_\_\_, \_\_\_\_, ...

c) 1, 1, 1, 3, 5, 9, 17, \_\_\_\_, \_\_\_\_, \_\_\_\_, ...

d) 1, 2, 2, 3, 3, 3, 4, 4, \_\_\_\_, \_\_\_\_, \_\_\_\_, \_\_\_\_, \_\_\_\_, \_\_\_\_, \_\_\_\_, ...

e) 2, 7, 9, 16, 25, 41, \_\_\_\_, \_\_\_\_, \_\_\_\_, ...

f) 1, 8, 27, 64, \_\_\_\_, \_\_\_\_, ...

**Questão 2-** (RABELLO, 2024, p. 64 - Adaptada) Se 1° de janeiro de 2026 foi uma Quinta-feira, que dia da semana foi 27/01/2026 ?

**Questão 3-** (RABELLO, 2024, p. 64 - Adaptada) Imagine que o dia de hoje seja um sábado, qual dia da semana será daqui a 40 dias?

## ATIVIDADE ENCONTRO 2

**Questão 4-** (Eduardo Wagner – FGV – Escola de Matemática Aplicada) Carlos deverá realizar um tratamento tomando 1 comprimido por dia de certo remédio durante 60 dias. Se ele tomou o primeiro comprimido em uma segunda-feira, ele tomará o último comprimido em qual dia da semana?

**Questão 5-** (Eduardo Wagner – FGV – Escola de Matemática Aplicada) Certa máquina funciona todos os dias da semana e deve receber manutenção a cada 25 dias de uso. Um dia de manutenção da máquina é também um dia de trabalho. A máquina foi instalada, recebeu a manutenção inicial e começou a funcionar em uma terça-feira. Em que dia da semana ocorreu a 100ª manutenção?

**Questão 6-** (ENEM 2019 - Adaptada): Após o Fórum Nacional Contra a Pirataria (FNCP) incluir a linha de autopeças em campanha veiculada contra a falsificação, as agências fiscalizadoras divulgaram que os cinco principais produtos de autopeças falsificados são: rolamento, pastilha de freio, caixa de direção, catalisador e amortecedor.

Após uma grande apreensão, as peças falsas foram cadastradas utilizando-se a codificação: 1: rolamento, 2: pastilha de freio, 3: caixa de direção, 4: catalisador e 5: amortecedor.

Ao final obteve-se a sequência: 5, 4, 3, 2, 1, 2, 3, 4, 5, 4, 3, 2, 1, 2, 3, 4, 5, 4, 3, 2, 1, 2, 3, 4, ... que apresenta um padrão de formação que consiste na repetição de um bloco de números. Essa sequência descreve a ordem em que os produtos apreendidos foram cadastrados. O 2025º item cadastrado foi um(a) ?

## ATIVIDADE ENCONTRO 3

**Questão 7-** Dados os números em cada item, produza 20 termos da sequência de Conway Ordenada.

a) 13

b) 16

c) 18

Responda:

Analise cada sequência que você montou e diga: O número de dígitos em cada termo da sequência aumenta sempre?

Existe um número (ponto ou termo da sequência) em que, a partir daí, os termos se repetem?

Por que você acha que isso acontece?

## ATIVIDADE ENCONTRO 4

**Questão 8-** Os números a seguir são termos da sequência de Conway Ordenada, em cada caso determine o que pode ser o termo anterior a ele.

a)  $\dots$ , 31123324

b)  $\dots$ , 32131425

c)  $\dots$ , 4132132415

Em cada uma dos itens acima, existe mais de uma possibilidade para o termo anterior?

Que pistas numéricas te ajudaram a descobrir o termo anterior?

**Questão 9-** Responda em poucas palavras;

O que é diferente entre seguir uma fórmula e descobrir uma regra?

Como as sequências ordenadas nos ajudam a pensar matematicamente?

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

BRASIL. Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira (Inep). **Edital nº 14, de 21 de março de 2019**: Exame nacional do ensino médio (enem) 2019. Brasília, DF, 2019. Disponível em: <[https://download.inep.gov.br/educacao\\_basica/enem/provas/2019/2019\\_PV\\_impreso\\_D2\\_CD5.pdf](https://download.inep.gov.br/educacao_basica/enem/provas/2019/2019_PV_impreso_D2_CD5.pdf)>. Acesso em: 5 fevereiro 2026.

BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular** . Brasília, 2018.

CARVALHO, M. C. C. e S. **Padrões Numéricos e Sequências**. São Paulo: Editora Moderna, 2000.

COSTA, E. A.; CARVALHO, F. S. de.; MESQUITA, E. G. da C. A finitude dos pontos periódicos da sequência de conway ordenada. **Ciência e Natura**, v. 44, n. 58, 2022.

COSTA, E. A.; SANTOS, R. A. dos. Contando algarismos. **Revista da Olimpíada - IME - UFG**, n. 14, p. 61–74, 2019.

GAIRÍN, J. M. et al. La sucesión look and say. **Anais** , p. 16–24, Zaragoza: Universidad de Zaragoza, 2018.

OBMEP. **OLIMPÍADA BRASILEIRA DE MATEMÁTICA DAS ESCOLAS PÚBLICAS**. Banco de Questões. Rio de Janeiro: IMPA. Acessado em: 23 out. 2025. Disponível em: <[www.obmep.org.br](http://www.obmep.org.br)> .

VIEIRA, R. P. M.; ALVES, F. R. V.; CATARINO, P. M. M. C. **A ENGENHARIA DIDÁTICA NA FORMAÇÃO INICIAL DE PROFESSORES DE MATEMÁTICA: o estudo da generalização e complexificação da Sequência de Padovan**. [S.l.]: Fortaleza-CE, IFCE, 2023.

VIEIRA, R. P. M. et al. Engenharia didática e uma investigação do processo de hibridização da sequência de fibonacci. **REnCiMa - Revista de Ensino de Ciências e Matemática**, v. 12, n. 1, 2020.

WAGNER, E. **Reconhecimento de Padrões**: Ppmmem - Julho de 2023. Rio de Janeiro, 2023. Disponível em: <<https://impa.br/programa/ppmmem-julho-de-2023/>>. Acesso em: 20 janeiro 2026.