SOCIEDADE BRASILEIRA DE MATEMÁTICA
FUNDAÇÃO UNIVERSIDADE FEDERAL DE RONDÔNIA
MESTRADO PROFISSIONAL EM MATEMÁTICA EM REDE NACIONAL

JHONYS GONÇALVES PINTO

O RETORNO DE IGNIS: JOGO DIGITAL EDUCACIONAL PARA O ENSINO E APRENDIZAGEM DE EQUAÇÕES DO SEGUNDO GRAU ATRAVÉS DAS RELAÇÕES DE GIRARD

PORTO VELHO
2025

JHONYS GONÇALVES PINTO

O RETORNO DE IGNIS: JOGO DIGITAL EDUCACIONAL PARA O ENSINO E APRENDIZAGEM DE EQUAÇÕES DO SEGUNDO GRAU ATRAVÉS DAS RELAÇÕES DE GIRARD

Trabalho de Conclusão apresentado ao Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional – PROFMAT no Polo da Universidade Federal de Rondônia – UNIR, como requisito parcial para obtenção do título de Mestre em Matemática Profissional.
Orientadora: Profa. Dra. Marizete Nink de Carvalho

PORTO VELHO
2025

Catalogação da Publicação na Fonte
Fundação Universidade Federal de Rondônia - UNIR

P659r Pinto, Jhonys Gonçalves.
O retorno de Ignis: jogo digital educacional para o ensino e aprendizagem de equações do segundo grau através das relações de Girard / Jhonys Goncalves Pinto. - Porto Velho, 2025.

69f.: il.

Orientação: Profa. Dra. Marizete Nink de Carvalho.

Dissertação, Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional - PROFMAT. Fundação Universidade Federal de Rondônia.

1. Jogos digitais. 2. Equação do 2º Grau. 3. Relações de Girard. 4. Livros didáticos. 5. RPG Maker mz. I. Carvalho, Marizete Nink de. II. Título.

Biblioteca Setorial - Campus Porto Velho CDU 37:51

Bibliotecário(a) Ozelina do Carmo de Carvalho Saldanha CRB-11/486

MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO
FUNDAÇÃO UNIVERSIDADE FEDERAL DE RONDÔNIA
MESTRADO PROFISSIONAL EM MATEMÁTICA EM REDE NACIONAL

ATA DE DEFESA DE DISSERTAÇÃO

ATA Nº 78

ATA DA SEPTUAGÉSIMA OITAVA SESSÃO DE DEFESA DE DISSERTAÇÃO DE MESTRADO DO PROFMAT/UNIR, CAMPUS PORTO VELHO.

MESTRANDO: JHONYS GONÇALVES PINTO
INÍCIO DO CURSO: março/2025

Aos dezenove dias do mês de dezembro de dois mil e vinte e cinco, às quinze horas, de forma remota, via Google Meet, foi realizada a sessão de defesa de dissertação do mestrando Jhonys Gonçalves Pinto, como requisito obrigatório estabelecido no Regimento Interno do PROFMAT/UNIR. A Comissão Examinadora, designada pelo Colegiado do Programa, foi composta pelos membros: Profa. Dra. Marizete Nink de Carvalho (Presidente) - UNIR, Prof. Dr. Tomás Daniel Menendez Rodriguez (membro interno) e o Prof. Dr. Sandro Ricardo Pinto da Silva (membro externo) - UFAC, sob a presidência do primeiro, julgou o trabalho intitulado "O RETORNO DE IGNIS: JOGO DIGITAL EDUCACIONAL PARA O ENSINO E APRENDIZAGEM DE EQUAÇÕES DO SEGUNDO GRAU ATRAVÉS DAS RELAÇÕES DE GIRARD". Após a defesa apresentada pelo mestrando e arguições pela Comissão, o trabalho foi considerado “APROVADO” e, em razão das recomendações dos membros da Comissão, a Senhora Presidente se comprometeu a orientar a sequência do processo da elaboração da versão final com a inclusão das recomendações realizadas. Nada mais havendo a tratar, foi encerrada a sessão e, para constar, foi lavrada a presente ATA, que vai assinada digitalmente pelos membros da Comissão Examinadora e o Mestrando.

DEDICATÓRIA

A minha esposa Cristiane, amor e luz da minha vida, pelo companheirismo, apoio, paciência, por ter acreditado em mim quando eu mesmo já havia desistido, por me servir de suporte e incentivo no decorrer de toda a caminhada, assim como na construção desta dissertação. Dedico aos meus pais José e Ilma, assim como meus irmãos por acreditarem em mais essa conquista.

AGRADECIMENTOS

À Deus pela saúde e força indispensáveis sem elas não seria possível a realização de mais essa jornada;

A minha esposa Cristiane pelo amor, apoio, companheirismo e por me ajudar nesta conquista, sem você não teria conseguido, nem mesmo começado. A você todo meu amor e minha eterna gratidão;

Aos meus pais Jose e Ilma, por me conceder a vida e me ensiná-la a vivê-la com dignidade, vida ao qual eu tive oportunidade de mais essa realização;

Aos meus irmãos Paulo, Marcos, Josiane e Josimar, amigos de curso, Assis, Carlos, Eduardo, Francisco, José, Paulo, Vitor, agradeço pelos momentos de alegrias compartilhados, pelo apoio e incentivo nas horas difíceis;

A professora Marizete Nink de Carvalho que aceitou e me orientou nesta dissertação. Obrigado pelo apoio, pela paciência, pelo incentivo, pelas ideias fundamentais para a conclusão desta pesquisa. A você minha gratidão e admiração;

Aos professores Tomás Daniel Menendez Rodriguez e Sandro Ricardo Pinto da Silva pelo aceite de compor a banca e pelas contribuições importantes para esta dissertação;

Á todos os professores do PROFMAT – UNIR, especialmente, Carlos Maurício de Sousa, Flávio Batista Simão, Jackson Itikawa e Marinaldo Felipe da Silva que muito me apoiaram durante minha jornada no mestrado;

A escola Irmã Maria Celeste, e seus funcionários/colegas em nome de suas gestoras Elisabethe e Lucineide agradeço a todos que de alguma forma contribuíram nesta jornada.

A todos muito obrigado!

Agora é isso!
Agora é o momento de escolher!
Morrer e se livrar da dor, ou viver e lutar contra a sua tristeza!
Agora é hora de definir nossas histórias.
O destino está em suas mãos!

AURON - FINAL FANTASY X

RESUMO

Este trabalho teve como objetivo desenvolver um jogo digital com características educacionais, que possa ser utilizado no ensino e aprendizagem de matemática na educação básica, especificamente no conteúdo de equações do 2º grau, com ênfase na utilização das relações de Girard, para uso em celulares, tablets e computadores. Para tanto, na construção da sua fundamentação teórica, recorreu-se principalmente aos seguintes autores e documentos oficiais: Greenfield (1988), Caillois (1990), Grando (2000), Huizinga (2004), Alves (2005), Alves (2008), Boyer (2010), Lealdino (2014), BNCC (2018), Pinto (2019), Ratinho (2023), Oliveira (2023), Teodosio (2023), Rocha (2023) e Cruz (2025). A fim de buscar esclarecimentos para alguns questionamentos levantados no trabalho, foi feito o levantamento dos livros didáticos de matemática do 9º ano aprovados nos últimos três PNLD, onde foram encontrados 35 livros, e optou-se por selecionar dez livros para análise. Observamos que o método de resolução de equações do 2º grau com a fórmula resolutiva é sempre um dos primeiros e com conteúdo mais robusto; também foram encontrados livros denominando a fórmula resolutiva por fórmula de Bhaskara e apenas um dos livros analisados menciona as relações de Girard com essa nomenclatura. Para o desenvolvimento do jogo digital, foi elaborado um fluxograma contendo as etapas seguidas, que são elas: início; definição da plataforma; estudo da plataforma; seleção de softwares complementares; definição e criação de enredo; design de cenário; design de personagem; mecânica dos personagens; iteração cenário-personagem; criação de eventos; revisão de eventos; revisão geral; exportação; fim. O jogo desenvolvido foi denominado "O Retorno de Ignis", o gênero escolhido foi o RPG e o software utilizado na sua criação foi RPG Maker MZ, por sua facilidade de uso, banco de dados próprio e capacidade de exportação para diferentes dispositivos. Conclui-se que o jogo digital desenvolvido pode contribuir para **debates,** reflexões e práticas pedagógicas acerca da utilização de jogos digitais no ensino de Matemática, além de destacar a relevância das Relações de Girard como alternativa metodológica para a resolução de equações do 2º grau. Espera-se que este trabalho incentive novas pesquisas e o desenvolvimento de produtos educacionais de mesma natureza.

Palavras-chave: Jogos Digitais; Equação do 2º Grau; Relações de Girard; RPG Maker mz; Livros didáticos.

ABSTRACT

This work aimed to develop a digital game with characteristics educational, which can be used in the teaching and learning of mathematics in basic education, specifically in the content of second-degree equations, with emphasis in the use of Girard relations, for use on cell phones, tablets, and computers. For this purpose, in the construction of its theoretical foundation, the following authors and official documents were mainly consulted: Greenfield (1988), Caillois (1990), Grando (2000), Huizinga (2004), Alves (2005), Alves (2008), Boyer (2010), Lealdino (2014), BNCC (2018), Pinto (2019), Ratinho (2023), Oliveira (2023), Teodosio (2023), Rocha (2023), and Cruz (2025). In order to clarify some questions raised in the work, a survey was conducted of the 9th-grade mathematics textbooks approved in the last three PNLD (National Textbook Program), where 35 books were found, and it was decided to select ten books for analysis. We observed that the method for solving second-degree equations with the resolution formula is always one of the first and with more robust content; also found books referring to the quadratic formula as Bhaskara's formula and only one of analyzed books mention Girard's relationships with this nomenclature. For the development of the digital game, a flowchart containing the steps was created followed by, which are: start; platform definition; platform study; selection of complementary software; definition and creation of plot; design of setting; character design; character mechanics; iteration scenario-character; event creation; event review; general review; export; end. The developed game was named " O Retorno de Ignis ", the chosen genre was RPG and the software used in its creation was RPG Maker MZ, for its ease of use, its own database, and export capacity for different devices. It is concluded that the game developed digital can contribute to debates, reflections, and pedagogical practices about the use of digital games in teaching Mathematics, in addition to highlight the relevance of Girard's Relations as a methodological alternative for the resolution of second-degree equations. It is expected that this work will encourage new research and the development of educational products of the same nature.

Keywords: Digital Games; Quadratic Equation; Girard's Relationships; RPG Maker mz; Textbooks.

LISTA DE FIGURAS

SUMÁRIO

INTRODUÇÃO

É inegável que a matemática é uma disciplina fundamental para a formação de indivíduos críticos e com raciocínio lógico, a OECD/PISA (2022) coloca o raciocínio matemático no centro da literacia matemática do século XXI e do ciclo de resolução/modelagem de problemas, reforçando seu papel na análise crítica de situações reais. Corroborando D'Ambrósio (2005), argumenta que a matemática é uma construção humana situada culturalmente, indispensável para compreender e agir no mundo; seu enfoque amplia o letramento matemático para a formação cidadã e o pensamento crítico.

No mesmo sentido, a BNCC (2018), como norma nacional, explicita entre as competências gerais o pensamento crítico, científico e criativo. Na área de Matemática, enfatiza resolução de problemas, a argumentação e a modelagem, objetivos que desenvolvem o raciocínio lógico e a autonomia intelectual.

Contudo a matemática é frequentemente percebida como árida e desafiadora por muitos estudantes, a metodologia de ensino tradicional, muitas vezes baseada em aulas expositivas e exercícios repetitivos, apesar de necessária, pode não ser a forma mais eficaz de engajar os alunos. Essa lacuna de interesse, aliada à necessidade de encontrar novas abordagens metodológicas, tem impulsionado a busca por ferramentas inovadoras que à torne mais acessível e atraente.

Desde tempos remotos, o brincar é entendido como elemento essencial da cultura e da formação humana (HUIZINGA, 2004; CAILLOIS, 1990). Autores da psicologia do desenvolvimento destacam que o jogo simbólico e as atividades lúdicas estimulam o raciocínio, a criatividade e a socialização, atuando como pilares da aprendizagem (PIAGET, 1978; VYGOTSKY, 1991; WINNICOTT, 1975). Essa perspectiva é também defendida na pedagogia, em que o brincar aparece como recurso central para a construção de conhecimentos significativos (FRÖBEL, 2001; MONTESSORI, 1969; KISHIMOTO, 1994). Estudos contemporâneos reforçam essa visão, evidenciando que tanto os jogos digitais quanto os tradicionais podem engajar, despertar a curiosidade e favorecer a aprendizagem de forma natural (PAPERT, 1980; GEE, 2003; SALEN; ZIMMERMAN, 2003; SUTTON-SMITH, 1997; BROWN, 2009;

GRAY, 2013). Assim, desde as brincadeiras mais simples até os complexos jogos de tabuleiro, a ludicidade mantém-se como um pilar fundamental do desenvolvimento humano.

Nesse contexto, os jogos em especiais os digitais surgem como uma alternativa promissora, pois oferecem uma plataforma rica e interativa para o ensino de matemática. Eles transcendem as limitações do ambiente físico, permitindo a criação de cenários virtuais dinâmicos e desafiadores que simulam situações do mundo real. Essa capacidade de imersão e feedback imediato pode transformar a experiência de aprendizado, tornando-a mais personalizada e motivadora. A motivação intrínseca, que é a vontade de aprender por prazer, é um dos principais benefícios dessa abordagem (PINTO, 2019; SILVEIRA e ROSA, 2025).

A literatura científica já aponta para os efeitos positivos da utilização de jogos digitais no ensino. Conforme ressaltam Prensky (2001) e Kapp (2012), os jogos possuem elementos como regras, objetivos, desafios e recompensas que são inerentemente engajadores. Esses elementos podem ser adaptados para o contexto educacional, criando um ambiente onde o erro não é punido, mas sim visto como parte do processo de aprendizado. Isso reduz a ansiedade dos alunos e os encoraja a tentar diferentes estratégias para resolver problemas.

Além da motivação, os jogos eletrônicos podem aprimorar uma gama de habilidades cognitivas essenciais para a matemática. A resolução de problemas, o pensamento estratégico e a tomada de decisões são constantemente exercitados em ambientes de jogos (SILVA; HOLANDA e PEREIRA, 2024; ARAUJO et al, 2024; PINTO, 2019; SILVEIRA e ROSA 2025).

Do ponto de vista pessoal, cabe mencionar que o autor desta dissertação sempre acreditou que os jogos, em especial os digitais, pudessem de algum modo ser utilizado no aprendizado dos alunos na escola, pensamento esse já enfatizado anteriormente em meu TCC da graduação, e que culminou nesta pesquisa de dissertação. Mas qual assunto abordar?

Nesse sentido um dos assuntos que mais chamou a minha atenção pela sua simplicidade e beleza foram as relações de Girard, principalmente para as equações quadráticas, e assim alguns questionamentos surgiram. Por que os alunos conhecem e preferem resolver equações quadráticas através da fórmula resolutiva? Porque eles conhecem a fórmula resolutiva como fórmula de Bhaskara? Como os métodos de resoluções são apresentados nos livros didáticos? Como eu poderia a ajudar a divulgar e mostrar a importância das relações de Girard para a resolução de equações do 2º grau?

Dessa maneira, a fim de investigar e responder os questionamentos propostos anteriormente, essa dissertação tem como objetivo principal, desenvolver um jogo digital, com características educacionais que possa ser utilizado no ensino e aprendizagem de matemática na educação básica, especificamente nas equações do 2º grau com ênfase na utilização das relações de Girard, para uso em celulares, tablets e computadores.

Para contemplar esse objetivo principal e os questionamentos propostos, foram organizados os objetivos específicos:

- Investigar e definir a plataforma em que o produto educacional será desenvolvido e o seu gênero.
- Pesquisar como é apresentado as equações do 2º grau em alguns livros didáticos com ênfase nas relações de Girard.
- Desenvolver o jogo digital que possa ser utilizado em celulares, tablets e computadores.

Para tanto, esta dissertação foi organizada em 03 (três) capítulos. Sendo o primeiro capítulo sobre a equação do 2º grau, o segundo constituído de parte teórica sobre jogos digitais no ensino de matemática, e o terceiro e último capítulo tratando do produto educacional.

No **Capítulo I – Equações do 2º grau**. Buscou-se apresentar um pouco da história das equações do 2º grau, tipos de equações, métodos de soluções e como é apresentada em alguns livros didáticos.

No **Capítulo II – Jogos digitais para o ensino e aprendizagem de matemática**. Abordou-se os jogos como parte da cultura humana, os jogos digitais para o ensino e aprendizagem em especial de matemática além de algumas vantagens e desvantagens da utilização de jogos digitais como ferramentas educacionais.

No **Capítulo III - Produto educacional**. Neste capítulo apresentou-se o produto educacional, e seu processo de desenvolvimento.

Nas **Considerações Finais**. Buscou-se apresentar elementos que respondessem ao objetivo geral e aos específicos, esperando-se ainda que os resultados obtidos na pesquisa possam de alguma forma contribuir e proporcionar futuras discussões e reflexões quanto à utilização ou construção de jogos digitais para o ensino e aprendizagem em especial de Matemática.

CAPÍTULO I – EQUAÇÕES DO 2º GRAU

Os primeiros registros de problemas que podiam ser resolvidos por equações de segundo grau datam da antiga Mesopotâmia. Em tabuinhas de argila babilônicas, datadas de aproximadamente 2000 a.C., foram encontrados problemas que, quando traduzidos para a notação moderna, se assemelham a equações do tipo $ax^2 + bx = c$ (BOYER, 2010).

1 Métodos de soluções

1.1 Completas e incompletas

Uma equação do polinomial do 2º grau é uma equação que pode ser escrita na forma geral $ax^2 + bx + c = 0$, onde x é a variável e *a*, *b* e *c* são os coeficientes, com $a \neq 0$, pois se *a* fosse zero a equação se tornaria $bx + c = 0$, que é uma equação do 1º grau.

Elas podem ser completas ou incompletas. Nas completas temos a forma geral $ax^2 + bx + c = 0$ onde os coeficientes $b \neq 0 \; e \; c \neq 0$.

Nas incompletas temos três tipos, quando $b = 0$, quando $c = 0$ ou quando $b = c = 0$ nesses casos é possível resolver apenas com manipulação algébrica sem a necessidade de um método específico.

Se $b = 0$ então temos as equações do tipo $ax^2 + c = 0$.

Exemplo: $2x^2 - 18 = 0$

$2x^2 - 18 = 0$, adicionado 18 em ambos os lados da equação temos;

$2x^2 = 18$, dividindo por 2 ambos os lados da equação;

$x^2 = 9$, aplicando raiz quadrada em ambos os lados da equação;

$\sqrt{x^2} = \sqrt{9}$, extraindo as raízes.

$x = \pm 3$, Solução $\{-3, 3\}$

Se $c = 0$ então temos as equações do tipo $ax^2 + bx = 0$.

Exemplo: $7x^2 - 21x = 0$

$7x^2 - 21x = 0$, colocando o fator comum x em evidência temos;

$x(7x - 21) = 0$, observe que temos um produto igual a zero, que só e possível se;

$x = 0$ ou $7x - 21 = 0$, portanto temos duas equações do 1º grau, onde resolvemos individualmente cada uma delas;

$x = 0$, não há o que fazer, uma solução é o zero.

$7x - 21 = 0$, adicionado 21 em ambos os lados da equação temos;

$7x = 21$, dividido por 7 ambos os lados da equação;

$x = 3$, portanto temos como solução $\{0, 3\}$

Se $c = b = 0$ então temos as equações do tipo $ax^2 = 0$.

Exemplo: $5x^2 = 0$

$5x^2 = 0$, como o coeficiente a é diferente de zero nesse tipo de equação teremos sempre como solução $x = 0$.

1.1.1 Fatoração

Algumas equações do 2º grau podem ser facilmente resolvidas pelo método da fatoração e apesar de haver várias formas de fatoração, trataremos nesse tópico apenas das equações do tipo trinômio quadrado perfeito.

Equações do tipo $a^2 + 2ab + b^2 = 0 \; e \; a^2 - 2ab + b^2 = 0$ podem ser facilmente fatoradas em $(a + b)^2 = 0 \; e \; (a - b)^2 = 0$, respectivamente.

Exemplos:

a) $x^2 + 6x + 9 = 0$

Vamos verificar se a equação $x^2 + 6x + 9 = 0$ é um trinômio quadrado perfeito, primeiramente verificamos se o primeiro e o último termo são quadrados perfeitos, $\sqrt{x^2} = x \; e \; \sqrt{9} = 3$, nesse caso são, depois multiplicamos por 2 o produto das raízes, $2 \cdot x \cdot 3 = 6x$, se o resultado for o termo do meio da equação $x^2 + 6x + 9 = 0$ então temos um trinômio quadrado perfeito e, portanto, pode ser fatorado da forma $(x + 3)^2 = 0$.

Resolução: $(x + 3)^2 = 0$

$\sqrt{(x + 3)^2} = \sqrt{0}$, aplicando raiz quadrada em ambos os lados da equação temos:

$x + 3 = 0$, subtraindo 3 em ambos os lados chegamos à solução $x = -3$.

b) $4x^2 - 20x + 25 = 0$

Analogamente ao exemplo “a” chegamos à forma fatorada $(2x - 5)^2 = 0$, que tem como solução $x = 5/2$.

Em algumas equações completas do segundo grau, o primeiro membro não é um trinômio quadrado perfeito. Nesses casos, utilizamos o método de completar quadrados para obter as raízes da equação.

1.1.2 Completar Quadrados

Por volta de 2000 a.C., os matemáticos babilônicos já utilizavam um método geométrico para resolver o que conhecemos hoje como equação do segundo grau, representando os termos da equação como área de quadrados e retângulos, a ideia era organizar de maneira a formar um quadrado maior.

O grande avanço na formulação algébrica de completar o quadrado veio do matemático persa Al-Khwarizmi no século IX. Em seu livro "*Al-Kitāb al-mukhtaṣar fī ḥisāb al-jabr wal-muqābalah*", ele não apenas apresentou uma forma de resolver equações quadráticas, mas também deu ao mundo a palavra "álgebra", ele explicou o método de completar o quadrado tanto geometricamente quanto algebricamente, usando exemplos para cada tipo de equação quadrática (AL-KWARIZMI 2009; ARAÚJO 2019;**).**

Al-Khwarizmi mostrou como transformar uma equação como $x^2 + 10x = 39$ em um quadrado perfeito, somando o termo que faltava. Ele o fazia usando um diagrama de um quadrado e retângulos, o que visualizava perfeitamente a técnica de "completar" a forma (ARAÚJO 2019; SILVA, GOMES e MOREY**,** 2021).

Embora o método tenha sido introduzido na Europa por meio das traduções das obras de Al-Khwarizmi, ele foi amplamente popularizado e refinado por matemáticos como François Viète (1540-1603) no século XVI e, posteriormente, por René Descartes (1596-1650) no século XVII. Eles simplificaram a notação e consolidaram o método como uma ferramenta padrão para resolver equações quadráticas, abrindo caminho para o desenvolvimento de fórmulas mais gerais, como a fórmula quadrática que usamos hoje (FERREIRA 2024).

Exemplo: $x^2 + 12x + 11 = 0$

Acompanhe como podemos obter as raízes da equação $x^2 + 12x + 11 = 0$ utilizando esse método.

Observe que o 1º membro da equação não é um trinômio quadrado perfeito, portanto, para que possamos fatorá-la acrescentamos convenientemente um mesmo número em ambos os lados da equação.

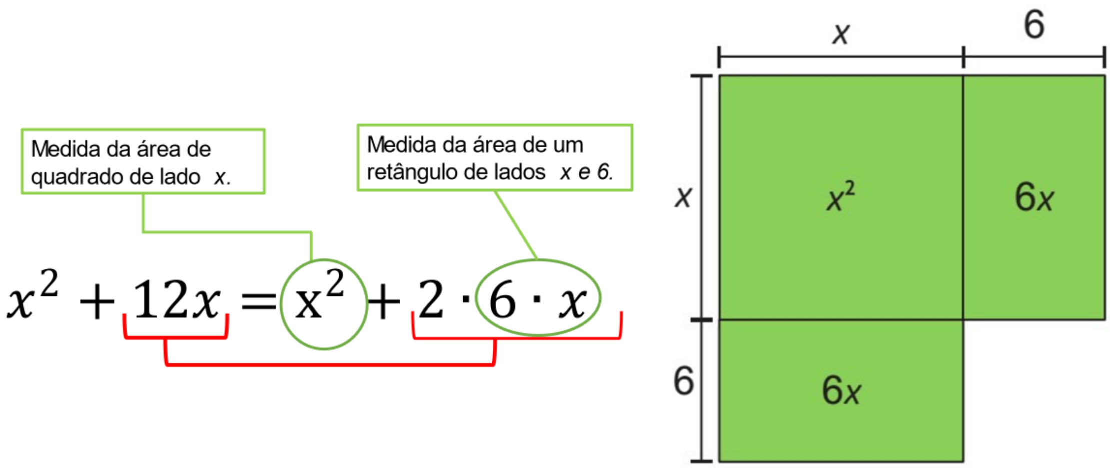
Como obter esse número?

Primeiro isolamos o termo independente da equação no segundo membro.

$$x^2 + 12x = -11$$

Agora, vamos analisar por meio da representação geométrica o primeiro membro da equação, trocamos $12x$ por $2 \cdot 6 \cdot x$

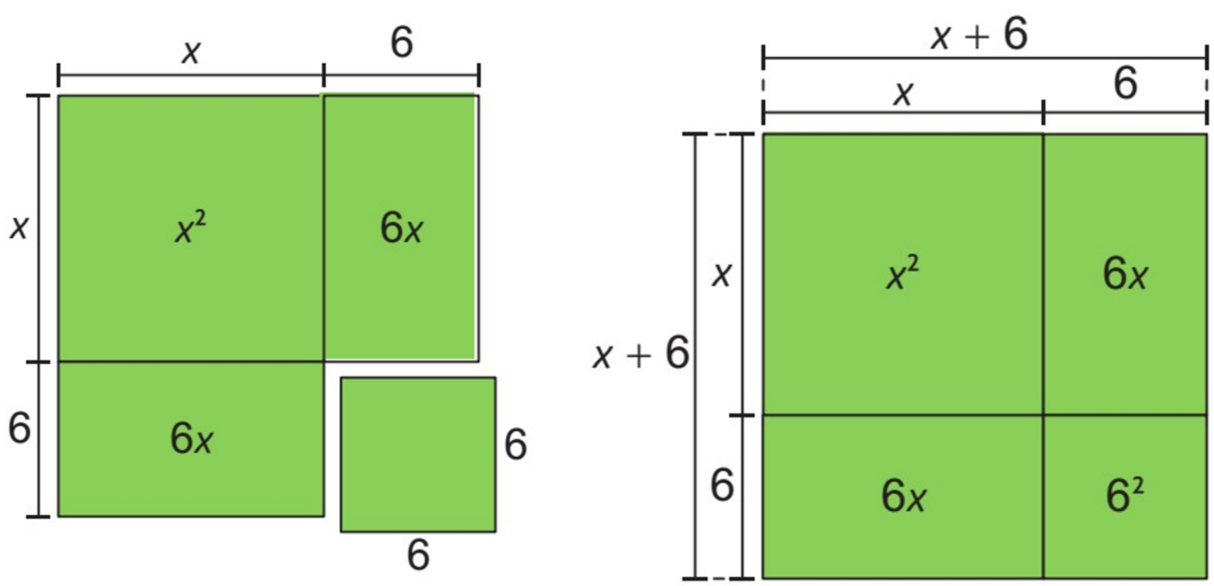
Figura 1 – Representação geométrica completar quadrados I



Fonte: Elaborado pelo autor

Na Figura 1, percebemos que, para completar o quadrado, é necessário acrescentar a ela um quadrado com 6 unidades de lado.

Figura 2 – Representação geométrica completar quadrados II



Fonte: Elaborado pelo autor

Portanto para obtermos um trinômio quadrado perfeito no primeiro membro da equação, precisamos adicionar 6^2 a ela.

$$x^2 + 12x + 6^2 = x^2 + 12x + 36 = (x + 6)^2$$

Voltando a equação $x^2 + 12x = -11$ e para não alterar a igualdade adicionaremos 6² em ambos os membros da equação.

$$x^2 + 12x + 6^2 = -11 + 6^2$$

$$x^2 + 12x + 36 = -11 + 36$$

$$(x + 6)^2 = 25$$

Aplicando raiz quadrada em ambos os membros temos:

$$\sqrt{(x + 6)^2 = \sqrt{25}}$$

$$x + 6 = \mp 25$$

$x + 6 = +25$ | $x + 6 = -25$

$x = 25 - 6$ | $x = -25 - 6$

$x = 19$ | $x = -31$

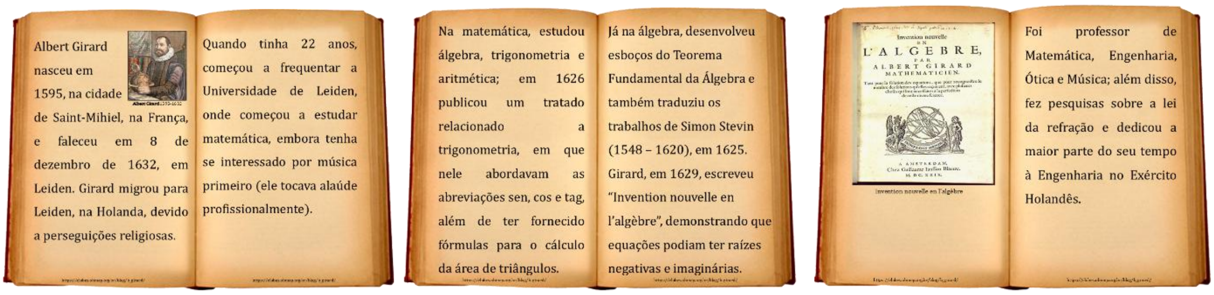
Portanto, as raízes da equação $x^2 + 12x = -11$ são 19 e -31.

1.1.3 Relações de Girard

Um método interessante para resolver equação do segundo grau é o das relações de Girard, também conhecido como método da soma e do produto. Neste tópico, priorizaremos a apresentação de algumas figuras que estão contidas no jogo digital “O Retorno de Ignis”.

A Figura 3 mostra um conjunto de imagens que traz a breve história de Albert Girard, de quem essa relação levou o nome.

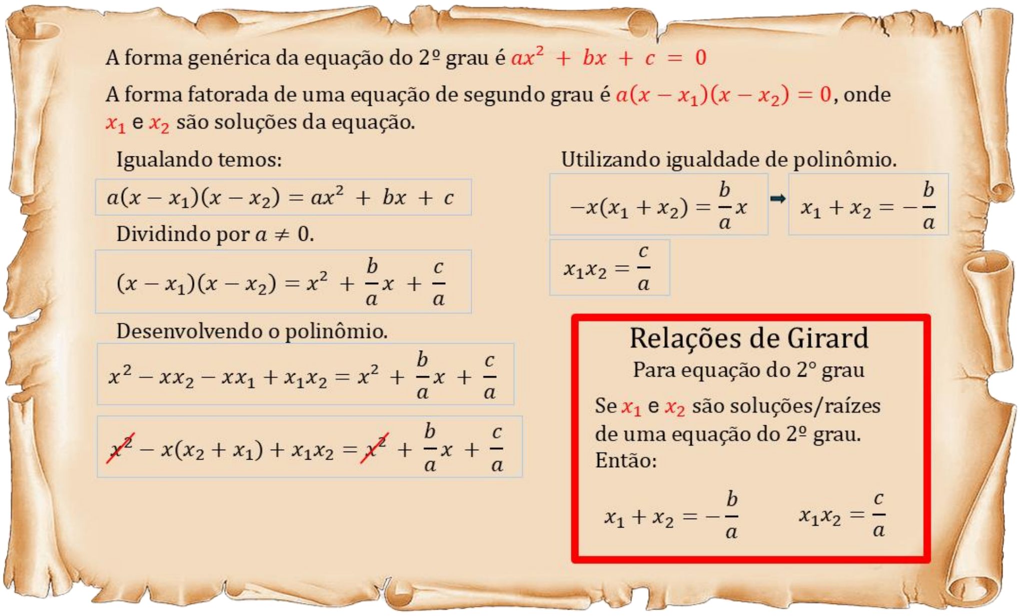
Figura 3 – Breve história de Albert Girard



Fonte: Elaborado pelo autor - do jogo “O Retorno de Ignis”.

O método de Girard, relaciona as raízes/soluções de equações, neste trabalho em específico, nos limitamos a discutir essas relações para equações quadráticas, que é o nosso objeto de estudo. Na Figura 4 apresentamos a demonstração das relações de Girard a partir da forma genérica da equação do segundo grau.

Figura 4 – Demonstração das relações de Girard



Fonte: Elaborado pelo autor - do jogo "O Retorno de Ignis".

As relações de Girard também podem ser demostradas a partir da fórmula resolutiva, sabendo que $\Delta = b^2 - 4ac$ e chamando de x_1 e x_2 as raízes temos que:

$x_1 = \frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a}$ e $x_2 = \frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a}$

Fazendo $x_1 \cdot x_1$, temos:

$$x_1 \cdot x_1 = \frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a} \cdot \frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{(-b)^2 - \left(\sqrt{\Delta}\right)^2}{4a^2} = \frac{b^2 - \Delta}{4a^2} = \frac{b^2 - (b^2 - 4ac)}{4a^2} =$$

$$= \frac{b^2 - b^2 + 4ac}{4a^2} = \frac{4ac}{4a^2} = \frac{c}{a}$$

Fazendo $x_1 + x_1$, temos:

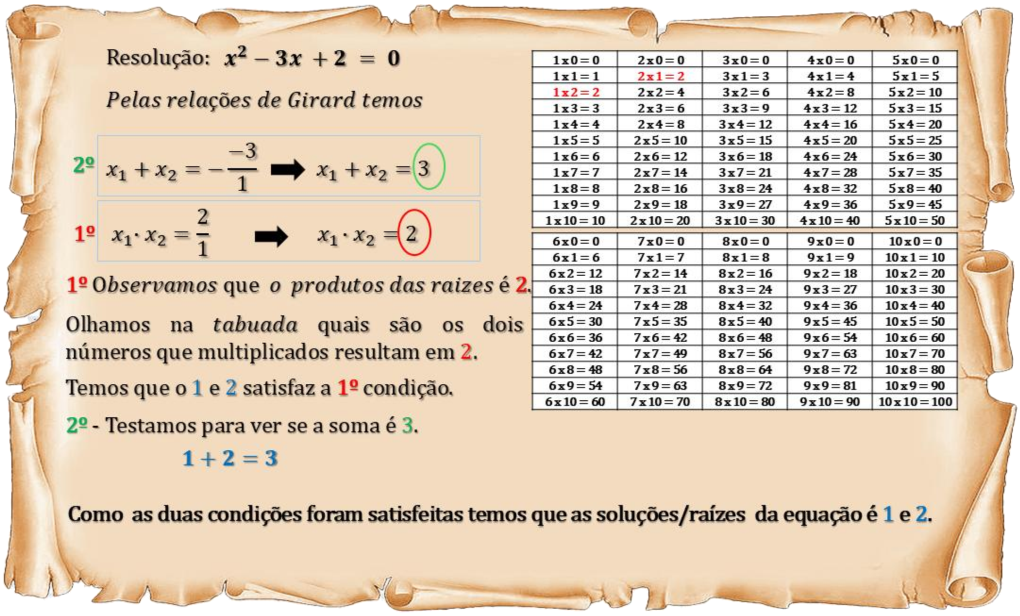
$$x_1 + x_1 = \frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a} + \frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-2b}{2a} = -\frac{b}{a}$$

Como o coeficiente *a* aparece como denominador em ambas as relações, destacamos que esse método é mais interessante de ser aplicado, quando o coeficiente *a* é igual a um.

Exemplo:

Na Figura 5 abaixo temos um exemplo de como podemos encontrar as soluções da equação $x^2 - 3x + 2 = 0$ pelas relações de Girard.

Figura 5 – Exemplo



1x0=0	2x0=0	3x0=0	4x0=0	5x0=0
1x1=1	2x1=2	3x1=3	4x1=4	5x1=5
1x2=2	2x2=4	3x2=6	4x2=8	5x2=10
1x3=3	2x3=6	3x3=9	4x3=12	5x3=15
1x4=4	2x4=8	3x4=12	4x4=16	5x4=20
1x5=5	2x5=10	3x5=15	4x5=20	5x5=25
1x6=6	2x6=12	3x6=18	4x6=24	5x6=30
1x7=7	2x7=14	3x7=21	4x7=28	5x7=35
1x8=8	2x8=16	3x8=24	4x8=32	5x8=40
1x9=9	2x9=18	3x9=27	4x9=36	5x9=45
1x10=10	2x10=20	3x10=30	4x10=40	5x10=50
6x0=0	7x0=0	8x0=0	9x0=0	10x0=0
6x1=6	7x1=7	8x1=8	9x1=9	10x1=10
6x2=12	7x2=14	8x2=16	9x2=18	10x2=20
6x3=18	7x3=21	8x3=24	9x3=27	10x3=30
6x4=24	7x4=28	8x4=32	9x4=36	10x4=40
6x5=30	7x5=35	8x5=40	9x5=45	10x5=50
6x6=36	7x6=42	8x6=48	9x6=54	10x6=60
6x7=42	7x7=49	8x7=56	9x7=63	10x7=70
6x8=48	7x8=56	8x8=64	9x8=72	10x8=80
6x9=54	7x9=63	8x9=72	9x9=81	10x9=90
6x10=60	7x10=70	8x10=80	9x10=90	10x10=100

Fonte: Elaborado pelo autor - do jogo “O Retorno de Ignis”.

1.1.4 Fórmula resolutiva

A fórmula resolutiva da equação do 2º grau, possui raízes históricas milenares – desde os métodos geométricos babilônicos e euclidianos até a generalização aritmética de Brahmagupta, passando pelos trabalhos de Al-Khwarizmi e consolidando-se com Stevin e Descartes (BOYER 2010; CHAVES 2018).

Demonstração:

Partindo da forma geral da equação do segundo grau:

$$ax^2 + bx + c = 0 \text{ , com } a \neq 0$$

Isolando o termo independente da equação no segundo membro, temos:

$$ax^2 + bx = -c$$

Dividindo toda a equação por $a \neq 0$:

$$x^2 + \frac{b}{a}x = -\frac{c}{a}$$

Agora vamos aplicar o método completar quadrado, para transformar o primeiro membro em um trinômio quadrado perfeito, assim adicionaremos $\frac{b^2}{4a^2}$ em ambos os lados da equação.

$$x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{b^2}{4a^2} = -\frac{c}{a} + \frac{b^2}{4a^2}$$

Daí temos:

$$\left(x+\frac{b}{2a}\right)^2=\frac{b^2}{4a^2}-\frac{c}{a}=\frac{b^2-4ac}{4a^2}$$

Aplicando raiz quadrada em ambos os membros:

$$\sqrt{\left(x+\frac{b}{2a}\right)^2}=\sqrt{\frac{b^2-4ac}{4a^2}}$$

Assim:

$$x+\frac{b}{2a}=\frac{\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$$

Isolando o *x*:

$$x=-\frac{b}{2a}+\frac{\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$$

Organizando, finalmente temos a fórmula resolutiva para as equações do 2º grau:

$$x=\frac{-b\mp\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$$

Obs: b^2-4ac é chamado de discriminante da equação e é representado pela letra grega Delta (Δ), ou seja, a fórmula resolutiva também pode ser escrita como:

$$x=\frac{-b\mp\sqrt{\Delta}}{2a}$$

Relação do discriminante com as raízes/soluções da equação.

Se $\Delta>0$, a equação possui duas raízes reais e distintas.

Se $\Delta=0$, a equação possui duas raízes reais iguais ou duplas.

Se $\Delta<0$, a equação não possui raízes reais, as raízes são complexas.

Exemplo: $2x^2-5x-3=0$

A fórmula resolutiva é escrita em função dos coeficientes *a, b* e *c,* assim o primeiro passo para a resolução por esse método é identificar os coeficientes.

Comparando:

$ax^2+bx+c=0$ e $2x^2-5x-3=0$**,** temos que: $a=2$, $b=-5$ e $c=-3$**.**

Agora vamos encontrar o valor do descriminante.

$$\Delta=b^2-4ac$$

$$\Delta=(-5)^2-4\cdot 2\cdot(-3)$$

$$\Delta=25+24=49$$

Como o $\Delta = 49 > 0$, então já sabemos que a equação possui duas raízes reais distintas.

Substituindo na fórmula resolutiva temos:

$$x = \frac{-b \mp \sqrt{\Delta}}{2a}$$

$$x = \frac{-(-5) \mp \sqrt{49}}{2 \cdot 2}$$

$$x = \frac{5 \mp 7}{4}$$

$$x_1 = \frac{5+7}{4} \quad e \quad x_2 = \frac{5-7}{4}$$

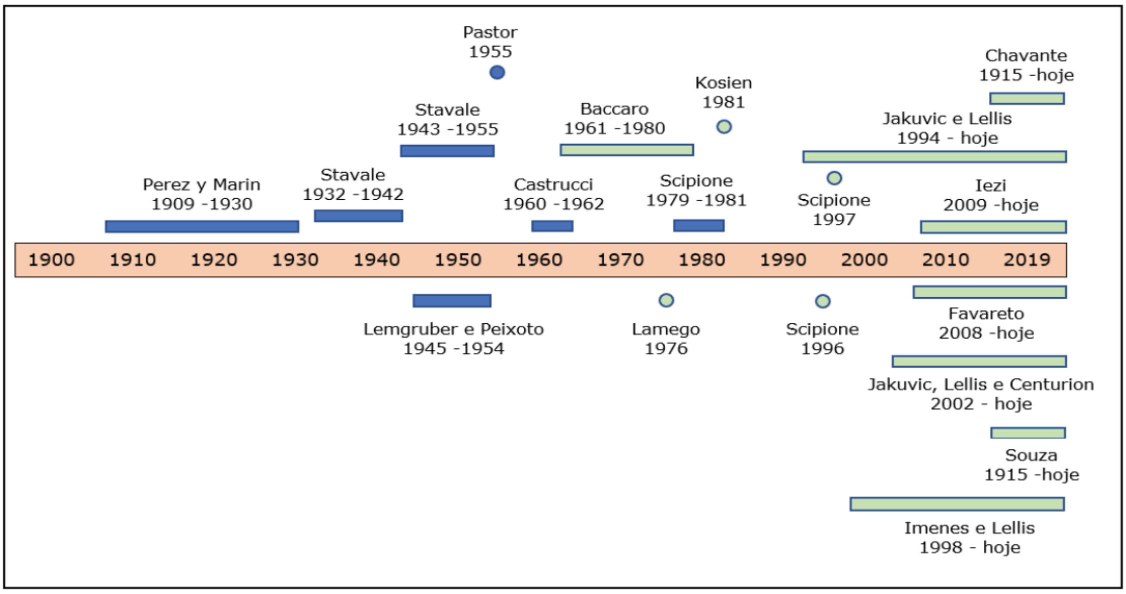
$$x_1 = \frac{12}{4} = 3 \quad e \quad x_2 = \frac{-2}{4} = -\frac{1}{2}$$

Portanto, as raízes da equação $2x^2 - 5x - 3 = 0$ são 3 e $-\frac{1}{2}$.

1.2 Por que fórmula de Bhaskara?

A expressão fórmula de Bhaskara aparece de forma recorrente em livros didáticos brasileiros ao longo do século XX e ganhou força a partir da segunda metade do século, muito provavelmente por tradição didática e influência editorial. Na Figura 6 temos uma linha do tempo de obras adotadas em âmbito nacional com referências a Bhaskara.

Figura 6 – Linha do tempo com as referências a Bhaskara



Fonte: Rocha, 2023

A manutenção do termo no contexto educacional brasileiro se explica, em parte, pela influência de manuais didáticos que difundiram a expressão sem discutir suas origens históricas. Miorim (1998) destaca que os livros didáticos possuem papel fundamental na cristalização de terminologias matemáticas, muitas vezes sem base histórica rigorosa.

Entretanto, diversos autores dentre eles Boyer (2010), apontam que essa nomenclatura não encontra respaldo histórico direto, já que sua abordagem era distinta da fórmula moderna, baseada em manipulações aritméticas e geométricas.

> O hábito de dar o nome de *Bhaskara* para a fórmula de resolução da equação do segundo grau se estabeleceu no Brasil por volta de 1960. Esse costume, aparentemente só brasileiro (não se encontra o nome de *Bhaskara* para essa fórmula na literatura internacional), não é adequado pois:
> Problemas que recaem numa equação do segundo grau já apareciam, há quase quatro mil anos atrás, em textos escritos pelos babilônios. Nesses textos o que se tinha era uma receita (escrita em prosa, sem uso de símbolos) que ensinava como proceder para determinar as raízes em exemplos concretos com coeficientes numéricos.
> [...]
> Até o fim do século 16 não se usava uma fórmula para obter as raízes de uma equação do segundo grau, simplesmente porque não se representavam por letras os coeficientes de uma equação. Isso começou a ser feito a partir de François Viète, matemático francês que viveu de 1540 a 1603.
> Logo, embora não se deva negar a importância e a riqueza da obra de *Bhaskara,* não é correto atribuir a ele a conhecida fórmula de resolução da equação do 2ª grau. (A FÓRMULA, 1999)

Apesar de haver um consenso entre diversos autores de como e em que período essa nomenclatura se difundiu, não há uma clareza sobre qual teria sido o primeiro material a cunhar o termo. Rocha (2023), em sua pesquisa, analisou cerca de noventa manuais didáticos, criando uma ordem cronológica de mais de cem anos, e destaca o manual de André Perez Y Marin, Elementos De Álgebra[1] de 1909 como hipótese de ter sido o precursor do termo no Brasil.

1.3 Como são apresentadas em livros didáticos

Neste tópico, analisaremos como as equações do 2º grau são apresentadas em alguns livros didáticos, bem como a forma que esse conteúdo é apresentado segundo a BNCC e os referenciais curriculares, principalmente no nono ano do ensino fundamental. Para delimitar o estudo, optou-se por analisar livros de matemática do

[1] Disponível em: https://app.uff.br/riuff/handle/1/538

nono do ensino fundamental, mais especificamente nos capítulos que tratam das equações do 2º grau.

Para a análise, em um primeiro momento foi feito um levantamento dos livros didáticos aprovados nos últimos três PNLD (programa nacional do livro e do material didático), onde foram encontrados 35 livros, sendo 11 do PNLD 2017, 11 do PNLD 2020 e 13 do PNLD 2024 (APÊNDICE B). Assim, optou-se pela seleção dez livros, considerando sua disponibilidade em formato PDF nos sites das editoras. As obras foram distribuídas de maneira equilibrada entre os anos definidos para o estudo, evitando a repetição de autores, editoras ou coleções.

Para sermos objetivo, os livros serão analisados a partir de cinco perguntas norteadoras: Quais são os métodos de resoluções contidos nos livros? Qual a ordem das resoluções apresentadas? Os livros trazem a fórmula resolutiva como fórmula de Bhaskara? Os livros apresentam uma contextualização histórica sobre as equações? Os livros trazem algum método de resolução utilizando como nome especifico "As Relações de Girard"?

O Quadro 1 apresenta os livros selecionados para a análise e quais os métodos de resolução das equações do 2º grau que cada um deles contempla.

Quadro 1 – Métodos de resoluções contidos nos livros

Obras		PNLD	Métodos de Resoluções			
			Fatoração	Completar Quadrados	Relações de Girard ou equivalente	Fórmula Resolutiva
1	Matemática - Bianchini	2017	não	sim	sim	sim
2	Praticando Matemática (Ed. Renovada)	2017	sim	sim	sim	sim
3	Matemática do Cotidiano	2017	sim	sim	não	sim
4	A Conquista Da Matemática	2020	não	sim	sim	sim
5	Araribá Mais - Matemática	2020	sim	sim	não	sim
6	Trilhas da Matemática	2020	sim	sim	sim	sim
7	Jornadas Novos caminhos Matemática	2024	sim	sim	sim	sim
8	Superação! Matemática	2024	sim	sim	sim	sim
9	Matemática e realidade	2024	não	sim	sim	sim
10	Teláris Essencial Matemática	2024	sim	sim	não	sim

Fonte: Elaboração própria

No Quadro 1, podemos observar que todos os livros analisados trazem os métodos de resoluções completar quadrados e a fórmula resolutiva, mas nem todos apresentam o método da fatoração a exemplos dos livros 1 ,4 e 9. O mesmo acontece com o método das relações de Girard ou equivalente, onde nos livros 3, 5 e 10 não foi encontrado nada especificamente sobre esse método.

Levando em consideração que, muitas vezes, a ordem em que um conteúdo aparece no livro didático influencia a sua aplicação em sala de aula, organizamos o Quadro 2, no qual foi feito um levantamento de como os métodos estão sequencialmente apresentados nos livros analisados.

Quadro 2 – Ordem das resoluções apresentadas

Obras		PNLD	Métodos de Resoluções			
			Fatoração	Completar Quadrados	Relações de Girard ou equivalente	Fórmula Resolutiva
1	Matemática - Bianchini	2017	não	1º	3º	2º
2	Praticando Matemática (Edição Renovada)	2017	1º	1º	3º	2º
3	Matemática do Cotidiano	2017	1º	1º	não	2º
4	A Conquista Da Matemática	2020	não	1º	3º	2º
5	Araribá Mais - Matemática	2020	1º	2º	não	3º
6	Trilhas da Matemática	2020	1º	1º	3º	2º
7	Jornadas Novos caminhos Matemática	2024	1º	2º	4º	3º
8	Superação! Matemática	2024	1º	2º	3º	3º
9	Matemática e realidade	2024	não	1º	3º	2º
10	Teláris Essencial Matemática	2024	1º	2º	não	3º

Fonte: Elaboração própria

No Quadro 2 é possível observar que, de maneira unanime, todos os livros analisados seguem a mesma sequência: primeiramente fatoração, depois completar quadrado - em alguns casos fatoração e completar quadrado estão juntos como apenas um único tópico - posteriormente a fórmula resolutiva e finalmente as relações de Girard ou equivalente, que quando aparece é sempre no último tópico e em conteúdo bem reduzido em relação aos demais.

O Quadro 3 foi organizado para responder as três perguntas restantes: se os livros analisados trazem a fórmula resolutiva como a denominação de fórmula de Bhaskara, se há aspectos histórico sobre as equações e se, em algum dos livros que trouxeram as relações de Girard como método de resolução para equações do 2º grau, o trouxeram com esse nome.

Quadro 3 – Últimas análises

Obras		PNLD	Perguntas		
			Fórmula Resolutiva X Bhaskara	Histórica	Girard
1	Matemática - Bianchini	2017	não	sim	sim
2	Praticando Matemática (Edição Renovada)	2017	não	sim	não
3	Matemática do Cotidiano	2017	sim	sim	não
4	A Conquista Da Matemática	2020	não	sim	não
5	Araribá Mais - Matemática	2020	sim	sim	não
6	Trilhas da Matemática	2020	não	sim	não
7	Jornadas Novos caminhos Matemática	2024	não	sim	não
8	Superação! Matemática	2024	não	sim	não
9	Matemática e realidade	2024	sim	não	não
10	Teláris Essencial Matemática	2024	não	sim	não

Fonte: Elaboração própria

A partir da análise do Quadro 3, temos que das dez obras analisadas, três delas (3, 5 e 9) trazem a fórmula resolutiva como fórmula de Bhaskara, algumas obras destacam que essa nomenclatura é do Brasil e uma delas apresenta um pequeno histórico de como essa nomenclatura pode ter sido difundida.

Em relação a parte histórica apenas uma das obras (9) analisadas não apresenta nenhuma informação histórica. A obra (1) traz como fonte histórica os babilônios, e por ser a única obra que traz as relações de Girard, ela apresenta um pouco da história de Albert Girard.

Já a obra (2) é a que mais apresenta aspectos históricos. Ela traz uma breve biografia de François Viète, cita os babilônios como uma das civilizações antigas que utilizavam técnicas para resolução de equações, e menciona Al-Khwarizmi como representante árabe e como inspiração para o nome álgebra. Além disso, apresenta uma breve biografia de Leonhard Euler e suas contribuições, bem como um texto histórico que cita Fra Luca Pacioli, Niccolo Fontana (Tartaglia) e Geronimo Cardano.

Na obra (3), são apresentados os babilônios e a Grécia antiga, com destaque para Euclides, como fatores históricos. Além disso, a obra traz brevemente os métodos de resolução de Al-Khwarizmi, acompanhados de um exemplo ilustrativo. Já a obra (4) traz uma breve biografia de Galileu Galilei, citado para contextualizar um exemplo. Também menciona textos babilônicos sobre equações do 2º grau, escritos há cerca de 4000 anos, além de destacar o matemático árabe Al-Khwarizmi e o matemático hindu Bhaskara.

Na obra (5), encontra-se uma breve biografia de Al-Khowarizmi e de Bhaskara, com referência à sua obra *Lilavati.* A Obra (6) cita brevemente Bhaskara e seu livro, além de exemplificar um método de resolução para equações do 2° grau. Também aborda a destruição da biblioteca de Alexandria e a construção da casa da sabedoria, que recebeu contribuição de diversos matemáticos, entre eles Al-Khwarizmi.

Já a obra (7) menciona rapidamente os povos árabes, hindus e babilônios, trazendo Galileu Galileu e Al-Khowarizmi para contextualizar exercícios. A obra (8), diferentemente de todas as outras, propõe a busca pelo conhecimento histórico, solicitando aos estudantes, como atividade, pesquisas sobre Al-Khwarizmi e Luca Pacioli.

Por fim, a obra (10) apresenta um texto introdutório sobre as diversas civilizações que contribuíram para a construção do conhecimento matemático, com ênfase nos babilônios, além de uma breve biografia de Bhaskara e a explicação sobre a origem da nomenclatura “fórmula de Bhaskara”.

Diversos autores, entre eles Rocha (2023) e Miorim (1998), destacam sobre o papel importante dos livros didáticos em relação aos conteúdos mais enfatizados e às nomenclaturas adotadas na educação escolar básica.

Nesse sentido, a partir da análise dos livros selecionados, é possível perceber que muitos dos novos autores deixaram de utilizar a nomenclatura Bhaskara para se referir a fórmula resolutiva do 2º grau, o que sugere que, futuramente essa denominação, ainda que de forma lenta, deixe de ser vinculada à fórmula.

Em relação ao método das relações de Girard, a análise sugere que ele continuará sendo o menos conhecido e utilizado, uma vez que nem todos os livros abordam esse método e, quando o fazem, é de maneira reduzida, superficial e sempre ao final dos capítulos.

CAPÍTULO II – JOGOS DIGITAIS PARA O ENSINO E APRENDIZAGEM DE MATEMÁTICA

2.1 Os jogos no ensino e aprendizagem de Matemática

Os jogos sempre fizeram parte da cultura humana, sendo considerados ainda mais antigo, uma vez que, segundo Huizinga (2004), os animais não esperaram os seres humanos para se iniciar na atividade lúdica. Mas, afinal o que é o jogo? Apesar da sua antiguidade, ainda há certa dificuldade na literatura em defini-lo, pois, segundo os estudiosos, o jogo faz parte da cultura e ao mesmo tempo gera a cultura. Após estudar as características dos mais diversos tipos de jogos, Huizinga (2004, p. 3) o definiu da seguinte forma:

> [...] o jogo é uma atividade ou ocupação voluntária, exercida dentro de certos limites de tempo e de espaço, segundo regras livremente consentidas, mas absolutamente obrigatória, dotado de um fim em si mesmo, acompanhado de um sentimento de tensão e alegria de uma consciência de ser diferente da 'vida quotidiana'.

Outro pesquisador que aprofundou estudos a fim de buscar uma definição para o que é o jogo foi Caillois (1990). Assim como Huizinga (2004), ele se pautou nas características do jogo em busca de uma definição, ao mesmo tempo em que procurava meios de refutar algumas das concepções existentes. Para Caillois, o jogo é uma atividade:

> 1.— livre: uma vez que, se o jogador fosse a ela obrigado, o jogo perderia de imediato a sua natureza de diversão atraente e alegre;
> 2.— delimitada: circunscrita a limites de espaço e de tempo, rigorosa e previamente estabelecidos;
> 3.— incerta: já que o seu desenrolar não pode ser determinado nem o resultado obtido previamente, e já que é obrigatoriamente deixada à iniciativa do jogador uma certa liberdade na necessidade de inventar;
> 4.— improdutiva: porque não gera nem bens, nem riqueza nem elementos novos de espécie alguma; e, salvo alteração de propriedade no interior do círculo dos jogadores, conduz a uma situação idêntica à do início da partida;
> 5.— regulamentada: sujeita a convenções que suspendem as leis normais e que instauram momentaneamente uma legislação nova, a única que conta;
> 6.— fictícia: acompanhada de uma consciência específica de uma realidade outra, ou franca irrealidade em relação à vida normal (CAILLOIS, 1990, p. 29-30).

Em relação a definição de Caillois (1990), chamamos atenção para o item quatro, no qual o autor classifica o jogo como improdutivo, pois, segundo ele, não gera nem bens nem elementos novos de espécie alguma e, ainda, conduz a uma situação idêntica à do início da partida, o que vai de encontro com a proposta desta pesquisa, uma vez que pretendemos utilizar os jogos para o ensino e aprendizagem de Matemática, em especial no desenvolvimento do cálculo mental.

Na perspectiva do ensino e aprendizagem de Matemática por meio do uso de jogos, os PCN’s (1998) e, posteriormente a BNCC (2018) enfatizam que os jogos constituem uma forma atraente de propor problemas, permitindo que sejam apresentados de modo motivador, favorecendo a criatividade na elaboração de estratégias de resolução, além da busca por soluções. Além disso, propiciam a simulação de situações-problemas que exigem soluções práticas e imediatas, estimulando o planejamento das ações.

Além disso, Grando (2000) e Ratinho (2023) complementam que a inclusão do jogo no contexto do ensino e aprendizagem de Matemática representa uma atividade lúdica, pois envolve o desejo e o interesse do jogador pela própria ação do jogo. A competição e o desafio motivam o estudante a conhecer seus limites e possibilidades, ao mesmo tempo em que busca na vitória, uma forma de superação, adquirindo coragem e confiança para se arriscar.

Contudo a autora adverte e Pinto (2019) corrobora que, ao se pensar em inserir os jogos no processo de ensino e aprendizagem da Matemática ou não, deve-se ficar atento, pois existem vantagens e desvantagens que devem ser levadas em consideração pelo educador na elaboração de seu trabalho pedagógico.

Dentre as vantagens destacam-se a significação para conceitos aparentemente incompreensíveis, ou seja, conceitos antes desconexos passam a ter sentido; o relacionamento entre diversas disciplinas (interdisciplinaridade); o aluno constrói o seu próprio conhecimento através de participação ativa exigida no jogo, além de facilitar a socialização e trabalho em equipe.

Em relação as desvantagens, é destacado que quando os jogos são mal utilizados, corre-se o risco de eles assumirem funções puramente aleatórias, perdendo os seus objetivos em sala de aula, além de correr o risco dos alunos se sentirem motivados apenas pelo jogo, sem saber por que jogam.

Assim, quando o professor propõe a inserção do jogo no processo de ensino e aprendizagem, este deve assumir essa opção metodológica a partir de um plano de ensino que possa dar sustentação a sua escolha.

2.2 TICs: definição e utilização educacional

As tecnologias sempre estiveram presentes na humanidade, andando lado a lado com a evolução humana, transformando sociedades ao mesmo tempo em que era transformada por elas. Técnicas como manipulação de pedra para criação de utensílios e ferramentas, e o domínio do fogo se constituíram como fundamentais no desenvolvimento da espécie humana a milhares de anos (SGARBI, et al., 2018).

A palavra tecnologia é descrita por Lopes *et al*. (2014), como sendo desde os objetos pré-históricos, como o fogo e a roda, até objetos modernos, como os dispositivos móveis digitais. A linguagem também é uma tecnologia segundo Leite (2015), nesse sentido podemos compreender como tecnologia dentre outras invenções, o lápis, o papel e a caneta.

Durante muito tempo o computador era a primeira coisa que vinha a mente quando se falava em Tecnologia da Informação (TI). Posteriormente, com o surgimento e a disseminação de novos componentes digitais e periféricos, passou-se a utilizar o termo Novas Tecnologias de Informação (NTI). Mais adiante, consolidou-se a expressão Tecnologias da Informação e Comunicação (TIC) e, mais recentemente, o conceito de Tecnologias Digitais da Informação e Comunicação (TDIC). Contudo, com a velocidade das inovações, essas terminologias podem mudar a qualquer momento, uma vez que, o que é novo hoje, amanhã pode ser visto como obsoleto.

No entanto, o que vem ser as TDIC? Kenski (2009) argumenta que, “(TDIC) refere-se às tecnologias digitais conectadas a uma rede”. Valente (2013) vai além, para ele as TDICs são a convergências de várias tecnologias digitais tais como imagens, vídeos, software, aplicativos, consoles, jogos digitais, dentre outros que se unem para formarem novas tecnologias.

Em relação as tecnologias e a sua afinidade com a matemática, em especial na educação, D’Ambrosio (2005) argumenta que o desenvolvimento do conhecimento matemático não pode ser dissociado da tecnologia disponível, pois, segundo o autor “ao longo da evolução da humanidade, Matemática e tecnologia se desenvolveram em íntima associação, numa relação que poderíamos dizer simbiótica” (D’AMBROSIO, 2005, 11.).

Partindo da perspectiva quanto ao uso compartilhado das TICDs e dos jogos como recursos para o desenvolvimento do conhecimento matemático, e buscando uma melhora para processo de ensino e aprendizagem, o professor pode utilizar a combinação de diversas metodologias, ampliando o alcance do ensino, uma vez que esse se dá de diferentes aspectos. Além disso, Lealdino (2014) argumenta que, mesmo que o professor possa ensinar todo o conteúdo utilizando um tipo específico de metodologia, dificilmente ele esgotará todas as possibilidades de realizar o processo de ensino e aprendizagem. Por isso, a importância da combinação diferentes tendências, expandindo o alcance e aumentando as possibilidades de sucesso, o jogo digital é fruto de uma dessas articulações.

2.3 Os jogos digitais no ensino e aprendizagem de Matemática

Os jogos digitais surgiram a mais de meio século. Alguns historiadores consideram o jogo criado por Alexander S. Douglas, em 1952, como sendo o primeiro jogo digital, enquanto outros apontam o jogo desenvolvido por Wily Higinbothan, em 1958. Contudo, apesar de terem sido concebidos nessa época, apenas quase duas décadas depois eles se expandiram, impulsionados pela evolução tecnológica na década de 1970.

Na perspectiva educativa, não existe uma visão homogênea quanto aos benefícios dos jogos digitais educacionais. Em uma pesquisa rápida pela internet, é possível encontrar diversos conteúdos que relacionam jogos violentos a comportamentos agressivos, ideia rebatida por diversos autores, entre eles Alves (2005), que em sua pesquisa de doutorado investigou justamente esse tema.

Apesar da ausência de consenso, há algum tempo diversos pesquisadores vêm se dedicando a esse campo, amparados nos benefícios amplamente reconhecidos dos jogos tradicionais, posteriormente estendidos às tecnologias digitais e às pesquisas científicas específicas. Alves (2008) destaca que um dos primeiros trabalhos foi o de Greenfield (1988), que destacava o desenvolvimento do raciocínio na era da eletrônica, abordando, entre outros aspectos, os videogames. Segundo Alves, “a partir desse período, os investigadores da Europa e Estados Unidos começam a divulgar resultados de pesquisas em torno da relação jogos eletrônicos e aprendizagem” (ALVES, 2008, p. 3).

Na perspectiva do ensino e aprendizagem da Matemática não é diferente. Rosa (2004) já destacava os jogos digitais como reveladores e desencadeadores de conceitos matemáticos, podendo ser introduzidos na sala de aula, pois auxiliam no desenvolvimento da criatividade, do senso crítico e da imaginação dos alunos. Essa ideia é compartilhada por diversos autores dentre eles Oliveira (2023), Teodosio (2023) e Cruz (2025).

Além disso, a aprendizagem proporcionada pelos jogos digitais, tem gerado grande impacto na forma como as crianças aprendem, uma vez que, mesmo antes de andarem ou falarem, já tem contado com algum jogo digital por meio de aparelhos tecnológicos, desenvolvendo desde cedo a afinidade com o universo digital.

CAPÍTULO III PRODUTO EDUCACIONAL

Neste capítulo apresentaremos o produto educacional e as etapas do seu desenvolvimento.

3.1 O Retorno de Ignis

O produto educacional é um jogo digital denominado “O Retorno de Ignis”.

Na Figura 7, apresentamos algumas das primeiras telas iniciais do jogo. Nelas, o jogador pode optar por começar uma nova partida ou, se caso já tenha jogado anteriormente, continuar de onde parou. (obs: por se tratar de um jogo curto e com propósito de torná-lo mais desafiador, é possível salvar o progresso apenas em um momento específico).

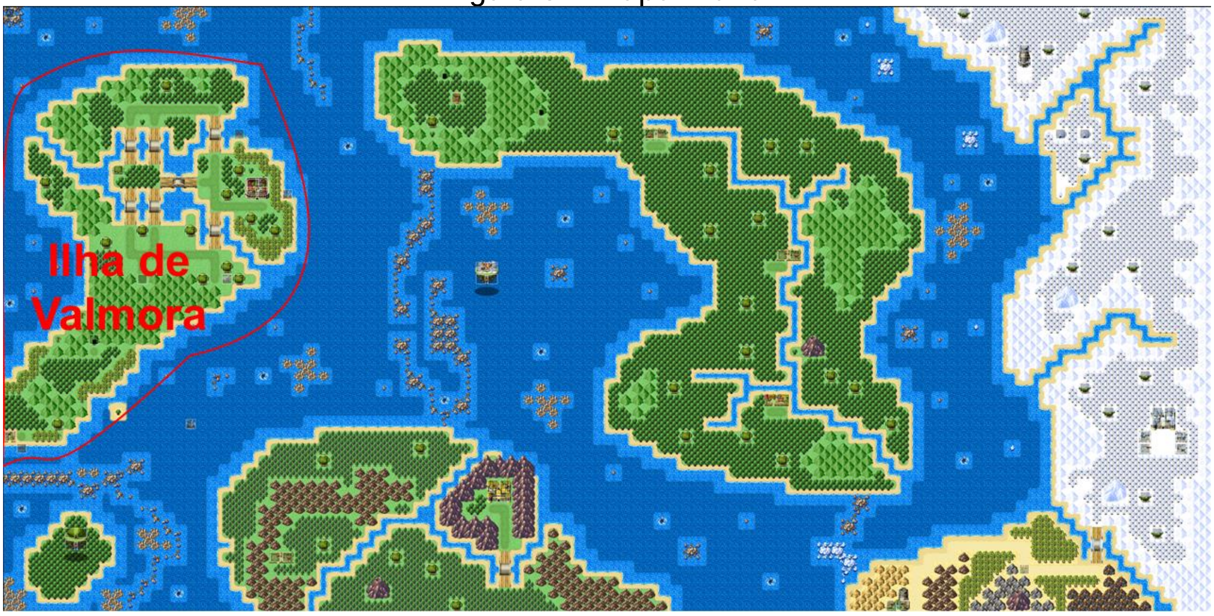
Figura 7 – Telas de Início

Fonte: Elaborado pelo autor – do jogo “O Retorno de Ignis”.

Como o objetivo de proporcionar uma experiência personalizada, observa-se na Figura 7 que o jogador tem a opção de escolher o nome e o gênero do personagem. Como o jogo foi projetado de modo que um simples erro resulte em *gamer over,* foi adicionado a possibilidade de pular o vídeo de introdução, que tem aproximadamente 01m39s.

O jogo apesar de ter um mapa-múndi amplo, como ilustrado na Figura 8, todo o enredo se desenvolve em apenas uma de suas ilhas: a "Ilha de Valmora" destacada na imagem.

Figura 8 – Mapa-múndi



Fonte: Elaborado pelo autor - do jogo "O Retorno de Ignis".

O jogo foi inicialmente concebido para ocorrer em um ambiente mais amplo. Contudo, devido a questões que serão discutidas no próximo tópico – Etapas do Desenvolvimento - decidiu-se limitar o enredo a apenas uma ilha. Surge então a pergunta: é possível ter acesso às outras ilhas? Essa pergunta é respondida em um dos anexos desse trabalho.

O vídeo de introdução foi incluído com o intuito de proporcionar a ambientação e imersão do jogador no universo do jogo. O texto apresentado no Quadro 4 corresponde às legendas desse vídeo de introdução.

Quadro 4 – Legendas da introdução do jogo

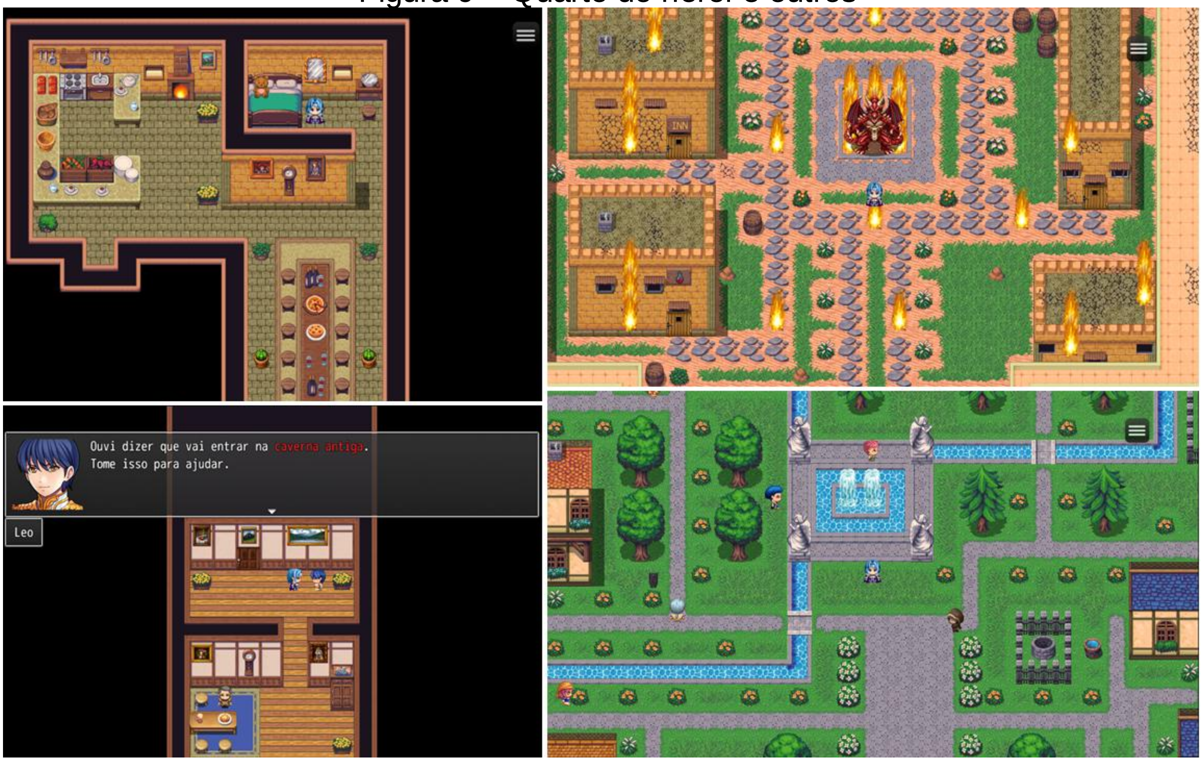
Milênios se passaram desde que a sombra de Ignis, o **Dragão Escarlate**, escureceu os céus. Sua fúria, capaz de incinerar reinos inteiros, só foi contida pela bravura de **cinco guerreiros lendários**, que uniram suas forças para banir a besta para um sono profundo.

A vitória deles ecoou através das eras, tornando-se a base de incontáveis lendas e garantindo um período de paz e prosperidade.
Mas o tempo, implacável, desgasta até mesmo as mais poderosas magias.
Um tremor sutil começou a percorrer a terra, um calor insuportável emanando das profundezas.
Os sussurros se tornaram gritos de pânico quando Ignis, libertado de seu aprisionamento milenar, despertou.
Suas escamas, mais brilhantes e aterrorizantes do que nunca, refletem a sede de vingança que arde em seu coração.
O mundo, outrora adormecido na segurança das lendas, agora enfrenta uma ameaça que pensava estar esquecida.
Cidades caem sob suas chamas, e a esperança se esvai à medida que a sombra do dragão se espalha.
É nesse cenário de desespero que surge um novo herói, um campeão cujo destino é confrontar o terror ancestral.
Você é a última esperança do reino, o único capaz de empunhar a lâmina contra a fúria de Ignis e, mais uma vez, salvar o mundo da aniquilação.
A jornada será longa e perigosa, mas o destino de todos repousa em suas mãos.
Você está pronto para enfrentar o despertar do **Dragão Escarlate**?

Fonte: Elaborado pelo autor - do jogo "O Retorno de Ignis".

O início do jogo se dá com o personagem ao lado de sua cama, como é ilustrado em um dos quadros da Figura 9. Nesse momento, nenhuma informação adicional sobre itens, objetivos ou mecânicas é fornecida. Ou seja, de forma intencional, não há um tutorial inicial como ocorre em muitos jogos atuais. O objetivo é que o jogador adquira esses conhecimentos e informações por meio da investigação.

Figura 9 – Quarto do herói e outros



Fonte: Elaborado pelo autor - do jogo "O Retorno de Ignis".

A Figura 9, além de mostrar o local de início do jogador, apresenta também sua cidade natal, *Lunivera,* em chamas, com Ignis ao centro. Nela, é possível observar os habitantes vivendo tranquilamente na cidade de *Zaraviel,* bem como o diálogo com um morador dessa cidade, que entrega ao jogador um item para auxiliá-lo em sua jornada.

Na Figura 10, vemos a biblioteca, onde a npc Lisa se apresenta como responsável pelo espaço. É ela quem fornece diversas informações ao jogador sobre sua jornada, as relíquias necessárias para derrotar Ignis e o caminho a seguir para obtê-las.

Figura 10 – Biblioteca

Fonte: Elaborado pelo autor - do jogo “O Retorno de Ignis”.

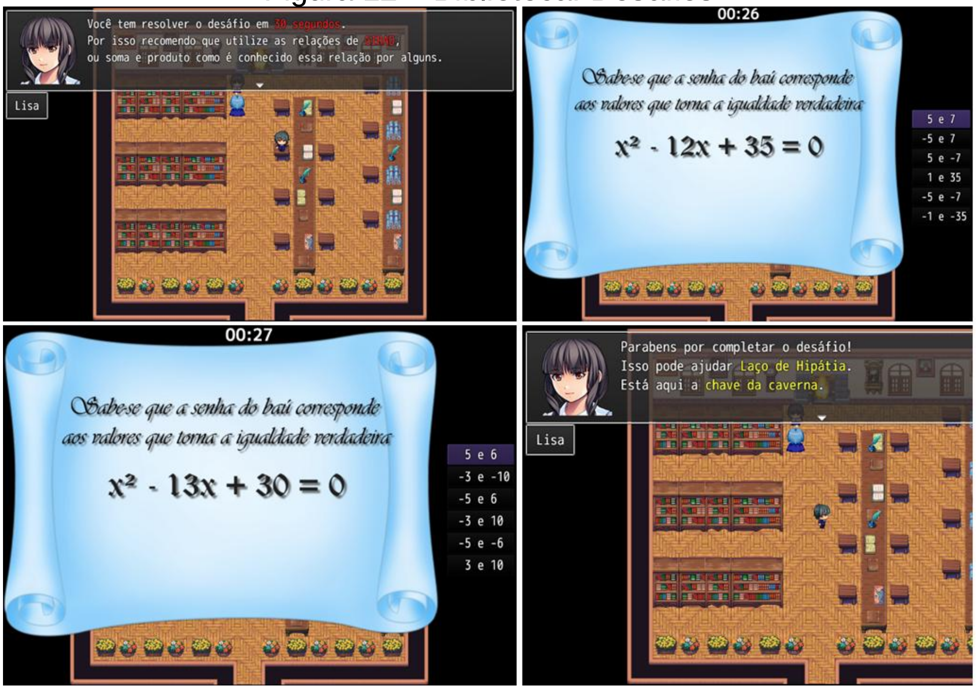
Na biblioteca é possível obter diversas informações. Na Figura 11, temos quatro exemplos que foram organizados de modo que, mesmo que o jogador não tenha familiaridade com as relações de Girard, ainda assim consiga compreendê-las (obs. o exemplo apresentado na Figura 5 foi retirado dessa parte do jogo).

Figura 11 – Biblioteca: exemplos

Fonte: Elaborado pelo autor - do jogo “O Retorno de Ignis”.

Após a apresentação dos exemplos, chega o momento de testar os conhecimentos. Na Figura 12, temos um desafio preparado de maneira similar aos que aguardam o jogador no decorrer da sua jornada. Só é possível avançar na história quando o desafio é completado. Nesse momento, o jogador ganha umas das relíquias o "laço de Hipátia", essencial para derrotar Ignis, além de obter a "chave da caverna", que libera o jogador para adentrar na caverna antiga selada há milhares de anos.

Figura 12 – Biblioteca: Desafios



Fonte: Elaborado pelo autor - do jogo "O Retorno de Ignis".

Antes de adentrar na caverna antiga, este é o único momento em que é possível para o jogador salvar o seu progresso no jogo.

Figura 13 – Caverna antiga

Fonte: Elaborado pelo autor - do jogo "O Retorno de Ignis".

Na Figura 13, temos a caverna antiga, cenário dos momentos mais difíceis do jogo, mas também o local onde é possível coletar o maior número de recompensas.

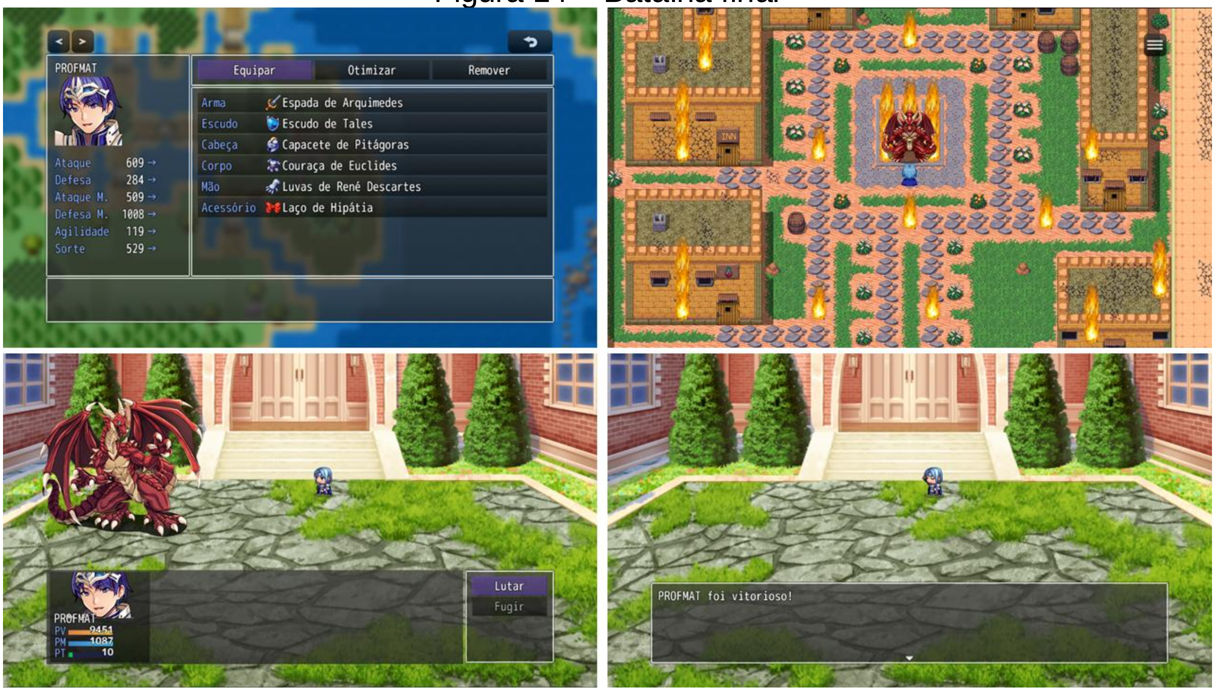
A caverna é formada por caminhos longos e quatro salas, além de um guardião na saída. Em cada uma das quatro salas há um baú trancado por uma senha, que corresponde às soluções de uma equação do 2º grau exibida em uma figura. O jogador deve responder em, no máximo, 30 segundos. Esse desafio é semelhante ao da biblioteca, mas com uma diferença: o cronômetro representa o tempo que falta para a bomba atrelada a fechadura do baú explodir. Se o tempo acabar ou se a resposta for errada, ocorre o **GAMER OVER**.

Quando o jogador consegue responder todas as perguntas corretamente, ele é recompensado com relíquias “Espada de Arquimedes”, “Escudo de Tales”, “Capacete de Pitágoras” e “Couraça de Euclides, ” itens essenciais para enfrentar Ignis.

Na saída, o guardião da caverna o aguarda e, ao derrotá-lo o jogador obtém a sexta e última relíquia as “Luvas de René Descartes”. Assim, finalmente está pronto para a batalha final.

A Figura 14, mostra o jogador equipado com todas as relíquias e pronto para a batalha final.

Figura 14 – Batalha final



Fonte: Elaborado pelo autor - do jogo “O Retorno de Ignis”.

Temos também na Figura 14, o momento mais esperado da história: o confronto final do herói com Ignis, que o aguardava na praça central da cidade de

Lunivera, consumida pelas chamas. A imagem mostra ainda o momento da batalha e o final em que o herói está aliviado, pois finalmente foi vitorioso.

Figura 15 – Telas de encerramento

Fonte: Elaborado pelo autor - do jogo "O Retorno de Ignis".

Uma vez que Ignis é derrotado, temos o encerramento da história. A Figura 15 mostra a cidade de *Lunivera* restaurada, com todos os habitantes festejando e felizes. O texto do Quadro 5 é mostrado e, por fim, o jogador ganha o título de HERÓI DO DRAGÃO e o jogo termina.

Quadro 5 – Texto de encerramento

Com a derrota de Ignis, as trevas que novamente haviam assolado o mundo começaram a recuar. Com as Relíquias restauradas, e um novo herói nome, todos retornaram às suas terras natais. As cidades foram reconstruídas, os santuários reerguidos, e canções antigas voltaram a ser cantadas nas praças ao cair da noite E assim, o mundo renasceu e a paz reinou...

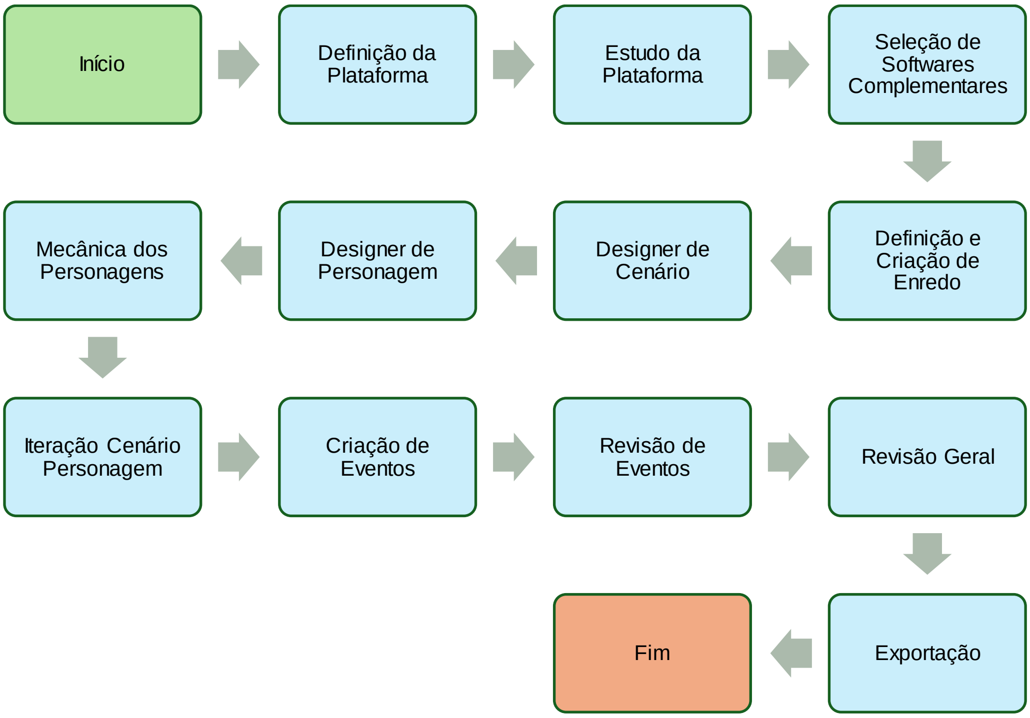
Fonte: Elaborado pelo autor - do jogo "O Retorno de Ignis".

3.2 ETAPAS DO DESENVOLVIMENTO DO PRODUTO EDUCACIONAL

Neste tópico apresentaremos as etapas do desenvolvimento do produto educacional.

A Figura 16, foi organizada com intuito de mostrar detalhadamente o caminho percorrido pelo pesquisador no desenvolvimento do produto educacional.

Figura 16 – Etapas do Desenvolvimento do Produto Educacional



Fonte: Elaboração própria

Buscando uma melhor organização, cada umas das etapas são mostradas como subtópicos.

3.2.1 Início: Escolha do gênero

Dentre os vários gêneros existentes nos jogos digitais, o escolhido foi o RPG, por possibilitar a construção de um enredo mais diversificado. Nesse formato, é possível partir de uma tela em branco desenvolver um enredo cheio de missões em um universo com personagens fictícios, limitado apenas pela imaginação do desenvolvedor.

A sigla RPG refere-se as palavras inglesas *Role-Playing Game,* que significa “jogo de interpretação de papéis” ou “jogo de representação”. O *Role-Playing Game* surgiu nos Estados Unidos no início da década de 1970 tendo como precursor o norte americano Gary Gygax, sendo esse também o criador do RPG mais famoso do mundo *Dungeons & Dragons* (D&D).

O *Role-Playing Game (RPG)* também foi o gênero escolhido pelo japonês Hironobu Sakaguchi para o desenvolvimento da famosa franquia de jogos Final Fantasy (Figura 17). O primeiro jogo foi lançado em 1987 e, atualmente, a série conta com mais de dezesseis lançamentos e diversos prêmios conquistados.

Figura 17 – Final Fantasy I

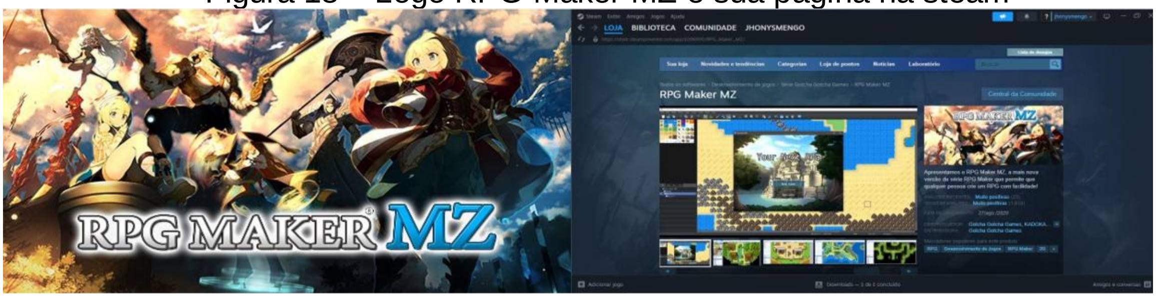
Fonte: finalfantasy.fandom[2]

3.2.2 Definição da plataforma

Uma vez definido o gênero, iniciou-se a busca por uma plataforma que pudesse atender as necessidades do projeto. Ela deveria ser capaz de implementar o gênero escolhido, possuir arquitetura simples para utilização, ser gratuita ou de baixo custo e permitir a distribuição para as plataformas especificas.

Após diversos testes em diferentes opções, foi escolhido o RPG Maker MZ (Figura 18) para implementação do projeto. O software foi desenvolvido pela empresa Gotcha Gotcha Games Inc. e esta versão específica foi lançada em 2020. Apesar de existir outras versões, ela foi escolhida por possuir recursos adicionais que facilitaria a implementação e distribuição do projeto.

Figura 18 – Logo RPG Maker MZ e sua página na steam



Fonte: Plataforma Steam[3]

[2] Fonte: https://finalfantasy.fandom.com/pt-br/wiki/Final_Fantasy

[3] Fonte: https://store.steampowered.com/app/1096900/RPG_Maker_MZ/

O software foi adquirido através da plataforma steam. Inicialmente, utilizou-se a versão de teste e, após esse período, ele foi comprado pelo pesquisador. Existem outros meios de aquisição ou algumas versões gratuitas, mas por questões que será discutida em outro momento fez-se a opção pela compra. Destacamos ainda que a plataforma conta com um banco de dados completo com diversas músicas, sons e imagens com direitos autorais autorizados para a utilização comercial ou não. Assim, o pesquisador não precisa se preocupar com possíveis violações de direitos autorais.

3.2.3 Estudo da plataforma

Definido a plataforma, iniciou-se o período de familiarização com o software. Apesar de já se ter ocorrido um primeiro contato na fase anterior, houve a necessidade de aprofundamento sobre as suas mecânicas. Esse estudo ocorreu principalmente através da imersão no RPG Maker MZ, através de acertos e erros e, com o auxílio de cursos, vídeos tutoriais no youtube e fóruns nacionais e internacionais. Esse estudo perdurou durante todas as etapas da elaboração do produto educacional.

3.2.4 Seleção de softwares complementares

Apesar do RPG Maker MZ ser um programa bem completo, para o desenvolvimento do produto educacional foram necessários softwares complementares, principalmente para o tratamento de imagens, áudio e vídeo. Entre os mais utilizados destacam-se o PowerPoint e o Adobe Photoshop, além de outros softwares online e assistentes de IA.

3.2.5 Definição e criação de Enredo

O enredo é o conjunto dos fatos de uma história, em torno dele se desenvolve todos os acontecimentos de uma história (Fernandes 2025). Para a definição da história estabeleceu-se inicialmente um caminho a ser seguido pelo jogador, com início, meio e fim. Esse caminho foi considerado pelo pesquisador como se fosse o tronco central de uma árvore, a partir do qual todo o enredo foi estruturado. Após várias tentativas, foi possível definir o conjunto de fatos da história, que, para não ficar repetitivo, é descrito na apresentação do jogo.

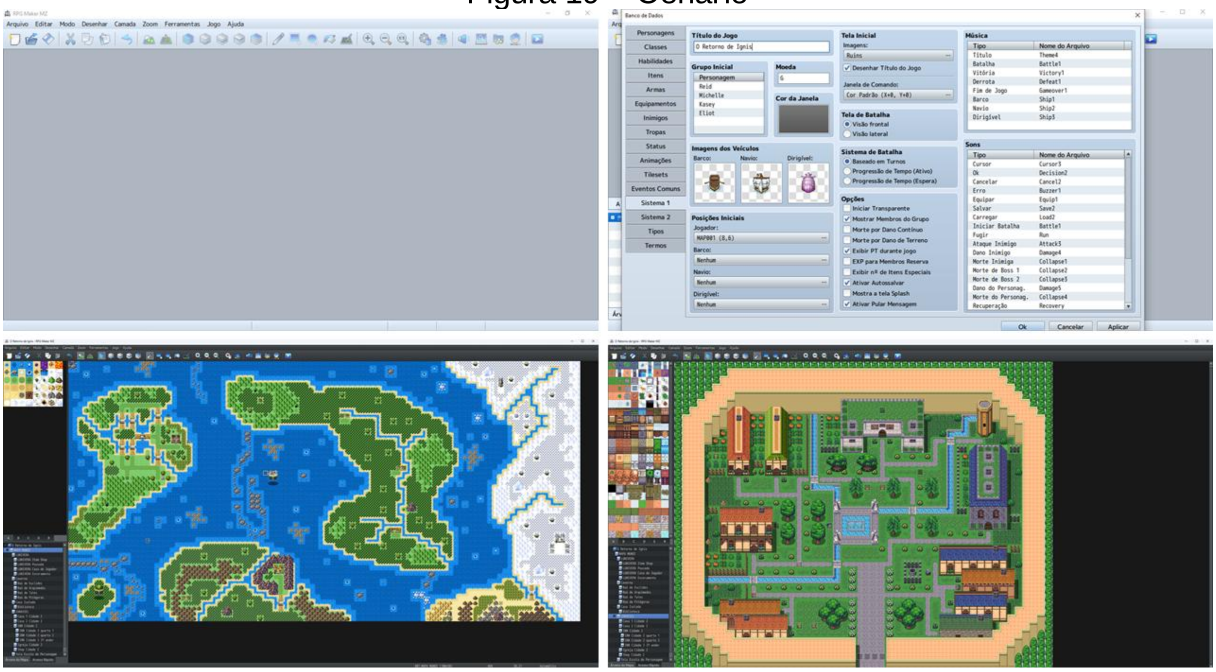
A medida que o desenvolvimento do produto educacional avançava, o enredo precisou ser adaptado e readaptado por diversos motivos, entre os quais podemos destacar a limitação do software, restrições de tempo, conhecimento por parte do pesquisador e outras situações.

3.2.6 Designer de cenário

Uma vez definido a plataforma e o enredo, chegou a hora de transformar a imaginação em algo concreto, na Figura 19 temos algumas etapas do projeto. Ao abrir o software RPG Maker MZ, aparece uma tela completamente vazia, a partir da qual, vamos aos poucos construindo todos os cenários necessários para o enredo.

O primeiro cenário definido/construído/adaptado foi o mapa-múndi. A partir dele foram desenvolvidos os ambientes principais: as cidades de *Lunivera* e *Zaraviel*, a biblioteca e a caverna, respectivamente.

Figura 19 – Cenário

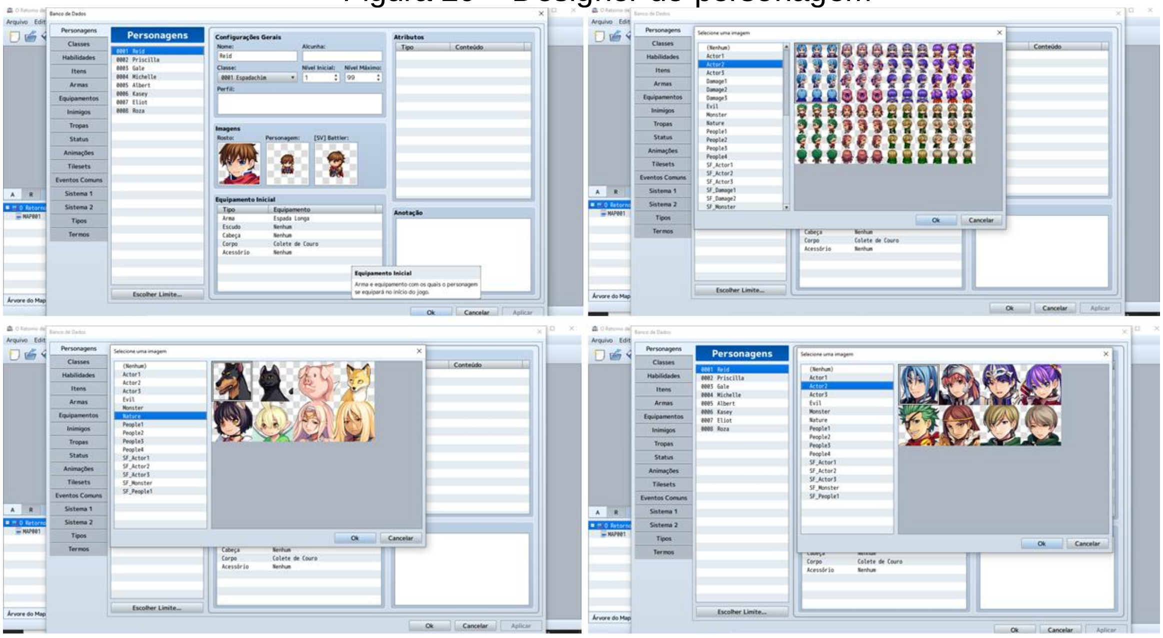


Fonte: Elaboração própria

3.2.7 Designer de personagem

Os personagens foram sendo desenvolvidos/criados a partir do desenrolar do enredo. Assim como a narrativa precisou ser adaptada e readaptada, os personagens seguiram a mesma lógica: foram adicionados, removidos ou modificados respeitando sempre a sequência lógica e necessária da história.

Figura 20 – Designer de personagem



Fonte: Elaboração própria

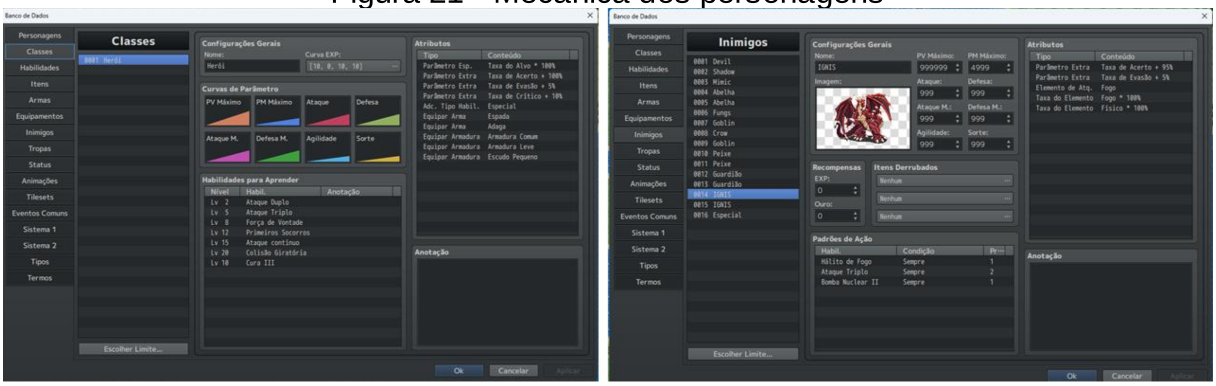
Na Figura 20, temos a página do banco de dados dos personagens do RPG Maker MZ que foi utilizada no desenvolvimento dos personagens e dos NPCs passivos e agressivos do produto educacional.

3.2.8 Mecânica dos personagens

Definidos os personagens e os NPCs, e por se tratar de um jogo de RPG, houve a necessidade de configurar suas mecânicas. Embora já viessem pré-configurados, as configurações originais não atendiam as necessidades do projeto em desenvolvimento.

Na Figura 21, temos exemplos de mecânicas disponíveis para configuração como PV, PM, ataque, defesa, ataque M., defesa M., agilidade e sorte.

Figura 21 - Mecânica dos personagens



Fonte: Elaboração própria

A Figura 21 apresenta as configurações do terrível Ignis, o dragão escarlate. Nesse momento também são definidas as relíquias e todos os itens e magias que fazem parte do enredo do produto educacional.

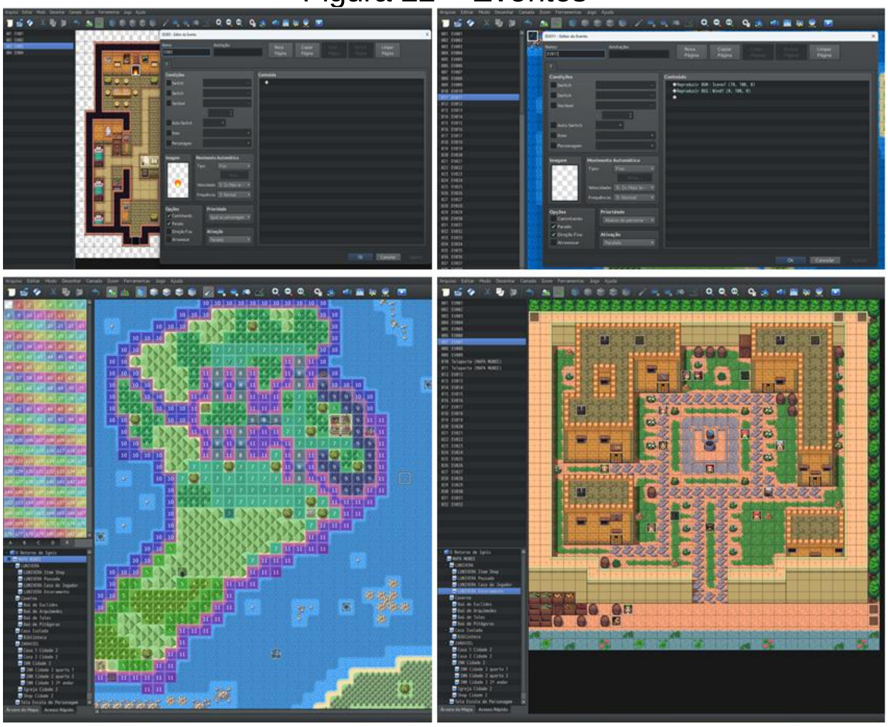
3.2.9 Iteração Cenário personagem

Nessa etapa, os personagens e NPCs foram adicionados aos cenários e tiveram seus movimentos e rotas definidos, de maneira a não causar qualquer erro/bug no decorrer do jogo. A inserção é realizada por meio de eventos.

3.2.10 Criação de eventos

A criação de eventos é a parte mais importante da elaboração de qualquer projeto na plataforma do RPG Maker MZ. Para a elaboração do produto educacional foi a parte mais trabalhosa e a que demandou mais tempo para ser finalizada, pois houve a necessidade de criar mais de 500 eventos.

Figura 22 – Eventos



Fonte: Elaboração própria

Na Figura 22 temos alguns exemplos de eventos, desde a adição de uma simples tocha, de som ambiente, batalhas aleatórias, de NPCs, teleporte, até a complexa configuração de um baú com uma bomba na fechadura. Todos esses elementos são feitos por meio de eventos. Essa foi a etapa que demandou a busca constante de informações sobre as mecânicas da plataforma RPG Maker MZ.

3.2.11 Revisão de eventos

Uma vez finalizada a implantação dos eventos, houve a necessidade de revisar todos eles, primeiramente de forma individual e, posteriormente, em grupos, de modo a analisar seus funcionamentos sequenciais e evitar erros de harmonia entre os eventos.

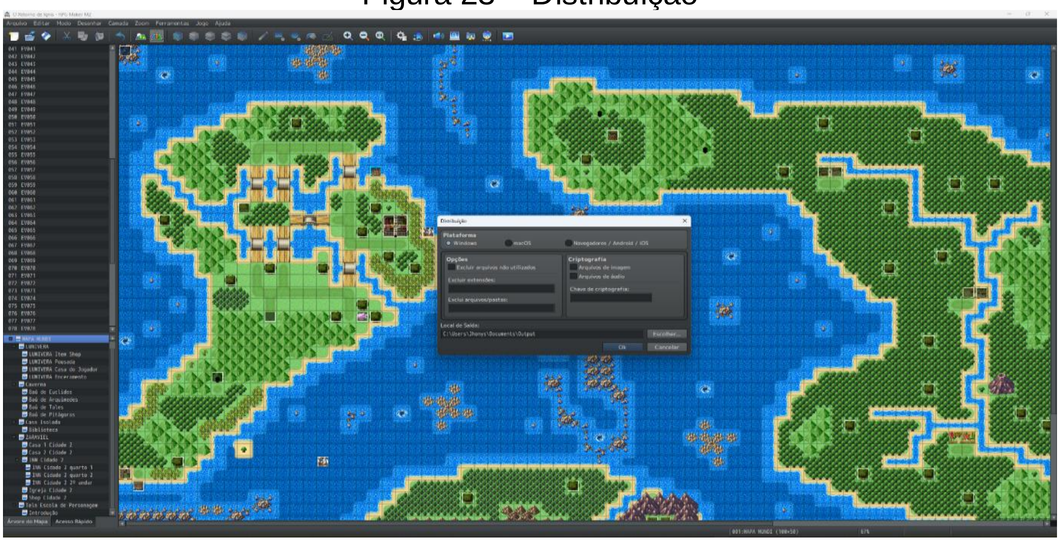
3.2.12 Revisão Geral

Nesta etapa buscou-se analisar o jogo de forma exaustiva, aplicando, na medida do possível, todas as combinações de jogabilidade, a fim de identificar erros/bugs que pudessem comprometer o produto educacional. Diversos erros foram encontrados e corrigidos. Contudo, isso não significa que o jogo esteja totalmente livre de erros, eles apenas ainda não foram identificados pelo pesquisador.

3.2.13 Exportação

Na Figura 23 temos as opções de exportação oferecidas pela plataforma RPG Maker MZ, que permitem exportar os projetos para Windows, macOS e navegadores/android/IOS. No produto educacional “O Retorno de Ignis” optamos pela exportação para as plataformas Windows e navegadores, uma vez que um dos objetivos específicos desse trabalho é “desenvolver o jogo digital que possa ser utilizado em celulares, tablets e computadores”.

Figura 23 – Distribuição



Fonte: Elaboração própria

3.2.14 Fim

Uma vez percorridas todas as etapas descritas na Figura 16, no início desse tópico, temos o produto educacional “O Retorno de Ignis” finalizado.

Destaca-se, entretanto, que apesar de termos criado o jogo buscando um início, meio e fim, o jogo ainda não está totalmente finalizado, levando em consideração o tamanho do mapa-múndi nele contido, há espaço para ampliação e reformulação. Contudo, por razões acadêmicas, optou-se pelo encerramento parcial do projeto para fins de apresentação.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Nesta investigação de dissertação, objetivou-se desenvolver um jogo digital com características educacionais, voltado para o ensino e aprendizagem de matemática na educação básica, especificamente no conteúdo de equações do 2º grau, com ênfase na utilização das relações de Girard, para uso em celulares, tablets e computadores. Ao mesmo tempo, em que buscou-se responder aos questionamentos da pesquisa.

Como primeiro objetivo, definiu-se investigar e definir a plataforma de desenvolvimento do produto educacional e o seu gênero. Assim, foi escolhido o gênero RPG, por permitir maior diversidade na construção do enredo, e a plataforma RPG Maker MZ, por ser de fácil utilização, possuir banco de dados próprio e possibilitar a exportação do projeto para celulares, tablets e computadores.

O segundo objetivo específico consistiu em pesquisar como são apresentadas as equações do 2º grau em livros didáticos, com ênfase nas relações de Girard. Nesse processo, foi possível responder a três dos questionamentos centrais da pesquisa:

Por que os alunos conhecem e preferem resolver equações quadráticas através da fórmula resolutiva?

Por que eles conhecem a fórmula resolutiva como fórmula de Bhaskara?

Como os métodos de resolução são apresentados nos livros didáticos?

A análise revelou que todos os livros analisados trazem a fórmula resolutiva como um dos principais métodos de resolução para as equações do 2º grau. Além disso, ela aparece sempre entre os primeiros conteúdos, acompanhada do maior número de informações e exercícios. Como hipótese, sugere-se que esse seja o método mais utilizado pelos professores em sala de aula e, consequentemente, o que os alunos mais preferem.

Em relação ao por que eles conhecem a fórmula resolutiva como fórmula de Bhaskara, concluímos, a partir do trabalho de Rocha (2023), que esse termo se espalhou pelo Brasil através dos livros didáticos. Assim, procuramos nos livros didáticos analisados verificar se o livro traz a fórmula resolutiva como fórmula de Bhaskara, e concluímos que, das dez obras analisadas, três delas trazem a fórmula resolutiva como fórmula de Bhaskara, o que sugere que essa terminologia ainda continua ativa e, consequentemente, continuará se disseminando, mesmo que mais lentamente

No que diz respeito às relações de Girard ou equivalente, constatamos que, das dez obras analisadas, sete delas trazem algo a respeito, mas todas como o último conteúdo do capítulo e em assunto reduzido, e apenas a obra “Matemática – Bianchini (2017)” traz o método com a terminologia “relações de Girard”.

A fim de responder ao nosso último questionamento - Como divulgar e mostrar a importância das relações de Girard para a resolução de equações do 2º grau? - destacamos o terceiro e último objetivo específico, no qual se pretendia: desenvolver o jogo digital que pudesse ser utilizado em celulares, tablets e computadores.

Assim, foi desenvolvido o produto educacional denominado “O Retorno de Ignis”, um jogo digital com características educacionais, jogável através da plataforma Windows e em HTML (HyperText Markup Language), onde é possível reproduzir através do navegador em celulares e tablets.

Ao oferecer desafios interativos, o jogo o retorno de Ignis engaja os estudantes naturalmente na resolução de problemas. Essa abordagem permite que o aprendizado ocorra de forma lúdica, desenvolvendo o raciocínio lógico de maneira prática e contextualizada. Assim, a ferramenta apresenta como um poderoso aliado pedagógico, transformando a aquisição de conhecimento em uma experiência viva e eficaz.

Por fim, espera-se que os resultados desta pesquisa possam promover estudos, debates e reflexões acerca da utilização de jogos digitais no ensino e aprendizagem de Matemática, destacar a importância da utilização das relações de Girard em sala de aula e incentivar o desenvolvimento de novos produtos educacionais de mesma natureza.

REFERÊNCIAS

ALVES, L. **Gamer over**: Jogos eletrônicos e violência. São Paulo: Futura, 2005.

ALVES, L. Relações entre os jogos digitais e aprendizagem: delineando percurso. **Educação, Formação & Tecnologias**, v. 1, n. 2, p. 3-10, 2008. Disponível em: <http://educa.fcc.org.br/pdf/eduform/v01n02/v01n02a02.pdf>. Acesso em: 15 outubro 2025.

ARAUJO, A. G. P.; SANTOS, W. S.; SANTOS, R. T.; MENEZES, M. B. **Jogos digitais e geometria: uma revisão sistemática das produções brasileiras**. ETD - Educação Temática Digital, Campinas, v. 26, n. 2, 2024. Disponível em: https://periodicos.sbu.unicamp.br/ojs/index.php/etd/article/view/8671365. Acesso em: 19 ago. 2025.

AL-KWARIZMI. M. M. **El libro del Álgebra**. Tradução de Ricardo Moreno Castillo. Três Cantos: Nivola, 2009

ARAÚJO, M. G. ***Abu Ja'far Muhammad ibn Musa al-Khwarizmi:*** *contribuições da álgebra para o ensino*. 2019. 141 f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências Naturais e Matemática) – Universidade Federal do Rio Grande do Norte, Natal, 00 2019. Disponível em: https://repositorio.ufrn.br/handle/123456789/27790. Acesso em: 25 ago. 2025.

ANDRADE, T. M. **Jornadas: Novos caminhos: Matemática: 9º ano** / obra coletiva; editora responsável Thais Marcelle de Andrade. 1. ed. São Paulo: Saraiva Educação S.A., 2022.

ANDRINI, Á; VASCONCELLOS, M. J. **Praticando Matemática: 9º ano.** 4º ed. Renovada. São Paulo: Editora do Brasil, 2015.

BIANCHINI, E. **Matemática Bianchini: 9º ano**. 8. ed. — São Paulo: Moderna, 2015.

BIGODE, A. J. L. **Matemática do Cotidiano - 9º ano.** 1º. ed. São Paulo: Scipione, 2015.

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Fundamental. **ParâmetrosCurriculares Nacionais***.* Brasília: MEC/SEF, 1998.

BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular (BNCC). Educação é a Base**. Brasília: MEC/CONSED/UNDIME, 2018. Disponível em: <http://basenacionalcomum.mec.gov.br/images/BNCC_EI_EF_110518_versaofinal_site.pdf>. Acesso em 10 outubro de 2025.

BROWN, S. ***Play: how it shapes the brain, opens the imagination, and invigorates the soul***. New York: Avery, 2009.

BRUNER, J. ***Toward a theory of instruction***. Cambridge: Harvard University Press, 1966.

BOYER, C. B.; MERZBACH, U. C. ***História da Matemática***. 3. ed. rev. São Paulo: Edgard Blücher, 2010.

CAILLOIS, R. **Os Jogos e os Homens**: a máscara e a vertigem. Lisboa: Edições Cotovia, 1990, tradução: José Garcez Palha.

CSIKSZENTMIHALYI, M. ***Flow: the psychology of optimal experience***. New York: Harper & Row, 1990.

CRUZ, P. F. C. **A visualização matemática em jogos educacionais digitais**: revisão e desenvolvimento com ênfase na visualização. 2025. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Universidade Estadual Paulista (UNESP), Rio Claro, 2025

CHAVES, E. S. **Equação do segundo grau:** aspectos históricos e contemporâneos. 2018. 58 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática - PROFMAT) - Universidade Federal de Mato Grosso, Instituto de Ciências Exatas e da Terra, Cuiabá, 2018. Disponível em: < https://ri.ufmt.br/handle/1/2685>. Acesso em: 31 ago. 2025.

D’AMBROSIO, U. **Etnomatemática**: elo entre as tradições e a modernidade. 2. ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2005

DANTE, L. R; VIANA, F. **Teláris Essencial: Matemática:** 9º ano. 1º. ed. São Paulo: Ática, 2022.

FERREIRA, W. E. S. **O potencial da História da Matemática como motivação para aprendizagem de equações através da resolução de problemas.** 2024. Dissertação (Mestrado ou Doutorado) — Universidade de São Paulo, 2024. Disponível em: <https://www.teses.usp.br/teses/disponiveis/45/45135/tde-04122024-140423/>. Acesso em: 25 ago. 2025.

FERNANDES, Má. **Enredo**: o que é e quais os seus tipos (com exemplos). Toda Matéria, [s.d.]. Disponível em: https://www.todamateria.com.br/enredo/. Acesso em: 11 agosto. 2025.

FRÖBEL, F. ***A educação do homem***. Lisboa: Fundação Calouste Gulbenkian, 2001. (Original publicado em 1826).

FINAL FANTASY. In: **FINAL FANTASY WIKI:** a enciclopédia Final Fantasy. [S.l.]: Fandom, 2025. Disponível em: <https://finalfantasy.fandom.com/pt-br/wiki/Final_Fantasy>. Acesso em: 24 outubro de 2025.

GOTCHA GOTCHA GAMES. **RPG Maker MZ**. 2020. Disponível em: <https://store.steampowered.com/app/1096900/RPG_Maker_MZ/>. Acesso em: 24 outubro de 2025.

Gee, J.P. **Good Video Games and Good Learning: Collected Essays on Video Games, Learning and Literacy**. Peter Lang, New York, 2007.

GEE, J. P. ***What video games have to teach us about learning and literacy*****.** New York: Palgrave Macmillan, 2003.

GOPNIK, A.; MELTZOFF, A; KUHL, P. ***The scientist in the crib: minds, brains, and how children learn***. New York: William Morrow, 1999.

GRAY, P. ***Free to learn: why unleashing the instinct to play will make our children happier, more self-reliant, and better students for life***. New York: Basic Books, 2013.

GUEDES, E. G. **A equação quadrática e as contribuições de Bhaskara**. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática — PROFMAT) — Universidade Federal do Paraná, Curitiba, 2019. Disponível em: < https://acervodigital.ufpr.br/xmlui/handle/1884/66582 >. Acesso em: 01 junho de 2025

GRANDO, R. C.A, **O Conhecimento Matemático e o Uso dos Jogos na Sala de Aula.** Campinas SP, 2000. Tese de Doutorado. Faculdade de Educação, UNICAMP. Disponível em: < http://matpraticas.pbworks.com/w/file/fetch/124818583/tese_grando(1).pdf >. Acesso em: 11 outubro de 2025.

HUIZINGA, J. **Homo ludens:** o jogo como elemento da cultura**.** São Paulo: Perspectiva, 2004. (Original publicado em 1938).

IEZZI, G; DOLCE, O. MACHADO, A. **Matemática e realidade:** 9° ano. 10. ed. São Paulo: Saraiva Educação S.A., 2022.

JÚNIOR, J. R. G; CASTRUCCI, B. **A Conquista da Matemática:** 9º ano. 4. ed. São Paulo: FTD, 2018.

KAPP, K. M. **The Gamification of Learning and Instruction:** Game-based Methods and Strategies for Training and Education**.** John Wiley & Sons,2012.

KISHIMOTO, T. M. **Jogo, brinquedo, brincadeira e a educação***.* São Paulo: Cortez, 1994.

KENSKI, V. M. **Educação e tecnologias**: o novo ritmo da informação. Campinas, SP: Papirus, 2009.

LEALDINO, F. P. **Jogo digital educativo para o ensino de Matemática.** 2014. 155f. Dissertação (Mestrado em Ensino em Ciência e Tecnologia). Universidade Tecnológica Federal do Paraná. Disponível em:

<http://repositorio.utfpr.edu.br/jspui/bitstream/1/1442/1/PG_PPGECT_M_Lealdino%20Filho,%20Pedro_2014.pdf>. Acesso em: 11 outubro de 2025.

LEITE, B. S. **Tecnologias no ensino de química**: teoria e prática na formação docente. Curitiba: Appris, 2015.

LOPES, A. H.; RIBEIRO, G. P.; MONTEIRO, M. I.; MILL, D. R. S. Tecnologias Digitais no contexto escolar: um estudo bibliométrico sobre seus usos, suas potencialidades e fragilidades. **Revista Eletrônica de Educação**, v. 8, n. 2, p. 30-43, 2014

MONTESSORI, M. ***A criança***. Lisboa: Portugália, 1969. (Original publicado em 1909).

MIORIM, M. A. **História da matemática:** algumas considerações metodológicas. Revista Zetetiké, Campinas, v. 6, n. 9, p. 11–34, 1998

MODERNA. **Araribá mais: Matemática:** 9º ano. 1º. ed. São Paulo: Moderna, 2018.

OECD. **PISA 2022 Mathematics Framework**. Paris: OECD Publishing, 2021

OLIVEIRA, R. M. **Construção de produtos educacionais na forma de jogos digitais no Google Forms no estilo Escape Room**. 2023. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional – PROFMAT) – Universidade Federal da Bahia, Salvador, 2023.

PINTO, J. G. **As potencialidades pedagógicas do uso de jogos digitais para o ensino-aprendizagem de Matemática:** um estudo de pesquisas publicadas em âmbito nacional. 2019. 67f. Monografia (Licenciatura em Matemática) – Departamento Acadêmico de Matemática e Estatística, Universidade Federal de Rondônia, Ji-Paraná – RO. Disponível em:< https://ri.unir.br/jspui/handle/123456789/2793 >. Acesso em: 18 junho. 2025

PRENSKY, M. **Digital Natives, Digital Immigrants**. On the Horizon, Bradford, v. 9, n. 5, p. 2-6, out. 2001.

PAPERT, S. ***Mindstorms: children, computers, and powerful ideas***. New York: Basic Books, 1980.

PIAGET, J. ***A formação do símbolo na criança: imitação, jogo e sonho, imagem e representação***. Rio de Janeiro: Zahar, 1978. (Original publicado em 1945).

RPM. A Fórmula é de Bhaskara? REVISTA DO PROFESSOR DE MATEMÁTICA nº 39, 1º Quadrimestre de 1999, p. 54. Disponível em:< https://rpm.org.br/cdrpm/39/12.htm>. Acesso: 02 setembro de 2025

RATINHO, E.; et al. *The role of gamified learning strategies in student's motivation and engagement.* ***Computers & Education***, v. 196, p. 104676, 2023. DOI: 10.1016/j.compedu.2023.104676. Disponível em: <https://doi.org/10.1016/j.heliyon.2023.e19033>. Acesso em: 11 outubro de 2025

RODRIGO, L. R. **O uso da expressão "Fórmula de Bhaskara" em livros didáticos brasileiros e sua relação com o método resolutivo da equação do 2º grau.** Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática — PROFMAT) — Universidade Federal do Paraná, Curitiba, 2023. Disponível em: < https://acervodigital.ufpr.br/xmlui/handle/1884/82597>. Acesso em: 01 junho de 2025

ROSA, M. **Role Playing Game Eletrônico**: uma tecnologia lúdica para aprender e ensinar Matemática. 2004. 170f. Dissertação (Pós-Graduação em Educação Matemática) - Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro. Disponível em: <http://www.rc.unesp.br/gpimem/downloads/dissertacoes/rosa_m_me_rcla.pdf>. Acesso em: 18 junho. 2025.

SALEN, K; ZIMMERMAN, E. ***Rules of play: game design fundamentals***. Cambridge: MIT Press, 2003.

SUTTON-SMITH, B. ***The ambiguity of play***. Cambridge: Harvard University Press, 1997.

SILVEIRA, L. P.; ROSA, M. **Jogos digitais e educação matemática: o que vem sendo produzido atualmente?** Bolema: Boletim de Educação Matemática, v. 39, n. 62, 2025. Disponível em: https://www.periodicos.rc.biblioteca.unesp.br/index.php/bolema/article/view/16518. Acesso em: 10 ago. 2025.

SILVA, L. M. F. P.; HOLANDA, A. O.; PEREIRA, P. A. C. **O uso de jogos no Ensino Médio e Superior: uma revisão sistemática.** Ensino em Re-Vista, Uberlândia, v. 31, n. 2, p. 563-589, 2024. Disponível em: https://seer.ufu.br/index.php/emrevista/article/view/71513. Acesso em: 15 ago. 2025.

SILVA, R. A; GOMES, S. C; MOREY, B. B. **Al-Khwarizmi e Omar Khayyam:** similaridades e diferenças entre álgebra e geometria. *Revista Hipátia*, v. 6, n. 1, p. 75–90, 2021. Disponível em: <https://ojs.ifsp.edu.br/index.php/hipatia/article/view/1804>. Acesso em: 25 ago. 2025.

SGARBI, A. D; OLIVEIRA E. A. M; LEITE S. Q. M; SAD L. A; (orgs.). **História e filosofia da ciência:** apontamentos para auxiliar na contextualização de conteúdos a serem trabalhados em sala de aula /– Vitória - ES: Edifes, 2018. Disponível em: <https://repositorio.ifes.edu.br/bitstream/handle/123456789/956/LIVRO_Hist%C3%B3ria_Filosofia_Ci%C3%AAncia_Apontamentos.pdf?sequence=1>. Acesso em: 11 outubro de 2025.

SAMPAIO, F. A. **Trilhas da Matemática, 9º ano**. 1º. ed. São Paulo: Saraiva, 2018.

TEODOSIO, A. L. **Análise do uso de cores no design de jogos digitais infantis para o estudo de matemática**. 2023. Dissertação (Mestrado em Design) – Universidade Federal de Campina Grande, Campina Grande, 2023.

TEIXEIRA, L. A. (org.). **Superação! Matemática 9º ano.** 1º. ed. São Paulo: Moderna, 2022

VALENTE, J. A. **Integração currículo e tecnologia digitais de informação e comunicação**: a passagem do currículo da era do lápis e papel para o currículo da era digital. In: CAVALHEIRI, A.; ENGERROFF, S. N.; SILVA, J. C. (Orgs.). As novas tecnologias e os desafios para uma educação humanizadora. Santa Maria: Biblos, 2013.

VYGOTSKY, L. S. ***A formação social da mente: o desenvolvimento dos processos psicológicos superiores*****.** São Paulo: Martins Fontes, 1991. (Original publicado em 1930-1934).

WINNICOTT, D. W. ***O brincar e a realidade***. Rio de Janeiro: Imago, 1975. (Original publicado em 1971).

APÊNDICES

APÊNDICE A – Explorando o mapa mundi no jogo digital “O Retorno de Ignis”

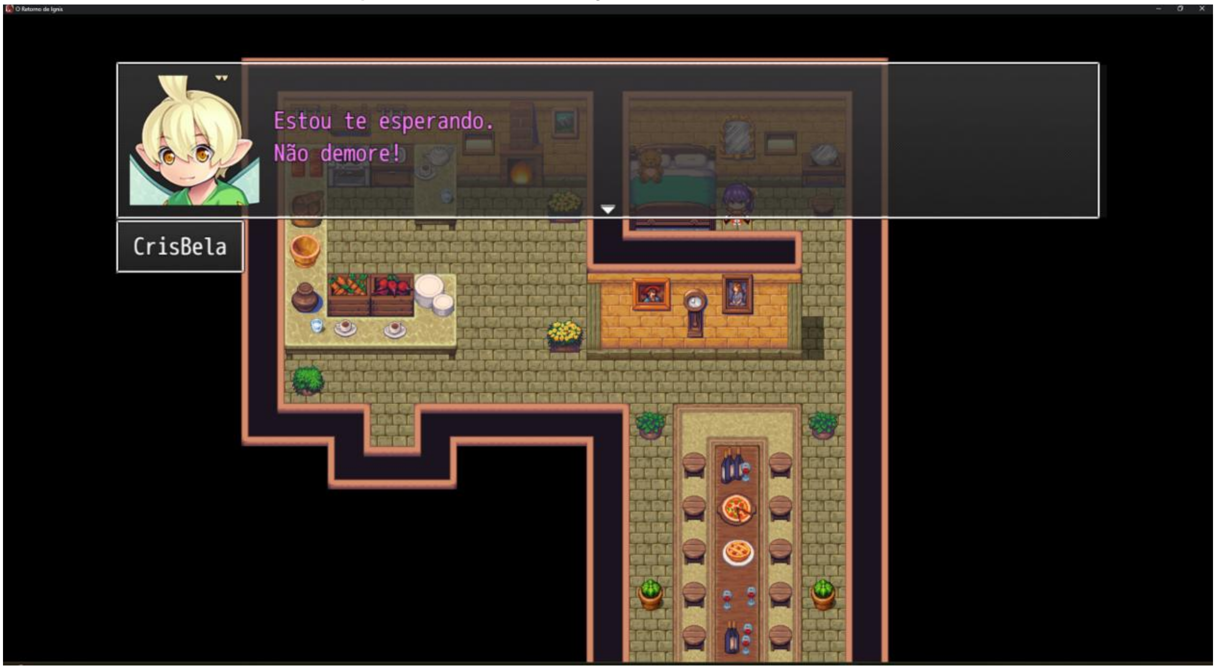
As figuras abaixo mostram como é possível acessar todo o mapa do jogo.

Na Figura A.1 Se escolhermos “CrisBela”, como nome da heroína, um glitch será ativado, trazendo modificações e ampliando o jogo original.

Figuras A.1 – Adicionando o nome da heroína

Fonte: Elaborado pelo autor - do jogo “O Retorno de Ignis”.

Figuras A.2 – Iteração da fada CrisBela



Fonte: Elaborado pelo autor - do jogo “O Retorno de Ignis”.

Na Figura A.2 temos a primeira iteração da fada "CrisBela".

Figuras A.3 – Veículo voador liberado

Fonte: Elaborado pelo autor - do jogo "O Retorno de Ignis".

Nas Figura A.3 acima e A.4 abaixo temos que o veículo voador e o veículo marítimo agora estão disponíveis ao jogador, possibilitando assim a exploração completa do mapa do jogo.

Figuras A.4 – Veículo marítimo liberado

Fonte: Elaborado pelo autor - do jogo "O Retorno de Ignis".

Existem outras modificações que deixaremos para os jogadores/leitores terem o prazer da descoberta.

APÊNDICE B – Livros encontrados

Quadro B1 – Livros de matemática do 9º ano aprovados no PNLD 2017

Obra	Autores	Editora	Código
Praticando Matemática (Edição Renovada)	Álvaro Andrini Maria José Vasconcellos	EDITORA DO BRASIL 4ª Edição - 2015	0008P17022
Descobrindo e Aplicando a Matemática	Alceu dos Santos Mazzieiro Paulo Antônio Fonseca Machado	DIMENSÃO 2ª Edição - 2015	0012P17022
Matemática do Cotidiano	Antonio José Lopes Bigode	EDITORA SCIPIONE 1ª Edição - 2015	0013P17022
Matemática - Compreensão e Prática	Ênio Silveira	MODERNA 3ª Edição - 2015	0029P17022
Projeto Teláris - Matemática	Luiz Roberto Dante	EDITORA ÁTICA 2ª Edição - 2015	0033P17022
Projeto Araribá - Matemática	Mara Regina Garcia Gay	MODERNA 1ª Edição - 2014	0036P17022
Matemática - Ideias e Desafios	Dulce Satiko Onaga Iracema Mori	Saraiva Educação 18ª Edição - 2015	0046P17022
Matemática - Bianchini	Edwaldo Bianchini	MODERNA 8ª Edição - 2015	0047P17022
Matemática nos Dias de Hoje - Na Medida Certa	José Jakubovic Marília Centurión	LEYA	0051P17022
Convergências - Matemática	Eduardo Chavante	SM 1ª Edição - 2015	0066P17022
Vontade de Saber - Matemática	Joamir Souza Patricia Moreno Pataro	FTD 3ª Edição - 2015	0097P17022

Fonte: Elaborado pelo autor

Quadro B2 – Livros de matemática do 9º ano aprovados no PNLD 2020

Obra	Autores	Editora	Código
Matemática Realidade & Tecnologia	JOAMIR ROBERTO DE SOUZA	EDITORA FTD S A 1º Edição 2018	0386P20022
A Conquista Da Matemática	JOSE RUY GIOVANNI JUNIOR	EDITORA FTD S A 4º Edição 2018	0377P20022
Apoema - Matemática	ADILSON LONGEN	EDITORA DO BRASIL AS 1º Edição 2018	0373P20022
Convergências Matemática	EDUARDO RODRIGUES CHAVANTE	EDICOES SM LTDA. 2º Edição 2018	0312P20022
Matemática - Compreensão E Prática	ENIO NEY DE MENEZES SILVEIRA	EDITORA MODERNA LTDA 5º Edição 2018	0303P20022
Araribá Mais - Matemática	MARA REGINA GARCIA GAY, WILLIAN RAPHAEL SILVA, CINTIA ALESSANDRA VALLE BURKERT MACHADO, ERICA MARIA TOLEDO CATALANI, EVERTON JOSE LUCIANO, FABIO MARTINS DE LEONARDO, JULIANA IKEDA, JULIANE MATSUBARA BARROSO, LUCIANA DE OLIVEIRA GERZOSCHKOWITZ MOURA, MARIA CECILIA DA SILVA	EDITORA MODERNA LTDA 1º Edição 2018	0302P20022

Obra	Autores	Editora	Código
	VERIDIANO, MARIA JOSE GUIMARAES DE SOUZA, MATEUS COQUEIRO DANIEL DE SOUZA, PAULO CESAR DA PENHA, ROMENIG DA SILVA RIBEIRO, SELENE COLETTI		
Teláris Matemática	LUIZ ROBERTO DANTE	EDITORA ATICA S.A. 3º Edição 2018	0300P20022
Matemática - Bianchini	EDWALDO ROQUE BIANCHINI	EDITORA MODERNA LTDA 9º Edição 2018	0028P20022
Trilhas Da Matemática	FAUSTO ARNAUD SAMPAIO	SARAIVA EDUCAÇÃO S.A. 1º Edição 2018	0022P20022
Geração Alpha Matemática	FELIPE FUGITA, ANDREZZA GUARSONI ROCHA, CARLOS NELY CLEMENTINO DE OLIVEIRA	EDICOES SM LTDA. 2º Edição 2018	0018P20022
Matemática Essencial	PATRICIA ROSANA MORENO PATARO, RODRIGO DIAS BALESTRI	EDITORA SCIPIONE S.A. 1º Edição 2018	0017P20022

Fonte: Elaborado pelo autor

Quadro B3 – Livros de matemática do 9º ano aprovados no PNLD 2024

Obra	Autores	Editora	Código
Coleção Matemática Em Cena	Fernando Savoia Gonzalez, Graziele Rancan, Mauro Lalli, Pollyanna Santana Silva	EDITORA WISDOM LTDA 1º Edição 2022	0113P24010 0020020
Matemática Nos Dias De Hoje	Daniel Romão da Silva, Jefferson dos Santos Cevada	Editora Sei Ltda 1º Edição 2022	0106P24010 0020020
Geração Alpha Matemática	Carlos Nely Clementino de Oliveira, Felipe Fugita, Isabella Semaan André dos Santos	EDIÇÕES SM LTDA 4º Edição 2022	0102P24010 0020020
A Conquista Matemática	José Ruy Giovanni Júnior	EDITORA FTD S A 1º Edição 2022	0079P24010 0020020
Amplitude Matemática	JOSÉ ROBERTO BONJORNO, REGINA DE FÁTIMA SOUZA AZENHA BONJORNO, MÁRCIO CLAUDIO MERCÊS BRITO, AYRTON OLIVARES	EDITORA DO BRASIL AS 1º Edição 2022	0066P24010 0020020
Conexões & Vivências Matemática	ADILSON LONGEN	EDITORA DO BRASIL AS 1º Edição 2022	0065P24010 0020020
Teláris Essencial: Matemática	FERNANDO CESAR DE ABREU VIANA, LUIZ ROBERTO DANTE	EDITORA ATICA S.A. 1º Edição 2022	0055P24010 0020020
Matemática e Realidade	THAIS MARCELLE DE ANDRADE, Daiane Gomes de Lima Carneiro, JULIO CESAR JOVINO DA SILVA, Tatiana Aleixo Bologna, ANTONIO	SARAIVA EDUCACAO S.A. 10º Edição 2022	0044P24010 0020020

Obra	Autores	Editora	Código
	DOS SANTOS MACHADO, GELSON IEZZI, HYGINO HUGUEROS DOMINGUES		
Jornadas: Novos Caminhos – Matemática	THAIS MARCELLE DE ANDRADE, Tatiana Aleixo Bologna, JULIO CESAR JOVINO DA SILVA, Daiane Gomes de Lima Carneiro	SARAIVA EDUCACAO S.A. 1º Edição 2022	0043P24010 0020020
Superação! Matemática	ANDRÉ LUIZ STEIGENBERGER, LILIAN APARECIDA TEIXEIRA, LILIAN APARECIDA TEIXEIRA, ÁLISSON HENRIQUE DOS SANTOS, JACKSON DA SILVA RIBEIRO, OCTAVIO BERTOCHI NETO, TADASI MATSUBARA JÚNIOR	EDITORA MODERNA LTDA 1º Edição 2022	0023P24010 0020020
Matemática - Bianchini	EDWALDO ROQUE BIANCHINI, EDUARDO CESAR BERNARDES BIANCHINI, EDWALDO BERNARDES BIANCHINI, ELZA BERNARDES BIANCHINI, MARIANGELI BERNARDES BIANCHINI PATARRA, VANIA HELENA BERNARDES BIANCHINI CARRARO	EDITORA MODERNA LTDA 10º Edição 2022	0022P24010 0020020

Obra	Autores	Editora	Código
Desafios Da Matemática Com Ênio Silveira	ÊNIO NEY DE MENEZES SILVEIRA	EDITORA MODERNA LTDA 1º Edição 2022	0021P24010 0020020
Araribá Conecta - Matemática	MARA REGINA GARCIA GAY, MARA REGINA GARCIA GAY, CASSIO CRISTIANO GIORDANO, CINTIA ALESSANDRA VALLE BURKERT MACHADO, ERICA MARIA TOLEDO CATALANI, FABIO MARTINS DE LEONARDO, JULIANA IKEDA, MARCELO DE OLIVEIRA DIAS, KATIA TIEMY SIDO, MARIA CECÍLIA DA SILVA VERIDIANO, MARIA JOSÉ GUIMARÃES DE SOUZA, MATEUS COQUEIRO DANIEL DE SOUZA, RENATA MARTINS FORTES GONÇALVES, ROMENIG DA SILVA RIBEIRO, SELENE COLETTI, TAIS SAITO TAVARES, WILLIAN RAPHAEL SILVA, DARIO MARTINS DE OLIVEIRA	EDITORA MODERNA LTDA 1º Edição 2022	0020P24010 0020020
Coleção Matemática Em Cena	Fernando Savoia Gonzalez, Graziele Rancan, Mauro Lalli, Pollyanna Santana Silva	EDITORA WISDOM LTDA 1º Edição 2022	0113P24010 0020020

Fonte: Elaborado pelo autor

APÊNDICE C – Link do Produto Educacional

Para mais detalhes a respeito do produto educacional “O Retorno de Ignis”, consulte o QR Code abaixo:

http://educapes.capes.gov.br/handle/capes/1133955