UNIVERSIDADE FEDERAL DO VALE DO SÃO FRANCISCO
MESTRADO PROFISSIONAL EM MATEMÁTICA

ARISTÓTELES ALVES FEITOSA

INTERATIVIDADE NO ENSINO-APRENDIZAGEM DE FUNÇÃO QUADRÁTICA

JUAZEIRO - BA
2014

UNIVERSIDADE FEDERAL DO VALE DO SÃO FRANCISCO
MESTRADO PROFISSIONAL EM MATEMÁTICA

ARISTÓTELES ALVES FEITOSA

INTERATIVIDADE NO ENSINO-APRENDIZAGEM DE FUNÇÃO QUADRÁTICA

Trabalho apresentado a Universidade Federal do Vale do São Francisco – UNIVASF, Campus Juazeiro como requisito parcial para obtenção do título de Mestre.
Orientador: Profª. Drª Lucília Batista Dantas Pereira.

JUAZEIRO - BA
2014

UNIVERSIDADE FEDERAL DO VALE DO SÃO FRANCISCO

Universidade Federal do Vale do São Francisco

Mestrado profissional em Matemática em Rede Nacional

PROFMAT/UNIVASF

PROFMAT

INTERATIVIDADE NO ENSINO-APRENDIZAGEM DE FUNÇÃO QUADRÁTICA

Por:

ARISTÓTELES ALVES FEITOSA

Dissertação aprovada em 30 de Junho de 2014.

Profa. Dra. Lucília Batista Dantas Pereira
Orientador(a) - Universidade de Pernambuco - UPE

Prof. Dr. Severino Cirino de Lima Neto
Examinador Interno - UNIVASF

Prof. Dr. Claudemiro de Lima Júnior
Examindor Externo – Universidade de Pernambuco

Juazeiro
2014

	Feitosa, Aristóteles Alves
F311i	Interatividade no ensino-aprendizagem de função quadrática / Aristóteles Alves Feitosa. – Juazeiro - BA, 2014.
	78 f.: il.
	Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática) - Universidade Federal do Vale do São Francisco, Campus Juazeiro, 2014.
	Orientadora: Profa. Dra. Lucília Batista Dantas Pereira.
	1. Matemática – Ensino médio. 2. Funções (matemática). 3. Tecnologia da informação. 4. Aprendizagem – Metodologia I. Título. II. Universidade Federal do Vale do São Francisco.
	CDD 515

Ficha catalográfica elaborada pelo Sistema Integrado de Biblioteca SIBI/UNIVASF
Bibliotecário: Ana Paula Lopes da Silva

AGRADECIMENTOS

Agradeço a o Senhor Deus pela oportunidade de vir ao mundo com saúde e me manter uma pessoa equilibrada, que serve de ferramenta para fazer o bem.

Agradeço aos meus pais, Francisco Alves dos Santos e Maria Lucilene de Macêdo Feitosa, pela educação que tive.

Agradeço à minha esposa, Edinalva Feitosa Passos, pelo companheirismo nas horas difíceis.

À minha filha, Amanda Feitosa Passos, pelos vários momentos de alegria e carinho.

Agradeço às minhas irmãs, Cássia e Carla Feitosa, pela ajuda em vários momentos.

Aos meus avós, Antônio Aristóteles e Luísa Feitosa, José Agripino (in memoriam), Elisa dos Santos(in memoriam).

Às minhas tias e tios, Lucimar Feitosa, Sebastião Feitosa, Maria Mercedes, Pedro Feitosa, Rivanda Feitosa, Inaldo dos Santos, Humildes Feitosa, Francisco Feitosa, Maria Gorete, Sebastiana Feitosa, Jackeline Feitosa, Rita Feitosa, Ivete Feitosa, e aos meus demais familiares e amigos que fizeram e fazem parte da minha vida.

Ao meu colega, Valdemir Ferreira, pela ajuda e incentivo que me deu, quando ingressei no ensino médio e tinha muita dificuldade em Matemática e Física.

Aos Professores Humberto Xavier e Ana Lúcia, pela oportunidade de estudar em uma escola de referência, onde conheci o Professor João Bosco, que serviu de inspiração, através de uma didática inigualável, para ensinar Matemática.

Aos meus colegas de mestrado, em especial, ao Professor José Dantas, cuja história de vida serve de incentivo a muitas pessoas.

À minha orientadora, Professora Drª. Lucília Dantas, pelo estilo maternal e ao mesmo tempo profissional que conduziu este trabalho.

RESUMO

O presente trabalho tem por finalidade amenizar as dificuldades encontradas pelos alunos do 1º ano do ensino médio, na compressão dos principais elementos gráficos associados à função quadrática. Para atingir tal propósito, grande parte das aulas foi ministrada no laboratório de informática, onde nesse caso, os alunos foram incentivados, com auxilio de roteiros de construção, a criar fórmulas associadas à função quadrática dada no Excel e esboçaram os respectivos gráficos de tais funções, usando, respectivamente, o Winplot e o GeoGebra. Após essa etapa, os alunos foram submetidos a uma atividade avaliativa e, logo em seguida, a um questionário de satisfação. A mesma atividade, bem como o mesmo questionário, foram aplicados em uma terceira turma, cujo conteúdo foi abordado de forma tradicional, onde verificou-se uma diferença considerável de rendimento. As maiores notas ocorreram nas turmas com abordagem interativa em relação à turma com abordagem tradicional.

Palavras- chave: **Aulas interativas. Ensino Médio. GeoGebra**.

ABSTRACT

This work aims to alleviate the difficulties encountered by students of the 1st year of high school, in the compression of the main graphic elements associated with the quadratic function. To achieve this purpose, most of the classes were taught in the computer lab, in which case, the students were encouraged, with the help of algorithms for building, to create formulaes associated with the quadratic function given by Excel and to sketch the graphs for such functions, using respectively Winplot and GeoGebra softwares. After this step, the students were submitted to an evaluation activity and thento a satisfaction questionnaire. The same activity and the same questionnaire were applied in a third group, whose content was approached in a traditional manner, when was detected a considerable difference in efficiency. The highest scores take place in classrooms with interactive compared to class with traditional approach.

Keywords : Interactivity classes. High School. GeoGebra.

LISTA DE FIGURAS

LISTA DE TABELAS

SUMÁRIO

INTRODUÇÃO

Tendo em vista as dificuldades históricas encontradas no ensino da matemática e o atual cenário, que de forma cada vez mais precoce, coloca as crianças em contato com o mundo digital, é inevitável que diante dessa situação, se busque meios para facilitar a síntese e compreensão do conhecimento.

Assim, a escolha do tema justifica-se, principalmente, pelo baixo rendimento dos alunos, observado após alguns anos trabalhando com turmas do 1º ano do Ensino Médio, e especialmente na abordagem tradicional de função quadrática. Pois, sem o uso de recursos tecnológicos, nota-se que tanto é grande a dificuldade de ensinar como não é fácil para os alunos compreenderem os aspectos, principalmente gráficos, ligados a esse conteúdo.

Dessa forma, sabendo que é preciso adequar-se a essa nova realidade e dinamicidade do mundo, porque não usar os recursos computacionais, que pertencem ao convívio diário dos alunos?

Então, objetivando amenizar as dificuldades encontradas pelos alunos do 1^0 ano do ensino médio, na compressão dos principais elementos gráficos associados à uma função quadrática, as aulas foram ministradas, predominantemente no laboratório de informática, onde se formulou uma série de sequências didáticas interativas, colocando os alunos como “atores” principais no processo de construção do conhecimento e, dando significado às ideias que circundam e envolvem o conteúdo.

Para essas aulas interativas, foram utilizados os softwares Excel, para execução rápida de cálculos e criação de fórmulas, o Winplot e o GeoGebra, para a plotagem de pontos e esboço de gráficos.

O presente trabalho está organizado em cinco capítulos. O capítulo 1 trata das tecnologias de informação e comunicação no ensino da matemática do ensino médio e uma breve análise de trabalhos ligados a função quadrática, ao uso do computador em sala de aula e à interatividade. No capítulo 2, é apresentada uma abordagem tradicional sobre os principais elementos ligados à função quadrática. O capítulo 3, é dedicado à metodologia utilizada na pesquisa. No capítulo 4, estão as sugestões de sequências didáticas que exploram a interatividade no ensino e aprendizagem de função quadrática. No capítulo 5, tem-se a análise dos resultados colhidos após testes e questionários aplicados nas turmas do 1º ano do Ensino Médio no Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Sertão Pernambucano (IF-SERTÃO), nos anos de 2013 e 2014. Por fim, encontram-se as considerações finais, bem como sugestões para melhoria do método interativo apresentado.

CAPÍTULO 1

1.1.TECNOLOGIAS DE INFORMAÇÃO E COMUNICAÇÃO NO ENSINO DA MATEMÁTICA DO ENSINO MÉDIO

O uso do computador sempre facilitou a execução de diversas tarefas realizadas pelo homem, em particular na Matemática, a realização de operações elementares e não elementares foi se tornando mais simples e ágeis. Com o passar dos anos, o computador sofreu grandes transformações, se popularizou e passou a despertar interesse de especialistas na área da educação. Estudiosos como Seymuor Parpet, consideram computador indispensável na construção do conhecimento para o desenvolvimento cognitivo do aluno (ALTOÉ e FUGIMOTO, 2009).

Na Educação, o computador é a mola propulsora das Tecnologias da Informação e Comunicação (TIC), auxiliando o processo de Ensino – Aprendizagem, o que acarreta resultados surpreendentes. Nessa perspectiva, Miskulin et al. (2006, p. 3), apresentam uma definição sistemática sobre as TIC,

> TIC – Tecnologias da Informação e Comunicação – Essa terminologia passa a ter um significado abrangente, popularizado na década de 90, utilizado para referenciar as tecnologias requeridas para o processamento, conversão, armazenamento, transmissão e recebimento de informações, bem como, o estabelecimento de comunicações pelo computador. A terminologia: TIC, resulta da fusão das tecnologias de informação, antes referenciadas como Informática e as Tecnologias de Comunicação, referenciadas anteriormente como telecomunicações e mídia eletrônica. As TIC envolvem a aquisição, o armazenamento, o processamento e a distribuição da informação por meios eletrônicos e digitais, como rádio, televisão, telefone e computadores, entre outros.

Ressalta-se ainda que a evolução tecnológica vivenciada pela humanidade esteve sempre associada às mudanças ocorridas com os computadores. Nesse sentido, Pais (2008, p. 102) afirma que “é razoável esperar que esse processo evolutivo de criação tecnológica constitua-se em um modelo associado ao próprio fenômeno de elaboração do conhecimento. A compreensão de um estabelece parâmetros para a compressão do outro”.

Nesse sentido, Batista, Barcelos e Afonso (2005, p. 5) enfatizam que “as TIC permitem explorar outras habilidades, como visualização e simulação, além de possibilitar a formulação de conjecturas. O que é valioso quando se quer mostrar aos alunos certos comportamentos, como por exemplo, entre as variáveis x e y de função.

Sobre a visualização e elucidação de algumas dúvidas Maltempi, Javaroni e Borba (2011, p. 65) esclarecem que

> A visualização é bastante privilegiada no ambiente de investigação propiciado pelas TIC. Em particular na Educação Matemática, a visualização tem sido considerada como componente chave do raciocínio na resolução de problemas, e não somente relacionada às finalidades ilustrativas. Às vezes, quando não conseguimos ver um objeto porque ele é pequeno ou porque estamos distante dele, desenvolvemos tecnologias que nos auxiliam a superar essas limitações, tornando perceptível o antes despercebido.

Especificamente falando, realizar o estudo do sinal de uma função quadrática usando o Excel, se torna muito mais simples, pois elaborando uma tabela de valores é possível visualizar rapidamente o sinal que a função assume em certos intervalos.

Assim, ao usar as TIC o professor desempenha um papel importante de guiar, e mediar aquilo que se quer elucidar sobre cada tema. Nesse sentido, Batista, Barcelos e Afonso (2005, p. 5) afirmam que:

> A mediação do professor, durante a realização das atividades, deve incentivar a busca por explicações para o que está sendo empiricamente constatado. Resgata-se, assim, o caráter investigativo, algo que tem sido, em geral, desconsiderado nas aulas de Matemática. [...] Para utilizar as TIC como recursos pedagógicos faz-se necessário um sólido conhecimento da área de domínio, algum conhecimento de Informática e de Informática Educativa. Não é necessário dominar profundamente a tecnologia a ser utilizada, para iniciar um trabalho com esta. Mas, isto requer, muitas vezes, desprendimento para reconhecer que não sabemos tudo e que podemos aprender com nossos alunos. Tudo isso torna o processo de ensino e aprendizagem muito rico, no qual o professor exerce a posição de mediador, construindo também os seus conhecimentos.

Nessa linha de pensamento Miskulin et al. (2006, p. 4) declaram que

> O impacto de novas tecnologias no conteúdo do currículo de Matemática, através da adoção universal de novos produtos, especialmente da calculadora eletrônica e do computador, faz com que a Educação dos tempos modernos exija uma nova dimensão do conhecimento e da competência dos alunos na utilização desses recursos, especialmente nas aulas de Matemática.[...]Com a calculadora e o computador na sala de aula, o professor transformasse em mediador do processo educativo. Embora esses equipamentos possam ser usados de diferentes maneiras, esses

> novos recursos eletrônicos encorajam uma abordagem exploratória para a aprendizagem da Matemática.

É nessa abordagem exploratória associada à visualização e com direcionamento adequado que reside a interatividade. Na medida em que há uma relação de fazer e desfazer, dinamicamente, algo que se estuda e, se busca caminhos para solucionar os mais variados problemas, questionamentos e dúvidas é que se consolida o aprendizado. Miskulin et al. (2006, p.6) reforçam que

> A Tecnologia de Informação e Comunicação aplicada à Educação deve migrar de laboratórios separados da sala de aula para uma concepção de ensino e aprendizagem que a integre com o desenvolvimento de temas relacionados às diversas áreas do conhecimento. Assim, a tecnologia torna-se uma ferramenta, cujo acesso ocorre dentro da própria sala de aula, tornando-se um recurso pedagógico de apoio ao professor no desenvolvimento do plano de aula. Esta perspectiva possibilita uma integração do aluno e professor com o tema em discussão, estimulando e criando novas habilidades para o desenvolvimento do raciocínio lógico, comunicativo e criativo.

Desta forma, observa-se que a interatividade é importante porque permite ao aluno exercitar os papeis de sujeito e autor do seu próprio aprendizado. É nesse momento que o, aluno, se vê diante de inúmeras possibilidades, que são oferecidas pela ferramenta computacional, e assim pode tomar as decisões mais adequadas na solução de problemas, o que está de acordo com o pensamento de Pais (2008, p. 144)

> O sucesso do uso do computador como uma tecnologia que pode favorecer a expansão da inteligência depende da forma como ocorre a relação entre o usuário e as informações contidas no programa por ele utilizado. Quanto mais interativa for essa relação, maiores serão as possibilidades de enriquecer as condições de elaboração do saber.

Finalmente, Cavalcante (2010, p. 7) conclui que

> Um caminho para a realização de um processo de ensino - aprendizagem de qualidade está no trabalho conjunto das tendências de ensino, trabalhando com projetos onde a participação seja realizada de forma efetiva, proporcionando bons resultados, diminuindo a exclusão, transformando comunidades, promovendo cidadania, dentro de todo esse âmbito as TICs tem grande papel motivador e operacional.

Portanto, é imprescindível que o professor busque meios para facilitar o aprendizado e a interatividade é um desses meios. O aluno participa do processo de ensino-aprendizagem, errando, acertando, opinando, fazendo parte efetivamente da construção do seu conhecimento.

1.2.TRABALHOS RELACIONADOS AO TEMA

A sociedade atual vive em meio ao demasiado número de informações geradas pelo contato, quase que integral, com novas tecnologias, mídias eletrônicas, redes sociais e etc. Em Paralelo a isso, o uso de novas tecnologias no ensino da matemática está bastante difundido, uma vez que é extenso o material que trata desse tema. Nesse mesmo sentido, os Parâmetros Curriculares de Pernambuco preconizam que

> [...] o emprego da calculadora ou do computador não deve ser encarado como limitador do desenvolvimento da competência matemática para operar com números, como tem sido entendido por muitos. Ao contrário, eles devem ser instrumento de expansão dessa capacidade de calcular. A competência de efetuar as operações básicas [...] continua sendo necessária. A adoção da calculadora e do computador na escola não deve ser obstáculo para a aquisição dessa competência. (PERNAMBUCO, 2012, p.32)

Em particular, o uso do computador traz infinitas possibilidades de inserção de vários conteúdos. Pode-se realizar simulações com respostas instantâneas, tornando mais simples as observações das relações entres as variáveis envolvidas em um problema. Ainda segundo os Parâmetros Curriculares de Pernambuco,

> [...] o estudante poderá ter mais oportunidade de expandir sua capacidade de resolver problemas, de fazer conjecturas, de testar um grande número de exemplos, de explorar os recursos da chamada “geometria dinâmica”, em que é possível fazer variar continuamente parâmetros atrelados a figuras, operação impossível num contexto de papel e lápis.(PERNAMBUCO, 2012, p.32)

Analisando trabalhos publicados, versando sobre a problemática estabelecida em torno de inserir ou não novas tecnologias que auxiliem no processo de ensino-aprendizagem, e mais especificamente, sobre o uso de softwares como GeoGebra, Winplot, Excel ou BrOfficeCalc, no ensino de função quadrática, nota-se uma tendência muito forte de tornar esse tipo de prática indispensável.

Nesse contexto, Júnior (2013) relata o quanto é importante a introdução de tecnologias que auxiliem no processo de ensino-aprendizagem, fazendo-se uso de calculadoras, computadores, já que estes pertencem à rotina dos alunos. Descreve, também, sucintamente o GeoGebra, apontando suas possíveis aplicações em sala de aula. Ressalta ainda, que é imprescindível que os alunos não estejam sempre em uma posição passiva durante o processo, mas que assumam papel, cada vez mais, ativos, isto é, também sejam construtores do seu saber. Nesse ponto reforça a ideia do quanto é útil inserir certos conceitos baseados em conhecimento já adquiridos pelos alunos. O autor enfatiza, ainda, que empregou em seu trabalho a Engenharia da Didática[1] como metodologia de ensino e relata que aplicou uma sequência didática sobre função quadrática utilizando o GeoGebra.

Durante a experimentação ele notou enorme diferença entre a abordagem tradicional do conteúdo e a abordagem interativa do mesmo conteúdo no laboratório de informática, identificando dificuldades rotineiras, como a perda da aprendizagem “investigativa”, ou seja, observações intuitivas, das possíveis conjecturas, no primeiro caso e se surpreendendo com os bons resultados obtidos no segundo caso, isto é, ocorre basicamente o contrário do primeiro caso. Com o uso da ferramenta computacional, agora o aluno, assume a posição de sujeito ativo do seu aprendizado.

Por outro lado, Oliveira (2013) chama a atenção para o fato de começarmos o estudo de função quadrática por uma situação-problema. Em seguida é apresentada a caracterização da função quadrática. O autor propõe exercícios com a finalidade de caracterizar a função quadrática por meio de problemas de Geometria Plana, usando o GeoGebra. Além disso, traz um breve comentário sobre o computador na sala de aula e sobre o GeoGebra enfatiza que o programa

> Tem a vantagem didática de apresentar, ao mesmo tempo, duas representações diferentes de um mesmo objeto que interagem entre si: sua representação geométrica e sua representação algébrica oferecendo, portanto, diversas possibilidades para a exploração pedagógica.(p. 19)

Outro estudo relevante é de Santos (2013), que descreve brevemente os aspectos históricos ligados ao conceito de funções, citando as contribuições de

---

[1]A engenharia didática começou a ser usada na matemática por volta de 1980, nela o trabalho do pesquisador é estruturado como o trabalho de um engenheiro que é cuidadosamente elaborado e dividido em etapas que se apoiam em conhecimentos científicos, mais simples, objetivando alcançar conhecimentos mais complexos.

cientistas como Fermat, Newton, Leibniz, entre outros. Neste trabalho encontram-se também, as justificativas e fundamentações teóricas a respeito de função quadrática e ainda uma série de aplicações. A autora defende que, não só é importante o professor conhecer a definição do que vai ensinar, mas também saber como ensinar. Tem-se ainda um histórico bem detalhado sobre a implantação, no Brasil, do uso de novas tecnologias na educação. Certamente que, o ponto alto desse trabalho é o fato que a autora criou o Nicolas. Um aplicativo, cuja finalidade é auxiliar no ensino da função quadrática, e que sugere as sequências didáticas para serem usadas com o aplicativo. Nesse mesmo trabalho, temos ainda informações muito úteis a respeito da plataforma Moodle, cuja finalidade, é socializar o conhecimento.

Nessa linha de trabalho, Rodrigues (2013) propõe a utilização do software denominado MAXIMA, fornecendo um link para a sua instalação. Em seguida, são propostas algumas atividades, bem como suas soluções usando o MAXIMA. A autora justifica sua utilização, apoiando - se nas dificuldades encontradas por alunos e professores no ensino-aprendizagem de funções polinomiais do 1º e 2º grau, bem como, sinaliza para a escolha correta do software a ser adotado. A autora coloca que:

> Para que o computador seja eficiente no processo ensino aprendizagem é indispensável a utilização de software apropriado para o conteúdo trabalhado, auxiliando na formação do aluno, estimulando sua criatividade, ampliando sua visão de determinado conteúdo, buscando a construção do conhecimento, ajudando assim no desenvolvimento intelectual (p. 9)

Assim, antes de dar início a uma sequência de aulas que utilizem determinado software, deve-se que conhecê-lo bem, inteirar - se ao máximo sobre as possibilidades de seu uso e de suas limitações.

Para um estudo teórico sistemático, recomenda-se a leitura de Sousa (2013), pois seu trabalho versa sobre concavidade (inclusive utilizando derivadas), intersecção com os eixos coordenados, vértice, eixo de simetria, crescimento e decrescimento, e faz uma caracterização rigorosa da função quadrática, bem como mostra que o gráfico de uma função quadrática é realmente uma parábola, usando argumentos bastante precisos, como progressões aritméticas e noções de Cálculo. Mostra, ainda, como as mudanças sofridas nos coeficientes a, b e c, da função quadrática alteram o seu gráfico. Para essas demonstrações nota-se no texto uma capacidade de manipulações algébricas e um formalismo bem robusto, feitos pelo autor. Assim, é elogiável, do ponto de vista teórico, o que o autor propõe nesse trabalho, sendo, portanto, uma fonte rica em detalhes.

Quase nessa mesma linha de trabalho, Soares (2013), apresenta função quadrática de maneira bastante rigorosa e justifica todas as fórmulas, fornece ainda uma justificativa histórica das equações do 2º grau e apresenta o método de resolução conhecido como “método de completar quadrados”, apontando a necessidade de incentivar os alunos a raciocinar. Na teoria sobre função quadrática, abordada pelo autor, observa-se uma ênfase inicialmente na forma canônica, o que é bastante recomendável, pois é onde se desenvolvem os principais estudos analíticos sobre os pontos críticos do gráfico da função quadrática. Na construção dos gráficos, tem-se uma sequência de passos para construir uma parábola e, apesar de não mencionar que esses passos poderiam ser usados em uma aula interativa sobre função quadrática, o roteiro está bem elaborado ao ponto de ser bem aproveitado para este fim.

Já Ribeiro (2013) trabalha basicamente em três frentes: histórica, teórica e de aplicabilidade. A autora também fornece uma concisa justificativa histórica das equações do 2º grau apontando os métodos usados pelos Babilônios, Gregos e Árabes. Tem-se ainda, uma descrição resumida do assunto desde a Renascença, até a chamada Matemática moderna, abordando a criação do plano cartesiano, bem como a invenção do Cálculo Diferencial e Integral. Na frente teórica, tem-se a relação entre função quadrática e progressão aritmética, o uso do GeoGebra com ênfase nos parâmetros e suas influências no gráfico da função quadrática e sua ligação com Geometria Analítica. São propostas algumas atividades sobre gráfico da função quadrática, usando o Winplot e o GeoGebra, trabalhando concavidade, “abertura” da parábola, translações verticais e horizontais. A autora sugere várias aplicações de equações do 2º grau e função quadrática, tais como: o problema do retângulo de área máxima, o número de ouro, queda livre, movimento uniformemente variado, taxa de variação da função quadrática, retas tangentes (mencionando derivada), problemas de otimização e lançamento oblíquo.

Para um aprofundamento sobre Parábola, Peixoto (2013), após uma série de relatos históricos envolvendo o estudo das cônicas, aprofundou o estudo sobre parábolas, mostrando que o gráfico de uma função quadrática é uma parábola e que a equação de uma parábola é uma equação do 2º grau. O autor mostrou, ainda, como reconhecer se uma dada equação é uma determinada cônica ou não, utilizando vários recursos, dentre eles, o Teorema Espectral da Álgebra Linear.

Ainda nessa perspectiva, Okada (2013) apresentou um estudo das funções elementares com ênfase na representação gráfica, utilizando o GeoGebra. O autor começou fazendo uma rápida explanação teórica sobre as funções afim, quadrática, exponencial, logarítmica, modular e trigonométricas, onde utilizou o GeoGebra apenas para explicar a função afim. Em seguida, evidenciou as transformações (translação, deformação e reflexão) nos gráficos das funções já citadas, dando inicialmente uma justificativa teórica, dessas transformações, e mostrando os gráficos construídos com o auxilio do GeoGebra. Em seu estudo observou certa interatividade na construção dos gráficos usando o GeoGebra, com destaque na ferramenta "controle deslizante", muito útil para trabalho que evidencia a interatividade, mesmo não sendo o foco do autor.

Finalmente, vale ressaltar que não se deve abandonar radicalmente a abordagem tradicional que se faz com o uso do quadro, em sala de aula, conforme afirma Santos (2013):

> O quadro-negro não deixa de ser uma tecnologia importante, sobretudo para o professor de Matemática, que o utiliza para interagir com a turma e o conteúdo, seja na demonstração de um teorema, ou mesmo na apresentação das soluções para as várias questões trabalhadas, mas todos haverão de concordar que esse ambiente se mostra extremamente limitado na abordagem de algumas situações matemáticas. (p. 22)

As experiências vivenciadas na aplicação desse método interativo corroboram com o fragmento exposto acima, uma vez que se tem a necessidade de executar alguns cálculos, apresentar certas manipulações algébricas e demonstrar teoremas. Pois, durante o processo, deve-se sempre alertar os alunos, quanto à necessidade de os mesmos serem capazes de "colocar no papel" aquilo que pensam ou que visualizam e executam quando usam algum software.

CAPÍTULO 2

Neste capítulo apresenta-se uma abordagem tradicional sobre função quadrática, tal abordagem é inspirada na maneira como o conteúdo é apresentado em muitos livros didáticos.

2. FUNÇÃO QUADRÁTICA

Conforme Lima (2006), uma função real de variável real denomina-se função quadrática, quando existem números reais a, b e c, com $a \neq 0$, tais que

$$f(x) = ax^2 + bx + c \tag{1}$$

para todo $x \in \mathbb{R}$.

2.1. GRÁFICO DA FUNÇÃO QUADRÁTICA

O gráfico de uma função quadrática é uma parábola. Esse fato pode ser comprovado analiticamente em Sousa (2013), onde o autor oferece ao leitor uma oportunidade bastante rigorosa para comprovar essa afirmação.

Então, resta explanar, brevemente, os pontos mais importantes sobre o gráfico da função quadrática, tais como: intersecção com o eixo das ordenadas, intersecção com o eixo das abscissas e coordenadas do vértice.

2.1.1. Intersecção com os eixos

2.1.1.1. Intersecção com o eixo das ordenadas

Para saber onde o gráfico da função quadrática corta o eixo das ordenadas, basta calcular o valor numérico da função para $x = 0$, isto é,

$$f(0) = a \cdot 0^2 + b \cdot 0 + c \Rightarrow f(0) = c$$

Assim, o ponto $(0,\ c)$ da função quadrática pertence ao eixo das ordenadas.

2.1.1.2. Intersecção com o eixo das abscissas

Agora, para determinar a intersecção do gráfico da função quadrática com o eixo das abscissas, deve-se fazer $y = 0$, que é o mesmo que fazer $f(x) = 0$, já que $y = f(x)$, levando a resolver a equação do segundo grau

$$ax^2 + bx + c = 0 \ , \qquad (2)$$

Dividindo a equação (2) por a, já que $a \neq 0$, tem-se:

$$\frac{a}{a}x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{c}{a} = \frac{0}{a} \Rightarrow x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{c}{a} = 0$$

Agora, pode-se usar o método de completar quadrados para encontrar o valor de x.

$$x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{c}{a} = 0 \Rightarrow x^2 + 2 \cdot x \cdot \frac{b}{2a} + \left(\frac{b}{2a}\right)^2 = -\frac{c}{a} + \left(\frac{b}{2a}\right)^2 \Rightarrow$$

$$\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 = -\frac{c}{a} + \frac{b^2}{4a^2} \Rightarrow \left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 = \frac{-4ac+b^2}{4a^2} \Rightarrow \left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 = \frac{b^2-4ac}{4a^2} \Rightarrow$$

$$x + \frac{b}{2a} = \pm\sqrt{\frac{b^2-4ac}{4a^2}} \Rightarrow x = -\frac{b}{2a} \pm \frac{\sqrt{b^2-4ac}}{2a} \Rightarrow x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2-4ac}}{2a} \qquad (3)$$

Na fórmula de resolução de uma equação do 2º grau, equação (3),nota-se a presença do número$b^2 - 4ac$, que é denominado discriminante da equação e denota-se por:

$$\Delta = b^2 - 4ac \qquad (4)$$

E finalmente, tem-se o formato que é tradicionalmente ensinado nas escolas:

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a} \qquad (5)$$

Não se deve chamar a equação (5) de fórmula de Bhaskara, pois Bhaskara foi um matemático indiano que viveu por volta do séc. XII e, a fórmula como se conhece está associada ao francês Francois Viète, que viveu no séc. XVI. Recomenda-se a leitura de Ribeiro (2013), para um melhor detalhamento do assunto.

Da equação (5), observa-se que o discriminante de uma equação do 2º grau desempenha um papel fundamental, no que diz respeito ao número de raízes reais, isto é, o número de pontos no gráfico da função que corta o eixo das abscissas. Pois, como o discriminante é o radicando de uma raiz quadrada, temos:

- $\Delta > 0 \Rightarrow\ x_1 \neq x_2$, com $x_1,\ x_2\ \in \mathbb{R}$;
- $\Delta = 0 \Rightarrow\ x_1 = x_2$, com $x_1,\ x_2\ \in \mathbb{R}$;
- $\Delta < 0 \Rightarrow\ \nexists\, x_1,\ x_2\ \in\ \mathbb{R}$, onde $\mathbb{R}$ é o conjunto dos números reais.

Em outras palavras, quando $\Delta > 0$ a equação possui duas raízes reais, ou seja, o gráfico da função corta o eixo das abscissas em dois pontos distintos; quando $\Delta = 0$ a equação possui uma raiz real dupla, significa que, o gráfico da função corta o eixo das abscissas em um único ponto; quando $\Delta < 0$ a equação não possui raízes reais, logo, o gráfico da função não corta o eixo das abscissas.

É importante saber que, as origens de estudos sobre função quadrática repousam principalmente na resolução de equações do segundo grau, onde os babilônios a quase quatro mil anos, se depararam com o problema de determinar dois números, conhecidos sua soma **s** e seu produto **p**. Segundo Garbi (2009, p.13);

> Os babilônios, já conseguiam trabalhar com equações do 2º grau e resolviam-nas por um método baseado no mesmo raciocínio empregado pelos hindus quase 3 milênios mais tarde, o chamado “completamento do quadrado”. Embora os resultados fossem corretos, os tabletes que contém soluções de equações do 2º grau apresentam, como todos os demais, apenas sequências do tipo “**faça isto**”, “**faça aquilo**”, “**este é o resultado**”, sem qualquer justificativa lógica sobre o caminho seguido.

O texto acima retrata que, embora os babilônios não detivessem o nível de conhecimento matemático que tinham, por exemplo, os matemáticos do séc. XVII, eles eram capazes de usar ao máximo seu conhecimento empírico. O que os levaram a resultados e métodos matemáticos surpreendentes para a sua época.

2.1.2. Coordenadas do vértice

O gráfico de uma função quadrática é uma parábola cujo vértice é o ponto V, de coordenadas $(x_V; y_V)$, que pode ser facilmente calculados em função dos coeficientes a, b e c.

Da fórmula (5),escreve-se, $x_1 = \frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a}$ e $x_2 = \frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a}$, onde x_1 e x_2 são as raízes da função quadrática. Calculando $x_1 + x_2$ e $x_1 \cdot x_2$, obtém-se:

$$x_1 + x_2 = \frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a} + \frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-2b}{2a} = -\frac{b}{a} \Rightarrow x_1 + x_2 = -\frac{b}{a} \qquad (6)$$

e,

$$x_1 \cdot x_2 = \frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a} \cdot \frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{(-b)^2-\left(\sqrt{\Delta}\right)^2}{4a^2} = \frac{b^2-\Delta}{4a^2} = \frac{b^2-b^2+4ac}{4a^2} = \frac{c}{a} \Rightarrow x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a} \qquad (7)$$

Como $x_V = \frac{x_1+x_2}{2}$, tem-seque

$$x_V = \frac{\frac{-b}{a}}{2} \Rightarrow x_V = -\frac{b}{2a}. \qquad (8)$$

Tem-se ainda que $y_V = f(x_V)$, dessa forma, substituindo o resultado encontrado acima para x_V, tem-se que

$$y_V = f(x_V) = a \cdot \left(-\frac{b}{2a}\right)^2 + b \cdot \left(-\frac{b}{2a}\right) + c = \frac{b^2}{4a} - \frac{b^2}{2a} + c = \frac{b^2-2b^2+4ac}{4a} = \frac{-b^2+4ac}{4a}.$$

Então,

$$y_V = -\frac{\Delta}{4a}. \qquad (9)$$

As coordenadas do vértice, também podem ser obtidas, manipulando-se a função quadrática até obter a sua forma canônica. Considerando a função quadrática dada pela equação (1), tem-se:

$$f(x) = a\left(x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{c}{a}\right) = a\left(x^2 + 2x\frac{b}{2a} + \frac{b^2}{4a^2} + \frac{c}{a}\right) - \frac{b^2}{4a} = a\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 + c - \frac{b^2}{4a} \Rightarrow$$

$$f(x) = a\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 + \frac{4ac-b^2}{4a}$$, ou ainda,

$$f(x) = a\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 - \frac{\Delta}{4a}. \qquad (10)$$

Na equação (10), pode-se notar que quando $x = -\frac{b}{2a}$, tem-se $f(x) = -\frac{\Delta}{4a}$. E mais, se $a > 0$, $y = -\frac{\Delta}{4a}$ é o menor valor de $f(x)$, para$x = -\frac{b}{2a}$.caso contrário, quando $a < 0$, $y = -\frac{\Delta}{4a}$ é o maior valor de $f(x)$, para$x = -\frac{b}{2a}$. Além disso, o gráfico dessa função tem concavidade voltada para cima quando $a > 0$ e concavidade voltada para baixo quando $a < 0$, conforme pode ser visto nas Figuras 1 e 2.

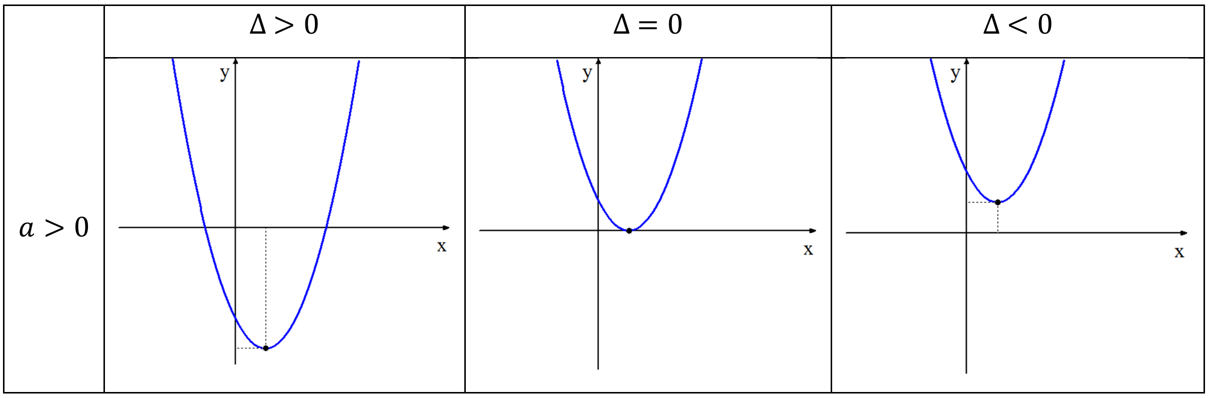


Figura 1: Gráfico com concavidade voltada para cima.

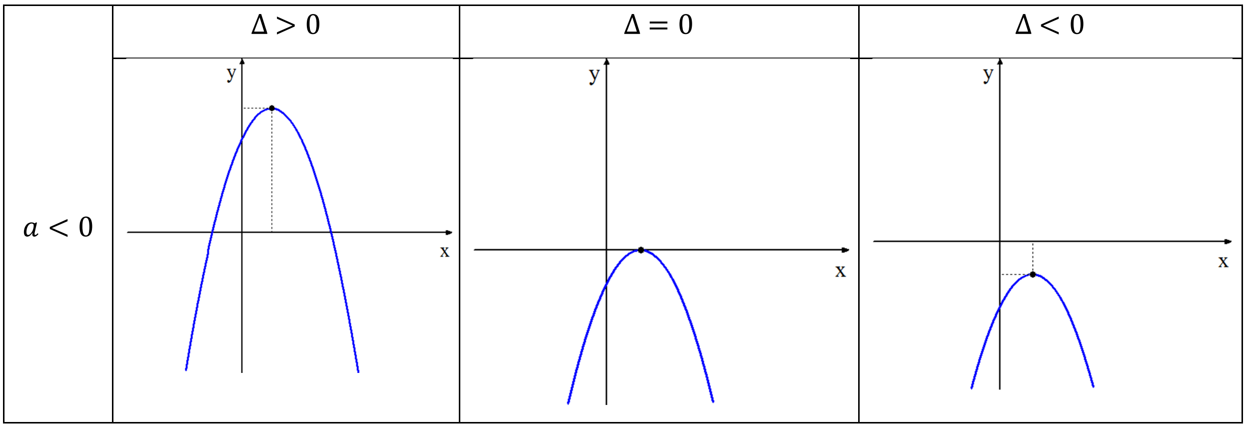


Figura 2: Gráfico com concavidade voltada para baixo.

CAPÍTULO 3

3.METODOLOGIA

3.1. LOCAL DA PESQUISA

A pesquisa ocorreu no Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Sertão Pernambucano (IFSERTÃO-PE), com turmas do 1º ano do Ensino Médio Integrado, nomenclatura usada no Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Sertão Pernambucano, onde o Ensino Médio tem duração de quatro anos e é dividido em duas áreas, a Área Técnica e a Área Propedêutica[2].

3.2. SUJEITOS DA PESQUISA

Em 2013, as turmas pesquisadas foram o 1º ano do curso de Edificações e o 1º ano do curso de Química. Na turma do 1º ano do curso de Edificações, tinha 34 alunos e, a turma do 1º ano do curso de Química, tinha 43 alunos.

Em 2014, as turmas pesquisadas também foram do 1º ano do ensino médio integrado, sendo que a turma do 1º ano do curso de Química de 2014 possui 40 alunos matriculados, e a turma do 1º ano do curso de Eletrotécnica tem 46 alunos matriculados.

3.3. MATERIAL UTILIZADO

As aulas foram ministradas quase que totalmente nos laboratórios de informática, onde foi utilizado apostilas com as Sequências Didáticas, apresentadas

---

[2] Área que contempla as disciplinas básicas do ensino médio, Biologia, Educação Física, Filosofia, Física, Geografia, História, Língua Estrangeira, Matemática, Português, Química e Sociologia.

no Capítulo 4, computadores (um por aluno), data show, os programas Excel, Winplot, GeoGebra, quadro branco e pincel. Já a turma do 1º ano do curso de Química, as aulas não foram realizadas no laboratório de informática, ou seja, tiveram uma abordagem tradicional de função quadrática.

3.4. PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS

As duas turmas, do ano de 2013, foram submetidas a uma atividade e a um questionário, onde a coleta de dados se fez pela correção das atividades e tabulação dos questionários, e os resultados foram lançados no Excel para montagem dos gráficos apresentados no Capítulo 5. Na turma do 1º ano do curso de Edificações, 32 alunos se submeteram à Atividade Avaliativa 1, que pode ser vista no Apêndice A e, ao questionário contido no Apêndice E. Na turma do 1º ano do curso de Química, 29 alunos também foram submetidos à Atividade Avaliativa 1, contida no Apêndice A e, após a correção e coleta dos resultados, foi ofertada à turma do 1º ano do curso de Química uma aula sobre função quadrática no laboratório de informática onde foi utilizada a sequência de atividade interativa contida no Apêndice B. Em outra aula, com 26 alunos na turma, foi aplicada, no 1º ano do curso de Química, a Atividade Avaliativa contida no Apêndice C e o questionário contido no Apêndice E.

Em 2014, as turmas pesquisadas também tiveram aulas no laboratório de informática com as sequências didáticas contidas no Capítulo 4, sendo que a turma do 1º ano do curso de Química de 2014, apenas 38 alunos fizeram a avaliação proposta no Apêndice D. E a turma do 1º ano do curso de Eletrotécnica todos fizeram a avaliação contida no Apêndice D. Em seguida as duas turmas responderam ao questionário contido no Apêndice E.

CAPÍTULO 4

4.SEQUÊNCIAS DE ATIVIDADES INTERATIVAS

OBJETIVO GERAL

Reconhecer uma função quadrática, bem como suas propriedades, aplicações e ilustração gráfica.

4.1. ATIVIDADE INTERATIVA 1

Objetivos específicos:

- Executar comandos básicos dos softwares Winplot e GeoGebra;
- Conhecer as noções básicas do plano cartesiano;
- Plotar pontos no plano cartesiano;

1º)Marque os pontos abaixo, no plano cartesiano, usando o Winplot.

a) A(3; 2); b) B(4; 4); c) C(-3; 1); d) D(-1; 3); e) E(-2; -3); f) F(-3; -2)

g) G(3; -3); h) H(3; 0); i) I(0; 4)

4.1.1. Roteiro para construção do ponto A(3; 2), no Winplot.

Abra o Winplot, e na tela abaixo, que pode ser vista na Figura 3, clique em Janela.

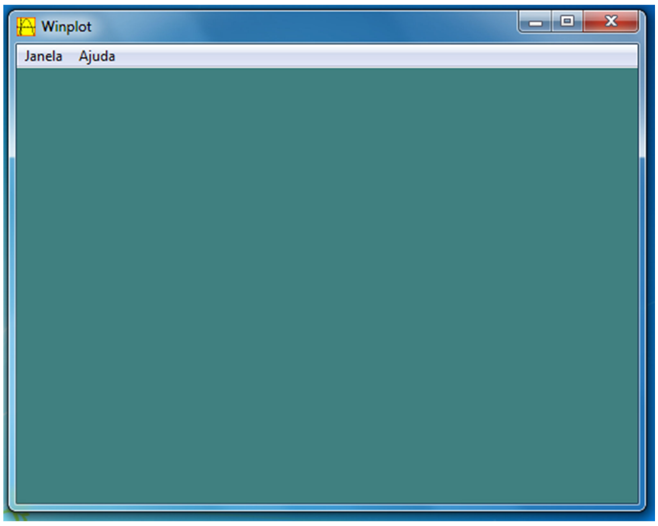


Figura 3: Tela inicial do Winplot.

Em seguida clique em 2-dim ou F2, conforme pode ser visto na Figura 4.

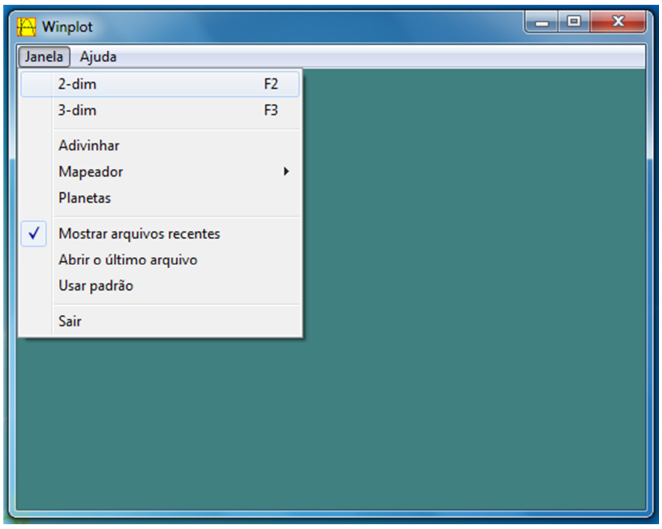


Figura 4: Tela do Winplot.

A Figura 5 mostra a tela que será aberta:

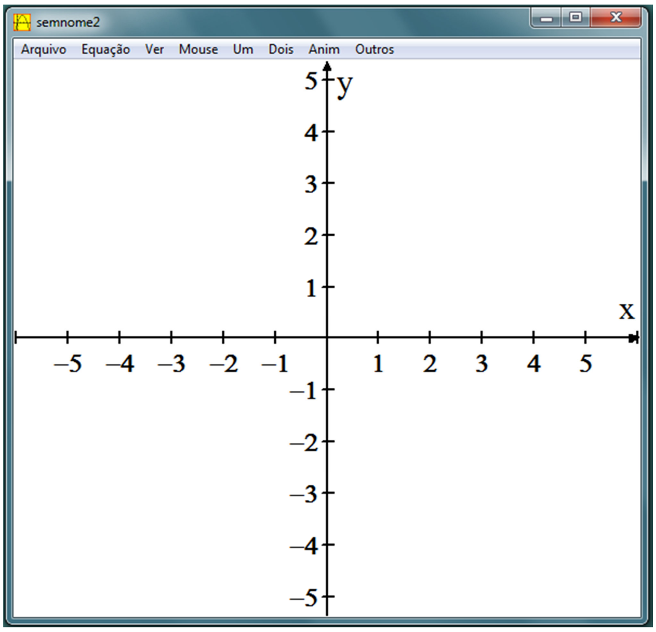


Figura 5: Plano Cartesiano.

Clique em Equação, Ponto, e seguindo clique em (x, y) , que pode ser vista na Figura 6

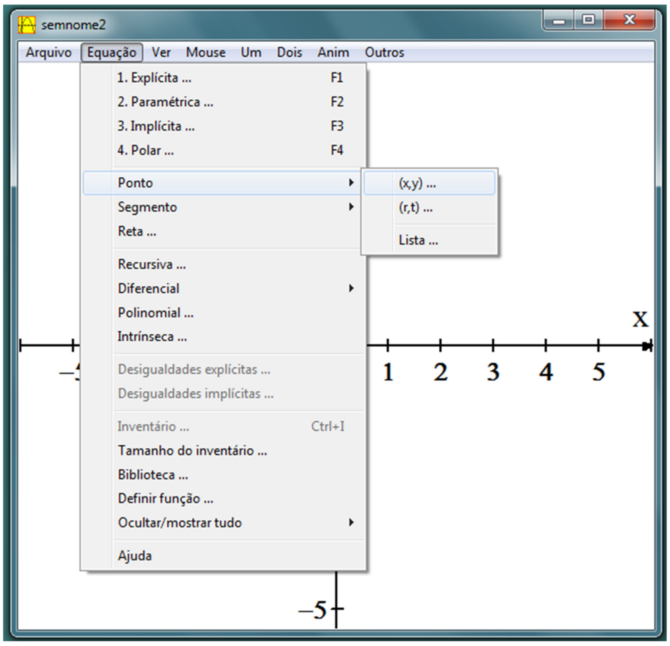


Figura 6: Opções de Equação.

Aparecerá uma tela ao lado, conforme mostra a Figura 7.

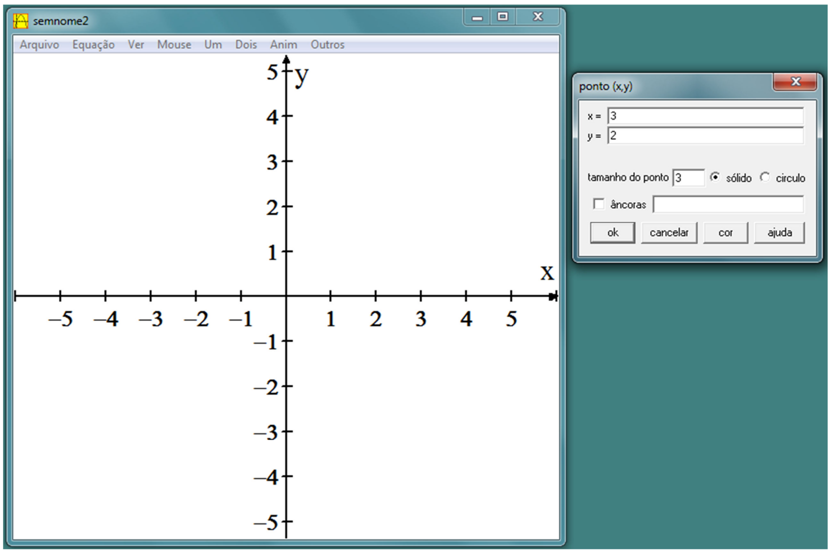


Figura 7: Caixa para os valores de x e y.

No espaço referente ao tamanho do ponto, digite o valor desejado para o ponto. Recomenda-se 3 ou 4.

Marque a opção sólido. É importante que os alunos descubram por si mesmos, a diferença entre as opções sólido (●) ou circulo (○).

Nesse momento, alguns alunos perguntaram o que aconteceria se clicassem em âncoras. Sem dar a resposta de imediato, foi solicitado aos alunos que plotassem o ponto A(3; 2) sem clicar em âncoras e, em seguida, plotassem o ponto A(3; 2) clicando em "âncoras" e digitando o comando /xy, conforme mostra a figura 8.

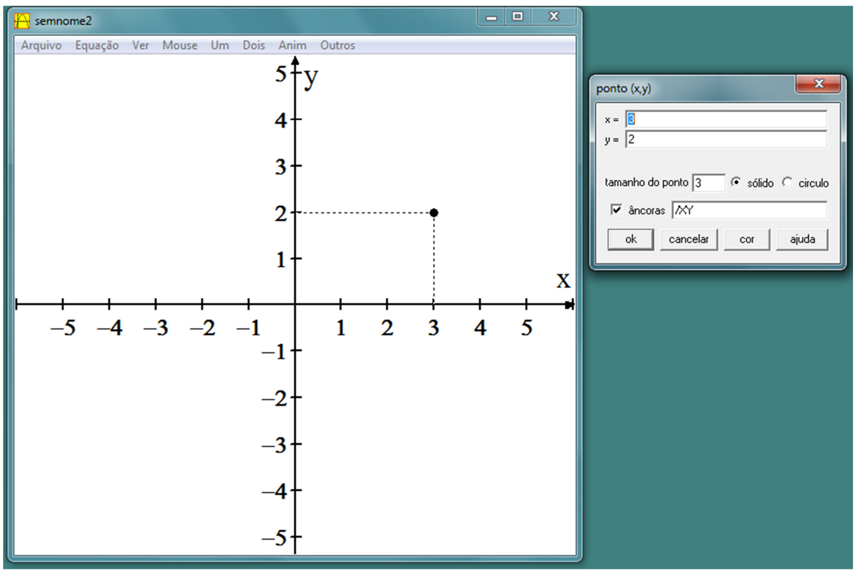


Figura 8: Ponto A(3;2)

2º) Definir com suas palavras o que são as ancoras. E falar, ainda por que não é preciso usá-las nos pontos H e I do 1º exercício.

3º) Marque os pontos abaixo, no plano cartesiano, usando o GeoGebra.

a) A(3; 2); b) B(4; 4); c) C(-3; 1); d) D(1; -3); e) E(-2; -3)

4.1.2.Roteiro para construção do ponto A(3; 2) no GeoGebra.

Abrir o GeoGebra e em Entrada, que fica no canto inferior esquerdo, conforme Figura 9, digite (3, 2), em seguida clique em Enter.

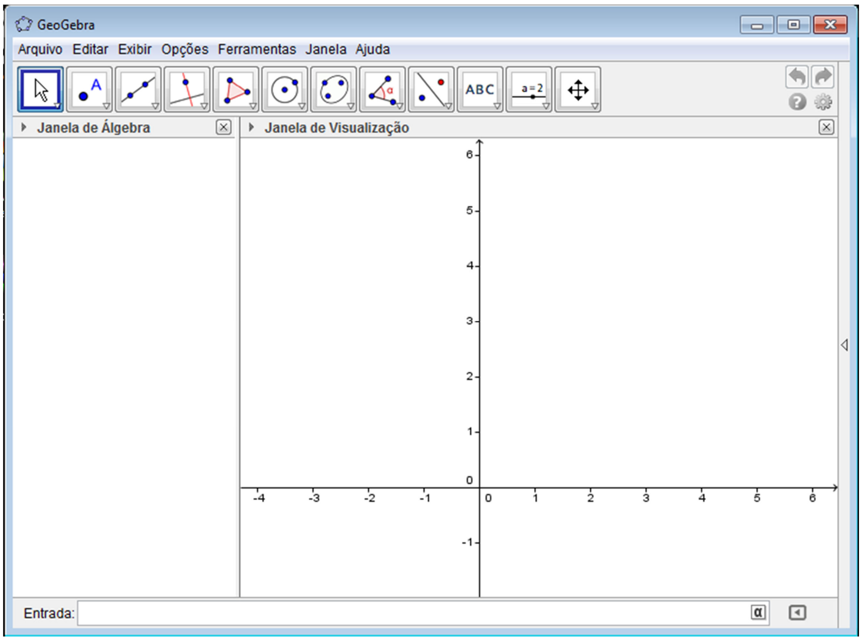


Figura 9: Janela de trabalho do GeoGebra.

Outra opção, clicando com o botão direito do mouse na **ZONA GRÁFICA** e, em seguida clique em Malha. Agora, é só usar a opção , e clicar no ponto desejado, observe o ponto A(3; 2), conforme a Figura 10.

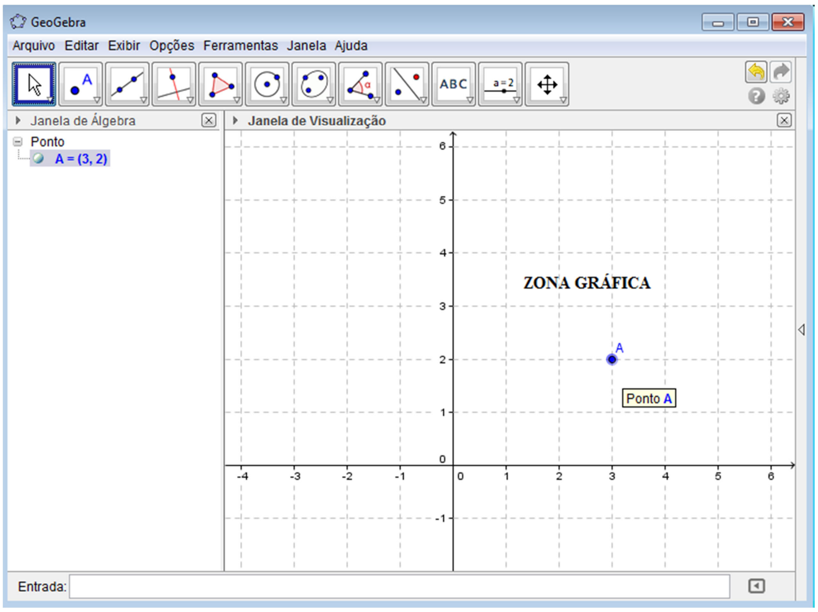


Figura 10: Ponto A(3; 2) na Zona Gráfica do GeoGebra.

4.2. ATIVIDADE INTERATIVA 2

Objetivos específicos:

- Calcular valores numéricos de uma função quadrática;
- Familiarizar-se brevemente com os comandos do Excel;
- Identificar os coeficientes de uma função quadrática;
- Criar fórmulas, usando a planilha eletrônica, associadas à função quadrática;
- Obter, de maneira dinâmica, as correspondências entre os valores de x e y.

1º) Dada a função $f(x) = x^2 - 2x - 3$. Preencher a Tabela 1, primeiramente fazendo os cálculos no caderno e, em seguida com o auxilio de uma planilha eletrônica (Excel ou BrOfficeCalc):

Tabela 1: Pontos do gráfico da função f(x) = x² - 2x -3

x	-3	-2,5	-2	-1,5	-1	0	0,5	1	1,5	2	2,5	3	3,5	4	4,5	5
$y = f(x)$																

4.2.1. Roteiro para calcular os valores numéricos da função, usando uma planilha eletrônica.

1º passo: Na célula A1 escreva FUNÇÃO QUADRÁTICA

2º passo: Na célula A3 escreva f(x)=ax²+bx+c

Para o expoente 2 aparecer, digite simultaneamente as telas *Alt Gr* e 2.

3º passo: Na célula A4 escreva f(x)= x²-2x-3

4º passo: Na célula B2 escreva a=

5º passo: Na célula B3 escreva b=

6º passo: Na célula B4 escreva c=

7º passo: Nessas três células B2,B3 e B4 alinhar à direita com o comando .

8º passo: Na célula E1 digite x, na célula F1 digite y = f(x), em seguida selecionando de E1 até E18 use o comando , para aplicar bordas em todas as células selecionadas e faça o mesmo com as células F1 à F18.

9º passo: Use o comando  para colorir as células, conforme a Figura 11:

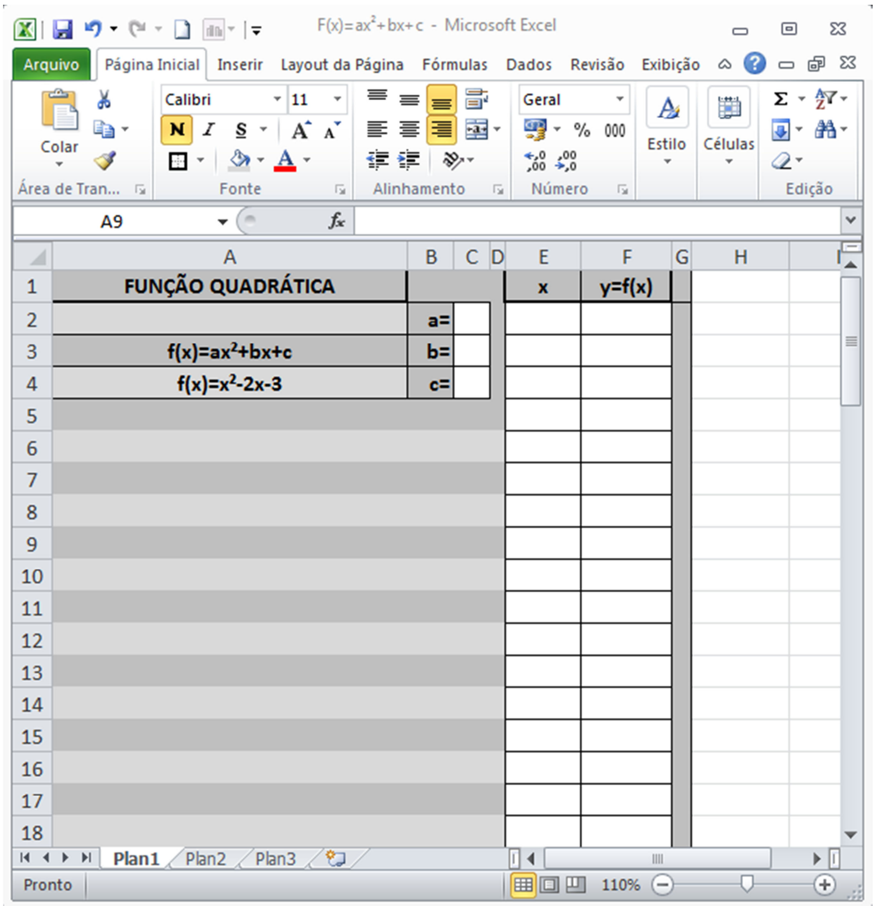


Figura 11:Planilha do Excel para a função f(x)=x² - 2x – 3.

10º passo: Preencha as células C2, C3 e C4 com os valores das constantes a, b e c, respectivamente.

11º passo: Escreva a fórmula a ser digitada na célula F2, baseada na função dada.

É extremamente saudável, do ponto de vista pedagógico, que os alunos discutam sobre a fórmula correta que deverão digitar na célula, por isso o professor deve provocá-los, inclusive “errando” propositalmente a fórmula, pois certamente os alunos irão interagir e encontrarão a fórmula correta. E isso significa que entenderam os aspectos operacionais da função em questão, em outras palavras, que o coeficiente a, que se encontra na célula C2 irá multiplicar o quadrado do valor que está na célula E2 e que esse resultado será somado com o produto do valor que está em C3 com E2 e que essa soma desses resultados será somado ao valor que está na célula C4. Em outras palavras, a interação dos alunos com as ideias básicas da função estará sendo amplamente discutida. Só então, apresenta-se a fórmula *=C2*E2^2+C3*E2+C4*, que será digitada em F2.

12º passo: Escrever a fórmula a ser digitada nas células F3 à célula F18, baseada na função dada.

13º passo: Finalmente, escrever nas células E2 à E18 os valores de x da Tabela 1.

14º passo: Anotar no caderno (ou no material fornecido) os valores de x, bem como suas respectivas imagens obtidas após o 13º passo.

Após, todo esse trabalho, alguns alunos, irão questionar se não é mais fácil usar a opção *copiar (Ctrl+C)* na célula F2 e *colar (Ctrl+V)* nas demais células, de F4 á F18. É interessante que se peça que façam isso, pois, perceberão que os valores obtidos para y, nessas células, serão completamente diferentes dos valores obtidos após o 13º passo.

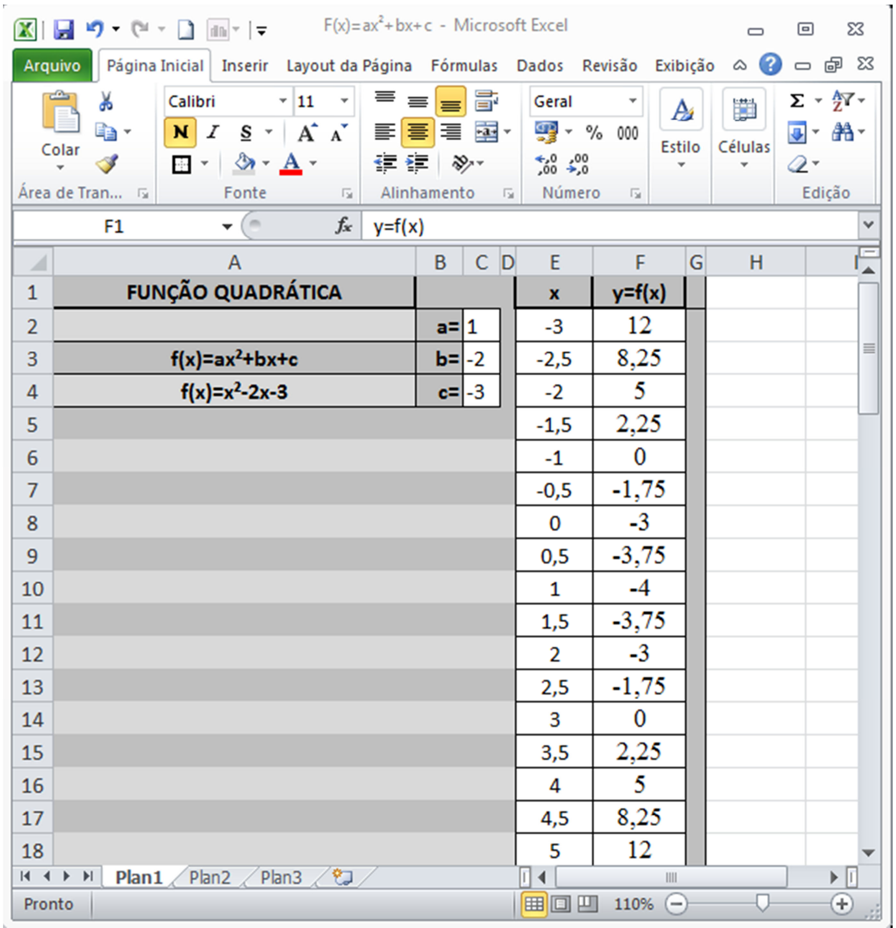
É nesse momento que a interatividade mais uma vez ganha espaço. O professor, então, poderá fazer questionamentos aos alunos, descobrirão que um dos erros está no fato de que, usando simplesmente as opções "copiar-colar", mudarão os valores das constantes a, b e c, que ocupam as células C2, C3 e C4, respectivamente, o que implicará em erros. Uma boa oportunidade para chamar a atenção dos alunos do porquê que as letras a, b e c na função $f(x) = ax^2 + bx + c$, são constantes, em todos os resultados. Só após essa discussão, apresente um "truque" da planilha eletrônica que faz com que os valores das células C2, C3 e C4 permaneçam constantes. Então, na célula F2, peça que digitem *=$C$2*E2^2+$C$3*E2+$C$4*, notarão que agora as imagens estarão corretas.

4.3. ATIVIDADE INTERATIVA 3

Objetivos específicos:

- Plotar pontos no plano cartesiano;
- Associar tais pontos à uma parábola;
- Esboçar gráficos de funções quadráticas.

Considerar a tabela mostrada na Figura 12, feita pelos alunos usando o Excel. Use o Winplot, para plotar os pontos obtidos.



	A	B	C	E	F
1	FUNÇÃO QUADRÁTICA			x	y=f(x)
2		a=	1	-3	12
3	$f(x)=ax^2+bx+c$	b=	-2	-2,5	8,25
4	$f(x)=x^2-2x-3$	c=	-3	-2	5
5				-1,5	2,25
6				-1	0
7				-0,5	-1,75
8				0	-3
9				0,5	-3,75
10				1	-4
11				1,5	-3,75
12				2	-3
13				2,5	-1,75
14				3	0
15				3,5	2,25
16				4	5
17				4,5	8,25
18				5	12

Figura 12: Valores numéricos para a função $f(x) = x^2 - 2x - 3$.

4.3.1.Roteiro para plotar os pontos na tabela da Figura 12.

Utilizar os passos que você aprendeu no 1º exercício da Atividade Interativa 1. Sua tela deverá ser igual à que aparece na Figura 13.

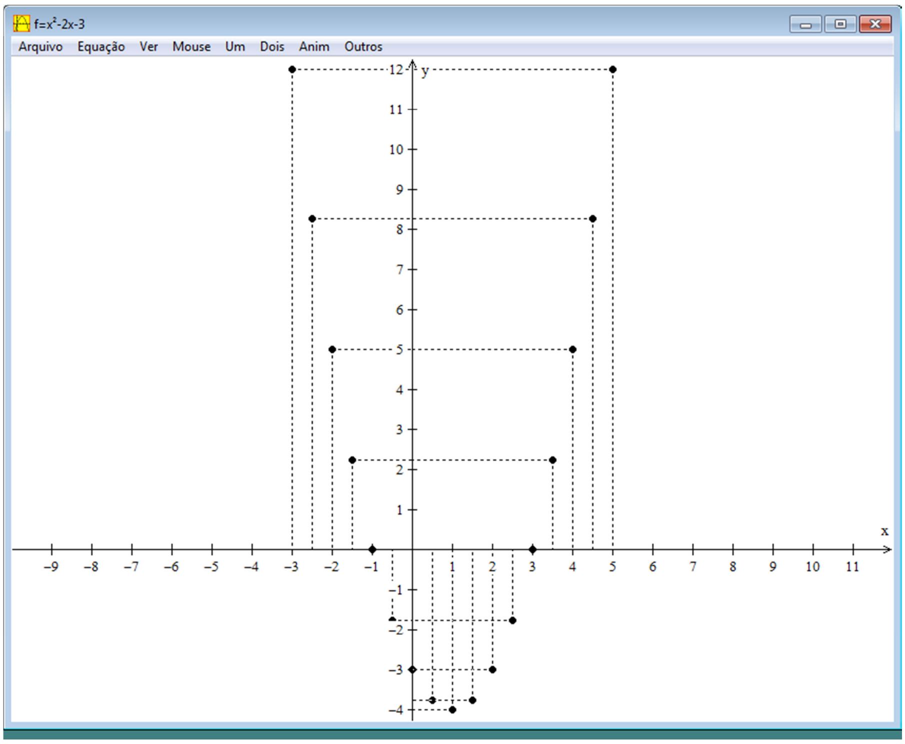


Figura 13: Pontos associados à função f(x) = x² - 2x - 3.

Após essa etapa, provavelmente, se os alunos forem provocados pelo professor, a respeito de como é o gráfico associado à função $f(x) = x^2 - 2x - 3$, a resposta virá de imediato – uma parábola. Então, peça aos alunos para esboçarem o gráfico da função $f(x) = x^2 - 2x - 3$, usando o Winplot.

4.3.2. Roteiro para esboçar o gráfico da função $f(\mathrm{x}) = \mathrm{x}^2 - 2\mathrm{x} - 3$, usando o Winplot.

1º passo: Na tela ilustrada pela Figura 13, clique em Equações, em seguida clique em Explícita, aparecerá a tela, conforme Figura 14.

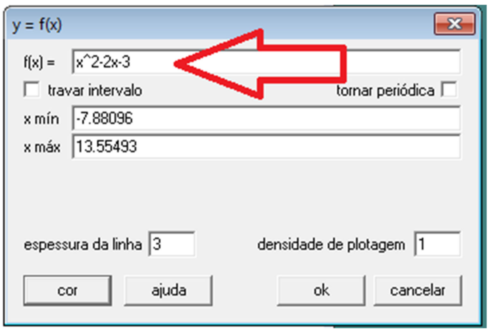


Figura 14: Janela do Winplot para o esboço do gráfico de f(x) x² - 2x - 3.

2º passo: Digite x^2-2x-3, no local indicado pela seta.

3º passo: Escolha a espessura da linha, a cor e clique em ok. O gráfico obtido deve ser igual ao da Figura 15.

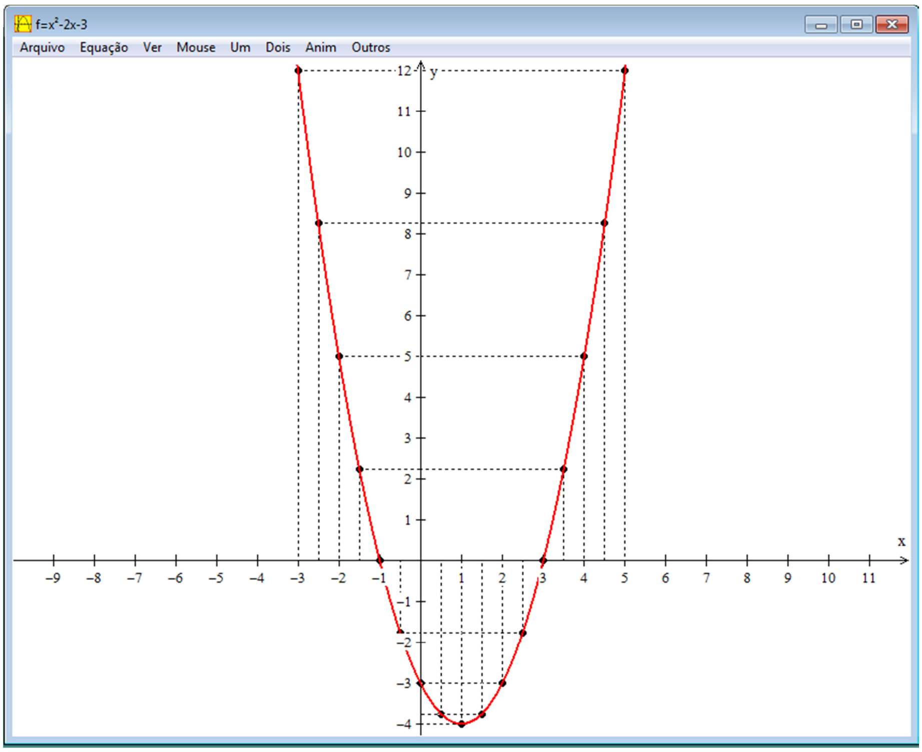


Figura 15: Gráfico da função f(x) = x² - 2x - 3.

Acontecerá de alguns alunos, não terem plotado corretamente os pontos, os quais ficarão “fora” do gráfico obtido na Figura 15, então, essa é uma boa oportunidade para trabalhar o significado de, um dado ponto $P(x_0; y_0)$ pertencer ou não á função $f(x) = ax^2 + bx + c$.

4.4. ATIVIDADE INTERATIVA 4

Objetivos específicos:

- Identificar o ponto de intersecção do gráfico com o eixo das ordenadas;
- Conceituar raízes ou zeros da função, bem como sua interpretação gráfica;
- Estabelecer a relação entre o sinal do discriminante e o número de pontos que o gráfico da função corta o eixo das abscissas;
- Calcular o valor mínimo da função;
- Analisar a concavidade da parábola;
- Realizar o estudo do sinal da função.

1º) Responda em seu caderno:

a) No Winplot, em que ponto o gráfico da função intersecta o eixo y?

b) No Excel, quando x é zero, qual o valor correspondente de y?

c) Conclua, portanto, que o ponto $(0,\ c)$ pertence ao eixo das ordenadas.

d) Na tabela obtida no Excel, Figura 12, o que têm em comum o -1 da célula E6 e o 3 da célula E14?

e) No Winplot, em quais pontos o gráfico intersecta o eixo x?

f) Conclua, portanto, que sendo -1 e 3 as raízes da função $f(x) = x^2 - 2x - 3$, os pontos $(-1{,}0)$ e $(3{,}0)$ pertencem ao eixo das abscissas.

g) Use a fórmula $x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$, onde $\Delta = b^2 - 4ac$ é o discriminante da função, para obter as raízes.

h) Qual a relação entre o discriminante e o número de pontos que a parábola corta o eixo x?

i) Quais são as coordenadas do vértice do gráfico da função?

j) Na tabela obtida no Excel, Figura 12, qual é o menor valor de y? Que relação tem esse valor com o vértice?

k) A concavidade do gráfico da função é para cima ou para baixo? Por quê?

l) Na tabela obtida no Excel, Figura 12, em qual intervalo de x, tem-se $f(x) < 0$?

m) Na tabela obtida no Excel, em qual intervalo de x, tem-se $f(x) > 0$?

2º)Usando o GeoGebra, esboçar o gráfico da função $f(x) = x^2 - 2x - 3$.

4.4.1.Roteiro para o esboço do gráfico usando o GeoGebra.

1º passo: Após abrir o GeoGebra, em Entrada, digite *x^2-2x-3*, aparecerá uma tela, conforme a Figura 16.

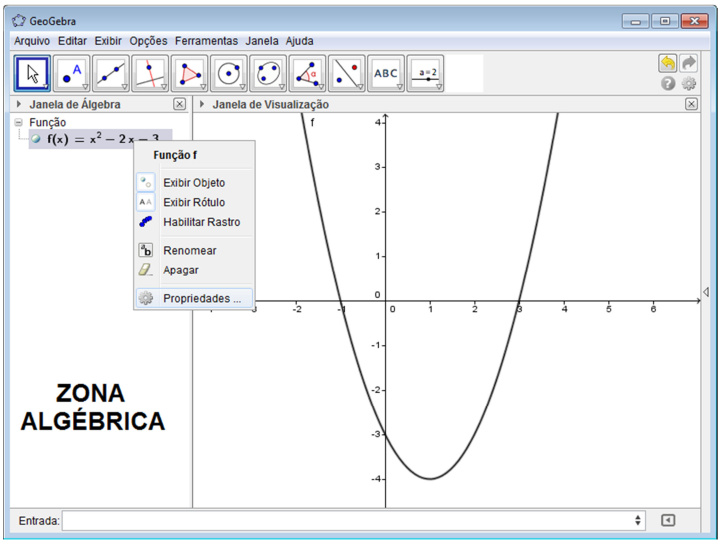


Figura 16: Indicação da Zona Algébrica.

Caso seja preciso, pode-se usar as teclas, de movimentação ←↑→↓, ou o botão  para ajustar a posição do gráfico. Ainda, clicando no botão , tem-se as opções (Ampliar) e (Reduzir), que servem para ajustar as escalas nos eixos.

Sempre que for preciso, pode-se alterar nome, cor, etc. Clicando com o botão direito do mouse na função que aparece na **ZONA ALGÉBRICA**, aparecerá algumas opções, conforme pode ser visto na Figura 16, então clique em Propriedades e será mostrada a tela ilustrada pela Figura 17.

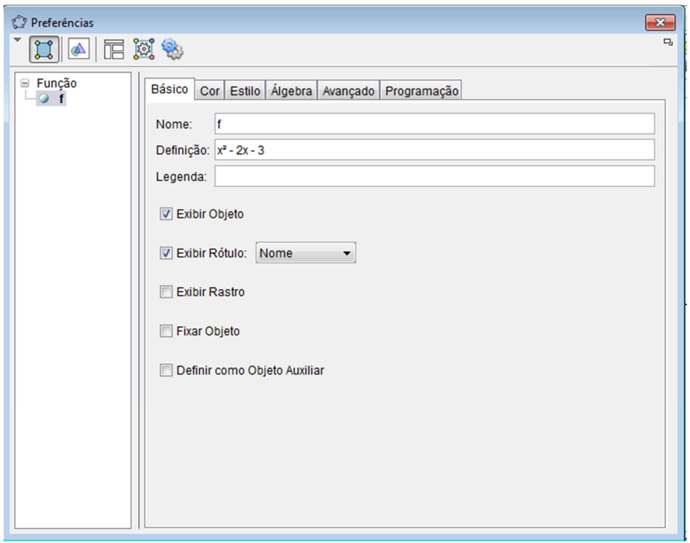


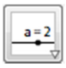
Figura 17: Tela de Preferências do GeoGebra.

2º passo: Em Entrada, digite as coordenadas do vértice.

3º passo: No ponto A, que apareceu, clique com o botão direito do mouse, em seguida clique em Renomear, e digite V.

4º passo: No botão , procure pelo ícone , e crie um segmento ligando o ponto V ao número 1 do eixo x. Crie um segmento ligando o ponto V ao número -4 do eixo y.

5º passo: Em cada segmento criado, clique com o botão direito do mouse, clique em Propriedades, desmarque “Exibir Rótulo”, clique em Estilo, e selecione a opção que está tracejada.

6º passo: Clique no botão 

, depois clique em Controle Deslizante, aparecerá a tela da Figura 18.

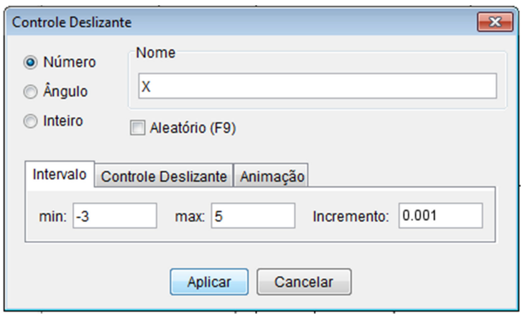


Figura 18: Tela do Controle Deslizante do GeoGebra.

7º passo: No local de colocar o Nome, digite X e, preencha conforme a Figura 18.

8º passo: Em Entrada, digite o ponto (X, f(X)).

9º passo: Em Entrada, digite o ponto (X,0).

10º passo: Em Entrada, digite o ponto (0,f(X)).

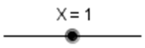
11º passo: No botão , procure pelo ícone , e crie um segmento ligando o ponto C ao ponto D, e um segmento ligando o ponto C ao ponto E.

12º passo: Clique com o botão direito do mouse no segmento CD, clique em Propriedades, desmarque a opção de Exibir Rótulo, clique em Estilo e deixe o segmento tracejado.

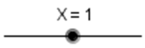
13º passo: Clique com o botão direito do mouse no segmento CE, clique em Propriedades, desmarque a opção de Exibir Rótulo, clique em Estilo e deixe o segmento tracejado.

14º passo: Novamente no botão , procure pelo ícone , e crie um vetor ligando o ponto C ao ponto E. Clique com o botão direito do mouse no vetor u e, desmarque a opção de Exibir Rótulo.

15º passo: Clique com o botão direito do mouse no ponto E, clique em Habilitar Rastro.

16º passo: Clique em ,e em 

arraste X=1 para X= -3.

17º passo: Clique com o botão direito em 

, clique em Animar.

3º) Responda em seu caderno:

a) Se x se aproximar de 1 pela esquerda, o que acontece com os valores de y? Se x se aproximar de 1 pela direita, o que acontece com os valores de y?

b) Determine a imagem da função.

c) Existe um ponto em que a função deixa de ser decrescente e passa a ser crescente, que ponto é esse?

d) O gráfico da função possui um eixo de simetria vertical, você pode descrever, no eixo x, por onde passa esse eixo de simetria?

4º) Dada a função $f(x) = -2x^2 - 4x + 6$. Preencher a Tabela 2, com o auxilio do Excel:

Tabela 2: Pontos do gráfico da função f(x) = -2x² - 4x +6.

x	-4	-3,5	-3	-2,5	-2	-1,5	-1	-0,5	0	0,5	1	1,5	2	2,5	3
$y = f(x)$															

a) Usando o Winplot, plotar os pontos obtidos na tabela do Excel.

b) Usando o Winplot, esboçar o gráfico da função $f(x) = -2x^2 - 4x + 6$.

c) A concavidade do gráfico da função é para cima ou para baixo? Por quê?

d) Use a fórmula dada pela Equação (3), para calcular as raízes da função $f(x) = -2x^2 - 4x + 6$.

e) No Winplot, em que ponto o gráfico da função intersecta o eixo y?

f) Quais são as coordenadas do vértice do gráfico da função?

g) Na tabela obtida no Excel, qual é o maior valor de y? Que relação tem esse valor com o vértice?

h) Usando o GeoGebra, esboçar o gráfico da função $f(x) = -2x^2 - 4x + 6$. Repita os mesmos passos do 2º exercício da Atividade 4.

i) Determine a imagem da função.

k) Existe um ponto em que a função deixa de ser crescente e passa a ser decrescente, que ponto é esse?

l) O gráfico da função possui um eixo de simetria vertical, você pode descrever, no eixo x, por onde passa esse eixo de simetria?

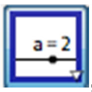
m) Na tabela obtida no Excel, em qual intervalo de x, tem-se $f(x) > 0$?

n) Na tabela obtida no Excel, em qual intervalo de x, tem-se $f(x) < 0$?

5º)Após uma cobrança de falta, a trajetória descrita pela bola é dada pela equação h(t)= - t²+ 6t, onde h é a altura, medida em metros, alcançada pela bola no tempo t ≥ 0, medido em segundos. Qual é a altura máxima alcançada pela bola?

4.4.2.Roteiro para resolução do problema 5, usando o GeoGebra.

1º passo: Esboce, usando o GeoGebra, o gráfico de f(x) = -x² + 6x.

2º passo: Clique no botão 

, aparecerá a tela, mostrada na Figura 19.

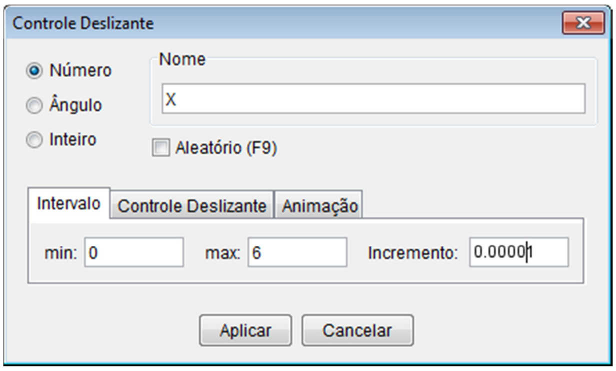


Figura 19: Janela do Controle Deslizante.

3º passo: Preencha conforme a Figura 19, em seguida, clique em aplicar.

4º passo: Em Entrada, digite (X,f(X)).

5º passo: No ponto A, clicar com o botão direito do mouse, depois clique em Propriedades, na opção Nome, digite BOLA, também é possível alterar o tamanho do ponto, basta clicar em Estilo, ver Figura 20.

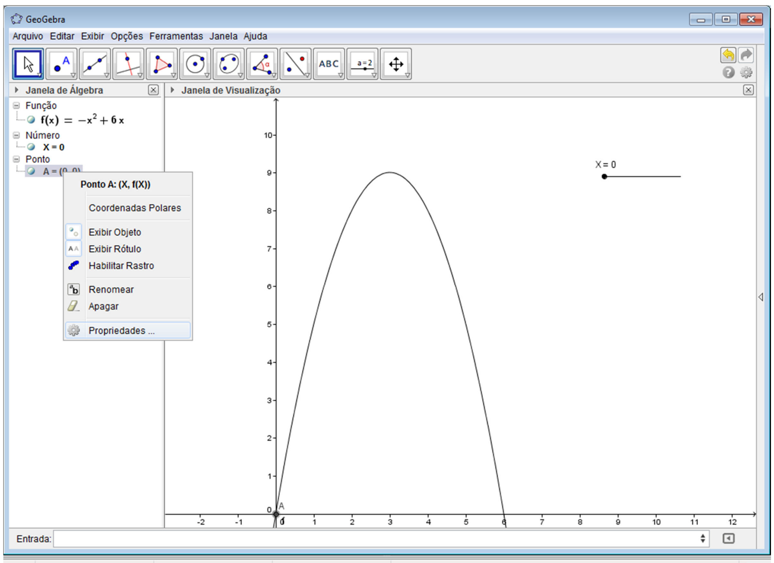


Figura 20: Gráfico da função f(x) = -x² + 6x no GeoGebra.

6º passo: Em Entrada, digitar (0,f(X)). Aparecerá o ponto A, renomeie, chame-o de ALTURA.

7º passo: Em Entrada, digitar (X,0). Aparecerá o ponto A, renomeie, chame-o de TEMPO.

8º passo: Posicionar o controle deslizante, em algum X, tal que 0 < X < 6. Sugestão coloque X = 1,44, por exemplo. Veja a Figura 21.

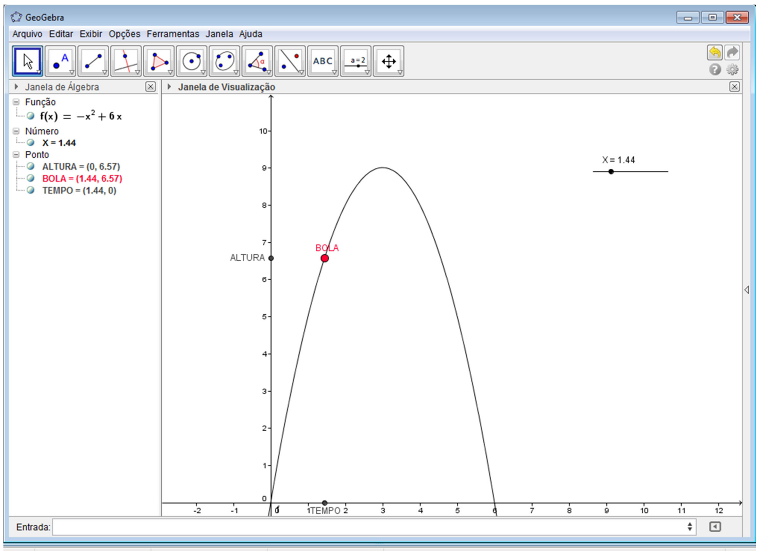
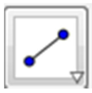


Figura 21: Ilustração do Problema da Bola.

9º passo: Clicar no botão , ligue o ponto “BOLA” ao ponto “ALTURA”, em seguida, ligue o ponto “BOLA” ao ponto “TEMPO”.

10º passo: No segmento **a**, clicar com o botão direito do mouse e desmarque a opção *Exibir Rótulo*. Faça o mesmo com o segmento **b**.

11º passo: No controle deslizante, clique com o botão direito do mouse e marque a opção *Animar*. E clicando em Propriedades, escolha a opção Controle Deslizante e, em Repetir, escolha a opção Crescente. Observe a Figura 22.

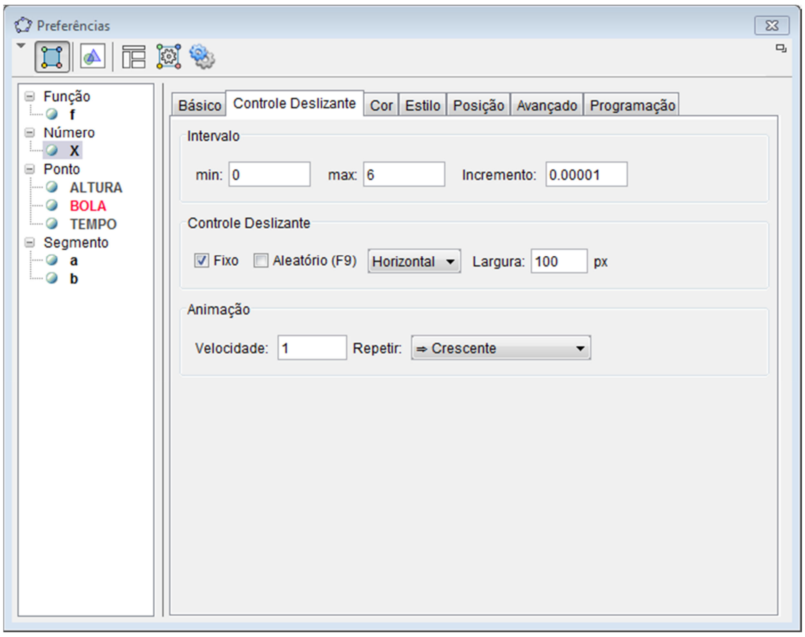


Figura 22: Tela de Preferências no Problema da Bola.

12º passo: Clicar no botão , ligue o ponto “ALTURA” ao ponto “(0,0)”.

13º passo: No ponto “ALTURA”, clique com o botão direito do mouse, e marque a opção Habilitar Rastro.

14º passo: Clicar no botão , ligue o ponto “BOLA” ao ponto “ALTURA” e, e ligue o ponto “BOLA” ao ponto “TEMPO”.A Figura 23 abaixo ilustra a situação:

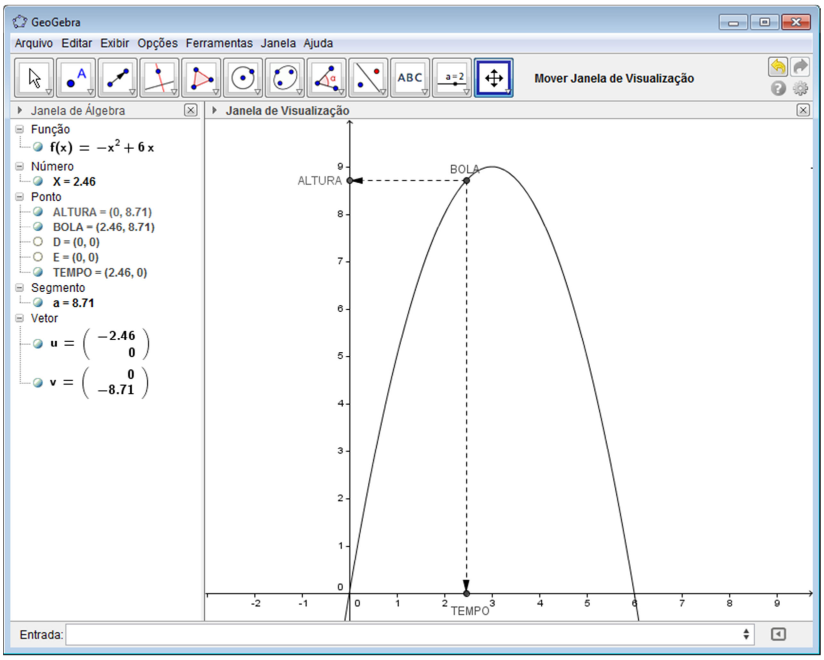


Figura 23: Tela final do Problema da Bola.

6º) Usando o Excel, Winplot e GeoGebra, Determine:

a) Ponto de intersecção com o eixo das ordenadas;

b) Ponto de intersecção (quando houver) com o eixo das abscissas;

c) Coordenadas do vértice;

d) Concavidade;

e) Valor máximo ou mínimo;

f) Conjunto Imagem;

g) Estudo do sinal.

Em cada função, preencha as tabelas com os valores de y=f(x):

- $f(x) = 2x^2 - 4x + 3$

Tabela 3:Pontos do gráfico da função $f(x) = 2x^2 - 4x +3$.

x	-1	0	1	2	3
f(x)					

- $f(x) = f(x) = x^2 - 6x + 9$

Tabela 4: Pontos do gráfico da função $f(x) = x^2 - 6x +9$

X	-1	0	1	2	3	4	5	6	7
f(x)									

- $f(x) = -x^2 +4x - 4$

Tabela 5: Pontos do gráfico da função $f(x) = -x^2 + 4x – 4$.

x	-1	0	1	2	3	4	5
f(x)							

- $f(x) = -x^2 -6x -11$

Tabela 6: Pontos do gráfico da função $f(x) = -x^2 - 6x - 11$.

X	-7	-6	-5	-4	-3	-2	-1	0	1
f(x)									

CAPÍTULO 5

5. ANÁLISE DOS RESULTADOS

5.1. ANÁLISE DOS RESULTADOS DAS ATIVIDADES NAS TURMAS DE 2013

Após as aulas no laboratório de informática, cuja relação era de um computador por aluno, onde predominaram as aulas sobre função quadrática, foi aplicada a Atividade Avaliativa 1 (conforme Apêndice A), na turma do 1º ano do curso de Edificações (1º Edificações), da qual fui docente.

Também foi aplicada a mesma atividade, na turma do 1º ano do curso de Química (1º Química), cujas aulas sobre função quadrática foram abordadas de maneira tradicional. Segue os resultados dessas turmas referentes às questões 1, 2, 3, 4, 5, 6 e 8, da Atividade Avaliativa 1, para análise:

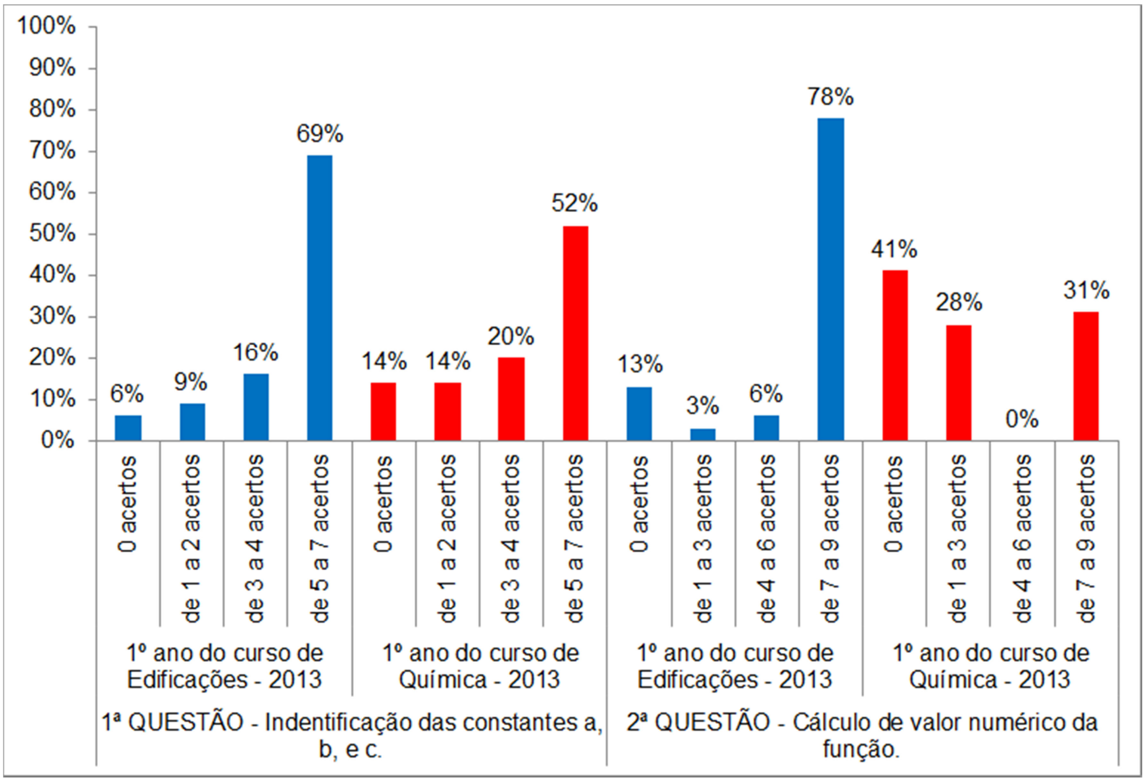


Figura 24: Percentual de acertos na 1ª e na 2ª questão da Atividade Avaliativa 1.

Conforme a Figura 24, observa-se que as duas turmas, na identificação das constantes a, b e c de uma função quadrática, obtiveram resultados semelhantes.No entanto no que diz respeito ao cálculo de valores numéricos da função, o 1º ano do curso de Edificações - 2013 se saiu melhor que o 1º ano do curso de Química - 2013.

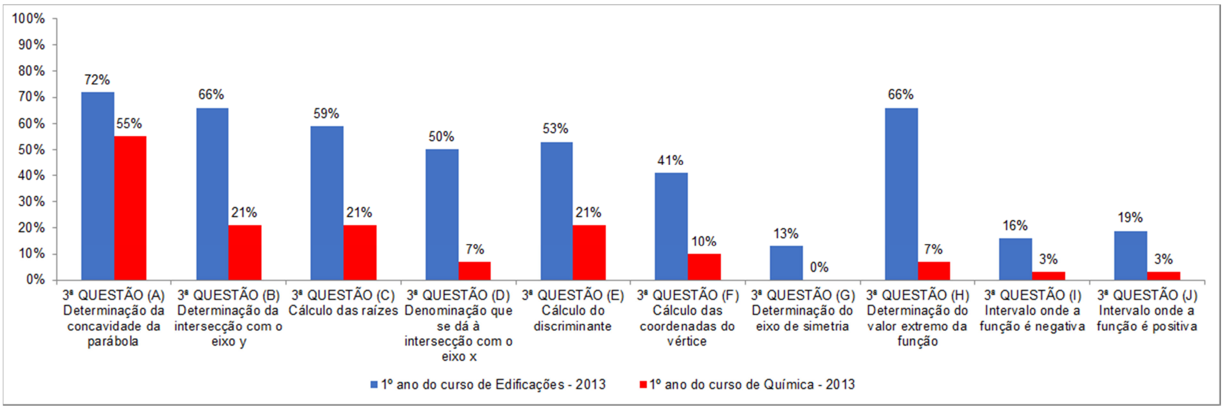


Figura 25: Percentual de acertos na 3ª questão da Atividade Avaliativa 1.

De acordo com a Figura 25, nota-se uma larga vantagem no aproveitamento da turma do 1º ano do curso de Edificações - 2013 em relação ao 1º ano do curso de Química - 2013, na 3ª questão. Em particular na letra (A), 41% do 1º ano do curso de Edificações – 2013, justificaram a resposta, enquanto que no 1º ano do curso de Química – 2013, apenas 17% apresentou justificativa.

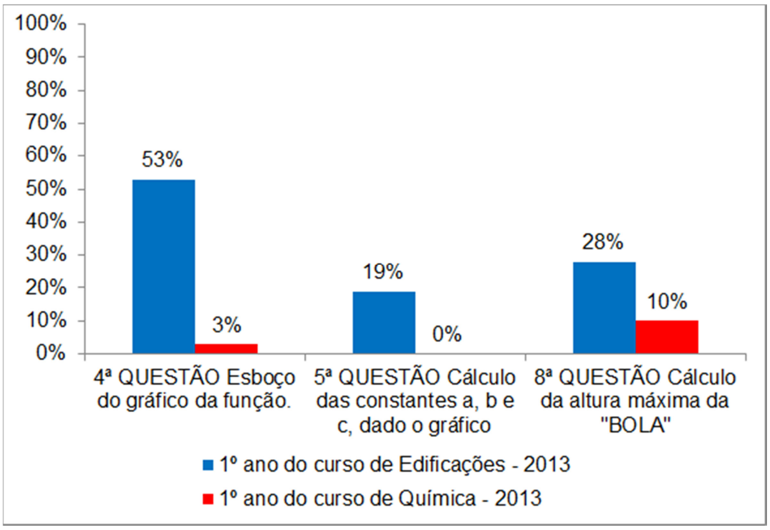


Figura 26: Percentual de acertos nas questões 4, 5 e 8 da Atividade Avaliativa 1

No esboço do gráfico da função quadrática, a turma do 1º ano do curso de Edificações - 2013 superou a turma do 1º ano do curso de Química - 2013, conforme Figura 26.

Infelizmente, as duas turmas demonstraram dificuldades em encontrar a equação da função quadrática quando foi dado o seu gráfico, conforme os resultados mostrados na Figura 26. Mesmo assim, a turma do 1º ano do curso de Edificações - 2013 superou a turma do 1º ano do curso de Química - 2013. O mesmo ocorreu com a oitava questão da Atividade Avaliativa 1, onde o aproveitamento foi baixo para as duas turmas, mas com superioridade da turma do 1º ano do curso de Edificações - 2013, conforme Figura 26.

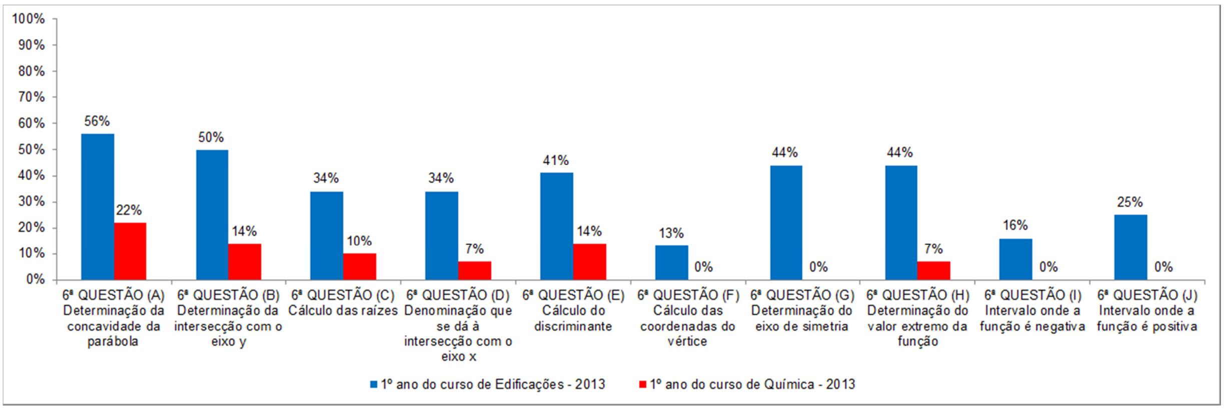


Figura 27: Percentual de acertos na questão 6 da Atividade Avaliativa 1.

No geral, de acordo com os resultados apresentados nas Figuras 24 a 27, houve uma grande disparidade no desempenho das duas turmas observadas. O 1º ano do curso de Edificações - 2013 teve melhor aproveitamento em relação à turma do 1º ano do curso de Química - 2013, uma vez que a abordagem do conteúdo (função quadrática) no 1º ano do curso de Edificações - 2013 foi pautada pela interatividade, enquanto que a turma do 1º ano do curso de Química - 2013 teve uma abordagem tradicional.

Alguns pontos positivos merecem destaque. O primeiro ponto positivo da abordagem sugerida nesse trabalho foi a construção, feita pelos alunos, de uma planilha (ver Figura 12) para os cálculos dos valores numéricos de uma função quadrática, estimulando-se os mesmos a identificar os coeficientes de tal função, como mencionado na Atividade Interativa 1.

O segundo ponto positivo foi a identificação, pelos alunos, das raízes da função quadrática, na planilha construída e na construção do gráfico pelos alunos. Ficaram evidente quais são as raízes e quantas são, e sua relação com a quantidade de pontos que o gráfico intersecta o eixo das abscissas. Outra vantagem evidenciada na utilização da planilha, foi perceber, rapidamente, o valor da ordenada quando a abscissa era nula, facilitando a identificação da intersecção do gráfico da função quadrática com o eixo das ordenadas.

O terceiro ponto positivo foi a determinação do valor máximo (ou mínimo) da função, pois, conforme a Figura 12 e, juntamente com o gráfico da função (ver Figura 15), ficou fácil perceber esse valor, bem como o valor da abscissa que o maximizava (ou minimizava). Isto auxiliou na identificação da concavidade da parábola. Associado a isso, teve-se ainda outro ganho, que foi o de identificar as coordenadas do vértice do gráfico da função.

O quarto ponto positivo foi no estudo do sinal da função da quadrática, uma vez que, na planilha ilustrada na Figura 12, os alunos identificaram os valores de x, que tornaram a função negativa, positiva ou nula.

Assim, fazendo uma comparação entre o aproveitamento do 1º ano do curso de Edificações - 2013 em relação ao 1º ano do curso de Química - 2013, percebe-se, de acordo com as Figuras 25 e 27, que a primeira turma saiu-se melhor que a segunda, apesar de nas duas turmas o rendimento ter sido abaixo do esperado na 3ª e 6ª questões letras (I) e (J). O mesmo ocorreu com os resultados apresentados na 3ª e na 6º questão letra (G), conforme mostram as Figuras 25 e 27. Esses resultados apontaram para a necessidade de se dar maior ênfase à determinação do eixo de simetria da parábola.

Ainda em 2013, após a aplicação da Atividade Avaliativa 1, a turma do 1º ano do curso de Química teve uma aula no laboratório de informática, onde foram abordados os principais tópicos associados à função quadrática, conforme sequência apresentada no Apêndice B. Em seguida, foram submetidos a outra Atividade Avaliativa, conforme Apêndice C, obtendo-se os resultados que podem ser vistos na Figura 28.

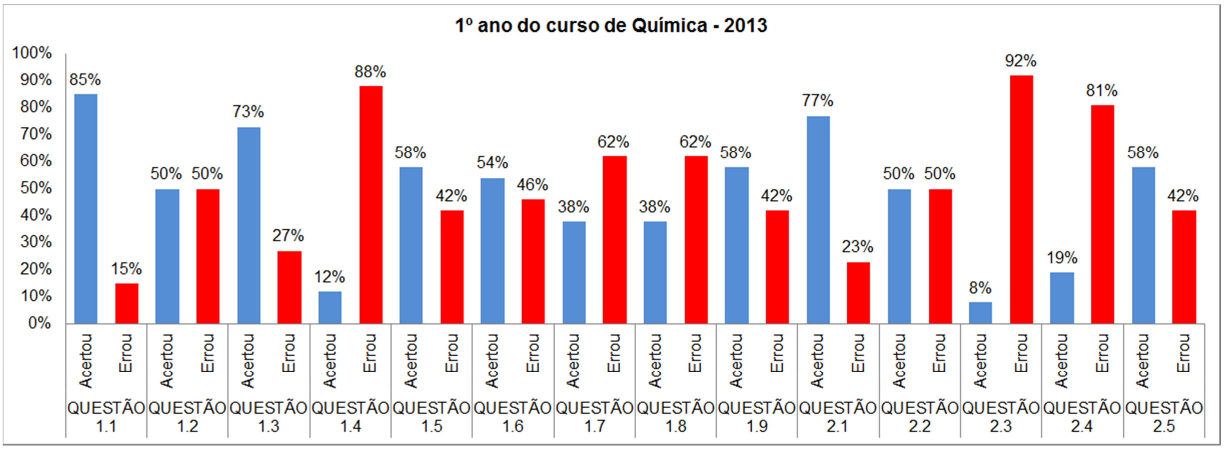


Figura 28: Aproveitamento da turma na Atividade Avaliativa 2.

Levando-se em consideração o fato de que a turma do 1º ano do curso de Química em 2013, teve apenas uma única aula, com abordagem interativa, percebe-se um rendimento satisfatório, dando a impressão de que, com mais aulas nesse formato, a turma alcançaria melhores resultados.

5.2. ANÁLISE DOS RESULTADOS DAS ATIVIDADES NAS TURMAS DE 2014

Após análise dos resultados das turmas em 2013, no 1º ano do curso de Edificações e no 1º ano do curso de Química. As sequências interativas sofreram algumas mudanças na ordem das questões e principalmente no detalhamento dos passos a serem seguidos, também houve mudanças na forma de avaliar, como é natural em todo processo de ensino-aprendizagem. Então, os alunos das turmas de 1º ano do Ensino Médio de 2014, a saber, a turma do 1º ano do curso de Química e a turma do 1º ano de Eletrotécnica, foram submetidos a uma avaliação (conforme Apêndice D).Os resultados podem ser vistos na Figura 29.

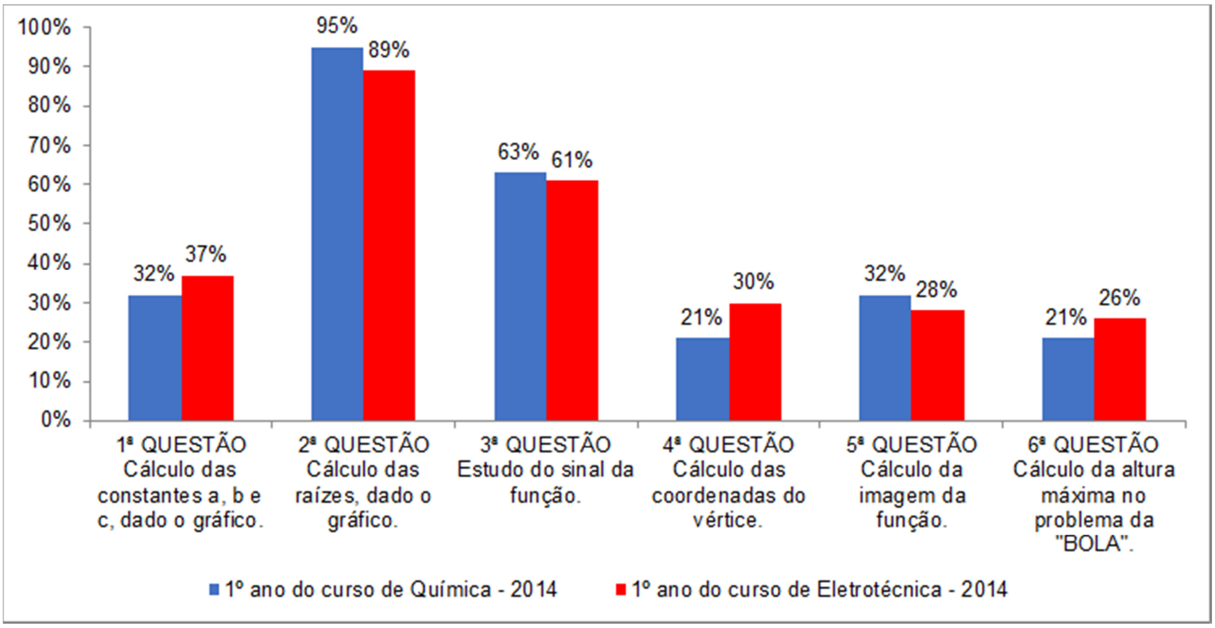


Figura 29: Percentual de acertos na Atividade Avaliativa.

Os dados da Figura 29 mostram um bom rendimento das turmas do 1º ano do Ensino Médio de Química e Eletrotécnica, em 2014. Haja vista, que essas turmas não tiveram a introdução do conceito de funções, nem de função afim, como experimento foram logo apresentadas à função quadrática, embora tenham tido uma pequena revisão sobre equações do segundo grau. Percebe-se ainda, pela Figura 29, que a turma do 1º ano do curso de Química - 2014 superou a turma do 1º ano do curso de Eletrotécnica - 2014 na identificação das raízes quando é dado o gráfico da função, no estudo do sinal da função e na determinação do conjunto imagem da função. Enquanto que a turma do 1º ano do curso de Eletrotécnica– 2014foi melhor na obtenção das constantes a, b e c da função quando é dado o gráfico, no cálculo das coordenadas do vértice e na resolução do clássico problema da “BOLA”. Nota-se ainda, pela Figura 29, que as duas turmas tiveram rendimento muito baixo nas questões 1, 4, 5 e 6, e alguns fatores contribuíram para isso, como por exemplo, pouco tempo para amadurecer as manipulações algébricas que o conteúdo exige, e associado a isso, o fato de as turmas de 2014 trazem deficiências técnicas nessas manipulações. Outro fator é o número de alunos por sala, que foi maior em 2014.

5.3. ANÁLISE DOS QUESTIONÁRIOS APLICADOS

5.3.1. Turmas do ano de 2013

Além das atividades avaliativas, as turmas do 1ºano do curso de Edificações, 1º ano do curso de Química de 2013, 1ºano do curso de Eletrotécnica e 1ºano do curso de Química de 2014, foram submetidas a um questionário (ver Apêndice E), onde se buscou traçar o perfil de cada turma, em face ao método interativo que foi usado na abordagem de função quadrática.

Considerando que as turmas, tanto de 2013 como de 2014, tinham alunos com idade média entre 14 e 16 anos, não foi realizada nenhuma análise a respeito da faixa etária e, nem com relação ao sexo, por julgar que, pedagogicamente, não é relevante.

Nas turmas do ano de 2013, participaram 32 alunos do 1º ano do curso de Edificações e, 26 alunos do 1º ano do curso de Química.

De acordo com as Figuras 30 e 31, nota-se que a turma do 1º ano do curso de Edificações - 2013 possui maior afinidade com a Matemática, em relação à turma do 1º ano do curso de Química - 2013. Para as duas turmas, a maior dificuldade em Matemática está em “Interpretar a questão”, seguido pela dificuldade em “Memorizar as fórmulas”. Ainda chama a atenção o fato de que o 1º ano do curso de Química - 2013 tem maior dificuldade em “Compreender o que o professor fala”. Notou-se ainda, nas Figuras 30 e 31, que na turma do 1º ano do curso de Edificações - 2013 a maioria dos alunos já tinha estudado função quadrática, e que o mesmo não ocorreu com o 1º ano do curso de Química - 2013. Esse fator contribuiu com os melhores resultados obtido na Atividade Avaliativa 1. Com relação a gostar das aulas interativas sobre função quadrática, se o uso do computador ajudou na compreensão do conteúdo, se recomendam essa abordagem para as próximas turmas e se recomendam a abordagem para outros conteúdos, a resposta foi igualmente positiva para ambas as turmas.

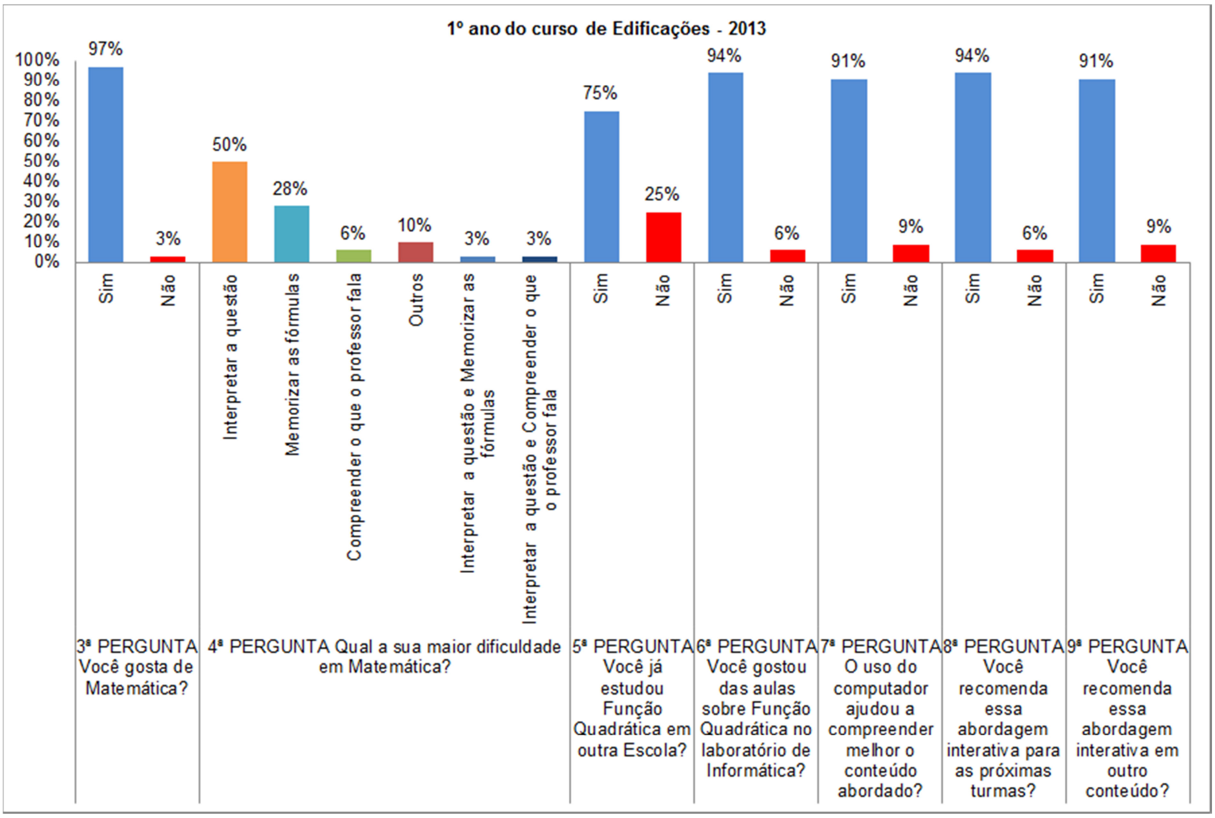


Figura 30: Percentual das respostas do questionário no 1º ano do curso de Edificações - 2013.

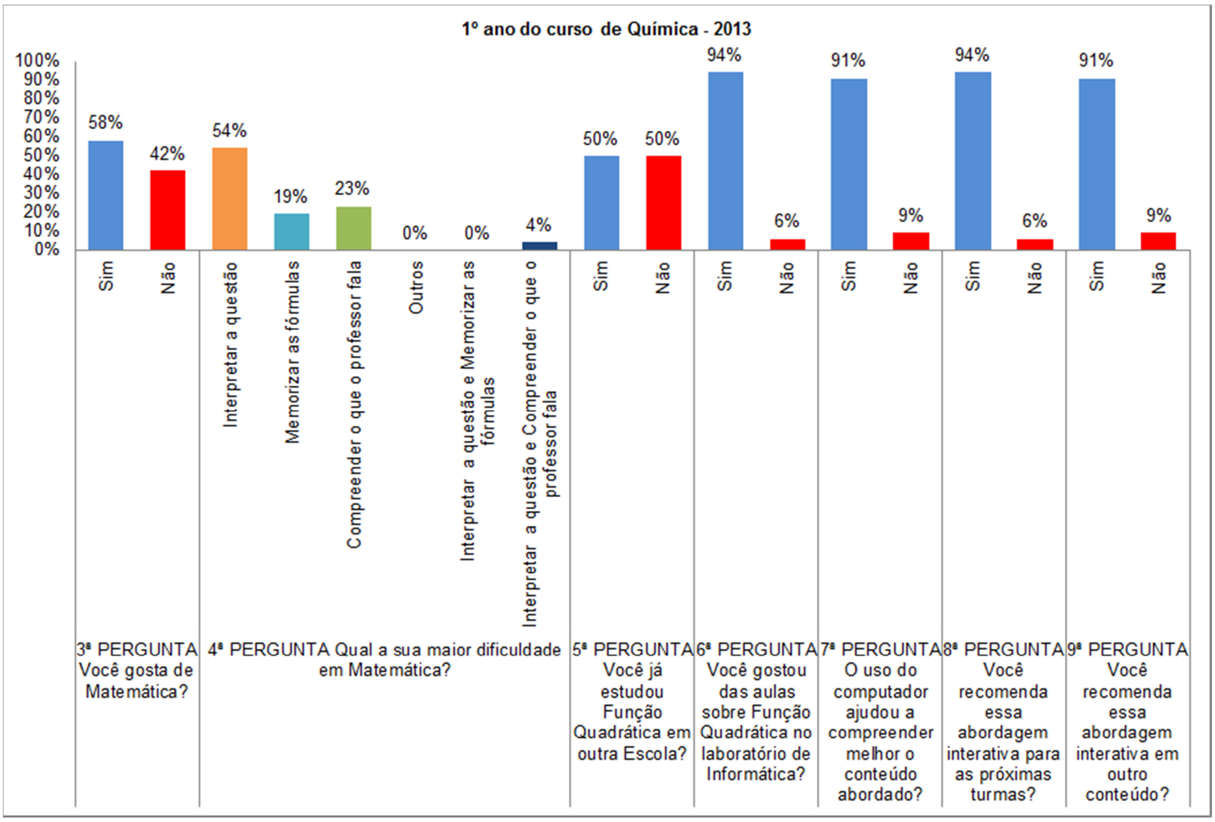


Figura 31:Percentual das respostas do questionário no 1º ano do curso de Química - 2013.

Para os que responderam “Sim” à nona pergunta, no 1º ano do curso de Edificações - 2013, destacaram – se conteúdos como, Matemática Financeira e Logaritmos, sendo que boa parte deseja que todos os conteúdos sejam abordados interativamente, estendendo-se o procedimento a outros e, disciplinas como Física, conforme Figura 32. Já no 1º ano do curso de Química - 2013, os que responderam “Sim” à nona pergunta, elegeram Logaritmos, seguidos de Matemática Financeira, Função Exponencial e também na Física, conforme Figura 32.

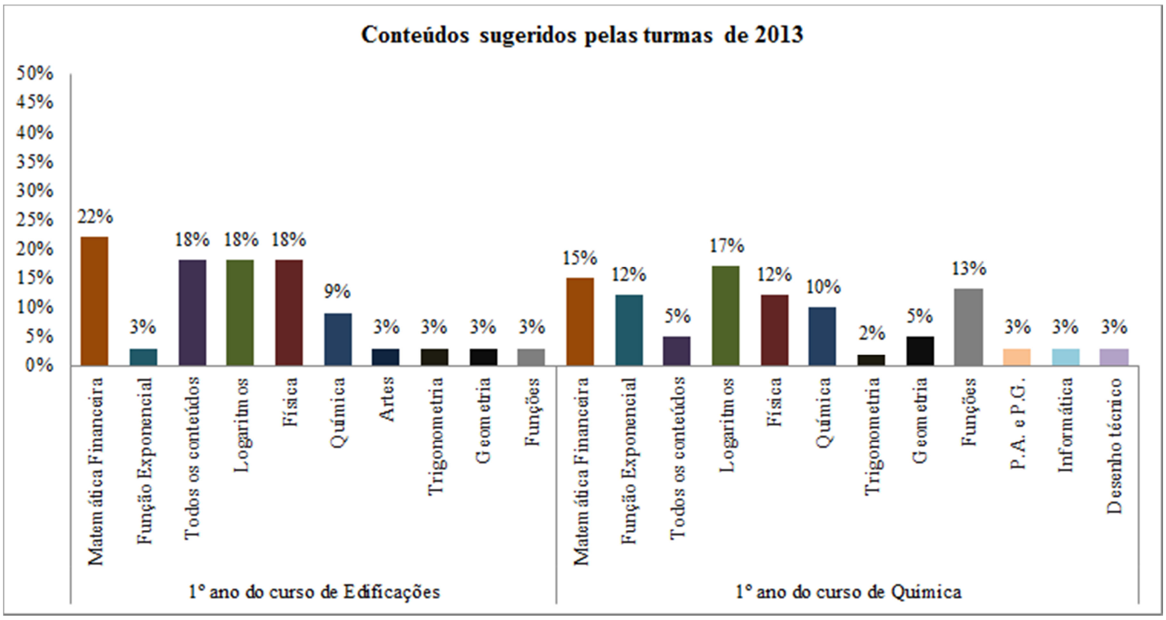


Figura 32: Percentual de conteúdos citados na 9ª pergunta - 2013.

Finalmente, tem-se na Figura 33, os resultados sobre as sugestões para melhoria das Aulas Interativas. Quanto aos alunos do 1º ano do curso de Edificações - 2013, boa parte não ofereceu sugestão, mas a maioria elogiou e um grupo pediu mais tempo no laboratório de informática. Uma pequena parte cobrou mais atividade interativa em sala de aula. Já os alunos do 1º ano do curso de Química - 2013, a maioria não quis sugerir nada. Uma parte da turma fez elogios e também pediu mais tempo no laboratório de informática.

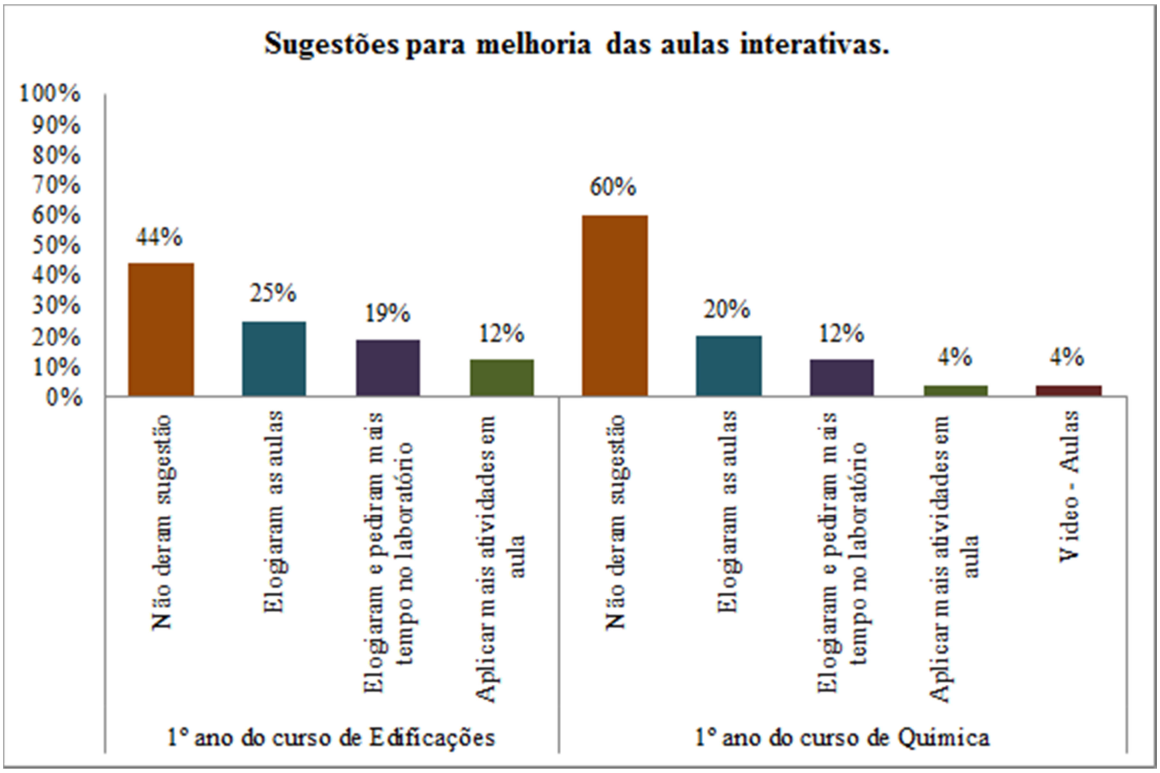


Figura 33: Percentual indicando a sugestão dos alunos em 2013.

5.3.2. Turmas do ano de 2014

Com relação às turmas de 2014, conforme mostram as Figuras 34 e 35, a afinidade da turma do 1º ano do curso de Química - 2014 é ligeiramente inferior a apontada pelo 1º ano do curso de Eletrotécnica - 2014, mas nas duas turmas tal afinidade é vista na maioria da turma. “Interpretar a questão” e “Memorizar as fórmulas” predominaram nas respostas das duas turmas. Ainda nas Figuras 34 e 35, viu-se que as duas turmas já tinham uma experiência anterior com relação à função quadrática, sendo maior por parte do 1º ano do curso de Química - 2014. Para as duas turmas também, a maioria respondeu positivamente em relação a gostar ou não da abordagem interativa sobre função quadrática.

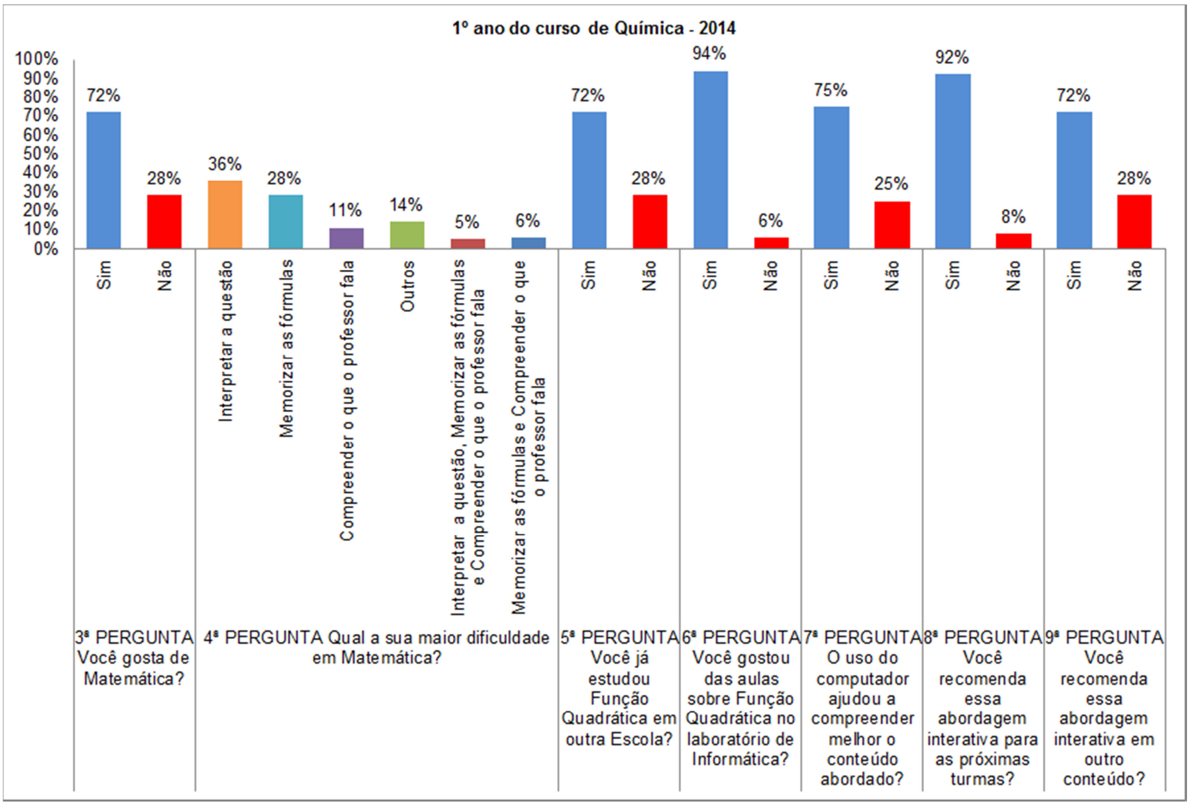


Figura 34: Percentual das respostas do questionário no 1º Química.

Quanto à ajuda que o uso do computador proporcionou na compreensão do conteúdo, a maioria, nas duas turmas respondeu positivamente (ver Figuras 34 e 35). Também se observou que a maioria dos alunos das duas turmas recomendou as aulas interativas nas próximas turmas, bem como em outros conteúdos.

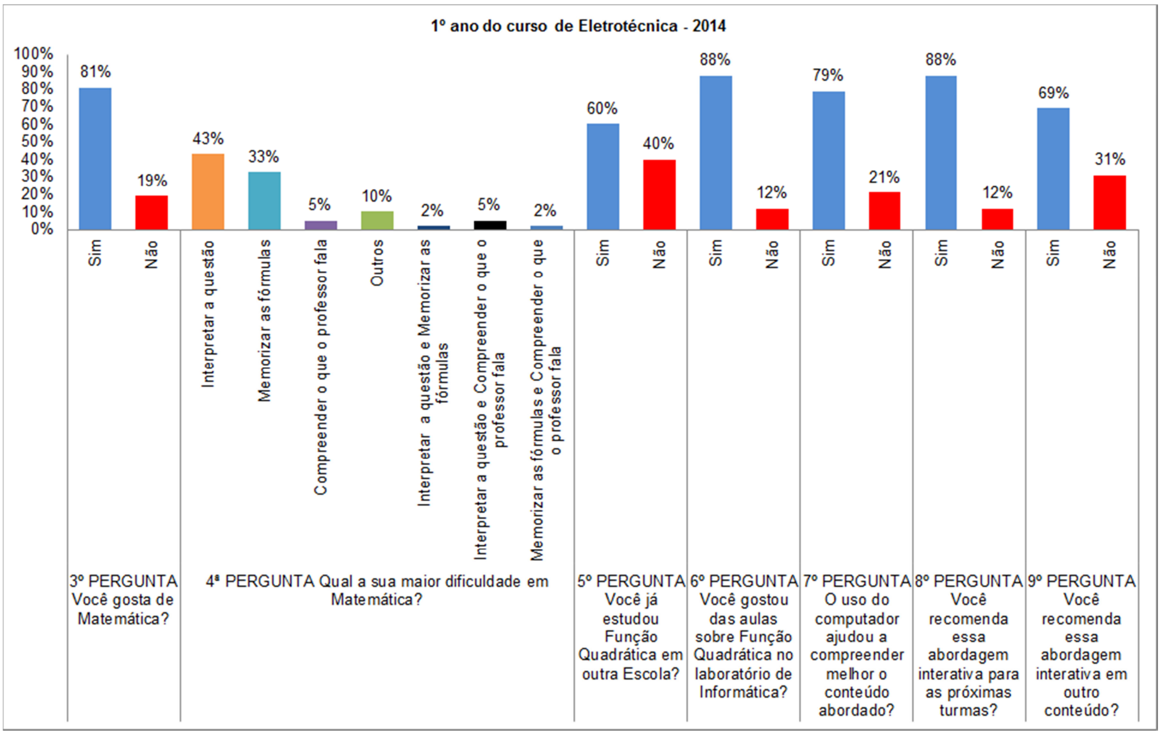


Figura 35:Percentual das respostas do questionário no 1º Eletrotécnica.

Ainda, para os alunos que responderam “Sim” à nona pergunta, os alunos 1º ano do curso de Química - 2014, indicaram querer a abordagem em todos os conteúdos, o mesmo ocorrendo com os alunos do 1º ano do curso de Eletrotécnica - 2014, conforme Figura 36.

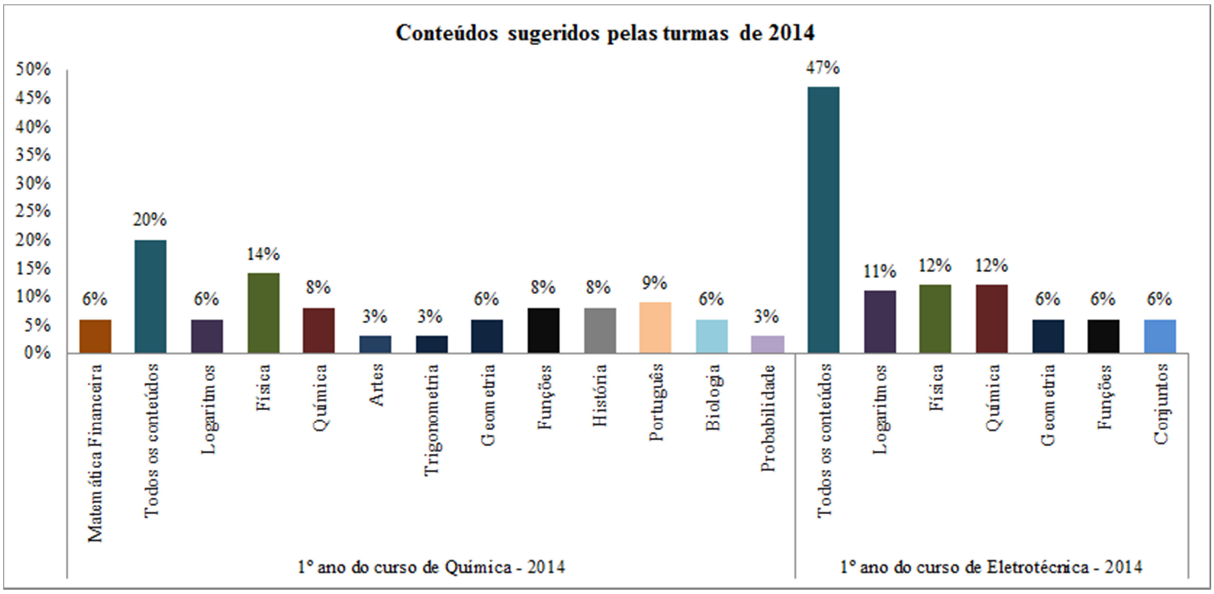


Figura 36:Percentual de conteúdos citados na 9ª pergunta – 2014.

Com relação às sugestões para melhoria das aulas interativas, no 1º ano do curso de Química - 2014, a maioria não fez sugestões, mas boa parte preferiu mais atividades interativas em sala de aula. No que se refere, a turma do 1º ano do curso de Eletrotécnica - 2014, a maioria fez elogios a abordagem interativa bem como solicitou maior tempo de aula no laboratório de informática, conforme Figura 37.

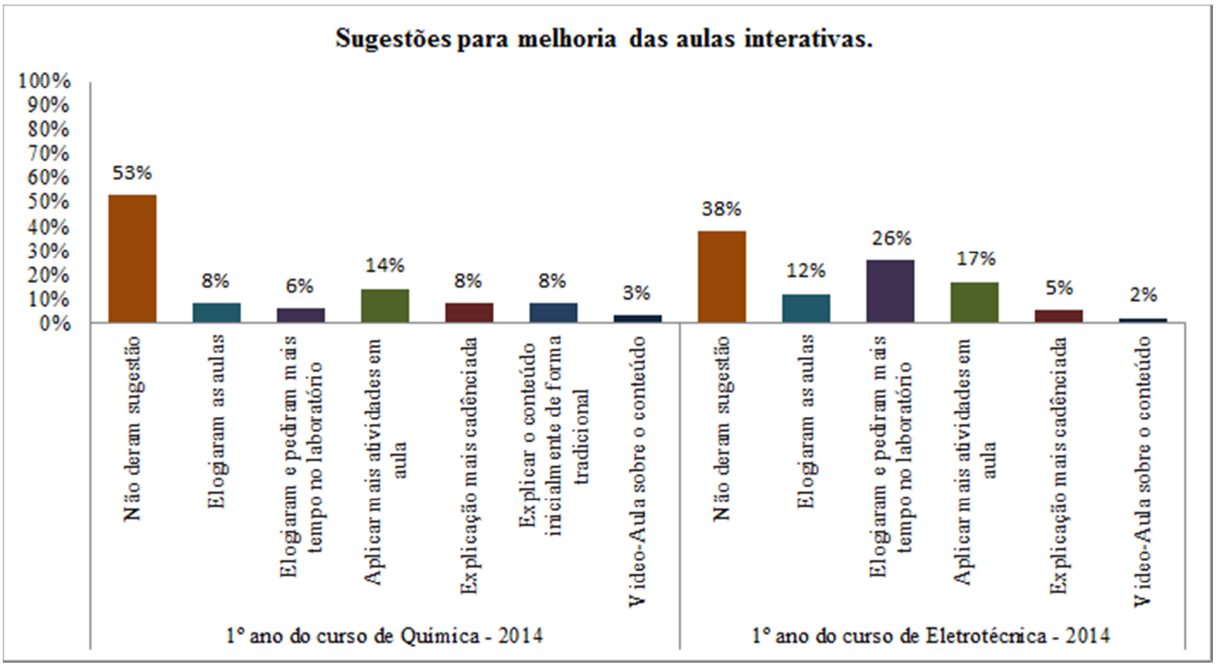


Figura 37: Percentual indicando a sugestão dos alunos em 2014.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

O uso do método interativo mostrou-se bastante exitoso, pois ao comparar a receptividade, a resposta e as notas dos alunos nas turmas de anos anteriores, onde se usou uma abordagem exclusivamente tradicional, pode-se perceber uma melhoria considerável do aproveitamento das notas. Os resultados contidos no Capítulo 5, comprovam a eficácia do método interativo, uma vez que os alunos foram instigados, durante as aulas interativas, a construir o seu próprio conhecimento. Com isso, os principais objetivos foram alcançados.

As aulas interativas contribuíram para incentivar o uso do método em outros conteúdos. Assim, sugere-se sequências de aulas interativas para o ensino – aprendizagem de função afim, função exponencial, função logarítmica, funções trigonométricas. No caso das funções trigonométricas é possível que o professor, utilizando o GeoGebra, construa junto com os alunos o ciclo trigonométrico para cada função , seno, cosseno, tangente, cotangente, secante e cossecante, já que é bastante complicado fazer os alunos visualizarem os valores obtidos por cada uma dessas funções, quando se faz variar, no quadro, os ângulos associados aos arcos. Com o GeoGebra essa dificuldade é facilmente contornada.

Das análises efetuadas e com base nos resultados contidos no Capítulo 5, considerando-se também as respostas dos alunos durante as aulas, ficou evidente que alguns pontos precisam ser melhorados. O cálculo das coordenadas do vértice da parábola deve ser mais enfatizado no GeoGebra e os alunos devem ser encorajados a trabalhar com a forma canônica. Trabalhar dessa forma certamente ajudará a compreender melhor o cálculo da imagem da função, bem como, identificar se a função possui valor máximo ou mínimo e que valor é esse. Em seguida, sugere-se a utilização do GeoGebra, para resolver mais problemas que podem ser modelados por uma função quadrática. No entanto, todos eles têm em comum o fato de que cada tópico precisa de maior tempo para amadurecer as ideias que estão associadas.

Percebeu-se ainda que antes de iniciar o estudo específico sobre função quadrática, é indispensável que se dê noções básicas do uso do Excel, Winplot e

GeoGebra. Pois, diante das experiências obtidas em dois anos seguidos, com duas turmas do 1º ano do ensino médio em 2013 e, duas turmas do 1º ano do ensino médio em 2014, verificou-se a necessidade de ocupar pelo menos uma aula com criação de fórmulas no Excel e depois criação de pontos, segmentos e retas no Winplot, criação de pontos, pontos médios, distância entre dois pontos e retas no GeoGebra. Nas turmas de 2014, iniciou-se os trabalhos revisando equações do 2º grau, em seguida abordando função quadrática, já no laboratório de informática. Dessa forma, pode-se perceber que, mesmo melhorando significativamente as sequências didáticas em relação àquelas feitas em 2013, observou-se mais dificuldade nos primeiros passos, isto é, noções ligadas às ideias de operações elementares de cada software.

É importante salientar que, a escolha do Winplot para aulas de laboratório se deve muito pelo fato de que o Winplot é um software que ocupa pouco espaço, inferior a 2Mb, de fácil execução, pode ser executado direto de um “Pendrive”, por exemplo.

REFERÊNICIAS

Altoé, A.; Fugimoto, S.M.A.; **COMPUTADOR NA EDUCAÇÃO E OS DESAFIOS EDUCACIONAIS**.IX Congresso Nacional de Educação – EDUCERE. III Encontro Sul Brasileiro de Psicopedagogia, 26 a 29 de outubro de 2009 – PUCPR, 2009.

Batista, S. C. F. ;Barcelos, G. T. ; Afonso, F. F. Tecnologias de Informação e Comunicação no Estudo de Temas Matemáticos. In: XVIII Congresso Nacional de Matemática Aplicada e Computacional, 2005, São Paulo. Anais do XVIII Congresso Nacional de Matemática Aplicada e Computacional, 2005.

Carvalho, F.C.A.; Ivanoff, G.B. **Tecnologias que Educam-Ensinar e aprender com as tecnologias de informação e comunicação**.1.ed.São Paulo:Pearson Prentice Hall, 2010. 165p.

Cavalcante, N.I.S. **O ENSINO DE MATEMÁTICA NO CONTEXTO DAS NOVAS TECNOLOGIAS: refletindo as potencialidades do uso de softwares dinâmicos como recurso em sala de aula**. V Congresso de Pesquisa e Inovação da Rede Norte Nordeste de Educação Tecnológica - CONNEPI, Maceió, 17 a 19 novembro, 2010.

Garbi, G.G.**O Romance das Equações Algébricas**.3.ed.São Paulo:Editora Livraria da Física,2009.240p.

Júnior, R. C. V. A. **DESENVOLVIMENTO DE CONCEITOS E RESOLUÇÃO DE ATIVIDADES DE FUNÇÃO QUADRÁTICA COM O USO DO SOFTWARE GEOGEBRA**. 56 p. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional) - Universidade Federal de Mato Grosso do Sul, Campo Grande, Mato Grosso do Sul, 2013.

Lima, E.L.; Carvalho, P.C.P.;Wagner, E.; Morgado, A.C. **A Matemática do Ensino Médio**. 9.ed.Rio de Janeiro:SBM, 2006.v.1.266p.

Maltempi, M.V.; Javaroni, S.L.;Borba, M.C;Calculadoras, Computadores e Internet em Educação Matemática: dezoito anos de pesquisa. Bolema, Boletim de Educação Matemática. Rio Claro (SP), v. 25, n. 41, p. 43-72, dez. 2011.

Miskulin, R. G. S. et al .Identificação e Análise das Dimensões que Permeiam a Utilização das Tecnologias da Informação e Comunicação nas Aulas de Matemática no Contexto da Formação de Professores. Bolema. Boletim de Educação Matemática, Rio Claro (SP),, v. 26, p. 103-123, 2006.

Okada, S. **Explorando gráficos das funções elementares por meio do software Geogebra.** 72 p. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional) , – Universidade Estadual de Santa Cruz, Ilhéus, Bahia, 2013.

Oliveira,A. G. **FUNCÕES E GEOMETRIA:** O uso de ambiente de geometria dinâmica como subsídio para a caracterização das funções quadráticas. 35 p. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional) - Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Curitiba, Paraná, 2013.

Pais, L.C.**Educação Escolar e as Tecnologias da Informática.**1.ed.Belo Horizonte: Autêntica,2008.165p.

Peixoto, H. C. **TÓPICOS DE GEOMETRIA ANALÍTICA: PARÁBOLA**. 63 p. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional) – Universidade Federal de Goiás, Goiânia, Goiás, 2013.

Pernambuco. Secretaria de Educação. Parâmetros Curriculares de Matemática para o Ensino Fundamental e Médio. Recife: SE, 2012.

Ribeiro, D. M. A. A. **UMA ABORDAGEM DIDÁTICA PARA FUNÇÃO QUADRÁTICA**. 58 p. Dissertação - Universidade Estadual do Norte Fluminense Darcy Ribeiro, Campos dos Goytacazes, Rio de Janeiro, 2013.

Rodrigues, M. M. P. **UTILIZAÇÃO DO SOFTWARE MAXIMA NO ESTUDO DE FUNÇÕES POLINOMIAIS DO 1º GRAU E 2º GRAU**. 32 p. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional) – Universidade Federal de Goiás, Goiânia, Goiás, 2013.

Santos, D. S. **O DESENVOLVIMENTO DE UM APLICATIVO PARA O ESTUDO DE FUNÇÕES QUADRÁTICAS**. 44 p. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional) - Universidade Federal do Piauí, Teresina, Piauí, 2013.

Soares, J. H. S. **FUNÇÃO QUADRÁTICA**. 40 p. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional) - Universidade Federal do Rio Grande do Norte, Natal, Rio Grande do Norte, 2013.

Sousa, F. A. L. **FUNÇÕES QUADRÁTICAS ESTUDO DO GRÁFICO DAS FUNÇÕES QUADRÁTICAS**. 42 p. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional) – Universidade Federal de Goiás, Goiânia, Goiás, 2013.

APÊNDICES

APÊNDICE A

Atividade Avaliativa 1, aplicada as turmas do 1º Edificações, 1º Informática e 1º Química.

01.Conforme vimos em sala, a função $f(x) = ax^2 + bx + c$, com $a \neq 0$, é chamada função quadrática. Assim, determine em cada função abaixo, os valores de a, b e c:

A)	$f(x) = 3x^2 + 2x + 4$		$a =$	$b =$	$c =$
B)	$f(x) = -4x^2 + 4x - 1$		$a =$	$b =$	$c =$
C)	$f(x) = -x^2 + 100x$		$a =$	$b =$	$c =$
D)	$f(x) = x^2 - 200x$		$a =$	$b =$	$c =$
E)	$f(x) = x^2$		$a =$	$b =$	$c =$
F)	$f(x) = (x + 2) \cdot (x - 3)$		$a =$	$b =$	$c =$
G)	$f(x) = 400x - x^2$		$a =$	$b =$	$c =$

02. Considere a função quadrática $f(x) = x^2 - 6x + 8$. Calcule o valor numérico da função, em cada caso, em seguida preencha a tabela:

x	-1	0	1	2	3	4	5	6	7
y=f(x)									

A) $f(-1)$

B) $f(0)$

C) $f(1)$

D) $f(2)$

E) $f(3)$

F) $f(4)$

G) $f(5)$

H) $f(6)$

I) $f(7)$

03. Use os resultados obtidos na questão anterior, e responda:

A) A concavidade do gráfico da função é para cima ou para baixo? Por quê?

B) Em que ponto o gráfico da função intersecta o eixo y?

C) Em qual (ou em quais) ponto(s), o gráfico da função intersecta o eixo x?

D) Como se denomina a intersecção do gráfico da função com o eixo x?

E) Qual é o sinal do discriminante (Δ) da função?

F) Quais são as coordenadas do vértice do gráfico da função?

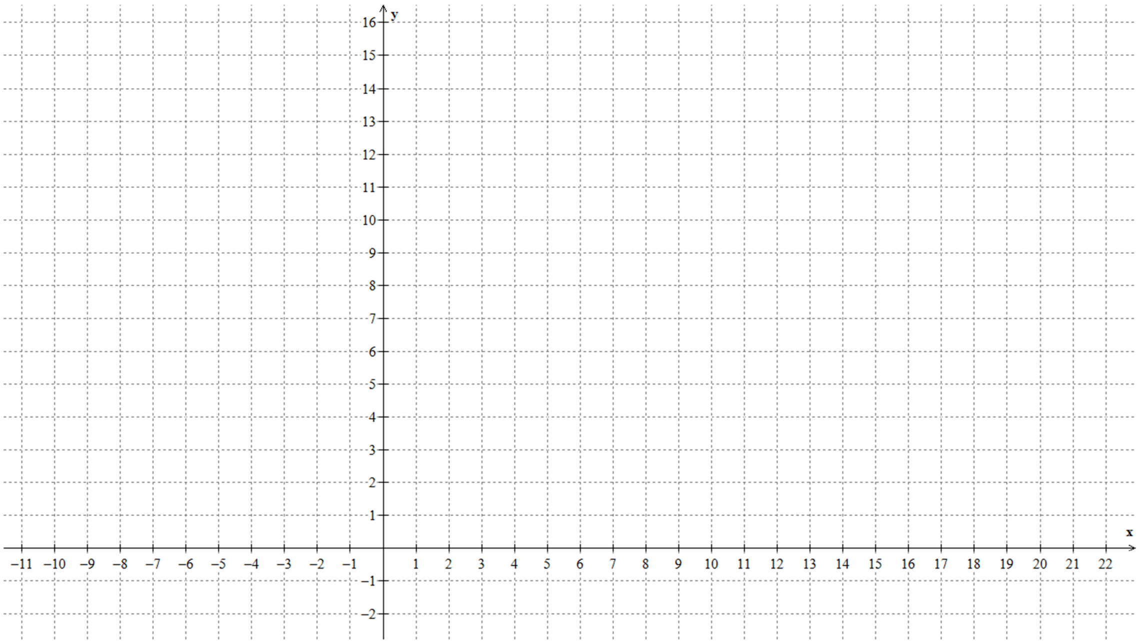
G) Qual é a equação do eixo de simetria do gráfico da função?

H) A função possui valor máximo ou mínimo? Que valor é esse?

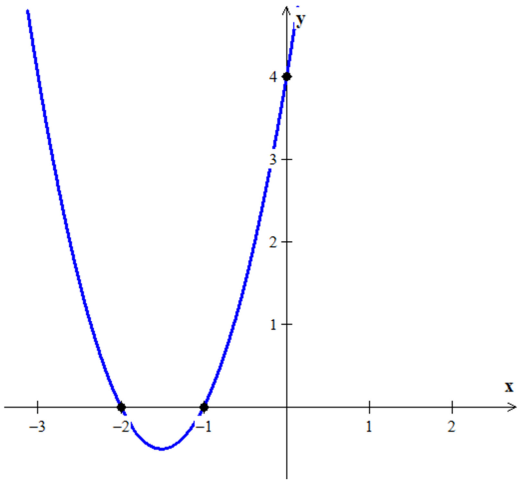
I) Em qual intervalo de x, tem-se $f(x) < 0$?

J) Em qual intervalo de x, tem-se $f(x) > 0$?

04. Esboce o gráfico que ilustra corretamente a função $f(x) = x^2 - 6x + 8$.



05. Obtenha a função quadrática $f(x) = ax^2 + bx + c$, determinada pela parábola abaixo:



06. Considere a função quadrática $f(x) = -x^2 + 7x - 12$. Responda:

A) A concavidade do gráfico da função é para cima ou para baixo? Por quê?

B) Em que ponto o gráfico da função intersecta o eixo y?

C) Em qual (ou em quais) ponto(s), o gráfico da função intersecta o eixo x?

D) Como se denomina a intersecção do gráfico da função com o eixo x?

E) Qual é o sinal do discriminante (Δ) da função?

F) Quais são as coordenadas do vértice do gráfico da função?

G) Qual é a equação do eixo de simetria do gráfico da função?

H) A função possui valor máximo ou mínimo? Que valor é esse?

I) Em qual intervalo de x, tem-se $f(x) < 0$?

J) Em qual intervalo de x, tem-se $f(x) > 0$?

07.Considere a função quadrática $f(x) = x^2 - 6x + 9$. Responda:

A) A concavidade do gráfico da função é para cima ou para baixo? Por quê?

B) Em que ponto o gráfico da função intersecta o eixo y?

C) Em qual (ou em quais) ponto(s), o gráfico da função intersecta o eixo x?

D) Como se denomina a intersecção do gráfico da função com o eixo x?

E) Qual é o sinal do discriminante (Δ) da função?

F) Quais são as coordenadas do vértice do gráfico da função?

G) Qual é a equação do eixo de simetria do gráfico da função?

H) A função possui valor máximo ou mínimo? Que valor é esse?

I) Em qual intervalo de x, tem-se $f(x) < 0$?

J) Em qual intervalo de x, tem-se $f(x) > 0$?

08. Em uma partida de futebol, um jogador cobrou uma falta em direção ao gol e, a trajetória da bola é um arco de parábola. Sabendo que a função $H(t) = -t^2 + 10t$, é o modelo matemática para a situação descrita acima, onde $H(t)$ é a altura, em metros, e t é o tempo em segundos. Qual é a altura máxima alcançada pela bola?

APÊNDICE B

Exemplo 1 – Considere a função quadrática $f(x) = x^2 - 10x + 9$.

a) Preencha a tabela abaixo:

X	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
y=f(x)																

b) Preencha a tabela acima usando o Excel.

c)Usando o Winplot, plotar os pontos obtidos na tabela do Excel.

Instruções

- Clique em Janela.
- Em seguida clique em 2-dim ou F2.
- Clique em Equação, Ponto, e seguindo a seta clique em (x, y) ...
- Aparecerá uma tela ao lado, preencha os campos referentes a x e y.
- Digite as coordenadas dos pontos, clique em “âncoras” e em seguida digite o comando /xy.
- Após plotar todos os pontos, clique em Equação, em seguida Explicita. Aparecerá uma caixa, então digite o comando x^2-10x+9.

d) A concavidade do gráfico da função é para cima ou para baixo? Por quê?

e) No Excel, quando x é zero, qual o valor correspondente de y?

f) No Winplot, em que ponto o gráfico da função intersecta o eixo y?

g) No Excel, o que têm em comum o 1 da célula E6 e o 9 da célula E14?

h) Em qual (ou em quais) ponto(s), o gráfico da função intersecta o eixo x?

i) Como se denomina a intersecção do gráfico da função com o eixo x?

j) Qual é o sinal do discriminante (Δ) da função?

k) Quais são as coordenadas do vértice do gráfico da função?

l) Qual é a equação do eixo de simetria do gráfico da função?

m) A função possui valor máximo ou mínimo? Que valor é esse?

n) Determine a imagem da função.

o) Em qual intervalo de x, tem-se $f(x) < 0$?

p) Em qual intervalo de x, tem-se$f(x) > 0$?

Exemplo 2 – Considere a função quadrática $f(x) = -x^2 + 2x + 3$, faça o mesmo que você fez no Exemplo1, dada a tabela abaixo:

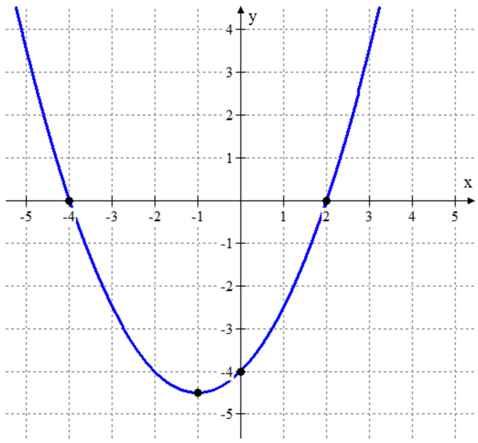
x	-2	-1	0	1	2	3	4
y=f(x)							

APÊNDICE C

Atividade Avaliativa 2, aplicada à turma do 1º Química, após uma breve abordagem interativa.

Questão 1

A figura abaixo ilustra o gráfico de uma função do tipo $\boldsymbol{f(x) = ax^2 + bx + c}$, com $\boldsymbol{a \neq 0}$, denominada função quadrática:



1) Com relação ao sinal do coeficiente a, é correto afirmar que:

( ) $a > 0$ ( ) $a < 0$

2) Em que ponto o gráfico da função intersecta o eixo y?

a) (-4, 0) b) (0, -4) c) (-4, -4) d) (-4, 2)

3) Assinale a alternativa que indica as raízes da função:

a) 4 e 0 b) 2 e 0 c) -4 e -4 d) -4 e 2

4) Calcule o valor de:

a) $f(0) =$

b) $f(2) =$

c) $f(-4) =$

5) Com relação ao sinal do discriminante (Δ), é correto afirmar que:

( ) $\Delta > 0$ ( ) $\Delta = 0$ ( ) $\Delta < 0$

6) Com relação ao sinal da função, é correto afirmar que:

( ) $f(x) > 0 \Leftrightarrow x > 0$

( ) $f(x) < 0 \Leftrightarrow x < 0$

( ) $f(x) < 0 \Leftrightarrow -4 < x < 2$

( ) $f(x) < 0 \Leftrightarrow x < -4 \; ou \; x > 2$

7) Assinale a alternativa que corresponde à função associada ao gráfico:

a) $f(x) = -\frac{1}{2}x^2 + x - 4$

b) $f(x) = \frac{1}{2}x^2 + x - 4$

c) $f(x) = 2x^2 + x - 4$

8) Quais são as coordenadas do vértice do gráfico da função?

( ) V(-1; 4,5)

( ) V(-4; -1)

( ) V(-1; -4,5)

9) A função possui valor máximo ou mínimo?

( ) Máximo, e igual a 4.

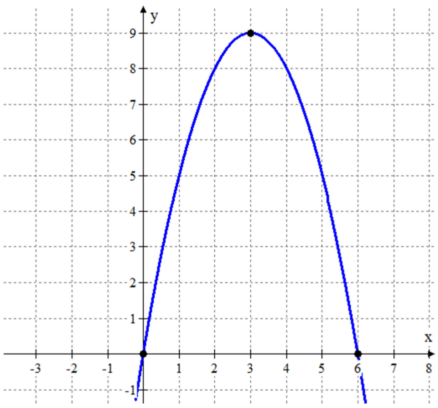
( ) Mínimo, e igual a -4,5.

( ) Máximo, e igual a 6.

( ) Mínimo, e igual a -5.

Questão 2

Considere ao gráfico abaixo:



1) Com relação ao sinal do coeficiente a, é correto afirmar que:

( ) $a > 0$

( ) $a < 0$

2) Assinale a alternativa que indica as raízes da função:

a) 9 e 0

b) 0 e 6

c) -1 e -0

d) -1 e 6

3) Calcule o valor de:

a) $f(0) =$

b) $f(3) =$

c) $f(6) =$

4) Com relação ao sinal da função, é correto afirmar que:

( ) $f(x) > 0 \Leftrightarrow x > 0$

( ) $f(x) < 0 \Leftrightarrow x < 0$

( ) $f(x) < 0 \Leftrightarrow 0 < x < 6$

( ) $f(x) < 0 \Leftrightarrow x < 0 \ ou \ x > 6$

5) A função possui valor máximo ou mínimo?

( ) Máximo, e igual a 9.

( ) Mínimo, e igual a 0.

( ) Máximo, e igual a 10.

( ) Mínimo, e igual a -2.

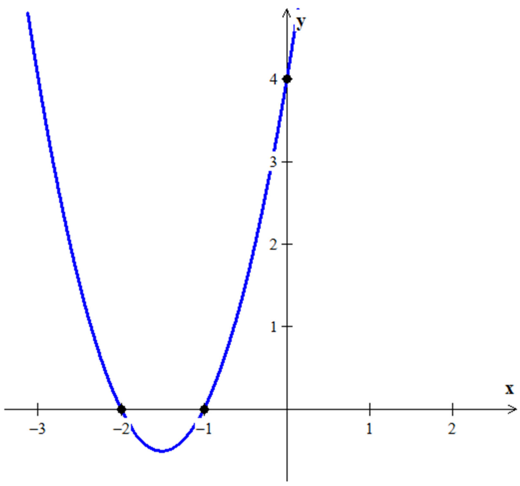
APÊNDICE D

Avaliação aplicada às turmas do primeiro ano do Ensino Médio, nos cursos de Química e Eletrotécnica, do Instituto Federal do Sertão Pernambucano em 2014.

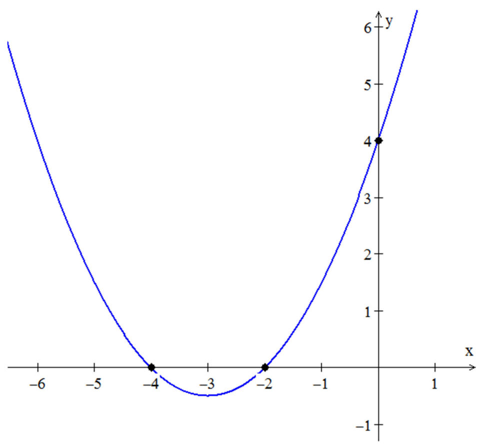
INSTITUTO FEDERAL DE EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA SERTÃO PERNAMBUCANO — **CURSO :_______________________ – 1º ANO** **1ª UNIDADE** **Nome:____** **PROVA** **Data:__/__/2014**	**NOTA:**

Observações:
Questões sem cálculos, devidamente corretos, não terão validade.
Só terão validade as questões respondidas à caneta esferográfica azul ou preta
Valor por questão: (1,5).

01.Obtenha a função quadrática $f(x) = ax^2 + bx + c$, determinada pela parábola abaixo:



02. A figura abaixo ilustra o gráfico de uma função quadrática:



Assinale a alternativa correta:

A) As raízes são 4 e 2

B) As raízes são 4 e -2

C) As raízes são -4 e 2

D) As raízes são -4 e -2

E) A função não possui raízes reais.

03. Com relação ao estudo do sinal da função da questão anterior, temos:

A)$f(x) > 0 \Leftrightarrow 0 < x < 4$ e $f(x) < 0 \Leftrightarrow x < 2$ ou $x > 4$;

B)$f(x) > 0 \Leftrightarrow 4 < x < 2$ e $f(x) < 0 \Leftrightarrow x < -4$ ou $x > 2$;

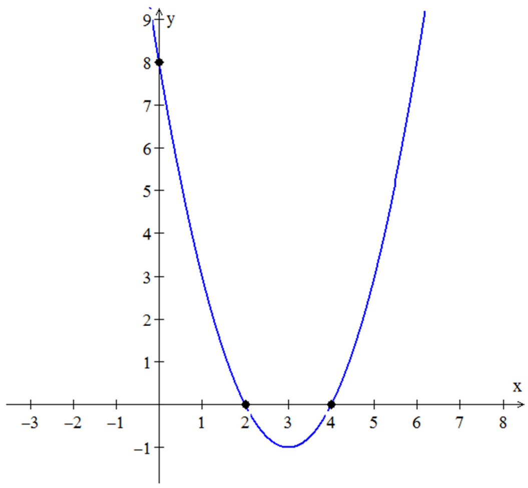
C)$f(x) < 0 \Leftrightarrow -4 < x < 2$ e $f(x) > 0 \Leftrightarrow x < -4$ ou $x > 2$;

D)$f(x) > 0 \Leftrightarrow -4 < x < -2$ e $f(x) < 0 \Leftrightarrow x < 4$ ou $x > -2$;

E)$f(x) < 0 \Leftrightarrow -4 < x < -2$ e $f(x) > 0 \Leftrightarrow x < -4$ ou $x > -2$;

04.Quais são as coordenadas do vértice do gráfico da função quadrática $f(x) = -x^2 + 7x - 12$?

05.Determine o conjunto imagem da função $f(x) = x^2 - 6x + 8$, cujo gráfico está ilustrado abaixo:



06. Em uma partida de futebol, um jogador cobrou uma falta em direção ao gol e a trajetória da bola é um arco de parábola. Sabendo que a função $H(t) = -t^2 + 10t$, é o modelo matemática para a situação descrita acima, onde $H(t)$ é a altura, em metros, e t é o tempo, em segundos, qual é a altura máxima alcançada pela bola?

APÊNDICE E

Como discente do Mestrado Profissional em Matemática pela Universidade Federal do Vale do São Francisco (UNIVASF – Campus Juazeiro), estou desenvolvendo uma pesquisa sobre a Interatividade no Ensino-Aprendizagem de Função Quadrática. Solicito a sua colaboração, respondendo ao questionário abaixo, que trata da sua opinião à respeito do método interativo de aprender função quadrática.

1. Sexo: ( ) Masculino ( ) Feminino
2. Data de Nascimento:___/___/___
3. Você gosta de Matemática?

( ) Sim ( ) Não

4. Qual a sua maior dificuldade em Matemática:

( ) Interpretar a questão. ( ) Memorizar as fórmulas ( ) Compreender o que o professor fala.

( ) Outros: ___________________________

5. Você já estudou Função Quadrática em outra Escola?

( ) Sim ( ) Não

6. Você gostou das aulas sobre Função Quadrática no laboratório de Informática? ( ) Sim ( ) Não
7. O uso do computador ajudou a compreender melhor o conteúdo abordado?

( ) Sim ( ) Não

8. Você recomenda essa abordagem interativa para as próximas turmas?

( ) Sim ( ) Não.

9. Você recomenda essa abordagem interativa em outro conteúdo?

( ) Sim ( ) Não.

( ) Se Sim, qual ou quais?

____

____

____

10. Sugestões para melhorar as aulas interativas.

____

____