2014: Trabalho de Conclusão de Curso do Mestrado Profissional em Matemática - PROFMAT
Universidade Federal de São João del-Rei - UFSJ
Sociedade Brasileira de Matemática - SBM

CONSTRUÇÕES GEOMÉTRICAS NOS ANOS FINAIS DO ENSINO FUNDAMENTAL

Cássia Maciel Campos Pereira [1]
Ronaldo Ribeiro Alves[2]

Resumo: Este artigo apresenta Construções Geométricas Elementares para serem trabalhadas nos anos finais do ensino fundamental. Além disso, o trabalho é composto por algumas atividades para aplicação destas construções. Tais atividades foram retiradas de livros didáticos e de Desenho Geométrico e permitirão aos alunos desenvolver a imaginação, o planejamento e o raciocínio lógico. Dessa forma, os alunos se tornam agentes ativos do processo ensino-aprendizagem, sendo o professor um mediador desse processo.

Palavras-chave: Construções Geométricas. Geometria. Atividades.

1 Introdução

O ensino do tema Construções Geométricas está desprestigiado nos Ensinos Fundamental e Médio das escolas. A dificuldade dos alunos na resolução de problemas e atividades que envolvem Geometria coincidem com esse desprestígio.

Segundo Putnoki(1998, p.13),"não se trata apenas de uma coincidência, mas sim, em parte, de uma consequência."

Os desenhos fazem parte do cotidiano humano desde os primórdios, com as figuras nas cavernas. A civilização grega, com a obra *Os Elementos* de Euclides, teve grande importância no desenvolvimento da Geometria, pois reúne quase todo o conhecimento matemático daquele tempo. No livro I desta grande obra, o desenho geométrico se apresenta totalmente ligado à geometria com a denominação de Construções Geométricas.

No Brasil, o ensino do Desenho Geométrico é caracterizado por grandes mudanças. Até 1971, o ensino do Desenho foi obrigatório. Com a promulgação da Lei 5692 - Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional, o Desenho Geométrico passou a fazer parte do núcleo das disciplinas optativas. Algumas escolas mantiveram as Construções Geométricas nas aulas de

[1]Aluna de Mestrado Profissional em Matemática, Turma 2012
Instituição: Universidade Federal de São João del-Rei - UFSJ
E-mail: cassiamacielcampos@yahoo.com.br
[2]Orientador do Trabalho de Conclusão de Curso
Departamento de Matemática e Estatística - DEMAT, UFSJ
E-mail: ronribal@ufsj.edu.br

Educação Artística, que passou a fazer parte do núcleo obrigatório. Vale ressaltar que, a partir da década de 60 do século XX, além das Construções Geométricas, o ensino de geometria também sofreu um grande descaso. Com o Movimento da Matemática Moderna, alguns professores, principalmente aqueles que tiveram pouco acesso à disciplina em sua trajetória escolar e em sua formação, deram pouca ênfase à geometria em sala de aula. Esta situação pode ser vista até hoje em muitas escolas. Apenas em 1998, com a publicação dos Parâmetros Curriculares Nacionais, há uma preocupação em retornar com o ensino do Desenho Geométrico na educação básica.

Os PCNs afirmam que

> Os conceitos geométricos constituem parte importante do currículo de Matemática no ensino fundamental, porque, por meio deles, o aluno desenvolve um tipo especial de pensamento que lhe permite compreender, descrever e representar, de forma organizada, o mundo em que vive. O trabalho com espaço e forma pressupõe que o professor de Matemática explore situações em que sejam necessárias algumas construções geométricas com régua e compasso, como visualização e aplicação de propriedades das figuras, além da construção de outras relações. (BRASIL, 1998, p. 51).

Em 2007, a Secretaria de Educação de Minas Gerais estabeleceu os conhecimentos, as habilidades e as competências a serem adquiridos pelos alunos na educação básica através dos Conteúdos Básicos Comuns - CBCs. No eixo Espaço e Forma as Construções Geométricas fazem parte dos tópicos obrigatórios e complementares. Segundo o CBC, os alunos devem:

- Construir perpendiculares, paralelas e mediatriz de um segmento usando régua e compasso.
- Construir um triângulo a partir de seus lados, com régua e compasso.
- Construir com régua e compasso: a mediatriz de um segmento, a bissetriz de um ângulo, retas paralelas, retas perpendiculares, transporte de ângulos e de segmentos.

As construções geométricas promovem o desenvolvimento do raciocínio lógico e da criatividade, desenvolve a imaginação, a iniciativa, a capacidade de organização, o desenvolvimento da visão espacial. Além disso, trazem benefícios para a vida acadêmica e social das pessoas, tendo inúmeras aplicações na Indústria, na Engenharia e na Arquitetura. O resgate do assunto nas grades curriculares das escolas de ensinos fundamental e médio traria inúmeras vantagens para a formação dos seus alunos. Através do desenho geométrico o aluno pode concretizar o conhecimento teórico de geometria.

> O desenho geométrico é a base necessária para a execução de qualquer tipo de desenho de precisão. Desenvolve o raciocínio lógico e é últil na obtenção de soluções aproximadas de problemas matemáticos, além de complementar o estudo da Geometria plana. (BONGIOVANNI; SAVIETTO e MOREIRA, 2007, p. 9).

Meu interesse pelo desenvolvimento do tema se deu por causa dessa ausência do desenho geométrico nas escolas e foi reforçado ao cursar a disciplina Geometria I do Profmat.

Sendo assim, este trabalho apresenta algumas construções geométricas e atividades que poderão ser trabalhadas em sala de aula pelos professores de Matemática dos anos finais do ensino fundamental.

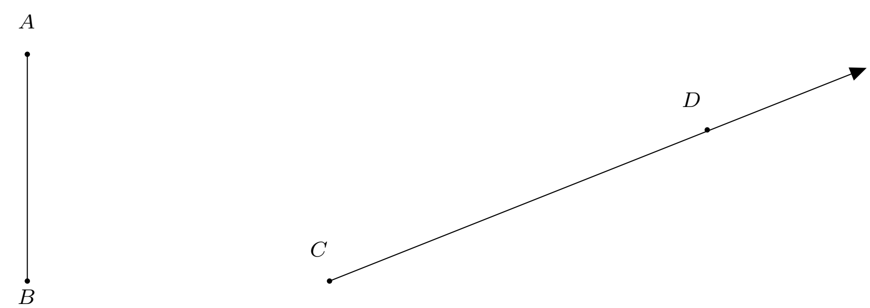
2 Construções Geométricas Elementares

Nas construções geométricas são permitidos apenas régua (não graduada) e compasso. A régua não é usada para medir, mas para traçar retas. O compasso é usado para traçar arcos e circunferências e para transportar segmentos. Apresentaremos algumas construções que serão básicas para a resolução de problemas de desenho geométrico.
Observação: Em nosso trabalho todas as magnitudes (ângulos, segmentos) serão *construtíveis*.

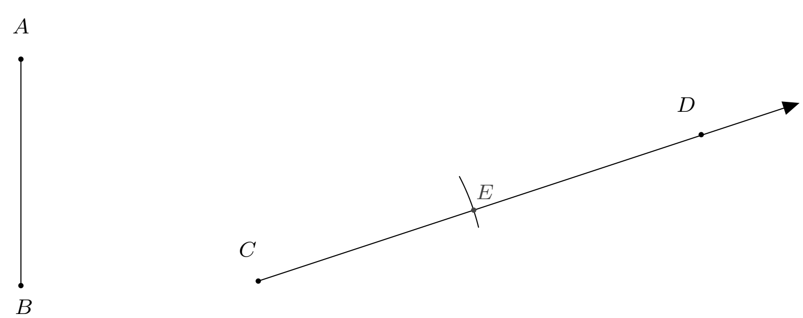
2.1 Transporte de Segmento

Transportar um segmento significa traçar um segmento congruente sobre uma semirreta dada.

Transporte o segmento AB para a semirreta $\overrightarrow{CD}$ usando o compasso.



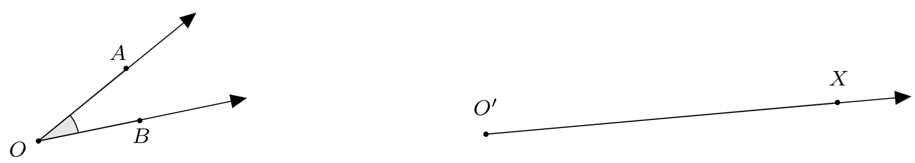
Descrição dos passos
1.Centre o compasso em A e fixe a outra extremidade do mesmo em B.
2.Mantendo essa abertura, centre o compasso em C e marque, com a outra extremidade do mesmo, um ponto E sobre a semirreta $\overrightarrow{CD}$, tal que $\overline{CE} = \overline{AB}$.
3.Compare os comprimentos dos segmentos $\overline{AB} = \overline{CE}$ e $\overline{CD}$.



2.2 Transporte de Ângulo

Transportar um ângulo significa construir um ângulo congruente ao ângulo dado, sobre uma semirreta dada.

Transporte o ângulo $\angle AOB$ para a semirreta $\overrightarrow{O'X}$ usando o compasso.



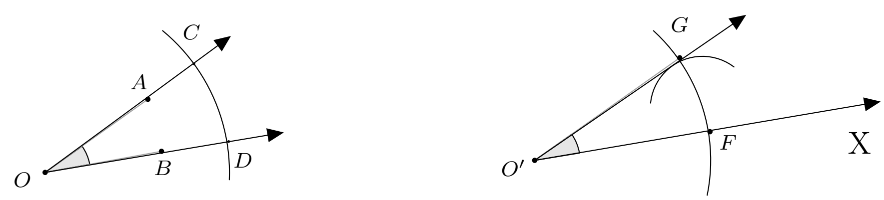
Descrição dos passos

1.Trace um arco de circunferência de raio arbitrário R, centrado no vértice O do ângulo dado marcando os pontos C e D sobre os lados do mesmo.

2.Trace outro arco de circunferência de raio R, centrado em O', obtendo o ponto F de interseção do mesmo com a semirreta $\overrightarrow{O'X}$.

3.Abra o compasso do tamanho de $\overline{CD}$ e trace o arco de circunferência com centro em F. Marque o ponto G de interseção dos dois arcos.

4.Trace, com régua, a semirreta $\overrightarrow{O'G}$. O ângulo $\angle FO'G$ é congruente ao ângulo $\angle AOB$ dado.



Justificativa: Os triângulos COD e FO'G são congruentes (caso LLL).

2.3 Bissetriz

Bissetriz é a semirreta com origem no vértice do ângulo que o divide em dois ângulos congruentes.

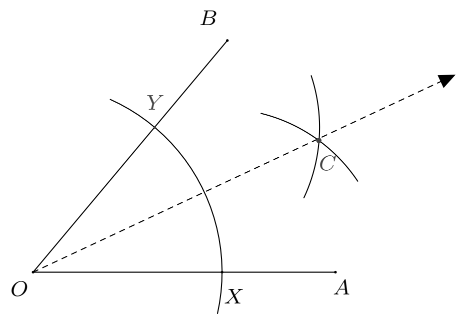
Construa a bissetriz do ângulo $\angle AOB$ dado.

Descrição dos passos

1.Trace um arco de circunferência de raio conveniente e centro no vértice O, determinando os pontos X e Y nos lados do ângulo.

2.Trace, com a mesma abertura do compasso, dois arcos com centros em X e depois em Y que possuem C como um dos pontos de interseção.

3.A semirreta $\overrightarrow{OC}$ é a bissetriz do ângulo $\angle AOB$ dado.

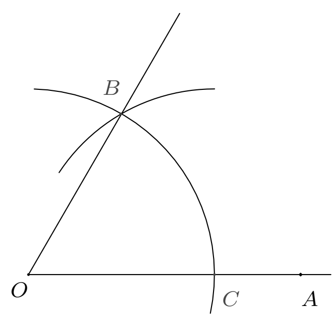


Justificativa: Os triângulos OXC e OYC são congruentes (caso LLL). Logo, os ângulos $\angle XOC$ e $\angle YOC$ são congruentes.

2.4 Ângulo de 60º

Construa um ângulo de 60º.

Descrição dos passos
1.Trace uma semirreta $\overrightarrow{OA}$, que será um dos lados do ângulo.
2.Com centro no ponto O e raio arbitrário, trace um arco que corta $\overrightarrow{OA}$ no ponto C.
3.Com centro no ponto C e o mesmo raio, trace um arco que intersecta o anterior no ponto B.
4.A semirreta $\overrightarrow{OB}$ será o outro lado do ângulo.O ângulo $\angle AOB$ mede 60º.

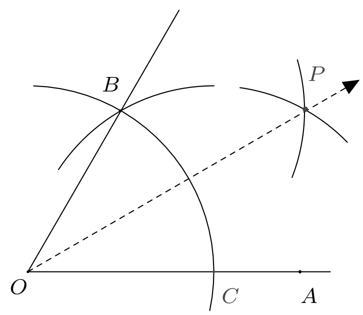


Justificativa: O triângulo OBC é equilátero. Logo, BÔC = 60º.

2.5 Ângulo de 30º

Construa um ângulo de 30º.

Descrição dos passos
1.Construa um ângulo de 60º.
2.Trace a bissetriz do ângulo de 60º, obtendo um ângulo cuja medida é 30º.



AÔP é um ângulo de 30º.

2.6 Perpendiculares

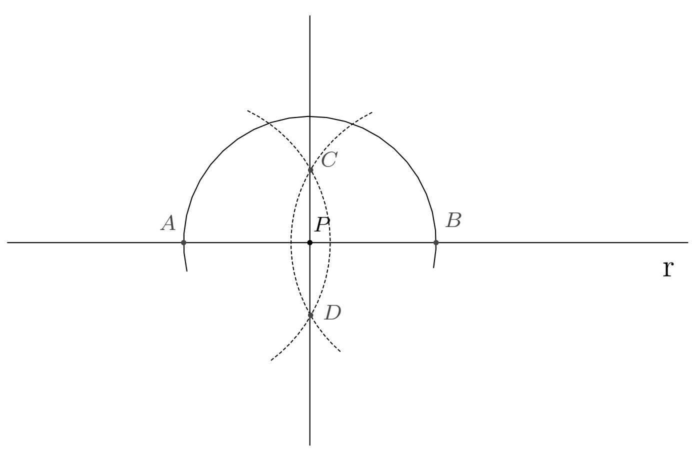
Podemos traçar retas perpendiculares de várias formas. Escolhemos as mais simples e de fixação mais rápida. Temos dois casos para analisar:

(i) O ponto pertence à reta ou

(ii) O ponto não pertence à reta .

2.6.1 Trace uma perpendicular à reta r por um ponto $P \in r$

Descrição dos passos
1.Com uma abertura arbitrária, centre o compasso em P e trace um arco de circunferência, obtendo os pontos A e B na reta r.
2.Abra o compasso com uma abertura maior que $\overline{AP}$ e trace dois arcos com a mesma abertura e centros em A e B, obtendo os pontos C e D.
3.A reta que passa pelos pontos C e D é perpendicular à reta r.



Justificativa: O triângulo ACB é isósceles. O ponto P é o ponto médio do segmento AB. Logo, CP é a mediana do triângulo. Portanto, CP é também altura do triângulo.

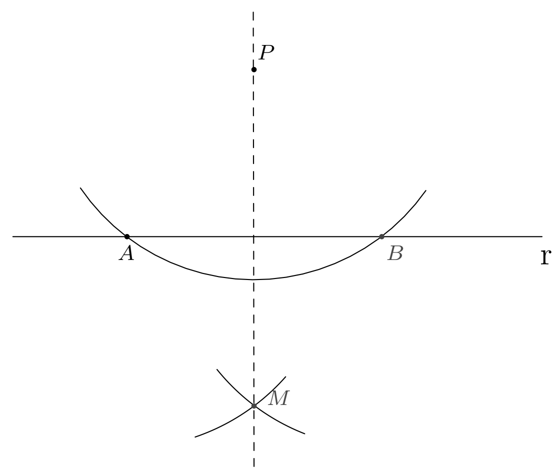
2.6.2 Trace uma perpendicular à reta r por um ponto $P \notin r$

Descrição dos passos

1.Com uma abertura conveniente, abra o compasso de modo que o arco da circunferência centrado em P intersecte a reta r em dois pontos A e B.

2.Ainda com a mesma abertura, trace dois arcos de circunferência com os centros em A e depois em B, obtendo o ponto M.

3.A reta que passa pelos pontos P e M é perpendicular à reta r.



Justificativa: O quadrilátero APBM é um losango. Logo, as diagonais AB e PM são perpendiculares.

2.7 Ângulo de 90º

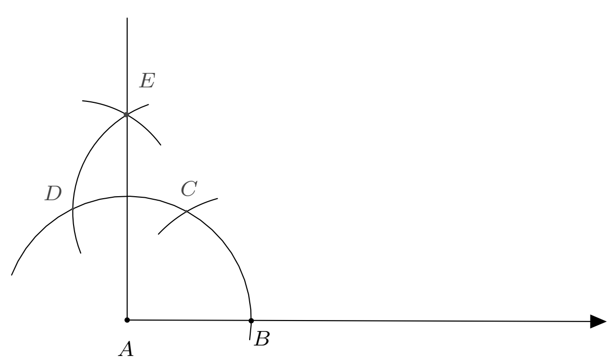
Construa um ângulo de 90º.

Descrição dos passos

1.Trace uma semirreta, de origem no ponto A, que será um dos lados do ângulo.

2.Pelo ponto A, trace outra semirreta que seja perpendicular à semirreta anterior.

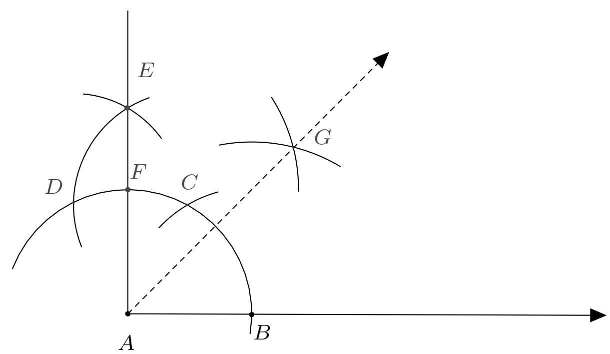
3.O ângulo $\angle BAE$ é reto.



2.8 Ângulo de 45º

Construa um ângulo de 45º.

Descrição dos passos
1.Construa um ângulo de 90º.
2.Trace a bissetriz desse ângulo, obtendo um ângulo cuja medida é 45º.

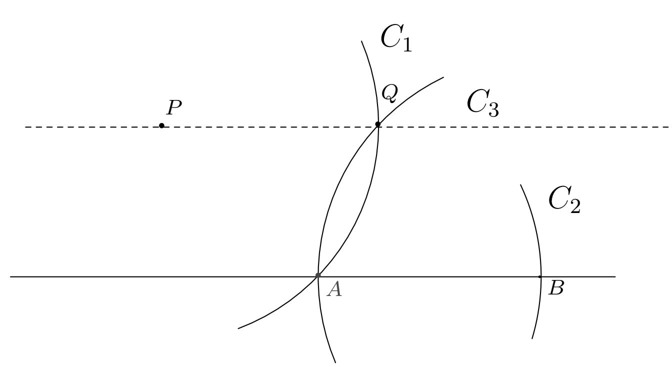


BÂG é um ângulo de 45º.

2.9 Paralelas

Construa, por um ponto P, uma reta paralela a uma reta r dada.

Descrição dos passos
1.Trace três circunferências com o mesmo raio: a primeira com centro em P cortando a reta r em A; a segunda com centro em A cortando a reta r em B e a terceira com centro em B cortando a primeira circunferência em Q.
2.A reta que passa pelos pontos P e Q é paralela à reta r.



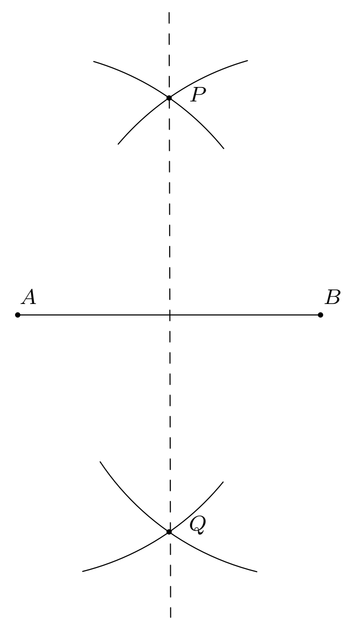
Justificativa: O quadrilátero PABQ é um losango e portanto, seus lados PQ e AB são paralelos.

2.10 Mediatriz

Mediatriz de um segmento de reta é a reta perpendicular a esse segmento que contém o seu ponto médio.

Construa a mediatriz do segmento AB.

Descrição dos passos
1.Trace dois arcos de circunferência de mesmo raio, com centros em A e depois em B.
2.Marque os pontos P e Q de interseção desses arcos. A reta que passa por P e Q é a mediatriz de AB.

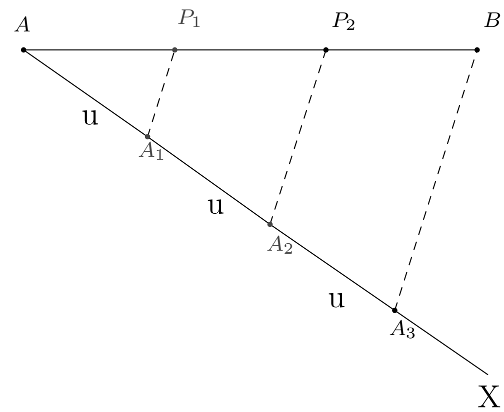


Justificativa: O quadrilátero AQBP é um losango, suas diagonais são perpendiculares e cortam-se ao meio.

2.11 Divisão de um segmento em partes iguais

Divida o segmento AB, por exemplo, em três partes iguais.

Descrição dos passos
1.Trace uma semirreta qualquer AX.
2.Com um compasso, determine sobre a semirreta AX três segmentos iguais: AA_1, A_1A_2 e A_2A_3 .
3.Trace a reta A_3B.
4.Trace as paralelas à reta A_3B pelos pontos A_1 e A_2. Elas determinam sobre AB os pontos P_1 e P_2 que o dividirão em três partes iguais.



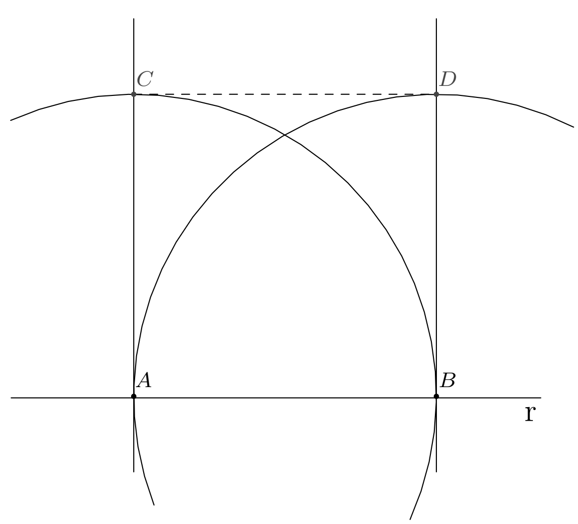
Justificativa: Pelo Teorema de Tales temos que $\frac{u}{u} = \frac{AP_1}{P_1P_2}$ e $\frac{u}{u} = \frac{P_1P_2}{P_2B}$. Daí concluímos que $AP_1 = P_1P_2 = P_2B$.

3 Sugestões de Problemas para aplicação das Construções Geométricas Elementares

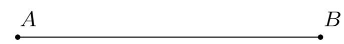
Os problemas a seguir foram retirados de livros didáticos e de Desenho Geométrico. Eles serão acompanhados de uma solução com a finalidade de orientar o professor ao aplicá-los em sala de aula. A solução dada para cada problema não é única.

3.1 Dado um segmento AB, construa o quadrado ABCD. (WAGNER, 2009, p.9).

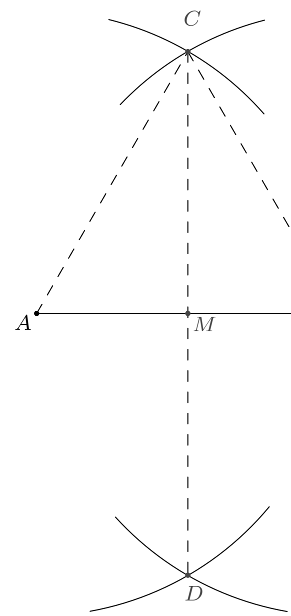
Solução: Transporte o segmento AB para uma reta r. Trace duas perpendiculares à reta r pelos pontos A e B. Trace duas circunferências de raio AB com centros em A e B. As interseções dessas circunferências com as perpendiculares são os vértices C e D.



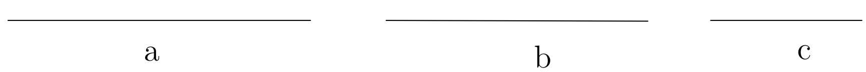
3.2 Dado um segmento AB construa o triângulo equilátero ABC e sua altura CM. (WAGNER, 2009, p.6).



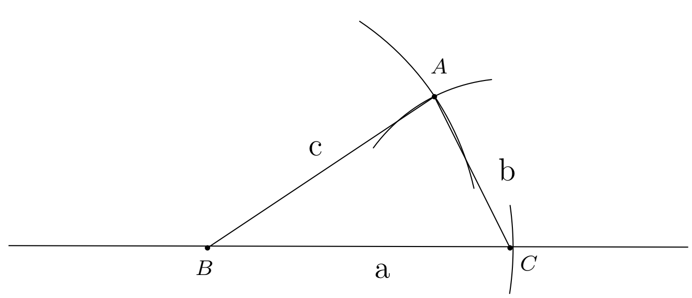
Solução: Fixe o compasso em A e depois em B e trace dois arcos de circunferência de raio AB. Estes arcos cortam-se em C e D. Marque o ponto M de interseção da reta que passa pelos pontos C e D com o segmento AB. O triângulo ABC é equilátero. A reta que passa pelos pontos C e D é a mediatriz de AB e CM é a altura do triângulo ABC.



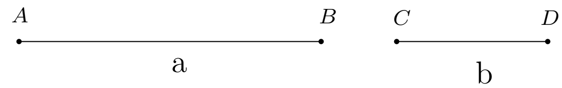
3.3 Construa o triângulo ABC dados seus três lados. (WAGNER, 2009, p.9).



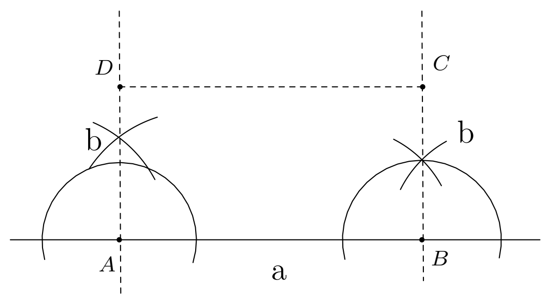
Solução: Desenhe uma reta r e sobre ela marque um ponto que chamaremos de B. Transporte o segmento *a* marcando, com a outra extremidade do compasso, outro ponto que chamaremos de C. Com centro em C, desenhe um arco de circunferência de raio *b* e, com centro em B desenhe um arco de circunferência de raio *c*. A interseção desses dois arcos é o vértice A do triângulo.



3.4 Construa um retângulo conhecendo as medidas da base e da altura. (GIOVANNI; CASTRUCCI E GIOVANNI JR., 2002, p.221)

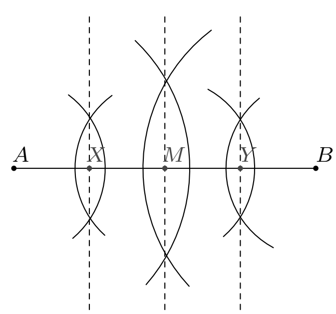


Solução: Sobre uma reta r qualquer, marque o segmento AB, cuja medida é *a*. Por A e por B, trace perpendiculares ao segmento AB. Sobre cada uma dessas perpendiculares, marque os segmentos AD e BC, cuja medida é *b*. Una o ponto D ao ponto C para obter o retângulo ABCD.

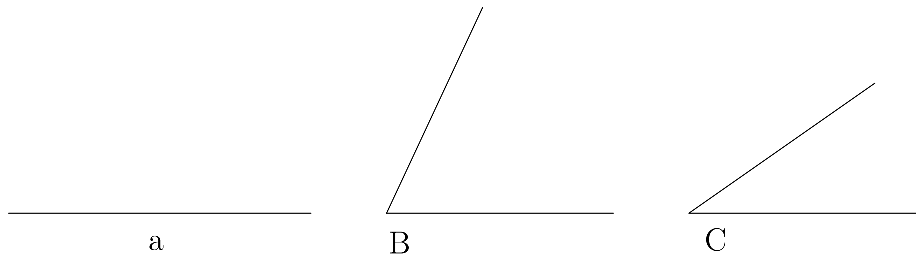


3.5 Divida o segmento AB em quatro partes iguais. (WAGNER, 2009, p.9).

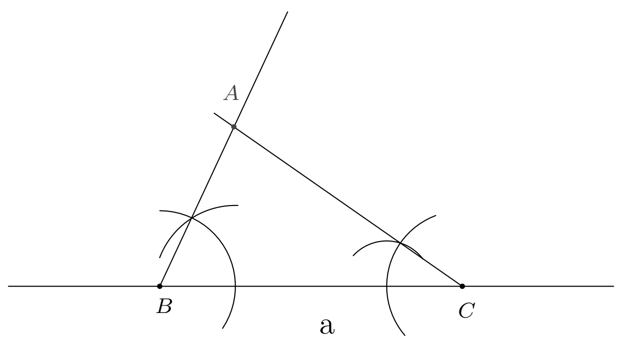
Solução: Nesse caso, vamos usar a construção de mediatrizes para resolver o problema. Trace a mediatriz do segmento AB e marque o ponto médio M. Trace as mediatrizes de AM e de MB e marque os pontos médios X e Y. Temos então $\overline{AX} = \overline{XM} = \overline{MY} = \overline{YB}$.



3.6 Construa um triângulo ABC dados o lado a e os ângulos B e C. (WAGNER, 2009, p.12).

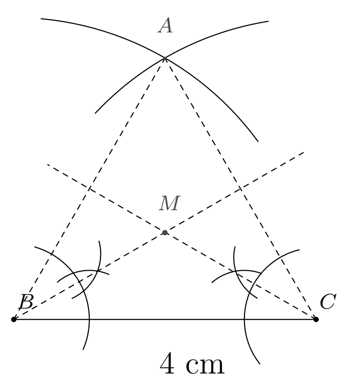


Solução: Sobre uma reta r qualquer, marque o segmento $\overline{BC} = a$. Transporte os ângulos dados construindo as semirretas $\overrightarrow{BX}$ e $\overrightarrow{CY}$ de forma que os ângulos $\angle CBX$ e $\angle BCY$ sejam iguais aos ângulos B e C. A interseção das duas semirretas é o vértice A.

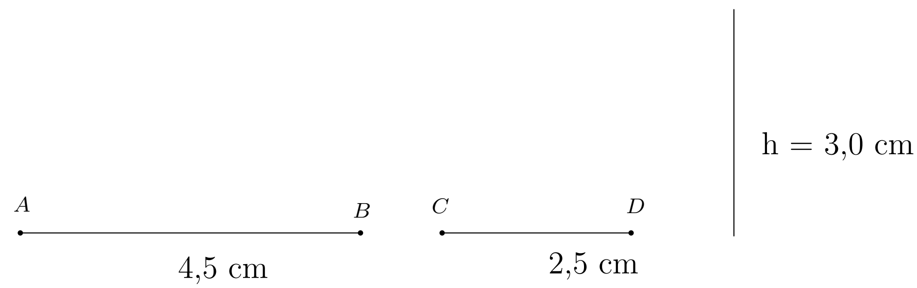


3.7 Construa um triângulo isósceles de base BC medindo 4 cm e ângulos da base medindo 30º. (BONGIOVANNI; SAVIETTO E MOREIRA, 2007, p.49)

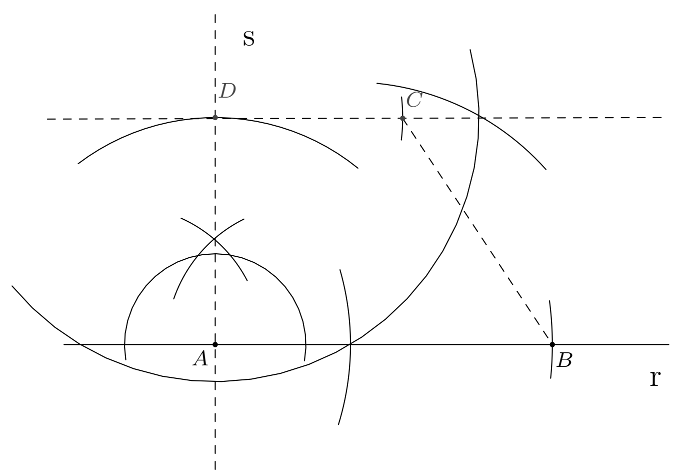
Solução: Com um compasso trace a base $\overline{BC} = 4$ cm do triângulo. Com a mesma abertura de 4 cm, trace dois arcos de circunferência com centros em B e C, marcando o ponto A de interseção desses dois arcos. O triângulo ABC é equilátero e seus ângulos internos medem 60º. Trace as bissetrizes dos ângulos da base. Marque o ponto M de interseção das mesmas. Os ângulos $\angle MBC$ e $\angle MCB$ medem 30º. O triângulo BMC é isósceles.



3.8 Construa um trapézio retângulo ABCD dados $\overline{AB} = 4{,}5$ cm, $\overline{CD} = 2{,}5$ cm e altura h = 3 cm. (JÚNIOR, 1996, v.3, p.168)



Solução: Trace uma reta r e marque um ponto $A \in r$. Trace uma reta s perpendicular à reta r passando pelo ponto A. Centre o compasso em A e trace um arco de circunferência de raio 3 cm. A interseção do arco com a reta s é o ponto D. Trace uma reta paralela à reta r passando por D. Com o compasso trace as bases $\overline{AB} = 4{,}5$ cm e $\overline{CD} = 2{,}5$ cm.



4 Considerações Finais

Apesar das dificuldades em trabalhar as construções geométricas na sala de aula (grande número de alunos, dificuldade em manusear a régua e o compasso, desconhecimento de conceitos básicos de geometria plana), acreditamos que a aplicação do tema nos anos finais do ensino fundamental e sua continuidade no ensino médio possa auxiliar no aprendizado da Geometria.
Os alunos se sentem motivados ao utilizarem os instrumentos de desenho geométrico e essa motivação é fundamental para a aprendizagem. Ressaltamos que o desenho geométrico deve ser aplicado de forma simultânea com o ensino da geometria.

Agradecimento

Agradeço a Deus, fonte de toda sabedoria, por iluminar meu caminho. A todos que contribuíram para a conclusão desse projeto. Ao meu filho ANTÔNIO, por todo amor e carinho, pelos sorrisos que me encorajaram e pela paciência nos momentos em que estive ausente. À minha família, sinônimo de amor, incentivo e compreensão, em especial ao meu marido Célio pelo apoio incondicional. Aos colegas do curso pelo convívio, amizade e troca de experiências, em especial à Andréia, companheira em todos os momentos. Ao meu orientador Prof. Me. Ronaldo Ribeiro Alves pela dedicação e atenção. A todos os professores do PROFMAT 2012-2014 da UFSJ pelo muito que acrescentaram na minha formação profissional e pessoal. Por fim à CAPES.

Referências

BRASIL. Ministério da Educação e do Desporto. **Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática, Terceiro e Quarto ciclos do Ensino Fundamental.** Ciências da Natureza, Matemática e suas tecnologias. Brasília: 1998.

BONGIOVANNI, Vincenzo; SAVIETTO, Elder; MOREIRA, Luciano. **Desenho Geométrico para o 2º grau**. São Paulo: Ática, 4ªEd.,2007.

JÚNIOR, Isaías M.; **Desenho Geométrico**. São Paulo: Ática, 10ªEd., 1996.

MINAS GERAIS. Secretaria de Estado de Educação. **Conteúdo Básico Comum : Matemática.** Belo Horizonte: 2007.

OLIVEIRA, Clézio Lemes de. **Importância do Desenho Geométrico**. Brasília: UCB, 2005. Disponível em: <www.ucb.br/sites/100/103/TCC/12005/ClezioLemesdeOliveira.pdf>. Acesso em: 07 jan. 2014.

PUTNOKI, José Carlos. **Elementos de Geometria e Desenho Geométrico**. São Paulo: Scipione, 1993.

PUTNOKI, José Carlos. **Que se devolvam a Euclides a régua e o compasso**. In Revista do Professor de Matemática: v.13, p.12-17, 1998.

WAGNER, Eduardo. **Construções Geométricas**. Rio de Janeiro: SBM, 2ª Ed., 1993. (Coleção do Professor de Matemática).

WAGNER, Eduardo. **Uma Introdução às Construções Geométricas**. Rio de Janeiro: PIC, 2009.