UNIVERSIDADE FEDERAL DO CEARÁ
CENTRO DE CIÊNCIAS
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM MATEMÁTICA EM REDE NACIONAL

CÍCERO SOARES FERREIRA

A TECNOLOGIA COMO FERRAMENTA DE SUPERAÇÃO DAS DEFICIÊNCIAS DA BASE E OTIMIZAÇÃO DA APRENDIZAGEM EM MATEMÁTICA: UMA EXPERIÊNCIA COM NÚMEROS RACIONAIS

JUAZEIRO DO NORTE
2014

CÍCERO SOARES FERREIRA

A TECNOLOGIA COMO FERRAMENTA PARA SUPERAÇÃO DAS DEFICIÊNCIAS DA BASE E OTIMIZAÇÃO DA APRENDIZAGEM EM MATEMÁTICA: UMA EXPERIÊNCIA COM OS NÚMEROS RACIONAIS

Dissertação de Mestrado apresentada ao Programa de Pós-graduação em Matemática em Rede Nacional, do Departamento de Matemática da Universidade Federal do Ceará, como requisito parcial para obtenção do Título de Mestre em Matemática. Área de concentração: Ensino de Matemática

Orientador: Prof. Dr. Plácido Francisco De Assis de Andrade

JUAZEIRO DO NORTE

2014

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação
Universidade Federal do Ceará
Biblioteca do Curso de Matemática

F44t Ferreira, Cícero Soares
A tecnologia como ferramenta para superação das deficiências da base e otimização da aprendizagem em matemática: uma experiência com os números racionais. Cícero Soares Ferreira. – 2014.
129 f. : il., enc.; 31 cm

Dissertação (mestrado) – Universidade Federal do Ceará, Centro de Ciências, Departamento de Matemática, Programa de Pós-Graduação em Matemática em Rede Nacional, Juazeiro do Norte, 2014.
Área de Concentração: Ensino de Matemática.
Orientação: Prof. Dr. Plácido Francisco de Assis Andrade.

1. Números racionais. 2. Tecnologia. 3. Aprendizagem. I. Título.

CDD 512.782

CÍCERO SOARES FERREIRA

A TECNOLOGIA COMO FERRAMENTA PARA SUPERAÇÃO DAS DEFICIÊNCIAS DA BASE E OTIMIZAÇÃO DA APRENDIZAGEM EM MATEMÁTICA: UMA EXPERIÊNCIA COM NÚMEROS RACIONAIS

Dissertação de Mestrado apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Matemática em Rede Nacional, do Departamento de Matemática da Universidade Federal do Ceará, como requisito parcial para a obtenção do Título de Mestre em Matemática. Área de concentração: Ensino de Matemática.

Aprovada em: 21 / 06 / 2014.

BANCA EXAMINADORA

Plácido Andrade

Prof. Dr. Plácido Francisco de Assis Andrade (Orientador)
Universidade Federal do Ceará (UFC)

Clarice Dias de Albuquerque

Profa. Dra. Clarice Dias de Albuquerque
Universidade Federal do Ceará (UFC)

Zelalber Gondim Guimarães

Prof. Ms. Zelalber Gondim Guimarães
Universidade Regional do Cariri (URCA)

AGRADECIMENTOS

A Deus, por mais uma benção concedida na minha vida acadêmica e profissional;

A minha esposa Ana Lúcia Lima Soares, pela compreensão e incentivo;

A meus filhos, Joaby Soares e Tobias Soares por compreender minhas ausências ao longo desse período de estudo;

Aos Professores da Universidade Federal do Ceará, pelo conhecimento e sabedoria transmitida e cativada com suas aulas e lições de vida que sempre nos propiciaram.

Ao professor Dr. Plácido Francisco de Assis de Andrade pela orientação dada a esse trabalho;

À CAPES pelo apoio financeiro com a manutenção da bolsa de auxílio

Aos Núcleos Gestores das escolas Vivina Monteiro e Professora Lourdes Costa pelo apoio e incentivo que me concederam em momentos muito precisos dessa jornada.

Aos colegas da turma de Mestrado por todas as contribuições na aprendizagem e momentos de alegrias que me propiciaram;

Aos companheiros de viagem Francisco Rosiglei, Júlio César, Francisco Eudes e Carlos Augusto pelos momentos de entretenimento e companheirismo sempre presente ao longo dessa trajetória percorrida.

Ao amigo e companheiro de luta sindical Professor Ednaldo Figueiredo Angelim, presidente do Sindicato dos Professores da Rede de Ensino Público Municipal de Icó – SINDPREMI.

Aos companheiros do Laboratório Escolar de Informática –LEI, Herculano Ribeiro e Ivoneide Penaforte, pelas preciosas contribuições e apoio no desenvolvimento do Projeto Avançando na Matemática.

RESUMO

O presente trabalho versa sobre a tecnologia como ferramenta para superação das deficiências da base e otimização da aprendizagem em matemática. Para tanto, partiu-se de uma investigação teórica fundamentada na leitura de vários autores e documentos oficiais como os Parâmetros Curriculares Nacionais – PCNs, seguida de um Estudo Experimental aplicado a um grupo de alunos dos 1ºs anos da Escola de Ensino Médio Vivina Monteiro em Icó-Ce. Na primeira parte, buscou-se refletir o processo de ensino e aprendizagem da matemática, bem como, a importância dessa disciplina e sua função no contexto de educação básica. Além disso, procurou-se identificar as orientações e recomendações dos especialistas da área acerca dos principais recursos que podem contribuir para melhorar o desempenho dos estudantes de matemática nessa fase de escolaridade, em especial, os recursos tecnológicos. Os enfoques da discursão seguem uma lógica que contemplam desde aspectos pedagógicos mais holísticos, relacionada à finalidade do ensino da matemática no ensino médio, passando pela análise das possibilidades, limitações e potencialidades dos recursos tecnológicos na sociedade atual, e culmina com o estudo mais específico das características dos Números Racionais, componente curricular selecionado para aplicação do estudo de caso. O objetivo central da pesquisa circunscreve com a proposta deste trabalho que é oferecer aos alunos ingressos no ensino médio uma alternativa para superarem as deficiências da aprendizagem em matemática, em especial aquelas resultantes da etapa anterior: Ensino Fundamental. Para isso, recorreu-se a utilização de recursos tecnológicos como vídeo-aulas, jogos da internet e aplicativos do Linux Educacional. Pretende-se, ainda, criar uma cultura de estudo dessa ciência utilizando esses recursos de modo a produzir resultados favoráveis. A segunda parte, o estudo aplicado aos alunos participantes, tem por finalidade averiguar a confirmação de duas hipótese, a saber: é possível superar as deficiência da base utilizando os recursos tecnológicos e a superação dessas deficiências otimizam a aprendizagem da matemática no ensino médio. Para confirmar essas hipóteses, foi aplicados instrumentais no início e no final do estudo, como testes contemplando uma lista de competências/habilidades. Os resultados demonstraram os efeitos das aplicações, evidenciado as potencialidades desses recursos como ferramenta eficiente de apoio ao processo de ensino-aprendizagem desta ciência tão imprescindível: a matemática.

Palavras chaves: Tecnologia. Aprendizagem. Números Racionais.

ABSTRACT

The present work deals with the technology as a tool to overcome the deficiencies of the base and optimization of learning in mathematics. For both, it was a theoretical research based on reading of several authors and official documents such as the National Curriculum Parameters - PCNs, followed by an Experimental Study applied to a group of students from 1 years of Middle School Vivina Monteiro. In the first part, we tried to reflect the teaching-learning process of mathematics, as well as, the importance of this discipline and its function in the context of Basic Education. In addition, we sought to identify the guidelines and recommendations of experts in the area of the main resources that can contribute to improving the performance of students of mathematics in this phase of schooling, in particular, the technological resources. The approaches for reflexion follow a logic that contemplate since pedagogical aspects more holistic, related to the purpose of the teaching of mathematics in high school, through analysis of the possibilities, limitations and potential of technological resources in the current society, and culminates with the study more specific characteristics of Rational Numbers, curricular component selected for application of the case study. The central objective of the research is limited with the proposal of this work which is to offer students admitted in middle school an alternative to overcome the deficiencies of learning in mathematics, in particular those resulting from the previous step: Elementary Education. For this reason, it has been the use of technological resources such as video-lectures, internet gaming and applications of Educational Linux. It also aims to create a culture of study of science using these resources to produce favorable results. The second part, i.e. , the study applied to participating students, is to enable the Commission to determine the confirmation of two hypothesis, namely: It is possible to overcome the deficiency of the base using the technological resources and overcoming these deficiencies optimize the learning of mathematics in High School. To confirm these hypotheses, was drawn up and applied instrumental at the beginning and at the end of the study, as tests contemplating a list of competencies/skills previously defined, tabulated compared. The results demonstrated the effects of applications used, highlighted the potential of these resources as efficient tool to support the teaching-learning process of mathematics.

Keywords: Technology. Learning. Rational Numbers.

LISTA DE FIGURAS

LISTA DE TABELAS

LISTA DE GRÁFICOS

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO

Uma coisa que muitos professores de matemática tem observado em sala de aula, inclusive o autor deste trabalho nos mais de 15 anos de exercício do magistério no ensino médio, é a forma como os alunos chegam nessa etapa de escolaridade. Tem-se a sensação de que muitos alunos nunca tiveram um contato com essa disciplina nos nove anos de Ensino Fundamental. É como se essa ciência não fizesse parte do currículo. O domínio de competência e habilidades de saberes matemático chega a ser caótico a ponto de frustrar muitos professores que lecionam no 1ºs anos. As avaliações externas em larga escala, a exemplo, do Sistema Permanentes de Avaliação do Ensino do Ceará – SPAECE e Sistema de Avaliação de Ensino Básico – SAEB, bem como, outras formas de diagnóstico feita pela própria escola mensuram o deficiente desempenho desses estudantes estatística e cientificamente mostrando o que facilmente já se percebia por intuição e empirismo.

Dessa situação resultam consequências inevitáveis para a etapa final da educação básica: baixo desempenho escolar, desinteresse e até indisciplina. Trata-se de um efeito em série, o que se costuma chamar de efeito dominó. Percebe-se que mesmo aqueles alunos com certa disposição para aprender são engessados pelo insatisfatório domínio de competências e habilidades da matemática da etapa anterior. O resultado não poderia ser diferente visto que essa matemática (pouco ou não aprendida) tem caráter instrumental sendo imprescindível para compreensão e domínio dos componentes curriculares do Ensino Médio. É verdade que as deficiências no ensino da matemática nessa etapa escolar têm caráter diversificado não se limitando a bagagem de conhecimento que os estudantes trazem da fase anterior, contudo, essa limitação é preponderante e sua correção essencial quando se pensa em melhorar a aprendizagem da matemática na etapa final do Ensino Básico.

Esta situação sempre motivou o desejo de fazer algo que possibilitasse a esses alunos a superação dessas deficiências, comumente chamada "falta de base" referindo-se à ausência de competências e habilidades que os estudantes deveriam se apropriar em fase escolar anterior a que se encontram. Neste caso particular, a falta de domínio da matemática do Ensino Fundamental. Por outro lado, a própria metodologia utilizada nesse Mestrado em rede – PROFMAT, onde eram dispostas na Plataforma Moodle vídeo-aulas e outros recursos relativos aos componentes curriculares do curso me induziram a pensar que as potencialidades propiciadas pelas Tecnologias da Informação e Comunicação – TICs poderiam ser usadas para melhorar o desempenho de matemática dos nossos estudantes da Educação Básica. Sendo assim, a realidade educacional e as possibilidades de uso dos recursos tecnológicos são os fatores motivantes da escolha do tema desse trabalho. A ideia principal é conjugar a necessidade de superação das deficiências da base com as potencialidades propiciadas pelos recursos tecnológicos. Assim, a proposta consiste em possibilitar uma forma alternativa de se aprender matemática usando a tecnologia.

As escolas estaduais são campos favoráveis para aplicação de estudos nessa área pois dispõem de ambientes propícios como os Laboratórios Escolares de Informática – LEIs, que foram implantados justamente para desenvolver e apoiar iniciativas pedagógicas que combinem currículo e tecnologia. Assim a grande questão norteadora desse trabalho é saber como utilizar a tecnologia no processo ensino-aprendizagem de matemática de modo a produzir resultados favoráveis.

Para buscar a resposta a esta questão partiremos da investigação teórica analisando alguns autores e documentos oficiais como os Parâmetros Curriculares Nacionais – PCN e Leis de Diretrizes e Base da Educação–LDB. Nesse ponto da pesquisa pretende-se saber o que pensam os teóricos, suas críticas e sugestões, as finalidades do ensino, o perfil do ser que se pretende formar, bem como, as diretrizes apontadas como possíveis soluções para melhorar o desempenho dos estudantes em matemática. E, em seguida, as discursões de cunho teórico, um estudo de caso prático aplicado aos números racionais a uma amostra de alunos dos 1ºs anos do turno da manhã da Escola de Ensino Médio Vivina Monteiro em Icó-CE usando recursos tecnológicos disponíveis no Laboratório Escolar de Informática – LEI.

A organização estrutural deste trabalho agrega três dimensões, a saber: a primeira tem um aspecto mais pedagógico, onde se tem uma reflexão sobre a importância da matemática e o processo de ensino-aprendizagem dessa disciplina; na segunda é feita uma reflexão sobre as potencialidades e uso dos recursos tecnológicos, bem como, o papel do professor na sociedade tecnológica e, finalmente, uma dimensão de matemática aplicada onde o foco é mais centrado nos números racionais, componente curricular escolhido para a aplicação da pesquisa experimental com os alunos participantes desse estudo que na escola é intitulado de Projeto Avançando na Matemática.

A escolha dos números racionais como nosso objeto de estudo se justifica de um lado pela importância que tem esses números como instrumento essencial para todos os conteúdos estudados durante o ensino médio, uma vez que, esses conteúdos são trabalhados no universo dos números reais no qual os racionais estão contidos. Por outro lado são conteúdos de estudos que os ingressantes do 1º ano apresentam grandes dificuldades, tendo, portanto, uma necessidade expressiva de superação dessas deficiências. Assim, esse componente curricular se enquadra perfeitamente no perfil de estudo como objeto de investigação desse trabalho.

A importância dos conteúdos curriculares de matemática da educação básica é consensual entre muitos, senão todos, especialistas que analisam a Educação, o domínio das competências e habilidades inerentes a esta área do conhecimento é essencial para formação educacional, pessoal, cidadã e profissional de todos os seres humanos. Neste sentido, os catastróficos resultados de desempenho mostrado nas avaliações externas sugerem a aplicação de intervenções que possam modificar essas estatísticas. Mais do que isso, apontam uma necessidade mais que urgente de mudanças no processo ensino-aprendizagem dessa disciplina. Refletir sobre esse processo, sobretudo, buscar alternativas que melhorem a produção destes conhecimentos é uma atitude necessária e sublime de todos que fazem educação e, neste particular, dos que ensinam matemática. Como vivemos um fantástico avanço tecnológico nas últimas décadas, refletir também sobre os possíveis meios de explorar pedagogicamente a tecnologia no ensino-aprendizagem de matemática constitui um fator de grande relevância. O objetivo é usar adequadamente a tecnologia de forma a produzir resultados positivos aproveitando, sobretudo, o fascínio e encanto que elas despertam na geração de estudantes da contemporaneidade.

Portanto, busca-se melhorar os rendimentos dos educando pela superação das deficiências na base por meio da utilização de recursos tecnológicos aplicados a conteúdos curriculares relativos ao Ensino Fundamental. Ao mesmo tempo, procura-se criar uma nova forma de estudar a matemática do ensino médio usando os recursos tecnológicos disponíveis na escola fazendo que o tempo de dedicação ao estudo dessa disciplina seja ampliado pela incorporação dessa nova cultura de aprender, sem nenhum prejuízo as demais atividades pedagógicas rotineiras existentes no fazer pedagógico da escola. Ressalta-se ainda, o fato de dar ao Laboratório Escolar de Informática – LEI uma utilização racional e objetiva no sentido de incentivar o ensino curricular da matemática através da tecnologia fazendo valer a antologia e teleologia desses ambientes, visto que, dar suporte pedagógico aos docentes e discentes constituir a essência de sua existência e a finalidade pelo qual foi criado como já mencionado.

A dinâmica de execução do estudo experimental com os números racionais dar-se-á pelo diagnóstico de uma lista de competências e habilidades obtida pela aplicação de um teste prévio, onde os resultados são tabulados e mensurados. Após essa fase, as componentes curriculares serão trabalhadas usando os recursos tecnológicos de acordo com a conveniência e especificidade de cada competência e habilidade que se pretende desenvolver. Na verdade, o objetivo é testar na prática o que foi abordado na discursão teórica. A evolução dos resultados será averiguada pelo desempenho obtido em um pós-teste em comparativo aos resultados do teste prévio.

Portanto, aplicação do estudo com números racionais visa, entre outros objetivos específicos, testar a validade de duas hipóteses, a saber: a tecnologia pode ser usada como recurso didático para superação das deficiências da base e, a superação dessas deficiências aperfeiçoa (otimiza) o desempenho escolar em matemática no Ensino Médio. Note que a validade da segunda hipótese depende do sucesso da primeira. Desta forma a ideia chave é munir o aprendiz de competências e habilidades necessárias para a compreensão e domínio dos componentes curriculares da Matemática da etapa final da educação básica. Essa recuperação do estudante ingresso no ensino médio poderia ser feita de várias maneiras, por exemplo, com as famosas aulas de reforço ou até mesmo o professor abrindo mão da grade curricular da série em que se encontra o educando e voltando aos conteúdos da etapa anterior, entretanto, essa renúncia aos conteúdos da série nem todo professor se dispõe a fazer, pois acreditam estar prejudicando os alunos mais avançados, além disso, acabaria deixando de ver alguns componentes curriculares da série em que se encontram. Logo, a vantagem de usar a tecnologia reside no fato de o próprio aluno estudar no contra turno usando os computadores necessitando apenas de orientação e incentivo sem, contudo, ter que contar essencialmente com a presença física do professor. Além disso, o acompanhamento pode ser feito por outro profissional do ensino, por exemplo, os professores coordenadores dos Laboratórios Escolares de Informático – LEIs, que em muitos casos são professores de matemática, é o caso da EEM Vivina Monteiro.

As peculiaridades metodológicas da pesquisa experimental, bem como, a descrição das atividades aplicadas e os resultados obtidos, são tratadas em tópico especifico no último capítulo. Por fim, segue-se a conclusão e a expectativa que este trabalho possa contribuir para melhorar o ensino e em especial a aprendizagem desta fascinante e essencial ciência: a Matemática. E, consequentemente, este fato implique na melhoria de vida dos estudantes e da sociedade em que vivemos.

Ressalta-se ainda que para ensinar matemática não basta saber matemática. Sem dúvida que o saber matemático do professor influencia o que os alunos aprendem, mas é fundamental relacionar esse saber com a pedagogia e refletir, analisar, reformular (se assim se verificar necessário), sobre o resultado do ensino que se ministra. Ser professor exige um vasto conjunto de conhecimentos específicos e organizados sobre a área cientifica que se leciona mas também, e não menos importante, sobre pedagogia e didática. Este argumento justifica a inclusão das dimensões pedagógicas e reflexões sobre tecnologia a esse estudo de matemática aplicada como pode ser visto na discursão teórica que se segue.

2 DISCURSÃO TEÓRICA

2.1 A importância da matemática no Ensino Médio

O Ensino Médio, de acordo com as Leis de Diretrizes e Bases da Educação Nacional – (LDB), ou lei 9.394/98, tem as características de etapa conclusiva da Educação Básica, não sendo como outrora apenas uma etapa de preparação para o nível superior ou somente para o exercício profissional. Este fato implica que o Ensino Médio integra a etapa educacional que a sociedade brasileira considera como básica para o exercício da cidadania, para o acesso às atividades produtivas, para o prosseguimento nos níveis mais elevados e complexos de educação e para o desenvolvimento pessoal, referindo a sua interação e sua plena inserção com a sociedade. Nessa fase educacional, espera-se que o sistema escolar desenvolva em seu público alvo, em geral jovens e adolescentes, condições que possibilitem sua inserção em um mundo marcado por mudanças sociais, econômicas, científicas e tecnológicas. Portanto, trata-se de uma fase educacional que considera a formação do educando em suas diversas dimensões abrangendo aspectos da vida pessoal, social e profissional.

> O novo ensino médio, nos termos da lei, de sua regulamentação e de seu encaminhamento, deixa de ser, portanto, simplesmente preparatório para o ensino superior ou estritamente profissionalizante, para assumir necessariamente a responsabilidade de completar a educação básica. Em qualquer de suas modalidades, isso significa preparar para a vida, qualificar para a cidadania e capacitar para o aprendizado permanente, em eventual prosseguimento dos estudos ou diretamente no mundo do trabalho. (PCN+, BRASIL, p. 5)

Nesse contexto, uma questão relevante para iniciar a discursão deste trabalho, já que sua proposta de reflexão e contribuição diz respeito ao Ensino Médio, é analisar as características, importância e papel que a matemática desempenha no currículo escolar nesse período de escolaridade. É obvio que definir a importância de uma ciência ou de um conjunto de saberes depende em muito das concepções, crenças e valores que desenvolvemos a cerca da finalidade da educação ao longo de nossas vidas e do próprio contexto sociocultural a qual estamos inseridos. A Matemática, não é uma exceção a esta regra, uma vez que, os conhecimentos dessa ciência, o ensino e a aprendizagem a ela associada, como nas demais, é uma construção historicamente determinada. Nessa reflexão, parte-se da concepção que educar seja preparar as novas gerações para um mundo que exigirá cada vez mais destreza, agilidade e eficácia no desempenho de tarefas e na solução de problemas. Este pensamento será o axioma que norteará a discursão destas páginas.

Embora nem todas as pessoas tenham que dominar uma matemática teórica e sofisticada, no conjunto dos conhecimentos necessários para o exercício da cidadania e acesso às atividades produtivas, todos devem ter certas habilidades oriundas desta ciência, como por exemplo, capacidade de interpretar, analisar, calcular, sintetizar, conceber, transcender, projetar, resolver situações-problemas, etc. Em particular, em nossa sociedade, comumente chamada sociedade do conhecimento, marcadamente capitalista, globalizada, caracterizada pelo consumo, lógica de mercado e avanços científicos e tecnológicos, permeados por mudanças que acontecem cada vez mais rapidamente, requer cidadãos mais preparados com competências e habilidades que vão além daquelas requeridas em sociedades anteriores, estas mais estáticas e cujos avanços e mudanças aconteciam de forma mais lenta e gradativa. Desta forma, o perfil dos egressos da educação básica em nossa sociedade deve atender a pressupostos cada vez mais elaborados, como bem esclarece a citação seguinte:

> Diferentes organismos internacionais advertem sobre a importância de educar os alunos para a *Sociedade do Conhecimento*, para que possam pensar de forma crítica e autônoma, saibam resolver problemas, comunicar-se com facilidades, reconhecer e respeitar os demais, trabalhar em colaboração e utilizar intensiva e extensivamente as Tecnologias da Informação e Comunicação – TIC. (SANCHO, 2006, p.19)

Assim, segundo os Parâmetros Curriculares Nacionais - (PCNs), documento elaborado pelo próprio Ministério da Educação e Cultura – MEC, a matemática exerce um papel decisivo, pois, "permite resolver problema da vida cotidiana, tem muitas aplicações no mundo do trabalho e funciona como instrumento essencial para a construção de conhecimentos em outras áreas curriculares". Neste ponto, é inegável a importância da Matemática e seu papel na estruturação do pensamento e unificação do conhecimento em uma linguagem universal, tanto é que em todos os lugares do mundo, independente de raça, credos ou sistemas políticos, desde os primeiros anos de escolaridade, a matemática faz parte dos currículos escolares como uma disciplina básica. Como enfatiza MACHADO (2001) "parece haver um consenso com relação ao fato de que o ensino da Matemática é indispensável e sem ele é como a alfabetização não se tivesse completado". Mais do que isto, alguém que ignore completamente os conhecimentos matemáticos terá, no mínimo, consequências indesejáveis em sua vida cotidiana, social e profissional.

> O reconhecimento das exigências atuais e a preparação para tantas outras com as quais certamente os alunos se confrontarão durante e após a escolaridade básica implicam uma diferente utilização do raciocínio e dos conhecimentos matemáticos, atribuindo ao ensino da Matemática a dupla função de desenvolver habilidades e competências e de levar o aluno a adquirir conhecimentos que possam se constituir em chaves para a leitura do mundo em que vive, bem como para participação no progresso científico e tecnológico. (SMOLE, 2005, p. 25)

Os Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Médio – PCNEM, proposto pelo MEC em 1999, classifica os aspetos da matemática em função dos objetivos e finalidade do ensino em três categorias ou valores, ou seja, a matemática no Ensino Médio tem um valor formativo que ajuda a estruturar o pensamento e o raciocínio dedutivo, e também desempenha valor instrumental, pois é uma ferramenta que serve para a vida cotidiana e para muitas tarefas específicas em quase todas as atividades humanas. Contudo, além do caráter formativo e instrumental, a matemática deve ser vista como ciência**,** com suas características estruturais específicas. Perceba, a relevância da matemática na formação de uma pessoa, bem enfatizada na citação abaixo:

> Em seu papel formativo, a matemática contribui para o desenvolvimento de processos e a aquisição de atitudes, cuja utilidade transcende o âmbito da própria matemática, podendo formar no aluno a capacidade de resolver problemas genuínos, gerando hábitos de investigação, proporcionando confiança e desprendimento para analisar e enfrentar situações novas, proporcionando uma visão ampla científica da realidade, a percepção da beleza e da harmonia, o desenvolvimento da criatividade e de outras capacidades pessoais (PCNEM, 1999, p.251)

Note que a aprendizagem em matemática propicia algo muito além do que o domínio da própria ciência, ela gera atitudes e valores que enriquecem o ser como sujeito social e cultural capacitando-o de competências que lhe permitirão pensar e agir com melhor desenvoltura na sociedade onde vive. Além disso, no que diz respeito ao seu caráter instrumental a matemática contribui fornecendo ao educando um conjunto de técnicas e estratégias para serem aplicadas em outras áreas do conhecimento, assim como para atividade profissional. Essas estratégias não são meras memorizações de roteiros aplicadas a uma dada situação, mas sim, competências desenvolvidas pelo aprendiz que é capaz de usá-las e adaptá-las a diferentes contextos.

> [...] é preciso que o aluno perceba a Matemática como um sistema de códigos e regras que a tornam uma linguagem de comunicação de ideias e permite modelar a realidade e interpretá-la. Assim os números e a álgebra como sistema de códigos, a geometria na leitura e interpretação do espaço, a estatística e a probabilidade na compreensão de fenômenos em universos finitos são subáreas da Matemática especialmente ligadas às aplicações. (PCNEM, 1999, p. 252)

Naturalmente, é possível acrescentar à parte final da citação acima uma lista bem maior de exemplos onde se vê diversas aplicações da matemática em seu aspecto instrumental. O próprio PCNEM (1999) ressalta ainda, por exemplo, que o trabalho com número pode também permitir ao aluno a capacidade de fazer estimativas, para que possam ter controle na ordem de grandeza de resultados de cálculos ou medições e tratar com valores numéricos aproximados de acordo com a situação e o instrumento disponível. Também, as habilidades de visualização de desenho, argumentações lógicas e de aplicações na busca de soluções para problemas podem ser desenvolvido com um trabalho adequado de Geometria, para que o aluno possa usar as formas e propriedades geométricas na representação de partes do mundo que o cerca.

Finalmente, vale destacar uma característica mais peculiar ao Ensino Médio: a Matemática como ciência. Neste aspecto, é importante perceber uma finalidade do ensino nesta etapa que é consolidar e ampliar conceitos matemáticos já familiarizados no Ensino Fundamental, supõem-se, pelo menos teoricamente, que os alunos nesta fase tenham maior maturidade para desenvolver de modo mais amplo capacidades tão importantes como as de abstração, raciocínio em todas as suas vertentes, resolução de problemas mais elaborados, investigação, análise e compreensão de fatos matemáticos e de interpretação da própria realidade. Essas competências são atributos importantíssimo da matemática, especialmente para o prosseguimentos dos estudos em nível superior. Em tópicos mais específicos será destacado as deficiências da base em relação aos conteúdos de etapas anteriores e suas possíveis superações, usando a tecnologia e outros meios, que é objeto desse trabalho monográfico. Nesse momento, entretanto, queremos apenas destacar o aspecto da Matemática como ciência, por sinal, um aspecto de extrema relevância que enaltece ainda mais a importância dessa disciplina no contexto do Ensino Médio.

Os PCNEMs, de uma forma muito inteligente, sintetizam as competências e habilidades da área Ciências da Natureza, Matemática e suas tecnologias em torno de três grandes eixos de competências como metas para concretizar a escolaridade básica para todos os brasileiros:

- **Representação e comunicação**: envolve leituras, interpretação e produção de textos nas diversas linguagens e formas textuais característica desta área do conhecimento;
- **Investigação e compreensão** marcada pela capacidade de enfrentamento de situações-problemas utilizando os conceitos e procedimentos do fazer e pensar das ciências;
- **Contextualização no âmbito sociocultural**; análise críticas das ideias e das questões do mundo que podem ser respondidas ou transformadas através do conhecimento científico. (PCNEM, 1999, p.300)

A parte em negrito são denominadas competências e o conjunto de atributos a ela associada são chamados habilidades. Veja que aspecto interessante! A Matemática se relaciona em cada competência com uma área do conhecimento. Assim quando enfatizado a competência de representação e compreensão tem-se ali um conjunto de habilidades que conectam os saberes matemáticos à área de Linguagem e Códigos, de modo análogo, relaciona-se às Ciências da Natureza (Física, Química e Biologia) com as habilidades que desenvolve a competência investigação e compreensão e, finalmente, estende-se as Ciências Humanas (História, Geografia, Sociologia e Filosofia) com aquelas inerentes a contextualização no âmbito sociocultural. Ressalta-se que essas competências são essências para a vida em sociedade de qualquer cidadão independente da classe social ao qual pertença, daí a magnitude dos saberes matemáticos, tendo em vista a sua essencialidade.

O professor Geraldo Ávila em seu livro *As várias faces da matemática* reafirma o que foi argumentado até aqui quando reconhece que "a matemática é necessária em atividades práticas que envolvem aspectos quantitativos da realidade e, também, é importante porque desenvolve o raciocínio lógico". E, acrescenta algo que, por vezes, é esquecido quando se procura justificar o ensino da matemática, ele diz:

> Essas razões, embora legítima, não são as mais importantes, nem são tudo o que justifica o papel da matemática no ensino. A ideia que o pensamento matemático se reduz a seus aspectos lógico-dedutivo é incompleta e exclui o que há de mais rico nos processos de invenção e descoberta. O pensamento matemático vai muito além

> do raciocínio dedutivo. Em seus aspectos mais criativos, a Matemática depende da intuição e imaginação, às vezes até mais que da dedução. Imaginação e intuição são instrumentos tão importante na invenção da matemática como o são para o pintor que concebe o quadro, para o escritor que planeja uma obra literária ou para o músico em suas composições. (ÁVILA, 2010, p.4)

Para este autor, o ensino da matemática é justificado, em larga medida, pela riqueza dos diferentes processos de criatividade, que ele exibe, proporcionando ao educando excelentes oportunidades de exercitar e desenvolver a intelectualidade. Mas a razão mais importante para justificar o ensino da matemática é o relevante papel que esta disciplina desempenha na construção de todo edifício do conhecimento humano.

Para finalizar esta seção, considerando que a distribuição das disciplinas nas grades curriculares da Educação Básica visa atender os objetivos propostos de formar cidadãos ativos e competentes para integrá-los na sociedade (certamente, essa é uma lógica esperada!), para perceber a importância da matemática basta verificar o espaço que esta disciplina ocupa. Tanto no Ensino Fundamental como no Ensino Médio, 20% do tempo escolar são destinados ao processo de ensino aprendizagem desta ciência. Um outro dado interessante é a fração que este componente curricular ocupa no Exame Nacional de Ensino Médio–ENEM, a saber: uma porção de 25% do exame. Tudo isso mostra com muita evidencia o quanto os saberes matemáticos são importantes seja qual for à dimensão que se pretenda analisar, uma vez que, ela está presente em qualquer esfera de nossa vida.

2.2 Reflexão sobre o ensino-aprendizagem da matemática no ensino médio

Apesar da importância da matemática ser incontestável (na verdade, este é um fato consensual para leigos e especialistas) e do espaço que esta disciplina ocupa na educação básica como já foi mencionado na seção anterior, os resultados de desempenho, todavia, revelam que o ensino dessa ciência aqui no Brasil não tem produzido os resultados esperados. As avaliações externas, como ENEM, SAEB, SPAECE e índices como IDEB, entre outros, evidenciam a necessidade mais que urgente de mudanças no processo ensino-aprendizagem. A integração do educando a sociedade está muito longe daquilo que se tem idealizado como finalidade da Educação Básico, em especial, do Ensino Médio. Veja esse recorte do boletim de *Todos pela Educação*. Os indicadores foram calculados com base nos resultados da Prova Brasil e do Sistema de Avaliação da Educação Básica (Saeb) 2011.

> Os anos finais do Ensino Fundamental e o Ensino Médio apresentam hoje os dados mais preocupantes de desempenho do País. O Brasil tem hoje, na segunda etapa do Ensino Fundamental, apenas 27% dos alunos com aprendizado adequado em língua portuguesa e 16,9% em matemática. No Ensino Médio, o desempenho é ainda mais sofrível: o índice se manteve estagnado em 29% em língua portuguesa, sendo que a meta parcial era de 31%. Em matemática, houve piora, pela primeira vez desde que o Todos Pela Educação começou a monitorar o indicador: a taxa caiu de 11% para 10% a meta era o dobro, 20%. http://www.todospelaeducacao.org.br/comunicacao-e-midia/boletins/v er-boletins/boletim-do-todos-pela-educacao/

Refletir essa situação é, no mínimo, uma ação necessária por todos que de alguma forma faz parte do sistema educacional. Como enfatiza FREIRE (1996), “é pensando criticamente a prática de hoje ou de ontem que se pode melhorar a próxima prática”. É verdade que as deficiências na aprendizagem não são problemas restrito da Matemática, elas tem caráter gerais, trata-se de um desafio educacional abrangente, todavia, neste texto, a concentração da discursão ficará restrita ao processo ensino-aprendizagem da matemática, que é o objeto da nossa reflexão. Para tanto, o nosso ponto principal de apoio, além de alguns autores, será os PCNs, visto sua própria antologia de existência e finalidade para o qual foi produzido.

> Os Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Médio são o resultado de meses de trabalho e de discussão realizados por especialistas e educadores de todo o país. Foram feitos para auxiliar as equipes escolares na execução de seus trabalhos. Servirão de estímulo e apoio à reflexão sobre a prática diária, ao planejamento de aulas e, sobretudo ao desenvolvimento do currículo da escola, contribuindo ainda para a atualização profissional.
> (http://portal.mec.gov.br/index.php?id=12598:publicacoes&option=com_content&view=article)

Num mundo como o atual, de tão rápidas transformações e de tão difíceis contradições, estar formado para a vida significa mais do que reproduzir dados, denominar classificações ou identificar símbolos. Significa:

- saber se informar, comunicar-se, argumentar, compreender e agir;
- enfrentar problemas de diferentes naturezas;
- participar socialmente, de forma prática e solidária;
- ser capaz de elaborar críticas ou propostas; e,

- especialmente, adquirir uma atitude de permanente aprendizado (PCN+, 2000, p. 6)

Diante desse distanciamento tão acentuado entre as finalidades do ensino e o desempenho alcançado, pergunta-se, então, por que esse desempenho em matemática tem sido tão baixo? Identificar quais obstáculos que dificultam o processo de aprendizagem é importante, pois facilita o desenvolvimento de estratégia para superá-los.

Estudiosos da educação têm afirmado que o ensino da matemática no Brasil tem se caracterizado ainda por um tradicionalismo ultrapassado onde predominam elementos, que em vez de estimular a aprendizagem, desmotivam os educandos criando imagem de uma matéria difícil, cujo domínio pertence alguns seletos privilegiados com capacidade intelectual mais avançada. Tal ensino se caracteriza pela valorização excessiva de conteúdos, por vezes descontextualizados, isolados e sem significados, ênfase na reprodução de dados, memorização de regras e fórmulas e foco central no professor. Este modelo de ensino não tem atendido as necessidades atuais de formação demandadas pela sociedade contemporânea. Acrescentem-se, ainda fatores como: pouco tempo da aula, desinteresse dos alunos, recursos didáticos insuficientes, falta de formação para os professores, falta de estrutura adequada nas escolas e métodos didáticos arcaicos. Tudo isso contribuem para deficiência no aprendizado da Matemática.

Entre muitos e difíceis obstáculos do ensino básico, os PCNs apontam alguns deles como determinantes na promoção da ineficácia e ineficiência do desempenho escolar, a saber:

> [...] a tradição estritamente disciplinar do ensino médio, de **transmissão de informações desprovidas de contexto**, de resolução de exercícios padronizados, heranças do ensino conduzido em função de exames de ingresso à educação superior. Outro obstáculo é a expectativa dos jovens – quando não de suas famílias e das próprias instituições escolares – de que os agentes no processo educacional sejam os professores, transmissores de conhecimento, enquanto os estudantes permanecem como receptores passivos, e a escola resume-se ao local em que essa transmissão ocorre. (PCN+, 2000, p. 7)

Nas próximas linhas, vamos analisar cada um deles segundo a visão de alguns pensadores da educação e apontar possíveis sugestões que podem levar a superação das deficiências da aprendizagem e a promoção de melhores resultados no desempenho da Matemática.

Numa perspectiva progressista, condena-se de modo taxativo o processo de transmissão de conhecimento. Segundo o grande educador Paulo Freire é preciso que o docente saiba desde o inicio de sua formação que “ensinar não é transferir conhecimento mas criar as possibilidades para a sua própria produção”. Portanto, recomenda-se que os saberes matemáticos, como os demais, devam ser construídos. Desta forma, espera-se, que o educando seja capaz de ir além da mera reprodução dos conteúdos, por vezes, “aprendidos” por meio da repetição, da exaustão, do treino. Gera-se nesse processo, desde que o educando se esforce treinando o que lhe foi transmitido, acúmulo de informações, mas, muitas vezes, não desenvolve as competências e habilidades que o aprendiz precisa para enfrentar situações novas e continuar aprendendo, além disso, por ser um processo cansativo, leva a maioria dos discente a desmotivação e desinteresse pela matéria redundando nos resultados mostrados nas avaliações externas. Para os PCN, o problema reside na transmissão descontextualizada, as orientações contidas no seu texto, embora relativize a concepção progressista, aponta a contextualização como forma de superação e enfatiza a construção do conhecimento, sem contudo, negar taxativamente a transmissão de saberes, por vezes necessário.

> Aprender Matemática de uma forma contextualizada, integrada e relacionada a outros conhecimentos traz em si o desenvolvimento de competências e habilidades que são essencialmente formadoras, à medida que instrumentalizam e estruturam o pensamento do aluno, capacitando-o para compreender e interpretar situações para se apropriar de linguagens específicas, argumentar, analisar e avaliar, tirar conclusões próprias, tomar decisões, generalizar e para muitas outras ações necessárias à sua formação (PCN+, 2000, p. 108).

Etimologicamente, contextualizar significa enraizar uma referência em um texto do qual foi extraída e longe do qual perde parte substancial de seu significado. Segundo Iezzi (2010), as ciências precisam servir às pessoas e a organização da escola deve visar, primordialmente, ao desenvolvimento das competências pessoais. As ciências não são um fim em si, nem podem ser consideradas um obstáculo ao desenvolvimento pessoal, mas precisa ser vistas na perspectiva de meios, de instrumento para realização de projetos pessoais. Nesse sentido, contextualizar é uma estratégia fundamental para a construção de significações.

A resolução de exercícios padronizados cumprem funções de fixação de conceitos e propriedades estudadas, eis ai sua importância. Contudo, restringir o ensino de matemática a esses tipo de exercício traz consequências negativamente inevitáveis, pois limita o educando a mera repetição do que lhe foi ensinado impedindo o desenvolvimento de competências mais essências que propicie ao educando um domínio real dos saberes e avanço do raciocínio lógico dedutivo. Em face desta discrepância, muitos pensadores da educação matemática, orientam a resolução de problemas como fator primordial no ensino da matemática.

> A resolução de problemas é peça central para o ensino de Matemática, pois o pensar e o fazer se mobilizam e se desenvolvem quando o indivíduo está engajado ativamente no enfrentamento de desafios. Essa competência não se desenvolve quando propomos apenas exercícios de aplicação dos conceitos e técnicas matemáticos, pois, neste caso, o que está em ação é uma simples transposição analógica: o aluno busca na memória um exercício semelhante e desenvolve passos análogos aos daquela situação, o que não garante que seja capaz de utilizar seus conhecimentos em situações diferentes ou mais complexas. (PCN+, 2000, p. 112)

Perceba que exercícios do tipo “resolva”, “calcule”, “determine”, entre outros, não são descartados do ensino da matemática, eles têm sua importância e são necessários. O que está sendo enfatizado é que eles não são suficientes para desenvolver as competências necessária para o pensar e o fazer matemática, para conseguir este alvo, a resolução de problemas tem maior eficácia por suas características essências, pois, permite ao aluno o tratamento de situações complexas e diversificadas, além disso, oferece ao educando a oportunidade de pensar por si mesmo, construir estratégias de resolução e argumentações, relacionar diferentes conhecimentos e, enfim, perseverar na busca da solução. E, para isso, os desafios devem ser reais e fazer sentido. Conforme PARRA (1996) “um dos objetivos essenciais da matemática é precisamente que o que se ensine esteja carregado de significado, tenha sentido para o aluno”.

Surgem, então, algumas questões: como fazer para que os conhecimentos ensinados tenham sentido para o aluno? Que competências são essas? O que define um “desafio real” e que “faça sentido”?

> Roland Charnay em seu artigo *aprendendo com resolução de problemas* afirma que “o que dá sentido aos conceitos ou as teorias são os problemas que eles ou elas permitem resolver. Só existe aprendizagem quando o aluno percebe que existe um problema para resolver. (PARRA, 1996, p. 40)

Note que de acordo com a afirmação acima o que dá sentido aos conteúdos é a sua aplicação na resolução de algum problema, mas afinal o que é um problema? Como se define e o que diferencia dos exercícios propostos?

> Um problema não se reduz a uma situação proposta (enunciado-problema). Define-se melhor como uma tríade: situação-aluno-meio. Só há problema se o aluno percebe uma dificuldade: uma determinada situação, que “provoca resistência”. Há então uma ideia de obstáculo a ser superado. Por fim, o meio é um elemento do problema. (PARRA, 1996, p. 50)

Quanto a expectativas dos jovens, suas famílias e por vezes, da própria escola numa visão tradicionalista do ensino focada na transmissão de conhecimento tem explicações históricas e oriundas da implantação do ensino jesuítico implantado aqui no Brasil. Na verdade, espera-se muito da escola, e, que esta, através dos professores conduza todo processo de aprendizagem. A ideia de um aluno ativo, que busca o conhecimento por iniciativa própria, saiba investigar e processar informações, e seja autor da sua aprendizagem, bem como, de um professor que em vez de ensinar os conteúdos opta por gerenciar o processo de ensino-aprendizagem criando condições e meios para que esta aprendizagem aconteça não condiz com a prática presenciada na maioria das escolas brasileiras. Em especial, quando o assunto é matemática, o grau de dependência do aluno em relação ao professor é ainda maior. No ensino médio fica extremamente difícil mudar essa “cultura de aprender”, pois, depois de nove anos de ensino fundamental calcado na “transmissão de conteúdos” os alunos tendem a resistir qualquer outra forma de abordagem acreditando que aquela seja a única forma de aprender. Essa concepção gera comodismo, já que o estudante crê que nada possa fazer por si mesmo ficando a mercê das iniciativas do professor, que por sua vez, na maioria das vezes, também já se adaptou ao sistema e pouco (ou nada) consegue fazer para mudar essa sistemática de ensino. Mas isto não significa que novas iniciativas e possibilidades de mudanças não deva ocorrer, muito pelo contrário, essa necessidade é urgente. Os desafios são grandes mais inovar é preciso.

Para o Parecer 15/98 da Câmara do Conselho Nacional da Educação “o tratamento contextualizado do conhecimento é o recurso que a escola tem para retirar o aluno da condição de espectador passivo. Se bem trabalhado permite que, ao longo da transposição didática, o conteúdo do ensino provoque aprendizagens significativas que mobilizem o aluno e estabeleça entre ele e o objeto do conhecimento uma relação de reciprocidade”. O documento enfatiza ainda que isso é possível quando associamos o que ensinamos com experiências da vida cotidiana ou conhecimentos adquiridos espontaneamente.

Outro recurso que pode ser usado para despertar o interesse do aluno em relação aos conceitos matemáticos é a História da Matemática. Esse recurso, além de colocar o aluno em contato com a historia da criação do conhecimento em Matemática, pode esclarecer ideias que estão sendo construídas pelo aluno, tornando a aprendizagem significativa, conforme nos mostra o professor Gelson Iezzi:

> O recuso à história, além de esclarecer ideias matemáticas que estão sendo construídas pelos alunos, tornando a aprendizagem significativa, coloca-os em contato com um processo do qual fazem parte o formular e o testar hipóteses, o raciocínio indutivo, a analogia, a intuição e a criatividade na resolução de problemas enfrentados pela humanidade no decorrer do tempo. É importante que o aluno perceba o caráter acumulativo e o fato de que suas fronteiras estão em contínua expansão. (IEZZI, 2010, p.6)

O ideal seria se o ensino pudesse se desenvolver de maneira a justificar, a cada passo, a relevância daquilo que se ensina. Cada novo tópico a ser tratado seria devidamente motivado. Embora isso não possa ser feito sempre, o professor certamente pode, com frequência, formular problemas práticos interessantes e trazer a aula pequenas histórias que ajudem a despertar a curiosidade dos alunos.

> O ideal é que o professor esteja sempre preparado com algumas historinhas e exemplos de aplicações para serem apresentados nos momentos mais oportunos. E é importante que as aplicações ou contextualizações sejam interessantes e sem artificialismos. Embora esses recursos sejam importantes, não se pode ir a extremo, querendo que toda matemática seja sempre ensinada com aplicações. A aplicação frequentes de aplicações leva o estudante a adquirir entusiasmo e admiração pela Matemática, a ponto de se interessar por questões puramente teórica, que exibam ideias ou fatos interessantes em si mesmo, independentemente de aplicações práticas. (ÁVILA, 2010, p. 9)

Como se ver, a história da matemática é um valioso recurso para o processo de ensino aprendizagem da Matemática, através dessa ferramenta, o professor tem a possibilidade de desenvolver atitudes e valores positivos frente ao conhecimento matemático.

Um momento oportuno de usar esse recurso é na introdução de um determinado tema em sala de aula. Essa prática é utilizada em um bom número de livros didáticos do Ensino Médio.

Para finalizar esse tópico, apresenta-se outra possibilidade que pode ser explorada didaticamente pelos professores de matemática: os jogos. Esse recurso também possibilita desenvolver diferentes habilidades, levando o aluno a compreender regras, elaborar estratégias de ação, identificar regularidades e raciocinar por analogias. Além disso, promovem um ensino de maneira lúdica, supondo um fazer sem obrigações externa imposta. Acrescente-se ainda um aspecto interessante como enfatiza a citação abaixo:

> O jogo apresenta um aspecto relevante – o desafio – provocando satisfação, interesse e prazer no aluno. É fundamental que os jogos façam parte da cultura escolar, cabendo ao professor avaliar seus objetivos, tendo sempre em vista as competências, habilidades e conceitos que se desejam desenvolver. (IEZZI, 2010, p. 11)

Vale salientar que uma sala de aula é caracterizada por uma heterogeneidade, ritmos de aprendizagem diferentes e formas diversas de aprender. Nesse sentido, cabe ao professor o grande desafio de saber escolher os recursos que melhor atenda as peculiaridades de seus alunos, não se prendendo a um único modo de ensinar, pois cada estratégia diferenciada pode satisfazer as diferentes formas de aprender atingindo assim um maior número de alunos. Afinal, conseguir uma situação de equilíbrio entre as necessidades práticas e a ultrapassagem concreta, tanto no que se refere às ferramentas conceituais quanto às concepções, é a maior e a mais difícil tarefa do professor de Matemática. Quanto ao o uso da tecnologia como recurso didático veremos em tópico específico no próximo item.

2.3 Reflexão sobre o uso das tecnologias como recursos didáticos

Dentro do processo de ensino-aprendizagem, um dos aspectos que mais causam inquietação na atualidade é a questão da utilização do computador nas aulas. Nunca se falou tanto no uso da informática como recurso didático como agora. E para nós, educadores, esta discussão é extremamente relevante. O que me levou a investigar sobre a utilização da tecnologia nas aulas de Matemática foi justamente a tentativa de melhor compreender o significado de sua prática na ação educativa e suas possíveis aplicações e benefícios para aprendizagem dessa disciplina

Entretanto o conceito de tecnologia é muito amplo abrangendo desde o uso da escrita, lápis, quadro negro e giz aos instrumentos mais modernos como o computador e a internet. Assim, nesse trabalho termos como recursos tecnológicos. Tecnologia da Informação e Comunicação (TIC), tecnologias digitais, informática ou qualquer outro termo que possivelmente possa aparecer ao longo do texto se refere ao uso do computador e das tecnologias a ele associada.

Se existe algo muito fácil de ver, não precisa ser especialista nem estudioso do assunto para perceber, é a presença das tecnologias digitais em praticamente todos os setores da atividade humana. E, essa presença cresce a cada dia, bem como a sua influência. Desta forma não faria sentido a escola ignorá-la, uma vez que, se a escola não acompanha as mudanças externas então ocorre um afastamento da realidade ambiental e, consequentemente, os alunos se sentem desmotivados pelo ensino. Nesse sentido, concordamos com a pesquisadora quando afirma que:

> [...] o mundo atual é rapidamente mutável, também a escola deve estar em contínuo estado de alerta para adaptar seu ensino, seja em conteúdos como em metodologia, à evolução destas mudanças, que afetam tanto as condições materiais como do espírito com que os indivíduos se adaptam a tais mudanças. Em caso contrário, se a escola descuida-se e se mantém estática ou com movimento vagaroso com a velocidade externa, originar-se um afastamento ou divórcio entre a escola e a realidade ambiental, que faz com que os alunos se sintam pouco atraídos pelas atividades de aulas e busquem adquirir por outros meios os conhecimentos que consideram necessários para compreender à sua maneira o mundo externo, que percebem diretamente ou através dos meios massivos de comunicação. (PARRA, 1996, p. 11)

As pessoas que vivem em lugares influenciados pelo o uso das Tecnologias da Comunicação e Informação – TIC, não tem dificuldades para ver como a expansão e a generalização das TIC transformaram numerosos aspectos da vida. Segundo Sancho (2006), essas tecnologias têm invariavelmente três tipos de efeitos, a saber: “alteram a estrutura de interesse (as coisas em que pensamos) mudam o caráter dos símbolos (as coisas com as quais pensamos) e modificam a natureza da comunidade (a área em que desenvolvemos o pensamento)”. Torna-se, portanto, difícil negar a influência das TICs no mundo atual, mesmo que esta nem sempre seja positiva para todos os indivíduos da sociedade.

Se essa influência é boa ou ruim, isso vai depender do seu uso, conforme explicita o grande educador Paulo Freire em *Pedagogia da Autonomia* (1996), “divinizar ou diabolizar a tecnologia ou a ciência é uma forma altamente negativa e perigosa de pensar errado". Na verdade, a entrada das tecnologias digitais na sala de aula de matemática, nas últimas décadas, motivou intenso debate sobres os seus efeitos na aprendizagem. Segundo Giraldo (2012), esse debate, inicialmente, concentrou-se na tentativa de responder à questão se tais efeitos seriam "benéficos" ou "maléficos". Hoje, essa discursão mudou de foco, pois as possibilidades e potencialidades que as tecnologias podem contribuir para a aprendizagem da matemática são inegáveis, contudo, a questão que se coloca é como usá-las de forma que seus efeitos sejam benéficos para a aprendizagem.

> Os efeitos de qualquer recurso na aprendizagem estão muito mais relacionados com a forma como ele é usado do que com suas características intrínsecas. De fato esta constatação aplica-se a qualquer tecnologia usada no ensino, seja esta de natureza computacional ou não. (GIRALDO, 2012, p.2).

O bom aprendizado da Matemática desempenha papel fundamental no desenvolvimento intelectual e cultural de um cidadão, bem como sua inserção no sistema de referências do grupo ao qual pertence. Neste sentido, acredita-se que o uso de recursos tecnológicos no ensino da Matemática contribui para uma aprendizagem mais significativa e contextualizada, pois permite transformar os processos de pensamento e de construção do conhecimento. A pesquisadora Laudiméia da Silva Possidônio, citada por PARRA (2006), falando sobre as vantagens da internet no processo de ensino-aprendizagem afirma que:

> "o ambiente Internet permite ao aluno a possibilidade de acessar informações ao seu próprio ritmo, nível de interesse, profundidade e permitindo a interatividade. As intervenções do professor, dos demais alunos da turma, assim como pessoas que se faça troca pela internet auxiliam na construção do conhecimento."

Inegável são os ganhos obtidos com a utilização do computador no nosso dia a dia em vários campos das atividades humanas. Na educação, vem crescendo cada vez mais a visão do computador como solução de muitos problemas e, salvo o otimismo exagerado da crença do computador como possibilidade redentora de todos os problemas educacionais, este instrumentos propicia ricas oportunidade de utilização em projetos educativos, nesse sentido, comungamos com o autor da citação seguinte:

> As tecnologias dentro de um projeto pedagógico inovador, facilitam o processo de ensino-aprendizagem: sensibilizam para novos assuntos, trazem informações novas, diminuem a rotina, nos ligam com o mundo, com outras escolas, aumentam a interação (redes eletrônicas), permitem a personalização (adaptação ao ritmo de trabalho da cada aluno) e se comunicam facilmente com o aluno porque trazem para sala de aula as linguagens e meios de comunicação do dia a dia. (MORAN, 1994, p. 48)

No entanto, conforme nos alerta o pesquisador Paulo Blikstein em *As sereias do ensino eletrônico*, "não basta introduzir as tecnologias, é fundamental pensar em como elas são disponibilizadas, como seu uso pode efetivamente desafiar as estruturas existentes em vez de reforça-las". Nesse sentido, avaliar criticamente as possibilidades de uso de tecnologias digitais no ensino de matemática e sua adequação a diferentes contextos educacionais, levando em conta suas potencialidades, bem como suas limitações é uma das tarefas do professor de matemática contemporâneo, e um dos objetivos desse trabalho, em especial, devido à presença e a influência que as tecnologias exercem dentro e fora da escola. Precisamos reconhecer, por um lado, oportunidades em que essas tecnologias possam de fato enriquecer a abordagem, incorporando-as à prática pedagógica e, por outro lado, evitar situações em que seu uso indiscriminado ou de maneira inapropriada tenha efeitos inócuos, ou possam mesmo levar à construções de obstáculos para a aprendizagem. Como afirma Giraldo (2012) "os professores que vivenciam essas práticas não podem ignorar as possibilidades oferecidas pelos recursos computacionais para o enriquecimento do ensino da matemática".

> No que diz respeito à integração de recursos computacionais na sala de aula de matemática, deve-se ter por meta uma incorporação efetiva à prática docente – sem que o computador se reduza a um mero adereço, alegórico para abordagem, e que a aula no laboratório de informática adquira um caráter de curiosidade, ou seja, tenha um aspecto diferente da aula tradicional de sala em que geralmente é usado quadro e giz. Nesse contexto, a questão central é como a integração desses recursos à prática docente pode viabilizar a produção de novas abordagens pela criação de novas formas de explorar e aprender os conteúdos de matemática. GIRALDO (2012, p. 7)

Em relações as limitações dos recursos tecnológicos concordamos com Giraldo (2012) quando enfatiza que o computador, como todo recurso didático não deve se converter em um critério absoluto de validação de fatos matemáticos ao que o aluno recorra indisciplinadamente para verificar a correção de fatos matemáticos ou o apoio indispensável para o aluno, sem o qual o pensamento matemático fique paralisado. Afirma ainda que: É fundamental que os alunos construam um senso crítico para o resultado do computador.

Os recursos tecnológicos não devem ser usados se limitar o pensamento dos alunos, antes deve motivar a exploração. Além disso, enfatiza o autor que:

> É importante explorar as limitações técnicas como potencialidades pedagógicas, de modo que não constituam obstáculos a aprendizagem, mas em motivações para o aprofundamento da reflexão e para a busca por justificativas. A máquina não é isenta de limitações e seus resultados devem ser entendidos a luz de argumentos matemáticos e não o contrário. GIRALDO (2012, p.16)

A questão que se segue as reflexões acima é como utilizar os recursos tecnológicos disponíveis de forma a produzir resultados positivos para os educando em seus processos de ensino-aprendizagem da matemática. Vamos exemplificar mostrando algumas situações em que esses recursos podem ser utilizados eficazmente.

Uma maneira inteligente de utilizar recursos computacionais é através da elaboração de atividades computacionais adequadas a cada contexto pedagógico em questão. É lógico que o sucesso dessa estratégia depende do equilíbrio delicado de diversos aspectos, tais como propriedades conceituais matemáticas, características das tecnologias disponíveis e o perfil dos estudantes. Concordamos com Giraldo (2012) quando explicita que "não há uma fórmula geral e absoluta para este equilíbrio e, ninguém tem mais elementos para encontra-lo do que o próprio professor". Este autor acrescenta ainda que:

> Mesmo com recursos computacionais simples, é possível elaborar atividades de aprendizagem que abordem aspectos relevantes e desafiadores dos conceitos matemáticos. Em outras palavras não são necessários conhecimentos sofisticados sobre o computador para trabalhar com atividades interessantes. (GIRALDO, 2012, p. 18)

Entre os diversos recursos que podem ser explorados didaticamente no ensino da matemática podemos citar: calculadoras de bolso, planilhas eletrônicas, ambientes gráficos, ambientes de geometria dinâmica, ambientes virtuais de aprendizagem, internet (rede), etc.

Por uma questão de objetividade faremos uma pequena abordagem somente sobre aqueles que serão utilizados no estudo experimental desse trabalho, mais especificamente, os dois primeiros e os dois últimos.

> As calculadoras são certamente as tecnologias digitais mais simples, baratas e de fácil uso. Mesmo as calculadoras com menos recursos matemáticos podem ser usadas de forma a enriquecer significativamente a abordagem. Seu uso como instrumento didático oferece ao contexto de sala de aula, em situações específicas, uma metodologia de ensino que permite ao professor dinamizar de modo simples as aulas teóricas tratadas geralmente com metodologias tradicionais. (GIRALDO, 2012, p. 3).

Muitos professores, em vez de incentivar o uso adequado deste recurso, proíbem a sua utilização. Mesmo assim muitos alunos quebram as regras levando este instrumento escondidos para a escola. É interessante observar que além de dar mais agilidade aos cálculos (facilitar ou conferir contas) permitindo que o aluno foque mais atenção na reflexão sobre o comportamento dos resultados e propriedades operatórias empregadas, as atividades com calculadoras podem incluir atividades que enfoquem a interpretação crítica de resultado produzido por usos errôneos desse instrumento, visando estimular a formação de uma expectativa para os resultados, e o desenvolvimento da prática da verificação por meio de estimativas e cálculos mental.

As planilhas eletrônicas, a exemplo do excel do Windows e Calc do Linux, são recursos que permitem várias aplicações no ensino de matemática. Segundo Giraldo (2012) esse recurso destaca-se por permitir manipulação e operação com grandes quantidades de dados numéricos; articulação entre diversas formas de representação e possuir ferramentas lógicas e estatísticas. Em relação às calculadoras, as planilhas oferecem muito mais recursos e funções, conforme pode ser vista na enumeração abaixo:

- Possibilitam a visualização e o tratamento de dados numéricos com mais casa decimais;
- Oferecem a possibilidade de manusear dados das atividades de forma dinâmica e com menos uso de teclas, uma vez que as fórmulas digitadas em uma célula podem ser generalizados para outras por meio do recurso de arrastar;
- Geram automaticamente um registro tanto das operações e funções matemáticas empregadas no problema, quanto dos dados da solução.
- Possuem simbologia e sintaxe próprias, cuja aprendizagem por si só demanda maio maturidade por parte do aluno que aquelas exigidas na calculadora.

Por fim, o campo de aplicações das planilhas eletrônicas no processo de ensino-aprendizagem da matemática é imenso, contudo, merece destaque em especial seu uso no tratamento da informação, que é um dos eixos estruturantes da Matemática do Ensino Médio e das possiblidades que oferece ao ensino da Matemática Financeira. A análise de dados obtidos em coletas empíricas que, mesmo em grande volume, podem ser organizados e interpretados por meio de gráficos de tipos diversos, tabelas, e de medidas estatística de tendência central, como média, mediana, e moda. Segundo o professor Victor Giraldo, tais ferramentas conceituais podem cumprir dupla finalidade como veremos na explicitação seguinte:

> As ferramentas conceituais das planilhas eletrônicas, por um lado contribuem com a formação cidadã do aluno, na medida em que oferecem acesso, de modo rápido, a diversificadas formas de apresentação da informação, que possibilitam interpretações de situações e dão suporte a tomadas de decisões. Ao mesmo tempo permite a utilização de contextos familiares do dia a dia para o aprendizado de conceitos matemáticos e sua articulação com outros campos do conhecimento. (GIRALDO, 2012, p.43)

Finalmente, vamos concluir este tópico abordando a importância dos ambientes virtuais de aprendizagem. Esta ferramenta tem sido usada em diversos projetos educacionais, inclusive, e, principalmente, nos Cursos de Educação à Distância – EAD. Entende-se por ambiente virtual de aprendizagem, conforme Giraldo (2012), quaisquer ambientes virtuais que permitam a criação e gerenciamento de sítios (ou site) de aprendizagem disponíveis na internet, com acesso aberto ou restrito, em que são oferecidos atividades didáticas mediadas por tecnologia computacional. Esses ambientes são geralmente implementados em complexos sistemas computacionais, chamados de plataformas. No Brasil, *o Moodle* é o ambiente virtual de aprendizagem mais utilizado. Entretanto, as escolas podem, se desejarem, criarem seus ambientes virtuais de forma mais simples. Geralmente, usa-se o Facebook, Blogs e canais no youtube. O importante é que o ambiente escolhido viabilize a comunicação entre todos os envolvidos no processo de ensino aprendizagem virtual, permita o armazenamento de conteúdos e atividades didáticas e a possibilidade de publicação de mensagens, noticia, vídeo e etc.

A importância desse recurso reside no fato de permitir a aprendizagem mesmo que professores e alunos estejam separados no tempo e no espaço físico. Esse modelo constitui as modalidades de educação à distância conhecidas por síncronas quando a comunicação entre os alunos e professores (ou tutores) acontece em tempo real, é o caso dos chat, ou assíncronas quando acontece em tempo diverso, a exemplo da comunicação por e-mail. Nos ensina Silva (1999) que “a tecnologia dos bytes trouxe-nos o ambiente da comunicação virtual, a possibilidade de acender ao mundo das informações e de estabelecer relações interpessoais e colaborativas. O ciberespaço, um novo espaço onde o indivíduo pode descobrir e construir os seus saberes de forma personalizada e partilhada".

No caso mais especifico do Ensino Médio, esse recurso pode ser usado de forma mais simples. De fato, muitas escolas tem criado canais no youtube e blog onde disponibilizam vídeo-aulas dos conteúdos estudados em sala, correção de exercícios e questões do ENEM. Além disso, existe espaço onde os alunos podem tirar suas dúvidas enviando mensagens que pode ser respondidas na modalidade assíncrona ou nas vídeo-aulas seguintes gravadas pelos professores. Nada impede que também disponibilize espaços para a produção feita pelo próprio aluno. Isso incentiva a criatividade, desperta gosto pelos estudos e, sobretudo, desenvolve o espírito de colaboração e solidariedade entre os pares participantes. Concordamos com a argumentação abaixo quando evidencia esse novo tempo que vivenciamos em nossa realidade escolar:

> Para o sistema educativo e seus agentes reside aqui o grande desafio: compreender a chegada do tempo destas tecnologias que permitem passar de um modelo que privilegia a lógica da instrução, da transmissão e memorização da informação para um modelo cujo funcionamento se baseia na construção colaborativa de seus saberes, na abertura aos contextos sociais e culturais, à diversidade dos alunos, aos seus conhecimentos, experimentações e interesses. (SILVA, 1999, p. 208)

Portanto, estes e outros recursos podem ser utilizados com o objetivo de dinamizar e melhorar os resultados na aprendizagem em matemática. Entretanto, é importante lembrar que os recursos são meios e não um fim em si mesmo, desta forma, não substitui o trabalho do professor que é como veremos na próxima secção, a tecnologia das tecnologias, o agente determinante e imprescindível no processo de ensino-aprendizagem da matemática ou de qualquer outra área do conhecimento.

2.4 O papel do professor na sociedade tecnológica

Diante de tudo que foi dito nos tópicos anteriores, algumas questões bastante relevantes merecem um destaque especial, são elas: qual o papel do professor na sociedade tecnológica? Como deve ser a sua atuação? E, em particular, como deve proceder um professor de matemática nessa sociedade caracterizada por um oceano de possibilidades e recursos que, independente da sua visão, influencia no seu trabalho?

Conforme nos ensina Valente (1999) o educador dessa sociedade deve estimular a aprendizagem ao longo da vida, para tanto, é necessário resgatar o mais rápido possível, as potencialidades que as pessoas têm para aprender criando oportunidades que elas possam colocar em práticas esses potenciais de modo conscientes. Na mesma linha de pensamento enfatiza e orienta os Parâmetros Curriculares Nacionais que uma das tarefas mais essências hoje do ensino é "aprender a aprender**",** visto que essa habilidade é imprescindível para viver na sociedade do conhecimento. Sendo assim antes de definirmos o papel do professor é necessário compreendermos o sentido do que seja ensinar ou aprender em nossa sociedade.

Para Freire (1996) o papel do educador "não é apenas ensinar conteúdos mas também ensinar a pensar certo". Enfatiza ainda que o "educador democrático não pode negar-se o dever de, na sua prática docente, reforçar a capacidade crítica do educando, sua curiosidade, sua insubmissão." Neste sentido, o ensino tem o significado relacionado com "formação" e, como o próprio autor enfatiza: "formar é muito mais do que puramente treinar o educando no desempenho de destrezas".

É interessante notar que a palavra matemática é um termo de origem grega e significa o que se pode aprender (*mathema* quer dizer aprendizagem). Assim, a etimologia representa um paradoxo em relação ao desempenho escolar dessa disciplina e, em especial, a visão distorcida de que a matemática é um "bicho papão", privilégios de alguns eleitos com habilidades especiais. Dessa forma, pode-se dizer que a tarefa principal do professor de matemática contemporâneo é desmistificar essa visão e buscar de todas as formas uma reaproximação da matemática com o seu sentido etimológico original. Concordamos com a autora quando coloca em ênfase a argumentação abaixo:

> Uma grande questão da atualidade é decidir como educar esse homem informático, que tem poderosas bases e tão grandes possibilidades e que vai se adaptando a uma tecnologia que lhe permite potentes e variadas maneiras de agir, porém que lhe exige também diferentes comportamentos e diferente preparação de suas habilidades e destrezas. A vida tem se tornado difícil, e a escola deve evoluir para preparar indivíduos com capacidade para atuar nesse mundo complexo e diversificado. (PARRA, 1996, p. 14)

Ignorar a presença e influência das tecnologias e as possibilidades que dela pode advir são uma forma de pensar errado. É importante considerar que as pessoas são diferentes. As salas de aulas são constituídas por uma heterogeneidade. Assim as formas de aprender também são diferenciadas. Nesse contexto, cabe ao professor, na medida do possível, usar de todos os recursos disponíveis para atingir o maior número de alunos. E os recursos tecnológicos representa uma opção para o ensino da matemática. Destaca-se que sem a disponibilidade dos educadores nenhum recurso terá eficácia em sua utilização como corrobora o pesquisador:

> Temos que cuidar do professor, porque todas essas mudanças só entram bem na escola se entrarem pelo professor, ele é a figura fundamental. Não há como substituir o professor. Ele é a tecnologia das tecnologias, e deve se portar como tal. DEMO (2008, p.134)

Da citação acima podemos deduzir o poder que o professor tem tanto para promover mudanças e inovações quanto para estagnar essa possibilidade. É fundamental, portanto, que o educador reflita a sua prática, pois, como afirma Freire (1996) "é pensando criticamente a prática de hoje ou de ontem que se pode melhorar a próxima prática". Neste contexto, a questão não é usar ou não usar os recursos tecnológicos no processo ensino aprendizagem da matemática e sim verificar criticamente quais recursos devem ser usados em cada situação específica considerado aqueles mais apropriados para produzir resultados favoráveis à aprendizagem. Para isso, entretanto, é preciso que o professor conheça esses recursos e o potencial que eles oferecem.

> O educador deve saber utilizar para poder organizar ambientes de aprendizagem que sejam adequados aos interesses e necessidades dos aprendizes, de modo que eles possam desenvolver os respectivos potenciais de aprendiz e de agente de aprendizagem. (VALENTE, 1999, p. 42)

Além disso, o professor deve conhecer seu aluno, como ele pensa, deve saber desafiar a resolver problemas a partir de projetos que torne possível atingir os objetivos pedagógicos determinados em seu planejamento e, sobretudo, como já foi dito, criar condições para que o aluno possa desenvolver a aprendizagem. Mais que isso, é sua função conhecer bem a disciplina que ensina, a relevância do seu trabalho e a contribuição que pode dar na formação dos seus aprendizes na condução de sua disciplina. Concordamos com José Nilson Machado quando afirma:

> A falta de clareza com relação ao papel que a Matemática deve desempenhar no corpo de conhecimentos sistematizado pode ser o principal papel responsável pelas dificuldades crônicas que padece seu ensino. (MACHADO, 2001, p. 8)

Um professor de matemática da atualidade precisa conhecer bem os conteúdos curriculares de sua disciplina, métodos diferenciados de ensino e as potencialidades dos recursos que a contemporaneidade lhe propicia, uma vez que, compete a ele, dada o oceano de possibilidades que dispõe, fazer a seleção adequada tanto de conteúdo significativos quantos dos métodos e didática a ser empregado no processo de ensino. Neste sentido corrobora a autora quando enfatiza essa necessidade conforme pode ser observado na citação seguinte:

> Aos professores de matemática compete selecionar entre toda a matemática existente, a clássica e a moderna, aquela que possa ser útil aos alunos em cada um dos diferentes níveis da educação. Para a seleção temos de levar em conta que a matemática tem um valor formativo, que ajuda a estruturar todo pensamento e agilizar o raciocínio dedutivo, porém que também é uma ferramenta que serve para a atuação diária e para muitas tarefas específicas de que quase todas as atividades laborais. PARRA (1996, p.14)

Já falamos na secção 2.1 sobre os valores formativos e instrumentais da matemática. E, pra não sermos repetitivos, vale aqui dizer que, ao professor esse fato implica, além do reconhecimento da importância da disciplina que leciona, reforçar o entendimento que tanto a matemática pura, em geral mais abstrata, quanto a matemática aplicada são essências ao processo de formação na educação básica pois, em concordância com o pensamento da autora educamos o aprendiz para pensar e agir.

> [...] Hoje pensamos educar o pensamento e também fornecer regras para ação, e opina-se que a matemática que necessita todos os cidadãos deve ser uma mistura combinada e bem equilibrada de matemática pura e aplicada, ou de matemática como filosofia e matemática como instrumento de cálculo. Nenhum dos dois aspectos é prescindível, entre outras coisas porque a vida é pensamento e é ação, exige raciocinar para dirigir as aplicações e exige atuar para não perder-se em virtuosismo ideais, afastado da realidade em torno. (PARRA, 1996, p.14)

Concluindo esse tópico, uma habilidade muito imprescindível do profissional do ensino médio hoje, em especial, da rede pública, é de considerar as deficiências que os estudantes apresentam em consequência de uma aprendizagem insatisfatória na etapa anterior. Tais deficiências precisam ser superadas ou consequentemente o resultado nessa etapa será tão deficitário ou pior que no ensino fundamental. Esse fato implica na necessidade do professor buscar algum tipo de alternativa para a superação desses déficits na aprendizagem e como proposta desse trabalho dissertativo, enfatiza-se que utilizar os recursos tecnológicos é uma opção favorável. O que não se pode é ignorar essa realidade e continuar dando aulas pra dois ou três alunos em cada turma, desprezando o restante que não consegue aprender nada em decorrência das competências e habilidades não desenvolvidas nos anos anteriores. Culpar o aluno por sua postura ou os professores das series anteriores não resolve. Aprender a lidar com as potencialidades tecnológicas ou outros meios conforme o caso é dever do educador que tem compromisso e deseja tornar o seu trabalho mais produtivo e significativo.

3 OS NÚMEROS RACIONAIS

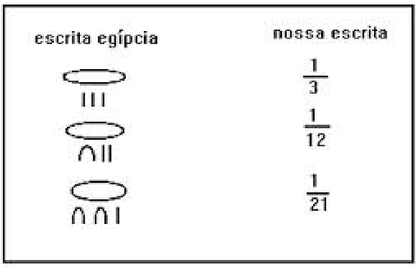
3.1 Um pouco de história sobre os números racionais

Os autores BERLINGHOFF & GOUVÊIA (2010) em seu livro *A matemática através dos tempos* enfatiza que “muito (mas não tudo) referente à matemática que aprendemos agora na escola é de fato muito antigo.” Essa Matemática recebeu contribuições de vários povos. Pertence a uma tradição que se iniciou no Oriente Próximo e, então, se desenvolveu e cresceu na Grécia Antiga, Índia e no império islâmico medieval. Mais tarde essa tradição encontrou lar no fim da Idade Média e no Renascimento europeu e se transformou na matemática como hoje é entendida no mundo todo. Assim acontece com os números racionais, em especial as frações e os decimais.

As notícias mais antigas sobre o uso das frações vêm do Egito, datam mais de quatro mil anos. As terras que margeavam o Rio Nilo eram propriedades do Estado. Este dividia as terras entre os grupos familiares, em troca de pagamento de tributos. Como o Rio Nilo sofria inundações periódicas, as terras tinham de ser sempre medidas, já que o tributo era pago proporcionalmente à área a ser cultivada. Assim, os números fracionários surgiram da necessidade de representar uma medida que não tem uma quantidade inteira de unidades, isto é, da necessidade de repartir a unidade de medida. Conforme ensina GIOVANNI (2012). A palavra fração vem do latim *fractione* que quer dizer dividir, rasgar. Fração, no dicionário também quer dizer “parte de um todo”.

A maneira como eles escreviam frações eram bem diferentes da forma como escrevemos atualmente. Segundo BERLINGHOFF & GOUVÊIA (2010) o conceito de frações em suas primeiras formas estava limitado principalmente a *partes*, o que hoje chamaríamos de frações unitárias com denominador 1. As demais frações poderiam ser tratadas combinando frações unitárias. Segundo esse mesmo autor essa limitação tornou fácil a forma de escrever frações, já que o numerador era sempre 1, bastava especificar o denominador e marcá-lo de alguma forma para mostrar que representava a parte, em vez de um número inteiro de coisas. Os egípcios fizeram isso colocando um ponto ou uma elipse sobre o numeral como pode ser visto na figura 1 abaixo:

Figura 1: Escrita egípcia x nossa escrita



Embora escrever “partes” fosse fácil, trabalhar com elas não era tanto. Para facilitar os seus trabalhos os egípcios usavam tabelas extensas listando o dobro de várias partes. Por exemplo, como dobrar um quinto nesse sistema? Sabemos que teríamos agora dois quinto, mas esse valor tem que ser escrito como soma de partes usando apenas numeradores unitários, assim o dobro de um quinto poderia ser escrito como “um terço mais um quinze avos”.

Já os mesopotâmicos, seguiram caminhos diferentes, eles estenderam o sistema sexagesimal (base 60) para tratar também frações, exatamente como fazemos para o nosso sistema decimal. Assim da mesma maneira como eles escreviam 72 usando seus símbolos como “1,12” significando 1 x 60 + 12, escreveriam $72\frac{1}{2}$ como “1 x 60 + 12 + 30 x $\frac{1}{60}$”. Segundo BERLINGHOFF & GOUVÊIA (2010) este era um sistema bastante prático. Na forma como era usado na antiga babilônia tinha um grande problema: Os babilônios não utilizam um símbolos (como esse ponto e vírgula) para indicar onde a parte fracionária começava. Por exemplo, 30 na tabela cuneiforme poderia significar “30” ou poderia significar “ $\frac{30}{60} = \frac{1}{2}$ ". Para decidir o real significado, seria preciso basear-se no contexto.

Os dois sistemas acima (Egipcio e Mesopotâmico) foram passados para outros povos, a exemplos dos Gregos, e estes, por sua vez estenderam para as culturas do mediterrâneo. Na vida diária, os gregos utilizam um sistema muito similar ao egípcio. De fato, a prática de tratar valores fracionários como soma ou produtos de frações unitárias dominou a aritmética de frações nos tempo da Grécia e de Roma e permaneceu até o começo da Idade Média.

É interessante registrar aqui a observação do professor Elon Lages em relação ao fato de os egípcios e, em especial os gregos não compreenderem as frações como número mas sim como razão entre dois número. Na verdade, para eles, só os naturais eram visto com status de números.

> Os matemáticos gregos da época de Euclides não olhavam para a fração *m/n* como um número e sim como uma razão entre dois números. Na realidade, não é muito importante que eles chamassem *m/n* de número ou não, desde que soubessem, como sabiam, raciocinar com esses símbolos. (Muito pior era os egípcios que, com exceção de 2/3 só admitiam frações de denominador 1. Todas as demais tinham que ser expressas como somas de frações de numerador 1 e denominadores diferentes.(LIMA, 2012, p. 60)

Existia um outro sistema em uso desde a Antiguidade, também baseado na noção de partes, mas multiplicativo. Nesse sistema, o processo exigia que se tomasse uma parte de uma parte(de uma parte de ...). Por exemplo, nesse sistema poderíamos pensar 2/15 como "duas quinta parte de uma terça parte". Havia ainda construções como "o terço de duas quintas partes de uma terça parte e o terço" o que pretendia significar $\left(\frac{1}{3}\ x\ \frac{2}{5}\right) + \frac{1}{3} = \frac{7}{15}$.

BERLINGHOFF & GOUVÊIA (2010) registram que mais recentemente, no século XVII, manuscritos russos sobre levantamentos topográficos se referiam a um nonagésimo sexto de uma medida particular como "meio-meio-meio-meio-meio-terço" esperando que o leitor pensasse em termos de subdivisões sucessivas: $\frac{1}{3}\ de\ \frac{1}{2}\ de\ \frac{1}{2}\ de\ \frac{1}{2}\ de\ \frac{1}{2}\ de\ \frac{1}{2} = \frac{1}{96}$.

Os mesmo autores enfatizam o fato que caracteriza a diferença entre nossa atual sistema de abordagem de frações e o sistema de fração unitária, afirmando que:

> Em contraste com essa abordagem por frações unitárias, nossa abordagem atual das frações é baseada nas ideias de medir contando cópias de uma única parte suficientemente pequena. Em vez de representar uma quantidade fracionária identificando a maior parte única dentro dela e então exaurindo e resto por partes sucessivamente menores, simplesmente procuramos por uma pequena parte que possa ser contada um número suficiente de vezes para produzir exatamente a quantidade que queremos. Dois números iriam então especificar a quantia total: o tamanho da parte unitária e o número de vezes que a contamos. (BERLINGHOFF & GOUVÊIA, 2010, p.89).

Um fato interessantes é notar que os chineses cerca de 100 a.C pensavam frações de uma forma muito parecida como a que concebemos atualmente. A única diferença é que eles evitavam usar "frações impróprias" como por exemplo $\frac{7}{3}$. Em vez disso eles usavam o número misto $2\frac{1}{3}$. É quase o que fazemos!

Para multiplicar e dividir frações eles usavam um método de redução ao mesmo denominador comum multiplicando o numerador e o denominador de uma fração pelo denominador da outra. Por exemplo:

$$\frac{2}{3} : \frac{4}{5} \text{ se torna } \frac{2\, x\, 5}{3\, x\, 5} : \frac{4\, x\, 3}{5\, x\, 3}; isto \text{ é}, \frac{10}{15} : \frac{12}{15}$$

Agora que as frações estão escrita na mesma "unidade de medida"(denominador), o problema está reduzido a um problema de divisão de números inteiros: dividir o numerador da primeira fração pelo numerador da segunda. Neste caso, então:

$$\frac{2}{3} : \frac{4}{5} = \frac{2\,.\,5}{3\,.\,5} : \frac{4\,.\,3}{5\,.\,3} = \frac{10}{15} : \frac{12}{15} = 10 : 12 = \frac{5}{6}$$

A forma de escrever frações usando um número sobre outro vem dos hindus, eles colocavam um número sobre outro sem o traço, com o tamanho da parte abaixo e o número de vezes que essa parte devia ser contada em cima. Esse costume se espalhou pela Europa mais tarde. Foi os escritores da Idade Média os primeiros a usar os termos *numerador* (contador - quantos) e *denominador* (nomeador – de que tamanho). A barra horizontal entre números de cima e de baixo foi inserida pelos árabes no século XII. Ela apareceu em manuscrito em latim até o inicio da imprensa quando, provavelmente por causa de problemas de impressão, foi omitida, voltando a ser usada nos séculos XVI e XVII.

Já em relações as frações decimais, embora o seu uso tenha ocorrido bastante cedo pelos chineses e árabes, na Europa seu uso só veio ocorrer no século XVI. O matemático e engenheiro flamengo Simon Stevin em sua obra *The Thenth*, em 1585, popularizou essas frações mostrando que "escrever frações como decimais permite que operações com frações sejam efetuadas pelos algoritmos muito mais simples da aritmética dos inteiros. BERLINGHOFF & GOUVÊIA (2010) argumenta que as inovações de Stevin e sua aplicação na ciência e na computação prática tiveram um efeito importante sobre a maneira das pessoas entenderem os números. Em relação as várias formas que os números racionais podem ser expressos e a discursão sobre a melhor forma de expressá-los o mesmo autor traz uma curiosidade e argumentação interessante como pode ser notado na citação abaixo:

> Quando as calculadoras foram introduzidas em meados do século XX, parecia que os decimais tinham vencido permanentemente. Mais o velho sistema de

> numeradores e denominadores ainda tem muitas vantagens, tanto computacionais como teórica, e se mostrou extraordinariamente resistentes. Agora temos calculadores e programas computacionais capazes de trabalhar com frações comuns e números mistos aparecem em receitas, e decimais aparecem em medidas científicas. Essas representações múltiplas são uma questão de conveniência e também um lembrete da rica história por trás das ideias que usamos todos os dias. (BERLINGHOFF & GOUVÊIA, 2010, p.92)

3.2 Definição de números racionais

Seja AB um segmento de reta. Para medi-lo, é necessário fixar um segmento-padrão u, chamado *segmento unitário.* Por definição, a medida do segmento u é igual a 1. Considere ainda que segmentos congruentes tenham a mesma medida e que n-1 pontos interiores decompuserem AB em *n* segmentos justapostos então a medida de AB será igual a soma desses n segmentos. Se estes segmentos parciais forem todos congruentes a u, diremos que *u* cabe *n* vezes em AB e medida de AB (que representamos por $\overline{AB}$) será igual a *n*.

Pode ocorrer que o segmento unitário não caiba um número exato de vezes em AB. Então a medida de AB não será um número natural. Essa situação conduz a ideia de fração, conforme será mostrado agora.

Procuramos um pequeno segmento de reta *w*, que caiba *n* vezes no segmento unitário *u* e *m* vezes em AB. Este segmento *w* será uma medida comum de *u* e AB. Encontrando *w* dizemos que AB e *u* são *comensuráveis*. A medida de w será a fração 1/n e a medida de AB, por conseguinte, será *m* vezes 1/n, ou seja, igual a *m/n*. Caso, contrário, diremos que *u* e AB são *incomensuráveis*.

Segundo LIMA, CARVALHO, WAGNER & MORGADO (2012) a ilusão da comensurabilidade durou até o quarto século antes de Cristo. Naquela época, em Crotona, sul da Itália, havia uma seita filosófica-religiosa, liderada por Pitágoras. Um dos pontos fundamentais de sua doutrina era o lema “Os números governam o mundo”. (Lembremos que os números para eles eram os números naturais, admitindo-se tomar razões entre esses números, formando as frações). Uma enorme crise, que abalou os alicerces do pitagorismo e, por algum tempo, toda a estrutura da Matemática grega, surgiu quando, entre os próprios discípulos de Pitágoras, alguém observou que o lado e a diagonal de um quadrado são segmentos de reta incomensuráveis.

A existência de segmentos incomensuráveis significa que os números naturais mais as frações são insuficientes para medir todos os segmentos de retas. A solução que se impunha era aumentar o conceito de número, introduzindo os chamados números irracionais, de tal modo que, fixando uma unidade de comprimento arbitrária, qualquer segmento de reta pudesse ter uma medida numérica. Quando o segmento considerado é comensurável com a unidade escolhida sua medida é um *número racional*. Caso esse segmento seja incomensuráveis então esse número é irracional.

Pode-se, ainda, definir os números racionais como todo número da forma $\frac{\mathbf{a}}{\mathbf{b}}$ em que **a** e **b** representa números inteiros e **b** diferente de zero. O conjunto desses números designa-se por $\mathbb{Q}$, e é denotado como se segue:

$$\mathbb{Q} = \{\frac{a}{b}, a \text{ e } b \in \mathbb{Z} \mid b \neq 0\}$$

Os termos **a** e **b** são denominados de numerador e denominador, respectivamente. O primeiro indica o número de partes iguais que foi fracionada a unidade enquanto o segundo o número de partes que foi tomada dessa unidade.

3.3 Propriedades dos números racionais

O professor Elon Lages, emérito pesquisador do Instituto Nacional de Matemática Pura e Aplicada – IMPA, enfatiza que "$\mathbb{Q}$ **é um corpo ordenado".** O fato desse conjunto ser um corpo significa que estão definidas em $\mathbb{Q}$ duas operações, ou seja, a adição e a multiplicação, que, por sua vez, cumprem algumas condições como se segue:

A adição faz corresponder a cada par de elementos x, y $\in \mathbb{Q}$, sua soma x + y $\in \mathbb{Q}$, enquanto a multiplicação associa a esses elementos o seu produto x . y $\in \mathbb{Q}$.

Os axiomas a que essas operações obedecem são:

- *Associatividade*: para quaisquer x, y, z $\in \mathbb{Q}$ tem-se (x + y) + z = x + (y + z) e (x . y) . z = x . (y . z).
- *Comutatividade*: para quaisquer x, y, z $\in \mathbb{Q}$ tem-se x + y = y + x e x . y = y . x;
- *Elemento neutro*: existe em $\mathbb{Q}$ dois elementos distintos 0 e 1 tais que x + 0 = x e x . 1 = x para todo x $\in \mathbb{Q}$;
- *Inversos*: todo x $\in \mathbb{Q}$ possui um inverso aditivo –x $\in \mathbb{Q}$ tal que x + (-x) = 0 e se, x $\neq$ 0, existe também um inverso multiplicativo $x^{-1} \in \mathbb{Q}$ tal que x . x^{-1} = 1;
- *Distributividade*: para x, y e z x $\in \mathbb{Q}$ quaisquer, tem-se x . (y + z) = x .y + x . z.

Dos axiomas acima resultam todas as regras familiares de manipulação com os números racionais. Evidentemente a divisão de x por y só faz sentido quando $y \neq 0$, pois o número zero não possui inverso multiplicativo.

Já do fato de $\mathbb{Q}$ ser ordenado significa que existe um subconjunto $\mathbb{Q}^+ \subset \mathbb{Q}$, chamado o conjunto dos números racionais positivo, que cumpre as seguintes condições:

- P1. A soma e o produto de números racionais positivos são positivos. Ou seja, $x, y \in \mathbb{Q}^+ \Rightarrow x + y \in \mathbb{Q}^+$ e $x \,.\, y \in \mathbb{Q}^+$;
- P2. Dado $x \in \mathbb{Q}$, exatamente uma das três alternativas seguintes ocorre: ou $x = 0$, ou $x \in \mathbb{Q}^+$ ou $-x \in \mathbb{Q}^+$.

Escreve-se $x < y$ e diz-se que *x é menor do que y* quando $x - y \in \mathbb{Q}^+$, isto é, $y = x + z$ onde z é positivo. Neste caso, escreve-se também $y > x$ e diz-se que *y é maior do que x*. Em particular, $x > 0$ significa que $x \in \mathbb{Q}^+$, isto é, que x é positivo, enquanto $x < 0$ quer dizer que x é negativo, ou seja, que $-x \in \mathbb{Q}^+$.

Valem ainda as seguintes propriedades da relação de ordem $x < y$ em $\mathbb{Q}$:

- Transitividade: se $x < y$ e $y < z$ então $x < z$;
- Tricotomia: dados $x, y \in \mathbb{Q}$, ocorre exatamente uma das alternativas $x = y$, $x < y$ ou $y < x$.
- Monotonicidade da adição: se $x < y$ então, para todo $z \in \mathbb{Q}$, tem-se $x + z < y + z$.
- Monotonicidade da multiplicação: se $x < y$ então, para todo $z > 0$ tem-se $xz < yz$. Se porém $z < 0$ então $x < y$ implica $yz < xz$.

Diante de tudo que foi dito até agora percebe-se que o que diferencia os números racionais dos números reais é o fato deste último ser um corpo ordenado completo, isto é, contém os números irracionais, podendo assim, expressar qualquer medida.

3.4 A forma fracionária dos números racionais

Como já foi dito todo números racional pode ser escrito na forma $\frac{a}{b}$, onde a e b são números inteiros e $b \neq 0$. O termo a é chamado de numerador e indica o número de partes consideradas na fração enquanto b é o denominador e indica o número de partes que a unidade(o todo) foi dividida. Essa fração pode ser classificada de acordo com a relação de ordem entre a e b de seguinte forma:

i) se a < b a fração $\frac{a}{b}$ é denominada de fração própria;

ii) se a > b então a fração $\frac{a}{b}$ é denominada de fração imprópria

iii) se a = b . k, onde k é um inteiro, ou seja, se **a** for múltiplo inteiro de **b,** neste caso, a fração $\frac{a}{b}$ é denominada de fração aparente.

Note que em i) temos uma fração menor que a unidade, ou seja, $\frac{a}{b} < 1$. Isto significa que, como a < b, a unidade foi dividida em *b* partes iguais e foram tomadas *a* partes, isto é, foi tomado um número menor de partes do que o número de partes que a unidade foi fracionada. No caso (ii) pode-se ainda escrever $\frac{a}{b} = q\frac{r}{b}$ onde q ∈ ℤ e $\frac{r}{b}$ é uma fração própria com q, r ∈ ℤ e, obviamente, r < b. Na verdade, q e r são, respectivamente, o quociente e o resto da divisão euclidiana de a por b. Sabe-se que se a, b ∈ ℤ, com a> b e b ≠ 0, pela divisão euclidiana, existem q e r ∈ ℤ tais que a = q . b + r, onde 0 ≤ r < b. No terceiro caso, tem-se que a = b .k, assim $\frac{a}{b} = \frac{b.k}{b} = k$, onde k∈ ℤ, ou seja, isso significa que todo número inteiro pode ser escrito na forma de fração.

Na leitura de uma fração, lê-se inicialmente o numerador de forma cardinal e em seguida o denominador cuja leitura pode ser dividida em três grupos.

1º grupo: o denominador é um número menor que 10, lê-se o numerador e o denominador conforme tabela 1 abaixo:

Tabela 1: Leitura de frações

FRAÇÃO	$\frac{1}{2}$	$\frac{2}{3}$	$\frac{3}{4}$	$\frac{4}{5}$	$\frac{5}{6}$	$\frac{6}{7}$	$\frac{7}{8}$	$\frac{8}{9}$
LEITURA DO NUMERADOR	um	dois	três	quatro	cinco	seis	sete	oito
LEITURA DO DENOMINADOR	meio	terço	quarto	quinto	sexto	sétimo	oitavo	nono

2º grupo: o denominador é uma potência de 10. Segue-se alguns exemplos

Tabela 2: Leitura de frações decimais

FRAÇÃO	$\frac{1}{10}$	$\frac{2}{100}$	$\frac{3}{1000}$	...	$\frac{6}{1000000}$
LEITURA DO NUMERADOR	um	dois	três	...	seis
LEITURA DO DENOMINADOR	décimo	centésimo	milésimo	...	milionésimo

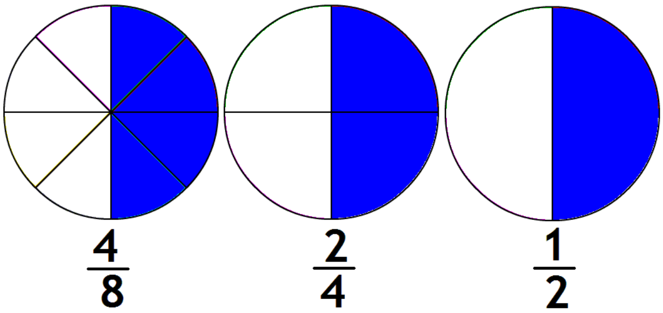
3º grupo: o denominador é maior que 10. Neste caso acrescentamos a palavra “avos” ao denominador que é lido cardinalmente. A palavra avos significa partes iguais indicando, portanto, o número de partes que a unidade foi dividida. Na próxima tabela segue uma exemplificação:

Tabela 3: leitura de frações com denominador maior que 10

FRAÇÃO	$\frac{7}{11}$	$\frac{5}{23}$	$\frac{9}{32}$	$\frac{4}{17}$
LEITURA DO NUMERADOR	Sete	Cinco	nove	quatro
LEITURA DO DENOMINADOR	Onze avos	Vinte e três avos	Trinta e dois avos	Dezessete avos

Quando duas ou mais frações representam a mesma porção da unidade elas são chamadas de frações equivalentes. Veja um exemplo na figura, abaixo:

Figura 2: Frações equivalentes



Assim para obtermos uma fração equivalente a uma fração dada basta multiplicarmos ou dividirmos o numerador e o numerador dessa fração por um mesmo número, diferente de zero. Essa propriedade é de sua importância para a compreensão dos números racionais, visto que, representa a base de entendimento das operações com frações, especialmente quando os denominadores são diferentes. Assim, considerando a, b e p ∈ ℤ, de modo geral, pode-se escrever:

$$\frac{a}{b} = \frac{a\,.\,p}{b\,.\,p} = \frac{ap}{bp}$$

De modo análogo, para simplificar uma fração, basta dividir o numerador e o denominador da fração dada por um mesmo número maior que 1. Dividimos sucessivamente o numerador e o denominador da fração por um divisor comum, até obtermos a fração com os menores termos possíveis. Essa fração, cujos termos devem ser primos entre si, é chamada forma simplificada ou forma irredutível da fração dada. Assim tome a fração $\frac{ap}{bp}$, para simplificar basta dividir o numerador e o denominado por p, ou seja:

$$\frac{ap}{bp} = \frac{ap : p}{bp : p} = \frac{a}{b}$$

Em particular, tomando o exemplo dado na figura 3 vemos que:

$$\frac{1}{2} \text{ é } a\ forma\ irredutível\ da\ fração\ \frac{4}{8}$$

Outro caminho que pode ser seguido para simplificar as frações é efetuar uma única divisão pelo máximo divisor comum, no exemplo acima, temos que:

$$mdc(4, 8) = 4\ então\ \frac{4}{8} = \frac{4 : 4}{8 : 4} = \frac{1}{2}$$

Dadas duas ou mais frações com denominadores diferentes podemos obter frações equivalentes com o mesmo denominador. Podemos escolher qualquer múltiplo comum dos denominadores, entretanto, se quisermos tornar o cálculo mais simples devemos tomar um tomar o mínimo múltiplo comum – M.M.C. desses denominadores. Essa operação é chamada de redução das frações ao mesmo denominador comum. Tal operação é muito útil especialmente para ordenar ou comparar frações com denominadores diferentes. Por exemplo, $\frac{1}{2}, \frac{3}{4}\ e\ \frac{5}{6}$ reduzindo a um denominador comum, tome 12, por exemplo, obtemos $\frac{6}{12}, \frac{9}{12}\ e\ \frac{10}{12}$, onde os termos de cada uma das frações dadas foi multiplicadas por 6, 3 e 2, respectivamente.

Os livros do ensino fundamental, geralmente no 6º ano, quando as frações são tratadas como objeto de estudo, enunciam a adição e subtração de modo igual ou muito semelhante ao autor da citação abaixo:

> Para adicionar ou subtrair números representados por frações que têm o mesmo denominador, adicionamos ou subtraímos os numeradores e conservamos o denominador. (GIOVANNI & CASTRUCCI, 2009, p. 186)

Assim, se a, b, c e d $\epsilon\ \mathbb{Z}$, pode-se efetuar:

$$\frac{a}{b} \pm \frac{c}{b} = \frac{a \pm c}{b}$$

Note que a operação de redução ao mesmo denominar por meio da troca por frações equivalentes é uma ferramenta muito útil especialmente para o cálculo da adição e subtração com denominadores diferentes, pois uma vez igualando os denominadores basta usar a regra acima para determinar a soma ou subtração conforme o caso, pois somar frações com denominadores diferentes é o mesmo que somar suas respectivas frações equivalentes.

> Para adicionar ou subtrair números representados por frações que têm denominadores diferentes, primeiros encontramos frações equivalentes às frações dadas e que tenham um denominador comum. Em seguida efetuamos a adição ou a subtração com essas frações. (GIOVANNI & CASTRUCCI, 2009, p. 189)

Assim, de modo geral, sendo a, b, c e d números inteiros pode-se fazer:

$$\frac{a}{b} \pm \frac{c}{d} = \frac{ad}{bd} \pm \frac{cb}{db} = \frac{ad \pm cb}{bd}$$

Já a multiplicação equivale tomar uma fração $\frac{a}{b}$ de uma fração $\frac{b}{c}$. Desta forma pode-se proceder da seguinte forma:

> Para multiplicar dois números escritos na forma de fração, multiplica-se o numerador de uma pelo numerador da outra e o denominador de um pelo denominador da outra. (GIOVANNI & CASTRUCCI, 2009, p. 199)

Logo, seja a, b, c e d ϵ $\mathbb{Z}$, segue-se:

$$\frac{a}{b} . \frac{c}{d} = \frac{a . c}{b . d} = \frac{ac}{bd}$$

Antes de definirmos as regras de divisão convém transcrever a maneira como os livros didáticos definem o inverso, a exemplo de Giovanni & Castrucci (2009) que afirmam: “Quando a multiplicação de dois números racionais não nulos dá 1, esses números são chamados inversos. Um número é considerado o inverso do outro.” Assim o inverso de $\frac{a}{b}$ é $\frac{b}{a}$ pois:

$$\frac{a}{b} . \frac{b}{a} = \frac{a . b}{b . a} = \frac{ab}{ab} = 1$$

Assim, para determinar o quociente de dois números racionais procede-se conforme ensina os mesmo autores: “para dividir um número racional por outro número racional, diferente de zero, multiplicamos o primeiro pelo inverso do segundo”. Portanto, tomando a, b, c e d ϵ $\mathbb{Z}$, tem-se:

$$\frac{a}{b} : \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \cdot \frac{d}{c} = \frac{a \cdot d}{b \cdot c} = \frac{ad}{bc}$$

Já a potenciação pode ser definida como um produto de fatores iguais. Assim seja a, b $\in \mathbb{Z}$, com b $\neq$ 0, e n $\in$ $\mathbb{N}$ temos que:

$$\left(\frac{a}{b}\right)^n = \left(\frac{a}{b}\right) x \left(\frac{a}{b}\right) x \left(\frac{a}{b}\right) x \ldots x \left(\frac{a}{b}\right) = \frac{a^n}{b^n}$$

n fatores

Finalmente, a radiciação é definida como o inverso da potenciação. Assim seja a, b $\in \mathbb{Z}$, com b $\neq$ 0, e n $\in$ $\mathbb{N}$ temos que:

$$\sqrt[n]{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}}$$

3.5 Reflexão sobre o ensino dos números racionais

Os primeiro contatos com os números racionais ocorre no ensino fundamental menor, geralmente, no 3º ano, quando é apresentado ideias bem elementares de fração, como metade, um terço, um quarto e operações com números decimais, este último é trabalhado utilizando o sistema monetário como recurso didático de contextualização. Veja como as autoras do livro *Sucesso – sistema de ensino* da editora Recife, 3º ano, define as frações:

> As frações representa uma parte ou algumas partes do inteiro que foi dividido em partes iguais. Portanto, os números fracionários representam parte de um inteiro considerado. Essas partes são denominadas frações. (NORONHA & SOARES, 2012, p. 127)

A ideia de frações associada a partes de um inteiro na citação acima é restrita as noções de frações próprias. Outros tipos de frações são introduzidos mais tarde, geralmente, no 6º ano do ensino fundamental, quando os números racionais são tratados como objetos de estudo. Nesse momento, os estudantes já tiveram contato com alguns conteúdos que são pré-requisitos indispensáveis para o estudo de frações, tais como: os números naturais e suas propriedades, números primos, definição de múltiplos e divisores, decomposição em fatores primos e cálculo do m.d.c e m.m.c. Nesta série, as frações são estudadas no contexto de números racionais absolutos, ou seja em $\mathbb{Q}^+$, uma vez que, os números inteiros só são estudados no ano seguinte quando o estudo com frações são retomados dessa vez no universo dos Números Racionais Relativos. Daí pra frente estes números aparecem no estudo dos demais conteúdos de matemática das séries seguinte, entretanto, como instrumento de cálculo ou são reestudados em outros contextos mais complexo, como, por exemplo, no estudo das frações algébricas no 8º ano. Nessa mesma série também são retomados para introduzir os Números Irracionais centrando o estudo nas dízimas periódicas e não-periódicas. Geralmente, nessa etapa, o conjunto dos Números Reais são definidos como o conjunto união do conjunto dos Números Racionais com o conjunto dos Números Irracionais.

No Ensino Médio, alguns livros trazem no 1º ano um capítulo dando ênfase aos conjuntos numéricos. Geralmente, isso é feito entre o estudo da Teoria dos Conjuntos e do estudo dos Intervalos Reais. Na verdade a colocação desses capítulos, por vezes, a título de revisão, reflete de um lado a importância que esta unidade curricular tem como instrumento de aprendizagem dos conteúdos de matemática do Ensino Médio e de outro revelam as deficiências de aprendizagem nesses componentes curriculares por parte dos alunos que estão ingressando nessa etapa de escolaridade reforçando, portanto, a necessidade de superação dessas deficiência como pré-requisito essencial para um bom desempenho da aprendizagem durante o Ensino Médio.

O grau de deficiência é averiguado anualmente pelas avaliações externa de larga escala, a exemplo do Sistema de Avaliação do Ensino Básico – SAEB. Essas avaliações são aplicadas no 5º e 9º ano do Ensino Fundamental e 3º ano do Ensino Médio. Para se ter uma ideia mais precisa do desempenho em relação ao números racionais segue a baixo uma tabela contendo alguns recortes de descritores do SAEB 2012 relacionado a este conteúdo e o respectivo percentual de acerto dos alunos da rede pública do estado do Ceará.

Tabela 4: Índice de acertos de alguns descritores do SAEB da rede pública de ensino do estado do Ceará

DESCRITOR/ HABILIDADE	DESCRIÇÃO DO DESCRITOR/HABILIDADE DA MATRIZ DE REFERÊNCIA DO SAEB	PERCENTUAL DE ACERTOS DOS ALUNOS
D17	Identificar a localização de números racionais na reta numérica.	33%
D21	Reconhecer as diferentes representações de um número racional.	20,2%
D22	Identificar fração como representação que pode estar associada a diferentes significados.	46,2%
D23	Identificar frações equivalentes.	34,8%
D24	Reconhecer as representações decimais dos números racionais como uma extensão do sistema de numeração decimal identificando a existência de "ordens" como décimos, centésimos e milésimos.	56,2%
D25	Reconhecer as representações decimais dos números racionais como uma extensão do sistema de numeração decimal identificando a existência de "ordens" como décimos, centésimos e milésimos.	26%
D26	Resolver problema com números racionais que envolvam as operações (adição, subtração, multiplicação, divisão e potenciação).	55,8

É importante lembrar que as avaliações externas realizadas utilizaram as matrizes de referência do SAEB do 9º ano do Ensino Fundamental para avaliar a aprendizagem dos alunos. A quantidade de acertos por descritor foi agrupado a partir de um critério elaborado para esta finalidade: de 0 à 25% de acertos – cor vermelha ou nível baixo, de 26 à 50% cor amarela – nível intermediário, de 51 à 75% de acertos – cor verde ou nível adequado e de 76 à 100% de acertos – cor azul ou nível avançado.

Entre os conteúdos que os alunos apresentam grandes deficiência, os números racionais ganham destaque. Para um comparativo com outros componentes curriculares, a tabela completa e a matriz de referência do SAEB está disponível no anexo desse trabalho.

Assim, diante do resultado mensurado pelas avaliações externas, surgem algumas grandes questões que merecem uma reflexão: por que a maioria dos estudantes não consegue aprender satisfatoriamente os números racionais? Quais as razões dessa deficiência? Como ensinar esse conteúdo de forma a obter resultados favoráveis na aprendizagem? Quais as consequências dessa não aprendizagem para o desempenho escolar dos estudantes no ensino médio? Como superar essas deficiências? Estas e possivelmente outras questões serão refletidas nas próximas linhas deste trabalho. Para tanto, será considerada a opinião e estudos realizados por matemáticos e pesquisadores desse tema.

Um primeiro aspecto a ser considerado é a própria natureza específica dos números racionais**.** Apesar do conceito de fração ser amplamente utilizado em nosso dia a dia, é de difícil compreensão para os alunos, como bem sintetiza e justifica a autora:

> O conceito de Números Racionais e fração estão entre os conceitos mais complexos do Ensino Fundamental. O conhecimento sobre frações não é uma simples extensão dos números inteiros, e as dificuldades na compreensão desse conceito constitui, provavelmente, uma das maiores barreiras no amadurecimento matemático dos alunos. (RODRIGUES, 2008, p.17)

Alguns investigadores como (Berh, Lest, Post & Silver, 1983), citados pela autora da citação acima vão mais longe. Eles afirmam que muitas das dificuldades sentidas em álgebra resultam de um entendimento deficiente das ideias básicas de frações e ainda que a importância do estudo dos Números Racionais pode ser vista segundo várias perspectivas: a) numa perspectiva prática porque a capacidade de lidar com esse conceito melhora a capacidade para compreender e tratar com situações do mundo real; b) numa perspectiva psicológica porque providenciam um campo no qual as crianças podem desenvolver e expandir as estruturas mentais necessárias ao desenvolvimento intelectual, c) numa perspectiva matemática, porque a compreensão desse conceito constitui a base no qual se assentam mais tarde as operações algébricas sobre os números racionais.

Ainda em relação a esse aspecto os PCNs (BRASIL, 1997) enfatiza que a aprendizagem dos números racionais supõe rupturas com ideias construídas acerca dos números naturais, e, portanto, demanda tempo e uma abordagem adequada.

Bezuk & Cramer (1989) enumeram alguns aspectos que evidenciam a complexidade do conceito de Números Racionais, dos quais segue-se três:

a) É necessário compreender que, por exemplo, se uma tarte é dividida em três parte iguais, cada uma dessas parte é mais pequena do que quando dividimos uma tarte do mesmo tamanho em duas partes iguais, isto é, em frações quanto maior o número de parte iguais, menor o tamanho de cada parte;
b) Para ordenar frações com o mesmo numerador, os alunos aprendem que $\frac{1}{3}$ é menor que $\frac{1}{2}$ em contrastes com os números inteiros em que 3 é maior que 2;
c) As regras para ordenar frações com o mesmo numerador, não se aplica a frações com o mesmo denominador, nas quais os alunos podem aplicar os seus

conhecimentos sobre contagens e afirmar que a fração $\frac{5}{7}$ é maior do que $\frac{2}{7}$ pois 5 é maior do que 2.

Os PCNs ainda acrescenta alguns aspectos interessantes, por exemplo, o fato da indicação de grandezas não obedecerem os mesmo critério dos naturais como, por exemplo, 5230 > 25, mas 2,3 > 2,125; ao se multiplicar um natural por outro natural diferente de 0 ou 1 se encontraria um número maior que ambos, com os fracionários, ao se multiplicar 10 por ½ se encontra um resultado menor que 10. Outra coisa interessante pode ser notado na citação seguinte:

> Se a sequencia dos naturais permite falar em sucessor e antecessor, para os racionais, isso não faz sentido, uma vez que entre dois números racionais quaisquer é sempre possível encontrar outro racional; assim, o aluno deverá perceber que entre 0,8 e 0,9 estão números como 0,81 e 0,815 ou 0,87 (BRASIL, 1997, p. 68)

Portanto, como se pode ver, para uma criança não é tão fácil entender que a fração é um modo de expressar uma quantidade a partir de um valor que é dividido por um determinado número em partes iguais entre si. Além disso, o ensino da matemática muitas vezes está apenas ligado à transmissão de passos e regras. Os alunos precisam entender que os números naturais são insuficientes para resolver determinados problemas. Não conseguem exprimir a medida de uma grandeza ou o resultado de uma divisão. Para isto, se utiliza os números racionais.

Um segundo aspecto diz respeito ao processo de ensino. A grande dificuldade, na maioria das vezes, é a forma mecânica e descontextualizada com que o tema é apresentado. Ensinar de modo que os alunos aprendam, de modo a que conheçam os conteúdos programáticos e saibam usar em novas situações e saibam pensar matematicamente é o grande desafio que se coloca a quem ensina. Na verdade, como afirma Lucena (2014) lidar com os conceitos matemáticos não é uma tarefa simples, ensinar exige mais esforço ainda, pois se exige não somente o conhecimento do conteúdo que se pretende ensinar como também sobre o público alvo, o modo como ele aprende.

Como sugestão para superar as dificuldades relacionadas à abordagem e a complexidade dos Números Racionais são apresentados algumas recomendações. Entretanto, seja qual for à estratégia de ensino ou o recurso didático empregado deve-se sempre ter o cuidado de considerar o contexto e o uso cotidiano do aluno conforme evidencia o autor da citação abaixo:

> Há diversas metodologias que podem ser aproveitadas para o ensino de frações. Algumas delas consiste na utilização de materiais concretos, livros didáticos, jogos ou suporte de informática, porém, todas devem levar em consideração o contexto e o uso cotidiano do aluno. (LUCENA, 2014, p.16)

As orientações didáticas recomendam ainda a exploração dos diferentes significados das frações em situações problemas: parte-todo, quociente e razão. A prática mais comum para explorar o conceito de frações é a que recorre a saturações em que está implícita a relação parte-todo. É o caso das tradicionais divisões de um chocolate ou uma pizza em partes iguais, ou seja, aquelas frações que expressa uma relação entre o número de partes consideradas e o total de partes que o inteiro foi dividido. Claro que não é errado explorar esse tipo de problemas o que não se deve é se limitar a este tipo.

As frações com significado de quociente estão presentes em diversas situações do cotidiano, por exemplo, em problemas como este: três amigo saem para jantar, o valor da conta totalizou 20 reais, neste caso, se cada um deve pagar a mesma quantia, quanto compete exatamente a cada um? Note que o valor exato pode ser expresso pelo quociente $\frac{20}{3}$.

Uma terceira situação diz respeito as frações interpretada como razão, essa fração é usada como uma espécie de índice comparativo entre duas quantidade de uma grandeza, por exemplo, em situações do tipo: 2 em cada 3 habitantes de uma cidade são imigrantes.

Lucena (2014) alerta que antes de entender o sentido matemático de uma fração, se deve compreender o que seja um inteiro, através da manipulação de matérias concretos, como peças geométricas, tangram, blocos fracionários que induzam a montar, desmontar e relacionar as partes com o todo. O autor ainda adverte que ficar colorindo figuras dos livros didáticos pode não ajudar e se tornar perda de tempo.

Registre-se ainda que "o ensino dos números racionais baseado na compreensão dos conceitos de fração, ordenação de frações e frações equivalentes é o pré-requisito para o sucesso no cálculo com frações" (Behr, Lehs, Post and Siver (1983)). No entanto, é fácil observar que muitos professores do ensino básico não percebem este fato e por acreditarem que o importante é saber calcular insistem em priorizar o ensino das operações com frações baseado na utilização de "regras práticas" desprezando, por vezes, a compreensão dos conceitos de frações e a ideia de equivalência.

Para Behr, Lehs, Post and Siver (1983), encontrar maneiras eficazes de ensinar este tema, continua a ser, pois, de extrema importância. Por um lado porque o dia a dia contempla várias situações onde os números racionais estão presentes, como as medições, estabelecimento de proporções, transformações geométricas, partilhas equitativas, entre outras, por outro, por que os alunos evidenciam muita dificuldade na compreensão desse tema.

Behr & Post (1992) afirmam que, para compreender os números racionais os alunos devem ter uma compreensão sólida das operações com números inteiros e a sua ordenação, assim como um bom entendimento do conceito de medida. De fato, os números racionais são o primeiro conjunto que os alunos aprendem que não se baseia em algoritmo de contagem experienciados por eles. (Não há o sucessor de um número racional ao contrário do que acontece com os números inteiros em que cada número inteiro $n \neq 1$ é sucessor de um outro $n - 1$.

Segundo Rodrigues (2008) pensar qualitativamente sobre os frações passa por fornecer aos alunos "ferramentas" que lhes permita compreender o valor relativo das frações. Para isso Bezuk & Cramer (1989) referem que estes devem ser capaz de ordenar frações com os mesmo numerador e avaliar se uma dada fração é maior que ½; ordenar frações familiares como 1/3, 1/4 e ¾ e conhecer as frações equivalentes a ½. Os mesmo autores dão uma indicação de como alcançar este objetivo:

> Para adquirir estas competências e habilidades os alunos devem ter a oportunidade de trabalhar modelos físicos (materiais manipuláveis como círculos fracionados, tiras de papel para abordagem, conjunto de objetos, etc), através de situações que envolvam suas próprias experiências, valorizando sempre a compreensão em detrimento dos procedimentos, que por vezes são mecanizados sem qualquer significado para o aluno. (BEZUK & CRAMER, 1989, p. 45)

Diante de tudo que foi dito pode-se concluir que há um longo caminho a percorrer no sentido de promover a compreensão dos conceitos envolvidos no estudo dos números racionais. Na verdade, na realidade escolar brasileira, as regras e os procedimentos impostos assumem grande relevo, ficando os processos impulsionadores da compreensão e a resolução de problemas concretos relegados para terceiro plano. É importante ressaltar que sem compreensão, sem envolvimento, sem interpretação e relacionamento das vivencias e dos aspectos pessoais que tem significado para cada um não há aprendizagem.

Finalizando esta secção salientamos o uso das tecnologias como recurso didático para o ensino das frações. As possibilidades neste campo, são muito ampla: Vídeo-aulas, textos, jogos, aplicativos, planilha de cálculos, etc. a realização de atividades práticas com estes recurso, feita em sala de aula pelo docente devidamente preparado, podem facilitar o processo ensino aprendizagem deste conteúdo. Neste particular, preferimos elucidar a utilidade destes recursos nas aplicações experimentais feita no nosso estudo com os alunos do 1º ano da escola de Ensino Médio Vivina Monteiro como pode ser visto no próximo capítulo.

4 PROJETO DE PESQUISA

4.1 Metodologia da pesquisa aplicada

Para realizar este estudo, considerando que um dos objetivos deste trabalho é mensurar estatisticamente a eficiência dos recursos tecnológicos como ferramenta didática no processo de ensino aprendizagem da matemática, em especial, visando fazer com que os alunos que chegam ao ensino médio possam superar as deficiências da base, ou seja, desenvolvam as competência e habilidades inerentes àqueles conteúdos de matemática da etapa de escolaridade anterior ao que o estudante se encontra e, consequentemente, melhore o desempenho da aprendizagem nessa disciplina no Ensino Médio, foi tomado os seguintes procedimentos:

Primeiro foi escolhido um componente curricular para a aplicação do estudo, a saber: os Números Racionais. A razão desta escolha, já mencionada anteriormente é simples: são conteúdos que satisfazem pelo menos duas condições, ou seja, os estudantes apresentam grande dificuldade de compreensão e domínio e trata-se de componentes curriculares imprescindíveis para uma boa aprendizagem da Matemática do Ensino Médio. Desta forma, este tema adequa-se perfeitamente a aplicação deste estudo, pois se deseja mostrar que usando os recursos tecnológicos pode-se superar essas deficiências e, consequentemente, melhorar o rendimento desses alunos na etapa escolar em que se encontram.

Para tanto, uma vez definido os Números Racionais como objeto de estudo, selecionou-se no universo desta unidade curricular um conjunto de competências e habilidades a serem testadas. A lista dessa competência pode ser verificada na tabela da página seguinte. O instrumental utilizado para averiguar o domínio dessas competências é uma lista contendo ao todo, 26 questões, aplicadas em forma de teste, o qual denominamos de pré-teste (anexo), onde cada uma delas, exceto a 6ª questão que complementa a 5ª, contém uma competência e habilidade específica. Note que foi contemplado nas sete primeiras questões alguns conteúdos relativos ao conjunto dos números naturais que consideramos imprescindíveis ao estudo das frações, como múltiplos e divisores, calculo do m.d.c, cálculo do m.m.c, reconhecimento de um número primo e decomposição em fatores primos. A inclusão dessas competências e habilidades leva em consideração o que foi dito no estudo teórico do capítulo anterior que enfatiza essa necessidade. As demais questões contemplam os Números Racionais nas suas múltiplas formas de representação: fração, decimais, porcentagens e dízimas periódicas. Enfatiza-se ainda, o fato de centrarmos esse estudo na resolução de problemas, alma da matemática conforme enfatizado anteriormente, tal fato justifica as questões que estão expressas em negrito.

Tabela 5: Lista de competências/habilidades dos testes aplicados

CÓD	Questões	Competência/habilidades
C1	01	Determinar os divisores de um número natural
C2	02	Determinar os múltiplos de um número natural
C3	03	Calcular o m.d.c. de um conjunto de números
C4	04	Calcular o m.d.c. de um conjunto de números
C5	05 e 06	Reconhecer números primos
C6	07	Decompor um número natural em fatores primos
C7	**08**	**Compreender a ideia de fração como uma relação parte-todo**
C8	**09**	**Compreender a ideia de fração como quociente de dois inteiros**
C9	**10**	**Compreender a ideia de fração como razão de grandezas**
C10	11	Comparar número na forma de fração
C11	12	Compreender equivalência de frações
C12	**13**	**Utilizar os conceitos de equivalência na resolução de problemas**
C13	14	Saber simplificar frações
C14	15	Adicionar e subtrair frações com denominadores iguais
C15	16	Adicionar e subtrair frações com denominadores diferentes
C16	**17**	**Aplicar os conceitos de adição e subtração de fração na resolução de problemas**
C17	18	Determinar o produto de números na forma de frações
C18	19	Determinar o quociente de números fracionários
C19	**20**	**Aplicar os conceitos de multiplicação e divisão de fração na resolução de problemas**
C20	21	Escrever uma fração na forma de porcentagens
C21	22	Escrever uma porcentagem na forma de fração
C22	23	Transformar frações em decimais
C23	24	Transformar decimais em frações
C24	25	Determinar a geratriz de uma dízima periódica
C25	26	Representar um número racional na reta real

O objetivo do pré-teste é saber como os alunos participantes, doravante denominados grupo de participantes, se encontravam antes da aplicação desse estudo, que na Escola de Ensino Médio Vivina Monteiro foi denominado de Projeto Avançando na Matemática. Para tanto, tabulamos o resultado de todos os alunos anotando o número de acertos por competência/habilidade utilizando o aplicativo Excel 2010. Calculamos o resultado em termos de acertos absolutos e relativos e confeccionamos gráficos para demonstrarmos esses resultados conforme pode ser visto nos próximos itens desse capítulo. A ideia central foi utilizarmos esse resultado em comparação com o resultado de outro teste aplicado no final do projeto. Chamamos este segundo teste de pós-teste. Esse último teste, da mesma forma que o primeiro, explora as mesmas competências da tabela acima. Da comparação dos dois testes extraiu-se a evolução dos participantes que foi calculada considerando o desempenho coletivo do grupo de uma forma geral e também a evolução por competência. Embora com objetivo secundário, também foi calculado o desempenho individual dos alunos participantes.

Esses mesmos testes foi aplicado a um grupo de alunos não participantes desse estudo o qual denominamos grupo de controle, procedendo-se com estes da mesma forma que procedemos com o grupo de participantes. A ideia aqui, é mostrarmos que a evolução dos alunos do grupo de participantes deu-se devido a aplicação do projeto, uma vez que, a única diferença entre os dois grupos é o fato de um deles estar participando da aplicação desse projeto de pesquisa. O pré-teste ainda foi utilizado para mostrar que os dois grupos, se não congruentes são muito semelhantes, além disso, serviu como instrumento diagnóstico, possibilitando direcionar melhor as ações aplicadas no projeto. Já o pós-teste foi utilizado para evidenciar a evolução dos grupos e, através da comparação, demonstrar as diferença entre ambos, reforçando os efeitos oriundos da aplicação do projeto, o que implica na verificação da hipótese desse trabalho: é possível superar as deficiências da base em matemática utilizado recursos tecnológicos.

O resultado será demonstrado por desempenho obtido em cada competência comparando os percentuais de acertos em cada uma delas, bem como, o desempenho geral do grupo, através da comparação das médias de pontuação nos dois testes. No primeiro caso, a obtenção dos percentuais de acertos observará os seguintes passos:

1. Conta-se o número de acerto de cada questão, já que, cada uma delas corresponde uma competência, exceto a 6º questão como já evidenciado;
2. Calcula-se o percentual de acertos de cada competência;
3. Atribui-se uma nota de 0 a 10 a cada participante proporcional ao percentual de acertos considerando a primeira casa decimal;
4. Calcula-se a média geral das notas da turma
5. Condensa-se os resultados em tabelas e gráficos com auxilio do aplicativo excel.

Procede-se de modo análogo com o pós-teste. A evolução será definida pela relação:

Percentual de evolução = percentual do pós-teste – percentual do pré-teste

Este procedimento descrito acima, como já foi dito, nos possibilitará averiguar a validade da seguinte hipótese: Os alunos podem superar as deficiências da base estudando os conteúdos que possuem deficiências utilizando os recursos tecnológicos.

Pretende-se mostrar ainda que satisfeita a hipótese a cima uma segunda pode ser satisfeita, ou seja: uma vez recuperado as deficiências da base aumenta o desempenho da aprendizagem dos conteúdos do ensino médio. A verificação dessa hipótese pode ser obtida seguindo os passos abaixo:

1) Anota-se a média obtida no segundo bimestre por cada um dos membros do grupo participantes;
2) Calcula-se a média aritmética dessas médias;
3) Procede-se de modo análogo com os membros do grupo de controle;
4) Comparam-se as médias aritméticas das médias dos grupos

Assim, a segunda hipótese será verificada comparando a média de desempenho de cada grupo. Definindo a média das médias bimestrais do grupo de participante de M_p e a média das médias dos componentes do grupo de controle M_C, obtendo-se uma , e somente uma, dos seguintes possibilidades:

$M_P > M_C$ → Resultado positivo

$M_p = M_c$ → Resultado nulo

$M_p < M_c$ → Resultado negativo

Por fim, o percentual de evolução (E) será obtido pela relação(em taxa percentual):

$E = [(M_p – M_c)/M_c] \times 100$

Vale salientar que a composição dos membros de cada grupo deu-se por sorteio. No caso específico do grupo de participantes, inicialmente foi feita uma exposição em cada um dos quatros 1ºs anos do turno da manhã da escola explicando como seria a aplicação do estudo. Solicitados a quem desejasse participar colocar os seus nomes para sorteio. Apareceram então 27 candidatos, dos quais sorteamos 20, visto que, o Laboratório Escolar de Informática - LEI dessa escola, local onde foi aplicado o projeto tem exatamente 20 computadores. Esses vintes sorteados fizeram então o pré-teste, entretanto, 3 nunca apareceram nos encontros seguintes e 2 outros desistiram devido a problema de transporte nas quintas-feiras à tarde. Para não ter que aplicar o teste fora de tempo foi evitado substituições e fechado então em 15 participantes. Para compor o grupo de controle sorteamos os vinte em conformidade com o grupo de participante mantendo a proporção por sala. Na tabulação dos dados, entretanto, deixamos o grupo com 15 para fazermos o paralelo com o grupo de participantes. Já o pós-teste no final do estudo foi aplicado a esses dois grupos, cada um com os mesmo 15 membros.

O perfil dos alunos do grupo participantes segue no próximo item, para tanto, elaboramos um instrumental que se denomina “questionário do aluno” anexo a este trabalho. Nele encontram-se variáveis relativas à vida estudantil, familiar, bem como, visões dos alunos sobre o uso dos recursos tecnológicos na matemática e suas expectativas sobre o futuro, em especial, no que diz respeito à vida acadêmica. Algumas dessas variáveis, especialmente aquelas que julgamos mais relevantes, será apresentada nesse texto, entretanto, a tabulação de todos os dados foi condensada numa tabela que também está disponível no anexo dessa dissertação.

Vale salientar que aplicação das aulas do projeto deu-se em oito encontros, no contra turno, mais precisamente, das 13 às 15:30 horas das tardes das quintas-feiras. Quando os alunos participantes foram submetidos aos recursos tecnológicos empregados, tais como, vídeo-aulas, jogos da internet, softwares de matemática e listas de exercícios. A dinâmica das aulas, bem como, o perfil dos grupos participantes e a descrição dos recursos aplicados segue nas próximas seções desse capítulo.

4.2 Perfil dos alunos participantes da escola de ensino médio Vivina Monteiro

A Escola de Ensino Médio Vivina Monteiro, onde esta pesquisa foi aplicada, é uma instituição de ensino da rede pública estadual do Ceará. Pertence a 17ª Coordenadoria Regional de Desenvolvimento da Educação – CREDE 17. Localizada na Rua Dr. Inácio Dias, 2180, centro da cidade de Icó-Ce, distante 370 km de Fortaleza, capital do estado. Atende uma clientela de baixa renda, em sua maioria da zona rural, ofertando o Ensino Médio Regular nos três turnos conforme mostra a tabela 6 abaixo:

Tabela 6: Matrícula 2014 da EEM Vivina Monteiro

TURNO	TURMAS	Nº DE ALUNOS	TURNO	TURMAS	Nº DE ALUNOS
	1ºA	43		1ºE	48
	1ºB	41	TARDE	2ºD	47
	1ºC	38		3ºD	39
	1ºD	42		SUBTOTAL	134
	2ºA	34	**TURNO**	**TURMAS**	**Nº DE ALUNOS**
MANHÃ	2ºB	41		1ºG	19
	2ºC	35	NOITE	2ºF	44
	3ºA	34		3ºF	48
	3ºB	34		SUBTOTAL	111
	3ºC	32			
	SUBTOTAL	374			
TOTAL GERAL		619			

FONTE: SIGE ESCOLA

Embora não seja objetivo fazermos inferência a partir da amostra de participante, pode-se dizer, mesmo por intuição e empirismo, dada a vivências do autor dessa dissertação nessa instituição de ensino há mais de 15 anos que o resultado inerente aos grupos participantes representa, se não exatamente mas com muita aproximação o perfil de toda escola. Se o questionário do aluno aplicado a estes grupo fosse estendido aos demais alunos da escola as possíveis diferenças seriam insignificantes em qualquer das variáveis analisadas neste tópico.

O grupo de participantes, cuja lista segue na tabela abaixo, são alunos do 1ºs anos do Ensino Médio dessa escola, mais precisamente do turno da manhã das turmas A, B, C e D. Todos estudam matemática com a professora Elisabete Nunes, licenciada em Matemática pela Universidade Estadual do Ceará - UECE, através do programa MAGISTER. Como ela aplica os mesmos conteúdos, metodologia, didática e avaliações nas quatro turmas, o trabalho com uma única turma ou com alunos dessas quatro turmas torna-se indiferente.

A codificação expressa na primeira coluna tem propósito didático, uma vez que, daqui pra frente em tabelas e gráficos quando for feita referência a este grupo de alunos será usada os códigos A1, A2, ... , A15 no lugar de seus nomes.

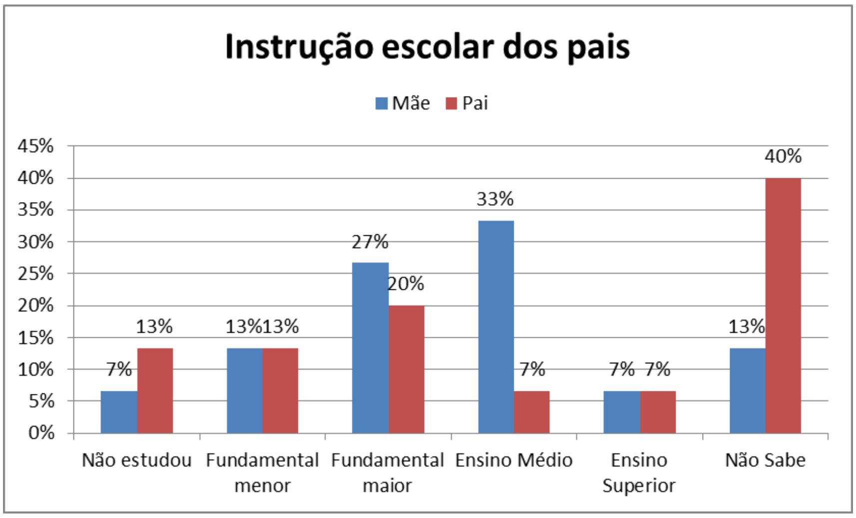
Tabela 7: Grupo de participantes

CÓD	NOME DO PARTICIPANTE	TURMA
A1	ALISSON	1ºA
A2	ANA ELLEN	1ºC
A3	ANDRE	1ºC
A4	BRUNA KARONE	1ºA
A5	CARLA FERNANDA	1ºA
A6	CÍCERO DA SILVA	1ºA
A7	CINTIA DA SILVA	1ºA
A8	GABRIELA ARAÚJO	1ºD
A9	JOSÉ ALCIOMAR	1ºB
A10	KAYNAM	1ºA
A11	MOISES	1ºB
A12	STEFANY	1ºA
A13	VICTOR	1ºA
A14	VITÓRIA DA SILVA	1ºA
A15	VITÓRIA SAMPAIO	1ºD

Fonte: Projeto de pesquisa

Como é possível averiguar é uma turma equilibrada em termos de gênero, precisamente, 7 homens e 8 mulheres. Destes, apenas 2 moram na cidade, isto significa em termos percentuais que 87% do grupo residem na Zona Rural do município. Esse fato limita a aplicação de projeto no contra turno, pois nem sempre é possível o acesso destes alunos à escola em horário diverso do turno em que estudam. São meninos e meninas filhos de agricultores em sua maioria, pertencem a famílias de baixa renda e possuem pais com instrução escolar pequena como bem demonstra o gráfico 1, abaixo.

Gráfico 1: Instrução escolar dos pais



Fonte: questionário do aluno

Note que apenas um pai e uma mãe tem nível superior, além disso, o desconhecimento do filho em relação o grau de instrução dos pais é devida a não convivência de alguns participantes com seus pais, em geral são criados pelos avós ou apenas pela mãe, salvo os casos de desinformação, neste caso, em geral o pai estudou pouco ou não estudou. Dessa situação é possível concluir que os pais não dispõem de capacidade pedagógica para um acompanhamento direto na aprendizagem de matemática, pois ninguém pode ensinar aquilo que não sabe, entretanto, isso não significa que não incentive seus filhos a estudarem. Um fato interessante que denota esse incentivo está nas questões 7 e 8 do questionário do aluno, onde é perguntado com qual frequência eles veem os pais lendo(questão 7) e se os pais os incentivam a leitura(questão 8). A resposta da primeira foi 87% às vezes e 13% raramente, contudo, 93% incentivam os filhos a prática da leitura.

Vale salientar ainda que são estudantes com 14 ou 15 de idade, com exceção apenas de dois, um com 16 e outro com 17 anos. Assim, são alunos do Ensino Regular na faixa etária correta. Destes 100% afirmam ter o desejo de ingressar numa universidade, serem cidadãos conscientes e terem melhores oportunidades que seus pais.

Para averiguarmos a utilização dos recursos tecnológicos pelos alunos e professores da disciplina antes da aplicação do projeto foram propostas as seguintes questões que recortamos do questionário do aluno (tabela 8), onde as resposta (A) equivale a sim e (B) equivale a não.

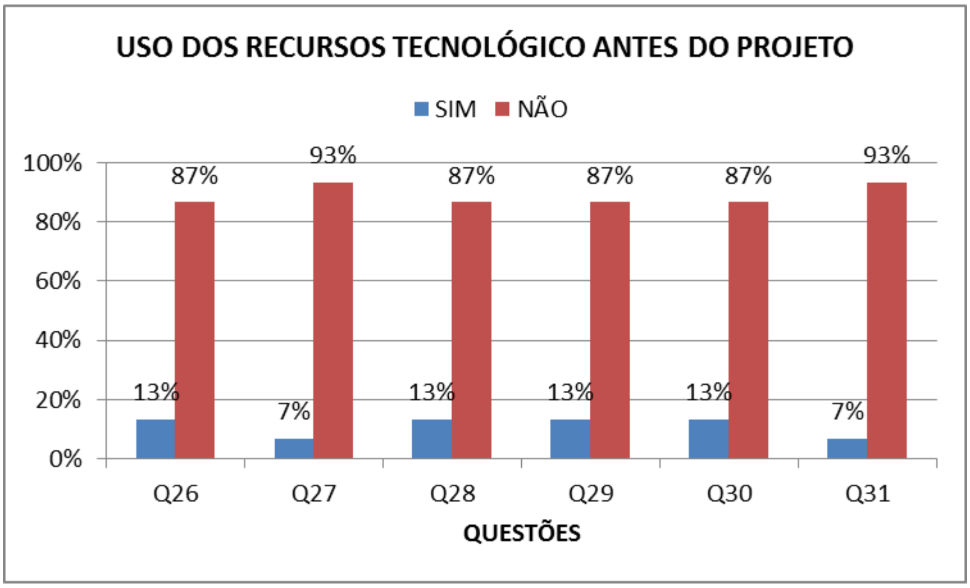
Tabela 8: Recorte do questionário do aluno

26	*O professor utiliza os recursos tecnológicos da escola*	(A)	(B)
27	*Você utiliza os recursos tecnológicos da escola para estudar matemática*	(A)	(B)
28	*Você utiliza algum recurso tecnológico em casa para estudar matemática*	(A)	(B)
29	*Você costuma estudar matemática utilizando as vídeo-aulas da internet*	(A)	(B)
30	*Você utiliza os jogos da internet para aprender matemática*	(A)	(B)
31	*Seu professor costuma utilizar a história da matemática em suas abordagens em sala de aula*	(A)	(B)

Fonte: questionário do aluno

As respostas seguem no gráfico abaixo, demostrando que a cultura de estudar matemática utilizando recursos tecnológicos pelos alunos participantes do projeto era muito tímida, quase inexistente na rotina de estudo relacionada ao processo de ensino aprendizagem dessa disciplina.

Gráfico 2: Uso dos recursos tecnológicos antes do projeto



Fonte: questionário do aluno

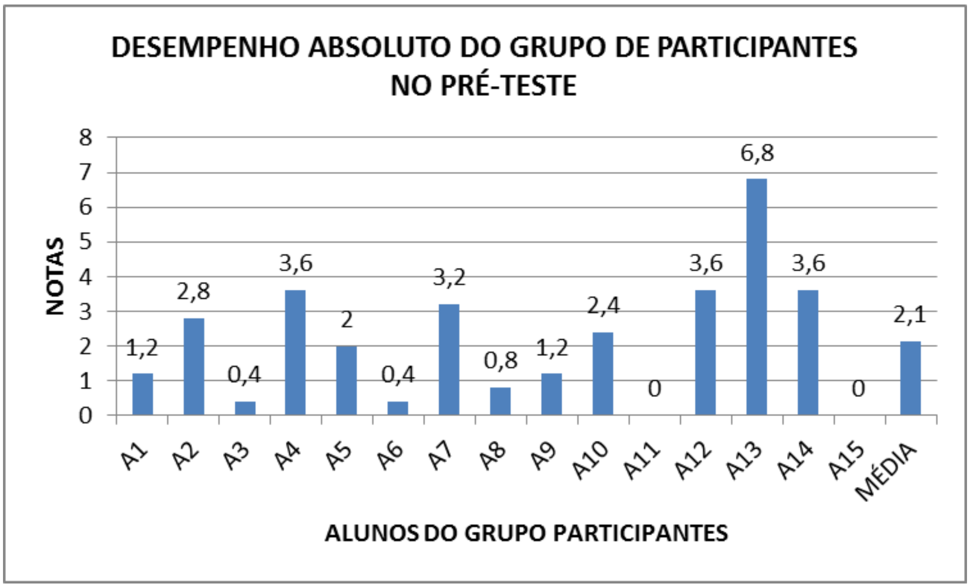
Quantos aos aspectos cognitivos, tanto do grupo de participantes como do grupo de controle, em especial, ao domínio das competências e habilidades relativas aos Números Racionais anteriores à aplicação do projeto, bem como as deficiências de aprendizagem desses conteúdos curriculares, objeto de estudo desse trabalho será apresentado no próximo item que trata da análise do pré-teste aplicado aos dois grupos.

4.3 Análise do desempenho do pré-teste

Como já foi dito o pré-teste é uma lista de 26 questões relacionada aos Números Racionais, cada questão, exceto a 6ª que complementa a 5ª, explora uma competência/habilidade listada na tabela 5 de C1 a C25 na seção 4.1. Esse teste foi aplicado aos grupos de participantes e de controle antes de qualquer aplicação de estudo desse projeto relativa ao uso dos recursos tecnológicos. O objetivo era utilizá-lo como instrumental para averiguar o que os alunos dos dois grupos dominavam antes deste estudo experimental. Através desse instrumento também podemos comparar os dois grupos em um mesmo tempo, bem como, perceber a evolução desses no final do projeto, quando os dois grupos foram novamente submetidos à aplicação de um segundo teste com as mesmas características do primeiro. A ideia central é mostrar que no inicio do processo os dois grupos detinham domínios muito próximos, senão congruentes e, que a evolução do grupo de participantes deu-se devido a aplicação do projeto, já que a única diferença entre os dois grupo é o fato de um deles estar participando dos encontros onde foi aplicado o projeto.

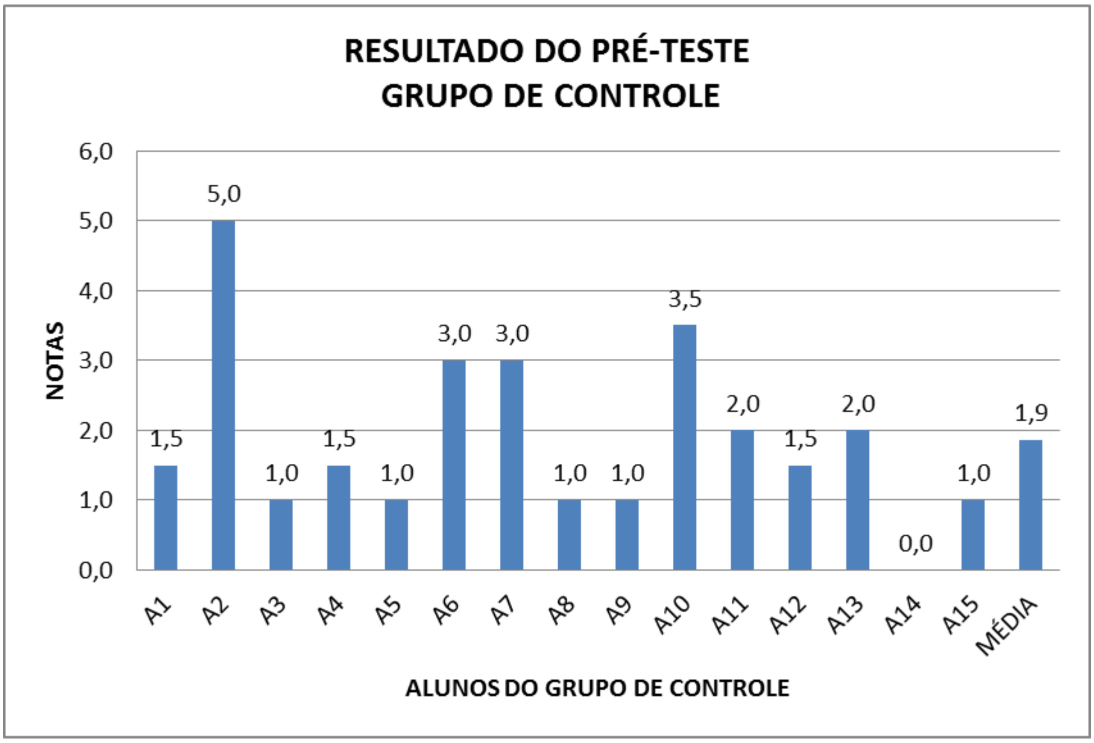
Os gráficos 3 e 4 demonstram o desempenho dos dois grupos considerando uma nota de 0 a 10 atribuída a cada aluno proporcional ao desempenho de cada um deles, bem como a média de cada grupo, veja:

Gráfico 3: Desempenho absoluto do grupo de participantes no pré-teste



Fonte: Pré-teste aplicado no projeto

Gráfico 4: Resultado do pré-teste – grupo de controle



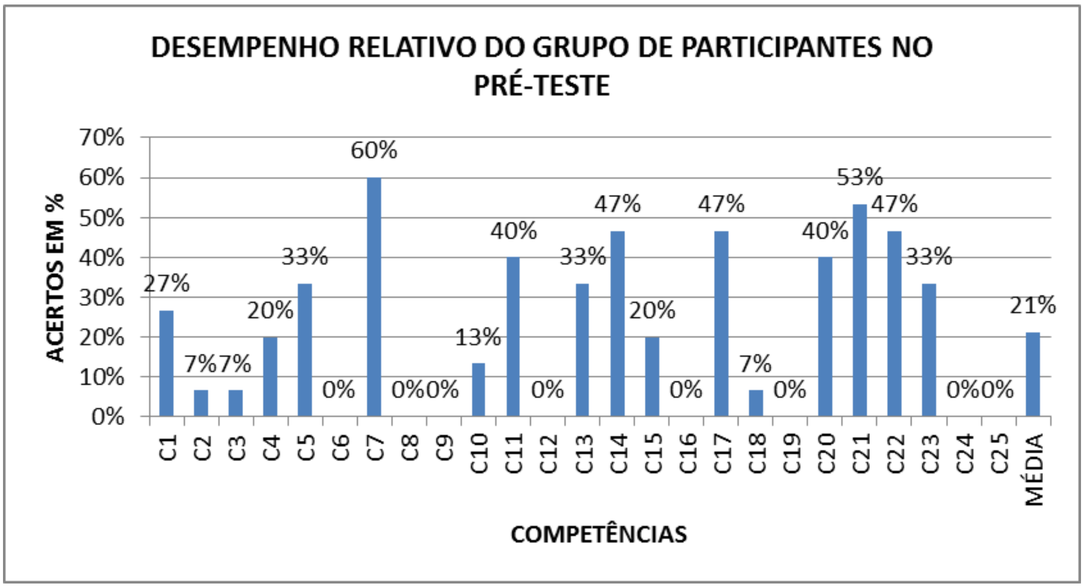
Fonte: Pré-teste aplicado no projeto

Os gráficos 3 e 4 mostram que os dois grupos possuíam saberes equivalentes no que diz respeito ao domínio e compreensão dos Números Racionais, isto é, as deficiências relativas às competências/habilidades desenvolvidas pelos dois conjuntos de estudantes são praticamente as mesmas. Enquanto a média do grupo de participantes foi 2,1 os do grupo de controle foi de 1,9. Esse resultado em termos percentuais são 21% e 19%, respectivamente, o que representa uma diferença de 2% apenas, que é insignificante para os propósitos desse trabalho.

Por outro lado esses números relavam um déficit de cerca de 80% no domínio dos Números Racionais reforçando a necessidade de superação que certamente só ocorrerá se algum tipo de intervenção for realizado. Essa condição extremamente lamentável engrandece a iniciativa que reveste a proposta desse trabalho que entre outros objetivos busca encontrar alternativas para superar essas deficiências através do uso dos recursos tecnológicos disponíveis na escola.

Para a compreensão do desempenho desses alunos e uma intervenção mais focada nas dificuldades foram tabulados os resultados considerando cada competência. Desta forma, torna-se possível saber em quais delas há maior incompreensão, facilitando, portanto direcionar melhor o trabalho de intervenção. Como a aplicação do projeto só contempla o grupo de participantes segue o resultado por competência/habilidade desse grupo no gráfico abaixo:

Gráfico 5: Desempenho relativo do grupo de participantes no pré-teste



Note que em oito das 25 competências os alunos obtivem 0% de desempenho, enquanto em apenas duas, C7 e C21, obtiveram desempenho superior a 50%. As demais se situam no intervalo de 7% a 47%, puxando a média relativa do desempenho por competência para 21%. Como são 15 alunos, isso significa que cada competência em média foi satisfeita por 3,2 alunos.

Os piores resultados são justamente aquelas competências (veja recorte da tabela do item 3.1 abaixo) que requer do aluno algum tipo de calculo de divisão ou alguma estratégia de resolução.

Tabela 9: Recorte da lista de competência/habilidades

CÓD	QUESTÕES	COMPETÊNCIA/HABILIDADE
C6	07	Decompor um número natural em fatores primos
C8	09	**Compreender a ideia de fração como quociente de dois inteiros**
C9	10	**Compreender a ideia de fração como razão de grandezas**
C12	13	**Utilizar os conceitos de equivalência na resolução de problemas**
C16	17	**Aplicar os conceitos de adição e subtração de fração na resolução de problemas**
C19	20	**Aplicar os conceitos de multiplicação e divisão de fração na resolução de problemas**
C24	25	Determinar a geratriz de uma dízima periódica
C25	26	Representar um número racional na reta real

Note ainda que o principal foco que deve nortear o ensino da matemática, isto é, ênfase na resolução de problemas, como foi bem demonstrado no estudo teórico do primeiro capítulo, não foi satisfeito demonstrando que durante o Ensino Fundamental os estudantes não conseguiram desenvolver essa competência, visto que, com exceção de C6, C24 e C25 as demais competências que o grupo obteve desempenho zero foi aquelas que se enquadra num contexto de aplicar os conceitos “aprendidos” na resolução de problemas.

Com relação às deficiências na divisão, possível causa que explica especialmente o resultado de C6 e possivelmente C24 e C25, dispomos abaixo dois gráfico extraído de um trabalho realizado pelo Laboratório Escolar de Informática – LEI da escola de Escola de Ensino Médio Vivina Monteiro, denominado Censo das quatro operações, aplicado a todos os alunos dos 1ºs anos da escola em fevereiro de 2014:

Gráfico 6: Divisão sem reserva

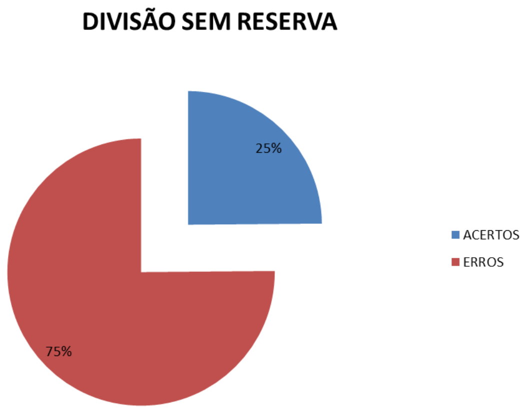
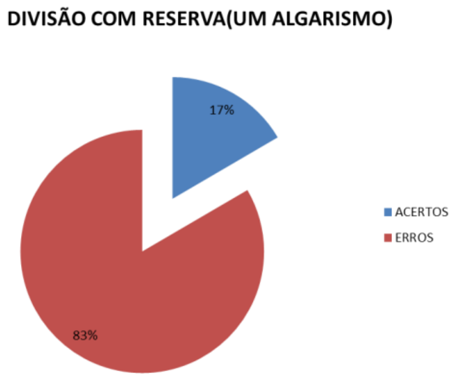


Gráfico 7: Divisão com reserva



Fonte: Censo das quatro operações

Observe que apenas 17% conseguem fazer uma continha de divisão por um algarismo. Quando a operação é por dois algarismos esse resultado é ainda mais catastrófico, a saber: apenas 6% dos alunos que ingressaram no ensino médio dessa escola este ano foram capazes de calcular corretamente uma continha de divisão por 25. A tabela com o resultado completo desse Censo está disponível no anexo desse trabalho.

Algumas observações expressam em erros muitos comuns cometidos na resolução do pré-teste expressam bem a falta de compreensão de alguns conceitos relativos aos Números Naturais e Racionais, vejamos alguns exemplos:

No que trata aos pré-requisitos necessário para uma boa aprendizagem dos números racionais, observa-se claramente que estes estudantes não dispões de tais habilidade satisfatoriamente, basta ver que nas cinco primeiras competência que trata de divisores(C1), múltiplos(C2), cálculo do m.d.c(C3), cálculo do m.m.c(C4), reconhecimento de um número primos(C5) e decomposição em fatores primos(C6) o rendimento foi caótico.

Na primeira questão (veja anexo) solicitava que se determinar-se o conjunto de todos os divisores de 18(item a) e 36(item b). Um terço dos participantes demonstraram total desconhecimento sobre o que seja um divisor deixando a questão em branco. Outros 5 alunos não reconhecem o número 1 como divisor universal e 4 não sabem que todo número natural diferente de zero é um divisor de si mesmo. Certamente é muito provável que a inabilidade com a divisão seja um fator preponderantes que explica o baixo rendimentos nessa competência. Obvio! Se o aluno não sabe dividir então não é capaz de determinar o conjunto de divisores de um número natural dado.

Na questão 2 pedia-se para escrever os múltiplos naturais de 4 menores que 50. Doze discentes não compreenderam a questão, dois deles não reconheceram o zero como divisor universal e apenas um satisfez corretamente o enunciado. Como consequência lógica da falta de domínio relacionada a divisores e múltiplos o resultado do cálculo do m.d.c e m.m.c não podia ser outro. Acrescente-se ainda que somente 33% reconheceram um número primo mesmo com a definição expressa na própria questão. E, mais agravante, ninguém foi capaz de decompor um número em fatores primos.

O desempenho de C7 a C9 mostra a ideia de fração como relação parte-todo é mais compreendida do que a fração como quociente ou razão entre duas grandezas. Mesmo assim a relação parte-todo é confundida com a relação parte considerada – parte complementar, ou seja, na questão 8 item a, em vez de expressar ¼ eles entendem que seja 1/3. Já no item b, em vez de 2/6 escreveram 2/4.

O resultado de C10, mostra um déficit muito grande na compreensão do conceito de equivalência, um pré-requisito imprescindível na aprendizagem dos Números Racionais, especialmente no que diz respeito à forma de fração. Essa incompreensão traz como consequências inevitáveis: deficiências na aprendizagem na comparação de frações (C10) e nas operações com frações especialmente, soma e subtração com frações com denominadores diferentes, o que certamente explica os resultados de C11 a C14.

Em relação ao produto de frações percebe-se que eles operam mecanicamente. Dessa forma acabam acertando, no entanto, como a deficiência de fazer contas é grande erram no cálculo. Já em relação ao quociente, o erro acontece por falta de compreensão da ideia de inverso. De um modo geral os participantes erram por enxergarem as operações como é ilustrado na tabela abaixo.

Tabela 10: Formas que os alunos enxergam as operações em Q

Operação	Forma que os alunos enxergam
$\frac{a}{b}+\frac{c}{d}$	$\frac{a+b}{c+d}$
$\frac{a}{b}-\frac{c}{d}$	$\frac{a-b}{c-d}$
$\frac{a}{b}\,x\,\frac{c}{d}$	$\frac{a\,x\,c}{b\,x\,d}$
$\frac{a}{c}:\frac{b}{d}$	$\frac{a\,:\,b}{c\,:\,d}$

Fonte: Projeto de pesquisa

Assim 60% dos alunos responderam os itens a e b da questão 12 de modo errado imaginando o processo de cálculo da seguinte da forma:

$a)\ \frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\frac{5}{6}=\frac{1+1+5}{2+3+6}=\frac{7}{11}$ e b) $\frac{1}{2}-\frac{1}{3}+\frac{5}{6}-\frac{3}{4}=\frac{1-1+5-3}{2-3+6-4}=\frac{2}{1}$

Para finalizar esta análise, observa-se ainda que o grupo de participantes nas competências restante, exceto no que diz respeito a representação de uma porcentagem na forma de fração apresentam índices de acertos inferiores a 50% mostrando que os estudantes também não relacionam as múltiplas formas de representação dos Números Racionais.

4.4 Dinâmica das aulas e descrição dos recursos utilizados nos encontros

Aplicado o pré-teste e tabulados os resultados, passamos para a aplicação das aulas usando recursos tecnológicos. Ao todo, oito encontros. Esses encontros ocorriam no contra turno, mais especificamente, nas quintas-feiras à tarde. A principio foi planejado utilizar o ambiente das 13 às 17 horas, entretanto, como alguns alunos tinham que regressar para a zona rural onde moram o horário ficou definido das 13 às 15:30 horas. As competências e habilidades foram trabalhadas em conjuntos conforme a conveniência de cada encontro ficando assim distribuído.

Tabela 11: Encontros do projeto

ENCONTRO	DATA	CONTEÚDOS	COMPETÊNCIAS/ HABILIDADES
-	13/03/2014	Todos	Aplicação do pré-teste
1º	20/03/2014	• Múltiplos e divisores	C1 e C2
2º	27/03/2014	• Número Primos; • Decomposição em fatores Primos; • m.d.c; • m.m.c	C3, C4, C5 e C6
3º	03/04/2014	• Noções de frações; • Tipos de frações; • Frações equivalentes	C7, C8, C9
4º	10/04/2014	• Redução ao mesmo denominador • Simplificação de fração; • Comparação de frações.	C10, C11, C12, C13
5º	24/04/2014	Operações com frações: • Adição; • Subtração; • Multiplicação; • Divisão • Potenciação	C14, C15, C16, C17, C18 e C19
6º	08/05/2014	• Decimais • Porcentagens	**C20, C21, C22 e C23**
7º	15/05/2014	Dízimas periódicas	C24 e C25
8º	22/05/2014	Todos os conteúdos vistos	Aplicação do pós-teste

A dinâmica de cada encontro seguia em geral o seguinte roteiro: inicialmente, os participantes assistiam às vídeo-aulas que contemplavam as competências/habilidades daquele encontro, em seguida desenvolvia uma lista de exercícios (disponível em anexo) e, sempre que o tempo era propício concluía-se com a aplicação de um jogo da internet relacionada aos conteúdos estudados ou de algum aplicativo do ambiente Linux, mais precisamente o KBruch e Kpercentage. A correção de alguma questão da lista de exercícios era corrigida pelo professor aplicador somente quando solicitada por algum aluno participante. A ideia primordial era deixar que aprendizagem dos saberes matemático acontecesse por meio do contato direto com os recursos tecnológicos aplicados. Isso não significa minimizar a função do professor, que como já foi dito nas reflexões teóricas do primeiro capítulo é a tecnologia das tecnologias e que nenhum recurso pedagógico, seja ele tecnológico ou não, funciona bem sem a o incentivo e orientação do professor. Neste particular, compete a ele, conhecer bem os recursos, selecionar, indicar e incentivar o seu uso. E ao aluno, o que se deseja é que este seja ambientado a uma cultura de estudo mais independente e assim de forma autônoma possa utilizar os recursos tecnológicos para aprender matemática e, por conseguinte, possa superar as deficiências da aprendizagem e melhorar o desempenho nessa disciplina. Segue-se, então, a descrição de cada recurso utilizado ao longo da aplicação do projeto.

4.4.1 Vídeo-aulas de matemática

O recurso de vídeo-aulas já bastante utilizados no meio acadêmico por estudantes universitários, inclusive e, especialmente, nos cursos de educação à distância, representa uma possibilidade de estudo nos dias atuais, visto que, é um recurso abundante e acessível a alunos de todos os níveis de escolaridade, estendendo-se do infantil ao doutorado. Através de canais e site da internet, geralmente associada ao youtube, é possível acessar todo tipo de aulas, produzidas para diversos públicos e por diversos tipos de profissionais. A variedade de aulas é impressionante, algumas são produzidas por pessoas quase leigas no assunto, movidas pelo desejo de ajudar a outros e outras são produções de institutos renomados como é o caso das aulas do Instituto Nacional de Matemática Pura e Aplicada – IMPA. Esse oceano de vídeo-aulas permite a usuários interessados a possibilidade de escolher aquelas que mais satisfazem as suas necessidades e estilo. Nesse projeto de estudo ao todo foram exibidas 47 aulas, cujo tempo de execução, o encontro em que foi aplicado, o endereço eletrônico e o número de visualizações até o momento de elaboração desse texto segue na tabela anexa a qual sugerimos ao leitor que a verifique antes da leitura do próximo parágrafo.

Como já foi dito, assistir as vídeo-aulas de matemáticas era a primeira atividade de cada encontro. Cada participante dispunha de um computador, um fone de ouvido e uma pauta orientando as sequências de vídeo-aulas daquele dia. Após o término de todas as aulas, os participantes resolviam uma lista de exercícios contemplando as mesmas competências/habilidades exploradas nas vídeo-aulas. No momento das vídeos-aulas o aluno tinha total liberdade de pausar o vídeo e satisfazer as sugestões de resolução de questões proposta pelo professor da vídeo-aula. Assim, em geral, o tempo de estudo com as vídeos-aulas tende a ser maior do que o tempo do vídeo disposto em anexo.

É interessantes registrar que algumas dessas aulas são produzidas para um público específico, outras, entretanto, para um público mais geral. No primeiro caso, temos, por exemplo, as aulas do Programa de Iniciação Científica da OBMEP. Elas são destinadas aos alunos medalhista da Olimpíada Brasileira de Matemática – OBMEP, tendo assim um grau de abstração bem maior do que aqueles vídeos produzidos com o intuito de ajudar alunos do Ensino Fundamental e Médio a compreender determinados conteúdos considerando suas necessidades específicas. O número de visualizações está relacionado há alguns fatores como tempo de disponibilidade do vídeo na rede, público para o qual foi produzido, tempo de duração do vídeo e aceitação pelo público em geral. Em regra, nota-se que vídeo mais curtos são mais visualizados.

Na aplicação do projeto, observou-se que vídeos de longa duração, digamos, com tempo superior a 30 minutos, cansavam os alunos. Dada essa observação desde o primeiro encontro, sempre que possível, optou-se, a partir do segundo, por aqueles mais curtos, mais objetivos, mais diretos. Daí, a preponderância por portais como o do Professor Augusto Azevedo, cujas aulas são denominadas de Aulas do Guto. Essa conclusão foi percebida levando em consideração a interatividade dos participantes com os vídeos que assistiram. A tabela a seguir sintetiza os canais do youtube mais utilizados nessa pesquisa, mostrando o número de vídeos utilizados no projeto, o total de vídeos-aulas disposta no canal e número de pessoas inscritas.

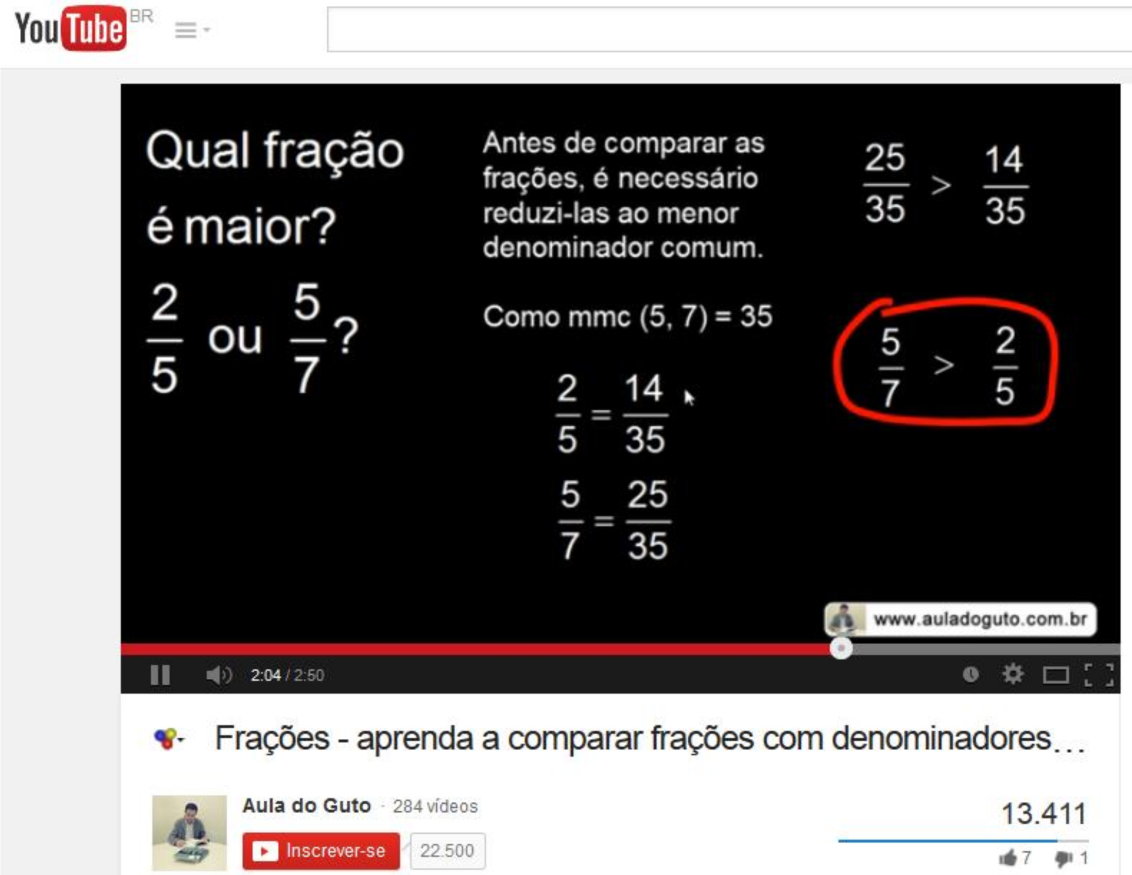
Tabela 12: Portais utilizados no projeto

PORTAIS/SITES MAIS UTILIZADOS	Nº de vídeos utilizados	Nº de vídeos dispostos	Nº de inscritos
Aulas do Guto: aulas grátis de matemática http://www.youtube.com/user/laugustoazevedo site: auladoguto.com.br	27	283	22.300
Nerkie https://www.youtube.com/channel/UCkD_O6F2yt97117PhrBxqYA site: www.vestibulandia.com.br	2	397	409.531
Portal da Matemática da OBMEP Site: matemática.obmep.org.br https://www.youtube.com/user/MPTOBMEP	5	229	2.349
Novo Telecursos https://www.youtube.com/channel/UCQSoWlOjLpux6byn21imw5Q	3	1.889	335.117
PENSI – Colégio e Curso https://www.youtube.com/channel/UC8vf8kc5FiNj6T9jFV46hiQ	2	312	16.888
Bruno Fraga Matemática do Vestibular https://www.youtube.com/channel/UC3pbDYAwLl9-ynZpQKVu8JQ	2	21	2.576
Outros	4	-	-
Total	47	-	-

Fonte: Projeto de pesquisa

Note que 27 aulas são do Professor Augusto Azevedo – Aulas do Guto. Como pode ser verificadas na lista de vídeos-aulas em anexo, essas aulas são de curta duração, variando de 1 minuto e 47 segundos a 10 minutos e 59 segundos. Foram as aulas de maior aceitação pelo grupo de participantes, certamente pelo fato de serem curtas e objetivas. Além disso, esse professor explora uma única competência por vídeo, uma característica que o diferencia de outras vídeo-aulas que, geralmente, trabalha algumas competências em conjunto. Embora não se tenha utilizado esse dado como critério de escolha das aulas nesse projeto, vale registrar que são aulas de grande aceitação pelo público em geral, das 27 utilizadas nesse estudo, às visualizações registradas no youtube até o momento da construção da lista variam de 4.189 a 86.590, além do fato do canal contar com mais de vinte mil inscritos. É interessante ainda notar que neste tipo de aulas o professor usa aplicativos computacionais para explorar os conteúdos e não aparece em nenhum momento da aula. Veja figura abaixo.

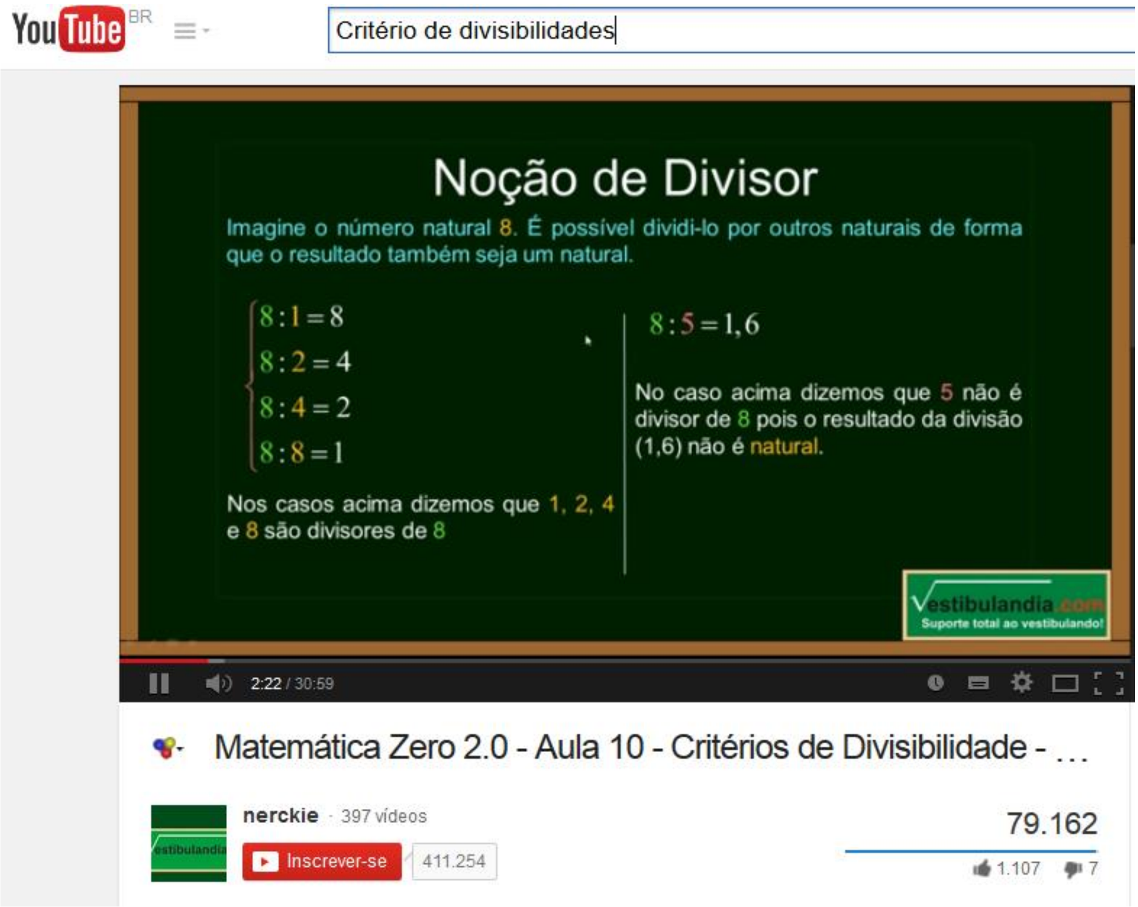
Figura 3: Vídeo-aula - aula do Guto



Fonte: youtube

As vídeo-aulas do Vestibulandia.com, site com 335.117 inscritos, são mais longas, explora as competências/habilidades em conjunto, mas numa linguagem muito acessível ao aluno. São 283 vídeos-aulas disponíveis nesse canal, das quais 26 vídeos fazem parte de um pacote denominado de Matemática Zero e as demais são aulas de conteúdos do ensino médio. As primeiras são conteúdos do ensino fundamental as demais mais voltadas para o vestibular. Aqui, foi utilizado apenas duas, exatamente as que tratam dos critérios de divisibilidade e dos números racionais. Essas aulas objetivam fazer com que os estudantes superem as deficiências da base antes de começarem a estudar os conteúdos do exame de vestibular mais centrados em conteúdos do Ensino Médio. Veja a figura abaixo:

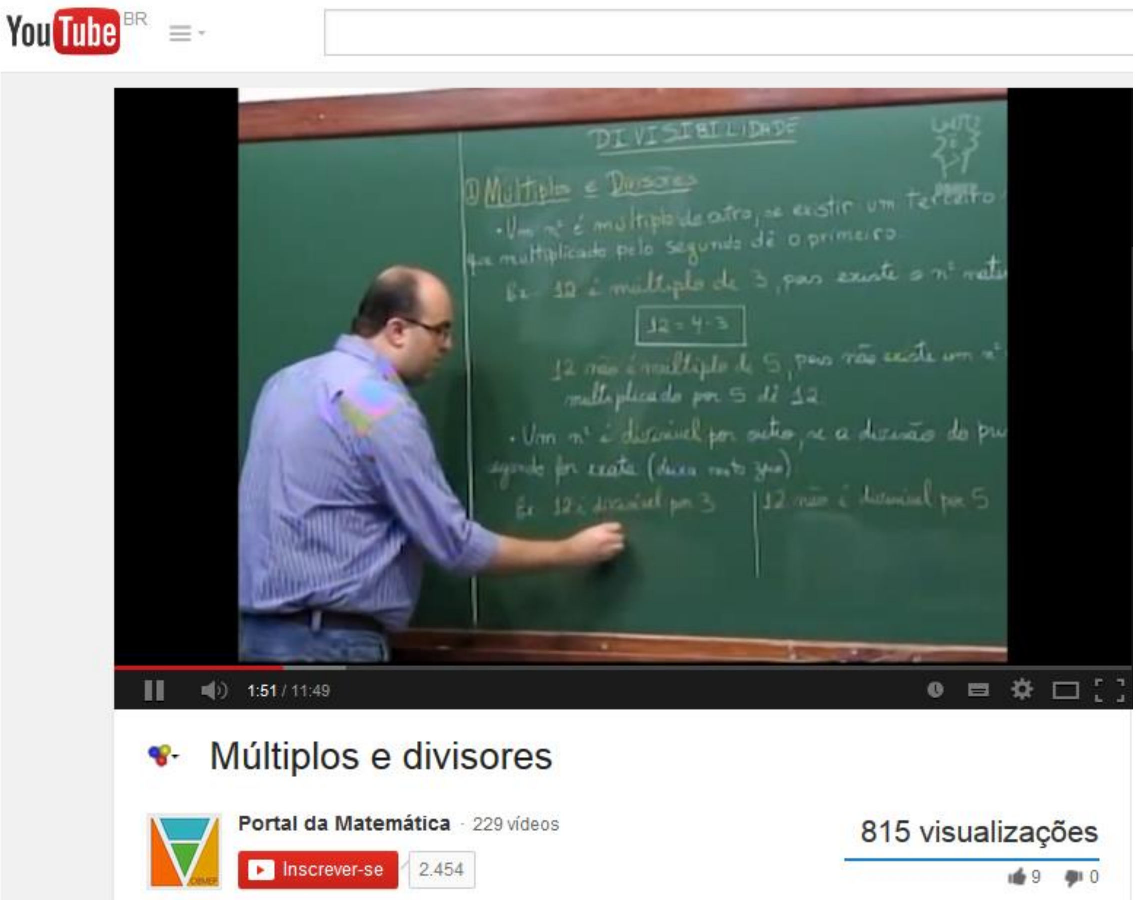
Figura 4: Vídeo-aula – vestibulandia.com



Fonte: youtube

O portal da matemática da OBMEP, como o próprio site enfatiza, “oferece a todos os alunos e professores do país vídeo-aulas de matemática que cobrem o currículo do 6º ano do ensino fundamental ao 3º ano do ensino médio”. Nesse trabalho, este portal foi o segundo mais utilizado, ao todo, 5 vídeo-aulas. Trata-se de um portal de domínio público cujo objetivo é divulgar e incentivar o estudo da matemática. Inclusive, oferece as escolas cadastradas na Olimpíada Brasileira de Matemática – OBMEP materiais impressos e DVDs que são enviados gratuitamente pelo correio. A característica marcante dessas aulas é o fato de serem produzido pelo IMPA, destacando-se em relação às outras pelo apreço aos fundamentos da matemática, tendo, portanto, mais rigor científico em sua elaboração. Outro diferencial dessas aulas em relação aos portais já comentados é que são ministradas por professores usando o quadro verde do IMPA. É, portanto, uma aula “normal” filmada. O nível de aceitação do público geral é tímido, talvez, por privilegiar um público especifico ou por que a cultura de estudo, bem como, a visão da matemática desse público seja divergente daquela proposta por esse portal.

Figura 5: Vídeo-aula – portal da matemática - OBMEP



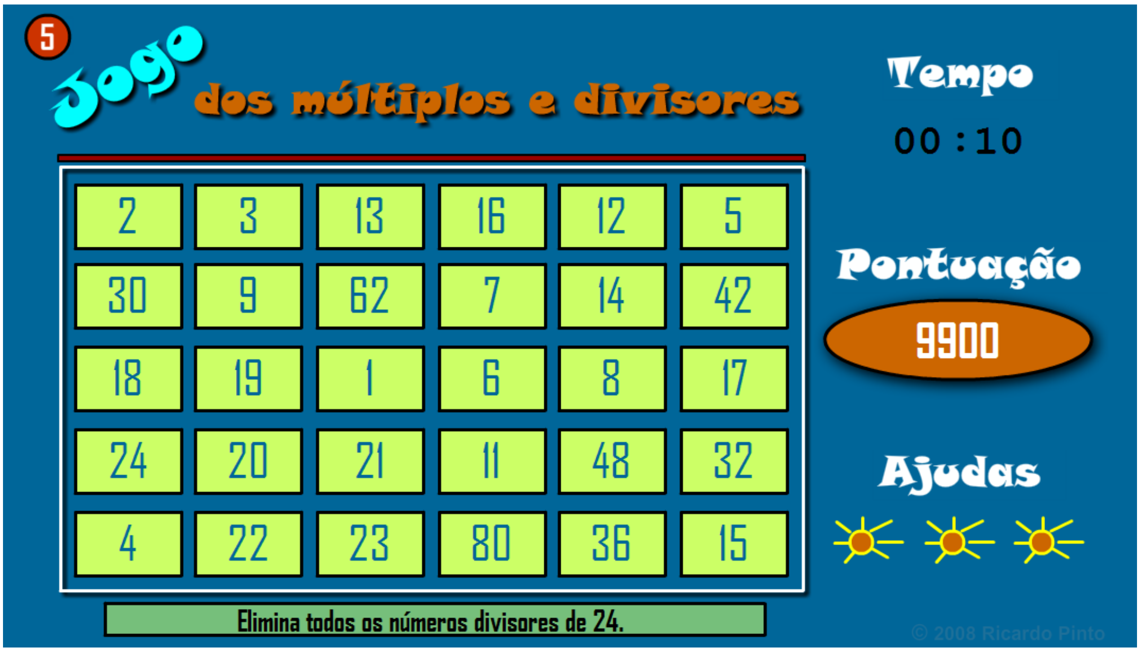
Algumas aulas do Novo Telecurso também foram aplicadas nesse estudo. São aulas bem “antigas”, mas que satisfazem a muitos usuários da contemporaneidade, apesar de não terem sido produzidos para este público atual. Para se convencer disso, bastar ver que este portal tem mais de 300 mil inscritos. Os aspectos mais preponderantes dessas aulas é o uso de um enredo por vários professores dramatizando a aula com o objetivo de mostra a aplicação da matemática no cotidiano. A contextualização e aplicação dos conteúdos matemático é uma característica marcante dessas vídeo-aulas. Os ministrantes apresentam os conceitos tanto usando o quadro branco como utilizando recursos tecnológicos de televisão. Outro aspecto interessante é que os conceitos são explorados dentro de uma lógica de resolução de problemas, fato que se equaciona muito bem com as teorias propostas para o ensino de matemática na atualidade.

Finalmente, as vídeo-aulas da Professora Daiana e do professor Bruno Braga dos portais, PENSI – Colégio e Curso e Matemática do Vestibular, respectivamente, tem em comum o fato de ambos usarem o quadro verde para expor conceitos e corrigir listas de exercícios ou problemas onde os conceitos são aplicados. Estes professores valorizam a saber fazer e o saber aplicar os conteúdos aprendidos na resolução de problemas básicos. São aulas com excelente aceitação do público geral (veja lista de vídeo-aulas em anexo) e que satisfizeram bem o nosso grupo de estudo.

Como foi visto nos parágrafos anteriores o projeto utilizou uma diversidade de vídeo-aulas de portais diferentes, buscando, sobretudo, alcançar objetivos também diversos, como objetividade e praticidade, valorização dos fundamentos científicos da matemática, contextualização e foco na resolução de problemas. Além disso, deu-se aos participantes a oportunidade de terem contatos com uma variedade de sites com estilos e objetivos diferentes possibilitando, além do conhecimento da existência deles, a opção de escolherem aqueles que mais lhes satisfazem para efeito de continuarem utilizando as vídeo-aulas como ferramenta de estudo da matemática mesmo depois da aplicação do projeto.

4.4.2 Jogos da internet e aplicativos do Linux Educacional

Figura 6: Jogos dos múltiplos e divisores

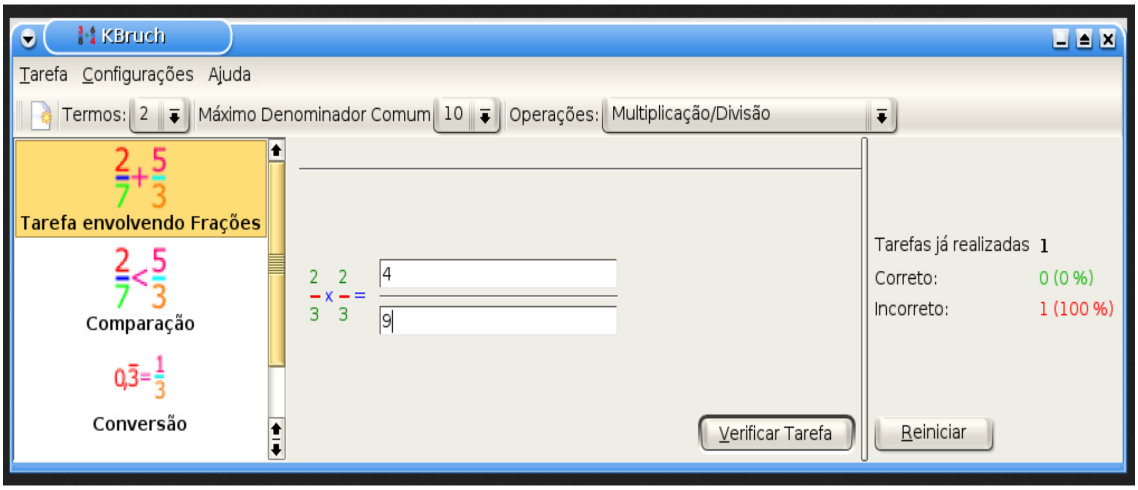


Fonte: http://www.rpedu.pintoricardo.com/jogos/Mult_Div/mult_divisores_2.html

Este jogo foi utilizado no primeiro encontro quando foram trabalhadas as competências relacionadas aos temas divisores e múltiplos. É um jogo eletrônico desenvolvido por Ricardo Pinto em 2008. Conforme explicam as instruções do próprio jogo o "objetivo desse jogo é muito simples. Para cada um dos níveis o participante tem de eliminar todos os números que obedeçam a uma determinada condição, por exemplo, eliminar todos os números que são múltiplos de 5 ou divisores de 50. No projeto estabelecemos um critério para a competição entre os participantes. Cada um deveria lutar para chegar ao nível 10. Na figura 6, temos um exemplo, o jogador estar no inicio do nível 5, cuja regra é eliminar todos divisores de 24. O jogador perde pontos se demora muito tempo ou se clica em algum número errado, além disso, se cometer 3 erros perde o jogo tendo que começar tudo novamente.

Esse jogo foi utilizado para exercitar os critérios de divisibilidade trabalhados nas vídeo-aulas dos primeiros encontros e familiarizar os conceitos de múltiplos e divisores. É importante registrar que muitas vezes o objetivo não é jogar para aprender matemática é aprender matemática para jogar. Assim se o professor for capaz de despertar no aluno uma paixão pelo jogo e consegui-lo envolver na competição de tal forma que ele queira ganhar, ele vai aprender matemática para se dar bem no jogo. Todavia, se aprendizagem de matemática vier a acontecer é indiferente se os saberes matemáticos em determinado momento de sua vida foi finalidade conseguida através de um recurso ou recurso para atingir uma outra finalidade.

Figura 7: Imagem do KBruch



O KBruch é um jogo que apresenta operações de soma, subtração, multiplicação e divisão de frações, fatoração, comparação de valores e conversão. É software livre que pode ser usado nas plataformas GNU/Linux. Este aplicativo está disponível em todos os computadores do Linux Educacional do Laboratório Escola de Informática da Escola de Ensino Médio Vivina Monteiro, ambiente usado na aplicação desse projeto.

O programa pode ser usado para praticar operações com frações e testar os conhecimentos do aluno. Em todos os vários exercícios, o KBruch irá gerar uma tarefa e o usuário terá que resolvê-la. O programa verifica os dados introduzidos e irá dar o resultado para eles. Com os resultados, o programa apresentará dados estatísticos. Possui diversas possibilidades de uso, respeitando os diferentes ritmos de aprendizagem. Este programa pode ser usado a partir da 4ª série do Ensino Fundamental.

No projeto este aplicativo foi utilizado em vários encontros, mais especificamente naqueles em que foram exploradas as competências/habilidades de operações com frações, comparação, transformação de fração em decimais, transformação de decimais em frações e no cálculo de porcentagem. Embora com características tradicionais, este aplicativo ganha relevância na medida em que pode ser utilizado estabelecendo um clima de competição entre os participantes, além disso, o mero fato do programa registrar os acertos e verificar o gabarito da tarefa de imediato também estimula sua utilização. Na verdade, o objetivo é treinar habilidades básicas relacionadas aos Números Racionais.

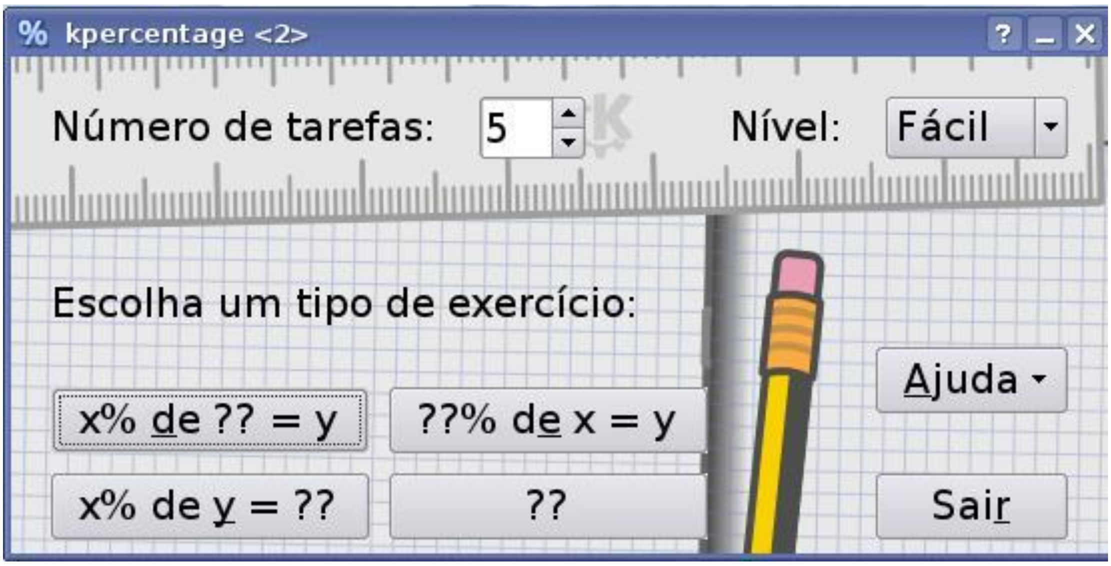
Considerando a grande deficiência que os estudantes ingressos no Ensino Médio tem com as operações de contas, a utilização desse programa torna-se muito proveitosa, visto que, o desenvolvimentos de outras competências relacionada a matemática explorada nessa fase escolar depende da agilidade de fazer cálculos

Kpercentage.

O Kpercentage é um jogo interativo indicado para o ensino de porcentagem em Matemática. Este jogo apresenta diversas opções de operações com porcentagem e pode ser usado para praticar e testar os conhecimentos do aluno. Faz também uma porcentagem de quantas vezes o aluno jogou e quantas acertou. Para jogar basta escolher um tipo de exercício, clicando nele e depois completar os campos em branco e clicar em aplicar para ver se o resultado está correto. A interface é colorida, divertida e fácil de usar.

Igualmente ao KBruch, faz parte do pacote instalado no Linux Educacional 2.0, estando, portanto, disponível no Laboratório Escolar de Informática em todos os computadores. Se coaduna com uma proposta de educação mais tradicional, no entanto, muito útil para o treino do cálculo de porcentagens. Veja figura abaixo:

Figura 8: Imagem do Kpercentage <2>



Note na figura que o usuário pode escolher o número de tarefas que varia de 1 a 10, bem como o nível, classificado em fácil, médio e louco. E, ainda escolher um tipo de exercício conforme tabela explicativa abaixo:

Tabela 13: Tipos de exercício do Kpercentage <2>

Tipo de exercício	Significado
X% de ?? = y	Nesse tipo o programa dar a taxa percentual (x) e a porcentagem (y) e pede ao usuário o valor do principal (??)
??% de x = y	Nesse tipo é dado o principal(x) e a porcentagem (y) pedindo, portanto, a taxa percentual(??)
X% de y = ??	Nesse tipo é dado a taxa percentual(x) e o principal (y), pedindo ao usuário o calculo da porcentagem(??)
??	Neste tipo o programa mistura os tipos anteriores

No projeto foi utilizado os quatro modelos, inicialmente para a familiaridade com o jogo, e em seguida estabelecida uma competição entre os participantes usando o quarto tipo de exercícios, no nível louco com 10 tarefas. Ganhava quem conseguisse terminar primeiro com um percentual maior de acertos.

4.5 Resultado do projeto de pesquisa

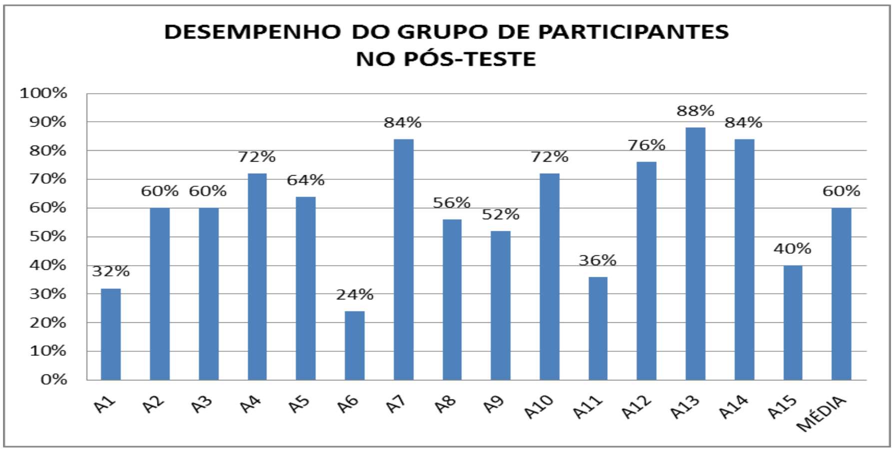
Como já foi dito antes, o pós-teste (em anexo) é um teste de 26 questões que explora 25 competências relacionadas aos Números Racionais, cada questão, exceto a 6ª que complementa a 5ª, corresponde a uma competência/habilidade. Aqui, ele foi utilizado como instrumental para calcular o desempenho dos participantes no nosso projeto de pesquisa. Como este teste tem o mesmo perfil do pré-teste realizado antes da aplicação do projeto, para saber a evolução de desempenho, basta comparar os dois resultados, o que será feito a seguir, das seguintes formas:

1. comparando o desempenho médio do grupo de participantes nos dois momento: antes e depois das aplicações de estudo, ou seja, comparando os resultado do pré-teste com o pós-teste
2. comparando o desempenho do grupo de controle nos dois momentos: antes e depois das aplicações. E, em seguida, comparando os resultados dos dois grupos, desta forma, mostrar-se-á que o desempenho melhor do grupo de participantes deu-se devido à aplicação do projeto.
3. Comparando o desempenho por competência/habilidade nos dois testes do grupo de participantes.

Com estas três formas ficam demonstrado os efeitos obtidos com o estudo realizado e averiguada a primeira hipótese desse trabalho, a saber: é possível superar as deficiências da aprendizagem em matemática utilizando recursos tecnológicos.

Para iniciar, veja no gráfico abaixo o desempenho individual dos participantes.

Gráfico 8: desempenho do Grupo de participantes no Pós-teste



Fonte: Pós-teste aplicado no projeto

Note que, apenas quatro participantes tiveram desempenho inferior a 50%, enquanto seis deles superam a faixa dos 70%. Além disso, todos os participantes evoluíram em relação ao desempenho do pré-teste, registrado no tópico: análise de desempenho do pré-teste. Em média, o grupo alcançou 60% de desempenho o que equivale a um crescimento de 39% em relação ao desempenho alcançado no primeiro teste. Veja também o resultado comparado na tabela 14, onde o valor absoluto (ABS) corresponde a uma nota de zero a dez atribuída a cada aluno em proporção ao seu desempenho relativo(REL).

Tabela 14: Resultado comparativo dos dois testes

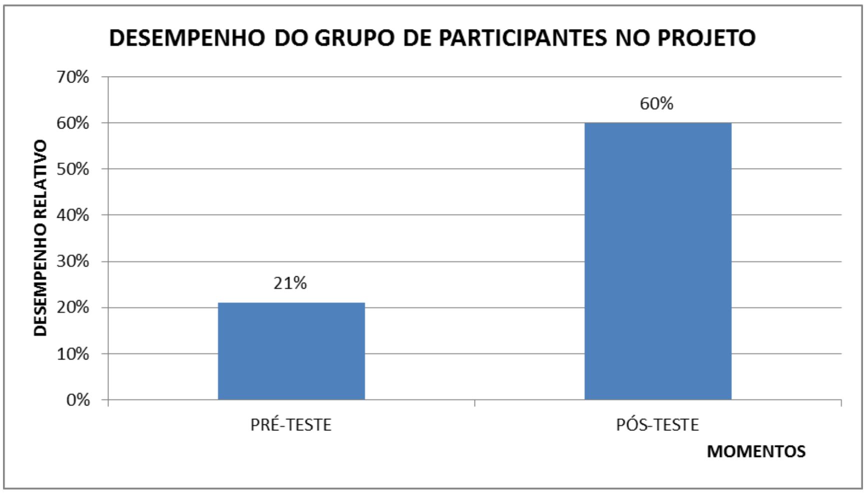
(Grupo de participantes)

RESULTADOS COMPARATICO DOS TESTES APLICADOS GRUPO DE PARTICIPANTES				
ALUNOS	NOTAS			
	PRÉ-TESTE		PÓS-TESTE	
	ABS	REL	ABS	REL
A1	1,2	12%	3,2	32%
A2	2,8	28%	6,0	60%
A3	0,4	4%	6,0	60%
A4	3,6	36%	7,2	72%
A5	2,0	20%	6,4	64%
A6	0,4	4%	2,4	24%
A7	3,2	32%	8,4	84%
A8	0,8	8%	5,6	56%
A9	1,2	12%	5,2	52%
A10	2,4	24%	7,2	72%
A11	0,0	0%	3,6	36%
A12	3,6	36%	7,6	76%
A13	6,8	68%	8,8	88%
A14	3,6	36%	8,4	84%
A15	0,0	0%	4,0	40%
MÉDIA	2,1	21%	6,0	60%

Fonte: pré-teste e pós-teste

Observe que mesmo aqueles que obtiveram um resultado tímido evoluíram. Desse resultado é possível inferir que a aplicação do projeto foi proveitosa para todos os participantes. O gráfico abaixo compara o desempenho do Grupo de Participantes antes e depois do projeto, observe:

Gráfico 9: Desempenho do grupo de participantes no projeto



Fonte: testes aplicados no projeto

Nota-se que em termos coletivos, o resultado também foi positivo. Em síntese, o resultado comparado, nos dois momentos; antes e depois do projeto, apresentado no gráfico 9 evidencia que esta evolução é devida a aplicação do projeto, pois os mesmos testes foram aplicados a um grupo de controle com o mesmo número de participantes oriundos das mesmas turmas do grupo de participantes e, como já evidenciado, mesmo perfil. A tabela 15 mostra os nomes, turma e o código A_1, A_2, ..., A_{15} que usaremos nos gráficos e tabelas no lugar dos nomes dos componentes desse grupo.

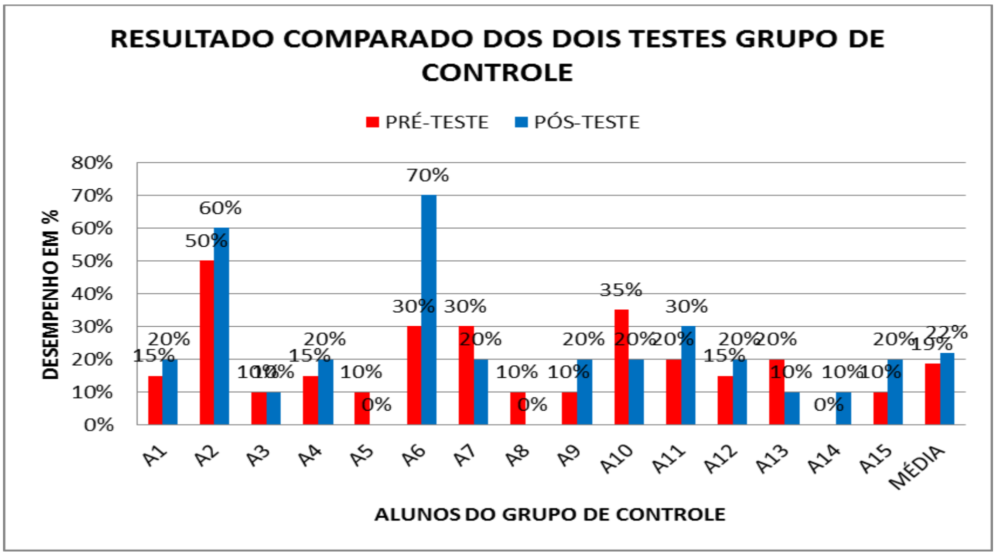
Tabela 15: Grupo de controle

CÓD	NOME DO ALUNO	TURMA
A1	DENILSON	1ºD
A2	ELRISSON	1ºA
A3	EZEQUIEL	1ºA
A4	FRANCENILDA	1ºA
A5	IGOR EMANOEL	1ºC
A6	JOAO DIAS	1ºA
A7	LAURYEN MARY ANNE	1ºA
A8	MARCOS ANTONIO	1ºA
A9	MARIA DAYZA	1ºA
A10	MARIA EDUARDA	1ºD
A11	MILENA MIRELLE	1ºA
A12	NAIARA	1ºB
A13	RAYLA	1ºA
A14	SAMUEL	1ºC
A15	VALDIANA	1ºB

Fonte: diário da professora de Matemática

O gráfico 10 mostra o desempenho relativo desse grupo nos dois testes, mostrando que não houve avanço significativo na passagem de um momento para outro como pode ser visto.

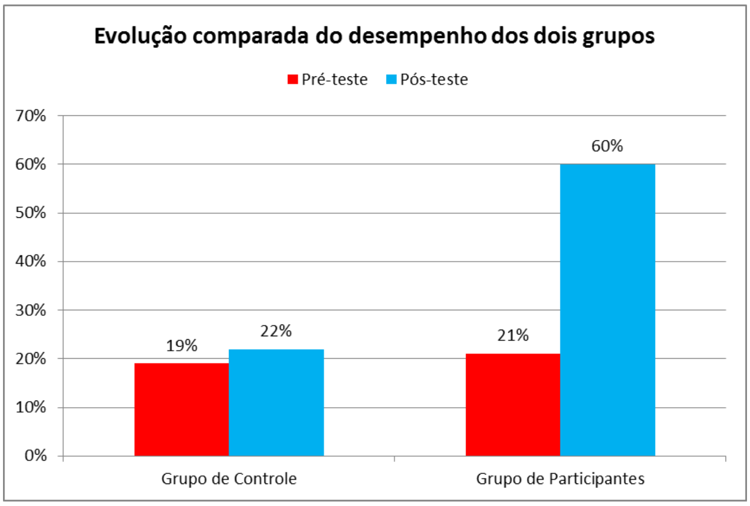
Gráfico 10: Resultado comparado dos dois testes - grupo de controle



Fonte: testes aplicados no projeto

Fazendo uma comparação com dos dois grupos, vê-se melhor o crescimento do grupo de participantes:

Gráfico 11: Evolução comparada do desempenho dos dois grupos

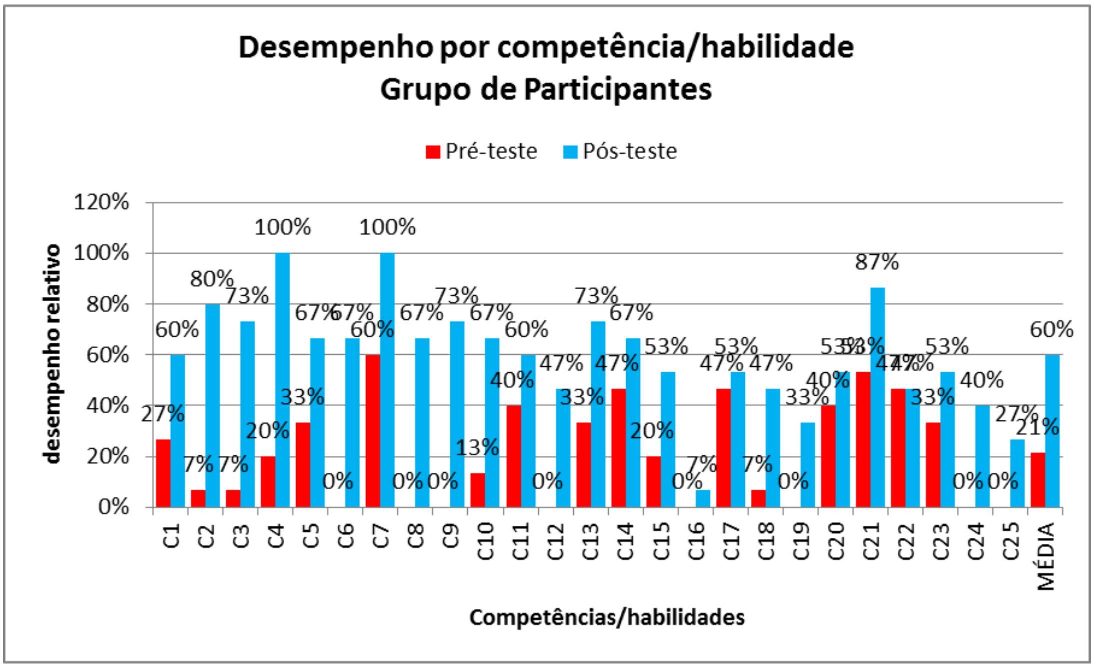


Fonte: testes aplicados no Projeto de Pesquisa

O gráfico acima mostra com muita precisão e de forma clara que o avanço do grupo de participantes é notório e deu-se em função das aplicações dos recursos tecnológico utilizados durante a aplicação do projeto, visto que o elemento diferenciador dos dois grupos é, justamente, o fato de um deles participar do estudo desenvolvido no projeto. Além disso, o crescimento de 3% do grupo de controle é insignificante se comparado aos 39% do outro grupo.

Essa evolução do Grupo de Participantes também pode ser vista por competência habilidades como mostra o próximo gráfico.

Gráfico 12: Desempenho por competência/habilidade – grupo de participantes



Fonte: testes aplicados no projeto

Observando o gráfico 12 é fácil perceber que em todas as competências habilidades trabalhadas houve uma evolução positiva. Duas delas, C4 e C7, alcançaram a excelência. Essas competências dizem respeito às habilidades de calcular o m.d.c e compreender as frações como relação parte-todo, respectivamente. Em outras como C12, C16, C19, C22, C24 e C25 o desempenho foi muito tímido. Trata-se justamente de saber aplicar os conceitos aprendidos na resolução de problemas e da determinação de geratrizes. Isso mostra a necessidade de uma intervenção mais elaborada nessas competências, um tempo maior de estudo aculturando os alunos a prática de utilizar os conceitos matemáticos como instrumento de resolução de problemas. Nas demais habilidades o resultado é intermediário, situa-se na faixa de 60% a 87% denotando um alcance positivo das aplicações dos recursos tecnológicos empregados.

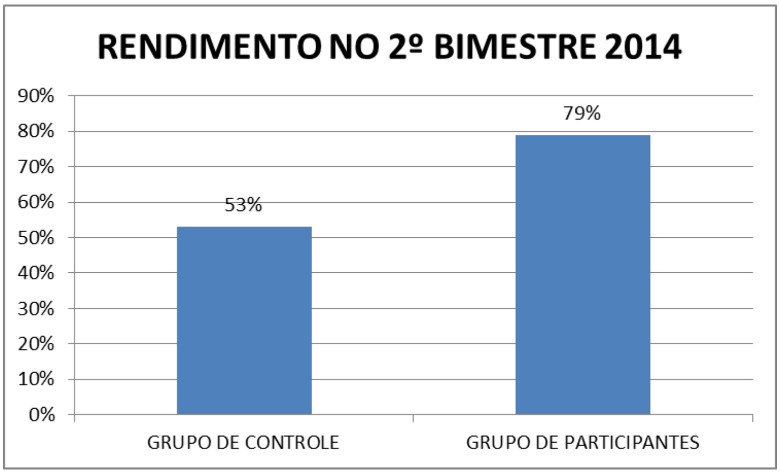
Para finalizar esta secção segue abaixo na tabela 16 a lista de média obtidas no segundo bimestre pelos alunos dos dois grupos e as respectivas média das médias de cada grupo.

Tabela 16: Desempenho no 2º bimestre dos dois grupos

DESEMPENHO 2º BIMESTRE		DESEMPENHO 2º BIMESTRE	
GRUPO DE PARTICIPANTES		GRIPO DE CONTROLE	
ALUNO	MÉDIA	ALUNO	MÉDIA
A1	6	A1	5
A2	7	A2	4
A3	10	A3	5
A4	8	A4	5
A5	8	A5	5
A6	7	A6	5
A7	8	A7	6
A8	7	A8	6
A9	10	A9	5
A10	9	A10	6
A11	5	A11	6
A12	10	A12	6
A13	9	A13	5
A14	6	A14	5
A15	8	A15	5
MÉDIA	**7,9**	**MÉDIA**	**5,3**

Essa tabela mostra que as notas dos alunos do grupo participantes foram superiores. De fato, em termos relativos tem-se uma diferença de 26% como ilustra o gráfico abaixo:

Gráfico 13: Rendimento no 2º bimestre dos dois grupos



Fonte: SIGE ESCOLA

Com este resultado conclui-se que a nossa segunda hipótese foi satisfeita, ou seja, uma vez superada as deficiência da base melhora o rendimento no Ensino Médio. Embora, não se tenha alcançado a excelência, contudo, o desempenho do grupo de participantes foi bem melhor que o grupo de controle, reforçando a importância de intervenções similares ao que foi realizado nesse projeto de pesquisa. Desta forma, mostra-se que recuperar conteúdos essenciais de etapas anteriores implica, além da superação das deficiências desses conteúdos propriamente ditos, em melhoramento da aprendizagem de saberes matemático da etapa em que o estudante se encontra.

Para encerrar esta seção, vale salientar que os resultados não se limitam as mensurações quantitativas comentadas até aqui, há também aspectos de ordem qualitativas que não se conseguem para mensurar, como por exemplo, a motivação dos alunos frente as atitudes relacionadas a prática de estudar matemática antes e depois do projeto. O estudo aplicado possibilitou aos participantes o contato com outros projetos de grande dimensão, como é o caso dos portais de vídeo-aulas, cujos objetivos é a difusão, apoio e incentivo a aprendizagem do conhecimento matemático. A maioria nem sequer conheciam e muitos menos utilizavam. Na avaliação feita no final do projeto através de um instrumental elaborado para avaliar a percepção dos participantes (instrumental e resultado em anexo), algumas respostas permite concluir que aceitação do trabalho realizado foi bastante satisfatória. Além disso, muitos alunos prometem continuar utilizando os recursos tecnológicos aplicados por conta própria e revelaram o desejo de continuar participando dos encontros se o projeto fosse continuar. Este fato é muito gratificante, pois representa a gênese de uma nova cultura de estudar matemática inédita até então na rotina do cotidiano da escola.

5 CONCLUSÃO

Diante de tudo que foi apresentado nessa dissertação, espera-se que todas as discursões desde o estudo bibliográfico até o projeto de pesquisa contribuam para novas reflexões acerca do processo de ensino-aprendizagem de Matemática. Foi visto, nos primeiros capítulos que o desempenho dos estudantes brasileiros, especialmente em matemática é muito insatisfatório. Esse quadro sugere a busca incessante de possíveis soluções que melhore essa realidade. Este trabalho foi norteado pelo desejo de apresentar uma proposta de intervenção que de alguma forma contribuísse para melhorar o desempenho dos estudantes do Ensino Médio que já ingressam nessa fase com um nível muito grande de deficiências. Priorizou-se aqui, por ser considerado um dos problemas mais acentuados e que mais reflete no desempenho dos estudantes de matemática nessa fase de escolaridade, as deficiências da base, ou seja, as lacunas da aprendizagem advindas do ensino fundamental e, buscou-se uma alternativa de superação dessas deficiências.

Assim, motivado por esse desejo, investigou-se em vários autores e documentos oficiais, como os Parâmetros Curriculares Nacionais – PCNs, o que se apresenta como possibilidade de contribuição no ensino da matemática. Refletiu-se aqui, aspectos que se relacionam às deficiências do ensino aprendizagem num âmbito educacional mais holístico; o uso dos recursos tecnológicos aplicado ao ensino da matemática e as características mais específicas inerentes aos Números Racionais. Espera-se que todos que tiverem a oportunidade de ler este texto sejam contagiados pela reflexão a agir e buscar alternativas que gerem resultados positivos no desempenho da aprendizagem dessa ciência tão importante na vida pessoal, social e profissional de qualquer cidadão.

Foi, também, tendo em vista essas reflexões teóricas, que foi realizado um estudo experimental com os alunos ingressantes do 1º ano da Escola de Ensino Médio Vivina Monteiro verificando os efeitos da aplicação de alguns recursos tecnológicos no estudo da Matemática. Mais especificamente, foi utilizado os recursos de vídeo-aulas de matemática, jogos da internet, aplicativos do Linux Educacional e listas de exercícios.

A partir dos resultados obtidos nesse estudo a conclusão é que diante de um oceano de deficiências e percalços que personifica o processo de ensino-aprendizagem dessa disciplina, a tecnologia, é sim, uma alternativa que pode ser usada para superar as deficiências da base e, consequentemente, melhorar o desempenho dos estudantes nessa disciplina. Com apenas 7 encontros de 2,5 horas de estudos utilizando recursos tecnológicos como vídeo-aulas e jogos de internet conseguiu-se aumentar de 21% para 60% o nível de domínio das competências/habilidades testadas no projeto. Além disso, registrou-se uma melhora de 26% nas médias do 2º bimestre do grupo dos alunos participantes em relação ao grupo de alunos não participantes (grupo de controle). Este fato evidencia que num projeto mais contínuo pode-se chegar bem mais próximo da excelência.

O mais interessante ainda é que uma nova cultura de estudar matemática foi iniciada na escola, ou seja, o projeto representou a gênese de uma prática que os alunos participantes ainda não tinham, a saber: estudar matemática utilizando recursos tecnológicos como vídeo-aulas de matemática e jogos da internet. Uma cultura, inclusive, que pode ser continuada e estendida aos demais alunos da escola. Trata-se de uma prática simples, que não depende de especialista para ser realizada. Eis aqui, mais uma aspecto relevante: a fácil possibilidade de aplicabilidade.

As escolas podem, inclusive, incentivar o uso desses recursos pelos alunos, seja através de projeto como este, utilizando ambientes como o Laboratório Escolar de Informática – LEI ou até mesmo gravando as vídeos-aulas e jogos em DVDs para serem utilizados em vídeo nas próprias residências dos alunos. Compete, portanto, aos professores, coordenadores e outros profissionais ligados à educação escolar conhecer, selecionar, gravar e incentivar o uso desses recursos. É, exatamente isso, que se deseja que aconteça.

Na verdade a tecnologia existe e influencia a cada dia mais a vida das pessoas em todas as esferas do cotidiano, logo, a escola não pode ignorar essa presença e influência, muito pelo contrário, deve saber utilizar, de modo a produzir resultados favoráveis, sem fantasias, de forma prática e objetiva. Não se trata de substituir as metodologias já existentes nas escolas, as aulas expositivas do professor ou a didática por ele utilizada, trata-se de acrescentar uma forma de estudo que pode surtir efeitos positivos, tendo sempre em vista melhorar o desempenho dos nossos estudante em matemática, uma ciência brilhante, necessária e essencial na vida de qualquer cidadão, seja qual for a esfera que se deseje considerar.

REFERÊNCIAS

ÁVILA, Geraldo Severo de Souza. *Várias faces da matemática: tópico para licenciatura e leitura geral.* 2. Ed. São Paulo: Blucher, 2010.

BERLINGHOFF, Willian P. *A matemática através dos tempos*: um guia fácil e prático para professores e entusiastas. 2ª edição. São Paulo: Blucher, 2010.

BRASIL, Ministério da Educação, Secretaria de Educação Média e Tecnológica. *Parâmetros Curriculares Nacionais:* Ensino Médio. Brasília, 1999.

BRASIL, Ministério da Educação, Secretaria de Educação Média e Tecnológica. *Parâmetros Curriculares Nacionais–PCN+:* Ensino Médio. Brasília, 2000.

BRASIL. *Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional. Lei nº 9394, de 20 de dezembro de 1996.* Educação Fundamental. Brasília: 1998.

FREIRE, Paulo. *Pedagogia da autonomia: saberes necessários à prática educativa*. 35. Ed. São Paulo: Paz e Terra, 1996.

GIOVANNI, José Ruy; BONJORNO, José Roberto, *Matemática Completa* – 2ª ed. Renov. São Paulo: FTD, 2005.

GIRALDO, Victor; CAETANO, Paulo e MATOS, Francisco. *Recursos computacionais no ensino de Matemática.* Rio Janeiro: SBM, 2012.

IEZZI, Gerson, *Matemática: Ciência e aplicações*, 1: Ensino Médio/Gerson Iezzi...[et al.]. 6ª ed. São Paulo: 2010.

LIBÂNEO, José Carlos. *Didática.* São Paulo: Cortez, 1994 (Coleção magistério. Série formação do professor).

LIMA, Elon Lages. *Análise real volume 1.* Funções de uma variável. 11ª Ed. Rio de Janeiro: IMPA, 2012.

LIMA, Elon Lages; CARVALHO, Paulo César Pinto; WAGNER, Eduardo e MORGADO, Augusto César. *A matemática do ensino médio.* volume 1-10 ed. Rio de Janeiro: SBM, 2012.

LUCENA, Jorge, *Os números fracionários no Ensino Fundamental:* história, aplicação e dificuldades na aprendizagem Brasil escola. 2014.

MACHADO, Nilson José, *Matemática e realidade:* análise dos pressupostos filosóficos que fundamentam o ensino da matemática. 5. ed. São Paulo: Cortez, 2001

MORAN, José Manuel. Interferências dos meios de comunicação no nosso conhecimento. *Revista Brasileira de Comunicação.* São Paulo. v. 7. Pg. 36- 49. jul/dez 1994.

MORAN, José Manuel; MASETTO, Marcos T.; BEHRENS, Marilda Aparecida. *Novas tecnologias e mediação pedagógica.* Campinas: Papirus, 2000.

NETO, Ernesto Rosa. *Didática da Matemática.* Série Educação. 11ª ed. São Paulo: Editora Ática, 2006.

PARÂMETROS CURRICULARES NACIONAIS. *Terceiro e quarto ciclos do ensino fundamental.* Matemática. Ministério da Educação e do Desporto. Secretaria de Educação. Brasília: 1998

PARRA, Cecilia. *Didática da matemática:* reflexões psicopedagógicas. Porto Alegre: Artmed, 1996.

RODRIGUES, Ana Paula Alves, *A literatura para criança, meio de potenciar aprendizagens em matemática.* Universidade Aberta: Lisboa, 2008.

ROQUE, Tatiana, *Tópicos de História da Matemática*. Tatiana Roque e João Bosco Pitombeira Carvalho. Rio de Janeiro: SBM, 2012.

SANCHO, Juana Maria; HERNÁNDEZ, Fernando. *Tecnologia para transformar a educação.* Tradução Valério Campos. Porto Alegre: Artmed, 2006.

SILVA, Bento Duarte da. *Educação e comunicação*. Braga: CEEP/Universidade do Minho, 1998.

SMOLE, Kátia Cristina Stocco; DINIZ, Maria Ignez de Sousa Vieira, *Matemática.* Ensino Médio. volume 1. 5ª ed. São Paulo: 2005.

VALENTE, J. *A. Formação de professores:* diferentes abordagens pedagógicas. O computador na sociedade do conhecimento. Campinas: NIED-UNICAMP, 1999.

ANEXO A – PRÉ-TESTE: NÚMEROS RACIONAIS

Definição 1

Um número natural **a** será **múltiplo** de um número natural **b** diferente de zero, quando **a** for **divisível** por **b** ou **b** for **divisor** de **a.**

Considerando a definição acima, determine o que se pede nas questões 01 e 02.

01 – O conjunto de todos os divisores naturais dos números:

a) 18 b) 36

Resposta: ______________________________ Resposta: ____________________________

02 – O conjunto de todos os múltiplos naturais de 4 menores que 50.

Resposta:____

Definição 2

Dados dois ou mais números naturais, não simultaneamente nulos, denomina-se **máximo divisor comum(m.d.c)** desses números o maior dos seus divisores comuns.

03 – De acordo com a definição 2 determine o m.d.c. dos números naturais abaixo:

a) 50 e 75 b) 56, 84 e 210

Resposta:_____________ Resposta:_____________

Definição 3

Dados dois ou mais números naturais não-nulos, denomina-se **mínimo múltiplo comum(m.m.c)** desses números o menor de seus múltiplos que seja diferente de zero

04 – De acordo com a definição 2, determine o m.m.c dos seguintes números naturais:

a) 24 e 30 b) 12, 15 e 20

Resposta:_____________ Resposta:_____________

Definição 4

Um número que possui apenas dois divisores naturais distintos(o número 1 e ele mesmo) é denominado **numero primo.**

05 – Verifique quais dos números abaixo são primos:

12 17 27 30 41 45 49 51 57 61

06 – Escreva todos os números naturais primos menores que 20

____

____

07 – Faça a decomposição em fatores primos e escreva cada número abaixo na forma fatorada completa.

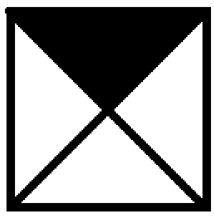
a) 18 ______________________ b) 300______________________

Número Racionais: Frações e decimais

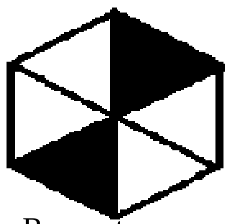
A palavra fação vem do latim fractione e quer dizer “dividir, quebrar, rasgar”. Fração, no dicionário, quer dizer “porção”, “parte de um todo”.

08 – Os triângulos destacados representam que fração de cada figura?

a)



b)



Resposta: ____________________________ Resposta: __________________________

09 – Três amigos jantam juntos em um restaurante, ao receberem a conta de 40 reais resolvem dividir esse valor, de modo que cada um pague exatamente a mesma quantia. Neste caso, qual o número racional que representa o valor que cada amigo deve pagar?

Resposta: ____________________________

10 – Numa sala de aula de 42 alunos, 13 homens e 29 mulheres. Neste caso, determine a:

a) Fração de homens dessa sala

Resposta: ____________________________

b) A fração de mulheres dessa sala

Resposta: ____________________________

c) A razão entre o número de homens e o número de mulheres dessa sala

Resposta: ____________________________

11 – Responda com V (verdadeiro) ou F (falso)

a) ( ) $\frac{1}{3} > \frac{1}{6}$ d)( ) $\frac{1}{5} = \frac{2}{10}$

b) ( ) $\frac{1}{2} = \frac{2}{6}$ e)( ) $\frac{2}{3} > \frac{2}{6}$

c) ( ) $\frac{1}{3} < \frac{3}{6}$

12 – As frações $\frac{5}{9}$ e $\frac{a}{36}$ são equivalentes. Qual deve ser o número colocado no lugar da letra a?

Resposta:_____________

13 – Três caixas d'agua tem a mesma capacidade. Uma está com 5/6 da sua capacidade, outra com 4/7 e a terceira com 11/14. Qual das caixas está mais cheia?

14 – Obtenha a forma irredutível das frações:

a) $\frac{12}{18}$ b) $\frac{8}{20}$

Resposta:____________ Resposta:____________

15 – Calcule e, se possível, simplifique os resultados.

a) $\frac{1}{9}+\frac{5}{9}+\frac{2}{9}$ b) $\frac{7}{15}-\frac{3}{15}-\frac{2}{15}$

Resposta:____________ Resposta:____________

16 – Calcule o valor das expressões numéricas:

a) $\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\frac{5}{6}$ b) $\frac{1}{2}-\frac{1}{3}+\frac{5}{6}-\frac{3}{4}$

Resposta:____________ Resposta:____________

17 – O chão da sala de jantar da casa de Denise está sendo acarpetado. Num dia foi colocado carpete em 6/8 do chão e, no dia seguinte, em 2/11.

a) Qual a fração que representa a parte acarpetada?

Resposta:____________

b) Qual a fração que representa a parte onde falta colocar carpete?

Resposta:____________

18 – Efetue as multiplicações indicadas, usando a técnicas do cancelamento quando possível.

a) $\frac{1}{3}\ x\ \frac{4}{7}$ b) $\frac{2}{7}x\frac{11}{2}$

Resposta:____________ Resposta:____________

19 – Calcule:

a) $5 : \frac{1}{4}$ b) $\frac{10}{3} : \frac{5}{9}$

Resposta:____________ Resposta:____________

20 - Seu Jorge tem cinco filhos. Ele comprou um grande terreno e dividiu igualmente entre eles. Anos depois, Júlio, o filho mais velho de seu Jorge, decidiu dividir seu terreno entre seus três filhos. Em relação ao terreno original, qual é a fração que representa a quantidade recebida por cada filho de Júlio?

Resposta:_____________

21 – Escreva na forma de porcentagem as seguintes frações:

a) $\frac{3}{4}$ b) $\frac{1}{2}$

Resposta:_____________ Resposta:_____________

22– Escreva na forma de fração o valor expresso em cada item:

a) 8% b) 43%

Resposta:_____________ Resposta:_____________

23 – Escreva na forma de decimais as seguintes frações:

a) $\frac{2}{5}$ b) $\frac{1}{3}$

Resposta:_____________ Resposta:_____________

24 - Escreva na forma de fração os seguintes decimais:

a) 0,25 b) 1,5

b) Resposta:_____________ Resposta:_____________

25 – Represente usando frações as seguintes dízimas periódicas:

a) 0,444... b) 0,121212...

b) Resposta:_____________ Resposta:_____________

26 – O intervalo de 0 a 1 foi dividido em partes iguais conforme figura abaixo. Neste caso, quais os números racionais(frações) que corresponde as abcissas dos pontos P e Q na figura?

0 P Q 1

|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|

Resposta:_____________

ANEXO B - PÓS-TESTE: NÚMERO RACIONAIS

Definição 1

Um número natural **a** será **múltiplo** de um número natural **b** diferente de zero, quando **a** for **divisível** por **b** ou **b** for **divisor** de **a.**

Considerando a definição acima, determine o que se pede nas questões 01 e 02.

01 – O conjunto de todos os divisores naturais dos números:

a) 12 b) 54

Resposta: ____________________________ Resposta: ____________________________

02 – O conjunto de todos os múltiplos naturais de 6 menores que 50.

Resposta:____

Definição 2

Dados dois ou mais números naturais, não simultaneamente nulos, denomina-se **máximo divisor comum (m.d.c)** desses números o maior dos seus divisores comuns.

03 – De acordo com a definição 2 determine o m.d.c. dos números naturais abaixo:

a) 30 e 75 b) 63, 84 e 210

Resposta: ____________________________ Resposta: ____________________________

Definição 3

Dados dois ou mais números naturais não-nulos, denomina-se **mínimo múltiplo comum(m.m.c)** desses números o menor de seus múltiplos que seja diferente de zero

04 – De acordo com a definição 2, determine o m.m.c dos seguintes números naturais:

a) 28 e 56 b) 12, 18 e 20

Resposta: ____________________________ Resposta: ____________________________

Definição 4

Um número que possui apenas dois divisores naturais distintos(o número 1 e ele mesmo) é denominado **numero primo.**

05 – Verifique quais dos números abaixo são primos:

12 17 27 30 41 45 49 51 57 61

06 – Escreva todos os números naturais primos menores que 20

____

____

07 – Faça a decomposição em fatores primos e escreva cada número abaixo na forma fatorada completa.

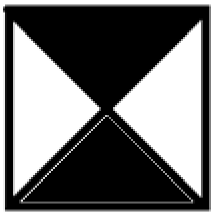
a) 24 ______________________ b) 200______________________

Número Racionais: Frações e decimais

A palavra fação vem do latim fractione e quer dizer “dividir, quebrar, rasgar”. Fração, no dicionário, quer dizer “porção”, “parte de um todo”.

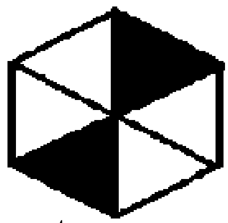
08 – Os triângulos destacados representam que fração de cada figura?

a)



Resposta: ____________________________

b)



Resposta: ____________________________

09 – Três amigos jantam juntos em um restaurante, ao receberem a conta de 20 reais resolvem dividir esse valor, de modo que cada um pague exatamente a mesma quantia. Neste caso, qual o número racional que representa o valor que cada amigo deve pagar?

Resposta: ____________________________

10 – Numa sala de aula de 29 alunos, 13 homens e 16 mulheres. Neste caso, determine a:

a) Fração de homens dessa sala

Resposta: ____________________________

b) A fração de mulheres dessa sala

Resposta: ____________________________

c) A razão entre o número de homens e o número de mulheres dessa sala

Resposta: ____________________________

11 – Responda com V (verdadeiro) ou F (falso)

a) ( ) $\frac{1}{3} > \frac{1}{6}$

b) ( ) $\frac{1}{2} = \frac{2}{6}$

c) ( ) $\frac{1}{3} < \frac{3}{6}$

d)( ) $\frac{1}{5} = \frac{2}{10}$

e)( ) $\frac{2}{3} > \frac{2}{6}$

12 – As frações $\frac{5}{4}$ e $\frac{a}{36}$ são equivalentes. Qual deve ser o número colocado no lugar da letra a?

Resposta:_____________

13 – Três caixas d'agua tem a mesma capacidade. Uma está com 5/6 da sua capacidade, outra com 4/7 e a terceira com 11/14. Qual das caixas está mais cheia?

14 – Obtenha a forma irredutível das frações:

a) $\frac{12}{27}$ b) $\frac{8}{24}$

Resposta: ____________________________ Resposta: ___________________________

15 – Calcule e, se possível, simplifique os resultados.

a) $\frac{1}{9}+\frac{5}{9}+\frac{2}{9}$ b) $\frac{7}{15}-\frac{3}{15}-\frac{2}{15}$

Resposta: ____________________________ Resposta: ___________________________

16 – Calcule o valor das expressões numéricas:

a) $\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\frac{5}{6}$ b) $\frac{1}{2}-\frac{1}{3}+\frac{5}{6}-\frac{3}{4}$

Resposta: ____________________________ Resposta: ___________________________

17 – O chão da sala de jantar da casa de Denise está sendo acarpetado. Num dia foi colocado carpete em 6/8 do chão e, no dia seguinte, em 2/11.

a) Qual a fração que representa a parte acarpetada?

Resposta:_____________

b) Qual a fração que representa a parte onde falta colocar carpete?

Resposta:_____________

18 – Efetue as multiplicações indicadas, usando a técnicas do cancelamento quando possível.

a) $\frac{1}{3}\ x\ \frac{4}{7}$ b) $\frac{2}{7}x\frac{11}{2}$

Resposta: ____________________________ Resposta: ___________________________

19 – Calcule:

a) $5 : \frac{1}{4}$ b) $\frac{10}{3} : \frac{5}{9}$

Resposta: ____________________________ Resposta: ___________________________

20 - Seu Jorge tem cinco filhos. Ele comprou um grande terreno e dividiu igualmente entre eles. Anos depois, Júlio, o filho mais velho de seu Jorge, decidiu dividir seu terreno entre seus três filhos. Em relação ao terreno original, qual é a fração que representa a quantidade recebida por cada filho de Júlio?

Resposta:_____________

21 – Escreva na forma de porcentagem as seguintes frações:

a) $\frac{3}{4}$ b) $\frac{1}{2}$

Resposta: ____________________________ Resposta: ___________________________

22– Escreva na forma de fração o valor expresso em cada item:

a) 8% b) 43%

Resposta: ____________________________ Resposta: ___________________________

23 – Escreva na forma de decimais as seguintes frações:

a) $\frac{2}{5}$ b) $\frac{1}{3}$

Resposta: ____________________________ Resposta: ___________________________

24 - Escreva na forma de fração os seguintes decimais:

a) 0,25 b) 1,5

Resposta: ____________________________ Resposta: ___________________________

25 – Represente usando frações as seguintes dízimas periódicas:

a) 0,444... b) 0,121212...

Resposta: ____________________________ Resposta: ___________________________

26 – O intervalo de 0 a 1 foi dividido em partes iguais conforme figura abaixo. Neste caso, quais os números racionais(frações) que corresponde as abcissas dos pontos P e Q na figura?

0 P Q 1

|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|

Resposta:_____________

ANEXO C - ENCONTROS

Universidade Federal do Ceará- UFC

Mestrado Profissional de Matemática em Rede Nacional - PROFMAT

Projeto Avançando na Matemática

Discente: Cícero Soares Ferreira

1ºENCONTRO: DIVISORES E MÚLTIPLOS

1 - Determine o conjunto de todos os divisores de cada um dos números naturais abaixo:

a) 12
b) 36
c) 100
d) 144

2 – Escreva o conjunto de todos os múltiplos de 7 menores que 100

3 – Dentre as afirmações seguintes, quantas são verdadeiras?

a) Todos os números naturais são divisíveis por 1
b) Qualquer número natural diferente de zero é sempre divisível por 1e por ele mesmo.
c) O zero é o único número natural divisível por todos os números naturais, com exceção do 0.

4 – Resolva as charadinhas:

a) Qual é o menor número natural que se deve subtrair de 719 para se obter um número divisível por 23?
b) Qual é o menor número natural que se deve adicionar a 706 para se obter um número divisível por 13?

5 – Descubra qual é o número entre 50 e 60 divisível ao mesmo tempo por 2, 3 e 6.

6 – Considere os números 325d e 70b3

a) Qual o menor valor que se pode atribuir à d para que 325d seja divisível ao mesmo tempo por 2 e por 3?
b) Qual o menor valor que se pode atribuir à b para que 70b3 seja divisível por 9?

7 – Dentre os elementos do conjunto A = {2, 3, 5, 6, 8, 9, 10} identifique os que são divisores de:

a) 14
b) 18
c) 25
d) 45

8 – Qual é o maior múltiplo de 13, menor que 300?

9 – Qual é o maior múltiplo de 13 maior que 100?

10 – Veja se consegue resolver:

a) O que é, o que é? Um número natural divisível por 2 e 3, maior que 30 e menor que 40?
b) Você saber dizer quais números naturais menores que 8 são múltiplos de 2 e de 4 ao mesmo tempo?

2ºENCONTRO: NÚMEROS PRIMOS, DECOMPOSIÇÃO EM FATORES PRIMOS, M.D.C e M.M.C

1. Utilize o Crivo de Erastóstenes e determine todos os números primos menores que 50.

2. Verifique quais dos números abaixo são primos

47	51	69	83	91	97	39	24	99

3. Decomponha em fatores primos e escreva a forma fatorada completa de:

a) 48
b) 180
c) 108
d)210

4. A fatoração completa do número 1200 é 2^a x 3^b x 5^c. Qual o valor de a + b + c?

5. Quando você decompõe em fatores primos, você obtém 2^2 x n x 5. Quanto vale x?

6. Os números 54 e 72 possuem divisores comuns. Qual é o maior deles?

7. Aplicando a técnica de decomposição simultânea em fatores primos, determine o m.d.c. e o m.m.c. dos números naturais:

a) 112 e 70   c) 56, 84 e 210

b) 90 e 225   d) 144, 216 e 288

8. Duas tábuas devem ser cortadas em pedaços de mesmo comprimento, sendo esse comprimento o maior possível. Se uma tábua tem 90 cm de comprimento, e a outra tem 126 centímetros, qual deve ser o comprimento de cada pedaço, se toda a madeira deve ser aproveitada?

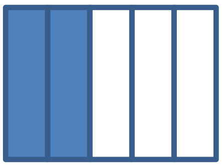
9. Um relógio A bate a cada 15 minutos, outro relógio B, bate a cada 25 minutos, e um terceiro relógio C bate a cada 40 minutos. Qual é, em horas, o menor intervalo de tempo decorrido entre duas batidas simultâneas dos três relógios?

10. Ao separar o total de suas figurinhas, em grupo de 12, de 15 e 24. Caio observou que sobravam sempre 7 figurinhas fora dos grupos. Se o total das figurinhas for compreendido entre 200 e 300, qual será a soma dos algarismos do número de figurinhas de Caio?

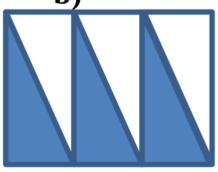
3ºENCONTRO: NÚMEROS PRIMOS, DECOMPOSIÇÃO EM FATORES PRIMOS, M.D.C e M.M.C

1. A parte pintada representa que fração da figura em cada um dos casos abaixo?

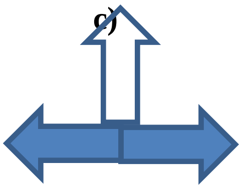
a)



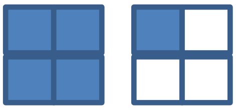
b)



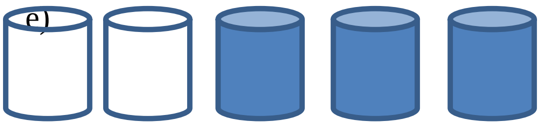
c)



d)



e)



2. Uma semana tem 7 dias. Que fração da semana é representada por:

1. 3 dias?
2. 6 dias?

3. Para encher uma xícara são necessários 8 colheres de farinha. Cada colher de farinha representa que fração da quantidade de farinha que se pode colocar na xícara?

4. Mariana comprou 20 garrafas de sucos para a festa. Foram consumidas $\frac{4}{5}$ dessa quantidade. Quantas garrafas foram consumidas?

5. Em uma empresa, $\frac{1}{3}$ dos funcionários usa o metrô para chegar no trabalho, enquanto $\frac{1}{5}$ dos funcionários usa ônibus. Qual o tipo de transporte usado pelo maior número de funcionários?

6. Considere as frações $\frac{5}{6}$ e $\frac{7}{8}$.
   - Qual dessas duas frações é maior?
   - Escreva a fração de denominador 24 equivalente a cada uma delas.

7. Em um jogo, você acertou 15 de 20 tentativas. Escreva na forma irredutível, a fração que representa as jogadas que você acertou?

8. Uma escola tem dois períodos de aulas. Pela manhã são 10 turmas com 30 alunos em cada turma e, à tarde são 6 turmas com 40 alunos em cada uma. O número de alunos do período da tarde representa que fração do número de aluno do período da manhã?

9. Em uma sala de aula de 35 alunos, 15 são meninos e 20 são meninas. Neste caso, responda:
   a) Qual a fração de meninos dessa sala de aula?
   b) Qual a fração de meninas dessa sala de aula?
   c) Qual a razão do número de meninos em relação ao número de meninas dessa sala de aula?

10. Uma conta de 20 reais foi dividida igualmente entre 3 amigos. Neste caso, qual a fração da conta que será paga por cada amigo?

4ºENCONTRO: REDUÇÃO AO MESMO DENOMINADOR, SIMPLIFICAÇÃO DE FRAÇÕES E COMPARAÇÃO DE FRAÇÕES.

1. Você pode afirmar que $\frac{2}{3}$ e $\frac{4}{6}$ de uma mesma figura representam a mesma região dessa figura?

2. Escreva uma fração equivalente a:
   a) $\frac{5}{9}$ que tenha denominador 27.
   b) $\frac{11}{3}$ que tenha numerador 44

3. As frações $\frac{5}{9}$ e $\frac{a}{36}$ são equivalentes, qual deve ser o número colocado no lugar da letra a?

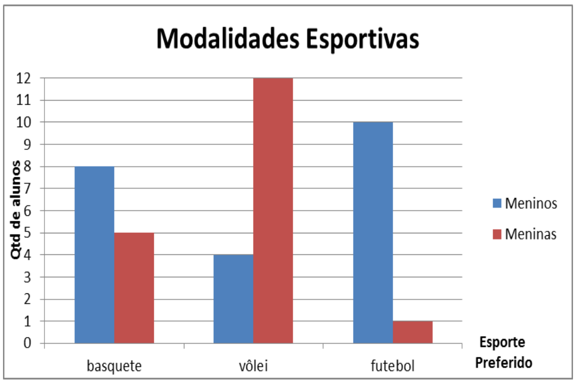
4. Em uma empresa, $\frac{1}{3}$ dos funcionários usa o metrô para chegar ao trabalho, enquanto $\frac{1}{5}$ dos funcionários usa ônibus. Qual o tipo de transporte usado pelo maior número de funcionários?

5. Considere as frações $\frac{5}{6}$ e $\frac{7}{8}$.
   a) Qual dessas duas frações é maior?
   b) Escreva a fração de denominador 24 equivalente a cada uma delas.

6. Obtenha a forma irredutível das frações:
   a) $\frac{105}{63}$
   b) $\frac{60}{140}$

7. Reduza as frações a seguir ao mesmo denominador comum:
   a) $\frac{3}{8}, \frac{5}{6}$ e $\frac{7}{12}$
   b) $\frac{7}{20}$, $\frac{14}{15}$, $\frac{9}{10}$ e $\frac{11}{30}$

8. Os alunos estão organizados um campeonato na escola e, por isso, decidiram pesquisar quais as modalidades esportivas preferidas em cada classe. Os resultados foram organizados em gráficos. Veja como ficou o gráfico da classe de Karina:



a) Quantos alunos há na classe de Karina?
b) O numero de meninos representa que fração do número de alunos?
c) O número de meninas representa que fração do número de alunos?
d) Qual o esporte preferido da classe?
e) O número de alunos que preferiu esse esporte representa que fração dos alunos da classe?

5ºENCONTRO: OPERAÇÕES COM FRAÇÕES

1. Helena foi à feira com certa quantia. Gastou $\frac{1}{2}$ dessa quantia na banca de frutas e $\frac{1}{3}$ dessa quantia na banca de verduras e legumes. Que fração da quantia inicial Helena gastou nessas duas bancas?

2. Clarice foi à feira para comprar peixe. Gastou $\frac{2}{5}$ do dinheiro que levou para comprar sardinhas e $\frac{1}{2}$ para comprar camarão. Que fração do dinheiro que Clarice levou à feira foi gasto na barraca de peixes?

3. Das pessoas que estavam na barraca de pastel, $\frac{4}{5}$ eram homens. Entre os homens $\frac{1}{2}$ usavam óculos. Que fração das pessoas que estavam na barraca de pastel representa os homens que não usavam óculos?

4. Determine o valor da expressão numérica $\frac{4}{5} + 1\frac{2}{3} + \frac{7}{10}$

5. Numa empresa, $\frac{1}{3}$ dos funcionários são mulheres. Entre as mulheres, $\frac{1}{2}$ são casadas. A quantidade de mulheres casadas representa que fração do número de funcionário dessa empresa?

6. Marcela anda $\frac{4}{5}$ de quilômetros para ir de casa até a escola. Sua amiga Roberta anda $\frac{2}{3}$ dessa distância para ir de casa até a escola. Que fração de quilômetros Roberta percorre quando vai de casa até a escola?

7. Vera programou um bate papo com seus amigos. Para o lanche, ela comprou 4 pães, calculando que $\frac{2}{5}$ de pão por pessoa seriam suficientes. Quantas pessoas haviam nesse bate-papo?

8. À noite, Vera e Maurício pediram uma pizza. Sobraram $\frac{3}{5}$ da pizza que Vera e Maurício dividiram igualmente. Que fração da pizza coube a cada um?

9. Na preparação para as Olimpíadas Estudantis, o professor de Educação Física de uma escola convocou 20 alunos. Desses alunos, $\frac{2}{5}$ são meninas. Quantas alunas formam o time feminino? Quantos alunos formam o time masculino?

10. As quadras do Centro Esportivo onde irão acontecer as Olimpíadas Estudantis foram reformadas e até o muro foi pintado. Um pintor trabalhou três dias para pintar o muro. No primeiro dia, pintou $\frac{1}{3}$ do comprimento do muro; no segundo dia, pintou $\frac{2}{5}$ do muro e, no terceiro dia, pintou os 28 metros restantes.
    a) Que fração do muro ele pintou nos dois primeiros dias?
    b) Que fração do muro ele pintou no terceiro dia?

c) Qual o comprimento, em metro, desse muro?

6ºENCONTRO: DECIMAIS E PORCENTAGEM

1. Escreva as frações abaixo na forma de decimais:

a) $\frac{27}{10}$ c) $\frac{40}{125}$

b) $\frac{131}{100}$ d) $\frac{3}{20}$

2. Escreva os números decimais abaixo na forma de fração decimal:

a) 3,9 c) 0,025

b) 2,19 d) 8,1

3. Escreva nas formas fracionárias e decimais o número expresso por:

a) Oito décimos
b) Quarenta e dois centésimos
c) Duzentos e vinte e cinco centésimos
d) Quatro inteiros e seis centésimos

4. Uma caixa A foi colocada em uma balança, que marcou 4,28 quilogramas. Uma segunda caixa, B, foi colocada na mesma balança, que agora marcou 4,5 quilogramas. Qual das duas caixas é mais pesada? Por quê?

5. Seu José foi ao supermercado e comprou um pacote de 5kg de arroz por R$ 10,89, 1kg de carne por R$ 12,65 e uma dúzia de ovos por R$ 2,99. Quanto ele gastou? Para pagar a conta, seu José entregou à caixa do supermercado uma nota de R$ 50,00. Quanto ele recebeu de troco?

6. Escreva na forma de fração as quantidades:

a) 8% c) 43%

b) 19% d) 120%

7. Uma pizza foi dividida em 8 partes iguais. Beto comeu $\frac{1}{4}$, e João comeu $\frac{1}{2}$ de pizza. Neste caso, faça um esquema para representar essa situação e responda:
   a) Quantos pedaços Beto comeu? Que porcentagem do todo isso representa?
   b) E quantos pedaços João comeu? Que porcentagem do todo isso representa?
   c) Quantos por cento da pizza os dois comeram juntos? Que fração isso representa?

8. Em uma eleição havia 35.000 eleitores inscritos, mas 6% desses eleitores não votaram.
   a) Quantos eleitores não votaram?
   b) Quantos eleitores votaram?

9. No 1º semestre de 2009, Carlos teve 5% de aumento salarial. No 2º semestre desse mesmo ano Carlos teve um novo aumento salarial, agora de 10%.
   a) Qual o aumento salarial de Carlos, acumulado nesses dois semestres?
   b) Teria sido melhor ou pior (para Carlos) mudar a ordem (mas não os valores) dos aumentos?

10. Pedro realizou um trabalho pelo qual recebeu R$ 2.349,00 líquidos, após o desconto de 10% de INSS.
   a) Qual foi a remuneração (bruta) paga a Pedro por esse trabalho?
   b) Quanto Pedro deveria ter cobrado por esse trabalho de forma a receber (líquidos) R$ 2610,00, após a dedução do INSS?

7ºENCONTRO: DECIMAIS E PORCENTAGEM

1. Representa na forma decimal:
   a) $\frac{5}{3}$
   b) $-\frac{16}{11}$

2. Identifique quais dos racionais abaixo é dízima periódica e encontre sua geratriz.

a) 0,111...	b) 1,45379...
c) 0,23141414...	d) 0,6444...
e) 3,141516...	f) 0,0202...

3. Imagine uma dízima periódica como 0,xxx..., onde x representa o algarismo que se repete indefinidamente. Com base no exercício anterior, escreva a fração geratriz dessa dízima.

4. Localize em uma mesma reta os seguintes números racionais:

a) 0,1	b) – 1,2
c) 3,444...	d) $-\frac{2}{5}$
e) $\frac{10}{4}$	f) - 3,75

5. Coloque em ordem crescente os seguintes números racionais: $\frac{15}{16}, \frac{11}{12}, \frac{18}{19}, 1, \frac{47}{48}\ e\ \frac{2}{3}$

6. Calcule o valor de:
   a) $\frac{0{,}2\ .\ 0{,}7-4\ .\ 0{,}01}{0{,}5\ .\ 0{,}2}$
   b) 0,999... + 0,333...

7. Na minha calculadora, a tecla da divisão não funciona. Nessa situação, para dividir um número por 40, usando calculadora, eu devo multiplicar 40 por qual número?

8. Considere o número α = 1 + $\frac{4}{10} + \frac{1}{10^2} + \frac{1}{10^3} + \frac{1}{10^4} + \cdots$ Se ele for racional, coloque- o na forma decimal e na forma de fração irredutível.

9. Calcule:
   a) 0,44 + 0,44...
   b) 3 + 0,3 + 0,333... + $3\frac{1}{3}$

10. Obter a geratriz de:
   a) $2,\overline{15}$
   b) $0{,}2\overline{1}$

ANEXO D: LISTA DE VÍDEO- AULAS APLICADAS NO PROJETO

DESCRIÇÃO DA VÍDEO-AULA/ENDEREÇO ELETRÔNICO	ENCONTRO	TEMPO (MIN)	Nº DE VISUALIZAÇÕES
Curso de Matemática Básica–múltiplos e divisores – aula 1 http://www.youtube.com/watch?v=JCDa_75O7Qc	1º	21:18	126.425
Matemática zero 2.0 – Critérios de divisibilidade – aula 10 / Vestibulandia http://www.youtube.com/watch?v=1F1Qlke27mE	1º	30:59	77.716
Múltiplos e divisores – Portal da Matemática – OBMEP http://www.youtube.com/watch?v=_snS9_7fdKQ	1º	11:49	522
Tempo total de vídeo-aulas do 1º encontro		64:06	
Aprenda sobre números primos – Aula do guto http://www.youtube.com/watch?v=dWRt8ZTOQ9U	2º	9:13	86.590
Aprenda sobre decomposição em fatores primos – Aula do Guto https://www.youtube.com/watch?v=5nF7vStgPcw	2º	7:23	76.866
Pensi - matemática - números primos https://www.youtube.com/watch?v=h_6rO7Xmpgk	2º	24:23	2.645
Máximo Divisor Comum – Aula 14 – Portal da Matemática – OBMEP http://www.youtube.com/watch?v=8Ygmq398AfY&list=PL7RjLI0hJPfBz5dX9iggeKD3HqZJlBvyU&index=14	2º	9:24	50
Mínimo Múltiplo Comum – Aula 17 – Portal da Matemática – OBMEP http://www.youtube.com/watch?v=0xrfG45Vh30&index=17&list=PL7RjLI0hJPfBz5dX9iggeKD3HqZJlBvyU	2º	9:32	32
Aprenda sobre Mínimo Múltiplo Comum – Aula do Guto http://www.youtube.com/watch?v=zvPs089RsU0	2º	8:32	9.155
Aprenda sobre Máximo Divisor Comum – Aula do Guto http://www.youtube.com/watch?v=oAqDjseBslI	2º	8:11	10.120
Tempo total de aulas 2º encontro		76:38	
Frações – Ideias inicias – Aula 1 - Aula do Guto https://www.youtube.com/watch?v=vAaeYk-ZRXw#t=21	3º	4:19	27.945
Frações – Aprenda a ler frações – Aula 2 – Aula do Guto https://www.youtube.com/watch?v=fPRbF1y7RRk	3º	3:41	15.342
Frações – Aprenda sobre frações próprias – Aula do Guto https://www.youtube.com/watch?v=-MMObHliejA	3º	1:47	4.189
Frações – Aprenda sobre frações impróprias – Aula do Guto https://www.youtube.com/watch?v=XqVJT0MmVRs	3º	1:47	6.299
Frações – Aprenda a transformar frações impróprias em número misto – Aula do Guto https://www.youtube.com/watch?v=a6xUFw8cUXY	3º	2:50	37.196

Frações – Aprenda a transformar número misto em frações impróprias – Aula do Guto https://www.youtube.com/watch?v=E1N2ptzUiC0	3º	2:31	27.752
Frações – aprenda sobre frações aparentes – Aula do Guto https://www.youtube.com/watch?v=oVyaweza5QY	3º	1:56	4.917
Frações – aprenda sobre frações equivalentes - #1/2 – Aula do Guto https://www.youtube.com/watch?v=aw7d8rUB8Qc	3º	5:50	20.364
Frações – aprenda sobre frações equivalente - #2/2 – Aula do Guto https://www.youtube.com/watch?v=JICDLYHNonQ	3º	9:16	6.186
Aula 23 – Telecurso 2000 – Ensino Fundamental https://www.youtube.com/watch?v=10cuYVsZi7Y	3º	14:07	2.395
Aula 24 – Frações diferentes quantidades iguais – Matemática – Novo telecurso https://www.youtube.com/watch?v=ZhXvWhspLpQ	3º	12:40	1.328
Tempo total de vídeo-aulas do 3º encontro		60:47	
Frações – apenda a comparar frações com denominadores diferentes – Aula do Guto https://www.youtube.com/watch?v=MuoXKh-dsUk	4º	2:50	13.263
Frações – aprenda sobre redução ao mesmo denominador – Aula do Guto https://www.youtube.com/watch?v=0fq_fPxuEHU	4º	6:34	25.049
Frações – aprenda sobre simplificações de frações – Aula do Guto https://www.youtube.com/watch?v=vDKQ8iSHTto	4º	8:19	50.939
Matemática Zero – Aula 8 – Frações – Primeira parte – Vestibulandia https://www.youtube.com/watch?v=A92n_aaZck4	4º	9:22	696.143
Aprender frações equivalentes – tvensino https://www.youtube.com/watch?v=dwrMK9NpTck	4º	8:48	209.693
Tempo total das vídeo-aulas do 4º encontro		35:53	
Frações: aprenda adições de frações com denominadores iguais – Aula do Guto https://www.youtube.com/watch?v=-5yuU_wXML8	5º	1:49	8.334
Frações: aprenda subtrações de frações com denominadores iguais – Aula do Guto https://www.youtube.com/watch?v=CYaO0HX6SHQ	5º	1:35	8.659
Frações: aprenda adição de frações com denominadores diferentes – Aula do Guto https://www.youtube.com/watch?v=a4d2qp3g0pk	5º	3:33	47.623
Frações: aprenda subtração de frações com denominadores diferentes – Aula do Guto https://www.youtube.com/watch?v=hL2uGanzWx4	5º	5:45	18.402
Frações: aprenda multiplicações de frações – Aula do Guto	5º	6:45	25.401

https://www.youtube.com/watch?v=hL2uGanzWx4			
Frações: aprenda divisões de frações – Aula do Guto https://www.youtube.com/watch?v=3ZN7JqDPx_o	5º	4:59	15.907
Frações: aprenda potenciação de fração #1/2 – Aula do Guto https://www.youtube.com/watch?v=Zw5z2nSxdOE	5º	4:56	25.183
Frações: aprenda potenciação de frações #2/2 – Aula do Guto https://www.youtube.com/watch?v=T01yHh4X16Y	5º	4:06	10.087
Matemática – Novo telecurso – Ensino Fundamental - Aula 63 https://www.youtube.com/watch?v=TgPrcxLYGTE	5º	15:50	3.226
Tempo total de vídeo-aulas do 5º encontro		49:18	
Números decimais – aprenda as ideias inicias - #1/2 –Aula do Guto http://www.youtube.com/watch?v=OMEX_Pe2fNs	6º	9:02	79.927
Números decimais – aprenda as ideias inicias - #2/2 –Aula do Guto http://www.youtube.com/watch?v=RaRnAK7D0nw	6º	10:59	28.433
Frações e números decimais – Aprenda a transformar números decimais em frações – Aula do Guto http://www.youtube.com/watch?v=oe64-t2d6IM	6º	5:25	42.927
Porcentagem – Aprenda a calcular porcentagem #1/2 – Aula do Guto http://www.youtube.com/watch?v=VOlj5zhv2Sk	6º	4:47	8.871
Números Racionais – Passagem para a forma decimal – Matemática do Vestibular – http://www.youtube.com/watch?v=Ty0wbCLqKOw	6º	12:42	47.453
As frações e as porcentagens – Prof. Pedro – 6º ano http://www.youtube.com/watch?v=oA364zeEP4s	6º	11:54	1852
PENSI – Matemática – Número decimais e Porcentagens – http://www.youtube.com/watch?v=sxUqsuuzHcs	6º	34:29	16.756
Tempo total de vídeo-aulas do 6º encontro		88:18	
Dízimas periódicas – Matemática do Vestibular	7º	11:09	
Dízimas periódicas – Aula 8 – OBMEP /Portal da Matemática http://www.youtube.com/watch?v=aSXqAha2knc	7º	14:27	1.721
Geratriz de uma dízima – Aula 9 – OBMEP/Portal da matemática http://www.youtube.com/watch?v=lIWJ9DB5aXE	7º	15:09	2.880
Fração geratriz das dízimas periódicas – Aula 12 – OBMEP/Portal da matemática http://www.youtube.com/watch?v=vV_bh0InLqc	7º	9:18	97
Matemática – dizima periódica – Rico Domingues http://www.youtube.com/watch?v=uL5cqX9Wau4	7º	4:29	36.785
Tempo total de vídeo-aulas do 7º encontro		54:31	
Tempo total		7h9min31s	

ANEXO E - AVALIAÇÃO DO PROJETO AVANÇANDO NA MATEMÁTICA

UNIVERSIDADE FEDERAL DO CEARÁ - UFC

CENTRO DE CIÊNCIAS

DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA

MESTRADO PROFISSIONAL EM REDE NACIONAL - PROFMAT

MESTRANDO: CÍCERO SOARES FERREIRA

01. Como você avalia o projeto Avançando na Matemática como um todo?

a) Ótimo
b) Bom
c) Regular
d) Ruim

02. Como você avalia a sua participação nesse projeto?

a) Ótima
b) Boa
c) Regular
d) Ruim

03. O que você acha das vídeo-aulas utilizadas durante este projeto?

a) Ótima
b) Boa
c) Regular
d) Ruim

04. Em relação aos jogos utilizados, como você o avalia?

a) Ótimo
b) Bom
c) Regular
d) Ruim

05. Em relação aos softwares utilizados, como você o avalia?

a) Ótimo
b) Bom

c) Regular
d) Ruim

06. Quanto à lista de exercícios, como você o avalia?
a) Ótimo
b) Bom
c) Regular
d) Ruim

07. Você procurou resolver todas às questões proposta na lista de exercícios?
a) Sim
b) Não

08. Você se esforçou para resolver as questões propostas nas listas de exercícios?
a) Sim
b) Não

09. Você acha interessante continuar estudando por conta própria os conteúdos que você tem deficiência usando os recursos tecnológicos utilizados no projeto?
a) Sim
b) Não

10. Você pretende fazer isso?
a) Sim
b) Não

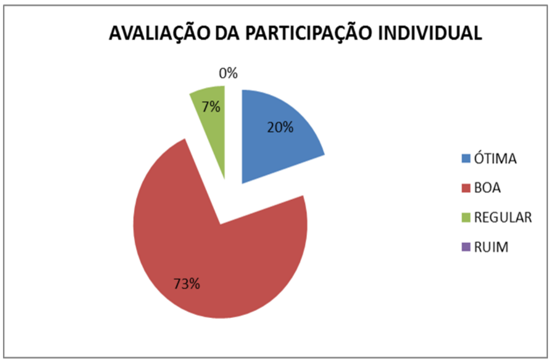
11. Depois da experiência vivida no Projeto, você acredita ser possível melhorar a aprendizagem em matemática usando os recursos tecnológicos?
a) Sim
b) Não

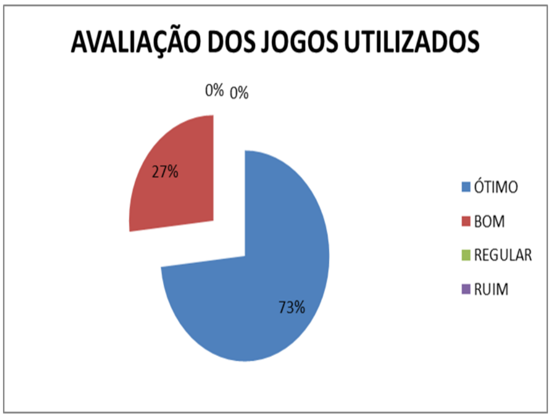
12. A aplicação desse projeto alterou de alguma forma a sua visão sobre a matemática?
a) Sim
b) Não

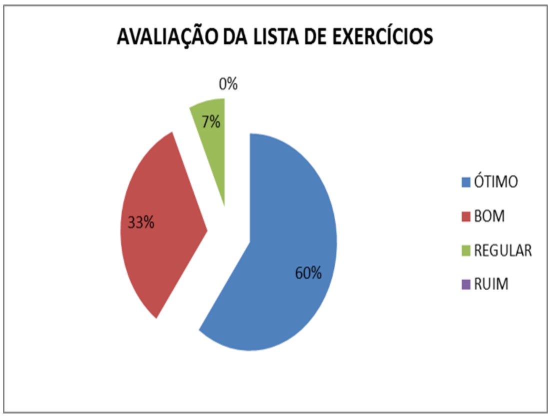
13. Se fôssemos continuar com este projeto estudando outros conteúdos você gostaria de continuar participando?
    a) Sim
    b) Não

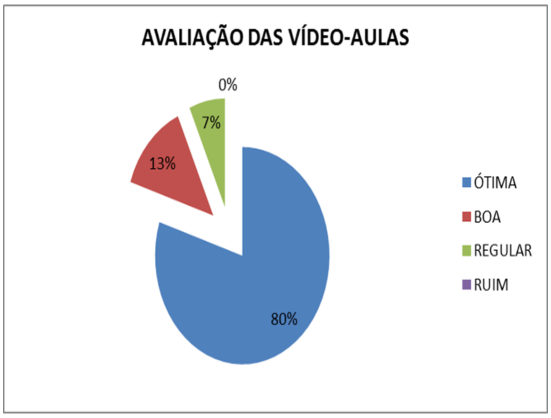
14. Este espaço pode ser preenchido com críticas, elogios ou sugestões sobre o projeto. Sua contribuição é essencial para o nosso aperfeiçoamento

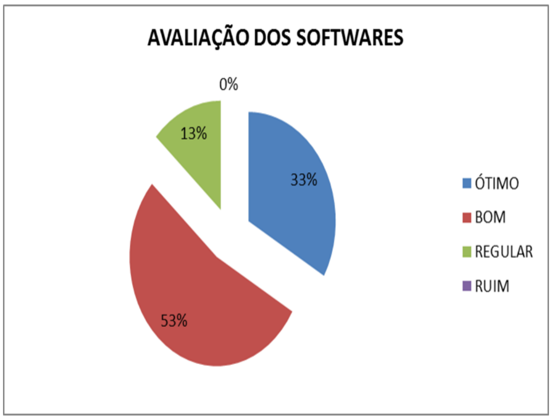
ANEXO F: RESULTADO DA AVALIAÇÃO APLICADA AOS PARTICIPANTES DO PROJETO AVANÇANDO NA MATEMÁTICA

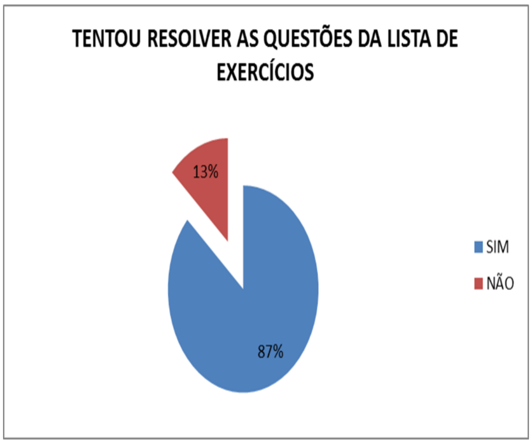


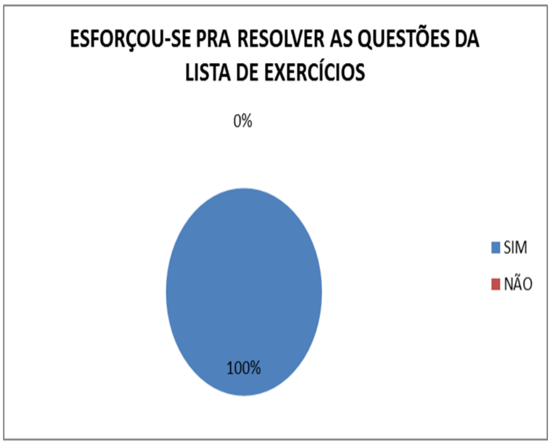


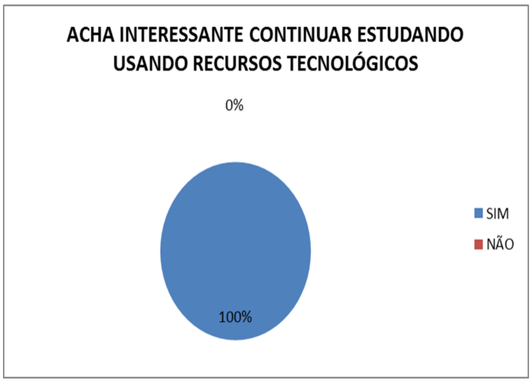


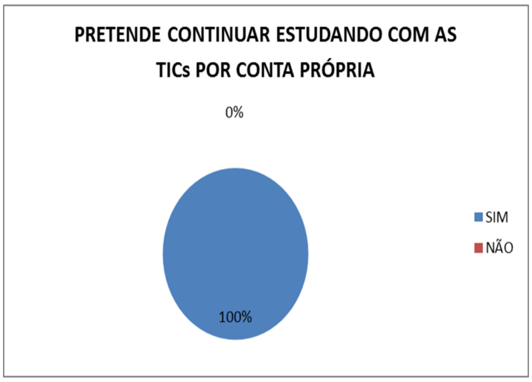


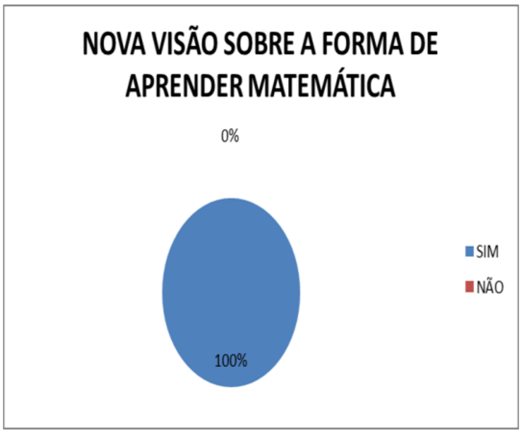


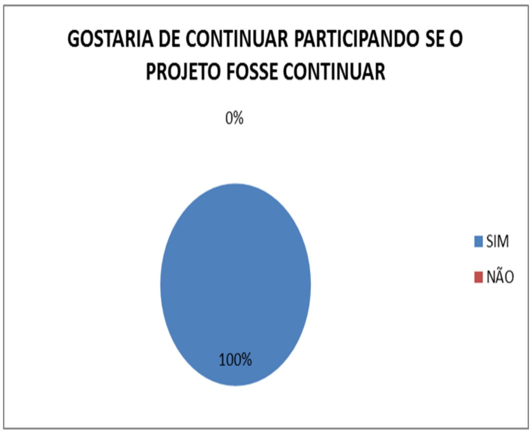

TENTOU RESOLVER AS QUESTÕES DA LISTA DE EXERCÍCIOS
13%
87%
SIM
NÃO


ESFORÇOU-SE PRA RESOLVER AS QUESTÕES DA LISTA DE EXERCÍCIOS
0%
100%
SIM
NÃO


ACHA INTERESSANTE CONTINUAR ESTUDANDO USANDO RECURSOS TECNOLÓGICOS
0%
100%
SIM
NÃO


PRETENDE CONTINUAR ESTUDANDO COM AS TICs POR CONTA PRÓPRIA
0%
100%
SIM
NÃO


NOVA VISÃO SOBRE A FORMA DE APRENDER MATEMÁTICA
0%
100%
SIM
NÃO


GOSTARIA DE CONTINUAR PARTICIPANDO SE O PROJETO FOSSE CONTINUAR
0%
100%
SIM
NÃO

ANEXO G: MATRIZ DE REFERÊNCIA DO SAEB

Tema III. Números e Operações/Álgebra e Funções

Descritores	3ª EM
Identificar a localização de números reais na reta numérica	D14
Resolver problema que envolva variação proporcional, direta ou inversa, entre grandezas	D15
Resolver problema que envolva porcentagem	D16
Resolver problema envolvendo equação do 2.º grau	D17
Reconhecer expressão algébrica que representa uma função a partir de uma tabela	D18
Resolver problema envolvendo uma função do 1.º grau	D19
Analisar crescimento/decrescimento, zeros de funções reais apresentadas em gráficos	D20
Identificar o gráfico que representa uma situação descrita em um texto	D21
Resolver problema envolvendo P.A./P.G. dada a fórmula do termo geral	D22
Reconhecer o gráfico de uma função polinomial de 1.º grau por meio de seus coeficientes	D23
Reconhecer a representação algébrica de uma função do 1.º grau dado o seu gráfico	D24
Resolver problemas que envolvam os pontos de máximo ou de mínimo no gráfico de uma função polinomial do 2.º grau	D25
Relacionar as raízes de um polinômio com sua decomposição em fatores do 1.º grau	D26
Identificar a representação algébrica e/ou gráfica de uma função exponencial	D27
Identificar a representação algébrica e/ou gráfica de uma função logarítmica, reconhecendo-a como inversa da função exponencial	D28
Resolver problema que envolva função exponencial	D29
Identificar gráficos de funções trigonométricas (seno, cosseno, tangente), reconhecendo suas propriedades	D30
Determinar a solução de um sistema linear, associando-o a uma matriz	D31
Resolver problema de contagem utilizando o princípio multiplicativo ou noções de permutação simples, arranjo simples e/ou combinação simples	D32
Calcular a probabilidade de um evento	D33

ANEXO H – QUESTIONÁRIO DO ALUNO

UNIVERSIDADE FEDERAL DO CEARÁ - UFC
CENTRO DE CIÊNCIAS
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA
MESTRADO PROFISSIONAL EM REDE NACIONAL - PROFMAT
MESTRANDO: CÍCERO SOARES FERREIRA

1. Você é do sexo masculino ou feminino?
A) Masculino.
B) Feminino.

2. Como você se considera?
A) Branco(a).
B) Pardo(a).
C) Negro(a).
D) Amarelo(a).
E) Indígena.

3. Qual a sua Idade?
A) 13 anos.
B) 14 anos.
C) 15 anos.
D) 16 anos.
E) 17 anos ou mais.

4. Até que série/ano sua mãe ou a responsável por você estudou?
A) Nunca estudou ou não completou a 4ª série/5° ano (antigo primário).
B) Completou a 4ª série/5° ano, mas não completou a 8ªsérie/9°ano (antigo ginásio).
C) Completou a 8ª série/9°ano, mas não completou o Ensino Médio (antigo 2º grau).
D) Completou o Ensino Médio, mas não completou a Faculdade.
E) Completou a Faculdade.
F) Não sei.

5. Até que série/ano seu pai ou o responsável por você estudou?
A) Nunca estudou ou não completou a 4ª série/5° ano (antigo primário).
B) Completou a 4ª série/5° ano, mas não completou a 8ª série/9°ano (antigo ginásio).
C) Completou a 8ª série/9°ano, mas não completou o Ensino Médio (antigo 2º grau).
D) Completou o Ensino Médio, mas não completou a Faculdade.
E) Completou a Faculdade.
F) Não sei.

6. Sem considerar livros escolares, jornais e revistas, quantos livros existem no local onde você mora?
A) Não tenho livros na minha residência.
B) O bastante para encher uma prateleira (1 a 20 livros).
C) O bastante para encher uma estante (21 a 100 livros).
D) O bastante para encher várias prateleiras (mais de 100 livros).

7. Com qual frequência você vê seus pais, ou responsáveis por você, lendo (jornais, revistas, livros etc.)?
A) Sempre.
B) Às vezes.
C) Raramente.
D) Nunca.

8. Seus pais, ou responsáveis por você, incentivam você a ler (jornais, revistas, livros etc.)?

A) Sim.
B) Não.

9. Com qual frequência você lê (jornais, revistas, livros etc.)?
A) Sempre.
B) Às vezes.
C) Raramente.
D) Nunca.

10. Você tem computador no local onde você mora?
A) Sim, com acesso à internet.
B) Sim, mas sem acesso à internet.
C) Não.

11. Quanto tempo você diria que gasta na internet por dia, aproximadamente?
A) Menos de 1 hora.
B) Entre 1 e 2 horas.
C) Entre 2 e 3 horas.
D) Entre 3 e 4 horas.
E) Mais de 4 horas.

12. Com que frequência você utiliza o Laboratório Escolar de Informática - LEI da sua escola para navegar na internet?
A) Todos os dias.
B) Algumas vezes por semana.
C) Algumas vezes por mês.
D) Não utilizo/nunca utilizei a internet.
E) O LEI da minha escola não tem acesso à internet para estudante

Com base na sua expectativa, você acredita que irá		Sim	Não
13	Concluir o Ensino Médio	(A)	(D)
14	Ingressar numa universidade pública	(A)	(D)
15	Ingressar numa faculdade particular	(A)	(D)
16	Ingressar no ensino profissional	(A)	(D)
17	Ser um cidadão consciente	(A)	(D)
18	Ter melhores oportunidades que seus pais	(A)	(D)
Com base na sua experiência deste ano na escola, como você se sente em relação às seguintes afirmações:		Sim	Não
19	O professor da mais atenção aos alunos com boas notas	(A)	(B)
20	O(a) professor(a) não se preocupa com o dever de casa	(A)	(B)
21	O(a) professor(a) explica até que todos entendam a matéria	(A)	(B)
22	Para o(a) professor(a) a turma toda pode aprender	(A)	(B)
23	Eu capricho na hora de fazer os meus trabalhos	(A)	(B)
24	O(A) professor(a) é claro ao explicar a matéria	(A)	(B)
25	Acho as aulas interessantes e animadas	(A)	(B)
26	O professor utiliza os recursos tecnológicos da escola	(A)	(B)
27	Você utiliza os recursos tecnológicos da escola para estudar matemática	(A)	(B)
28	Você utiliza algum recurso tecnológico em casa para estudar matemática	(A)	(B)
29	Você costuma estudar matemática utilizando as vídeo-aulas da internet	(A)	(B)
30	Você utiliza os jogos da internet para aprender matemática	(A)	(B)
31	Seu professor costuma utilizar a história da matemática em suas abordagens em sala de aula	(A)	(B)
Você possui na sua casa		Sim	Não
32	Aparelho DVD	(A)	(B)
33	Computador	(A)	(B)
34	Acesso à internet	(A)	(B)
Ainda em relação a sua residência			
35	Fica na Zona Rural	(A)	(B)
36	Fica na Zona Urbana	(A)	(B)
Em relação ao seu Livro de Matemática, responda		Sim	Não
37	Você utiliza em sua casa para estudar?	(A)	(B)
38	Você ler a explicação do autor procurando entender o que está exposto?	(A)	(B)
39	Você resolve os exercícios e atividades proposto no seu livro?	(A)	(B)
40	Você tem dificuldade em estudar com o livro?	(A)	(B)

ANEXO I - CENSO DAS QUATRO OPERAÇÕES DE CONTA 2014

ESCOLA DE ENSINO MÉDIO VIVINA MONTEIRO

LABORATÓRIO ESCOLAR DE INFORMÁTICA - LEI

PROFESSORES CÍCERO SOARES, HERCULANO RIBEIRO E IVONEIDE PENAFORTE

RESULTADO DO CENSO DAS QUATRO OPERAÇÕES DE CONTAS - 2014

ADIÇÃO SEM RESERVAS		
ACERTOS	166	86%
ERROS	27	14%
TOTAL	193	100%

MULTIPLICAÇÃO(DOIS ALGARISMOS)		
ACERTOS	30	16%
ERROS	163	84%
TOTAL	193	100%

ADIÇÃO COM RESERVAS		
ACERTOS	127	66%
ERROS	66	34%
TOTAL	193	100%

DIVISÃO SEM RESERVA		
ACERTOS	48	25%
ERROS	145	75%
TOTAL	193	100%

SUBTRAÇÃO SEM RESERVA		
ACERTOS	101	52%
ERROS	92	48%
TOTAL	193	100%

DIVISÃO COM RESERVA(UM ALGARISMO)		
ACERTOS	32	17%
ERROS	161	83%
TOTAL	193	100%

SUBTRAÇÃO COM RESERVAS		
ACERTOS	19	10%
ERROS	174	90%
TOTAL	193	100%

DIVISÃO (DOIS ALGARISMOS)		
ACERTOS	16	8%
ERROS	177	92%
TOTAL	193	100%

MULTIPLICAÇÃO(UM ALGARISMO)		
ACERTOS	81	42%
ERROS	112	58%
TOTAL	193	100%

TABUADA SIMPLES		
ACERTOS	100	52%
ERROS	93	48%
TOTAL	193	100%

ANEXO I: TABULAÇÃO DO QUESTIONÁRIO DO ALUNO

UNIVERSIDADE FEDERAL DO CEARA - UFC
MESTRADO PROFISSIONAL EM REDE NACIONAL - PROFMAT
MESTRANDO CÍCERO SOARES FERREIRA

TABULAÇÃO DO QUESTIONÁRIO - GRUPO PARTICIPANTE

ALUNOS	QUESTÕES																																							
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
1	A	A	B	C	F	B	B	A	B	C	A	B	A	A	A	A	A	A	B	B	A	A	A	A	A	B	B	A	A	B	B	A	B	A	A	B	A	A	A	A
2	B	B	C	F	B	A	B	A	B	A	A	B	A	A	A	A	A	A	A	B	A	A	A	A	A	B	B	B	B	B	B	A	B	B	A	B	A	A	A	B
3	A	B	B	D	C	A	B	A	B	B	A	B	A	A	B	A	A	A	A	A	B	A	A	A	A	A	B	B	B	B	B	A	A	B	A	B	A	A	A	B
4	B	B	A	D	F	A	B	A	B	C	B	C	A	A	A	A	A	A	B	B	A	A	A	A	A	B	B	B	B	B	B	A	B	A	A	B	A	A	A	B
5	A	B	C	F	F	D	B	B	C	A	A	B	A	A	A	A	A	A	A	A	A	A	A	A	A	B	B	B	B	B	B	A	A	A	A	B	A	B	A	A
6	B	B	D	C	F	A	B	A	A	C	A	B	A	A	B	B	A	A	A	B	A	A	A	A	A	B	B	B	A	B	B	B	B	A	A	B	A	A	A	B
7	B	B	E	C	F	A	B	A	B	C	A	C	A	A	A	A	A	A	B	B	A	A	A	A	A	B	B	B	B	A	B	A	B	A	A	B	A	A	A	B
8	B	B	B	B	A	A	B	A	B	C	A	C	A	A	A	A	A	A	B	B	A	A	A	A	A	B	B	A	B	B	B	A	B	A	A	B	A	A	A	A
9	B	C	B	B	A	A	B	A	A	C	B	B	A	A	A	A	A	A	A	A	A	A	A	A	A	B	B	B	B	B	A	A	B	B	A	B	A	A	A	B
10	A	B	B	D	C	B	B	A	A	A	C	B	A	A	A	A	A	A	A	B	A	A	A	A	A	B	B	B	B	B	B	A	A	A	A	B	A	A	A	A
11	B	A	C	C	C	B	C	A	A	A	E	B	A	A	B	A	A	A	B	B	B	B	B	B	B	B	B	B	B	B	B	A	A	A	B	A	B	B	A	A
12	B	A	B	E	E	B	B	A	B	A	E	B	A	A	A	A	A	A	B	B	A	A	A	A	A	A	B	B	B	B	B	A	A	A	B	A	A	B	A	B
13	A	B	C	D	B	A	C	A	B	A	C	B	A	A	A	A	A	A	A	B	A	A	A	A	A	B	B	B	B	B	B	A	A	A	A	B	A	A	A	B
14	A	A	C	D	D	A	B	A	B	A	A	B	A	A	B	B	A	A	B	B	A	A	A	A	A	B	A	B	B	A	B	A	A	A	A	B	A	A	A	A
15	A	B	C	A	F	A	B	A	C	A	B	C	A	A	A	B	A	A	B	A	B	A	A	B	B	B	B	B	B	B	B	A	A	A	A	B	A	A	A	A

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
A	7	4	1	1	2	10	0	14	4	8	8	0	15	15	11	12	15	15	7	4	12	14	14	13	13	2	1	2	2	2	1	14	8	12	13	2	14	12	15	7
B	8	10	6	2	2	4	13	1	9	1	3	11	0	0	4	3	0	0	8	11	3	1	1	2	2	13	14	13	13	13	14	1	7	3	2	13	1	3	0	8
C	0	1	6	4	3	0	2	0	2	6	2	4	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
D	0	0	1	5	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
E	0	0	1	1	1	0	0	0	0	0	2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
F				2	6	0																																		
	15	15	15	15	15	15	15	15	15	15	15	15	15	15	15	15	15	15	15	15	15	15	15	15	15	15	15	15	15	15	15	15	15	15	15	15	15	15	15	15

RESULTADO

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
A	47%	27%	7%	7%	13%	67%	0%	93%	27%	53%	53%	0%	100%	100%	73%	80%	100%	100%	47%	27%	80%	93%	93%	87%	87%	13%	7%	13%	13%	13%	7%	93%	53%	80%	87%	13%	93%	80%	100%	47%
B	53%	67%	40%	13%	13%	27%	87%	7%	60%	7%	20%	73%	0%	0%	27%	20%	0%	0%	53%	73%	20%	7%	7%	13%	13%	87%	93%	87%	87%	87%	93%	7%	47%	20%	13%	87%	7%	20%	0%	53%
C		7%	40%	27%	20%	0%	13%		13%	40%	13%	27%																												
D		0%	7%	33%	7%	7%	0%	0%	0%	0%	0%	0%																												
E		0%	7%	7%	7%	0%					13%	0%																												
F				13%	40%	0%																																		