



Universidade Federal de Goiás
Instituto de Matemática e Estatística
Programa de Mestrado Profissional em
Matemática em Rede Nacional



A Utilização da Calculadora HP-12C no Ensino da Matemática Financeira Visando a Qualificação Profissional

Júnio César Mendes Simão

Goiânia

2013

TERMO DE CIÊNCIA E DE AUTORIZAÇÃO PARA DISPONIBILIZAR ELETRONICAMENTE OS TRABALHOS DE CONCLUSÃO DE CURSO NA BIBLIOTECA DIGITAL DA UFG

Na qualidade de titular dos direitos de autor, autorizo a Universidade Federal de Goiás (UFG) a disponibilizar, gratuitamente, por meio da Biblioteca Digital de Teses e Dissertações (BDTD/UFG), sem ressarcimento dos direitos autorais, de acordo com a Lei nº 9610/98, o documento conforme permissões assinaladas abaixo, para fins de leitura, impressão e/ou *download*, a título de divulgação da produção científica brasileira, a partir desta data.

1. Identificação do material bibliográfico: Trabalho de Conclusão de Curso de Mestrado Profissional

2. Identificação do Trabalho

Autor (a):	Júnio César Mendes Simão		
E-mail:	profjuniocesar82@hotmail.com		
Seu e-mail pode ser disponibilizado na página?	<input checked="" type="checkbox"/> Sim	<input type="checkbox"/> Não	
Vínculo empregatício do autor	Secretária da Educação do Estado de Goiás		
Agência de fomento:	Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior	Sigla:	CAPES
País:	Brasil	UF:	GO
		CNPJ:	00889834/0001-08
Título:	A Utilização da calculadora HP-12C no Ensino da Matemática Financeira Visando a Qualificação Profissional		
Palavras-chave:	Matemática Financeira, Calculadora HP-12C, Anúncios Publicitários, Qualificação Profissional		
Título em outra língua:	The use of HP-12C Calculator in Mathematics Teaching Financial Seeking Professional Qualification		
Palavras-chave em outra língua:	Financial Mathematics, Calculator HP-12C, Advertisements, Professional Qualification		
Área de concentração:	Matemática do Ensino Básico		
Data defesa: (dd/mm/aaaa)	01/ 03/ 2013		
Programa de Pós-Graduação:	PROFMAT		
Orientador (a):	Dr. Fabiano Fortunato Teixeira dos Santos		
E-mail:	fabianoftds@yahoo.com.br		
Co-orientador(a):*	-		
E-mail:	-		

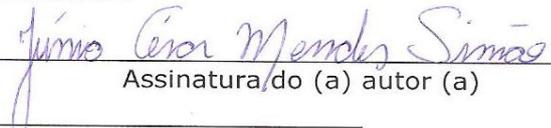
*Necessita do CPF quando não constar no SisPG

3. Informações de acesso ao documento:

Concorda com a liberação total do documento SIM NÃO¹

Havendo concordância com a disponibilização eletrônica, torna-se imprescindível o envio do(s) arquivo(s) em formato digital PDF ou DOC do trabalho de conclusão de curso.

O sistema da Biblioteca Digital de Teses e Dissertações garante aos autores, que os arquivos contendo eletronicamente as teses, dissertações ou trabalhos de conclusão de curso, antes de sua disponibilização, receberão procedimentos de segurança, criptografia (para não permitir cópia e extração de conteúdo, permitindo apenas impressão fraca) usando o padrão do Acrobat.


Assinatura do (a) autor (a)

Data: 26 / 03 / 2013

¹ Neste caso o documento será embargado por até um ano a partir da data de defesa. A extensão deste prazo suscita justificativa junto à coordenação do curso. Os dados do documento não serão disponibilizados durante o período de embargo.

Júnio César Mendes Simão

**A Utilização da Calculadora HP-12C no
Ensino da Matemática Financeira Visando a
Qualificação Profissional**

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado ao Instituto de Matemática e Estatística da Universidade Federal de Goiás, como parte dos requisitos para obtenção do grau de Mestre em Matemática.

Área de Concentração: Matemática do Ensino Básico

Orientador: Prof. Dr. Fabiano Fortunato Teixeira dos Santos

Goiânia

2013

**Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP)
GPT/BC/UFG**

Simão, Júnio César Mendes.
S593u A utilização da calculadora HP-12C no ensino da matemática financeira visando a qualificação profissional [manuscrito] / Júnio César Mendes Simão. - 2013.
63 f. : il., figs.

Orientador: Prof. Dr. Fabiano Fortunato Teixeira dos Santos.

Trabalho de Conclusão de Curso (Mestrado) – Universidade Federal de Goiás, Instituto de Matemática e Estatística, 2013.

Bibliografia.

Inclui lista de figuras.

1. Matemática financeira - Ensino. 2. Calculadora eletrônica HP 12C – Uso. I. Título.

CDU: 51-7:336

Júnio César Mendes Simão

**A Utilização da Calculadora HP 12C no Ensino
da Matemática Financeira Visando a
Qualificação Profissional**

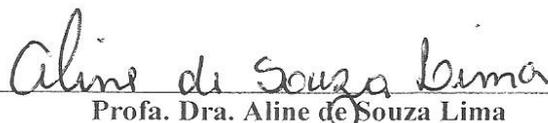
Trabalho de Conclusão de Curso defendido no Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional – PROFMAT/UFG, do Instituto de Matemática e Estatística da Universidade Federal de Goiás, como requisito parcial para obtenção do título de Mestre em Matemática, área de concentração Matemática do Ensino Básico, aprovado no dia 01 de março de 2013, pela Banca Examinadora constituída pelos professores:



Prof. Dr. Fabiano Fortunato Teixeira dos Santos
Instituto de Matemática e Estatística-UFG
Presidente da Banca



Prof. Dr. Rui Seimetz
Departamento de Matemática -UnB



Profa. Dra. Aline de Souza Lima
Instituto de Matemática e Estatística-UFG

Todos os direitos reservados. É proibida a reprodução total ou parcial deste trabalho sem a autorização da universidade, do autor e do orientador.

Júnio César Mendes Simão graduou-se em Matemática pela UFG, durante a graduação foi bolsista de monitoria da disciplina Geometria I.

Dedico este trabalho a minha esposa Silvana Cristina Nascente Simão, ao meu pai Miguel Pedro Simão, e a minha mãe Eleuza Mendes Simão.

Agradecimentos

Agradeço a Deus primeiramente, pela oportunidade de estar estudando, a minha família, aos colegas de turma e a todos os professores da Universidade Federal de Goiás pelo apoio e incentivo. Em especial gostaria de agradecer ao professor Fabiano pela disposição, coordenação e orientação deste trabalho, e a CAPES pelo suporte financeiro.

Resumo

Este trabalho trata da aprendizagem de alguns conteúdos de Matemática Financeira com a utilização da calculadora HP-12C, de modo a preparar cidadãos tanto para administração das suas próprias finanças quanto para o mercado de trabalho.

O assunto será tratado através de aplicações práticas de um modo agradável e eficaz, com a intenção de tornar os alunos aptos a resolver situações financeiras que se apresentam de modo crítico, não sendo levados por propostas enganosas. Ao final iremos apresentar algumas aplicações práticas onde anúncios publicitários serão analisados.

Palavras-chave

Matemática Financeira, Calculadora HP-12C, Anúncios Publicitários, Qualificação Profissional.

Abstract

This paper deals with the learning of some content from Financial Mathematics using the HP-12C calculator, to prepare citizens for both managing its own finances and for the labor market.

The matter will be addressed through practical applications in a pleasant and effective, with the intention to make students able to resolve financial situations that present themselves in a critical way, not being carried away by misleading proposals. At the end we present some practical applications where advertisements will be analyzed.

Keywords

Financial Mathematics, Calculator HP-12C, Advertisements, Professional Qualification.

Lista de Figuras

1	Retângulo dividido em 12 partes de 2,5% cada.	19
2	O valor presente é constante e os juros crescem linearmente.	26
3	Linha do Tempo	29
4	Orientação das setas no Diagrama.	29
5	Juros crescendo exponencialmente	30
6	Gráfico comparativo entre Juros Simples e Juros Compostos.	36
7	Diagrama sob a ótica da Instituição Financeira	40
8	Diagrama sob a ótica da Empresa	41
9	Encarte Publicitário	55
10	Encarte Publicitário	57
11	Rodapé do encarte que contém o fogão.	58
12	Encarte Publicitário	58
13	Encarte Publicitário	59
14	Rodapé do encarte da Multifuncional.	60

Sumário

Resumo	9
Abstract	10
Lista de Figuras	11
Introdução	14
1 Referencial Teórico	16
1.1 O Valor do Dinheiro no Tempo	16
1.2 Conceitos e Comandos Básicos	17
1.2.1 Juros e Taxa de Juros	17
1.2.2 Algumas Aplicações Práticas na HP-12C	19
1.2.3 Conceitos Financeiros Diversos	21
1.2.4 Algumas Aplicações Práticas na HP-12C	23
1.2.5 Juros Simples	26
1.2.6 Algumas Aplicações Práticas na HP-12C	27
1.2.7 Diagrama de Fluxo de Caixa	28
1.2.8 Juros Compostos	29
1.2.9 Calcular os Juros Compostos(j) de um Investimento	31
1.2.10 Algumas Aplicações Práticas na HP-12C	32
1.2.11 Períodos Decimais	34
1.2.12 Taxas Equivalentes	36
1.2.13 Algumas Aplicações Práticas na HP-12C	37
1.2.14 Séries de Pagamentos	40
1.2.15 Classificação das Séries	41
1.2.16 Sistema Francês de Amortização ou CDC	43
1.2.17 Algumas Aplicações Práticas na HP-12C	44
1.2.18 Rendas Certas ou Anuidades	45
1.2.19 Valor Futuro de Uma Anuidade	48
1.2.20 Tabela Price	50
1.2.21 Algumas Aplicações Práticas na HP-12C	51
2 Aplicações	55

Conclusão	61
Referências	62

Introdução

O mercado financeiro se encontra em expansão no nosso país e o Brasil ocupa o sexto lugar na economia mundial. Este crescimento faz com que novas vagas em bancos ou em outras instituições financeiras sejam criadas e o mínimo que se espera deste profissional é habilidade em cálculo financeiro.

Segundo OLIVEIRA [5], o mundo atual está diretamente ligado à economia de mercado.

Para compreendermos, entre outras coisas, os fenômenos ligados à economia mundial na qual estamos inseridos é necessário o conhecimento da Matemática Financeira bem como da utilização da calculadora HP 12C. Dessa forma, a qualificação profissional vem para suprir estas lacunas.

As inovações tecnológicas servem para facilitar a vida do homem e nesta perspectiva, a utilização da calculadora HP 12C nos traz a comodidade de utilizarmos funções pré-estabelecidas ao invés de fórmulas trabalhosas para resolver problemas financeiros.

As tecnologias, conforme PONTE, OLIVEIRA, VARANDAS e FIORENTINI [6], podem favorecer aos alunos, o desenvolvimento de importantes competências, bem como de atitudes mais positivas em relação à Matemática e estimular uma visão mais completa sobre a natureza dessa ciência.

Mas não nos basta conhecer as funções da HP 12C, sem que saibamos equacionar os problemas, pois a utilização da calculadora não supre a necessidade de conceitos financeiros para quem a opera; por isso, para que o problema que envolve cálculos financeiros possa ser resolvido, é necessário que façamos sempre uma leitura acurada da sua formulação escrita, analisemos a consistência das informações e dos dados nele contidos e estejamos certos de que conhecemos as regras estabelecidas para a realização da operação para, então, procedermos ao seu equacionamento e, finalmente solucioná-lo utilizando para isso as funções financeiras que esta calculadora nos oferece. Posto isso, apresentarei desde conceitos financeiros básicos até operações com a HP 12C.

Após a apresentação de alguns argumentos preliminares, percebemos que o estudo da Matemática Financeira é importante a partir do Ensino Fundamental e principalmente no Ensino Médio, pois assim o aluno conseguirá desenvolver a habilidade de analisar criticamente as situações financeiras que se apresentam no seu dia-a-dia preparando-o para exercer a cidadania criticamente através da análise de situações financeiras do seu cotidiano levando em conta os princípios básicos da Matemática Financeira tais como o uso da taxa de juro como fator e o deslocamento de quantias no

decorrer do tempo. Já o aspecto visual da abordagem será alcançado por meio da utilização da calculadora HP 12C e pela exploração de situações reais que se apresentam no dia-a-dia dos investimentos e das vendas a prazo.

Este trabalho irá apresentar, numa linguagem acessível, situações reais (problemas práticos) do seu cotidiano e poderão fazer parte de uma sequência didática para uso no Ensino Básico. A calculadora HP-12C possui algumas versões on-line disponíveis, sem custos, em alguns sites da Internet. Portanto este material pode ser utilizado integralmente no ensino de Matemática Financeira e aprofundado a partir das referências bibliográficas citadas.

Podemos destacar alguns objetivos específicos:

- Desenvolver habilidades que permitam analisar as vantagens e desvantagens que se obtém quando contrai-se um empréstimo numa financeira.
- Calcular taxas de acréscimos ou descontos sucessivos para decidir se a melhor maneira de pagar suas contas de IPTU e IPVA, por exemplo, é à vista com desconto ou a prazo com acréscimo.
- Identificar qual a taxa de juros embutida em ofertas anunciadas no comércio, aparentemente vantajosas.

É necessário que os aspectos teóricos da Matemática Financeira sejam explorados para daí sim fecharmos esse ciclo de aprendizagem com uma calculadora que proporciona tantos recursos, comodidade e agilidade (uma ferramenta que o diferencie no mercado de trabalho). Esta teoria será explorada de forma gradativa associando o cálculo manual ao uso da calculadora, com cálculos que envolvam desde porcentagem até a confecção de uma Tabela Price. O trabalho se divide em mais duas partes: na próxima seção será apresentado todo o aparato teórico necessário para a resolução dos problemas, juntamente com os comandos básicos associados aos conceitos apresentados; na última seção, alguns problemas do cotidiano serão explorados e algumas conclusões poderão ser extraídas. Começamos com uma breve explanação sobre o valor do dinheiro no tempo, seguida da apresentação dos conceitos supracitados.

1 Referencial Teórico

1.1 O Valor do Dinheiro no Tempo

Um dos fundamentos da atividade financeira é a variação do valor do dinheiro ao longo do tempo. Por exemplo: é melhor ter hoje R\$100,00 do que dispor desse valor numa data futura qualquer. Independentemente da existência de inflação, alguém que disponha de R\$100,00 hoje, pode aplicá-los a uma certa taxa de juros, por menor que seja e, numa data futura, ter os mesmos R\$100,00, mais algum valor complementar. Como consequência disso, o dinheiro tem valor diferenciado ao longo do tempo, o que significa que somente podemos comparar valores quando em uma mesma data. Esta data é conhecida como data focal.

Segundo MARTINS [9], uma criança passa 11 anos na educação básica, e é doutrinada a memorizar nomes e datas sem muita utilidade na vida real e, em todo esse tempo, o aluno não estuda noções de comércio, economia, finanças ou impostos. Se não fizer um curso universitário ligado à área econômica, o estudante completará sua formação superior sem noções de finanças, pois o sistema educacional ignora o assunto dinheiro. Por isso, a introdução ao estudo da Matemática Financeira nos primeiros anos escolares e principalmente no Ensino Médio favorece o desenvolvimento do aluno com relação à habilidade de analisar criticamente as situações financeiras que se apresentam no dia-a-dia, ou seja, entender qual o valor do dinheiro no tempo.

De acordo com SAVOIA, SAITO e PETRONI [7], percebe-se, portanto, que a Educação Financeira é embrionária no Brasil, não havendo uma menção clara por parte do MEC, de sua inclusão na grade curricular, caracterizando-se, ainda, pela pouca coesão e reduzida atuação marcante dos professores pela sua difusão.

Os PCNEM [1] proclamam que o aprendizado deve contribuir para além do desenvolvimento do conhecimento técnico, ampliar a cultura, desenvolver a interpretação de fatos naturais, compreender procedimentos e equipamentos do cotidiano social e profissional, bem como articular uma visão de mundo natural e social.

Despertar no aluno o interesse pelo tema, preparando-o para exercer a cidadania criticamente e analisar situações financeiras do seu cotidiano é um dos objetivos que deve ser alcançado. Torna-se imprescindível buscar novas abordagens teóricas e novas metodologias, no intuito de estabelecer, no âmbito escolar, formas efetivas de promover o processo de ensino e aprendizagem. Para tal, dentre as abordagens pedagógicas de ensino e aprendizagem, a Aprendizagem Significativa empregada de forma adequada,

pode promover estratégias para construção do conhecimento.

Segundo MOREIRA [4], “a Aprendizagem Significativa é um processo por meio do qual uma nova informação relaciona-se, de maneira substantiva (não-litera) e não-arbitrária, a um aspecto relevante da estrutura de conhecimento do indivíduo”. Em outras palavras, os novos conhecimentos que se adquirem relacionam-se com o conhecimento prévio que o aluno possui.

Nesta perspectiva, entende-se que a aprendizagem significativa pode ser um recurso interessante para tornar mais positivas as atitudes em relação ao processo de ensino e aprendizagem. Partindo do pressuposto que o aluno já possui um conhecimento prévio em lidar com as questões financeiras, mesmo que superficialmente, conclui-se que esse conhecimento servirá como ancoradouro provisório, ou seja, como recurso didático facilitador para a nova aprendizagem significativa, visto que esta ocorre quando novos conceitos, idéias, proposições, presentes na Matemática Financeira, interagem com outros conceitos, idéias e proposições já existentes em sua estrutura cognitiva, sendo por eles assimilados e contribuindo para sua diferenciação, elaboração e estabilidade.

Segundo MOREIRA [4], a principal função dos professores é a de servir de ponte entre o que o aprendiz já sabe e o que ele deve saber a fim de que o novo material possa ser aprendido de forma significativa. Ou seja, professores são facilitadores da aprendizagem na medida em que funcionam como pontes cognitivas. Inspirado nesta perspectiva iniciaremos uma abordagem teórica apresentando conceitos e comandos básicos, que serão adotados ao longo do trabalho.

1.2 Conceitos e Comandos Básicos

Veremos alguns conceitos básicos de Matemática Financeira visando a capacitação dos alunos em avaliar as alternativas disponíveis.

1.2.1 Juros e Taxa de Juros

O cálculo de juros faz parte de toda a atividade econômica. Quando se diz que um fogão custa R\$600,00 à vista e é vendido em 3 parcelas de R\$220,00, isso significa que a diferença entre o valor de R\$ 660,00 do pagamento a prazo e R\$600,00 do pagamento à vista refere-se ao valor dos juros que o comprador está pagando (R\$60,00). Mas por que pagamos juros? Porque alguém que tinha disponibilidade de dinheiro (capital) adiantou esse dinheiro para que o fogão estivesse à disposição do comprador.

Por esse empréstimo, essa pessoa cobra um determinado valor que se denomina juros. Podemos dizer que juros é o pagamento pelo aluguel do dinheiro. Se alguém recebe um determinado valor a título de juros, isso implica que outra pessoa pagou o mesmo valor por esses juros.

A taxa de juros é a razão entre os juros pagos no final do período e o valor originalmente aplicado. Matematicamente, é representada por i e pode ser expressa em fração decimal, ou na forma percentual.

Exemplo 1. *Escreva 7% na forma decimal e de fração decimal.*

$$i = 7\% = \frac{7}{100} = 0,07$$

Note que:

- Transforma-se uma taxa decimal em percentual multiplicando-se o valor da taxa por 100.
- Transforma-se uma taxa percentual em decimal dividindo-se o valor da taxa por 100.

Agora vamos a um exemplo que relaciona taxa com dinheiro:

Exemplo 2. *O investidor A aplica R\$1000,00, no 1º dia do mês, no Banco K. No 1º dia do mês subsequente, o Banco K devolve ao investidor A R\$1050,00.*

Nesta situação tem-se:

$$\text{Juros} = R\$1050,00 - R\$1000,00 = R\$50,00$$

$$\text{Taxa de Juros no Período} = \frac{50,00}{1000,00} = 0,05 = 5\%$$

Denominam-se taxas proporcionais aquelas que, aplicadas sob um mesmo valor, geram um mesmo juro, para um mesmo intervalo de tempo.

Mais um exemplo:

Exemplo 3. *Calcular a taxa mensal proporcional a 30% ao ano.*

O primeiro passo é reduzir o tempo a uma mesma unidade. Lembrando que 1 ano = 12 meses, temos que:

2,5% é a taxa mensal proporcional a 30% ao ano.

Visualização

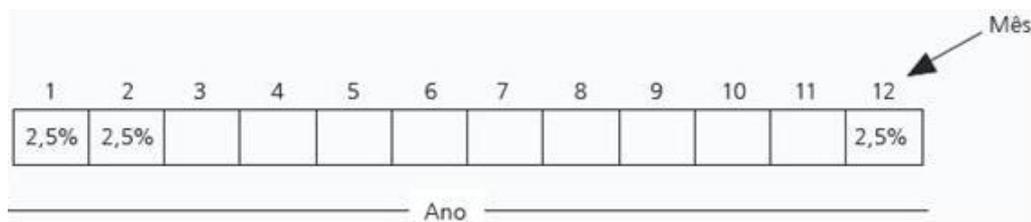


Figura 1: Retângulo dividido em 12 partes de 2,5% cada.

Observação 1.1.

- Duas taxas são proporcionais quando os seus valores guardam uma proporção com o tempo a que elas se referem. Para fazer o cálculo, é preciso reduzir o tempo a uma mesma unidade.
- Problemas envolvendo taxas proporcionais podem ser resolvidos por meio de Regra de Três.
- Tratando-se de juros simples, tanto se pode compatibilizar o período (n) ou a taxa (i), alterando uma ou outra variável, uma vez que as relações são proporcionais.
- Estes conceitos são válidos apenas e tão somente para Taxas de Juros Simples.

Neste momento é necessário vermos algumas aplicações práticas aliadas a teoria vista acima.

1.2.2 Algumas Aplicações Práticas na HP-12C

Nos exemplos a seguir iremos utilizar as funções financeiras da calculadora utilizando taxas de juros.

Exemplo 4. *Quanto é 23% de R\$3000,00?*

PRESSIONE	VISOR	SIGNIFICADO
3000 ENTER 23%	690,00	CALCULA 23% DE R\$ 3000,00

Portanto, 23% de R\$3000,00 é R\$690,00.

Exemplo 5. Uma prestação de R\$1000,00 foi paga com atraso de 23 dias. Sabendo-se que a multa cobrada por dia de atraso foi de 0,3% (constante), pergunta-se:

- Qual foi o valor da multa?
- Qual o valor total da prestação (incluindo a multa)?

PRESSIONE	VISOR	SIGNIFICADO
1000 ENTER 0,3%	3,00	CALCULA A MULTA POR DIA
23 x	69,00	VALOR DA MULTA
+	1069,00	VALOR TOTAL A SER PAGO

O valor da multa foi de R\$69,00 e o valor total da prestação (incluindo a multa) foi de R\$1069,00.

Exemplo 6. Comprei ações da Cia. Petropina no dia 22/10/2011, pelo preço de R\$25,00 cada. No dia 22/12/2011 as vendi pelo preço unitário de R\$38,00. Qual o ganho percentual registrado nesta operação?

PRESSIONE	VISOR	SIGNIFICADO
25 ENTER	25,00	INTRODUZ O VALOR DE COMPRA DA AÇÃO
38	38,00	INTRODUZ O VALOR DA VENDA DA AÇÃO
Δ %	52,00	GANHO PERCENTUAL OBTIDO NO PERÍODO

O ganho percentual registrado nesta operação foi de 52%.

Exemplo 7. Um rádio é vendido nas seguintes condições:

- A vista R\$100,00;
 - A prazo: 2 prestações iguais e consecutivas de R\$53,49 cada, vencendo a primeira no ato da compra e a segunda 30 dias após o pagamento da primeira prestação.
- Calcule a taxa de juros cobrada nesta operação.

Geralmente as lojas na situação descrita acima adotam cartazes com a seguinte linguagem: $(1 + 1)$ de R\$53, 49.

Os juros cobrados recaíram sobre R\$46,51 uma vez que a dívida era de:

$$R\$100,00 - R\$53,49 = R\$46,51.$$

PRESSIONE	VISOR	SIGNIFICADO
46,51 ENTER	46,51	INTRODUZ O VALOR FINANCIADO
53,49	53,49	VALOR DA PRESTAÇÃO
Δ %	15,01	TAXA MENSAL DE JUROS COBRADA

A taxa de juros cobrada nesta operação foi de 15,01% a.m.

A maneira como o cálculo dos juros é efetuado define o regime dos juros. Podem ser dois os regimes de capitalização:

- Juros Simples: Os juros de cada período são calculados sempre sobre o mesmo valor presente.
- Juros Compostos: Os juros gerados em cada período são incorporados ao valor presente para o cálculo dos juros do período seguinte.

Além dos conceitos já apresentados adotaremos outros que terão sua nomenclatura associada as funções financeiras da calculadora HP-12C.

1.2.3 Conceitos Financeiros Diversos

Apresentaremos outros conceitos básicos em matemática financeira, os quais devem ficar claros, bem como a nomenclatura utilizada na calculadora HP-12C.

- Fluxo de Caixa - É o conjunto de recebimentos e pagamentos, ocorridos ou a ocorrer, durante um certo intervalo de tempo.
- Valor Presente ou Principal (VP) - Valor Atual ou Capital Inicial. Corresponde ao valor do dinheiro na Data Zero do Fluxo de Caixa, ou no instante presente. Na calculadora HP-12C adota-se a nomenclatura PV;
- Valor Futuro ou Montante (VF) - Valor do dinheiro em uma data futura. Este Valor Futuro é o Valor Principal acrescido dos Juros (j) aferidos no período. Na calculadora HP-12C adota-se a nomenclatura FV;
- Juros (j) - remuneração do capital empregado:
 - para o investidor: remuneração do investimento;
 - para o tomador: custo do capital obtido no empréstimo.

A calculadora HP-12C não possui uma tecla específica para este conceito pois juros é a diferença entre o valor futuro e o valor presente, ou seja, $j = VF - VP$.

- Tempo de Investimento (n) - como se denomina o número de períodos da aplicação (tempo);
- Período de Capitalização - conceito associado à periodicidade de remuneração associada à captação de juros no regime de juros compostos. Por exemplo, mensal, bimestral, trimestral, anual. No caso da caderneta de poupança o incremento (juros) passa a fazer parte do capital somente depois de vencido o período de capitalização, já no caso de uma dívida se o tempo for inferior a 1 período as instituições financeiras costumam encontrar a taxa equivalente para o período decimal.
- Taxa de Juros (i) - índice que determina a remuneração do capital em um determinado tempo (dia, mês, ano...), também conhecido por taxa efetiva do investimento; é comum a confusão entre taxa de juros e juros principalmente em anúncios publicitários. Basta lembrar que taxa de juros é o percentual no qual um dinheiro gera juros, ou seja, taxa de juros está relacionada com porcentagem enquanto juros está relacionado com dinheiro.
- Séries Uniformes - São sequências finitas ou infinitas de pagamentos com valores iguais;
- Prestações Uniformes (PMT) - valor de cada prestação, associado a séries uniformes;
- Ano Civil - período de 365 dias ou 366 (para os anos bissextos), com meses de 28 (29), 30 ou 31 dias, também chamado de ano-calendário;
- Ano Comercial - ano de 360 dias, considerando-se todos os meses com 30 dias. É muito utilizado em operações financeiras. No Brasil, adota-se, normalmente, o ano civil para a contagem dos dias e o ano comercial (com 360 dias) para o cálculo das taxas de juros. Estes juros são também conhecidos como juros bancários. Quanto aos meses, consideram-se todos os meses como tendo 30 dias; é o caso da caderneta de poupança, que paga juros mensais, independentemente da quantidade de dias do mês, que pode variar de 28 a 31 dias.

A calculadora HP-12C possui uma função específica para trabalhar as relações de tempo. No próximo parágrafo veremos como utilizá-la em situações do dia-a-dia.

1.2.4 Algumas Aplicações Práticas na HP-12C

Funções Calendário(D.MY, M.DY, Δ DYS e DATE)

Função D.MY

Estabelece o formato dia, mês e ano utilizado, por exemplo, no Brasil. Para ativar esta função pressione a tecla g e logo após pressione a tecla D.MY, daí irá aparecer no rodapé do visor a sigla D.MY.

Função Δ DYS

Por meio desta função pode-se encontrar o número de dias decorridos, tanto no ano civil quanto no ano comercial, entre duas datas pré- estabelecidas. Por exemplo, em 30/06/2012, peguei emprestado de uma instituição financeira determinada quantia, e paguei com juros em 25/10/2012. Qual o prazo do empréstimo?

PRESSIONE	VISOR	SIGNIFICADO
g D.MY	0,00 D.MY	ESTABELECE O FORMATO DIA, MÊS E ANO
f 6	0,000000 D.MY	FIXA 6 CASAS DECIMAIS
30.062012 ENTER	30.062012 D.MY	INTRODUZ A PRIMEIRA DATA
25.102012	25.102012 D.MY	INTRODUZ A SEGUNDA DATA
g Δ DYS	117.000000 D.MY	DIAS DECORRIDOS NO ANO CIVIL
$x \gtrless y$	115.000000 D.MY	DIAS DECORRIDOS NO ANO COMERCIAL

O prazo do empréstimo foi de 117 dias no ano civil e 115 dias no ano comercial.

Função DATE

Por meio desta função, pode-se calcular datas futuras ou passadas com base em uma quantidade de dias corridos desejados, especificando o dia da semana a que refere-se tal data. Por exemplo, apliquei no dia 24/08/2012 uma determinada quantia em um Certificado de Depósito Bancário (CDB), por um prazo de 63 dias. Qual a data do resgate?

PRESSIONE	VISOR	SIGNIFICADO
g D.MY	0,00 D.MY	ESTABELECE O FORMATO DIA, MÊS E ANO
f 6	0,000000 D.MY	FIXA 6 CASAS DECIMAIS
24.082012 ENTER	24.082012 D.MY	INTRODUZ A DATA INICIAL DA APLICAÇÃO
63	63. D.MY	INTRODUZ O PRAZO DA APLICAÇÃO
g DATE	26.102012 5 D.MY	CALCULA A DATA DO RESGATE

Observação 1.2. *O dígito que aparece no canto direito do visor indica o respectivo dia da semana correspondente à data calculada, sendo:*

1 \implies Segunda-Feira, 2 \implies Terça-Feira, 3 \implies Quarta-Feira, 4 \implies Quinta-Feira, 5 \implies Sexta-Feira, 6 \implies Sábado, 7 \implies Domingo

Se a data procurada for no passado, pressione a tecla CHS depois do número de dias da operação. Por exemplo, se dia 13/08/2012 resgatei uma aplicação financeira que efetuei a 53 dias, qual a data da aplicação?

PRESSIONE	VISOR	SIGNIFICADO
g D.MY	0,00 D.MY	ESTABELECE O FORMATO DIA, MÊS E ANO
f 6	0,000000 D.MY	FIXA 6 CASAS DECIMAIS
13.082012 ENTER	13.082012 D.MY	INTRODUZ A DATA DO RESGATE
53 CHS	- 53. D.MY	INTRODUZ O NÚMERO DE DIAS DECORRIDOS
g DATE	21.062012 4 D.MY	CALCULA A DATA DA APLICAÇÃO

Note que a data do resgate foi dia 21/06/2012(quinta-feira).

Exemplo 8. Qual o dia da semana corresponde a 28 de fevereiro de 1986?

PRESSIONE	VISOR	SIGNIFICADO
g D.MY	0,00 D.MY	ESTABELECE O FORMATO DIA, MÊS E ANO
f 6	0,000000	FIXA 6 CASAS DECIMAIS
28.021986 ENTER	28.021986 D.MY	INTRODUZ A DATA
0	0. D.MY	INTRODUZ O NÚMERO DE DIAS DECORRIDOS
g DATE	28.021986 5 D.MY	CALCULA A DATA DA APLICAÇÃO

Note que o dia 28/02/1986 foi uma sexta-feira.

1.2.5 Juros Simples

Juros é o custo do capital para quem toma emprestado, ou também a remuneração para quem empresta. No regime de capitalização a juros simples, os juros de cada período são calculados tendo como base o valor do capital inicial. Gráficamente teremos:

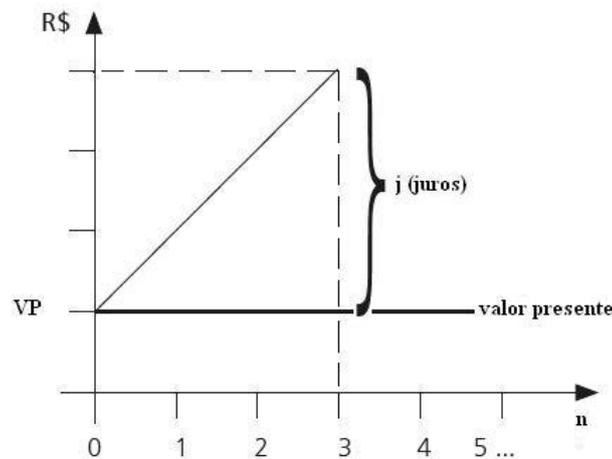


Figura 2: O valor presente é constante e os juros crescem linearmente.

Veja que no regime de capitalização por juros simples, o crescimento dos juros é linear. A fórmula tradicional para o cálculo dos juros simples é: $j = VP \cdot i \cdot n$, onde a taxa de juros (i) deve ser utilizada na forma de fração decimal.

Observação 1.3. *Os cálculos só podem ser executados se o tempo de aplicação n for expresso na mesma unidade de tempo a que se refere à taxa i , considerado o prazo em ano, taxa ao ano, prazo em mês, taxa ao mês etc.*

Exemplo 9. *Uma pessoa tomou emprestada a importância de R\$2000,00, pelo prazo de 2 anos, à taxa de 40% ao ano. Qual o valor dos juros simples a ser pago?*

Os dados são:

$$VP = 2000, n = 2 \text{ anos}, i = 40\% \text{ a.a.} = \frac{40}{100} = 0,4 \text{ a.a.}$$

Cálculo:

$$j = VP \cdot i \cdot n = 2000 \cdot (0,40) \cdot 2 = 1600$$

O valor dos juros simples a ser pago é de R\$1600,00.

O cálculo do Juros Simples pode ser efetuado utilizando as funções financeiras da calculadora HP-12C. Para isto veremos algumas aplicações destas funções.

1.2.6 Algumas Aplicações Práticas na HP-12C

As funções financeiras da calculadora HP-12C obedecem algumas regras que seguem os conceitos financeiros e mais algumas observações feitas a seguir:

Observação 1.4.

- A calculadora HP-12C está programada para calcular juros simples, utilizando as teclas: PV, i, n e INT. A taxa (i) é expressa ao ano e o tempo (n) em dias;

- A calculadora HP-12C trabalha com o sistema de fluxo de caixa utilizando entradas e saídas, sendo que as entradas são valores positivos e as saídas negativos;

- Na calculadora HP-12C existe uma função específica para o cálculo dos juros simples. Para calcular os juros simples basta introduzir a aplicação inicial na tecla PV, a taxa expressa ao ano em i, o tempo expresso em dias em n e acionar a função que realiza o cálculo de juros simples é (f) INT.

Veja os exemplos,

Exemplo 10. *Calcule o valor dos juros simples produzidos por um capital de R\$500,00, aplicando a juros simples de 3% ao mês durante 60 dias, considerando o ano comercial (360 dias).*

PRESSIONE	VISOR	SIGNIFICADO
500 CHS PV	- 500,00	INTRODUZ O VALOR PRESENTE
3 ENTER 12 x i	36,00	INTRODUZ A TAXA ANUAL DE JUROS COBRADA
60 n	60,00	INTRODUZ O TEMPO DO INVESTIMENTO
(f) INT	30,00	JUROS CALCULADOS NO ANO COMERCIAL

O valor dos juros simples produzidos nesta operação foi de R\$30,00.

Exemplo 11. *Calcule o valor futuro obtido por um capital de R\$800,00 aplicado a juros simples de 2% ao mês durante 45 dias, considerando o ano comercial.*

PRESSIONE	VISOR	SIGNIFICADO
800 CHS PV	- 800,00	INTRODUZ O VALOR PRESENTE
2 ENTER 12 x i	24,00	INTRODUZ A TAXA ANUAL DE JUROS COBRADA
45 n	45,00	INTRODUZ O TEMPO DO INVESTIMENTO
(f) INT	24,00	JUROS CALCULADOS NO ANO COMERCIAL
+	824,00	VALOR FUTURO

O valor futuro obtido nesta operação foi de R\$824,00.

Exemplo 12. Calcule o valor dos juros produzidos por um empréstimo de R\$1200,00 concedidos pelo prazo de 4 meses, considerando o ano civil, a uma taxa de 6% ao ano.

PRESSIONE	VISOR	SIGNIFICADO
1200 CHS PV	- 1200,00	INTRODUZ O VALOR PRESENTE
6 i	6,00	INTRODUZ A TAXA ANUAL DE JUROS COBRADA
120 n	120,00	INTRODUZ O TEMPO DO INVESTIMENTO
(f) INT	24,00	JUROS CALCULADOS NO ANO COMERCIAL (360 DIAS)
R ↓ x ≥ y	23,67	JUROS CALCULADOS NO ANO CIVIL (365 DIAS)
+	1223,67	VALOR FUTURO

O valor dos juros produzidos pelo empréstimo nas condições mencionadas foi de R\$1223,67.

Em algumas situações é comum a relação da matemática financeira com diagramas. No próximo item veremos como interpretar os diagramas de fluxo de caixa.

1.2.7 Diagrama de Fluxo de Caixa

O diagrama de fluxo de caixa é um valioso instrumento auxiliar para o uso da calculadora HP -12C nos cálculos financeiros. O diagrama não é nada mais que uma

descrição gráfica temporal e direcional das transações financeiras, rotuladas com termos correspondentes ao teclado da calculadora. O diagrama começa com uma linha horizontal denominada linha do tempo. Ela representa o período de duração do problema financeiro. Se planejado para 6 meses, tendo uma composição de juros mensal, teria o seguinte diagrama:

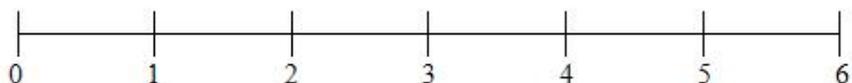


Figura 3: Linha do Tempo

O intercâmbio do dinheiro em um problema é desenhado com flechas verticais. O dinheiro recebido é representado por uma flecha apontada para cima, que se inicia no ponto da linha de tempo onde a transação ocorreu. Já o dinheiro pago é representado por uma flecha apontada para baixo.



Figura 4: Orientação das setas no Diagrama.

1.2.8 Juros Compostos

No regime de juros compostos, os juros a cada período são calculados sobre o montante existente no período anterior. Dessa forma, os juros do período anterior são incorporados ao capital. Pode-se dizer, então, que, no regime de juros compostos, os juros rendem juros. Este é o regime mais utilizado nas instituições financeiras e no dia-a-dia dos consumidores.

Em geral, graficamente é representado por:

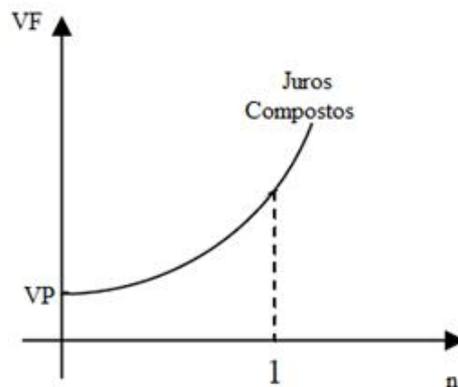


Figura 5: Juros crescendo exponencialmente

Exemplo 13. *Um capital de R\$100,00, aplicado a 2% ao mês, tem a seguinte evolução no regime de juros compostos:*

Valor Presente = R\$100,00 e Taxa de Juros = 2% a.m. = 0,02

Assim, no regime de juros compostos, os juros produzidos no fim de cada período são somados ao capital que os produziu, passando os dois, capital e juros, a render juros no período seguinte.

MÊS	JUROS (j)	VALOR FUTURO (VF)
1	$100,00 \times 0,02 \times 1 = 2,00$	R\$102,00
2	$102,00 \times 0,02 \times 1 = 2,04$	R\$104,04
3	$104,04 \times 0,02 \times 1 = 2,08$	R\$106,12

Portanto, o valor futuro de um capital de R\$100,00 aplicado a uma taxa de juros de 2% a.m. durante 3 meses será de R\$106,12.

Observação 1.5. *Os juros compostos são aqueles que, a partir do segundo período, são calculados sobre o montante relativo ao período anterior.*

Como calcular o Valor Futuro de um investimento? Supondo-se um investimento cujo capital inicial seja VP, aplicado a uma taxa de juros compostos igual a i durante n períodos de capitalização, temos:

PERÍODO	JUROS (j)	VALOR FUTURO (VF)
1º	$j_1=VP \cdot i$	$VF_1=VP+j_1=VP+VP \cdot i=VP \cdot (1+i)$
2º	$j_2=VF_1 \cdot i$	$VF_2=VF_1+j_2=VF_1+VF_1 \cdot i=VF_1 \cdot (1+i)=VP \cdot (1+i) \cdot (1+i)$ $=VP \cdot (1+i)^2$
3º	$j_3=VF_2 \cdot i$	$VF_3=VF_2+j_3=VF_2+VF_2 \cdot i=VF_2 \cdot (1+i)$ $=VP \cdot (1+i)^2 \cdot (1+i)=VP \cdot (1+i)^3$

Analisando a sequência anterior, podemos concluir que, para n períodos, teremos:

$$VF_n=VP \cdot (1+i)^n$$

A fórmula obtida acima é necessária para calcularmos os Juros Compostos de um Investimento. A seguir veremos como este cálculo é feito.

1.2.9 Calcular os Juros Compostos(j) de um Investimento

Sabendo que, em qualquer investimento, o valor futuro é sempre igual ao valor presente adicionado aos juros, podemos escrever:

$$j_n=VF_n-VP$$

Substituindo a fórmula do valor futuro temos que:

$$j_n=VP \cdot (1+i)^n-VP=VP \cdot [(1+i)^n - 1]$$

Observação 1.6. *Essas fórmulas serão válidas exclusivamente se a taxa e o período estiverem na mesma unidade de tempo (ano, mês, dia...). O fator $(1+i)^n$ é chamado de fator de capitalização.*

Exemplo 14. *Qual o montante e os juros compostos produzidos por uma aplicação de R\$4000,00, a uma taxa de 2,5% a.m., pelo prazo de 14 meses, considerando o período de capitalização mensal?*

Os dados são:

$$VP = 4000,00, i = 2,5\% \text{ a.m.} = \frac{2,5}{100} = 0,025 \text{ a.m.}, n = 14 \text{ meses,}$$

Queremos determinar VF_{14} . Sabemos que:

$$VF_n = VP \cdot (1 + i)^n.$$

Logo,

$$VF_{14} = 4000 \cdot (1 + 0,025)^{14} = 5651,90$$

Dessa forma:

$$j_{14} = 5651,90 - 4000 = 1651,90$$

Outra forma de calcular os juros,

$$j_{14} = 4000 \cdot [(1 + 0,025)^{14} - 1] = 1651,90$$

Portanto, o valor futuro do investimento é de R\$5651,90 e os juros compostos foram de R\$1651,90.

A utilização de fórmulas torna o cálculo dos Juros Compostos muito demorado, daí com a intenção de agilizar o processo iremos apresentar o exemplo anterior utilizando a calculadora HP -12C.

1.2.10 Algumas Aplicações Práticas na HP-12C

Exemplo 15. *Veja o exemplo anterior utilizando a HP-12C,*

PRESSIONE	VISOR	SIGNIFICADO
4000 CHS PV	- 4000,00	INTRODUZ O VALOR PRESENTE
2,5 i	2,00	INTRODUZ A TAXA MENSAL DE JUROS COBRADA
14 n	14,00	INTRODUZ O TEMPO DO INVESTIMENTO
FV	5651,90	VALOR FUTURO DO INVESTIMENTO
PV +	1651,90	JUROS COMPOSTOS DO INVESTIMENTO

O valor futuro do investimento é de R\$5651,90 e os juros compostos foram de R\$1651,90, ou seja, o mesmo valor obtido utilizando a fórmula $VF_n = VP \cdot (1 + i)^n$.

Exemplo 16. *Em que prazo uma aplicação de R\$100000,00 produzirá um valor futuro de R\$146853,37, à taxa de 3% ao mês?*

Dados: $VP = 100000,00$, $i = 3\%$ a.m., $VF_n = 146853,37$

Queremos determinar n, portanto:

PRESSIONE	VISOR	SIGNIFICADO
100000 CHS PV	- 100000,00	INTRODUZ O VALOR PRESENTE
3 i	3,00	INTRODUZ A TAXA MENSAL DE JUROS COBRADA
146853,37 FV	146853,37	VALOR FUTURO DO INVESTIMENTO
n	13,00	PRAZO DA APLICAÇÃO

O prazo desta operação será de 13 meses.

Observação 1.7. *Note que o valor futuro e o valor presente foram armazenados nas suas funções com sinais contrários, pois a calculadora HP-12C trabalha em forma de fluxo de caixa (entrada e saída), sendo que as entradas são valores positivos e as saídas negativos. Caso este procedimento não seja seguido irá acontecer um erro na calculadora aparecendo no visor: ERROR 5.*

Exemplo 17. *Um valor presente de R\$120000,00, colocado a juros compostos capitalizados mensalmente durante 8 meses, elevou-se no final desse prazo a R\$155590,77. Calcule a taxa de juros.*

Dados: $VP = 120000,00$, $VF_8 = 155590,77$, $n = 8$ meses

Queremos determinar i , portanto:

PRESSIONE	VISOR	SIGNIFICADO
100000 CHS PV	- 100000,00	INTRODUZ O VALOR PRESENTE
155590,77 FV	155590,77	VALOR FUTURO DO INVESTIMENTO
8 n	8,00	INTRODUZ O PRAZO DA APLICAÇÃO
i	5,68	TAXA MENSAL DE JUROS COBRADA

A taxa de juros desta operação será de 5,68% a.m.

Observação 1.8. *Segundo o Manual da Calculadora HP-12C [2], quase todas as funções financeiras demoram um pouco para produzir uma resposta. (São tipicamente poucos segundos, mas a função i pode demorar 30 segundos ou mais.) Durante esses cálculos, a palavra **running** piscará no mostrador para informá-lo que a calculadora está processando o resultado.*

A demora citada na observação 1.8 pode ser justificada pela dificuldade para encontrar a taxa de juros (i) a partir da fórmula $VF_n = VP \cdot (1 + i)^n$, pois ao isolarmos a taxa (i) na fórmula anterior teremos $i = \left(\frac{VF_n}{VP}\right)^{\frac{1}{n}} - 1$, e a execução deste procedimento requer mais tempo com ou sem o uso da calculadora HP-12C.

1.2.11 Períodos Decimais

Para períodos decimais a calculadora HP-12C possui uma função capaz de calcular os juros simples e os juros compostos deste período. Esta função é ativada e desativada apertando as seguintes teclas: STO EEX. Quando a função estiver ativada irá aparecer no rodapé do visor da calculadora a letra c e assim em períodos decimais ela irá calcular juros compostos. Se caso a função estiver desativada não irá aparecer a letra c no rodapé da calculadora e assim em períodos decimais ela irá calcular juros compostos para a parte inteira do período e juros simples para a parte decimal do período.

Exemplo 18. *Um valor presente de R\$12000,00 pode produzir, com juros compostos, a uma taxa de 4% ao trimestre, durante quatro trimestres e meio, qual valor futuro?*

Dados: $VP = 12000,00$, $i = 4\%$ a.t., $n = 4,5$ trimestres

Queremos determinar $VF_{4,5}$, portanto:

PRESSIONE	VISOR	SIGNIFICADO
STO EEX	0,00 c	ATIVA A FUNÇÃO QUE CALCULA JUROS COMPOSTOS DE PERÍODOS DECIMAIS
12000 CHS PV	- 12000,00 c	INTRODUZ O VALOR PRESENTE
4 i	4,00 c	INTRODUZ A TAXA MENSAL DE JUROS COBRADA
4,5 n	4,50 c	INTRODUZ O PRAZO DA APLICAÇÃO
FV	14316,32 c	VALOR FUTURO DO INVESTIMENTO

O valor futuro obtido na operação foi de R\$14316,32.

Observação 1.9. *Caso a função c não estivesse ativada o valor futuro desta aplicação seria R\$14319,07, uma diferença de R\$2,75.*

Muita das vezes o consumidor é levado a crer que o valor dos juros compostos é sempre superior ao valor dos juros simples, mas no exemplo anterior ficou evidenciado que isto nem sempre é verdade. Para tempos inferiores a 1 período, o valor dos juros compostos é inferior ao valor dos juros simples. Este fato é bem explorado pelas instituições financeiras que iludem os consumidores cobrando juros simples para tempos inferiores a 1 período. Graficamente fica fácil evidenciar o que foi exposto:

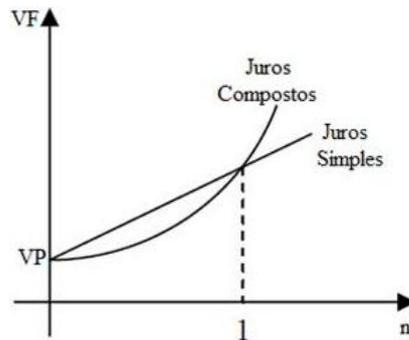


Figura 6: Gráfico comparativo entre Juros Simples e Juros Compostos.

A relação de conversão de taxas equivalentes é muito utilizada em encartes publicitários, por exemplo: 5,30% a.m. = 85,84% a.a. Muitas das vezes o consumidor pensa que esta conversão é feita apenas multiplicando ou dividindo por 12, mas isto não é verdade, pois se fosse assim no exemplo anterior teríamos: 5,30% a.m. = 63,60% a.a. o que não seria verdade. Veremos a seguir como encontrar Taxas Equivalentes.

1.2.12 Taxas Equivalentes

Denominam-se taxas equivalentes aquelas que, aplicadas a um mesmo capital, geram um mesmo valor futuro (montante), no mesmo intervalo de tempo. Em juros compostos, calculamos a taxa equivalente, utilizando a seguinte fórmula

$$1 + I = (1 + i)^n, (*)$$

onde:

I = taxa do período maior;

i = taxa do período menor;

Os períodos maior e menor devem estar em uma mesma unidade de tempo.

n = relação de conversão entre os períodos envolvidos.

Exemplo 19. Qual a taxa anual equivalente a 2% a.m.?

Pela fórmula na expressão (*) da página 36

$$I = (1,02)^{12} - 1 = 0,268242 = 26,8242\% \text{ a.a.}$$

Conclusão: A taxa anual equivalente a 2% a.m. é de 26,8242% a.a.

Exemplo 20. *Qual a taxa mensal equivalente a 30% a.a.?*

Pela fórmula na expressão (*) da página 36

$$1,3 = (1 + i)^{12}$$

Dividindo os índices por 12, temos:

$$(1,3)^{\frac{1}{12}} = 1+i$$

$$i = 0,022104 = 2,2104\% \text{ a.m.}$$

Conclusão: A taxa mensal equivalente a 30% a.a. é de 2,2104% a.m.

1.2.13 Algumas Aplicações Práticas na HP-12C

Neste momento iremos apresentar um programa que será inserido na calculadora para realizar o cálculo de taxas equivalentes de uma forma mais rápida. Segundo o Manual da Calculadora HP-12C [2], um programa é simplesmente uma sequência de teclas armazenada na calculadora. Toda vez que precisar calcular algo usando a mesma sequência de teclas várias vezes, você pode poupar tempo incorporando essas operações em um programa. Em vez de pressionar todas as teclas cada vez, você aperta somente uma tecla para iniciar o programa: a calculadora faz o resto automaticamente!

Um programa muito útil para conversões de taxas equivalentes pode ser armazenado na HP-12C da seguinte maneira:

PRESSIONE	VISOR
(f) P/R	00 - (COLOCA A CALCULADORA NO MODO DE PROGRAMAÇÃO)
(f) PRGM	00 - (LIMPA A MEMÓRIA DE PROGRAMAÇÃO)
$x \geq y$	01 - 34
EEX	02 - 26
\div	04 - 10
1	05 - 1
+	06 - 40
$x \geq y$	07 - 34
y^x	08 - 21
1	09 - 1
-	10 - 30
EEX	11 - 26
2	12 - 2
\times	13 - 20
(f) P/R	(VOLTA AO VISOR NORMAL)

Após executar os comando descritos acima a sua calculadora HP-12C estará programada para converter taxas equivalentes.

Agora com a calculadora programada iremos aprender a executar o programa. O programa pode ser utilizado em duas situações diferentes:

- Situação 1. Queremos transformar uma taxa para períodos superiores. Exemplo: mensal para anual, diário para mensal, etc.
 - Tecele a taxa em %;
 - Tecele ENTER;
 - Tecele o número de vezes que o período menor cabe no maior;
 - Tecele R/S.

- Situação 2. Queremos transformar uma taxa para períodos inferiores. Exemplo: anual para mensal, mensal para diário, etc.

- Tecla a taxa em %;
- Tecla ENTER;
- Tecla o número de vezes que o período menor cabe no maior;
- Tecla 1/x
- Tecla R/S.

Observação 1.10. A tecla R/S ativa o programa que foi armazenado na calculadora.

Exemplo 21. Qual a taxa anual equivalente a 3% ao trimestre?

Iremos converter uma taxa trimestral para uma taxa anual, ou seja, queremos transformar a taxa para um período superior. Tem-se:

PRESSIONE	VISOR	SIGNIFICADO
3 ENTER	3,00	ARMAZENA A TAXA TRIMESTRAL
4	4	NÚMERO DE VEZES QUE O TRIMESTRE CABE NO ANO
R/S	12,55	TAXA ANUAL EQUIVALENTE

A taxa de juros de 3% a.t. equivale a uma taxa de 12,55% a.a.

Exemplo 22. Qual a taxa diária equivalente a 70% ao trimestre?

Iremos converter uma taxa trimestral para uma taxa diária, ou seja, queremos transformar a taxa para um período inferior. Tem-se:

PRESSIONE	VISOR	SIGNIFICADO
70 ENTER	70,00	ARMAZENA A TAXA TRIMESTRAL
90	90	NÚMERO DE VEZES QUE O DIA CABE NO TRIMESTRE
1/x	0,01	INVERSO DA RELAÇÃO DE CONVERSÃO
R/S	0,59	TAXA DIÁRIA EQUIVALENTE

A taxa de juros de 70% a.t. equivale a uma taxa de 0,59% a.d.

A solução de um problema de juros compostos passa pela observação das unidades, apresentadas na taxa e no período de capitalização. Lembre-se sempre de converter a taxa para a mesma unidade do período de capitalização.

Ao realizarmos um financiamento as parcelas ou prestações pagas são intituladas séries de pagamentos. No item seguinte veremos o significado deste conceito financeiro.

1.2.14 Séries de Pagamentos

É o nome dado à sequência finita ou infinita de pagamentos, em datas previamente estipuladas, sendo cada ocorrência denominada termo da série ou ainda termo da anuidade. De um modo geral, as séries têm por objetivo a quitação de empréstimo (amortização) de forma parcelada, ou a formação de um montante (capitalização) para utilização futura.

Exemplo 23. *Determinada instituição financeira concede, hoje, um empréstimo a uma empresa no valor de R\$100,00, o qual deve ser pago em 5 prestações mensais, iguais e sucessivas no valor de R\$25,00, vencendo a primeira dentro de um mês. A representação do DFC (Diagrama de Fluxo de Caixa) tem duas óticas:*

- a da instituição que empresta; e
- a da empresa.

INSTITUIÇÃO:

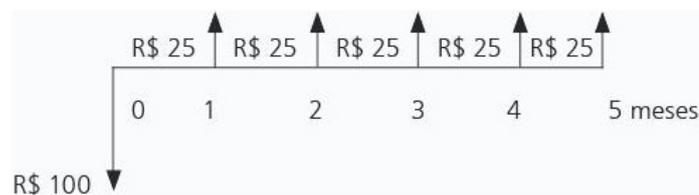


Figura 7: Diagrama sob a ótica da Instituição Financeira

EMPRESA:

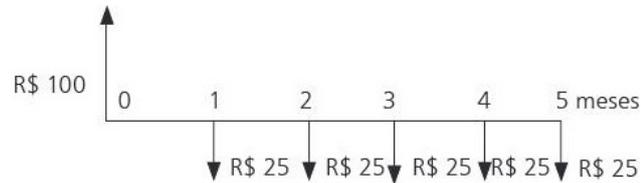


Figura 8: Diagrama sob a ótica da Empresa

Neste caso, tanto para a amortização quanto para a capitalização, as prestações ou as amortizações estão pagando/rendendo juros a cada período. Para as séries de pagamento, cada período terá uma entrada ou saída de caixa, diferentemente das relações anteriores, quando considerávamos o capital parado por n períodos, sendo movimentado apenas no final do prazo. As séries de pagamentos podem ser classificadas segundo alguns critérios que veremos a seguir.

1.2.15 Classificação das Séries

As séries de pagamento podem ter características diversas, de acordo com a forma negociada:

- Quanto ao número de termos:

- **finitas:** no caso de existir uma última prestação. Existe um número limitado de prestações; e

- **infinitas:** quando não existir uma última prestação. Neste caso, a série chama-se perpetuidade.

- Quanto à natureza:

- **uniformes:** quando todos os termos forem iguais. Também chamadas de constante ou, ainda, de renda fixa; e

- **não uniformes:** quando os termos forem diferentes. Também chamadas de renda variável.

- Quanto ao intervalo entre os seus termos:

- **periódicas:** quando o intervalo entre seus termos for constante; e

- **não periódicas:** quando o intervalo não for constante.

- Quanto ao vencimento de seus termos:

- **postecipadas:** quando os termos posicionam-se no final de cada período; e
- **antecipadas:** quando os termos posicionam-se no início de cada período.

- Quanto à ocorrência do primeiro termo:

- **imediate:** quando o primeiro termo ocorrer no primeiro período; e
- **diferidas:** quando o primeiro termo só ocorrer após alguns períodos, ou seja, quando houver uma carência. A este prazo chama-se diferimento da anuidade, ou prazo de diferimento, ou, ainda, prazo de carência.

A modalidade aqui apresentada reflete o sistema de amortização mais utilizado pelas financeiras no Brasil. É caracterizado por ter as prestações uniformes (iguais) e com o intervalo de tempo constante. O primeiro pagamento ocorrerá no início do período (antecipada) ou ao final do período (postecipada). A calculadora HP-12C apresenta uma função específica para diferenciar as duas situações:

- **BEG**, quando o primeiro pagamento ocorrerá no início do período (antecipada). Esta função é ativada através das teclas: (g) BEG. Quando a função estiver ativada a palavra BEGIN aparecerá no rodapé do visor da calculadora.

- **END**, quando o primeiro pagamento ocorrerá no final do período (postecipada). Esta função é ativada através das teclas: (g) END. Quando a função estiver ativada a palavra BEGIN não aparecerá no rodapé do visor da calculadora.

Observação 1.11. *Para facilitar a compreensão em qual situação se usa BEG ou END, basta lembrar dos cartazes com anúncios em lojas:*

1 + 11 de R\$ 100,00 (Situação onde deve ser ativada a função BEG)

ou

0 + 12 de R\$ 100,00 (Situação onde deve ser ativada a função END)

Se um financiamento possui uma entrada isto não significa que a situação seja classificada como BEG. É necessário verificar se essa entrada já é também a primeira prestação.

Um mesmo financiamento pode ser estruturado de maneiras diferentes, dentre elas o Sistema Francês de Amortização é o mais utilizado devido as parcelas terem o valor fixo. A seguir veremos como funciona esta estrutura.

1.2.16 Sistema Francês de Amortização ou CDC

De acordo com o Jornal Folha de São Paulo[11], só no Brasil o Sistema Francês de Amortização é chamado Tabela Price. O nome não tem nada a ver com preço (price, em inglês). Refere-se ao matemático inglês Richard Price (1723-91). Foi ele quem implantou o cálculo de juros compostos (juros sobre uma parcela que já engloba juros) na cobrança de dívidas. Mas foram os franceses que adotaram e universalizaram esse cálculo no século 19.

Nesse tipo de amortização, à medida que o financiamento é amortizado (pago), a composição entre valor amortizado e quantidade de juros, inclusa em cada prestação, vai se alterando. Com o correr do tempo, vai se amortizando mais e pagando-se menos juros. Uma das modalidades que adota este tipo de pagamento é o chamado crédito direto ao consumidor (CDC). Nesta modalidade, a primeira prestação ocorre no final do período, ou seja, o pagamento é postecipado. O Sistema Francês de Amortização ou CDC é o mais utilizado pelas instituições financeiras e o comércio em geral.

Metodologia de Cálculo das Prestações no CDC

Entenda como calcular o valor da prestação (PMT) de um financiamento:

Supondo um bem cujo valor presente seja VP, corrigido a uma taxa de juros compostos igual a i pago em n parcelas de igual valor, temos que o valor de cada prestação será calculado através da seguinte fórmula:

$$PMT = \frac{VP \cdot i \cdot (1 + i)^n}{[(1 + i)^n - 1]}$$

A demonstração da fórmula para calcular o valor da prestação de um financiamento pode ser encontrada no livro (Fundamentos de Matemática Elementar - Matemática Comercial, Financeira, Estatística - Vol. 11, Autor: IEZZI, Gelson; HAZZAN, Samuel; DEGENSZAJN, David, Editora: Atual, p.68, 1ª Ed., 2004)

Exemplo 24. *Um empréstimo de R\$12000,00 foi pago em 8 prestações mensais, a primeira daqui a 1 mês, a uma taxa de 4,5% ao mês. Qual o valor das prestações?*

Os dados são:

$VP = 12000$, $i = \frac{4,5}{100} = 0,045$ a.m., $n = 8$ prestações mensais

Queremos determinar PMT.

Sabemos que:

$$PMT = \frac{VP \cdot i \cdot (1 + i)^n}{[(1 + i)^n - 1]}$$

Então:

$$PMT = \frac{12000 \cdot 0,045 \cdot (1 + 0,045)^8}{[(1 + 0,045)^8 - 1]} = 1819,32$$

Logo, o valor de cada uma das 8 prestações é de R\$1819,32.

1.2.17 Algumas Aplicações Práticas na HP-12C

Iremos refazer o exemplo 3.24 utilizando a calculadora HP-12C, lembrado que a primeira prestação ocorre no final do período, ou seja, o pagamento é postecipado e a função END deve ser ativada.

PRESSIONE	VISOR	SIGNIFICADO
(g) END	0,00	ATIVA A FUNÇÃO END
12000 CHS PV	- 12000,00	INTRODUZ O VALOR FINANCIADO
8 n	8,00	INTRODUZ O NÚMERO DE PARCELAS
4,5 i	4,50	INTRODUZ A TAXA DE JUROS
PMT	1819,32	VALOR DE CADA PRESTAÇÃO

O valor de cada uma das 8 prestações é de R\$1819,32, coincidindo com o valor obtido através da fórmula $PMT = \frac{VP \cdot i \cdot (1 + i)^n}{[(1 + i)^n - 1]}$

Exemplo 25. *Um terreno foi comprado por R\$28000,00, dando o novo proprietário uma entrada de R\$8000,00 e o restante em 10 prestações mensais e iguais a uma taxa de 4% a.m. Qual o valor das prestações?*

Note que apenas uma parte do valor total do terreno será financiada. Estamos interessados em encontrar o valor de cada prestação da parte financiada. O cálculo da prestação incidirá apenas sobre essa parte.

Os dados são:

END = A primeira prestação será postecipada,

VP = 28000 - 8000 = 20000, n = 10 prestações mensais, i = 4% a.m.

Queremos encontrar a PMT. Então:

PRESSIONE	VISOR	SIGNIFICADO
(g) END	0,00	ATIVA A FUNÇÃO END
20000 CHS PV	- 20000,00	INTRODUZ O VALOR FINANCIADO
10 n	10,00	INTRODUZ O NÚMERO DE PARCELAS
4 i	4,00	INTRODUZ A TAXA DE JUROS DO FINANCIAMENTO
PMT	2465,82	VALOR DE CADA PRESTAÇÃO

O valor de cada prestação será de R\$2465,82.

Nos financiamentos é comum que o intervalo de tempo entre as parcelas seja mensal. Este tipo de financiamento é chamado de Rendas Certas ou Anuidades. A seguir veremos um pouco mais deste conceito financeiro.

1.2.18 Rendas Certas ou Anuidades

Chamamos de renda certa ou anuidade uma sucessão, finita ou infinita, de pagamentos onde o fluxo de caixa constante ocorre em intervalos regulares por um período fixo de tempo. Quando o número de termos da série for finito, chama-se anuidade temporária. Porém, se o número de termos da anuidade for infinito, chama-se anuidade perpétua.

Exemplo 26. *Uma pessoa compra um televisor de 20 polegadas, que irá pagar em 4 prestações de R\$196,08. As prestações serão pagas a partir do momento da compra (Pagamento Antecipado) e o vendedor afirmou estar cobrando uma taxa de juros compostos de 2,0% a.m. Qual é o preço do televisor à vista?*

Os dados são:

BEG = A primeira prestação será antecipada,

n = 4 prestações mensais, i = 2% a.m., PMT = 196,08

Queremos encontrar o VP. Então:

PRESSIONE	VISOR	SIGNIFICADO
(g) BEG	0,00 BEGIN	ATIVA A FUNÇÃO BEG
196,08 CHS PMT	- 196,08 BEGIN	INTRODUZ O VALOR DA PRESTAÇÃO
4 n	4,00 BEGIN	INTRODUZ O NÚMERO DE PARCELAS
2 i	2,00 BEGIN	INTRODUZ A TAXA DE JUROS
PV	761,55 BEGIN	VALOR À VISTA DA TV

O preço do televisor á vista era R\$761,55.

Vamos refazer o exemplo anterior considerando o pagamento postecipado.

Os dados são:

END = A primeira prestação será postecipada,

n = 4 prestações mensais, i = 2% a.m., PMT = 196,08

Queremos encontrar o VP. Então:

PRESSIONE	VISOR	SIGNIFICADO
(g) END	0,00	ATIVA A FUNÇÃO END
196,08 CHS PMT	- 196,08	INTRODUZ O VALOR DA PRESTAÇÃO
4 n	4,00	INTRODUZ O NÚMERO DE PARCELAS
2 i	2,00	INTRODUZ A TAXA DE JUROS
PV	746,62	VALOR À VISTA DA TV

O preço do televisor à vista era R\$746,62.

Observação 1.12. *Pagar uma prestação no ato da compra poderia propiciar a compra de um televisor R\$14,93 mais caro, pagando o mesmo valor da prestação e com a*

mesma quantidade de parcelas. Situações assim motivam a necessidade do aprendizado da Matemática Financeira.

Exemplo 27. Uma pessoa compra um automóvel e irá pagá-lo em quatro prestações mensais de R\$2626,24. As prestações serão pagas a partir do quarto mês da compra (4 meses de carência). O vendedor afirmou estar cobrando uma taxa de juros compostos de 2,0% a.m. Qual é o preço do automóvel à vista?

Note que nestes 4 meses de carência a dívida não está sendo amortizada, isto faz com que o saldo devedor aumente em juros compostos durante estes 4 meses a uma taxa de 2% a.m. Por isso a solução de problemas ligados a prazos de carência deve ser realizada em duas etapas. Primeiramente, resolvemos a área que contém os termos da série e, depois, a área do prazo de carência. Vejamos,

1ª ETAPA

PRESSIONE	VISOR	SIGNIFICADO
(g) BEG	0,00 BEGIN	ATIVA A FUNÇÃO BEG
2626,24 CHS PMT	- 2626,24 BEGIN	INTRODUZ O VALOR DA PRESTAÇÃO
4 n	4,00 BEGIN	INTRODUZ O NÚMERO DE PARCELAS
2 i	2,00 BEGIN	INTRODUZ A TAXA DE JUROS
PV	10200,01 BEGIN	VALOR DO CARRO 4 MESES APÓS A COMPRA

O valor do carro 4 meses após a compra era de R\$10200,01.

2ª ETAPA

PRESSIONE	VISOR	SIGNIFICADO
10200,01 CHS FV	- 10200,01	INTRODUZ O VALOR FUTURO DA DÍVIDA
4 n	4,00	INTRODUZ O PRAZO DE CARÊNCIA
2 i	2,00	INTRODUZ A TAXA DE JUROS DO FINANCIAMENTO
PV	9423,23	PREÇO DO AUTOMÓVEL À VISTA

Portanto, o valor do automóvel à vista era de R\$9423,23.

Muita das vezes o consumidor é levado a crer que promoções do tipo: “leve agora e só pague daqui a um mês ou leve agora e só pague depois do carnaval” é algo vantajoso, mas no exemplo anterior ficou evidenciado que isto nem sempre é verdade. Muita das vezes a propaganda é tendenciosa e faz com que pessoas menos esclarecidas sejam enganadas com facilidades que oneram os custos do produto.

Dominar os fundamentos básicos da Matemática Financeira, bem como conhecer e utilizar as ferramentas adequadas, capacita os usuários a tomarem decisões quanto a investimentos e a empréstimos, otimizando os seus recursos e avaliando as melhores alternativas disponíveis. (CARIAS, Maurício em Matemática Financeira - 5ª Ed. - Rio de Janeiro: Funenseg, p. 7, 2006) [3]

A soma dos valores pagos de uma anuidade gera um montante que é chamado de valor futuro. Em seguida veremos como calcular o valor futuro de uma anuidade.

1.2.19 Valor Futuro de Uma Anuidade

Chamamos de valor futuro de uma anuidade a soma dos valores dos montantes de seus termos, considerando uma taxa de juros e uma data focal.

Exemplo 28. *Calcular o valor futuro de uma anuidade postecipada de R\$5000,00, a uma taxa de 2% a.m., durante 24 meses.*

Os dados são:

END = anuidade postecipada,

PMT = 5000,00, $i = 2\%$ a.m., $n = 24$ parcelas mensais

Queremos determinar o VF. Então:

PRESSIONE	VISOR	SIGNIFICADO
(g) END	0,00	ATIVA A FUNÇÃO END
5000 CHS PMT	- 5000,00	INTRODUZ O VALOR DA PRESTAÇÃO
24 n	24,00	INTRODUZ O NÚMERO DE PARCELAS
2 i	2,00	INTRODUZ A TAXA DE JUROS DO FINANCIAMENTO
FV	152109,31	VALOR FUTURO

O valor futuro da anuidade será de R\$152109,31.

Exemplo 29. *No ano de 1995 um pai esperava que seu filho tivesse o futuro garantido. Assim decidiu investir em uma aplicação de rendimento fixo com taxa de juros de 0,5% a.m. depositando todo mês, R\$100,00, a partir do nascimento do filho. Em 2013, um mês após o filho completar 18 anos, qual valor foi resgatado?*

Observe que serão 18 anos depositando R\$100,00 o que equivale a $18 \times 12 = 216$ depósitos

Os dados são:

BEG = anuidade antecipada,

PMT = 100,00, $i = 0,5\%$ a.m., $n = 216$ depósitos mensais

Queremos determinar o VF. Então:

PRESSIÃO	VISOR	SIGNIFICADO
(g) BEG	0,00 BEGIN	ATIVA A FUNÇÃO BEG
100 CHS PMT	- 100,00 BEGIN	INTRODUZ O VALOR DA PRESTAÇÃO
216 n	216,00 BEGIN	INTRODUZ O NÚMERO DE DEPÓSITOS
0,5 i	1,00 BEGIN	INTRODUZ A TAXA DE JUROS DA APLICAÇÃO
FV	38929,00 BEGIN	VALOR FUTURO

O valor resgatado foi de R\$38929,00.

Note que o pai investiu R\$21600,00 e o filho poderá resgatar R\$38929,00. O dinheiro rendeu R\$17329,00.

A estrutura de um financiamento pode ser apresentada por meio de uma tabela que é conhecida como Tabela Price. Esta tabela nos mostra o passo a passo de um financiamento. A seguir veremos como montar esta tabela.

1.2.20 Tabela Price

A Tabela Price (ou Sistema Francês) se caracteriza pelo pagamento de um empréstimo na forma de prestações iguais e consecutivas. Esta tabela é muito utilizada e oferecida por diversas instituições financeiras. Ela também permite calcular os juros e amortizações contidas em uma determinada prestação bem como encontrar, em qualquer momento do financiamento, o saldo devedor do empréstimo. Por isso as instituições financeiras renomadas apresentam aos seus clientes esta tabela com a intenção de ser o mais transparente possível na negociação efetuada.

A HP-12C permite que você calcule as partes de seus pagamentos referentes aos juros, amortização e do saldo devedor do seu empréstimo após um ou mais pagamentos.

O plano de amortização deve ser definido da seguinte maneira:

- 1º - Pressione (f) CLEAR FIN para apagar os registros financeiros;
- 2º - Pressione as teclas (g) BEG ou (g) END para estabelecer a modalidade de pagamento;
- 3º - Introduza o valor do empréstimo PV;
- 4º - Introduza o número de parcelas n;
- 5º - Introduza a taxa de juros periódica i;
- 6º - Pressione a tecla PMT para obter o valor de cada parcela;
- 7º - Introduza o número de pagamentos a serem amortizados;
- 8º - Pressione (f) AMORT para apresentar a parte da prestação referente aos juros;
- 9º - Pressione $x \geq y$ para apresentar a parte da prestação referente a amortização;
- 10º - Para encontrar o número de pagamentos que acabaram de ser amortizados, pressione R↓;
- 11º - Para encontrar o saldo devedor restante, pressione RCL PV;
- 12º - Para encontrar o número total de pagamentos amortizados, pressione RCL n.

1.2.21 Algumas Aplicações Práticas na HP-12C

Exemplo 30. *Uma dívida de R\$3000,00 com taxa de juros de 1,5% a.m., capitalizados mensalmente deve ser amortizada por meio de pagamentos mensais e iguais durante os próximos 6 meses, sendo o primeiro pagamento efetuado daqui a um mês. Elabore uma Tabela Price para representar esta situação.*

O primeiro passo para elaborar esta tabela consiste em encontrar os valores de prestação, juros, amortização e saldo devedor de cada período e automaticamente anotá-los em uma tabela. Tem-se:

PERÍODO	JUROS	AMORTIZAÇÃO	PRESTAÇÃO	SALDO DEVEDOR
TOTAL				

Os dados são:

END = pagamentos postecipados,

VP = 3000,00, $i = 1,5\%$ a.m., $n = 6$ parcelas mensais

Queremos determinar a PMT. Então:

PRESSIONE	VISOR	SIGNIFICADO
(f) CLEAR FIN	0,00	APAGA OS REGISTROS FINANCEIROS
(g) END	0,00	ATIVA A FUNÇÃO END
3000 CHS PV	- 3000,00	INTRODUZ O VALOR DA DÍVIDA
6 n	6,00	INTRODUZ O NÚMERO DE PARCELAS
1,5 i	2,00	INTRODUZ A TAXA DE JUROS
PMT	526,58	VALOR CADA PRESTAÇÃO
1 (f) AMORT	45,00	JUROS DA 1ª PRESTAÇÃO
$x \geq y$	481,58	AMORTIZAÇÃO DA 1ª PRESTAÇÃO
RCL PV	- 2 518,42	SALDO DEVEDOR
1 (f) AMORT	37,78	JUROS DA 2ª PRESTAÇÃO
$x \geq y$	488,80	AMORTIZAÇÃO DA 2ª PRESTAÇÃO
RCL PV	- 2029,62	SALDO DEVEDOR
1 (f) AMORT	30,44	JUROS DA 3ª PRESTAÇÃO
$x \geq y$	496,14	AMORTIZAÇÃO DA 3ª PRESTAÇÃO
RCL PV	- 1533,48	SALDO DEVEDOR
1 (f) AMORT	23,00	JUROS DA 4ª PRESTAÇÃO
$x \geq y$	503,58	AMORTIZAÇÃO DA 4ª PRESTAÇÃO
RCL PV	- 1029,90	SALDO DEVEDOR
1 (f) AMORT	15,45	JUROS DA 5ª PRESTAÇÃO
$x \geq y$	511,13	AMORTIZAÇÃO DA 5ª PRESTAÇÃO
RCL PV	- 518,77	SALDO DEVEDOR
1 (f) AMORT	7,78	JUROS DA 6ª PRESTAÇÃO
$x \geq y$	- 518,80	AMORTIZAÇÃO DA 6ª PRESTAÇÃO
RCL PV	0,03	SALDO DEVEDOR

Com as informações da tabela anterior podemos preencher a Tabela Price,

PERÍODO	JUROS	AMORTIZAÇÃO	PRESTAÇÃO	SALDO DEVEDOR
1	45,00	481,58	526,58	3000,00
2	37,78	488,80	526,58	2518,42
3	30,44	496,14	526,58	2029,62
4	23,00	503,58	526,58	1533,48
5	15,45	511,13	526,58	1029,90
6	7,78	518,80	526,58	518,77
TOTAL	159,45	3000,03	3159,48	-

A tabela acima apresenta a evolução do saldo devedor bem como os juros e as amortizações referentes a cada período.

Observação 1.13. *Caso o cliente quisesse antecipar pagamento de parcelas ou quitar sua dívida antecipadamente esta tabela seria de fundamental importância para os devidos trâmites.*

No dia-a-dia é comum recebermos encartes publicitários que geralmente apresentam financiamentos. Neste momento é possível analisarmos estes financiamentos e perceber que grande parte destes encartes apresentam problemas que poderiam ser facilmente corrigidos por alguém que domine todos os conhecimentos vistos até aqui. As aplicações a seguir foram extraídas de encartes e retratam a realidade da publicidade que nos é oferecida.

2 Aplicações

Nesta seção utilizaremos as ferramentas anteriormente expostas para resolver situações do dia-a-dia que envolvem Matemática Financeira. Para isso serão apresentados exemplos através de encartes fornecidos por algumas lojas.

Exemplo 31. *Uma loja oferece um notebook nas seguintes condições:*



Abra novas possibilidades.
Windows 7

Notebook **Positivo**
T4500 N6000
570129

- Processador: Intel Pentium T4500
- Windows 7 Home Basic Original

4GB RAM
500GB HD
14"

à vista de R\$ 1.399,00 por R\$ 1.099,00

12x de R\$ **109,90** no cartão

Total a prazo: R\$ 1.318,80 Juros: 2,92% a.m. | 35,07% a.a.

Figura 9: Encarte Publicitário

Os dados são:

END = A primeira prestação será postecipada,

VP = 1099,00, n = 12 prestações mensais, PMT = 109,90

Queremos verificar o valor da taxa de juros deste financiamento. Então:

PRESSIONE	VISOR	SIGNIFICADO
(g) END	0,00	ATIVA A FUNÇÃO END
1 099 CHS PV	- 1099,00	INTRODUZ O VALOR PRESENTE
12 n	12,00	INTRODUZ O NÚMERO DE PARCELAS
109,90 PMT	109,90	INTRODUZ O VALOR DA PRESTAÇÃO
i	2,92	TAXA DE JUROS DO FINANCIAMENTO

A taxa de juros deste financiamento é de 2,92% a.m.

Observação 2.1. *A taxa informada no encarte está correta, mas o mesmo não ocorre com a equivalência das taxas fornecidas. Veja:*

PRESSIONE	VISOR	SIGNIFICADO
2,92 ENTER	2,92	ARMAZENA A TAXA MENSAL
12	12	NÚMERO DE VEZES QUE O MÊS CABE NO ANO
R/S	41,30	TAXA ANUAL EQUIVALENTE

A taxa equivalente a 2,92% a.m. é de 41,30% a.a., mas a informada no encarte era de 35,07% a.a.. O erro cometido deve ter ocorrido devido uma confusão entre o conceito de taxas equivalentes e de taxas proporcionais, pois se multiplicarmos 2,92% a.m. por 12 obteremos 35,07% a.a.

Exemplo 32. Uma loja oferece um fogão nas seguintes condições:



Figura 10: Encarte Publicitário

Os dados são:

END = A primeira prestação será postecipada,

VP = 499,00, n = 12 prestações mensais, PMT = 48,65

Queremos verificar o valor da taxa de juros deste financiamento. Então:

PRESSIONE	VISOR	SIGNIFICADO
(g) END	0,00	ATIVA A FUNÇÃO END
499 CHS PV	- 499,00	INTRODUZ O VALOR PRESENTE
12 n	12,00	INTRODUZ O NÚMERO DE PARCELAS
48,65 PMT	48,65	INTRODUZ O VALOR DA PRESTAÇÃO
i	2,50	TAXA DE JUROS DO FINANCIAMENTO

A taxa de juros deste financiamento é de 2,50% a.m.

Observação 2.2. A taxa mensal informada no encarte é de 2,99% a.m., veja:

Consulte o regulamento completo do "Compromisso Philips – satisfação total ou seu dinheiro de volta" no site www.philips.com.br ou pelo telefone 0800 701 0203. Ofertas válidas de 6 a 19/1/2013 ou enquanto durarem os estoques. Formas de pagamento: à vista; a prazo sem juros no Cartão Casas Bahia em 2X, 3X, 4X e 5X; em 6X, com juros de 2,80% a.m. (juros e CET 39,28% a.a.); em 12X, com juros de 2,99% a.m. (juros e CET 42,41% a.a.). IOF incluso. Consulte outras condições de pagamento. Não vendemos por atacado. 20 peças por produto, exceto para saldo/mostruário. Fotos ilustrativas. Eventuais erros neste impresso têm preservado o direito de retificação. Sujeito a aprovação de crédito. *Condição exclusiva para produtos anunciados. **Consulte modelos disponíveis. ***Os produtos e marcas anunciados possuem seus direitos protegidos por lei. As ofertas anunciadas não são válidas para a loja virtual nem para o Televentas. Mais informações, acesse www.casasbahia.com.br ou ligue para 4003-2773.

Figura 11: Rodapé do encarte que contém o fogão.

Exemplo 33. Uma loja oferece um televisor nas seguintes condições:



Figura 12: Encarte Publicitário

Os dados são:

END = A primeira prestação será antecipada,

VP = 1399,00, n = 12 prestações mensais, PMT = 139,90

Queremos verificar o valor da taxa de juros deste financiamento. Então:

PRESSIONE	VISOR	SIGNIFICADO
(g) END	0,00	ATIVA A FUNÇÃO END
1399 CHS PV	- 1399,00	INTRODUZ O VALOR PRESENTE
12 n	12,00	INTRODUZ O NÚMERO DE PARCELAS
139,90 PMT	139,90	INTRODUZ O VALOR DA PRESTAÇÃO
i	2,92	TAXA DE JUROS DO FINANCIAMENTO

A taxa de juros deste financiamento é de 2,92% a.m.

Observação 2.3. A taxa mensal informada no encarte bem como a equivalência de taxas estão corretas.

Exemplo 34. Uma loja oferece esta impressora nas seguintes condições:



Figura 13: Encarte Publicitário

Os dados são:

BEG = A primeira prestação será antecipada,

VP = 249,00, n = 13 prestações mensais, PMT = 24,90

Queremos verificar o valor da taxa de juros deste financiamento. Então:

PRESSIONE	VISOR	SIGNIFICADO
(g) BEG	0,00	ATIVA A FUNÇÃO BEG
249 CHS PV	- 249,00	INTRODUZ O VALOR PRESENTE
13 n	13,00	INTRODUZ O NÚMERO DE PARCELAS
24,90 PMT	24,90	INTRODUZ O VALOR DA PRESTAÇÃO
i	4,73	TAXA DE JUROS DO FINANCIAMENTO

A taxa de juros deste financiamento é de 4,73% a.m.

Observação 2.4. *A taxa mensal informada no encarte é de 4,52% a.m., veja:*

Os preços são para pagamentos nas seguintes condições: à vista: em cheque ou dinheiro; a prazo: no Cartão Pernambucanas, com até 30 dias para pagar, sem acréscimo. VESTUÁRIO E LAR: em 8 vezes (0+8), sem entrada, no Cartão Pernambucanas, com taxa de juros de 6,90% ao mês (122,71% ao ano) e Custo Efetivo Total (CET) de 130,01% ao ano. ELETROELETRONICOS: em 10 vezes (1+9), sem juros, no Cartão Pernambucanas, válida somente para produtos anunciados nesta condição; em 13 vezes (1+12), no Cartão Pernambucanas, com taxa de juros de 4,52% ao mês (68,23% ao ano) e Custo Efetivo Total (CET) de 73,71% ao ano; em 25 vezes (1+24), no Cartão Pernambucanas, com taxa de juros de 5,30% ao mês (85,84% ao ano) e Custo Efetivo Total (CET) de 89,54% ao ano. TELEFONIA: em 10 vezes (1+9), sem juros, no Cartão Pernambucanas, válida somente para produtos anunciados nesta condição. Os produtos anunciados no catálogo eletrônico não estão disponíveis em algumas lojas. Celeron, Celeron Inside, Core Inside, Intel, Logotipo Intel, Intel Atom, Intel Atom Inside, Intel Core, Intel Inside, Logotipo Intel Inside, Intel vPro, Itanium, Itanium Inside, Pentium, Pentium Inside, vPro Inside, Xeon, e Xeon Inside são marcas registradas da Intel Corporation nos Estados Unidos e em outros países. Para ouvir o rádio é necessário conectar o fone de ouvido. ADVERTÊNCIA: o uso excessivo de aparelhos de telefonia celular pode causar câncer. Para compras com parcela mínima de R\$ 20,00 com os cartões de crédito Visa, MasterCard, Diners Club, American Express e Sorocred em até 3 vezes (0+3), sem acréscimo. Para financiamento pela PEFISA-CFI acréscimo de 0,125% de IOF ao mês (1,5% ao ano + adicional de 0,38%). Encargos sobre pagamento em atraso 11,90% ao mês (285,44% ao ano) + multa de 2% + Tarifa de Ressarcimento de Cobrança de R\$ 1,90. Ofertas e condições de pagamento válidas de 10/1/2013 a 27/1/2013 ou enquanto durarem os estoques. As lojas possuem estoque mínimo de três unidades por artigo. Para conferir a loja mais próxima, entre em contato com a Central do Cliente Pernambucanas: 0800 724 9200. Ouvidoria Pernambucanas – ouvidoria@pernambucanas.com.br – 0800 702 9248. Confira a relação de lojas no site www.pernambucanas.com.br. Colabore com a sua cidade, não jogue este impresso em via pública. Da nossa casa pra sua casa.

Figura 14: Rodapé do encarte da Multifuncional.

Conclusão

O tópico Matemática Financeira desperta o interesse dos alunos, principalmente os dos cursos técnicos, pois pode ser aplicado imediatamente no seu cotidiano. Saber lidar com o dinheiro, adequar nossas despesas ao salário e saber decidir como pagar compras, à vista ou a prazo, ou como efetuar o pagamento dos tributos são atitudes essenciais para o pleno exercício da cidadania, não apenas entre os adultos mas também entre as crianças, que crescerão com habilidades desenvolvidas desde cedo e verão a Matemática com um significado muito maior em suas vidas.

Para sermos autônomos nas práticas monetárias cotidianas, determinadas habilidades cognitivas são indispensáveis. A proposta exibida neste trabalho foi de aproveitar as habilidades existentes nos alunos, as ministradas tradicionalmente pela matemática escolar e as exigências do mundo financeiro que requer profissionais cada vez mais ágeis. Através da aplicação da teoria aqui exposta estaremos dando a oportunidade aos nossos alunos de se qualificar profissionalmente podendo atuar nas mais diversas áreas oferecidas pelo mercado financeiro.

Enfim, esperamos que este trabalho possa contribuir para que os alunos tenham a capacidade de interpretar informações relacionadas ao mundo financeiro e comercial reconhecendo a importância que este tema terá no exercício dos seus direitos como consumidor e quem sabe na sua carreira profissional.

Referências

- [1] **Parâmetros Curriculares Nacionais Para o Ensino Médio(PCNEM)** . *Ministério da Educação*. Brasil, 1999.
- [2] **Manual da Calculadora HP-12C**. Disponível no site: h10032.www1.hp.com/ctg/manual/bpia5239.pdf
- [3] **Matemática Financeira**. *CARIAS, Maurício*. FUNENSEG - 5ª Ed, Rio de Janeiro, 2006.
- [4] **A Teoria da Aprendizagem Significativa: e Sua Implementação em Sala de Aula**. *MOREIRA, Marco Antônio*.. Universidade de Brasília, 2006.
- [5] **Manual de Matemática**. *OLIVEIRA, Ana Maria*. DLC, São Paulo, 2007.
- [6] **O Contributo das Tecnologias de Informação e Comunicação Para o Desenvolvimento do Conhecimento e da Identidade Profissional**. *PONTE, J. P.; OLIVEIRA, H.; VARANDAS, J. M.*. In: FIORENTINI, D. (Org.), Formação de professores de matemática: explorando novos caminhos com outros olhares. Campinas: Mercado das Letras, 2003.
- [7] **A Educação Financeira no Brasil sob a Ótica da Organização de Cooperação e de Desenvolvimento Econômico (OCDE)**. *SAVOIA, Jose Roberto Ferreira ; SAITO, André Taue ; PETRONI, Liége Mariel* In: VIII - SEMEAD, 2006, São Paulo, 2006. Disponível em:
http://www.ead.fea.usp.br/Semead/9semead/resultado_semead/trabalhosPDF/45.pdf
- [8] **Trabalhando Matemática Financeira em Uma Sala de Aula do Ensino Médio da Escola Pública**. *ALMEIDA, A.C*. Dissertação (Mestrado em Educação). Faculdade de Educação, Unicamp, Campinas, 2004. Disponível em:
<http://www.bibliotecadigital.unicamp.br/document/?code=vtls000321201&fd=y>
- [9] **Educação Financeira ao Alcance de Todos**. *MARTINS, José Pio*. Fundamento - São Paulo, 2004.

- [10] **Fundamentos de Matemática Elementar - Matemática Comercial, Financeira, Estatística - Vol. 11.** IEZZI, Gelson; HAZZAN, Samuel; DEGENSZAJN, David, São Paulo, Atual, p.68, 1ª Ed., 2004
- [11] **Jornal Folha de São Paulo.** Disponível no site:
<http://www1.folha.uol.com.br/folha/classificados/imoveis/0027.shtml>