

INSTITUTO NACIONAL DE MATEMÁTICA PURA E APLICADA
MESTRADO PROFISSIONAL EM MATEMÁTICA

CLAUDIO MENDES TAVARES

**A TEORIA DE RESPOSTA AO ITEM NA AVALIAÇÃO EM LARGA
ESCALA:**

Um estudo sobre o exame nacional de acesso ao Mestrado Profissional
em Matemática em Rede Nacional - PROFMAT

Rio de Janeiro - RJ

2014

CLAUDIO MENDES TAVARES

**A TEORIA DE RESPOSTA AO ITEM NA AVALIAÇÃO EM LARGA
ESCALA:**

Um estudo sobre o exame nacional de acesso ao Mestrado Profissional
em Matemática em Rede Nacional - PROFMAT

Trabalho de Conclusão de Curso do
Mestrado Profissional em Matemática em
Rede Nacional, apresentado ao Instituto
Nacional de Matemática Pura e Aplicada
como requisito parcial para a obtenção do
título de Mestre.

Orientador: Prof. Paulo Cezar Pinto Carvalho, PhD

Rio de Janeiro - RJ

2014

Dedico este trabalho a minha “Elfa” Aracy. Por me mostrar todos os dias que sonhos podem ser alcançados. Por se tornar meu maior sonho. E também minha maior realidade.

Aos meus filhos Ian e Thales, por me mostrarem todos os dias o porquê de tudo valer a pena.

Agradecimentos:

Aos meus amigos Deivison, Leonardo e Vander. Sem eles este trabalho não seria possível.

Ao orientador Professor Paulo Cezar, por toda a ajuda na condução do trabalho.

A todos os professores que tive enquanto aluno e enquanto professor, que foram responsáveis pelo pouco que sei e são responsáveis pelo muito que ainda quero saber.

A todos os meus amigos e colegas do dia a dia, que mesmo indiretamente me ajudarem a traçar ideias que direcionaram o objetivo final.

RESUMO¹

O Objetivo deste trabalho de conclusão de curso é avaliar o exame de acesso ao PROFMAT 2014 utilizando a Teoria de Resposta ao Item. A finalidade não é analisar a qualidade da avaliação em si, mas que conclusões a respeito das habilidades dos candidatos deste exame, que é composto em grande parte, de professores de matemática de escolas públicas pelo Brasil, podem ser obtidas a partir das proficiências encontradas nos seus resultados.

Palavras Chave:

Teoria de Resposta ao Item; TRI; PROFMAT; proficiência; avaliação.

¹ Os capítulos 1 e 2 deste trabalho foram feitos em colaboração com Deivison de Albuquerque da Cunha, Leonardo da Silva Gomes e Vander Lage Martins

ABSTRACT

The objective of this final paper is to view the national exam of ingress in 2013th PROFMAT, applying the Item Response Theory (IRT). The purpose is not made the analysis of the test's quality, but the conclusion about the candidate's proficiency according the results of the test considering that the most part of them are mathematic's teachers of the Brazilians public schools.

Key-words:

Item Response Theory; IRT; PROFMAT; Proficiency; test.

SUMÁRIO

Conteúdo

| | |
|---|----|
| 1 INTRODUÇÃO | 8 |
| 2 A TEORIA DE RESPOSTA AO ITEM: UM ESTUDO SOBRE OS CONCEITOS BÁSICOS | 11 |
| 2.1 O Modelo Logístico Unidimensional de 3 Parâmetros (ML3) | 12 |
| 2.1.1 A Escala de Proficiência | 13 |
| 2.1.2 A Curva Característica do Item (CCI) | 15 |
| 2.1.3 O Parâmetro de Dificuldade (b) | 17 |
| 2.1.4 O Parâmetro de Discriminação (a)..... | 19 |
| 2.1.5 O Parâmetro de Acerto ao Acaso (c) | 23 |
| 2.2 Análise Pedagógica do Item | 24 |
| 3 UMA APLICAÇÃO DA TEORIA DE RESPOSTA AO EXAME DE ACESSO AO PROFMAT 2014..... | 30 |
| 3.1 Análise das questões do PROFMAT 2014..... | 32 |
| 4 PROFICIÊNCIA X HABILIDADES..... | 73 |
| 4.1 Análise dos Níveis de Proficiência..... | 74 |
| 5 CONSIDERAÇÕES FINAIS..... | 78 |
| 6 REFERÊNCIAS..... | 79 |
| 7 APÊNDICE I: Construção da CCI no Geogebra..... | 81 |

1 INTRODUÇÃO

Pode-se dizer que o debate acerca da qualidade educacional está presente no Brasil desde o início do século passado. Contudo, foi especialmente a partir da década de 1980 que essa temática ganha força. Nesse contexto, começam a ser estudadas as características das escolas eficazes. Nos anos 1990, ganharão força as avaliações externas em larga escala, as quais estarão voltadas para avaliar sistemas de ensino, instituições escolares e alunos.

Nas últimas duas décadas, os processos de avaliação em larga escala foram difundidos e utilizados como forma de conhecer a realidade educacional brasileira, embasando, assim, a criação de políticas públicas para ajudar no desenvolvimento educacional do país. Para tanto, foi necessária a criação de processos para medir a qualidade.

Dentre os métodos designados para avaliação, foi criada nos anos 50 a Teoria de Resposta ao Item – TRI, por Frederic Lord², cuja ideia era estabelecer uma medida única e comparável de avaliação, mesmo quando as populações são submetidas a avaliações diferentes. Lord utilizava apenas modelos dicotômicos do tipo certo ou errado e, em 1970, Samejima³ generalizou a teoria e introduziu o modelo politômico (com diversas alternativas de resposta). Com a dificuldade computacional inicial ultrapassada, esse processo ganhou mais notoriedade e passou a ser aplicado em diversos países.

No Brasil, em 1995, o SAEB (Sistema de Avaliação da Educação Básica) começou a utilizar essa teoria e, em 2009, o ENEM (Exame Nacional do Ensino Médio) também a adotou. A partir dessas datas, podemos tirar conclusões mais interessantes e fundamentadas sobre o desempenho dos estudantes brasileiros da educação básica, comparando os resultados ano a ano, mesmo quando submetidos a populações diferentes.

² Frederic M. Lord (1912 - 2000), nascido em Hanover foi um psicometrista. Ele foi fonte de grande parte da pesquisa sobre a teoria de resposta ao item, incluindo dois livros importantes: *Mental Test Scores* (1968, com Melvin Novick, e dois capítulos de Allen Birnbaum), e *Applications of Item Response Theory to Practical Testing Problems* (1980).

³ Fumiko Samejima (1930), nascida em Tokio, Dra. Fumiko Samejima é reconhecida como uma pioneira em psicometria moderna. Suas contribuições foram diversas, mas seu trabalho sobre a teoria traço latente, também conhecido como teoria de resposta ao item (TRI), tem sido descrito como um "ponto de referência ... na teoria teste moderno" (*Avaliação Educacional: Problemas e Práticas*, 1991). Ela é reconhecida uma fundadora da TRI politômico (Ackerman, 1998) e os seus métodos têm sido amplamente aplicado por mais de 30 anos.

Neste momento, surgem os debates sobre qual é a melhor maneira de se avaliar um estudante, seja dentro da sala de aula pelos professores de cada disciplina, seja no âmbito das avaliações externas. No ambiente escolar, é normal encontrarmos provas com problemas na sua elaboração, tornando o processo deficitário devido à má formulação dos itens avaliativos. Rabelo (2013, p. 9) ressalta que

muitos testes encorajam, simplesmente, a aprendizagem mecânica e superficial, apesar de os professores estarem convictos de que avaliam aprendizagens profundas e significativas. Muitos se esquecem de que o foco principal deveria ser a avaliação do desenvolvimento de competências no domínio da resolução de problemas, revelando que as questões e métodos usados pelos professores não são criticamente analisados em relação ao que realmente avaliam.

O modelo mais usual e conhecido de se obter os resultados de uma prova é aquele que leva em consideração apenas os escores brutos dos indivíduos que realizaram o teste. Ou seja, o resultado da prova é obtido comparando a quantidade de itens respondidos corretamente por cada pessoa. Esse modelo, conhecido como Teoria Clássica dos Testes - TCT, é amplamente utilizado no processo de avaliação do conhecimento de um indivíduo, para o qual pretende-se atribuir um grau de aprovação ou reprovação em relação ao domínio de determinados conteúdos; ou é utilizado no processo de seleção, no qual além de se poder atribuir um grau de aprovação ou reprovação, é necessário classificar cada indivíduo em relação aos demais participantes do teste.

A Teoria Clássica dos Testes apresenta algumas limitações como modelo estatístico: não permite comparar indivíduos que tenham respondido a testes distintos e não permite fazer o acompanhamento de um mesmo sujeito durante as várias etapas do processo de construção do conhecimento. Isso decorre do fato de que na TCT os resultados obtidos dependem do conjunto de itens selecionados para a construção da referida prova, tornando o resultado encontrado um caso particular.

No campo das avaliações educacionais, o processo de aferição do conhecimento de um indivíduo dependerá diretamente deste conjunto de itens selecionados para a confecção do teste, é como se o conhecimento deste aluno variasse a cada prova diferente que ele faça. Dessa forma, uma pessoa que realize dois testes diferentes no mesmo dia pode ter o resultado muito bom em um dos

testes e, no outro, um resultado muito ruim. É como se, ao medir o objeto inteligência com dois instrumentos diferentes, encontrássemos dois resultados também diferentes, tornando assim o objeto em questão uma característica do instrumento utilizado e não o indivíduo.

Como forma de sanar essas limitações da TCT, cresceu a utilização de técnicas oriundas da TRI, que é um conjunto de modelos estatísticos utilizados para medir traços latentes de uma pessoa, isto é, características que variam de pessoa para pessoa e não podem ser aferidas ou observadas de forma direta, como altura, peso, idade etc. Para estimar um traço latente, deve-se utilizar variáveis secundárias que estão diretamente relacionadas a esse traço latente. Por exemplo, se desejarmos estimar a idade de uma pessoa sem cometer a indelicadeza de lhe perguntar diretamente qual é a sua idade, podemos perguntar se esta pessoa acompanhou os desdobramentos da Segunda Grande Guerra, se ela viu o Golpe Militar de 64 ou se participou do Movimento das Diretas Já.

O presente trabalho propõe-se a apresentar os elementos qualitativos que fazem da TRI uma teoria capaz de sanar algumas deficiências presentes na TCT, como a possibilidade de comparação entre provas aplicadas em diferentes anos e a diferentes grupos. Trataremos também dos aspectos positivos de os docentes conhecerem e aplicarem os conceitos da TRI como componentes do ensino.

Em seguida, utilizando a TRI, faremos uma análise da prova de seleção do Mestrado Profissional em Rede Nacional em Matemática (PROFMAT) do ano de 2014. Abordaremos os dados estatísticos da prova, mas teremos o foco na análise pedagógica das questões.

Para tanto, far-se-á, inicialmente, uma pesquisa bibliográfica, cujas principais referências serão Rabelo (2013), Andrade, Tavares e Valle (2000) e Machado (2010).

2 A TEORIA DE RESPOSTA AO ITEM: UM ESTUDO SOBRE OS CONCEITOS BÁSICOS

Segundo Andrade, Tavares e Valle (2000, p. 7),

a TRI é um conjunto de modelos matemáticos que procuram representar a probabilidade de um indivíduo dar uma certa resposta a um item como função dos parâmetros do item e da habilidade (ou habilidades) do respondente. Essa relação é sempre expressa de tal forma que quanto maior a habilidade, maior a probabilidade de acerto no item.

Para entendermos melhor essa definição, é importante tratarmos de alguns fatores nela contidos. O primeiro a ser tratado é a habilidade (θ) ou proficiência do respondente, esta refere-se ao nível de aptidão de um indivíduo para responder corretamente um conjunto de itens. Essa habilidade é o traço latente que queremos medir desse indivíduo.

O segundo fator aborda os parâmetros do item, são eles:

- i. parâmetro de discriminação (a) – consiste na aptidão do item em distinguir indivíduos com habilidades diferentes;
- ii. parâmetro de dificuldade (b) – trata-se da habilidade mínima que um respondente precisa para ter uma grande probabilidade de dar a resposta correta;
- iii. parâmetro de acerto ao acaso (c) – é a probabilidade de um respondente com baixa proficiência responder corretamente um item.

Sendo assim, a TRI procura medir variáveis não observáveis (traço latente) que influenciam as respostas dadas aos itens, utilizando a aferição das variáveis observáveis (respostas aos itens). Ou seja, estabelece uma relação entre a habilidade do respondente e os parâmetros do item com a probabilidade de acerto no item, de tal forma que, quanto maior a proficiência do indivíduo, maior é a sua probabilidade de responder corretamente o item.

Como a TRI é um conjunto de modelos estatísticos, vale salientar a importância de conhecer os principais modelos para saber escolher o mais adequado a ser utilizado. No Brasil, o modelo predominantemente utilizado é o logístico unidimensional de 3 parâmetros. À vista disso, esse trabalho limitar-se-á na abordagem das principais características desse modelo, utilizando-o no próximo capítulo para analisar a prova de acesso ao PROFMAT (2014).

Entretanto, é importante conhecermos as variáveis que diferenciam os modelos entre si. A escolha do modelo a ser empregado deve levar em consideração os três aspectos a seguir:

- Natureza do item: refere-se à forma como os itens são corrigidos. Podem ser itens dicotômicos (sim ou não) ou dicotomizados (corrigidos como certo ou errado), ou itens não dicotômicos;
- Quantidade de populações envolvidas: trata-se do número de populações que responderão os testes. Podemos ter uma população ou mais de uma;
- Número de traços latentes que estão sendo medidos: versa sobre a quantidade de habilidades que o teste medirá. Pode ser uma habilidade (modelos unidimensionais) ou mais de uma.

2.1 O Modelo Logístico Unidimensional de 3 Parâmetros (ML3)

Com o intuito de facilitar a compreensão deste modelo aos leitores não familiarizados com a linguagem matemática, vamos apresentar a definição do Modelo Logístico de 3 Parâmetros para, depois, explicar como cada conceito influencia na definição dada. Faremos, ao final de cada tópico que explica um conceito da TRI, um breve comentário sobre o objeto em questão análogo na TCT.

Conforme Andrade, Tavares e Valle (2000, p. 9),

$$P(U_{ij} = 1|\theta_j) = c_i + (1 - c_i) \frac{1}{1 + e^{-Da_i(\theta_j - b_i)}}, \quad (2.1)$$

com $i = 1, 2, \dots, l$ e $j = 1, 2, \dots, n$, onde:

U_{ij} é uma variável dicotômica que assume os valores 1, quando o indivíduo j responde corretamente o item i , ou 0 quando o indivíduo j não responde corretamente ao item i .

θ_j representa a habilidade (traço latente) do j -ésimo indivíduo.

$P(U_{ij} = 1|\theta_j)$ é a probabilidade de um indivíduo j com habilidade θ_j responder corretamente o item i e é chamada de Função de Resposta do Item – FRI.

b_i é o parâmetro de dificuldade (ou de posição) do item i , medido na mesma escala da habilidade.

a_i é o parâmetro de discriminação (ou de inclinação) do item i , com valor proporcional à inclinação da Curva Característica do Item — CCI no ponto b_i .

c_i é o parâmetro do item que representa a probabilidade de indivíduos com baixa habilidade responderem corretamente o item i (muitas vezes referido como a probabilidade de acerto casual).

D é um fator de escala, constante e igual a 1. Utiliza-se o valor 1,7 quando deseja-se que a função logística forneça resultados semelhantes ao da função ogiva normal.

Os valores dos parâmetros a , b e c , são calculados através de pré-testagens (calibragem dos itens), utilizando o método da máxima verossimilhança. Para maiores informações a respeito desses cálculos, consultar a referência ANDRADE, D. F. ; VALLE, Raquel da Cunha; TAVARES, Heliton Ribeiro (2000).

Como o nome diz, este modelo leva em consideração os três parâmetros de um item para determinar a proficiência de um indivíduo após responder um conjunto de itens. Porém, é importante saber o que realmente quer dizer uma pessoa ter uma determinada proficiência ou habilidade em Matemática.

Quando procuramos a palavra proficiência nos dicionários, encontramos uma correspondência a palavras como competência e capacidade. Logo, dizer que uma pessoa é proficiente em Matemática pode ser entendido como uma pessoa com competência (capacidade) para entender e praticar Matemática. Quando criamos uma escala com diferentes níveis, é natural dizer que um indivíduo com uma proficiência muito alta seja detentor de um enorme conhecimento matemático. Entretanto, os indivíduos com níveis intermediários ou baixos de proficiência, o que eles realmente sabem?

2.1.1 A Escala de Proficiência

Teoricamente, o processo de construção de uma escala de habilidade permite que a mesma assumam valores no intervalo $(-\infty, +\infty)$. Dessa forma, faz-se necessário para a construção da escala escolher uma origem, representada pelo valor médio das proficiências dos indivíduos que responderam os testes, e uma unidade de medida, representada pelo desvio-padrão das habilidades dos respondentes do teste.

Geralmente, utiliza-se uma escala com média igual a 0 e desvio-padrão 1, representada por escala (0, 1) ou uma escala com média igual a 500 e desvio-padrão 100, representada por escala (500, 100), sendo esta última escala a utilizada no Exame Nacional do ensino Médio (Enem). Quanto ao parâmetro de discriminação, devemos dividi-lo por 100 quando passamos da escala (0,1) para a escala (500, 100).

É importante ressaltar que independente da escala adotada os resultados encontrados serão os mesmos. E, mais ainda, que a interpretação feita sob o olhar das duas escalas é a mesma. Por exemplo, um indivíduo com habilidade 2 na escala (0, 1) tem proficiência de 2 desvios-padrão acima da média. Correspondendo na escala (500, 100) à habilidade 700, pois também representa 2 desvios-padrão acima da média.

Uma fórmula para fazer a mudança de escala da habilidade de um indivíduo é:

$$x = \frac{y - 500}{100}, \quad (2.2)$$

onde x representa a proficiência na escala (0, 1) e y representa a proficiência na escala (500, 100).

Analisando uma situação hipotética, será possível compreender mais facilmente o que significa uma pessoa ter uma certa habilidade e acentuaremos mais ainda as principais diferenças entre a Teoria Clássica e a Teoria de Resposta ao Item.

Imaginemos agora que um grupo responda uma prova muito especial, pois esta prova utiliza a TCT e a TRI para medir o conhecimento dos seus respondentes. Após a correção e a divulgação dos resultados, verifica-se que foram atribuídas a cada candidato duas notas: uma baseada no score bruto, sendo determinada pelo percentual de acerto (TCT) e outra baseada nos três parâmetros (discriminação e dificuldade do item e acerto ao acaso) descritos anteriormente (TRI).

Observando as notas de um respondente hipotético, observamos que obteve nota 5, ou seja, acertou 50% dos itens da prova e teve uma proficiência de 600 pontos. Em relação à primeira nota, só podemos afirmar que ele acertou a metade dos itens da prova, não conseguindo explicitar se foram itens fáceis, medianos ou difíceis, também não se obtêm uma faixa de acerto desses itens, pois não se

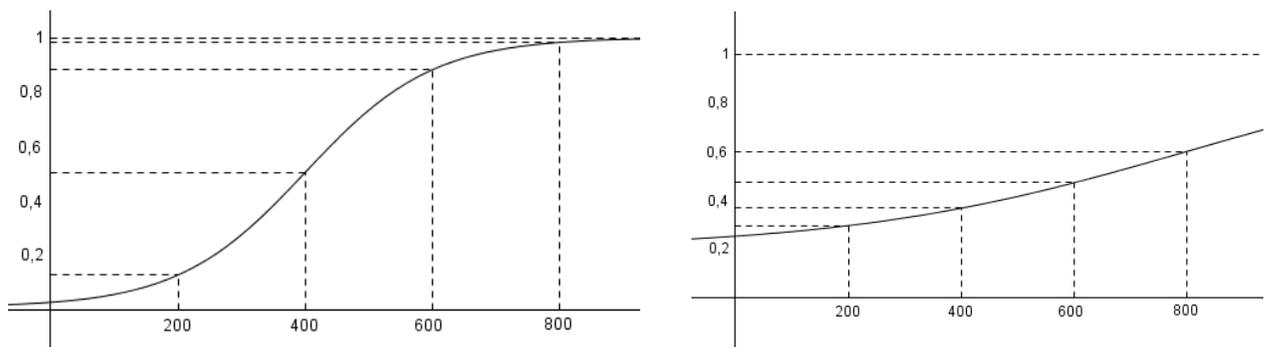
consideram os itens acertados no “chute”, não sabemos quais itens diferem os indivíduos com uma grande habilidade daqueles com pouca habilidade. Analisando a segunda nota, conclui-se que esse respondente tem uma probabilidade alta de acertar os itens com parâmetro de dificuldade até 600 pontos. Não significa que ele tenha acertado todos, mas sim que o mesmo tenha um grande índice de acertos em relação aos itens abaixo dessa faixa de dificuldade (pode-se pensar numa faixa do tamanho do desvio padrão e centrada na proficiência, isto é, variando de 550 até 650 pontos). Além disso, é possível classificar os itens nessas faixas de habilidades, determinando, assim, em quais conteúdos ele tem um domínio maior.

Vale destacar que a proficiência e o Parâmetro de Dificuldade estão sempre na mesma escala, facilitando, portanto, a interpretação gráfica, por meio da qual pode-se analisar simultaneamente ambos os conceitos.

2.1.2 A Curva Característica do Item (CCI)

O modelo matemático que define a TRI é uma função probabilidade. Portanto, sua imagem estará sempre no intervalo $[0, 1]$. De acordo com Rabelo (2013, p. 130), “o número $P(U_{ij} = 1|\theta_j)$ pode ser identificado com a proporção de respostas corretas ao item i no grupo de indivíduos com habilidade θ_j ”. Essa relação é descrita através de uma curva sigmoide (curva em forma de “S”), onde o eixo horizontal representa a escala de habilidade e o eixo vertical a probabilidade do indivíduo com uma habilidade θ_j dar a resposta correta ao item i . Podemos destacar duas assíntotas horizontais e notam-se, com uma certa precisão, os três parâmetros do item. Essa curva recebe o nome de Curva Característica do Item (CCI) e permite-nos observar as principais informações a respeito de um item de forma rápida e clara.

Figura 1 Exemplos de CCI



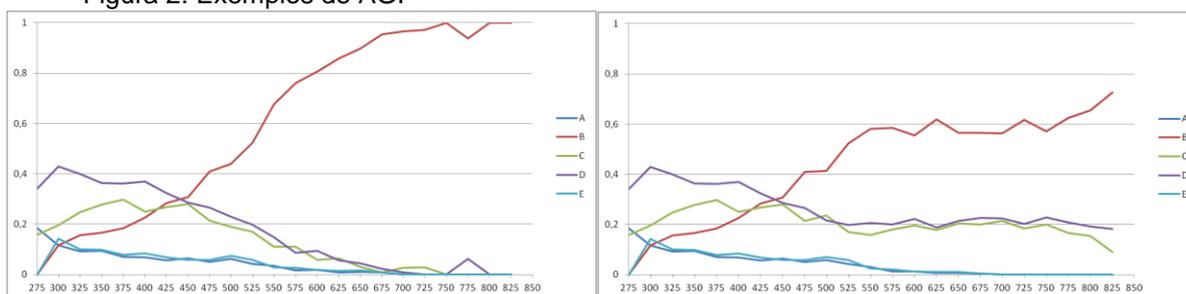
No gráfico à esquerda, podemos observar uma CCI com os valores dos parâmetros dentro do esperado para termos um item cumprindo bem a sua função avaliadora. O gráfico da direita mostra a CCI de um item com baixa dificuldade e pouco poder de discriminação.

Para uma melhor visualização de como os parâmetros influenciam o gráfico da CCI, consultar o apêndice I no final do trabalho.

Na teoria clássica, temos a Análise Gráfica do Item – AGI, que corresponde a um gráfico de linhas onde é representada a proporção de respostas dadas em cada opção de um determinado item em relação ao escore bruto total dos indivíduos que fizeram o teste. Na prática, o gráfico mostra no eixo horizontal, as faixas de notas em ordem crescente obtidas pelos respondentes do teste, e apresenta uma linha para representar cada uma das alternativas da questão. É esperado que os percentuais de escolhas das linhas correspondentes às alternativas erradas vão diminuindo conforme o escore total vá aumentando e o percentual de escolha da linha correspondente a alternativa correta aumente conforme o escore total aumente.

Ao analisarmos um item considerando sua AGI, podemos verificar pedagogicamente o porquê uma opção errada atrai indivíduos com bom desempenho, proporcionando, assim, um melhor entendimento sobre o processo de ensino-aprendizagem do estudante.

Figura 2: Exemplos de AGI



O gráfico a esquerda apresenta a AGI de um item considerado bom, pois conforme aumenta a proficiência dos respondentes a frequência de escolhas das alternativas incorretas diminuiu. No gráfico a direita observamos que alguns itens incorretos são atrativos para indivíduos com uma proficiência alta, mostrando que o item apresenta alguma falha na sua construção.

2.1.3 O Parâmetro de Dificuldade (b)

Como dito anteriormente, o parâmetro de dificuldade sempre estará na mesma escala da habilidade, o que sugere uma relação intrínseca entre os dois conceitos. Uma forma de se pensar no parâmetro “b”, é defini-lo como sendo o nível de habilidade mínima necessária para um indivíduo ter uma probabilidade alta para acertar o referido item. Essa probabilidade alta é igual a $\frac{1+c}{2}$, onde c é o parâmetro de acerto ao acaso do item. Se desconsideramos o acerto ao acaso ($c = 0$), a dificuldade do item fica definida como a proficiência mínima que um respondente precisa para ter a probabilidade de 50% para dar a resposta correta.

Agora vamos apresentar uma função probabilidade (que assumirá valores no intervalo $[0, 1]$) e que também seja uma função logística (lembre-se do nome deste modelo). Essa função é:

$$F(x) = \frac{1}{1+e^{-x}} \quad (2.3)$$

Devemos refletir neste momento sobre quais adaptações devem ser feitas para introduzirmos o parâmetro de dificuldade na função acima. É plausível pensarmos que quanto maior a dificuldade de uma questão maior deve ser a habilidade de um aluno para respondê-la corretamente. Como a dificuldade do item é fixa, o que varia é o nível de proficiência, que determinará a probabilidade de acerto da questão. Portanto, teremos uma variação crescente da diferença entre a proficiência e a dificuldade do item. Por conseguinte, substituiremos o incremento “x” da função (2.3) por $\theta - b$. O que acarretará na função:

$$P(U = 1|\theta) = \frac{1}{1+e^{-(\theta-b)}} \quad (2.4)$$

Nesse momento, é importante recordarmos que uma prova é composta por diversos itens e é feita por muitos alunos com habilidades distintas. Logo, é necessário acrescentarmos variáveis para representar os diferentes itens (i) e os diferentes alunos (j), transformando nossa equação em:

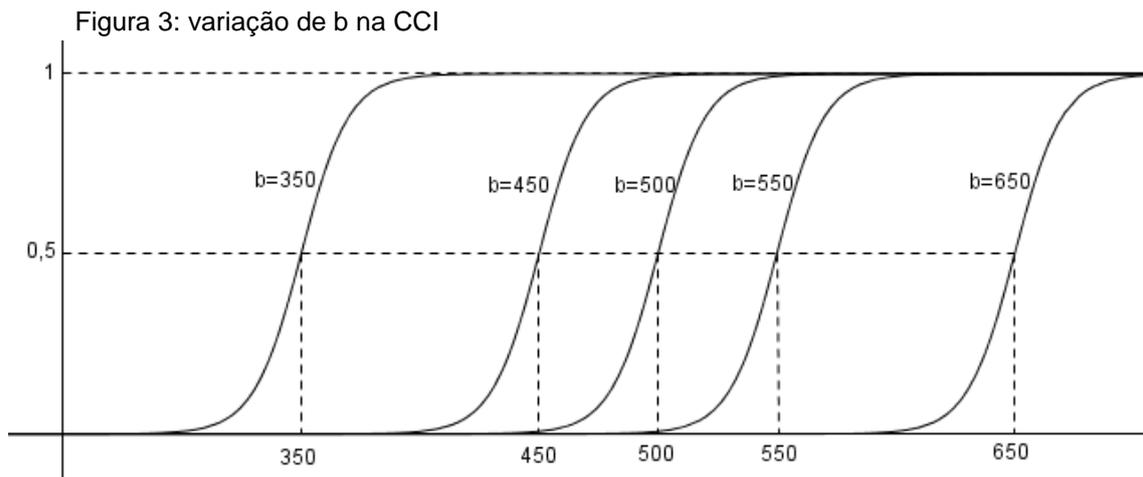
$$P\left(\begin{matrix} U_{ij} \\ = 1 \end{matrix} \middle| \theta_j\right) = \frac{1}{1+e^{-(\theta_j-b_i)}}, \quad (2.5)$$

onde

U_{ij} representa a resposta do aluno j ao item i . Pode assumir valor 1, quando o indivíduo j responde corretamente o item i , ou valor 0, quando indivíduo j não responde corretamente o item i ;

θ_j representa a habilidade do aluno j ;
 b_i é a dificuldade do item i .

A seguir temos alguns exemplos de itens com diferentes níveis de dificuldade.



Um ponto muito relevante acerca da dificuldade do item, remete ao fato de como saber se um item é considerado muito fácil, fácil, mediano, difícil ou muito difícil. Ressaltamos também a importância de se conhecer a distribuição dos itens de um teste em relação aos níveis de dificuldades citados anteriormente.

Conforme Pasquali (apud Rabelo, 2013),

o nível de dificuldade ideal para os itens de um teste depende da sua finalidade. Em avaliação educacional, recomenda-se uma distribuição de níveis de dificuldade de itens no teste dentro de uma curva normal: 10% dos itens em cada uma das duas faixas extremas, 20% em cada uma das faixas seguintes e 40% na faixa média.

Segundo Rabelo (2013), a tabela a seguir mostra a distribuição e a classificação dos itens adotados por grande parte dos autores para testes de avaliação educacional, utilizando a escala (500, 100). Vale ressaltar que, geralmente, as provas de Matemática apresentam questões com um alto grau de dificuldade, comprometendo assim a utilização da tabela.

Tabela 1: classificação da questão de acordo com b (dificuldade do item)

| CLASSIFICAÇÃO | DISTRIBUIÇÃO ESPERADA | DIFICULDADE DO ITEM |
|----------------|-----------------------|---------------------|
| Muito fáceis | 10% | Até 372 |
| Fáceis | 20% | De 373 a 448 |
| Medianos | 40% | De 449 a 551 |
| Difíceis | 20% | De 552 a 627 |
| Muito Difíceis | 10% | 628 em diante |

Fonte: Rabelo, (2013,p. 134)

Na verdade, a dificuldade de um item varia no intervalo $(-\infty, +\infty)$, porém, em aproximadamente 99,7% dos casos, esses valores estão no intervalo (200,800). Dessa forma, questões com o parâmetro “b” fora desse intervalo, sugerem que estas devem ser descartadas por apresentarem algum erro na sua construção.

Fazendo uma analogia, para se medir a dificuldade de um item na TCT, basta calcular a proporção de acertos do item. Ou seja, é a razão entre o número de indivíduos que responderam corretamente o item pelo total de indivíduos que foram submetidos ao item.

2.1.4 O Parâmetro de Discriminação (a)

Primeiramente, para entendermos melhor esse parâmetro, devemos ter clareza a respeito do que venha ser a discriminação de um item. É plausível pensarmos que numa prova feita com vários respondentes com habilidades distintas, alguns itens serão considerados fáceis pelos indivíduos com uma proficiência alta, mas podem ser considerados difíceis pelos indivíduos com uma baixa proficiência. A discriminação é exatamente essa característica do item capaz de diferenciar indivíduos com habilidades distintas. Dessa forma, o parâmetro de discriminação é o responsável por aumentar, ou não, a diferença entre as probabilidades de alunos com habilidades distintas responderem corretamente o item.

Ao observarmos a CCI, o parâmetro de discriminação é encontrado no ponto de inflexão da curva, isto é, o ponto onde ela muda a sua concavidade, tendo um valor proporcional à inclinação desta curva. Espera-se que um item tenha o valor do parâmetro “a” positivo, pois, caso contrário, a CCI indicaria que, quanto maior a proficiência de um indivíduo, menor a sua probabilidade de responder corretamente

o item. E, mais ainda, espera-se também que o valor do “a” não seja muito próximo do zero, uma vez que isso definiria que indivíduos com proficiências muito distintas tenham, praticamente, a mesma probabilidade de acertarem o item. Os itens que não diferenciam indivíduos com habilidades diferentes são ditos como tendo um baixo poder de discriminação.

De acordo com Rabelo (2013), para esclarecer quando um item é ou não discriminativo, alguns autores utilizam a classificação abaixo como referência. Porém, é senso comum que itens com valor de discriminação acima de 0,0070 tendem a discriminar melhor, entretanto, se essa discriminação tiver um valor muito elevado, acima de 0,0170, os itens podem não funcionar também.

Tabela 2: classificação de questão de acordo com a (discriminação)

| VALORES DO PARÂMETRO “a” | DISCRIMINAÇÃO |
|--------------------------|---------------|
| $a = 0$ | Nenhuma |
| $0 < a \leq 0,0035$ | Muito baixa |
| $0,0035 < a \leq 0,0065$ | Baixa |
| $0,0065 < a \leq 0,0135$ | Moderada |
| $0,0135 < a \leq 0,0170$ | Alta |
| $a > 0,0170$ | Muito alta |

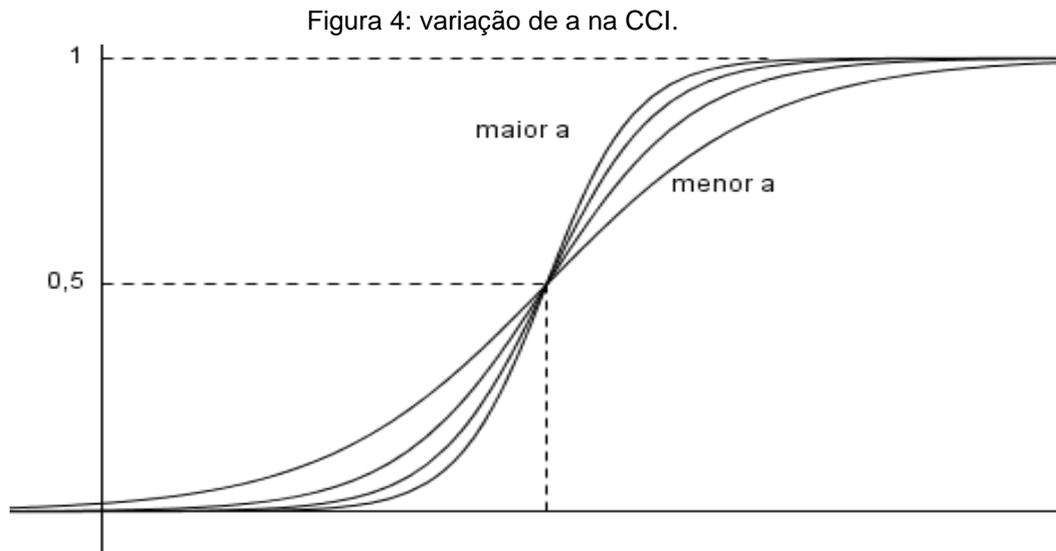
Fonte: Rabelo, (2013,p. 138)

Quando inserimos na equação (2.5) o parâmetro de discriminação, ela passa ter a seguinte forma:

$$P(U_{ij} = 1|\theta_j) = \frac{1}{1+e^{-a_i(\theta_j-b_i)}} \quad (2.6)$$

com a_i representando a discriminação do item i.

O gráfico a seguir mostra as variações na CCI em decorrência de alterações feitas nos valores do parâmetro “a”.



Na TCT, a discriminação de um item é feita da seguinte forma: separamos os respondentes do teste em três grupos, conforme o escore total no teste, chamados de grupo inferior (corresponde aos 27% de menor desempenho), grupo superior (corresponde aos 27% de maior desempenho) e grupo intermediário (corresponde aos 46% restantes). Almeja-se que a proporção de acertos do grupo superior (P_{sup}) seja maior que a proporção de acertos do grupo intermediário (P_{int}) e que a proporção de acertos do grupo intermediário seja maior que a proporção de acertos do grupo inferior (P_{inf}). Sendo assim, a discriminação do item é definida como a diferença entre a proporção de acertos do grupo superior e a proporção de acertos do grupo inferior.

$$Disc = P_{sup} - P_{inf} \quad (2.7)$$

Utiliza-se a classificação a seguir para determinar o quanto um item é discriminativo. Pode-se dizer que, quanto maior a diferença entre P_{sup} e P_{inf} , maior será o poder de discriminação do item.

Tabela 3: classificação dos itens de acordo com a discriminação na TCT

| VALORES DE DISCRIMINAÇÃO | CLASSIFICAÇÃO |
|--------------------------|---|
| $Disc < 20$ | Item deficiente, que deve ser rejeitado |
| $20 \leq Disc < 30$ | Item marginal, sujeito a reelaboração |
| $30 \leq Disc < 40$ | Item bom, mas sujeito a aprimoramento |
| $Disc \geq 40$ | Item bom |

Fonte: Rabelo (2013, p. 136).

Ainda na TCT temos outra medida que também é muito utilizada para verificar o poder de discriminação de um item, o coeficiente de correlação ponto-biserial. Ele compara o escore total dos indivíduos no teste com o escore total dos indivíduos que acertaram um item em particular, isto é, o número de acertos do item na prova. Variando no intervalo $[-1, 1]$, espera-se que o ponto-biserial apresente coeficiente maior que 0,30, pois valores negativos ou próximos de zero indicam que indivíduos com um bom desempenho total no teste estão dando respostas incorretas. Isso mostra que o item não está cumprindo o seu papel de distinguir alunos com uma grande habilidade dos alunos com uma baixa habilidade.

$$\rho_{pb} = \frac{S_p - S}{\sigma} \sqrt{\frac{p}{1-p}}, \quad (2.7)$$

em que,

S_p é a nota média no teste para os indivíduos que acertaram o item;

S é a nota média no teste para todos os indivíduos;

σ é o desvio-padrão das notas obtidas no teste por todos os indivíduos;

p é a proporção de acertos no item.

Esse coeficiente pode ser calculado também para cada uma das opções de respostas da questão, determinando, assim, uma medida de correlação entre o escore total no teste e o escore dos respondentes que marcaram cada uma das diferentes alternativas de respostas de um único item. Para isso, basta substituir, na

equação (2.7), a nota média no teste para os indivíduos que acertaram o item pelo nota média no teste dos indivíduos que marcaram o item.

Observando a equação (2.7), é fácil notar que a expressão $S_p - S$ determinará se o ponto-bisserial será positivo ou não. Dessa forma, anseia-se que a opção correta de resposta tenha o coeficiente ponto-bisserial positivo (média dos indivíduos que acertaram o item maior que a média de todos os indivíduos que responderam a prova) e as demais opções tenham coeficientes negativos (acontecendo o inverso do caso anterior). Se a alternativa correta tiver o coeficiente negativo e ou alguma alternativa errada tiver o coeficiente positivo, isso pode ser um indicativo de algum problema na construção das respostas desse item ou na construção do próprio item, mostrando, assim, que o referido item não discrimina bem e que deve ser descartado de um teste de avaliação educacional.

2.1.5 O Parâmetro de Acerto ao Acaso (c)

Este parâmetro representa a probabilidade de um indivíduo com baixa proficiência acertar casualmente um item, utilizando o popular “chute”. É razoável pensarmos que num teste com itens de múltipla escolha, cada uma das p alternativas tem probabilidade de $\frac{1}{p}$ de ser escolhida, logo, se o acerto ao acaso for superior a este valor, significa que a resposta correta atrai alunos com pouca habilidade por ser diferente das demais opções de resposta de alguma forma. Itens onde esse fenômeno acontece, em geral, foram mal elaborados ou tiveram suas alternativas de resposta mal elaboradas.

Na grande maioria dos testes de avaliação educacional, os itens são criados com 4 ou 5 opções de resposta, definindo o parâmetro “c” ideal de, no máximo, 0,25 ou 0,20, respectivamente.

Introduzindo o último parâmetro na equação (2.6), chegamos à definição completa do modelo logístico de três parâmetros, conforme a equação (2.6).

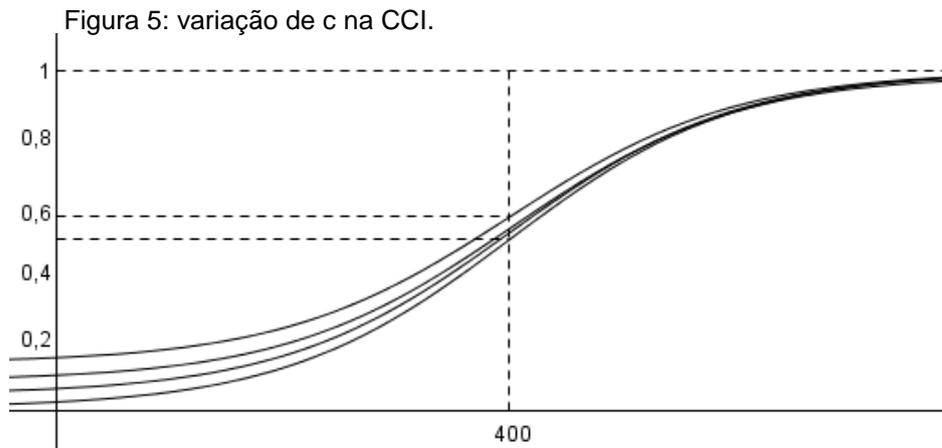
$$P(U_{ij} = 1|\theta_j) = c_i + (1 - c_i) \frac{1}{1 + e^{-Da_i(\theta_j - b_i)}}$$

onde,

c_i representa a probabilidade de acerto ao acaso do item i ,

D é um fator de escala igual a 1 quando utilizamos a métrica logística e igual a 1,7 quando utilizamos a métrica normal.

Observando a CCI, vemos que a assíntota horizontal inferior da curva, intercepta o eixo vertical exatamente no parâmetro “ c ”.



2.2 Análise Pedagógica do Item

Até o momento, procuramos mostrar os principais conceitos que envolvem a teoria de resposta ao item e as diferenças em relação aos conceitos análogos na teoria clássica. Entretanto, em termos de análise pedagógica dos itens, as duas teorias se completam, permitindo um diagnóstico muito mais amplo sobre o nível de proficiência dos alunos e o processo de construção dos itens. Ademais, será traçado um perfil mostrando as maiores habilidades e dificuldades dos candidatos ao PROFMAT.

Salientamos que algumas características e classificações dos parâmetros da TRI e medidas da TCT são consideradas ideais para itens que servirão para processos de avaliações educacionais, entretanto a prova de acesso ao PROFMAT não se propõe a essa finalidade e sim a aferir os conhecimentos matemáticos necessários para os futuros alunos cursarem com êxito as disciplinas inerentes ao PROFMAT.

Neste trabalho, cada questão do exame nacional de acesso do ano de 2014 será pedagogicamente avaliada. Será exibida uma tabela onde serão apresentados dados estatísticos da questão (número de respondentes e porcentagem de acertos), dados da TCT (frequência de marcação de cada alternativa e os seus respectivos bisseriais) e os parâmetros da TRI (a, b e c). Serão expostos ainda dois gráficos, a CCI e a AGI. É importante destacar que os gráficos da CCI serão construídos utilizando o programa BILOG que utiliza a escala de proficiência (0,1). Entretanto, a análise dos itens utilizando a TRI será feita na escala (500, 100), sem nenhum prejuízo na interpretação, pois em ambas as escalas os gráficos são semelhantes.

Sequencialmente, haverá um comentário sobre os principais itens identificados na tabela e nos gráficos, sendo explicado o efeito que cada um deles pode exercer no resultado da questão. E, por último, será feita uma análise pedagógica dos itens, quando identificaremos os conteúdos nos quais os professores apresentam maior domínio e os conteúdos nos quais demonstram as maiores dificuldades.

A seguir, temos um exemplo da tabela a ser utilizada e um breve resumo sobre as informações nela contidas.

| | | | | | |
|------------|--------|----------|---|------------------------|---|
| Gabarito: | | | | | |
| Assunto: | | | | | |
| TCT | Total: | Acertos: | | Percentual de acertos: | |
| Opções | A | B | C | D | E |
| Frequência | | | | | |
| Bisserial | | | | | |
| TRI | a | | b | | c |

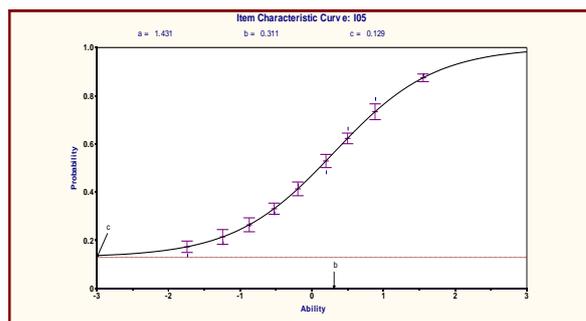
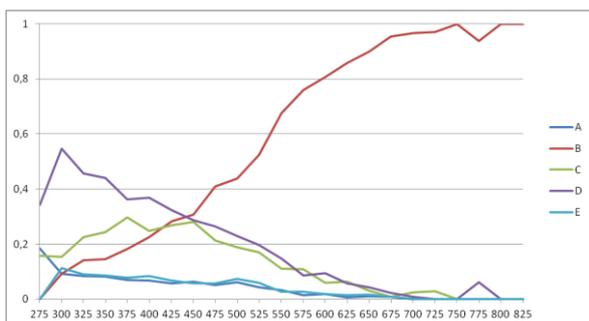
- **Gabarito:** indica a resposta correta do item;
- **Assunto:** apresenta o principal conteúdo abordado na questão;
- **Total:** é a quantidade de respondentes ao teste;
- **Acertos:** é a quantidade de respondentes que acertaram o teste;
- **Percentual de Acertos:** indica a dificuldade do item medido pela TCT;
- **Frequência:** é a quantidade de indivíduos que marcaram essa alternativa com resposta correta;
- **Bisserial:** estabelece uma relação entre a nota média de todos os indivíduos no teste e a nota média dos indivíduos que marcaram essa alternativa como resposta correta. Espera-se valor positivo para a opção correta e valores negativos para as demais opções;
- **a:** indica o poder de discriminação do item pela TRI;
- **b:** é o grau de dificuldade do item pela TRI;
- **c:** é a probabilidade de acerto ao acaso.

Vejamos a seguir alguns exemplos:

Questão 5 (2013) - A soma de 11 inteiros consecutivos é N . Qual é o maior desses números em termos de N ?

- (A) $\frac{N}{5} + 5$ (B) $\frac{N}{11} + 5$ (C) $\frac{N}{5} + 10$ (D) $\frac{N}{11} + 10$ (E) $\frac{N}{6} + 10$

| | | | | | | |
|---------------------|---------|----------------------|---------|-------------|------------------------|--|
| Gabarito: B | | | | | | |
| Assunto: Sequências | | | | | | |
| TCT | Total: | Acertos: | | | Percentual de acertos: | |
| Opções | A | B | C | D | E | |
| Frequência | 0,0460 | 0,4966 | 0,1768 | 0,2249 | 0,0508 | |
| Bisserial | -0,1991 | 0,5204 | -0,2404 | -0,3428 | -0,1846 | |
| TRI | a = | b = 531,079(Mediano) | | c = 0,12874 | | |

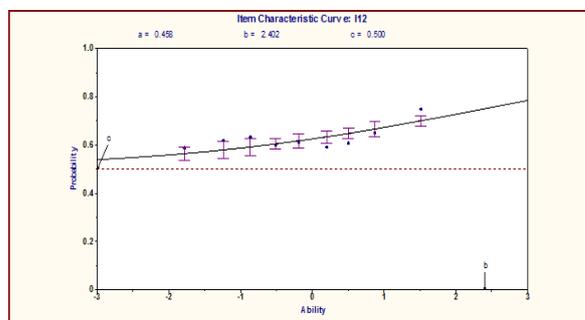
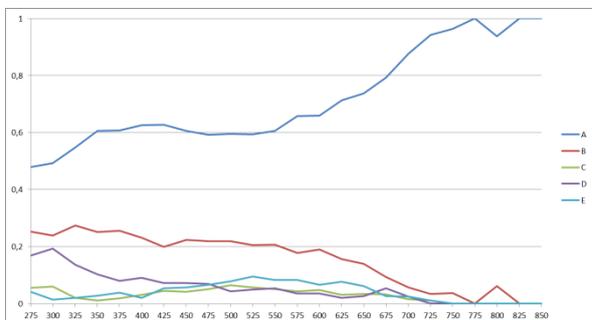


Para resolver esta questão o candidato deve ter conhecimento Sequências, utilizando a soma de termos de uma Progressão Aritmética. Analisando a tabela e o gráfico, podemos perceber que um número muito pequeno de candidatos marcou as alternativas A e E, até mesmo entre os candidatos com baixo rendimento poucos marcaram essas alternativas. A questão apresenta um nível de dificuldade média com 49 % de acertos. As alternativas C e D atraíram um número alto de candidatos com baixo desempenho e a alternativa B atraiu os candidatos com melhor desempenho. De acordo com o último gráfico percebemos que alternativa correta atrai os alunos com maior proficiência, o que deve ser o esperado de uma boa questão.

Questão 12 (2014) - João faz parte de um grupo de 10 pessoas. Desse grupo, três pessoas são sorteadas em uma premiação. Qual é a probabilidade de João ter sido sorteado?

- (A) 3/10
- (B) 1/10
- (C) 7/40
- (D) 7/10
- (E) 7/20

| Assunto: Probabilidades | | | | | |
|-------------------------|-------------|---------------|--------|---------|---------------------------|
| TCT | Total: | Acertos: 7864 | | | Percentual de acertos: 63 |
| Opções | A | B | C | D | E |
| Frequência | 0,6302 | 0,2022 | 0,0432 | 0,0594 | 0,0648 |
| Bisserial | -0,0999 | -0,1021 | 0,0374 | -0,1965 | 0,0875 |
| TRI | a = 0,00458 | b = 740,191 | | c = 0,5 | |



Para resolver esta questão o candidato deverá ter o conhecimento de Probabilidades. De acordo com as informações, a questão revelou-se com nível de dificuldade muito difícil, com discriminação baixa. Três dos distratores tiveram proporção muito baixa de marcação, o que mostra serem opções consideradas implausíveis pela grande maioria dos candidatos, o que justifica o índice de marcação ao acaso ser de 50%, o que acaba justificando o alto índice de acertos para um item considerado muito difícil pela TRI. Os bisseriais tem uma discrepância diferente da esperada. A opção correta tem valor negativo enquanto dois outros distratores, (C) e (E), apresentam valores positivos, demonstrando que bons candidatos optaram por essas opções. Esta questão não julga de modo adequado o conhecimento do candidato acerca do tema proposto.

3 UMA APLICAÇÃO DA TEORIA DE RESPOSTA AO ITEM NO PROCESSO DE SELEÇÃO DO PROFMAT 2014

O PROFMAT é um programa de pós-graduação stricto sensu em Matemática, com reconhecimento da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES), do Ministério da Educação e que conduz ao título de Mestre. O objetivo do PROFMAT é aprofundar a formação de matemática no exercício da docência no Ensino Básico. O Exame de acesso em si tem como objetivo aferir o conhecimento matemático necessário para o curso das disciplinas oferecidas no programa, servindo como processo seletivo para ingresso no mesmo.

O Exame de acesso para 2014 foi realizado dia 31 de agosto de 2013. Foram 40 questões⁴ abrangendo os seguintes itens:

- a) Proporcionalidade e Porcentagem**
- b) Equações do Primeiro Grau**
- c) Equações do Segundo Grau**
- d) Teorema de Pitágoras**
- e) Áreas**
- f) Razões Trigonométricas**
- g) Métodos de Contagem**
- h) Probabilidade**
- i) Noções de Estatística**

Os valores dos parâmetros a, b e c da TRI e as estatísticas da prova foram cedidos pelo orientador⁵ deste trabalho que os obteve junto à Sociedade Brasileira de Matemática (SBM), que responde pela coordenação do curso.

⁴ Originalmente o exame teve 40 questões, porém uma delas foi anulada (questão 3). Esta questão não será avaliada neste trabalho.

⁵ Professor PhD Paulo Cezar Pinto Carvalho (IMPA)

A cada questão foram anexados dois gráficos: AGI (análise gráfica do item) referente a Teoria Clássica dos Testes, feitos no programa Excel e a CCI (curva característica do Item) referente a Teoria de Resposta ao Item feitos no programa BILOG, diretamente sobre os resultados obtidos da prova, sem fazer a pré-testagem dos itens. A escala adotada pelo BILOG foi (0,1), ou seja, média zero com desvio – padrão 1 e, a escala adotada na tabela de cada questão foi a (500,100), ou seja, média 500 com desvio – padrão 100.⁶ Essa mudança de escala também afeta o parâmetro “a”, que foi dividido por 100.

Para a análise das questões da prova de acesso ao PROFMAT de 2014, será utilizado como referência o gráfico abaixo, já citado em 2.1.3

Tabela 1: classificação da questão de acordo com o parâmetro “b” (dificuldade do item)

| CLASSIFICAÇÃO | DISTRIBUIÇÃO ESPERADA | DIFICULDADE DO ITEM |
|----------------|-----------------------|---------------------|
| Muito fáceis | 10% | Até 372 |
| Fáceis | 20% | De 373 a 448 |
| Medianos | 40% | De 449 a 551 |
| Difíceis | 20% | De 552 a 627 |
| Muito Difíceis | 10% | 628 em diante |

Fonte: Rabelo, (2013,p. 134)

Também será levado em consideração que questões com parâmetro de dificuldade fora da escala (200,800) devem ser ajustadas por sugerirem alguma inconsistência na sua elaboração, como já visto em 2.1.3.

Da mesma forma, em relação à discriminação, será utilizado como referência o gráfico abaixo, já citado em 2.1.4

Tabela 2: classificação de questão de acordo com o parâmetro “a”(discriminação)

| VALORES DO PARÂMETRO “a” | DISCRIMINAÇÃO |
|--------------------------|---------------|
| $a = 0$ | Nenhuma |
| $0 < a \leq 0,0035$ | Muito baixa |
| $0,0035 < a \leq 0,0065$ | Baixa |
| $0,0065 < a \leq 0,0135$ | Moderada |
| $0,0135 < a \leq 0,0170$ | Alta |
| $a > 0,0170$ | Muito alta |

Fonte: Rabelo, (2013,p. 138)

⁶ Para conversão das escalas, ver 2.1.1

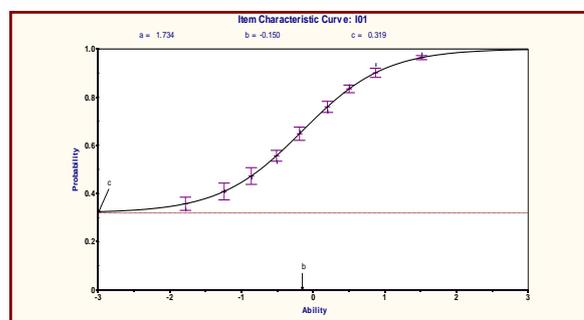
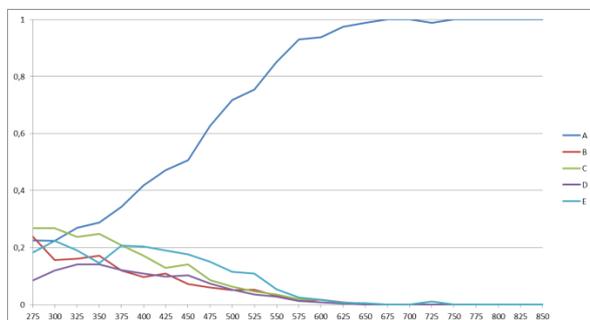
3.1 Análise das Questões do PROFMAT 2014

Questão 1.

Uma pirâmide de base quadrada tem todas as suas arestas congruentes, de medida 8. A altura da pirâmide (em relação à base quadrada) mede:

- (A) $4\sqrt{2}$ (B) 4 (C) $2\sqrt{2}$ (D) $\frac{2\sqrt{2}}{3}$ (E) $\frac{4\sqrt{2}}{3}$

| | | | | | |
|-------------------------------|--------------|---------------|-------------|---------------------------|------------|
| Gabarito: A | | | | | |
| Assunto: Teorema de Pitágoras | | | | | |
| TCT | Total: 12478 | Acertos: 8610 | | Percentual de acertos: 69 | |
| Opções | A | B | C | D | E |
| Frequência | 0,6900 | 0,0587 | 0,0858 | 0,0579 | 0,1066 |
| Bisserial | 0,5106 | -0,3010 | -0,3821 | -0,2936 | -0,2722 |
| TRI | a = 0,01734 | | b = 484,983 | | c = 0,3193 |



Para resolver esta questão, o candidato deve ter o conhecimento do Teorema de Pitágoras. A questão revelou-se com nível de dificuldade moderado, com os valores bisseriais dos distratores são negativos e sem muita discrepância. O gráfico CCI indica uma curva bem ajustada.

Questão 2:

Num quadriculado como na figura abaixo, a casa inferior na esquerda é pintada de preto indicando a casa inicial. Os movimentos permitidos são apenas três:

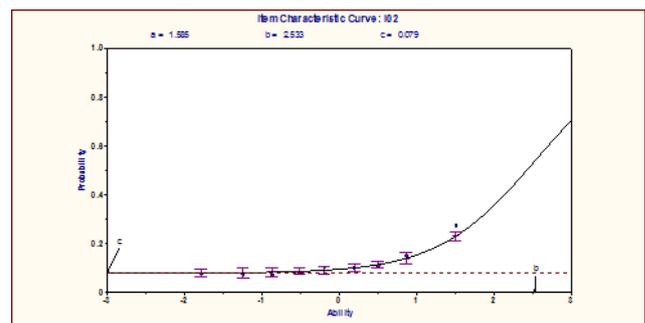
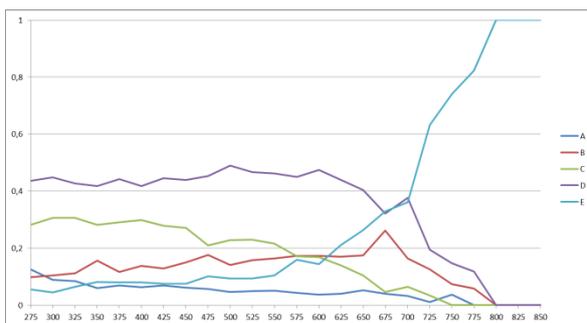
- Para a casa da direita mais próxima
- Para a casa acima mais próxima
- Para a casa na diagonal superior direita mais próxima

| | | | | |
|---|---|---|---|--|
| | | | | |
| | | | X | |
| | | | | |
| 1 | 3 | | | |
| | 1 | 1 | | |

Cada casa é marcada com o número de maneiras possíveis de atingi-la partindo da casa inicial. Por exemplo, o 3 indica os três caminhos possíveis a partir da casa inicial: para a direita e para cima, para cima e para a direita ou diretamente para diagonal superior direita. A casa indicada com X deverá receber qual número?

- (A) 51 (B) 43 (C) 13 (D) 27 (E) 63

| | | | | | |
|------------------------------|--------------|---------------|-------------|-----------------------------|-------------|
| Gabarito: E | | | | | |
| Assunto: Métodos de Contagem | | | | | |
| TCT | Total: 12478 | Acertos: 1546 | | Percentual de acertos: 12,4 | |
| Opções | A | B | C | D | E |
| Frequência | 0,0546 | 0,1571 | 0,2224 | 0,4410 | 0,1240 |
| Bisserial | -0,1056 | 0,0636 | -0,1878 | -0,0029 | 0,2653 |
| TRI | a = 0,01585 | | b = 753,333 | | c = 0,07949 |



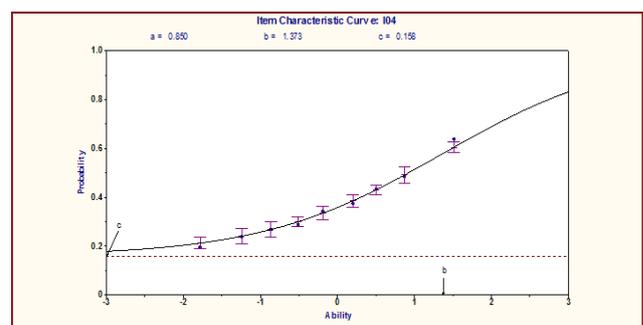
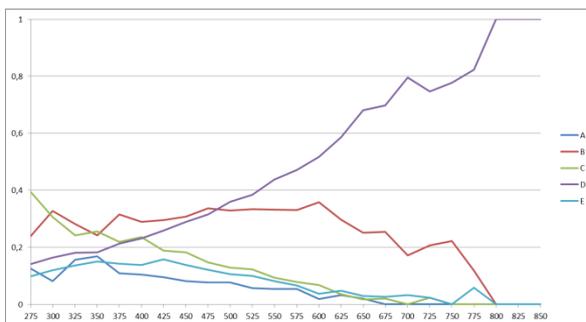
Para resolver esta questão, o candidato deveria ter conhecimento do princípio multiplicativo. Esta questão tem discriminação baixa e nível de dificuldade muito alto. O coeficiente bisserial do distrator (B) foi positivo, indicando que esta opção atraiu candidatos de bom desempenho. O distrator (D) foi o mais marcado, indicando que os candidatos provavelmente consideraram a resposta como sendo uma potência de base 3. O gráfico CCI não mostra uma curva bem ajustada. Pela análise da TCT e da TRI, a questão deveria ser ajustada para cumprir o objetivo de avaliar o conhecimento do candidato acerca do assunto.

Questão 4:

Numa empresa, os salários não são todos iguais e um novo funcionário foi contratado com um salário igual à média dos salários pagos pela empresa antes de sua contratação. Comparando a média dos salários e o desvio padrão calculados antes da contratação do novo funcionário com a média dos salários e o desvio padrão calculados levando em conta o novo funcionário, podemos afirmar que:

- (A) a nova média é menor que a antiga e o desvio padrão permanece igual.
- (B) a nova média e o novo desvio padrão são ambos iguais aos antigos.
- (C) a nova média e o novo desvio padrão são ambos maiores que os antigos.
- (D) a nova média é igual a antiga e o novo desvio padrão é menor que o antigo.
- (E) a nova média e o novo desvio padrão são ambos menores que os antigos.

| | | | | | |
|--------------------------------|--------------|---------------|-------------|-----------------------------|-------------|
| Gabarito: D | | | | | |
| Assunto: Noções de estatística | | | | | |
| TCT | Total: 12478 | Acertos: 4782 | | Percentual de acertos: 38,3 | |
| Opções | A | B | C | D | E |
| Frequência | 0,0693 | 0,3109 | 0,1358 | 0,3832 | 0,1003 |
| Bisserial | -0,2140 | 0,0359 | -0,3078 | 0,3069 | -0,1912 |
| TRI | a = 0,0085 | | b = 637,286 | | c = 0,15823 |



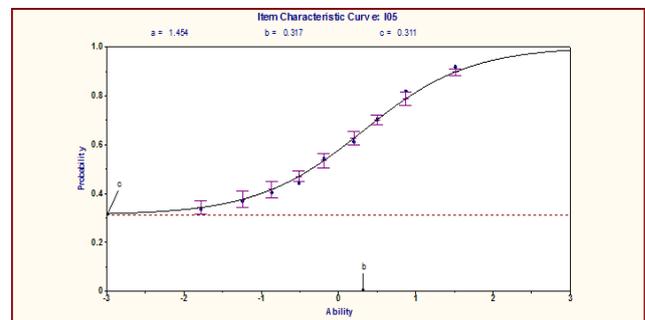
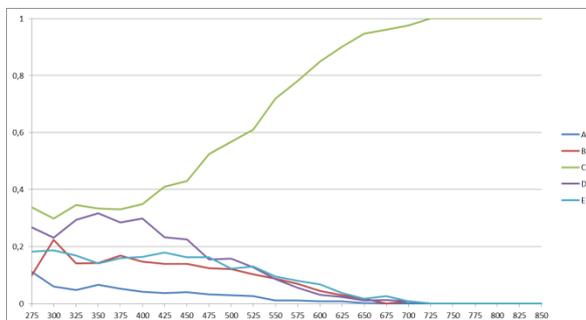
Para resolver esta questão, o candidato deve ter conhecimento dos conceitos de média e desvio padrão. A questão tem discriminação baixa e pode ser classificada como muito difícil. O coeficiente bisserial do distrator (B) foi positivo, indicando que esta opção atraiu candidatos de bom desempenho, sugerindo que os mesmos desconhecem os conceitos de média e desvio padrão. O gráfico CCI não mostra uma curva bem ajustada. Pela análise da TCT e da TRI, portanto, a questão deveria ser ajustada para cumprir totalmente com o objetivo de avaliar de forma correta o conhecimento dos candidatos acerca do tema proposto.

Questão 5.

Numa caixa estão três bolas numeradas de 1 a 3. Um dado, com seis faces numeradas de 1 a 6, é lançado e uma das bolas é escolhida ao acaso. Assinale a alternativa que dá a probabilidade da bola e do dado exibirem o mesmo número.

- (A) 3/17
- (B) 5/18
- (C) 1/6
- (D) 1/3
- (E) 1/9

| | | | | | |
|-------------------------|--------------|---------------|------------|-----------------------------|---------|
| Gabarito: C | | | | | |
| Assunto: Probabilidades | | | | | |
| TCT | Total: 12478 | Acertos: 7503 | | Percentual de acertos: 60,1 | |
| Opções | A | B | C | D | E |
| Frequência | 0,0272 | 0,1021 | 0,6010 | 0,1460 | 0,1220 |
| Bisserial | -0,2370 | -0,1915 | 0,4244 | -0,3358 | -0,1857 |
| TRI | a = 0,01454 | | b = 531,69 | c = 0,31138 | |



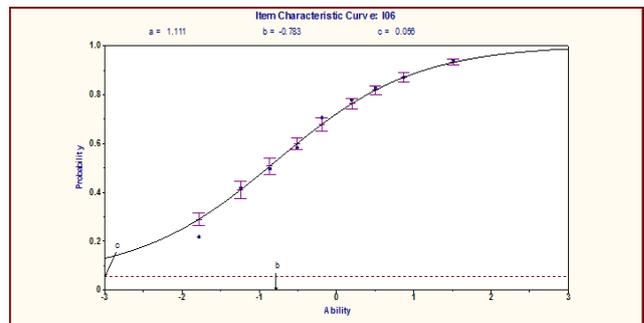
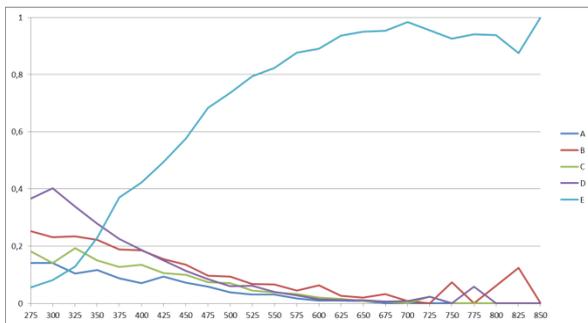
Para resolver esta questão o candidato deve ter noções de probabilidades. A questão tem alta discriminação e pode ser classificada como mediana. O índice de acertos ao acaso é superior a 30%, o que sugere um dos distratores ser implausível (no caso o distrator A). Os coeficientes bisseriais dos distratores são negativos. O gráfico CCI mostra uma curva bem ajustada.

Questão 6.

Num triângulo retângulo a hipotenusa mede 13 cm e um dos catetos mede 5 cm. A soma das tangentes dos ângulos agudos é aproximadamente:

- (A) 1
- (B) 1,3
- (C) 2
- (D) 2,5
- (E) 2,8

| | | | | | |
|--|--------------|---------------|-------------|-----------------------------|-------------|
| Gabarito: E | | | | | |
| Assunto: Razões trigonométricas/Teorema de Pitágoras | | | | | |
| TCT | Total: 12478 | Acertos: 8549 | | Percentual de acertos: 68,5 | |
| Opções | A | B | C | D | E |
| Frequência | 0,0514 | 0,0999 | 0,0696 | 0,0930 | 0,6851 |
| Bisserial | -0,2805 | -0,2486 | -0,2725 | -0,3997 | 0,4965 |
| TRI | a = 0,01111 | | b = 421,744 | | c = 0,05585 |



Para resolver a questão, o candidato deve saber o teorema de Pitágoras e deve saber calcular a tangente de um ângulo conhecendo os dois catetos de um triângulo retângulo. A questão tem discriminação moderada e pode ser classificada como fácil. Os bisseriais dos distratores são todos negativos e sem muita discrepância.

Questão 7.

Considere um retângulo ABCD com lados AB de medida 6 cm, BC de medida 5 cm e seja M um ponto qualquer do segmento AB, distinto de A e de B. A reta que passa por M e D intercepta a reta que passa por C e B no ponto N. Chame de x o comprimento (em centímetros) do segmento AM. Assinale a expressão que dá o comprimento (em centímetros) de BN em função de x.

(A) $BN = \frac{30-5x}{x}$

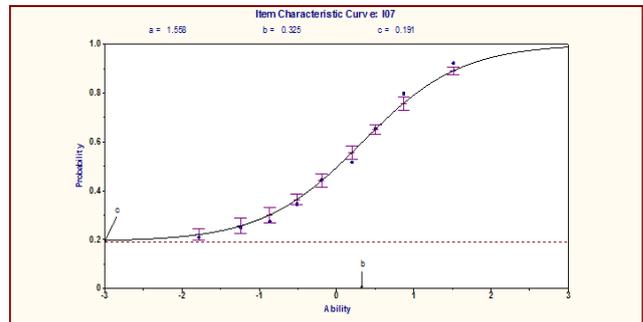
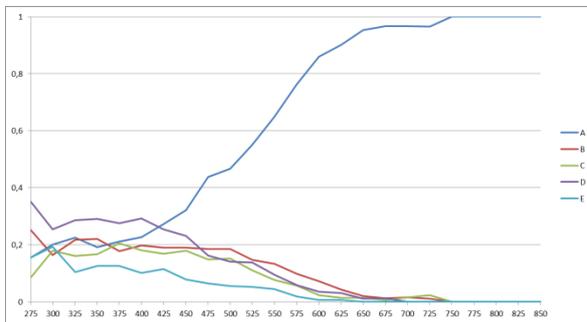
(B) $BN = \frac{30-6x}{x}$

(C) $BN = \frac{6-x}{x}$

(D) $BN = \frac{6-x}{5}$

(E) $BN = \frac{6x}{30x-5}$

| | | | | | |
|----------------------------|--------------|---------------|-------------|-----------------------------|-------------|
| Gabarito: A | | | | | |
| Assunto: Proporcionalidade | | | | | |
| TCT | Total: 12478 | Acertos: 6584 | | Percentual de acertos: 52,8 | |
| Opções | A | B | C | D | E |
| Frequência | 0,5276 | 0,1445 | 0,1139 | 0,1533 | 0,0595 |
| Bisserial | 0,4998 | -0,1652 | -0,2310 | -0,3542 | -0,2745 |
| TRI | a = 0,01558 | | b = 532,487 | | c = 0,19118 |



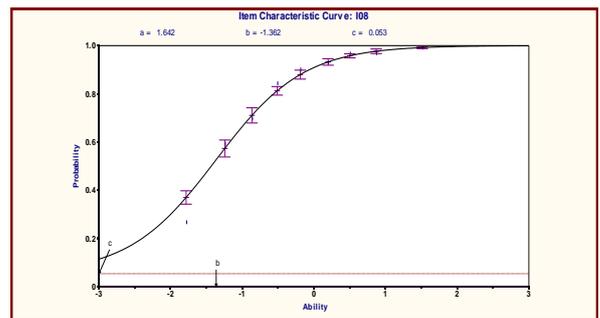
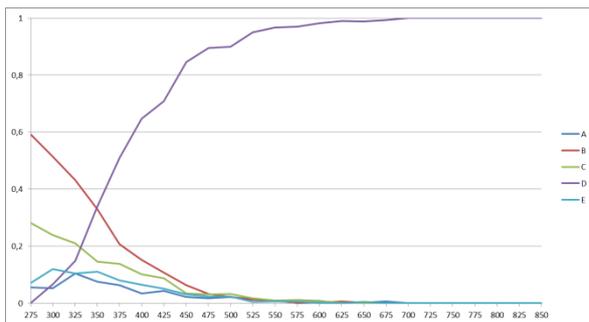
Para resolver esta questão o candidato deve compreender a semelhança de triângulos. A questão tem discriminação alta e nível de dificuldade moderado. A questão teve o distrator E pouco marcado, por ser considerado implausível pelos candidatos. A questão teve todos os bisseriais dos distratores negativos. O gráfico CCI mostra uma curva bem ajustada.

Questão 8:

Em um processo seletivo contendo 35 questões objetivas, para cada resposta correta ganha-se 3 pontos e, para cada resposta errada, perde-se 2 pontos. Se um candidato respondeu todas as questões e obteve um total de 50 pontos, quantas questões ele acertou?

- (A) 11
- (B) 15
- (C) 20
- (D) 24
- (E) 27

| | | | | | |
|------------------------------|--------------|----------------|-------------|-----------------------------|-------------|
| Gabarito: D | | | | | |
| Assunto: Equações do 1º grau | | | | | |
| TCT | Total: 12478 | Acertos: 10373 | | Percentual de acertos: 83,1 | |
| Opções | A | B | C | D | E |
| Frequência | 0,0243 | 0,0694 | 0,0453 | 0,8313 | 0,0285 |
| Bisserial | -0,3038 | -0,5582 | -0,4078 | 0,6173 | -0,3707 |
| TRI | a = 0,01642 | | b = 363,778 | | c = 0,05308 |

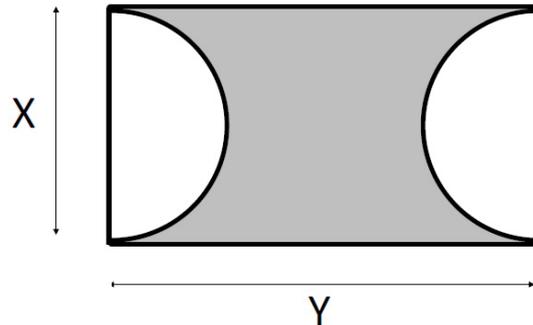


Para resolver esta questão o candidato deve saber montar e resolver sistemas do 1 grau. A questão tem discriminação alta e nível de dificuldade muito fácil. A questão teve alto índice de acertos e todos os bisseriais dos distratores são negativos sem muita discrepância

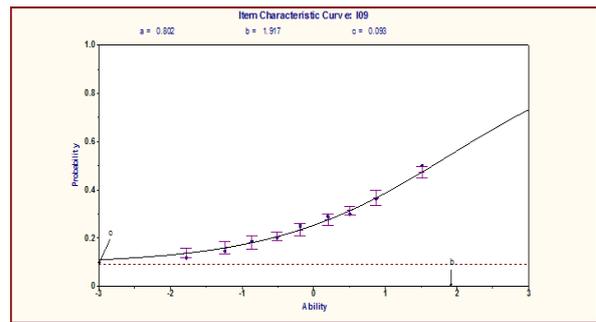
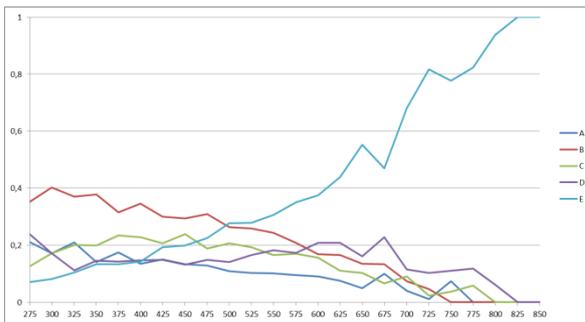
Questão 9.

De um retângulo de lados medindo X e Y , $X \leq Y$, são retirados dois semicírculos de raio $X = 2$ formando a figura ilustrada abaixo, em cinza. Entre todas as figuras assim construídas, com perímetro medindo 10 m, determine aquela de área máxima e assinale, entre as alternativas abaixo, a que melhor aproxima esta área máxima em metros quadrados.

- (A) 12,5
- (B) 2,5
- (C) 6,8
- (D) $10/3\pi$
- (E) 2,65



| | | | | | |
|----------------------------------|--------------|---------------|-------------|-----------------------------|--------|
| Gabarito: E | | | | | |
| Assunto: Áreas de figuras planas | | | | | |
| TCT | Total: 12478 | Acertos: 3476 | | Percentual de acertos: 27,9 | |
| Opções | A | B | C | D | E |
| Frequência | 0,1168 | 0,2574 | 0,1855 | 0,1612 | 0,2786 |
| Bisserial | -0,1407 | -0,1781 | -0,1264 | 0,0728 | 0,3029 |
| TRI | a = 0,00802 | | b = 691,677 | c = 0,09254 | |



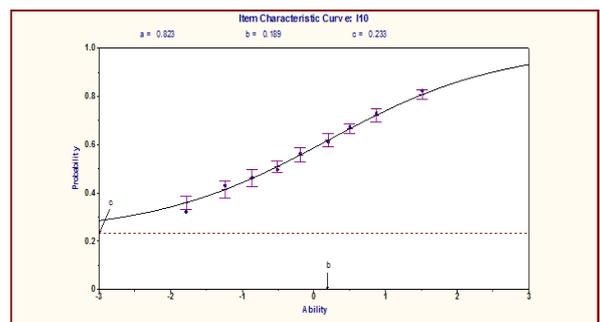
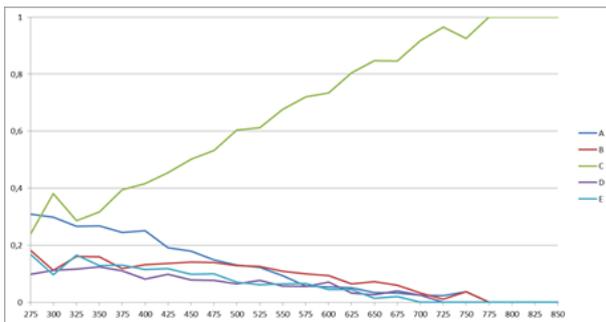
Para resolver esta questão, o candidato deve ter o conhecimento de áreas de figuras planas e de funções quadráticas. A questão teve discriminação moderada e pode ser classificada como muito difícil. O distrator D atraiu bons candidatos, o que mostra o bisserial positivo neste item. Tal marcação pode ter sido obtida considerando que $x = 10/3\pi$ é o ponto máximo da função quadrática, mas não é a área máxima. O gráfico CCI não mostra uma curva bem ajustada. Pela análise da TCT e da TRI, esta questão deveria ser ajustada para avaliar de forma correta o conhecimento dos candidatos acerca do assunto.

Questão 10.

Um cubo tem as faces numeradas de 1 a 6 (faces opostas não somam 7 necessariamente). São feitos 2 lançamentos. No primeiro lançamento, a soma dos números gravados nas 4 faces laterais é 15. Num segundo lançamento, a soma dos números gravados nas 4 faces laterais é 12. Qual o número que está na face oposta à face do 6?

- (A) 1
- (B) 2
- (C) 3
- (D) 4
- (E) 5

| | | | | | |
|------------------------------|--------------|---------------|-------------|-----------------------------|-------------|
| Gabarito: C | | | | | |
| Assunto: Métodos de Contagem | | | | | |
| TCT | Total: 12478 | Acertos: 7377 | | Percentual de acertos: 59,1 | |
| Opções | A | B | C | D | E |
| Frequência | 0,1372 | 0,1192 | 0,5912 | 0,0716 | 0,0801 |
| Bisserial | -0,2932 | -0,0988 | 0,3393 | -0,1346 | -0,1944 |
| TRI | a = 0,00823 | | b = 518,872 | | c = 0,23295 |



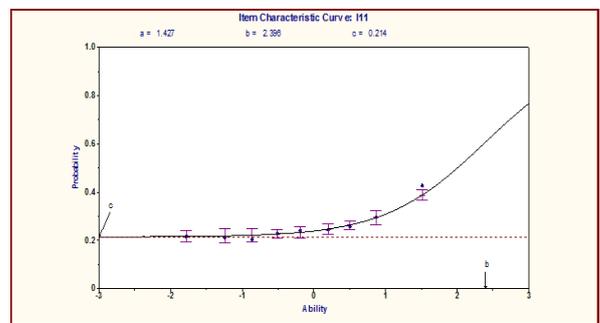
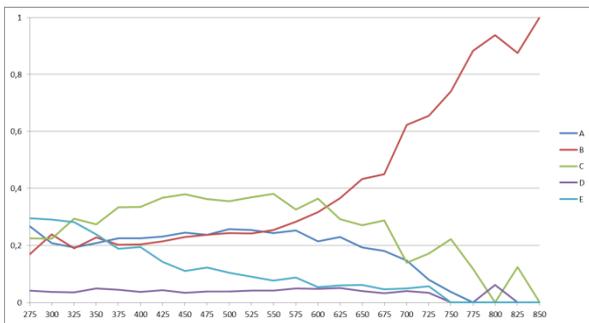
Para resolver esta questão, o candidato deve formular estratégias de contagem. A questão tem discriminação moderada e pode ser classificada com dificuldade também moderada. O distrator (A) foi o mais marcado, provavelmente pelo fato de desconsiderarem a informação do enunciado de que faces opostas não necessariamente somam 7. Todos os bisseriais dos distratores foram negativos.

Questão 11.

Em um cofre há seis moedas: duas moedas de 1 real e quatro moedas de 50 centavos. Retiram-se, simultaneamente ao acaso, duas moedas do cofre. Qual é a melhor aproximação do valor esperado da média aritmética dos valores das duas moedas retiradas do cofre?

- (A) R\$ 0,50
- (B) R\$ 0,67
- (C) R\$ 0,75
- (D) R\$ 0,90
- (E) R\$ 1,00

| | | | | | |
|--------------------------------|--------------|---------------|-------------|-----------------------------|---------|
| Gabarito: B | | | | | |
| Assunto: Noções de Estatística | | | | | |
| TCT | Total: 12478 | Acertos: 3338 | | Percentual de acertos: 26,8 | |
| Opções | A | B | C | D | E |
| Frequência | 0,2673 | 0,2675 | 0,3408 | 0,0418 | 0,1118 |
| Bisserial | -0,0435 | 0,1825 | -0,0039 | 0,0107 | -0,2380 |
| TRI | a = 0,01427 | | b = 739,591 | c = 0,21388 | |



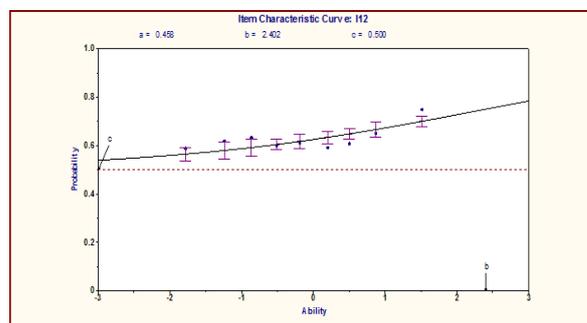
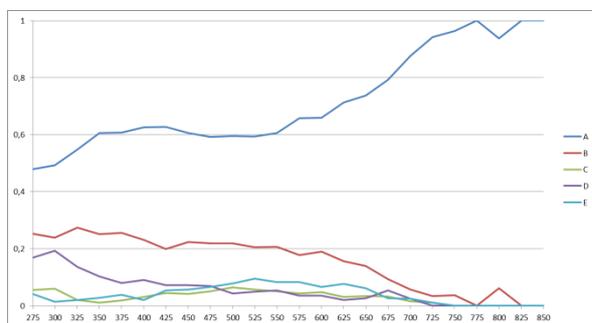
Para resolver a questão, o candidato deve ter conhecimento de médias. A questão tem discriminação alta e pode ser considerada como muito difícil. O distrator (C) teve maior percentual de marcação. Neste, os candidatos possivelmente consideraram a média aritmética das combinações dos valores obtidos na retirada de duas moedas, sem considerar a probabilidade para tal. O distrator (D) teve bisserial positivo, o que indica ter atraído bons candidatos. Estas indicações mostram a dificuldade dos candidatos em lidar com questões envolvendo este conteúdo. O gráfico CCI não mostra uma curva bem ajustada. Pela TCT e pela TRI, portanto, esta questão deveria ser ajustada de modo a cumprir com o objetivo de analisar corretamente o conhecimento do candidato acerca do tema proposto.

Questão 12.

João faz parte de um grupo de 10 pessoas. Desse grupo, três pessoas são sorteadas em uma premiação. Qual é a probabilidade de João ter sido sorteado?

- (A) 3/10
- (B) 1/10
- (C) 7/40
- (D) 7/10
- (E) 7/20

| | | | | | |
|--------------------------------|---------------------|----------------------|-------------|----------------------------------|----------|
| Gabarito: A | | | | | |
| Assunto: Probabilidades | | | | | |
| TCT | Total: 12478 | Acertos: 7864 | | Percentual de acertos: 63 | |
| Opções | A | B | C | D | E |
| Frequência | 0,6302 | 0,2022 | 0,0432 | 0,0594 | 0,0648 |
| Bisserial | -0,0999 | -0,1021 | 0,0374 | -0,1965 | 0,0875 |
| TRI | a = 0,00458 | | b = 740,191 | | c = 0,5 |



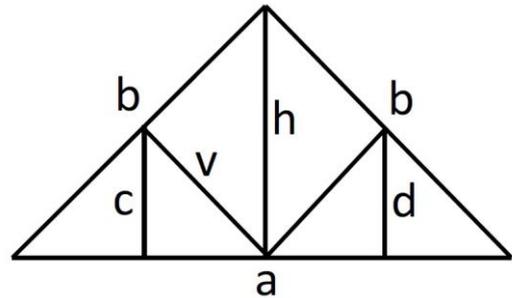
Para resolver esta questão o candidato deverá ter o conhecimento de Probabilidades. De acordo com as informações, a questão revelou-se com nível de dificuldade muito difícil, com discriminação baixa. Três dos distratores tiveram proporção muito baixa de marcação, o que mostra serem opções consideradas implausíveis pela grande maioria dos candidatos, o que justifica o índice de marcação ao acaso ser de 50%, o que acaba justificando o alto índice de acertos para um item considerado muito difícil pela TRI. Os bisseriais tem uma discrepância diferente da esperada. A opção correta tem valor negativo enquanto dois outros distratores, (C) e (E), apresentam valores positivos, demonstrando que bons candidatos optaram por essas opções. Esta questão não julga de modo adequado o conhecimento do candidato acerca do tema proposto.

Questão 13.

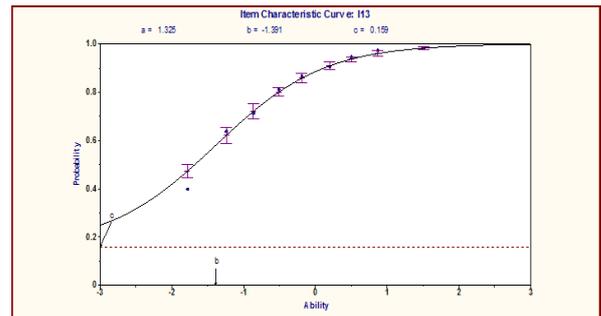
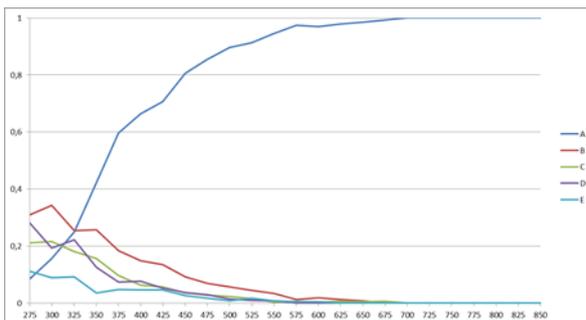
A figura mostra o esquema de uma tesoura de telhado. O triângulo maior é isósceles e tem base de medida $a = 16$ e lados laterais de medida $b = 10$. Os três apoios verticais de medidas c , h e d dividem a base em quatro partes congruentes.

As medidas de h , c e v são, respectivamente:

- (A) 6, 3 e 5
- (B) 6, 4 e 5
- (C) $6\sqrt{2}$, $3\sqrt{2}$ e $5\sqrt{2}$
- (D) $6\sqrt{2}$, $4\sqrt{2}$ e $5\sqrt{2}$
- (E) 6, $9/2$ e 5



| | | | | | |
|-------------------------------|--------------|----------------|-------------|-----------------------------|-------------|
| Gabarito: A | | | | | |
| Assunto: Teorema de Pitágoras | | | | | |
| TCT | Total: 12478 | Acertos: 10382 | | Percentual de acertos: 83,2 | |
| Opções | A | B | C | D | E |
| Frequência | 0,8320 | 0,0773 | 0,0360 | 0,0336 | 0,0208 |
| Bisserial | 0,5245 | -0,3606 | -0,4095 | -0,4432 | -0,2715 |
| TRI | a = 0,01325 | | b = 360,939 | | c = 0,15914 |



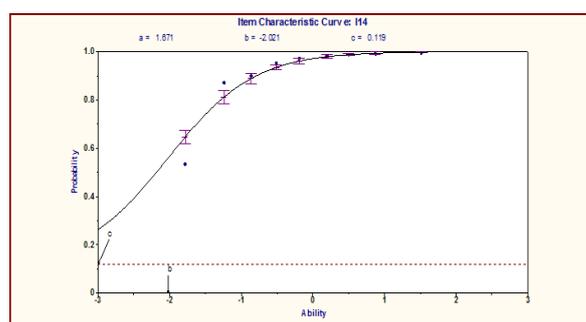
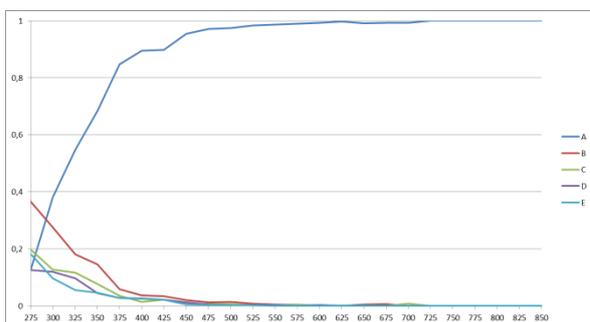
Para resolver esta questão, o candidato deve saber aplicar o Teorema de Pitágoras. A questão teve discriminação moderada e pode ser classificada como muito fácil. A questão teve alto índice de acertos e todos os bisseriais dos distratores se mostraram negativos sem maiores discrepâncias.

Questão 14.

Você pretende matricular-se em uma academia de ginástica e está entre duas opções. A academia X cobra uma taxa de matrícula de R\$ 130,00 e uma mensalidade de R\$ 70,00. A academia Y cobra uma taxa de matrícula de R\$ 90,00 e uma mensalidade de R\$ 80,00. Qual é o período de tempo que você deve permanecer na academia para que os custos das duas academias sejam equivalentes?

- (A) 4 meses
- (B) 6 meses
- (C) 8 meses
- (D) 10 meses
- (E) 12 meses

| | | | | | |
|------------------------------|--------------|----------------|-------------|-----------------------------|-------------|
| Gabarito: A | | | | | |
| Assunto: Equações do 1º Grau | | | | | |
| TCT | Total: 12478 | Acertos: 11526 | | Percentual de acertos: 92,4 | |
| Opções | A | B | C | D | E |
| Frequência | 0,9237 | 0,0297 | 0,0189 | 0,0147 | 0,0126 |
| Bisserial | 0,5642 | -0,4586 | -0,4354 | -0,3829 | -0,4668 |
| TRI | a = 0,01671 | | b = 297,909 | | c = 0,11918 |



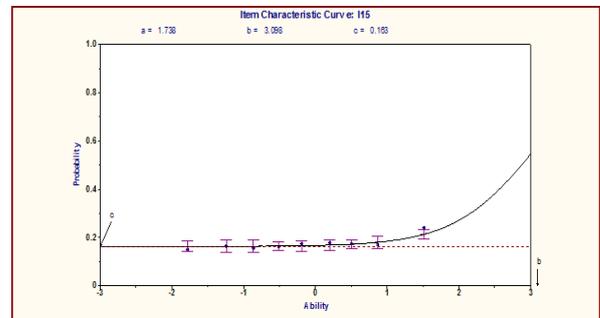
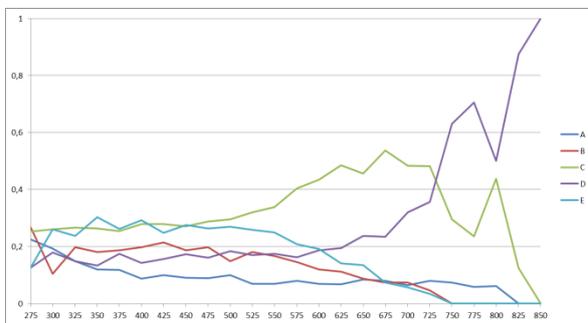
Para resolver esta questão o candidato deve ter conhecimento de equações do 1º grau. A questão tem discriminação alta e nível de dificuldade pode ser classificada como muito fácil. Com 92,4% de acertos, a questão mostrou distratores com bisseriais negativos sem discrepância.

Questão 15.

Considere a equação $x^2 - 2|x| = k$ (x é a incógnita e $k \in \mathbb{R}$). Assinale a alternativa que indica todos os valores de k para os quais a equação tem exatamente 4 soluções em \mathbb{R} .

- (A) $k \in]0,1[$
- (B) $k \in]-\frac{1}{2}, 3[$
- (C) $k \in]-1, +\infty[$
- (D) $k \in]-1,0[$
- (E) $k \in [0,1]$

| | | | | | |
|------------------------------|--------------|---------------|-------------|-----------------------------|-------------|
| Gabarito:D | | | | | |
| Assunto: Equações do 2º Grau | | | | | |
| TCT | Total: 12478 | Acertos: 2220 | | Percentual de acertos: 17,8 | |
| Opções | A | B | C | D | E |
| Frequência | 0,0883 | 0,1654 | 0,3319 | 0,1779 | 0,2357 |
| Bisserial | -0,1006 | -0,1273 | 0,1784 | 0,0852 | -0,1250 |
| TRI | a = 0,1738 | | b = 809,767 | | c = 0,16266 |



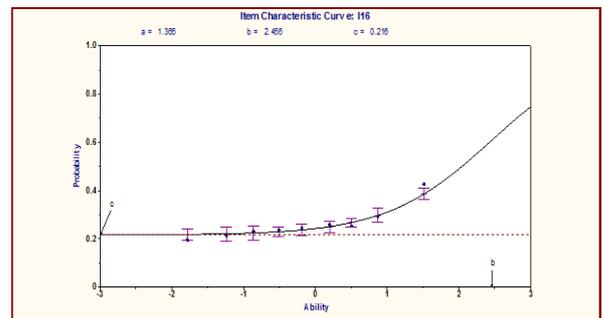
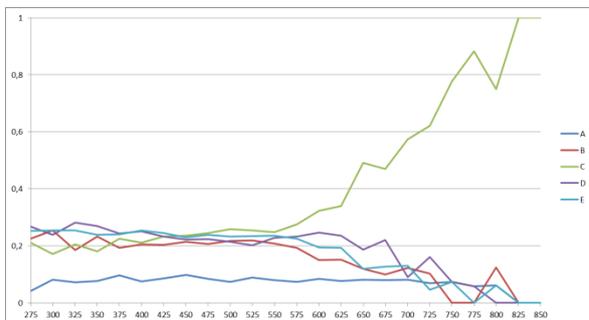
Para resolver esta questão, o candidato deverá ter o conhecimento de funções quadráticas e função modular. A questão teve discriminação muito alta e nível de dificuldade fora da escala. Temos um distrator (C) com mais marcações que o gabarito (D), além de ter um bisserial maior (0,1784 contra 0,0852). Isso indica que bons candidatos foram atraídos mais para o distrator (C) do que para o gabarito (D). Os candidatos que marcaram o distrator (C) provavelmente consideraram o intervalo que indica todos os valores de k para os quais a equação tem solução, não observando o “exatamente 4 soluções”. O gráfico CCI não mostra uma curva bem ajustada. Pela TCT e pela TRI, a questão não cumpre com objetivo de avaliar o candidato acerca do assunto pelo nível de dificuldade fora da escala e pelos bisseriais positivos, sendo necessário um ajuste na elaboração da mesma.

Questão 16.

As placas de automóveis têm 3 letras do alfabeto (de 26 letras) e 4 números (de 0 a 9). Elas foram inseridas num banco de dados usando a ordem alfabética para as letras e a ordem habitual para os números. Começando com AAA0000, seguem, em ordem crescente dos números, as placas que iniciam com AAA para, em seguida, aparecer a placa AAB0000. Depois da placa AAZ9999 seguirão: ABA0000, ABA0001, etc. Assinale a alternativa que traz a inscrição da placa que ocupa a posição 20.290.754.

- (A) DAA0753
- (B) DAA0754
- (C) DAB0753
- (D) DAB0754
- (E) DAC0753

| | | | | | |
|------------------------------|--------------|---------------|-------------|---------------------------|---------|
| Gabarito: C | | | | | |
| Assunto: Métodos de Contagem | | | | | |
| TCT | Total: 12478 | Acertos: 3363 | | Percentual de acertos: 27 | |
| Opções | A | B | C | D | E |
| Frequência | 0,0840 | 0,1967 | 0,2695 | 0,2267 | 0,2228 |
| Bisserial | -0,0234 | -0,0789 | 0,1752 | -0,0359 | -0,0719 |
| TRI | a = 0,01365 | | b = 745,649 | c = 0,21573 | |



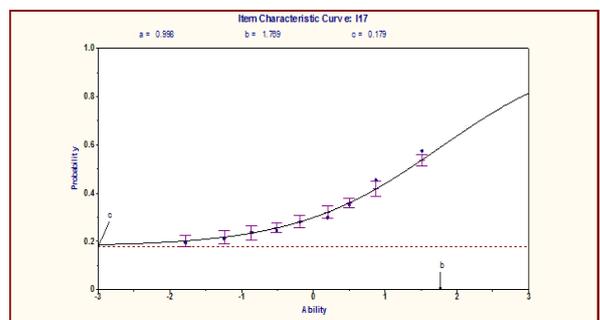
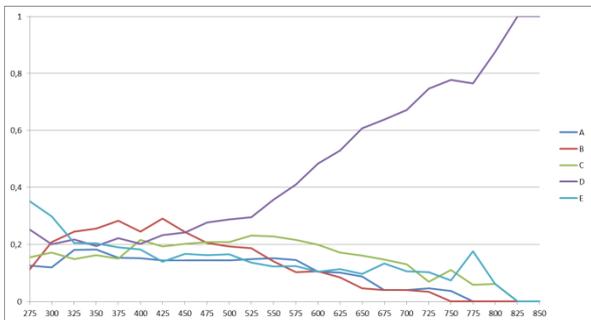
Para resolver esta questão, o candidato deverá ter o conhecimento do princípio multiplicativo. Esta questão tem discriminação alta e pode ser classificada como muito difícil. Todos os bisseriais dos distratores são negativos mas muito próximos de zero, sugerindo que muitos candidatos, mesmo os bons candidatos, não tem muito conhecimento do assunto ou simplesmente tentaram de fato responder a questão ao acaso, dada a sua resolução trabalhosa.

Questão 17.

Uma urna contém cinco cartões, numerados de 1 a 5. Retira-se sucessivamente, ao acaso, os cinco cartões da urna e alinha-os, da esquerda para a direita, pela ordem de saída, de maneira a formar um número de cinco algarismos. Qual é a probabilidade de esse número ser divisível por 4?

- (A) 1/20
- (B) 2/20
- (C) 3/20
- (D) 4/20
- (E) 5/20

| | | | | | |
|-------------------------|--------------|---------------|-------------|-----------------------------|-------------|
| Gabarito: D | | | | | |
| Assunto: Probabilidades | | | | | |
| TCT | Total: 12478 | Acertos: 4136 | | Percentual de acertos: 33,1 | |
| Opções | A | B | C | D | E |
| Frequência | 0,1368 | 0,1802 | 0,1979 | 0,3315 | 0,1533 |
| Bisserial | -0,0613 | -0,2184 | 0,0226 | 0,2764 | -0,1500 |
| TRI | a = 0,00998 | | b = 676,892 | | c = 0,17855 |



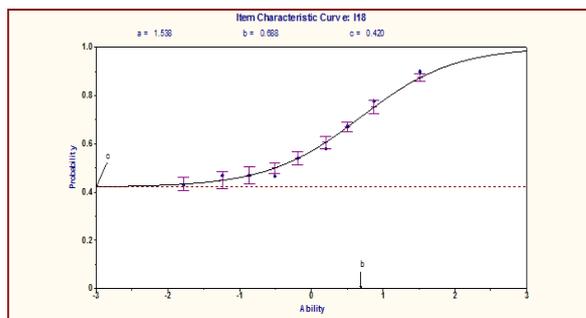
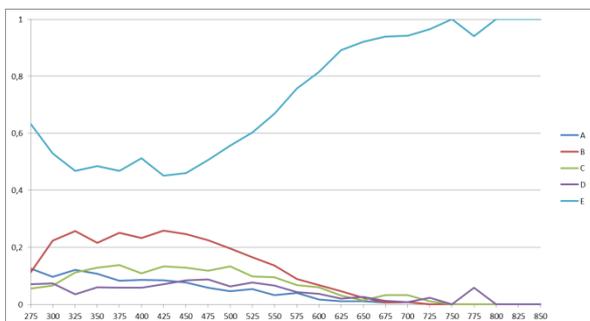
Para resolver esta questão, o candidato deve ter o conhecimento de probabilidades, permutações e divisibilidade. A questão teve discriminação moderada e pode ser considerada como muito difícil. O distrator (C) teve bisserial positivo, sugerindo que bons candidatos marcaram esta opção. Os candidatos encontraram dificuldade em verificar quantos eram os números múltiplos de 4 entre os números de 5 algarismos formados pela permutação dos algarismos de 1 a 5, uma vez que todas as opções tinham o mesmo valor para o espaço amostral. O gráfico CCI não mostra uma curva ajustada. Pela TCT e pela TRI, esta questão deveria ser ajustada para cumprir com o objetivo de avaliar o candidato acerca do assunto proposto

Questão 18.

O número médio de novos sócios aceitos em um clube nos anos de 2009 a 2012 (4 anos) foi de 325 por ano. Já o número médio de novos sócios por ano no período 2009-2013 é 20% maior do que o número de sócios por ano no período 2009-2012. Quantos sócios o clube aceitou em 2013?

- (A) 500
- (B) 525
- (C) 550
- (D) 600
- (E) 650

| | | | | | |
|--|--------------|---------------|-------------|-----------------------------|-------------|
| Gabarito: E | | | | | |
| Assunto: Equações do 1º Grau e Porcentagem | | | | | |
| TCT | Total: 12478 | Acertos: 7600 | | Percentual de acertos: 60,9 | |
| Opções | A | B | C | D | E |
| Frequência | 0,0563 | 0,1746 | 0,0975 | 0,0616 | 0,6091 |
| Bisserial | -0,2502 | -0,2712 | -0,1239 | -0,0727 | 0,3357 |
| TRI | a = 0,01538 | | b = 568,758 | | c = 0,41977 |



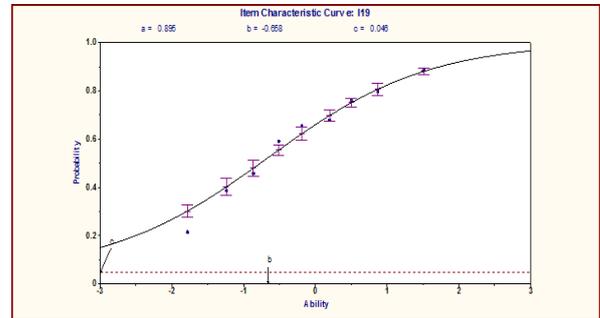
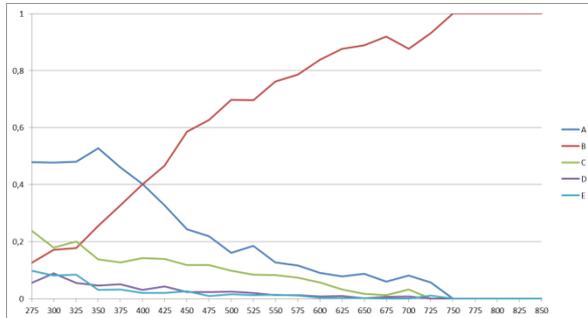
Para resolver esta questão, o candidato deve ter o conhecimento de porcentagem e equações do 1º grau. A questão teve discriminação alta e pode ser considerada como difícil. Entretanto, o índice de acerto ao acaso foi muito alto, sugerindo que mesmo candidatos de baixa proficiência acertaram a questão. O distrator (A), com baixa marcação, reforça a ideia que esta opção foi considerada implausível pelos candidatos no geral. Todos os bisseriais dos distratores foram negativos, porém o parâmetro de acerto ao item sugere, pela análise da TRI, que a questão necessitaria de ajuste para julgar de forma mais adequada o conhecimento do candidato acerca do assunto.

Questão 19.

Um automóvel desvaloriza-se 20% a cada ano. Depois de quantos anos, no mínimo, o automóvel valerá menos do que a metade do valor original?

- (A) 3 anos
- (B) 4 anos
- (C) 5 anos
- (D) 6 anos
- (E) 7 anos

| | | | | | |
|----------------------|--------------|---------------|-------------|---------------------------|-------------|
| Gabarito: B | | | | | |
| Assunto: Porcentagem | | | | | |
| TCT | Total: 12478 | Acertos: 7984 | | Percentual de acertos: 64 | |
| Opções | A | B | C | D | E |
| Frequência | 0,2130 | 0,6398 | 0,0987 | 0,0273 | 0,0206 |
| Bisserial | -0,3263 | 0,4264 | -0,1909 | -0,2611 | -0,2943 |
| TRI | a = 0,00895 | | b = 434,235 | | c = 0,04613 |



Para resolver esta questão, o candidato deve ter conhecimento de porcentagem. A questão tem discriminação moderada e pode ser classificada como fácil. Com 64% de acertos, todos os bisseriais dos distratores são negativos e os candidatos que marcaram o distrator (A), que teve mais marcações (21,3%), considerou que em 3 anos o carro depreciaria 60%, que seria 3 vezes 20, mostrando desconhecimento do conteúdo.

Questão 20.

Os tanques que armazenam combustíveis nos postos de gasolina ficam subterrâneos, têm a forma de um cilindro circular reto e ficam deitados de modo que seu eixo é paralelo ao solo. Para medir o volume de combustível insere-se verticalmente no tanque uma vareta milimetrada e, lendo a altura até onde a vareta fica molhada, é possível saber o volume do combustível armazenado. Qual é o volume do combustível em um desses tanques, com raio R , medido em metros, e comprimento 10 m, quando a medida na vareta d e medição marca um quarto do diâmetro?

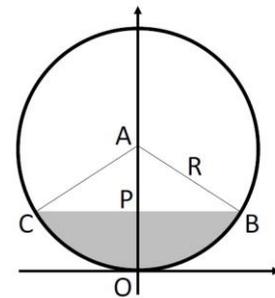
(A) $V = 10 \left(\frac{\pi}{3} - \frac{\sqrt{3}}{16} \right) R^2 m^3$

(D) $V = 10 \left(\frac{\pi - \sqrt{3}}{2} \right) R^2 m^3$

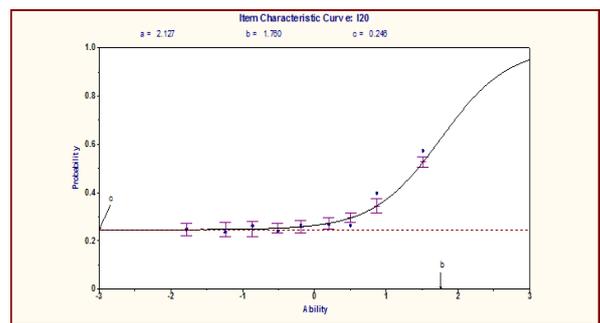
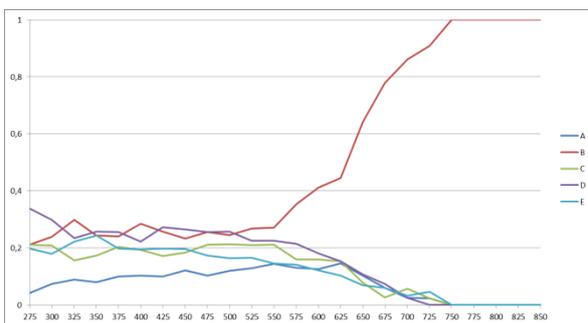
(B) $V = 10 \left(\frac{\pi}{3} - \frac{\sqrt{3}}{4} \right) R^2 m^3$

(E) $V = 10 \left(\frac{\pi}{2} - \frac{\sqrt{3}}{4} \right) R^2 m^3$

(C) $V = 10 \left(\frac{\pi}{6} - \frac{\sqrt{3}}{16} \right) R^2 m^3$



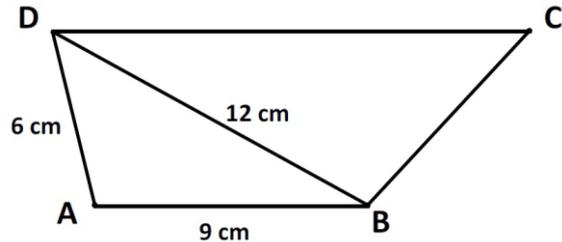
| | | | | | |
|---|--------------|---------------|-------------|-----------------------------|-------------|
| Gabarito: B | | | | | |
| Assunto: Áreas de figuras planas | | | | | |
| TCT | Total: 12478 | Acertos: 3921 | | Percentual de acertos: 31,4 | |
| Opções | A | B | C | D | E |
| Frequência | 0,1149 | 0,3142 | 0,1892 | 0,2214 | 0,1598 |
| Bisserial | 0,0639 | 0,2339 | -0,0962 | -0,1199 | -0,1371 |
| TRI | a = 0,02127 | | b = 675,975 | | c = 0,24581 |



Para resolver esta questão, o candidato deve ter conhecimento da área do segmento circular. A questão tem discriminação muito alta e pode ser classificada como muito difícil. O distrator (D) teve mais marcações que os demais distratores e o distrator (A) teve bisserial positivo, indicando que bons candidatos foram atraídos para essa opção, possivelmente em algum erro e cálculo. Pela análise da TCT, esta questão deveria ser ajustada para cumprir o objetivo de avaliar o candidato acerca do assunto proposto.

Questão 21.

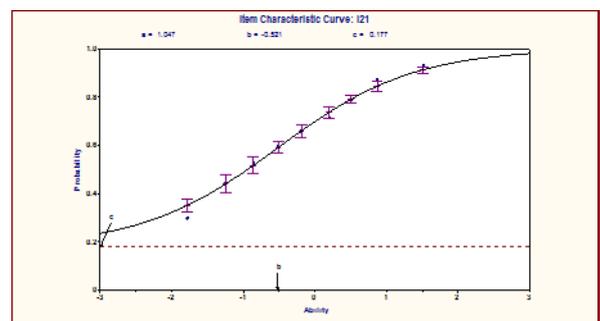
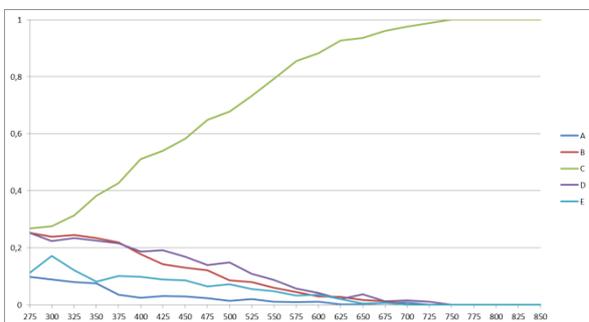
Um trapézio, ilustrado pela figura, é formado pela reunião de dois triângulos semelhantes mas não congruentes ABD e BDC.



Seu perímetro é igual a:

- (A) 25
- (B) 32
- (C) 39
- (D) 43
- (E) 50

| | | | | | |
|-----------------------------------|--------------|--------------|-------------|-----------------------------|-------------|
| Gabarito: C | | | | | |
| Assunto: Proporcionalidade | | | | | |
| TCT | Total: 12478 | Acertos:8464 | | Percentual de acertos: 67,8 | |
| Opções | A | B | C | D | E |
| Frequência | 0,0250 | 0,1098 | 0,6783 | 0,1217 | 0,0644 |
| Bisserial | -0,2877 | -0,3489 | 0,4474 | -0,2493 | -0,2129 |
| TRI | a = 0,01047 | | b = 447,914 | | c = 0,17694 |



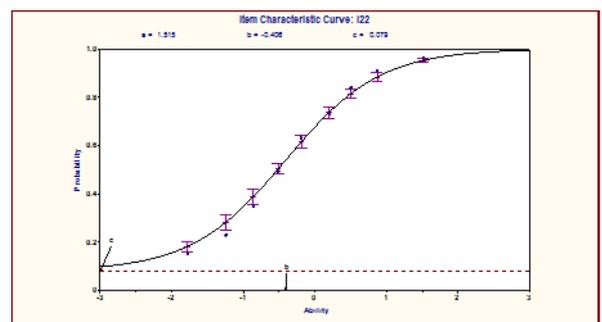
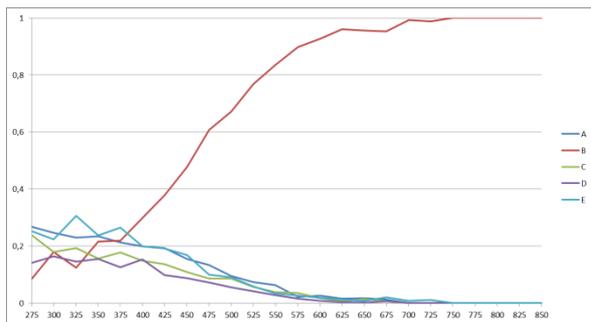
Para resolver esta questão, o candidato deve ter o conhecimento de semelhança de triângulos. A questão tem discriminação moderada e pode ser classificada como fácil. A questão teve bom índice de acertos e todos os bisseriais dos distratores foram negativos.

Questão 22:

Uma pessoa precisa ativar o alarme de sua residência cuja senha é formada por quatro algarismos distintos e ela lembra apenas que o primeiro algarismo é 5 e que o último é 3: A central do alarme permite apenas uma tentativa cada 2 minutos. Na pior situação possível, qual é a maior duração de tempo que ela poderá levar para ativar o alarme digitando senha após senha?

- (A) 1h 22m
- (B) 1h 50m
- (C) 2h 02m
- (D) 2h 10m
- (E) 2h 20m

| | | | | | |
|------------------------------|--------------|---------------|-------------|-----------------------------|-------------|
| Gabarito: B | | | | | |
| Assunto: Métodos de Contagem | | | | | |
| TCT | Total: 12478 | Acertos: 7959 | | Percentual de acertos: 63,8 | |
| Opções | A | B | C | D | E |
| Frequência | 0,1055 | 0,6378 | 0,0791 | 0,0611 | 0,1155 |
| Bisserial | -0,3066 | 0,5852 | -0,2844 | -0,3097 | -0,4262 |
| TRI | a = 0,01515 | | b = 459,366 | | c = 0,07913 |



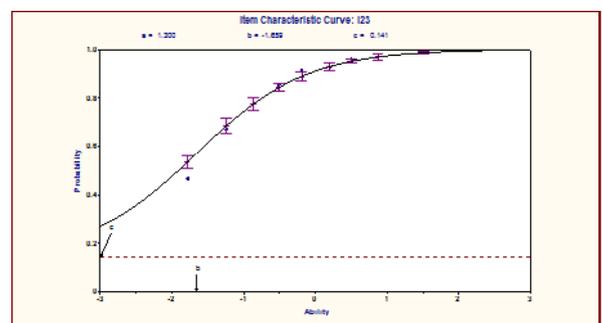
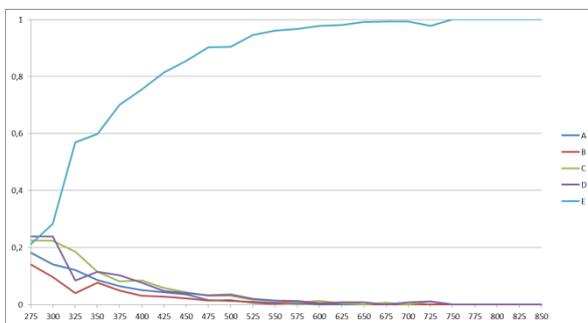
Para resolver esta questão o candidato deve ter o conhecimento do princípio multiplicativo. A questão tem discriminação alta e pode ser classificada como mediana. Todos os distratores mostraram bisseriais negativos, sem discrepância. Nenhum distrator se destacou em relação à frequência de marcação. O gráfico CCI mostra uma curva bem ajustada.

Questão 23:

O maior múltiplo de 42 menor do que 10000 é:

- (A) 9666
- (B) 9669
- (C) 9696
- (D) 9966
- (E) 9996

| | | | | | |
|------------------------------|--------------|----------------|-------------|-----------------------------|-------------|
| Gabarito: E | | | | | |
| Assunto: Métodos de Contagem | | | | | |
| TCT | Total: 12478 | Acertos: 10746 | | Percentual de acertos: 86,1 | |
| Opções | A | B | C | D | E |
| Frequência | 0,0268 | 0,0204 | 0,0414 | 0,0478 | 0,8612 |
| Bisserial | -0,3887 | -0,3266 | -0,3548 | -0,3725 | 0,5008 |
| TRI | a = 0,0130 | | b = 334,107 | | c = 0,14052 |



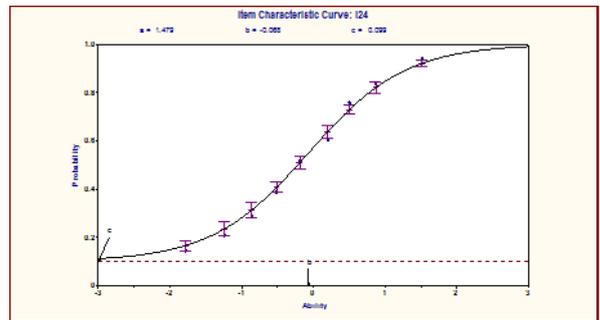
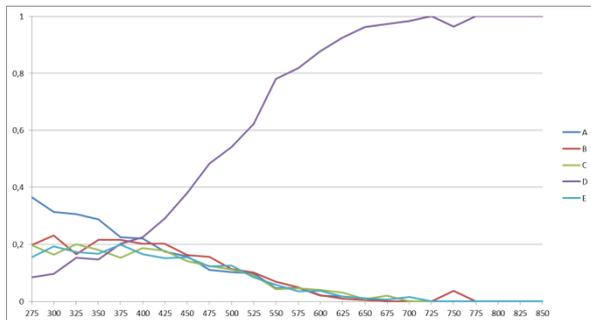
Para resolver esta questão, o candidato deve ter o conhecimento de divisibilidade. A questão tem discriminação moderada e pode ser classificada como muito fácil. A questão teve alto índice de acertos e todos os bisseriais dos distratores foram negativos e sem discrepância. Nenhum distrator se destacou em relação à frequência de marcação.

Questão 24:

Em um conjunto de dez números inteiros, a média dos dois menores é 102, dos três menores é 103, dos quatro menores é 104, e assim por diante, até a média de todos os dez é 110. Qual é o maior desses inteiros?

- (A) 140
- (B) 132
- (C) 125
- (D) 119
- (E) 117

| | | | | | |
|--------------------------------|--------------|---------------|-------------|-----------------------------|------------|
| Gabarito: D | | | | | |
| Assunto: Noções de Estatística | | | | | |
| TCT | Total: 12478 | Acertos: 7075 | | Percentual de acertos: 56,7 | |
| Opções | A | B | C | D | E |
| Frequência | 0,1114 | 0,1163 | 0,1040 | 0,5670 | 0,1003 |
| Bisserial | -0,3543 | -0,2932 | -0,2821 | 0,5671 | -0,2657 |
| TRI | a = 0,01479 | | b = 493,192 | | c = 0,0992 |

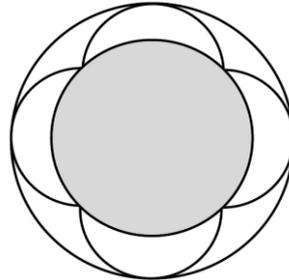


Para resolver esta questão, o candidato deve ter o conhecimento de média aritmética. A questão tem discriminação alta e pode ser considerada como mediana. A questão teve razoável percentual de acertos (56,7%) e seus distratores tiveram bisseriais negativos e sem discrepância. Nenhum distrator se destacou em relação à frequência de marcação.

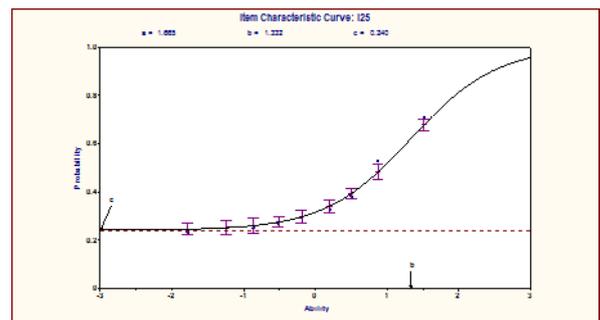
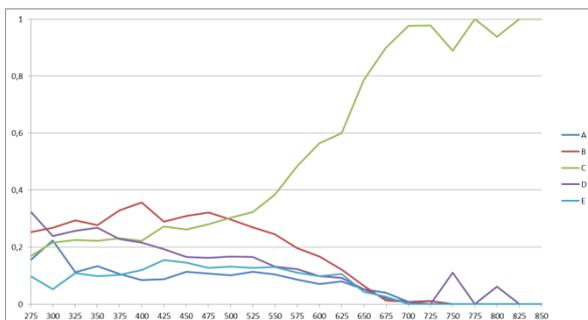
Questão 25:

A figura mostra duas circunferências concêntricas e quatro arcos semicirculares congruentes, cujos extremos são os vértices de um quadrado inscrito na circunferência interna. A circunferência externa tangencia os arcos semicirculares. Se a área do círculo interno é 1, qual é a área do círculo externo?

- (A) 4
- (B) $5\pi/2$
- (C) 2
- (D) 2π
- (E) 3



| | | | | | |
|----------------------------------|--------------|---------------|-------------|-----------------------------|---------|
| Gabarito: C | | | | | |
| Assunto: Áreas de Figuras Planas | | | | | |
| TCT | Total: 12478 | Acertos: 4710 | | Percentual de acertos: 37,7 | |
| Opções | A | B | C | D | E |
| Frequência | 0,1016 | 0,2468 | 0,3775 | 0,1556 | 0,1176 |
| Bisserial | -0,0999 | -0,1729 | 0,3376 | -0,1958 | -0,0424 |
| TRI | a = 0,01665 | | b = 633,226 | c = 0,2400 | |



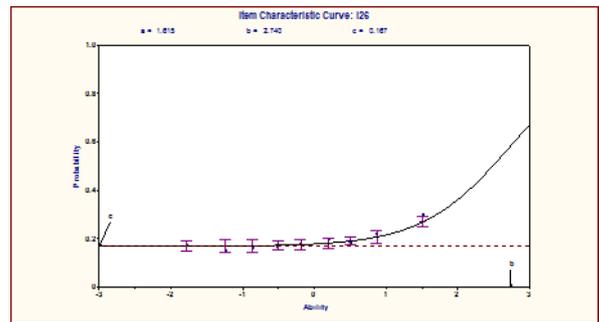
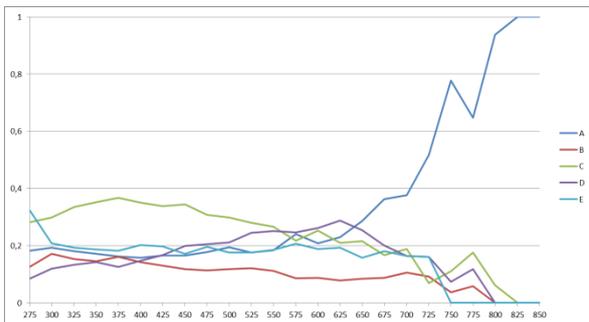
Para resolver esta questão, o candidato deve ter o conhecimento de área do círculo. A questão tem discriminação alta e pode ser classificada como muito difícil, o que justifica o baixo percentual de acertos (37,7%). Todos os bisseriais dos distratores são negativos. O distrator (B) foi o distrator que mais atraiu candidatos e o distrator (E) atraiu bons candidatos.

Questão 26:

Seja r a raiz positiva da equação $x^2 + x - 1 = 0$. Então $\frac{r^5}{1-r} + \frac{2r^6}{(1-r)^2}$ é igual a:

- (A) 1 (B) 0 (C) $\frac{-1+\sqrt{5}}{2}$ (D) $\frac{-3+\sqrt{5}}{2}$ (E) $\frac{1+\sqrt{5}}{2}$

| | | | | | |
|------------------------------|--------------|---------------|-------------|-----------------------------|-------------|
| Gabarito: A | | | | | |
| Assunto: Equações do 2º Grau | | | | | |
| TCT | Total: 12478 | Acertos: 2457 | | Percentual de acertos: 19,7 | |
| Opções | A | B | C | D | E |
| Frequência | 0,1969 | 0,1209 | 0,2869 | 0,2107 | 0,1838 |
| Bisserial | 0,1313 | -0,1251 | -0,1253 | 0,1250 | -0,0123 |
| TRI | a = 0,01615 | | b = 774,019 | | c = 0,16723 |



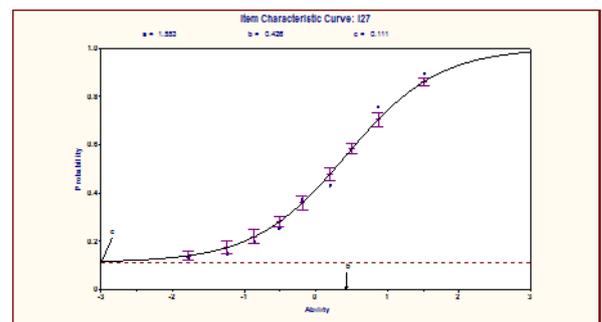
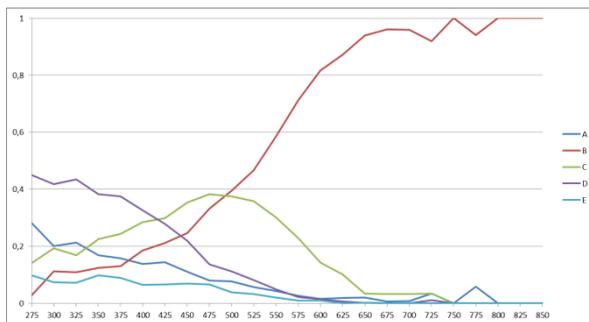
Para resolver esta questão, o candidato deverá ter o conhecimento de equações do 2º grau. A questão tem discriminação alta e pode ser classificada como muito difícil. A questão teve baixo percentual de acertos (19,7%). O distrator (C) foi o mais marcado, indicando que os candidatos apenas consideraram a raiz positiva da equação. O distrator (D) tem bisserial positivo, indicando que bons candidatos optaram por estratégias alternativas não eficazes. O gráfico CCI não mostra uma curva bem ajustada. Pela análise da TCT e pela TRI, a questão deveria ser ajustada para avaliar de forma mais adequada o conhecimento dos candidatos acerca do assunto.

Questão 27:

Uma pessoa vai visitar cinco locais na cidade do Rio de Janeiro: Cristo Redentor, Pão de Açúcar, Teatro Municipal, Candelária e Jardim Botânico. De quantas maneiras diferentes pode planejar a sequência das cinco visitas, se não quiser começar nem terminar pelo Jardim Botânico?

- (A) 36
- (B) 72
- (C) 96
- (D) 120
- (E) 240

| | | | | | |
|------------------------------|--------------|---------------|-------------|-----------------------------|------------|
| Gabarito: B | | | | | |
| Assunto: Métodos de Contagem | | | | | |
| TCT | Total: 12478 | Acertos: 5713 | | Percentual de acertos: 45,8 | |
| Opções | A | B | C | D | E |
| Frequência | 0,0865 | 0,4578 | 0,2671 | 0,1420 | 0,0456 |
| Bisserial | -0,3400 | 0,5380 | -0,0623 | -0,4854 | -0,3018 |
| TRI | a = 0,01553 | | b = 542,551 | | c = 0,1113 |



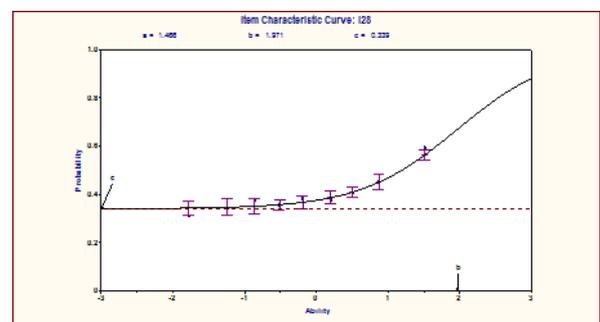
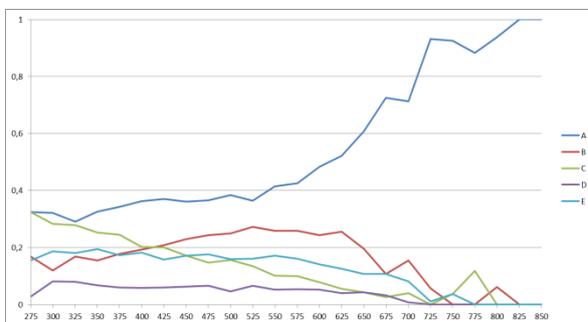
Para resolver esta questão, o candidato deve ter conhecimento do princípio multiplicativo. A questão tem discriminação alta e pode ser classificada como mediana. O distrator (C) foi o distrator mais marcado e tem bisserial negativo muito próximo de zero, sugerindo que bons candidatos optaram por este. Provavelmente estes concluíram que o resultado seria obtido com a multiplicação $4 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 96$. Desta forma, entretanto, não seria excluída a possibilidade do Jardim Botânico terminar a visita. O correto seria $4 \times 3 \times 2 \times 3 = 72$ possibilidades.

Questão 28:

Quantas palavras podemos escrever com as seis letras a, b, c, d, e, f, sem repetir letras, de modo que as letras a, b, c sempre apareçam na ordem alfabética?

- (A) 120
- (B) 240
- (C) 720
- (D) 715
- (E) 360

| | | | | | |
|------------------------------|--------------|---------------|-------------|-----------------------------|---------|
| Gabarito: A | | | | | |
| Assunto: Métodos de Contagem | | | | | |
| TCT | Total: 12478 | Acertos: 5098 | | Percentual de acertos: 40,9 | |
| Opções | A | B | C | D | E |
| Frequência | 0,4086 | 0,2262 | 0,1451 | 0,0581 | 0,1608 |
| Bisserial | 0,1748 | 0,0579 | -0,2627 | -0,0822 | -0,0581 |
| TRI | a = 0,01466 | | b = 697,129 | c = 0,3391 | |



Para resolver esta questão o candidato deve ter o conhecimento de permutações. A questão tem discriminação alta e pode ser considerada como muito difícil. O índice de acerto ao acaso é alto (0,3391), o que sugere ter alguma opção implausível (de fato, o distrator D tem proporção de marcação bem menor que as outras opções) O distrator (B) tem bisserial positivo, o que significa que bons candidatos fizeram esta opção, que é o dobro da resposta correta. O gráfico CCI não mostra uma curva bem ajustada. Pela análise da TCT e da TRI, esta questão deveria ser ajustada para avaliar de forma mais adequada o conhecimento dos candidatos acerca do assunto.

Questão 29:

Em ciências atuariais, uma tábua da vida é uma tabela, construída a partir de censos populacionais, que mostra a probabilidade de morte de um indivíduo em uma determinada faixa etária. Por exemplo, a tábua da vida abaixo indica que um indivíduo que completou 21 anos tem 0,10% de chance de morrer antes de completar 22 anos.

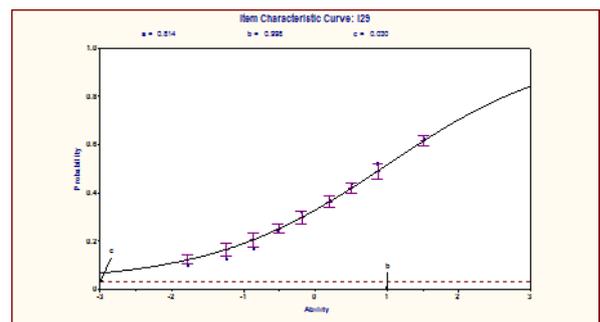
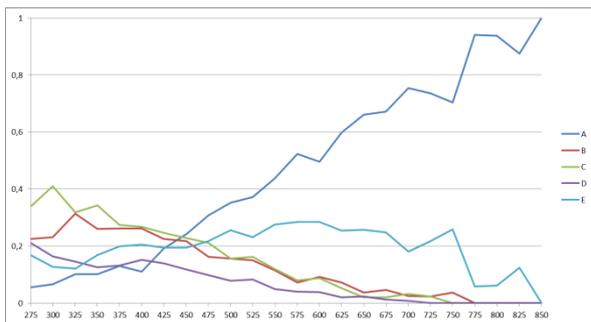
| | | | | | |
|---------------------------|----------|----------|----------|----------|----------|
| Faixa etária $[x, x + 1)$ | [20, 21) | [21, 22) | [22, 23) | [23, 24) | [25, 26) |
| Probabilidade de morrer | 0,09% | 0,10% | 0,10% | 0,10% | 0,10% |

(Fonte: National Vital Statistics Reports, Vol. 54, No. 14, 2006.)

Considere um grupo de 1 000 000 pessoas que acabaram de completar 21 anos. Segundo esta tabela, qual é o número de pessoas deste grupo, em média, que se espera que faça aniversário de 23 anos?

- (A) 998 001 (B) 990 000 (C) 999 900 (D) 900 001 (E) 810 000

| | | | | | |
|----------------------|--------------|---------------|-------------|---------------------------|-------------|
| Gabarito: A | | | | | |
| Assunto: Porcentagem | | | | | |
| TCT | Total: 12478 | Acertos: 4372 | | Percentual de acertos: 35 | |
| Opções | A | B | C | D | E |
| Frequência | 0,3504 | 0,1573 | 0,1778 | 0,0851 | 0,2284 |
| Bisserial | 0,3872 | -0,2502 | -0,3138 | -0,2491 | 0,1280 |
| TRI | a = 0,00814 | | b = 599,756 | | c = 0,02979 |



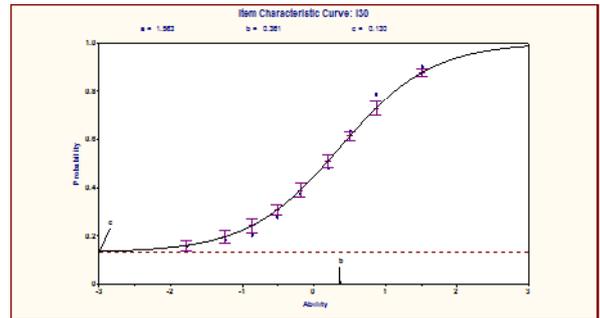
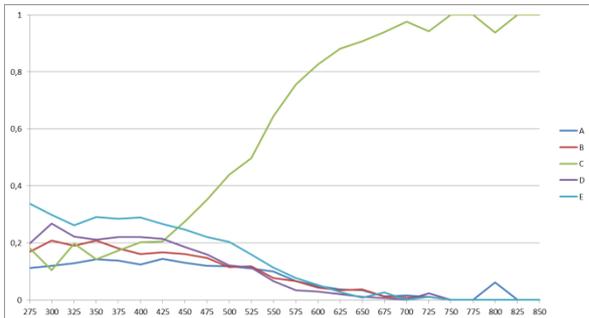
Para resolver esta questão, o candidato deve ter conhecimento de porcentagem. A questão tem discriminação moderada e pode ser classificada como difícil. O distrator (E) foi o distrator mais marcado e mostrou bisserial positivo, indicando que bons candidatos optaram por ele. Para tal os candidatos provavelmente calcularam $0,10 \times 1\,000\,000$ e após $0,10 \times 900\,000$, para concluir a resposta 810 000, o que é um grave erro. O gráfico CCI não mostra uma curva bem ajustada. Pela TCT e pela TRI, a questão deveria se ajustada para avaliar de forma mais adequada o conhecimento dos candidatos acerca do assunto.

Questão 30:

A área de 3 hexágonos regulares, cada um de lado 10 cm, é equivalente a:

- (A) área de um triângulo equilátero de 30 cm de lado.
- (B) área de um triângulo equilátero de 60 cm de lado.
- (C) área de dois triângulos equiláteros de 30 cm de lado.
- (D) área de três triângulos equiláteros de 30 cm de lado.
- (E) área de um hexágono regular de 30 cm de lado.

| | | | | | |
|----------------------------------|--------------|---------------|-------------|-----------------------------|-------------|
| Gabarito: C | | | | | |
| Assunto: Áreas de Figuras Planas | | | | | |
| TCT | Total: 12478 | Acertos: 6034 | | Percentual de acertos: 48,4 | |
| Opções | A | B | C | D | E |
| Frequência | 0,1037 | 0,1162 | 0,4836 | 0,1263 | 0,1688 |
| Bisserial | -0,1532 | -0,2253 | 0,5249 | -0,3122 | -0,2822 |
| TRI | a = 0,1563 | | b = 536,144 | | c = 0,13026 |



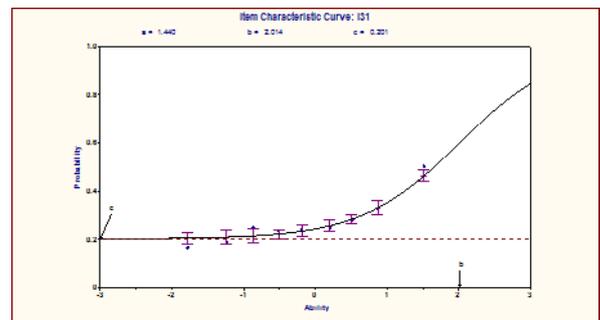
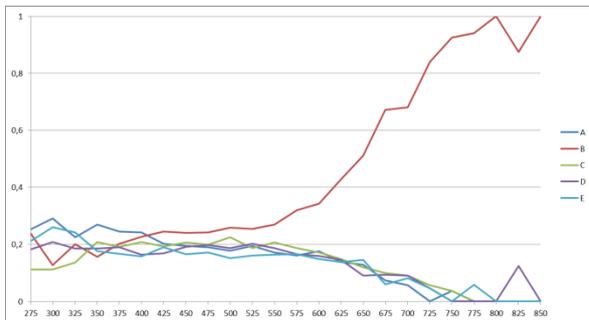
Para resolver esta questão, o candidato deve ter o conhecimento de que um hexágono regular pode ser dividido em 6 triângulos equiláteros congruentes. A questão tem discriminação alta e pode ser considerada como mediana. A curva CCI da questão é bem ajustada e a questão teve todos os bisseriais dos distratores negativos e sem discrepância.

Questão 31:

Um número X , de cinco algarismos, é interessante: se escrevermos o algarismo 1 à sua direita, ele fica três vezes maior do que se escrevermos 1 à sua esquerda. Qual é a soma dos algarismos do número X ?

- (A) 18
- (B) 26
- (C) 28
- (D) 31
- (E) 36

| | | | | | |
|------------------------------|--------------|---------------|-------------|-----------------------------|-------------|
| Gabarito: B | | | | | |
| Assunto: Equações do 1º Grau | | | | | |
| TCT | Total: 12478 | Acertos: 3526 | | Percentual de acertos: 28,3 | |
| Opções | A | B | C | D | E |
| Frequência | 0,1822 | 0,2826 | 0,1843 | 0,1903 | 0,1590 |
| Bisserial | -0,1118 | 0,2371 | -0,0231 | -0,0990 | -0,0643 |
| TRI | a = 0,01440 | | b = 701,435 | | c = 0,20089 |



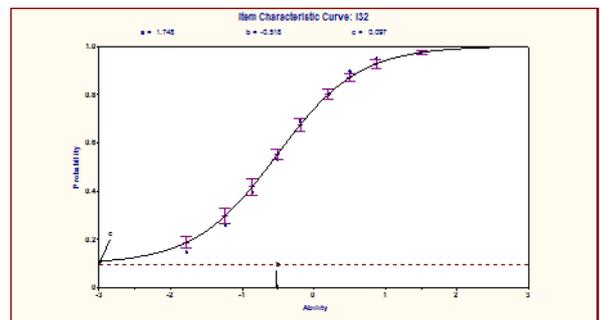
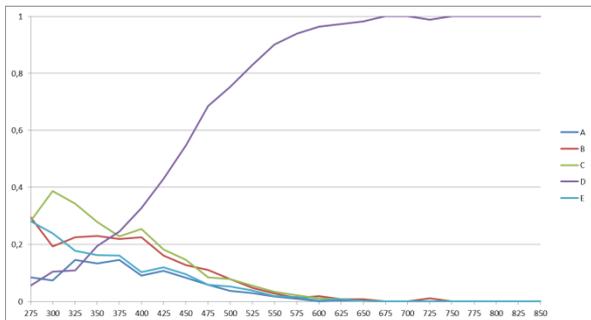
Para resolver esta questão o candidato deve ter o conhecimento de equações do 1º grau. A questão tem discriminação alta e pode ser classificada como muito difícil. O percentual de acertos da questão foi muito baixo (28,3%). A questão teve todos o bisseriais dos distratores negativos porém todos próximos a zero, sugerindo uma maior dificuldade dos candidatos como um todo em relação ao conteúdo.

Questão 32:

Roberto pensou em três números inteiros; somando-os, dois a dois, obteve os resultados 37, 41 e 44. O produto dos três números é:

- (A) 4250.
- (B) 5620.
- (C) 6230.
- (D) 8160.
- (E) 10530.

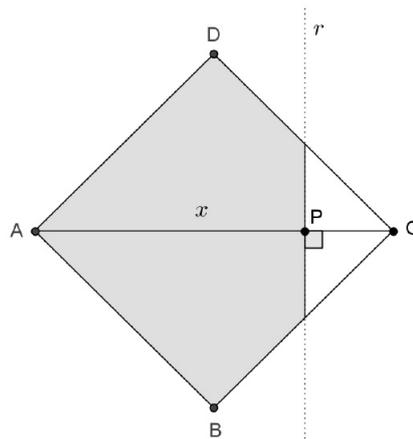
| | | | | | |
|------------------------------|--------------|---------------|-------------|-----------------------------|-------------|
| Gabarito: D | | | | | |
| Assunto: Equações do 1º Grau | | | | | |
| TCT | Total: 12478 | Acertos: 8465 | | Percentual de acertos: 67,8 | |
| Opções | A | B | C | D | E |
| Frequência | 0,0585 | 0,0930 | 0,1042 | 0,6784 | 0,0649 |
| Bisserial | -0,3404 | -0,3609 | -0,3999 | 0,6104 | -0,3558 |
| TRI | a = 0,1748 | | b = 448,195 | | c = 0,09704 |



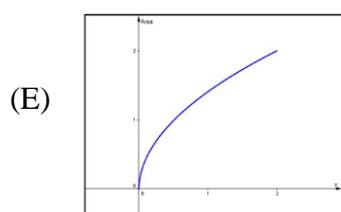
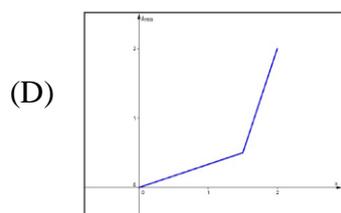
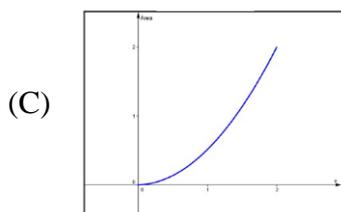
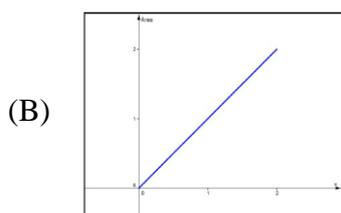
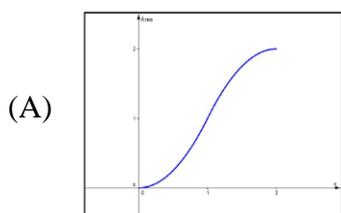
Para resolver esta questão, o candidato deve ter o conhecimento de sistemas do 1º grau. A questão tem discriminação muito alta e pode ser classificada como fácil. O percentual de acertos foi de 67,8%. A curva CCI é bem ajustada. Todos os distratores mostraram bisserial negativo e sem discrepância.

Questão 33:

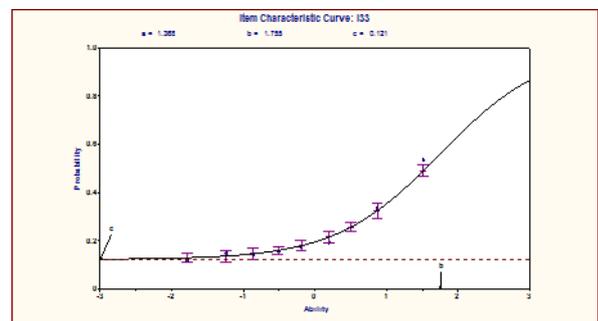
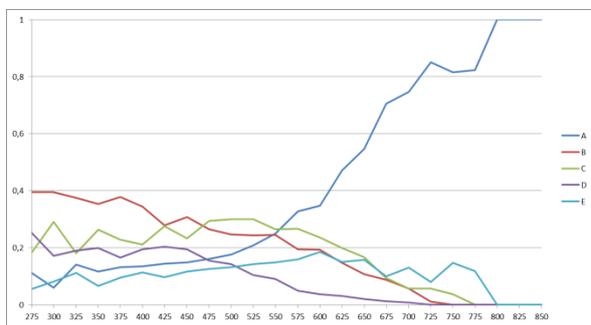
Na figura ao lado, ABCD é um quadrado em que AC mede 2, r é uma reta perpendicular a AC em P e AP mede x .



Assinale qual gráfico melhor representa a função f que, a cada valor de x em $]0, 2]$, associa a área do polígono cinzento formado pela interseção do interior do quadrado com o semiplano determinado pela reta r que contém o ponto A.



| | | | | | |
|----------------------------------|--------------|---------------|---------|-----------------------------|--------|
| Gabarito: A | | | | | |
| Assunto: Áreas de Figuras Planas | | | | | |
| TCT | Total: 12478 | Acertos: 3050 | | Percentual de acertos: 24,4 | |
| Opções | A | B | C | D | E |
| Frequência | 0,2444 | 0,2521 | 0,2473 | 0,1245 | 0,1301 |
| Bisserial | 0,3543 | -0,2025 | -0,0271 | -0,2952 | 0,1148 |
| TRI | a = 0,01368 | b = 675,456 | | c = 0,12120 | |



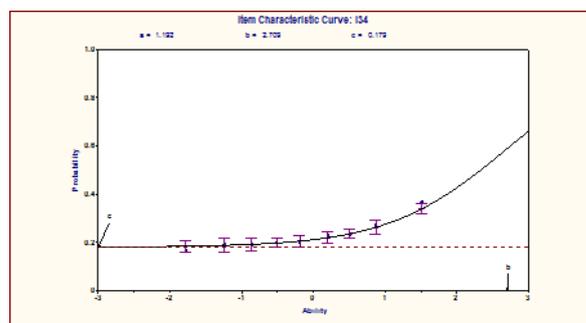
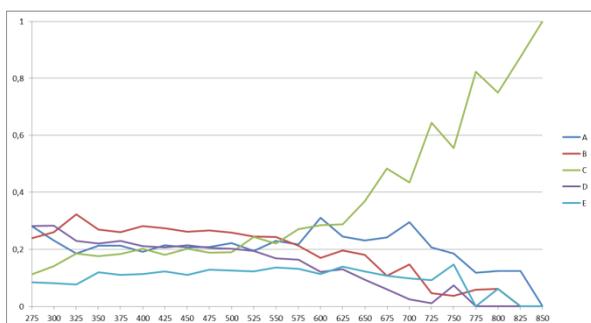
Para resolver esta questão, o candidato deve ter conhecimento de área de figuras planas e de construção do gráfico de uma função. A questão tem discriminação alta e pode ser classificada como muito difícil. Apenas 24,4% dos candidatos acertaram a questão. O distrator (B) foi a opção mais marcada pelos candidatos, principalmente os de proficiência mais baixa, que consideraram o gráfico correto como sendo o linear. O distrator (E) mostrou bisserial positivo, sugerindo que bons candidatos optaram por ele. Tal opção sugere que o gráfico refere-se a apenas um arco de parábola quando na verdade é uma justaposição dois arcos de parábola de concavidades diferentes. A curva CCI não é bem ajustada. Pela análise da TCT e da TRI, esta questão deveria ser ajustada para avaliar, de forma mais adequada, os candidatos acerca do assunto proposto.

Questão 34:

Um saco contém doze bolas, indistinguíveis ao tato: três bolas com o número 1, cinco bolas com o número 2 e quatro bolas com o número 3. Retiram-se simultaneamente três bolas do saco, ao acaso. Qual é a probabilidade de a soma dos números das bolas retiradas ser igual a cinco?

- (A) 7/110
- (B) 15/110
- (C) 21/110
- (D) 36/110
- (E) 42/110

| | | | | | |
|-------------------------|--------------|---------------|-------------|-----------------------------|-------------|
| Gabarito: C | | | | | |
| Assunto: Probabilidades | | | | | |
| TCT | Total: 12478 | Acertos: 2916 | | Percentual de acertos: 23,4 | |
| Opções | A | B | C | D | E |
| Frequência | 0,2265 | 0,2347 | 0,2337 | 0,1818 | 0,1213 |
| Bisserial | 0,0199 | -0,0901 | 0,1732 | -0,1392 | 0,0387 |
| TRI | a = 0,01192 | | b = 770,890 | | c = 0,17910 |

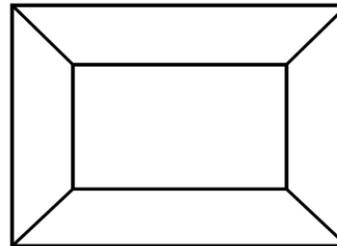


Para resolver esta questão o candidato deve ter conhecimento de probabilidades. A questão tem discriminação moderada e pode ser classificada como muito difícil. A questão possui 3 bisseriais positivos, o gabarito (C) e os distratores (A) e (E). O distrator (A) não considera as permutações necessárias dentre as triplas que podem ser formadas. O distrator (E) considera as permutações mas desconsidera que elas devem ser com elementos repetidos. A curva CCI não é bem ajustada. Pela TCT e pela TRI, a questão deveria ser ajustada de modo a cumprir com o objetivo de avaliar, de forma adequada, o conhecimento do candidato acerca do assunto.

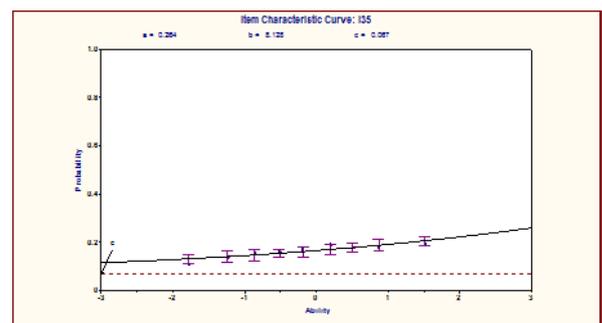
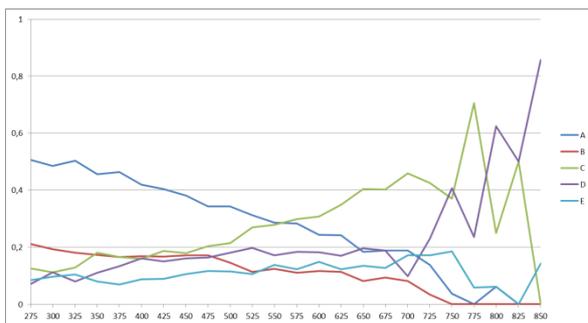
Questão 35:

Cada uma das cinco regiões da figura deve ser pintada com uma só cor, escolhida entre verde, amarelo, azul e branco. De quantas maneiras distintas podemos colorir a figura, de modo que regiões adjacentes não fiquem com a mesma cor?

- (A) 24
- (B) 36
- (C) 48
- (D) 72
- (E) 144



| | | | | | |
|------------------------------|--------------|---------------|--------------|-----------------------------|-------------|
| Gabarito: D | | | | | |
| Assunto: Métodos de Contagem | | | | | |
| TCT | Total: 12478 | Acertos: 2075 | | Percentual de acertos: 16,6 | |
| Opções | A | B | C | D | E |
| Frequência | 0,3429 | 0,1390 | 0,2383 | 0,1663 | 0,1112 |
| Bisserial | -0,2272 | -0,1153 | 0,2403 | 0,0737 | 0,1033 |
| TRI | a = 0,00264 | | b = 1312,833 | | c = 0,06681 |



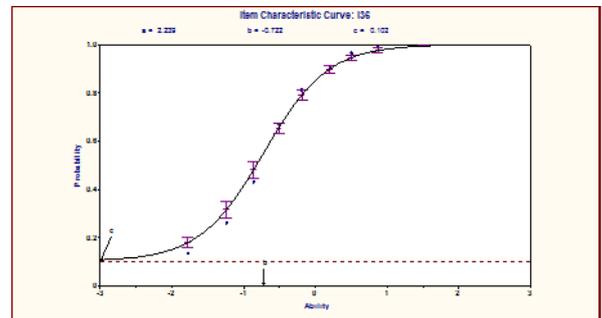
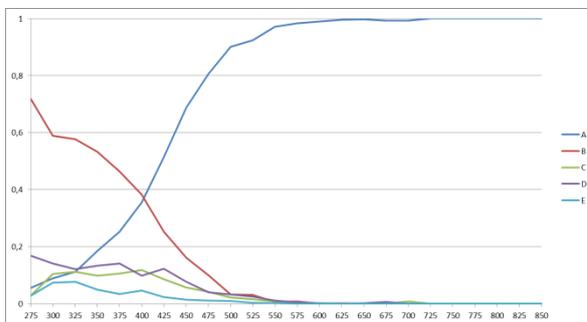
Para resolver esta questão, o candidato deve ter conhecimento do princípio multiplicativo e do princípio aditivo. Esta questão tem discriminação muito baixa, nível de dificuldade fora da escala e percentual de acertos de apenas 16,6%. Temos três bisseriais positivos e a curva CCI não é bem ajustada. Pelo TCT e pela TRI, esta questão é inadequada e não cumpre com o objetivo de avaliar o candidato acerca do assunto proposto.

Questão 36:

Se a base de um retângulo aumentou em 10% e a sua altura diminuiu em 10%, então sua área:

- (A) diminuiu em 1%
- (B) permaneceu inalterada
- (C) aumentou em 1%
- (D) diminuiu em 20%
- (E) diminuiu em 100%

| | | | | | |
|----------------------------------|--------------|---------------|-----------------------------|---------|---------|
| Gabarito: A | | | | | |
| Assunto: Áreas de Figuras Planas | | | | | |
| TCT | Total: 12478 | Acertos: 9266 | Percentual de acertos: 74,3 | | |
| Opções | A | B | C | D | E |
| Frequência | 0,7426 | 0,1294 | 0,0418 | 0,0666 | 0,0163 |
| Bisserial | 0,6692 | -0,5651 | -0,3394 | -0,3819 | -0,3308 |
| TRI | a = 0,02239 | b = 427,812 | c = 0,10156 | | |



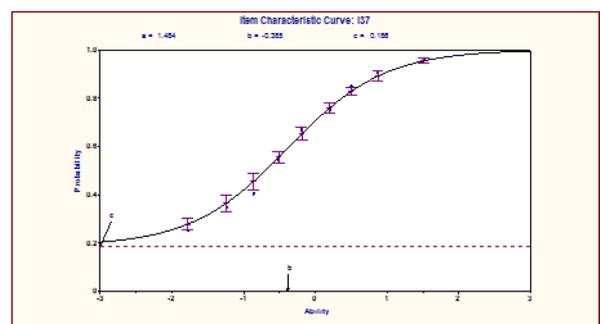
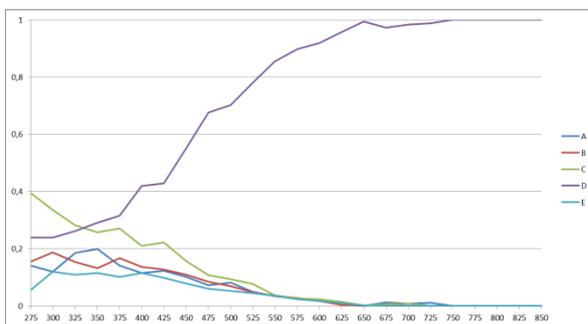
Para resolver esta questão, o candidato deve ter conhecimento de áreas de figuras planas e porcentagem. Esta questão tem discriminação muito alta e pode ser classificada como fácil. O percentual de acertos é bom (74,3%). O distrator (E) foi considerado implausível pelos candidatos, só sendo considerado por 1,63% dos mesmos. Todos os bisseriais dos distratores se mostraram negativos sem muitas discrepâncias. A curva CCI se mostrou bem ajustada.

Questão 37:

Em uma competição escolar, todos os alunos da torcida da turma 32 tinham o número de sua turma estampado na camiseta e todos os alunos da torcida da turma 34 também tinham o número de sua turma estampado na camiseta. Pedro somou os números de todas as camisetas das duas torcidas, e obteve 2752 como resposta. Qual é o número de alunos na torcida da turma 32, se o número total de alunos nas duas torcidas é 84?

- (A) 32
- (B) 34
- (C) 42
- (D) 52
- (E) 58

| | | | | | |
|------------------------------|--------------|---------------|-----------------------------|--------|-------------|
| Gabarito: D | | | | | |
| Assunto: Equações do 1º Grau | | | | | |
| TCT | Total: 12478 | Acertos: 8420 | Percentual de acertos: 67,5 | | |
| Opções | A | B | C | D | E |
| Frequência | 0,0733 | 0,0751 | 0,1113 | 0,6748 | 0,0607 |
| Bisserial | -0,2792 | -0,2947 | -0,3713 | 0,5174 | -0,2484 |
| TRI | a = 0,01484 | | b = 461,532 | | c = 0,18617 |

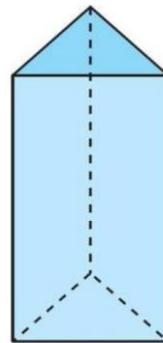


Para resolver esta questão o candidato tem que ter conhecimento de sistemas do 1º grau. Esta questão tem discriminação alta e pode ser considerada como mediana. A questão teve bom índice de acertos e todos os distratores mostraram bisseriais negativos e sem discrepância. A CCI mostrou-se bem ajustada.

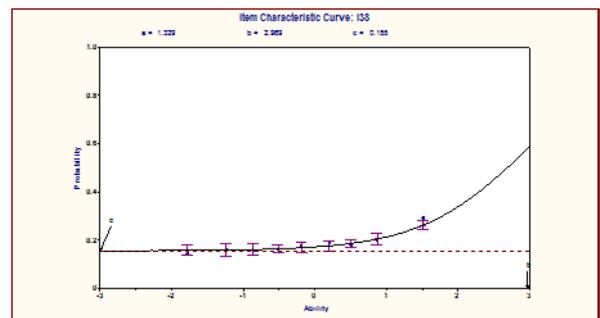
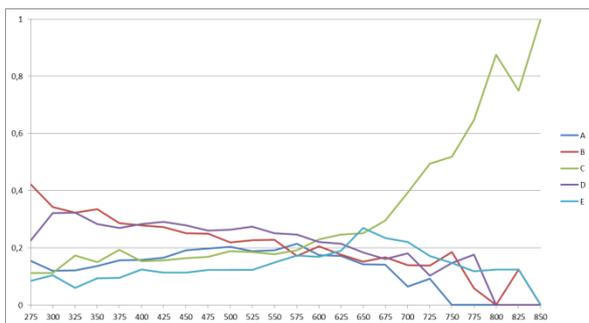
Questão 38:

Vamos numerar cada um dos vértices do prisma ao lado com números do conjunto $\{0, 1\}$ e cada uma de suas faces será numerada com a soma dos números de seus vértices. Quantos resultados distintos para a soma dos números das faces poderemos obter?

- (A) 4
- (B) 6
- (C) 7
- (D) 12
- (E) 19



| | | | | | |
|------------------------------|--------------|---------------|-----------------------------|---------|--------|
| Gabarito: C | | | | | |
| Assunto: Métodos de Contagem | | | | | |
| TCT | Total: 12478 | Acertos: 2356 | Percentual de acertos: 18,9 | | |
| Opções | A | B | C | D | E |
| Frequência | 0,1735 | 0,2297 | 0,1888 | 0,2517 | 0,1504 |
| Bisserial | 0,0180 | -0,1182 | 0,1384 | -0,0707 | 0,0981 |
| TRI | a = 0,1329 | 796.865 | | 0,15460 | |

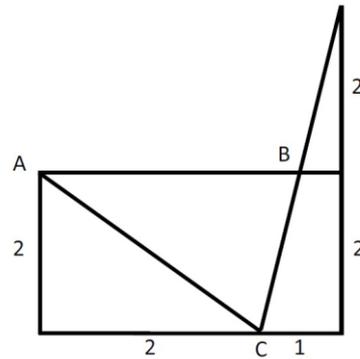


Para resolver esta questão, o candidato deve desenvolver técnicas de contagem. A questão tem discriminação alta e pode ser considerada como muito difícil. Apenas 18,9% dos candidatos acertaram a questão. Dois distratores, (B) e (D) atraíram mais os candidatos que o gabarito (C). Além deste, os distratores (A) e (E) mostraram bisserail positivo, o que sugere que bons alunos foram atraídos para estes itens. A CCI não é bem ajustada. Pela TCT e pela TRI, a questão deveria ser ajustada de modo a cumprir com o objetivo de avaliar o conhecimento do candidato acerca do assunto.

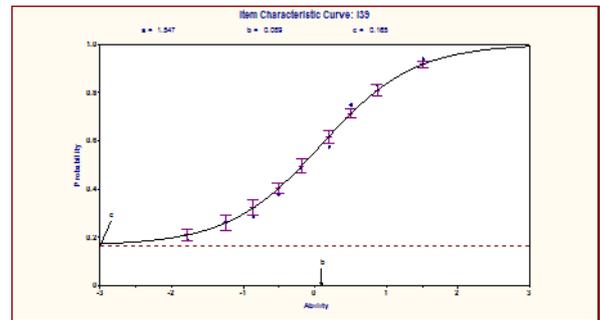
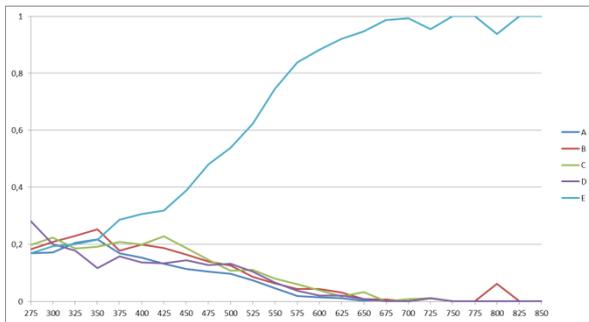
Questão 39:

Na figura, o ponto A é vértice do retângulo de dimensões 3 x 2. Qual é o valor da área do triângulo ABC?

- (A) 2
- (B) 3
- (C) 7/2
- (D) 9/4
- (E) 5/2



| | | | | | |
|----------------------------------|--------------|---------------|-------------|-----------------------------|-------------|
| Gabarito: E | | | | | |
| Assunto: Áreas de Figuras Planas | | | | | |
| TCT | Total: 12478 | Acertos: 7043 | | Percentual de acertos: 56,4 | |
| Opções | A | B | C | D | E |
| Frequência | 0,0829 | 0,1098 | 0,1211 | 0,1116 | 0,5644 |
| Bisserial | -0,2974 | -0,2605 | -0,2443 | -0,2613 | 0,5162 |
| TRI | a = 0,01547 | | b = 508,946 | | c = 0,16526 |



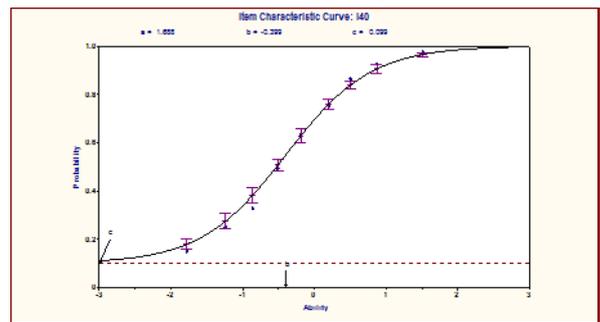
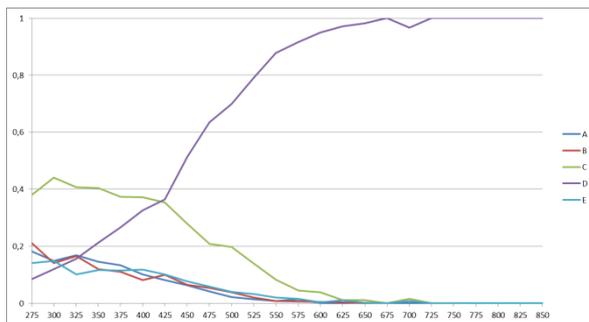
Para resolver esta questão, o candidato deve ter conhecimento de áreas de figuras planas. A questão teve discriminação alta e pode ser classificada como mediana. O percentual de acertos foi de 56,4%. Todos os bisseriais dos distratores se mostraram negativos e sem discrepância. A CCI mostrou-se bem ajustada.

Questão 40.

Os alunos de uma turma vão alugar um ônibus para um passeio. O valor do aluguel do ônibus é fixo, isto é, não depende do número de passageiros que serão transportados. O custo do ônibus é de R\$ 30,00 por pessoa considerando toda a turma, mas 8 alunos desistiram do passeio e o custo por pessoa passou para R\$ 37,50. Quantos são os alunos da turma?

- (A) 25
- (B) 30
- (C) 32
- (D) 40
- (E) 44

| | | | | | |
|---|--------------|---------------|-------------|-----------------------------|-------------|
| Gabarito: D | | | | | |
| Assunto: Proporções/Equações do 1º Grau | | | | | |
| TCT | Total: 12478 | Acertos: 8097 | | Percentual de acertos: 64,9 | |
| Opções | A | B | C | D | E |
| Frequência | 0,0428 | 0,0433 | 0,1765 | 0,6489 | 0,0498 |
| Bisserial | -0,3686 | -0,3233 | -0,3512 | 0,5892 | -0,2768 |
| TRI | a = 0,01688 | | b = 460,149 | | c = 0,09857 |

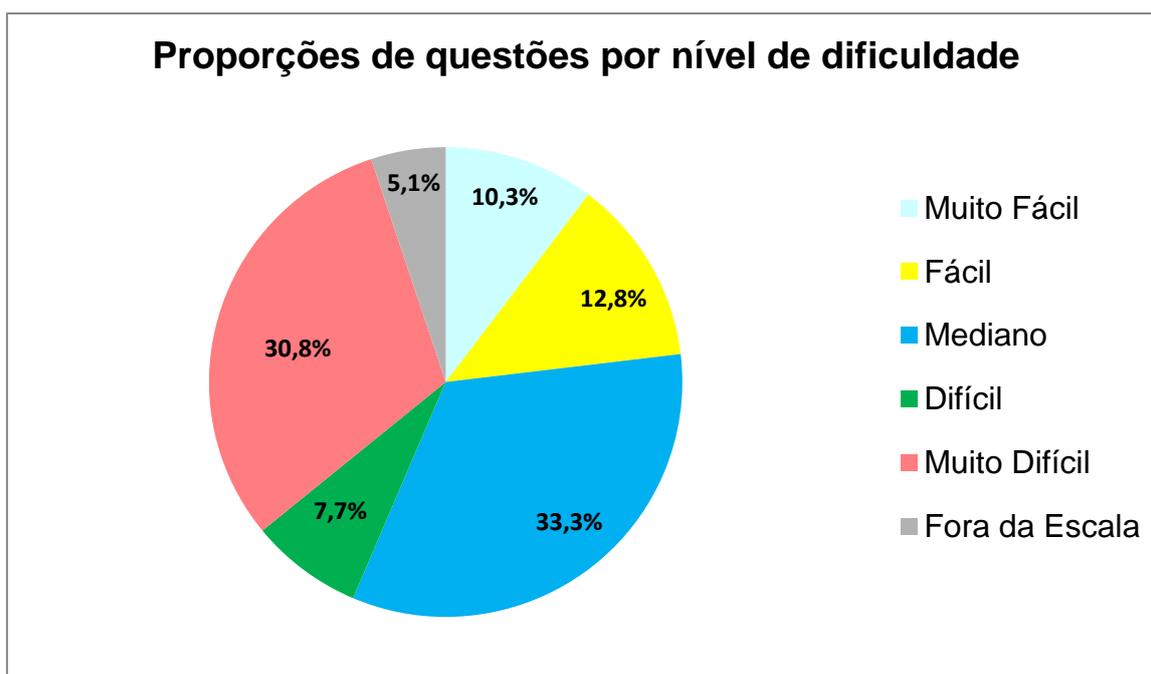


Para resolver esta questão, o candidato deve ter conhecimento de proporções e equações do 1º grau. A questão tem discriminação alta e pode ser classificada como mediana. O índice de acertos foi de 64,9%. Todos os distratores mostraram bisserial negativo sem muita discrepância. O distrator que mais atraiu candidatos foi o distrator (C), cujo resultado pode ser obtido invertendo as proporções. A CCI mostra-se bem ajustada.

Após análise das 39 questões, pode-se observar que em relação ao parâmetro de dificuldade “b”, que as mesmas podem ser distribuídas em uma tabela:

| CLASSIFICAÇÃO | Total de Questões | Proporção De questões |
|----------------|-------------------|-----------------------|
| Muito fáceis | 4 | 10,3% |
| Fáceis | 5 | 12,8% |
| Medianos | 13 | 33,3% |
| Díficeis | 3 | 7,7% |
| Muito Díficeis | 12 | 30,8% |
| Fora da Escala | 2 | 5,1% |

E também podem ser representadas em um gráfico:



A análise técnica das questões pela TCT e pela TRI sugere também que das 39 questões, 16 delas (aproximadamente 41%) poderiam ser ajustadas de modo a avaliar pedagogicamente, de modo mais adequado, os conteúdos exigidos.

4 PROFICIÊNCIA X HABILIDADES

O objetivo deste capítulo é traçar, a partir da análise das questões do exame de acesso ao PROFMAT de 2014, os conhecimentos dos candidatos por nível de proficiência. É considerado como ter conhecimento de determinado assunto a probabilidade de acertos igual ou acima de 65% para o nível de proficiência em si.⁷ Para isso, dividimos estes níveis de proficiência em cinco. São eles:

- **Nível 1:** Candidatos com faixa de proficiência entre 350 e 450
- **Nível 2 :** Candidatos com faixa de proficiência entre 450 e 550
- **Nível 3:** Candidatos com faixa de proficiência entre 550 e 650
- **Nível 4:** Candidatos com faixa de proficiência entre 650 e 750
- **Nível 5:** Candidatos com faixa de proficiência acima de 750.

Como o universo dos candidatos ao acesso ao PROFMAT é de professores de matemática em sua esmagadora maioria, é aceitável que os mesmos possuam um conhecimento mínimo básico de matemática. Um exemplo é que candidatos com nível de proficiência abaixo de 350 (chamado de nível 0), que não será considerado aqui, demonstraram, em sua maior parte, saber identificar em um problema e resolver equações do 1º grau. Isso indica que os candidatos acima deste nível de proficiência têm conhecimentos bem mais específicos, que trataremos a seguir. Obviamente, trataremos aqui apenas os conhecimentos demonstrados a mais por nível de proficiência, ou seja, subentende-se que um candidato de certo nível de proficiência contém todas as habilidades dos candidatos de nível inferior.

Considerando as 39 questões da prova de acesso ao PROFMAT de 2014, é possível estabelecer uma tabela entre os níveis de proficiência e as suas respectivas questões. Apenas para efeito ilustrativo, consideraremos o nível zero como sendo o de candidatos com proficiência abaixo de 350.

⁷ Valor extraído a partir de critérios probabilísticos utilizados pelo INEP.

| PROFMAT 2014 | | | |
|---------------|--|-------------------|---------------|
| Nível: | Número da Questão | Total de Questões | % de Questões |
| 0 (< 350) | 14 | 1 | 2,56 |
| 1 (350 – 450) | 8,13,23 | 3 | 7,69 |
| 2 (450 – 550) | 1,5,6,10,18,19,21, 22,24,32,36,37,39, | 14 | 35,9 |
| 3 (550 – 650) | 7,12,25,27,30 | 5 | 12,8 |
| 4 (650 – 750) | 4,9,17,20,28, 29, 31,33 | 8 | 20,5 |
| 5 (>750) | 2,11,15,16,26, 34, 35,38 | 8 | 20,5 |

4.1 Análise dos níveis de proficiência:

Nível 1 (Proficiência entre 350 e 450):

Os candidatos nesta faixa de proficiência resolvem problemas envolvendo múltiplos e divisores de um número. Resolve problemas envolvendo o reconhecimento e resolução de sistemas do 1º grau. Também compreende e aplica o teorema de Pitágoras diretamente, quando o problema sugere uma solução neste sentido.

Nível 2 (Proficiência entre 450 e 550):

Nesta faixa de proficiência enquadram-se a maior parte dos candidatos. Das 39 questões desta prova, 14 questões estão nesta faixa. Candidatos nesta faixa de proficiência demonstraram alguns avanços em domínios na faixa anterior, como resolver problemas utilizando o Teorema de Pitágoras para outros fins, como determinar a altura de uma pirâmide ou determinar razões trigonométricas. Nesta faixa de proficiência, o candidato tem um domínio básico de Matemática mais amplo. Ele sabe calcular porcentagens, resolve problemas básicos de média aritmética, probabilidades e princípio multiplicativo. Resolve problemas que sugerem a resolução por sistemas mais complexos, com 3 equações e duas incógnitas, por exemplo. Reconhece e problemas básicos envolvendo semelhança de triângulos e calcula áreas de retângulos e triângulos.

Nível 3 (Proficiência entre 550 e 650):

Aqui se enquadram candidatos com conhecimento um pouco acima do básico. Nesta faixa os candidatos já resolvem áreas de círculos e de hexágonos regulares. São capazes de resolver problemas de semelhança de triângulos em função de um comprimento dado. Já reconhecem e aplicam permutações simples e combinações simples.

Nível 4 (Proficiência entre 650 e 750):

Candidatos nesta faixa apresentaram maior noção de estatística e mostraram habilidade em resolver problemas envolvendo desvio padrão e porcentagens mais elaboradas. Resolvem problemas de áreas envolvendo partes de um círculo. A partir desta faixa os candidatos passaram a resolver problemas que envolvem assuntos que normalmente não se misturam na prática de sala de aula, como decomposição de números naturais com equações, probabilidades com divisibilidade ou então áreas com gráfico de funções.

Nível 5 (Proficiência acima de 750):

Candidatos nesta faixa de proficiência resolvem problemas Envolvendo equações do 2º grau e gráficos de funções quadráticas e modulares. Problemas de probabilidade envolvendo médias ou permutações com elementos repetidos também mostraram percentual de acertos eficaz nesta faixa de proficiência. Além destes, nesta faixa só foram resolvidos problemas onde a estratégia de resolução segue um caminho alternativo às resoluções presas em conteúdo.

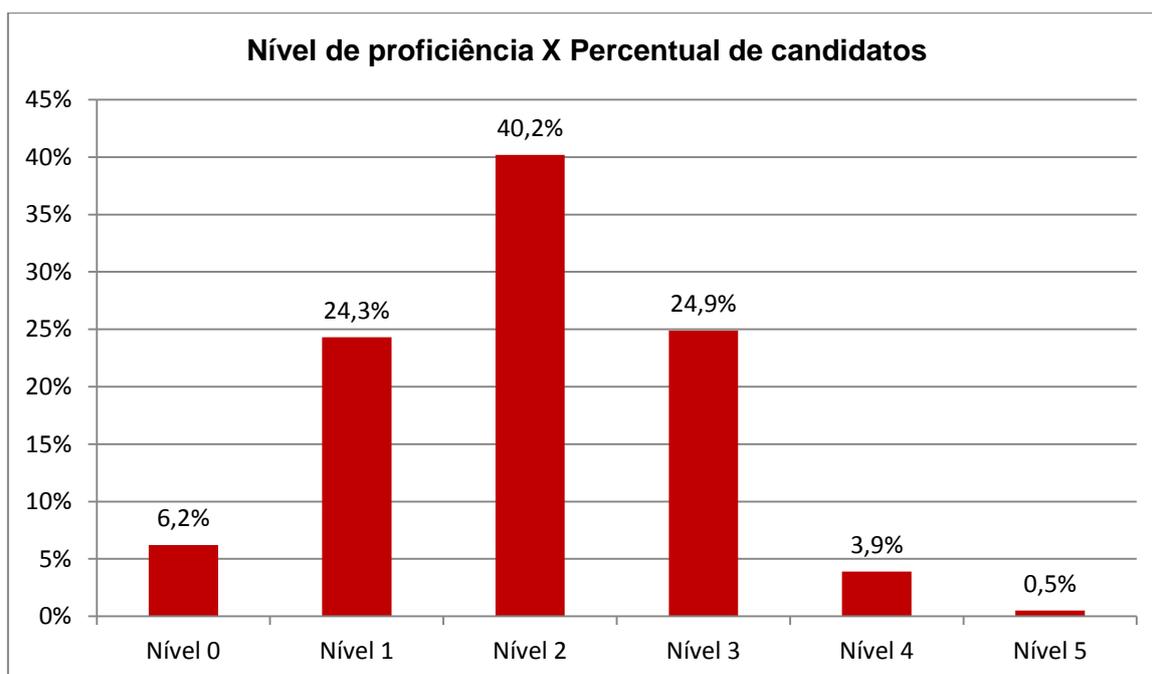
Um resumo desta análise pode ser sintetizado no quadro a seguir:

| Nível de Proficiência | Habilidade |
|------------------------------|--|
| Nível 1 | <ul style="list-style-type: none"> - Resolve problemas envolvendo múltiplos e divisores - Resolve problemas aplicando diretamente o Teorema de Pitágoras - Resolve sistemas do 1º grau |
| Nível 2 | <ul style="list-style-type: none"> - Calcula razões trigonométricas - Calcula a altura de uma pirâmide. - Resolve sistemas de equações mais complexos - Calcula porcentagens - Calcula médias aritméticas - Aplica o princípio multiplicativo - Resolve probabilidades - Resolve problemas de semelhança de triângulos - Calcula áreas de retângulos e triângulos |
| Nível 3 | <ul style="list-style-type: none"> - Calcula área de círculo - Calcula área do hexágono regular - Resolve problemas de semelhança em função de um comprimento dado. - Compreendem e calculam permutações simples - Compreendem e calculam combinações simples |
| Nível 4 | <ul style="list-style-type: none"> - Compreendem o conceito de desvio padrão - Calculam áreas de partes de um círculo. - Resolvem problemas de assuntos mesclados (estatística com porcentagem, equações com decomposição de um número natural, áreas com gráficos, probabilidades com divisibilidade). |
| Nível 5 | <ul style="list-style-type: none"> - Resolvem problemas envolvendo equações do 2º grau - Constroem gráficos de funções quadráticas e funções modulares. - Resolvem permutações de elementos repetidos - Resolvem problemas mesclados de média e probabilidade - Resolvem problemas de contagem onde a estratégia de solução foge do conteúdo usual dos livros didáticos. |

Dentre todos os candidatos que prestaram o exame de acesso ao PROFMAT de 2014, uma distribuição entre os níveis de proficiência pode ser observada na tabela abaixo:

| Nível de proficiência | Proporção de candidatos |
|-----------------------|-------------------------|
| 0 (< 350) | 6,2% |
| 1 (350 – 450) | 24,3% |
| 2 (450 – 550) | 40,2% |
| 3 (550 – 650) | 24,9% |
| 4 (650 – 750) | 3,9% |
| 5 (>750) | 0,5% |

Que também pode ser visualizada no gráfico abaixo:



Fica claro que uma considerável parcela de candidatos se encontra no nível 2 (40,2% dos candidatos) e quase 90% dos candidatos estão entre os níveis 1 e 3, o que demonstra que os professores de matemática, em geral os que lecionam na rede pública de ensino, que é o público alvo deste exame, demonstram ter, em sua considerável maioria, apenas o conhecimento básico da matemática do ensino básico.

5 CONSIDERAÇÕES FINAIS

O principal objetivo deste trabalho é apenas mostrar como uma análise técnica e pedagógica de uma avaliação pode mostrar o quanto o candidato, no caso do exame de acesso ao PROFMAT, tem de conhecimento matemático. O objetivo aqui não é julgar a qualidade de uma avaliação, nem o seu resultado, pois a finalidade desta não é aferir as deficiências pedagógicas do candidato e sim selecionar aqueles que demonstram ter uma maior capacidade de resolver as questões propostas.

A utilização da TRI para analisar exames específicos, como por exemplo, os exames de acesso ao PROFMAT, apesar destes exames não terem sido feitos desta forma, permite, graças ao universo de candidatos atraídos pelo processo seletivo, que se tire conclusões interessantes sobre, a partir das proficiências dos candidatos, que assuntos eles dominam, e o que é melhor, que assunto eles não dominam.

Sendo assim, da mesma forma que existe uma série de conhecimentos matemáticos que são bem absorvidos e logo bem trabalhados por professores de matemática em sala de aula no Brasil, também existe uma outra série de conhecimentos matemáticos dentro do ensino básico que não é bem absorvido por professores de matemática. E esta deficiência persistirá com os alunos destes professores.

A partir de uma análise, como é a proposta deste trabalho, é possível fazer um mapeamento de que habilidades precisam ser trabalhadas para que essas deficiências sejam minimizadas. Além disso, mostramos uma forma alternativa de como nós, professores de matemática, podemos pensar em como avaliar os nossos alunos nas nossas práticas de sala de aula, objetivando sempre o pleno aprendizado do assunto a ser trabalhado.

6 REFERÊNCIAS

RABELO, Mauro. *Avaliação educacional: fundamentos, metodologia e aplicações no contexto brasileiro*. Rio de Janeiro: SBM, 2013.

ANDRADE, D. F. ; VALLE, Raquel da Cunha; TAVARES, Heliton Ribeiro. *Introdução à teoria da resposta ao ítem: conceitos e aplicações*. SINAPE, 2000. Disponível em: <<http://www.avaliaeducacional.com.br/referencias/arquivos/LivroTRI%20-%20Dalton.pdf>>. Acesso em: Out. 2013.

MACHADO, Ledo Vaccaro. *Avaliação em larga escala e proficiência matemática*. Dissertação de Mestrado apresentada ao Programa de Pós-graduação em Ensino de Matemática, UFRJ, 2010. Disponível em: <<http://www.pg.im.ufrj.br/pemat/26%20Ledo%20Vaccaro.pdf>>. Acesso em: Nov. 2013.

KLEIN, RUBEN; ANDRADE, D. F. *Utilização da Teoria de Resposta ao Item no Sistema Nacional de Avaliação da Educação Básica (SAEB)*. Disponível em: <<http://webcache.googleusercontent.com/search?q=cache:pIFOIYWkXhgJ:metaavaliacao.cesgranrio.org.br/index.php/metaavaliacao/article/download/38/17+KLEIN,+R.+%3B+ANDRADE,+D.+M%C3%A9todos+Estat%C3%ADsticos+para+Avalia%C3%A7%C3%A3o+Educacional:+Teoria+da+Resposta+ao+Item.+Boletim+da+Abe,+S%C3%A3o+Paulo,+v.+15,+n.43,+p.+21-28,+1999.&cd=2&hl=pt-BR&ct=clnk&gl=br>>. Acesso em: Out. 2013

KLEIN, Ruben. *Alguns aspectos da teoria de resposta ao item relativos à estimação das proficiências*. Ensaio (Fundação Cesgranrio. Impresso), v. 21, p. 35-56, 2013. Disponível em: <http://www.scielo.br/pdf/ensaio/v21n78/aop_0213.pdf>. Acesso em: Out. 2013

ARAUJO, E. A. C. ; ANDRADE, D. F. ; BORTOLOTTI, Silvana Lígia Vincenzi . *Teoria da Resposta ao Item*. Revista da Escola de Enfermagem da USP (Impresso), v. 43, p.1000-1008,2009. Disponível em:

<http://www.scielo.br/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S008062342009000500003&lang=pt>. Acesso em: Out. 2013.

BARNHART, Ryan. *Fumiko Samejima (n. 1930)*. Disponível em: <[http://www.apadivisions.org/division-](http://www.apadivisions.org/division-35/about/heritage/fumikosamejimabiography.aspx)

35/about/heritage/fumikosamejimabiography.aspx>. Acesso em: Fev. 2014.

INEP. *Procedimento de cálculo das notas do Enem*. Disponível em: <http://download.inep.gov.br/educacao_basica/enem/nota_tecnica/2011/nota_tecnica_procedimento_de_calculo_das_notas_enem_2.pdf>. Acesso em: Out. 2013.

INEP. *Entenda a sua nota no Enem – Guia do Participante*. Disponível em: <http://download.inep.gov.br/educacao_basica/enem/guia_participante/2012/guia_do_participante_notas_2012.pdf>. Acesso em: Abr. 2014.

7 APÊNDICE I

Podemos utilizar o software Geogebra⁸ para relacionar a Curva Característica do item com a variação dos parâmetros a , b e c da Teoria de Resposta ao Item. Para verificar essa aplicação acesse o site:

<http://www.geogebra.org/material/show/id/104510>

⁸ O que é o GeoGebra?

O GeoGebra é um software de matemática dinâmica gratuito e multi-plataforma para todos os níveis de ensino, que combina geometria, álgebra, tabelas, gráficos, estatística e cálculo em um único sistema. Ele tem recebido vários prêmios na Europa e EUA.

Fatos Rápidos

- Gráficos, álgebra e tabelas estão interconectados e possuem características dinâmicas
- Interface amigável, com vários recursos sofisticados.
- Ferramenta de produção de aplicativos interativos em páginas WEB
- Disponível em vários idiomas para milhões de usuários em torno do mundo
- Software gratuito e de código aberto

(fonte: http://www.geogebra.org/cms/pt_BR/info/13-what-is-geogebra)