UNIVERSIDADE FEDERAL DO CEARÁ
CENTRO DE CIÊNCIAS
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM MATEMÁTICA
EM REDE NACIONAL

CLEILTON BEZERRA DE MELO

A MATEMÁTICA DOS RESTOS E O CALENDÁRIO GREGORIANO

JUAZEIRO DO NORTE
2014

CLEILTON BEZERRA DE MELO

A MATEMÁTICA DOS RESTOS E O CALENDÁRIO GREGORIANO

Dissertação de Mestrado apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Matemática em Rede Nacional, do Departamento de Matemática da Universidade Federal do Ceará, como requisito parcial para obtenção do Título de Mestre em Matemática. Área de concentração: Ensino em Matemática.

Orientador: Prof. Dr. Plácido Francisco de Assis Andrade.

JUAZEIRO DO NORTE

2014

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação
Universidade Federal do Ceará
Biblioteca do Curso de Matemática

M485m Melo, Cleilton Bezerra de
A matemática dos restos e o calendário gregoriano / Cleilton Bezerra de Melo. – 2014.
55 f. : il., enc.; 31 cm

Dissertação (mestrado) – Universidade Federal do Ceará, Centro de Ciências, Departamento de Matemática, Programa de Pós-Graduação em Matemática em Rede Nacional, Juazeiro do Norte, 2014.
Área de Concentração: Ensino de Matemática.
Orientação: Prof. Dr. Plácido Francisco de Assis Andrade.

1. Calendários. 2. Congruências. 3. Ensino auxiliado por computador. I. Título.

CDD 529.3

CLEILTON BEZERRA DE MELO

A MATEMÁTICA DOS RESTOS E O CALENDÁRIO GREGORIANO

Dissertação de Mestrado apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Matemática em Rede Nacional, do Departamento de Matemática da Universidade Federal do Ceará, como requisito parcial para a obtenção do Título de Mestre em Matemática. Área de concentração: Ensino de Matemática.

Aprovada em: 24 / 06 / 2014.

BANCA EXAMINADORA

Placido Francisco de Assis Andrade

Prof. Dr. Plácido Francisco de Assis Andrade (Orientador)

Universidade Federal do Ceará (UFC)

Clarice Dias de Albuquerque

Profa. Dra. Clarice Dias de Albuquerque

Universidade Federal do Ceará (UFC)

Francisco Valdemiro Braga

Prof. Ms. Francisco Valdemiro Braga

Universidade Estadual do Ceará (UECE)

Ao Deus todo poderoso por ter me dado a oportunidade de existir e se tornar um professor que busca uma melhoria na qualidade da educação.

À minha mãe

Antônia Maria Bezerra de Melo

“Os números governam o mundo”

(Platão)

RESUMO

Esta obra tem como objetivo principal, mostrar que sempre é possível buscar uma nova forma de abordar determinados conteúdos matemáticos, de maneira mais simples, clara e interessante contribuindo para uma melhoria na educação dos discentes. Mostraremos a existência de formas inovadoras de se trabalhar com a matemática, em particular foi desenvolvido um estudo sobre a matemática envolvida no calendário Gregoriano, veremos quais as relações entre os dias da semana e dos meses e/ou anos. A nossa principal ferramenta matemática utilizada neste trabalho é a divisão Euclidiana. Estudaremos alguns algoritmos para encontrar datas como carnaval e Páscoa e ainda mostraremos um método que permite encontrar o dia da semana de qualquer data. Além disso algumas curiosidades sobre os calendários e são feitas algumas demonstrações possibilitando a resolução de problemas que envolvam datas.

Palavras-chaves: Divisão Euclidiana. Congruências. Calendário.

ABSTRACT

This work has like main objective, to show that always it's possible to search a new way for approach determinate Mathematic contents of simple way light and interesting contributing to improvements in the students' education. We show the existence of innovator ways of to work with the Math in particular was developed a study about Math involved in Gregorian Calendar, we will see what's relations between the days of week and months and/or years. The our main tool Math used in this work its Euclidian division. We will study some algorithms to find data like Easter and Carnival and still we will show a method that permit to find any day of week of any data. Beyond this some curiosity about the calendars and are done some demos possibliting the resolutions of problems that involved dates.

Keywords: Division Euclidean. Congruence. Calendar.

LISTA DE FIGURAS

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO

Desde a antiguidade o homem sentiu a necessidade de medir, com o tempo não foi diferente, os nossos antepassados se baseavam na lua ou no sol para terem uma orientação nesse sentido. Ao longo dos anos muitas foram as alterações feitas em nosso calendário, que a partir das mudanças feitas em 1582 passou a vigorar da forma que conhecemos atualmente.

A proposta inicial desse trabalho é mostrar como funciona o nosso calendário, suas propriedades, curiosidades e toda a matemática envolvida.

Podemos facilmente perceber que existe uma dificuldade dos estudantes em compreender e resolver problemas que envolvam datas. Por isso lançamos a proposta de se aprofundar em um assunto matemático, que nesse caso é a matemática dos restos e mostrarmos uma aplicação dentro desse tema, abordando problemas e suas respectivas soluções.

Nosso objetivo aqui é tentar tornar o estudo da matemática mais prazeroso, buscando por métodos inovadores, que despertem o interesse dos educandos por esse mundo dos números. Através de problemas envolvendo datas iremos estimular os alunos a praticar as quatro operações. Essa proposta poderá ser executada em qualquer nível do ensino médio como também em turmas do ensino fundamental, ou ainda, nos estudos direcionados aos alunos de turmas olímpicas como também aos discentes do nível superior que estejam cursando a disciplina de Teoria dos Números.

Iremos explorar a história dos calendários, alguns conceitos matemáticos, e em seguida veremos alguns métodos para relacionar datas com seus respectivos dias da semana. Para finalizarmos esse trabalho veremos como trabalhar com um software sobre calendário perpétuo, criado utilizando a linguagem de programação Object Pascal.

2 DIVISIBILIDADE

Neste capítulo estudaremos sobre divisibilidade, sua definição, propriedades. Falaremos ainda sobre o algoritmo da divisão e definiremos congruências, vamos ainda, enunciar e demonstrar algumas propriedades relacionadas à esses tópicos.

2.1 Definição e Propriedades

Definição: *Sejam a e b dois números inteiros, com a* $\neq 0$*. Dizemos que a divide b se e somente se existe um inteiro q tal que b = aq.*

Se *a divide b* também dizemos que *a* é um *divisor* de *b*, que *b* é um *múltiplo* de *a* ou que *b* é *divisível* por *a*. Com a notação $a \mid b$ indica-se que *a divide b.*

Propriedades: sejam a, b e c números inteiros. Então:

i. Se $a \mid b$ e $b \mid c$ então $a \mid c$;
ii. Se $a \mid b$ e $a \mid c$ então $a \mid (b + c)$ e $a \mid (b - c)$;
iii. Se a e b são positivos e $a \mid b$ então $0 < a \leq b$;
iv. Se $a \mid b$ e $b \mid a$ então $a = b$ ou $a = -b$.

Demonstração: (i) Se $a \mid b$ e $b \mid c$ então existem k_1 e k_2 tais que $b = ak_1$ e $c = bk_2$. Assim temos:

$c = ak_1k_2$, tomando $k = k_1k_2$ temos $c = ak$, portanto, $a \mid c$.

(ii) Se $a \mid b$ e $a \mid c$ então $b = ak_1$ e $c = ak_2$, logo;

$b + c = (ak_1 + ak_2) = a(k_1 + k_2)$. Portanto $a \mid (b + c)$.

Ademais tomando $c = a(-k_2)$ temos $b - c = a(k_1 - k_2)$. Logo $a \mid (b - c)$.

(iii) Se $a \mid b$, sendo ambos positivos, então $b = ak$, sendo;

$k \geq 1$

Multiplicando ambos os membros por a temos;

$b = ak \geq a > 0$

(iv) Se $a \mid b$ e $b \mid a$ então $|a|$ divide $|b|$ e $|b|$ divide $|a|$. logo, $|a| = |b|$ portanto $a = b$ ou $a = - b$.

Iremos enunciar agora o Principio da Boa Ordenação (PBO) que será utilizado na demonstração que segue.

Principio da Boa Ordenação
Todo conjunto não-vazio de inteiros positivos contém um elemento mínimo.

2.2 O Algoritmo da Divisão

Teorema: Dados dois inteiros a e b, $b > 0$, existe um único par de inteiros q e r tais que:
$a = b.q + r$, com $0 \leq r < b$ ($r = 0$ se e só se $b \mid a$)

Demonstração: Se $a < b$, existem $q = 0$ e $r = a$. Assim, podemos assumir $a \geq b > 0$
Vamos supor que $a > b$. Considere também, o conjunto $S = \{a, a - b, ..., a - nb, ...\}$, com n inteiro e $a - nb \geq 0$.
Pelo Princípio da Boa Ordenação, tal conjunto deverá ter um menor elemento r tal que $r \geq 0$ e $r = a - bq$, logo $a = bq + r$, com q pertencente ao conjunto dos inteiros. Temos ainda que, $r < b$, pois do contrário, $r \geq b$, teríamos:

$$r - b \geq 0$$
$$a - bq - q \geq 0$$
$$a - b(q + 1) \geq 0$$

Por outro lado $a > 0$, então;

$$a - b(q + 1) < a - bq$$

Assim podemos concluir que;

$$0 \leq a - b(q + 1) < a - bq$$

O que contradiz o fato de r ser o menor elemento não negativo de S.
Assim, basta definirmos $r = a - bq$, para garantirmos a existência de q e r.

Para garantirmos a unicidade vamos supor que existam q_1 e r_1 tais que $a = bq_1 + r_1$ com $0 < r_1 < b$.
Nesse caso, $a = bq + r$ e $a = bq_1 + r_1$, logo:

$$bq + r = bq_1 + r_1$$
$$bq - bq_1 = r_1 - r$$
$$b(q - q_1) = r_1 - r$$

Logo, b divide $(r_1 - r)$

Como $r_1 < b$ e $r < b$ temos que $| r_1 - r| < b$ e como $b | (r_1 - r)$ devemos ter $r_1 - r = 0$, portanto $r_1 = r$. Logo $bq_1 = bq$, então $q = q_1$, já que $b > 0$.

2.3 Congruências

Definição: sejam *a* e *b* dois inteiros quaisquer e seja *m* um inteiro positivo, diremos que a e b são congruentes módulo *m* se os restos de sua divisão euclidiana por *m* são iguais.

Notação: $a \equiv b \ (mod\ m)$

Exemplos:

$15 \equiv 5 \pmod{10}$, pois $15 = 10*1 + 5$ e $5 = 10*0 + 5$

$50 \equiv 1 \pmod{7}$, pois $50 = 7*7 + 1$ e $1 = 7*0 + 1$

$-20 \equiv -11 \pmod{3}$, pois $-20 = 3*(-7) + 1$ e $-11 = 3*(-4) + 1$

Sejam a e b dois inteiros quaisquer e seja m um inteiro positivo, diremos que *a* é congruente a *b* módulo *m* se e somente se m divide a diferença $a - b$.

$$a \equiv b \ (mod\ m) \Leftrightarrow m \mid (a - b)$$

2.4 Propriedades das Congruências

Teorema: Seja m um inteiro positivo fixo $(m > 0)$ e sejam a, b, c e d inteiros quaisquer. Verificam-se as seguintes propriedades:

(1) $a \equiv a \pmod{m}$

(2) Se $a \equiv b \pmod{m}$, então $b \equiv a \pmod{m}$

(3) Se $a \equiv b \pmod{m}$ e se $b \equiv c \pmod{m}$, então $a \equiv c \pmod{m}$

(4) Se $a \equiv b \pmod{m}$ e se $c \equiv d \pmod{m}$, então $a + c \equiv b + d \pmod{m}$ e $ac \equiv bd \pmod{m}$.

(5) Se $a \equiv b \pmod{m}$, então $a + c \equiv b + c \pmod{m}$ e $ac \equiv bc \pmod{m}$.

(6) Se $a \equiv b \pmod{m}$, então $a^n \equiv b^n \pmod{m}$ para todo inteiro positivo n.

Demonstrações: (1) Como $m \mid 0$ então $m \mid (a - a)$, o que nos dá que $a \equiv a \pmod{m}$.

(2) Se $a \equiv b \pmod{m}$ temos que $m \mid (a - b)$ logo $a - b = mk_1$;

Nesse caso, existe um k tal que $-(a - b) = mk$, assim $(b - a) = mk$, logo $m \mid (b - a)$, Portanto $b \equiv a \pmod{m}$.

(3) Se $a \equiv b \pmod{m}$ e se $b \equiv c \pmod{m}$ então existem constantes k_1 e k_2 tais que:

$(a - b) = mk_1$ e $(b - c) = mk_2$

Somando membro a membro as duas igualdades acima, temos:

$(a - b) + (b - c) = mk_1 + mk_2$

$a - b + b - c = m(k_1 + k_2)$

$(a - c) = mk;$

Logo temos que $m \mid (a - c)$, ou seja, $a \equiv c \pmod{m}$

(4) Se $a \equiv b \pmod{m}$ e se $c \equiv d \pmod{m}$,

Basta observar que $m \mid (a - b)$ e $m \mid (c - d)$, ou seja, $(a - b) = mk_1$ e $(c - d) = mk_2$,

$(a - b) + (c - d) = m(k_1 + k_2)$,

$(a + c) - (b + d) = mk$, portanto podemos dizer que $a + c \equiv b + d \pmod{m}$.

Se $a \equiv b \pmod{m}$ e se $c \equiv d \pmod{m}$,

$a - b = mk_1$ e $c - d = mk_2$,

Multiplicando ambos os membros de $a - b = mk_1$ por c e de $c - d = mk_2$ por b, temos;

$ac - bc = mck_1$ e $bc - bd = mbk_2$

Agora, somando as igualdades acima membro a membro, temos:

$ac - bc + bc - bd = mck_1 + mbk_2$

$ac - bd = m(ck_1 + bk_2)$.

Portanto $m \mid ac - bd$ e finalmente;

$ac \equiv bd \pmod{m}$.

(5) Se $a \equiv b \pmod{m}$,

Temos que $a - b = mk$

Somando e subtraindo c no primeiro membro, temos;

$a - b + c - c = mk$

$a + c - b - c = mk$

$(a + c) - (b + c) = mk$

Assim, podemos concluir que $a + c \equiv b + c \pmod{m}$.

Como $a - b = mk$ então $ac - bc = mck$ o que implica que $m \mid (ac - bc)$ logo temos que

$ac \equiv bc \pmod{m}$.

(6) Se $a \equiv b \pmod{m}$ então $m \mid (a - b)$ e como sabemos:

$a^n - b^n = (a - b)(a^{n-1} + a^{n-2}b + a^{n-3}b^2 + a^{n-4}b^3 + \ldots + ab^{n-2} + b^{n-1})$

Como $m \mid a - b$ então $m \mid (a^n - b^n)$. Finalmente temos que

$a^n \equiv b^n \pmod{m}$ para todo inteiro positivo n.

3 O CALENDÁRIO

De uma maneira geral podemos dizer que um Calendário consiste em um conjunto de unidades de tempo (dias, meses, estações, ano, etc.), organizadas com o propósito de medir e registrar eventos. A palavra *calendário* deriva do latim *calendarium* ou livro de registro, que por sua vez derivou de *calendae*, que indicava o primeiro dia de um mês romano.

3.1 Definições e Conceitos

A unidade básica para a contagem do tempo é o dia, seus submúltiplos são as horas, minutos e segundos e seus múltiplos são as semanas, meses e anos. Em média um dia possui o equivalente a 24 horas.

O mês lunar corresponde ao período de tempo entre duas lunações, cujo valor aproximado é de 29,5 dias, o ano lunar era composto por 10 meses.

O ano solar, composto por 12 meses, substituiu o sistema de ano lunar. O ano solar médio tem a duração de aproximadamente 365 dias, 5 horas, 48 minutos e 47 segundos. Também é conhecido como ano trópico. A cada quatro anos, as horas extras acumuladas são reunidas no dia 29 de Fevereiro, formando o ano bissexto, ou seja, o ano com 366 dias.

Os calendários antigos baseavam-se em meses lunares ou no ano solar para contagem do tempo.

A partir do calendário Juliano, que não era lunar, as nonas foram o quinto dia nos meses de trinta dias e o sétimo nos meses de trinta e um. De “*calendae*”, os romanos criaram o adjetivo “*calendarius*”, relativo às calendas, e o substantivo “*calendarium*”, com o qual designavam o livro de contas diárias e, mais tarde, o registro de todos os dias do ano. Em nossa língua portuguesa, até o século XIII, a palavra calendas era empregada, no entanto, para denominar o primeiro dia de cada mês e calendário a lista dos dias do ano com suas correspondentes festividades religiosa.

3.2 Calendário Gregoriano

No Calendário Gregoriano o ano é considerado como sendo de 365 + 97/400 dias, ou seja, 365,2425 dias. Assim sendo, no Calendário Gregoriano, existem 97 anos de 366 dias (que chamamos de bissextos) em cada período de 400 anos.

Os anos bissextos são determinados pela seguinte regra:

1- Todo ano divisível por 4 é bissexto.

2- Todo ano divisível por 100 não é bissexto.

3- Todo ano divisível por 400 é bissexto.

O item 3 prevalece ao item 2 que por sua vez prevalece ao item 1.

Os anos são formados por meses constituídos por 30 ou 31 dias; com exceção de fevereiro constituído por 29 dias nos anos bissextos e 28 nos demais anos.

O **calendário gregoriano** é um calendário de origem europeia, utilizado oficialmente pela maioria dos países. Foi promulgado pelo *Papa Gregório XIII* (1502–1585) em 24 de Fevereiro do ano 1582 em substituição do calendário Juliano implantado pelo líder romano Júlio César (100 – 44 a.C.) em 46 a.C. Como convenção e por questões de praticidade o calendário gregoriano é adotado para demarcar o ano civil no mundo inteiro, facilitando o relacionamento entre as nações.

O Papa Gregório XIII reuniu um grupo de especialistas para corrigir o calendário Juliano. O objetivo da mudança era fazer regressar o equinócio da primavera para o dia 21 de março e desfazer o erro de 10 dias existente na época. Após cinco anos de estudos, foi promulgada a bula papal *Inter Gravissimas*.

Oficialmente o primeiro dia deste novo calendário foi 15 de Outubro de 1582 e a partir dai entraram em vigor as seguintes mudanças.

- Deixaram de existir os dias de 5 à 14 de outubro de 1582. A bula papal ditava que o dia imediato à quinta-feira, 4 de outubro, fosse sexta-feira, 15 de outubro .
- Os anos seculares só são considerados bissextos se forem divisíveis por 400.
- Corrigiu-se a medição do ano solar, o ano gregoriano dura em média 365 dias, 5 horas, 49 minutos e 12 segundos, ou seja, 27 segundos a mais do que o ano trópico.

3.3 Método popular para lembrar o total de dias de cada mês

Fechando o punho da mão, podemos lembrar quantos dias, no total, possui cada mês contando os meses, nas elevações e depressões formadas entre os 4 dedos da mão, com exceção do polegar, considerando as elevações (posição de cada dedo) como 31 e as depressões (posição entre dedos) como 30 (ou 28 / 29, no caso de fevereiro), então, contando do indicador para o mindinho temos:

Dedo indicador - Janeiro 31

Entre indicador e médio - Fevereiro 28/29

Dedo médio - Março 31

Entre médio e anular - Abril 30

Dedo anelar - Maio 31

Entre anelar e mindinho - Junho 30

Dedo mindinho - Julho 31

(neste ponto, retorna-se ao indicador)

Dedo indicador - Agosto 31

Entre indicador e médio - Setembro 30

Dedo médio - Outubro 31

Entre médio e anelar - Novembro 30

Dedo anelar - Dezembro 31

4 DESCOBRINDO A MATEMÁTICA PRESENTE NO CALENDÁRIO

Nesse capítulo iremos estudar as propriedades e os padrões que estão presentes no calendário envolvendo os dias, semanas, meses e anos. Iremos agora, associar os assuntos abordados nos capítulos anteriores.

A partir da circulação de uma mensagem falsa em relação ao calendário, iniciamos o estudo desse capítulo. Inicialmente analisemos a seguinte mensagem:

"Este ano, agosto terá 5 sextas-feiras, 5 sábados e 5 domingos.

Isso acontece uma vez a cada 823 anos. Estes anos são conhecidos como "Money Bag" (saco de dinheiro).

Baseado no Fengshui chinês, passe essa mensagem para 8 pessoas e o dinheiro aparecerá em 4 dias.

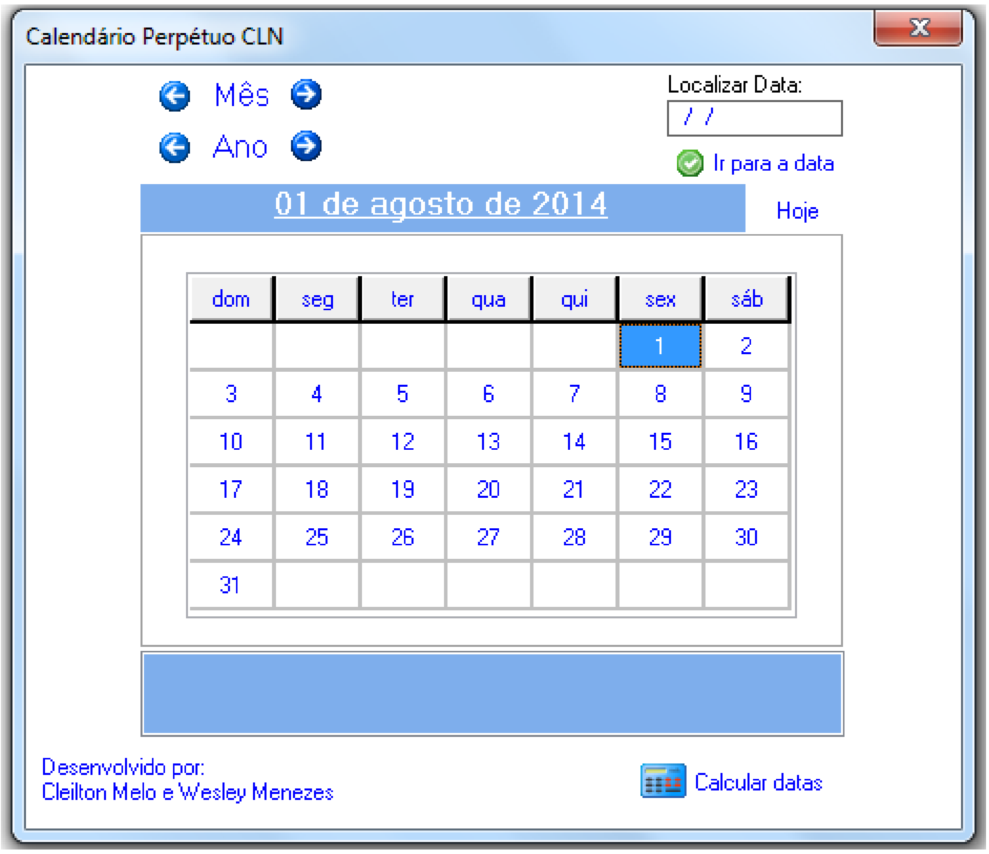

Figura 1: mês Agosto do ano 2014

Podemos observar que em maio de 2015 isso ocorre novamente, teremos 5 sextas-feiras, 5 sábados e 5 domingos o que contradiz a mensagem da lenda chinesa.

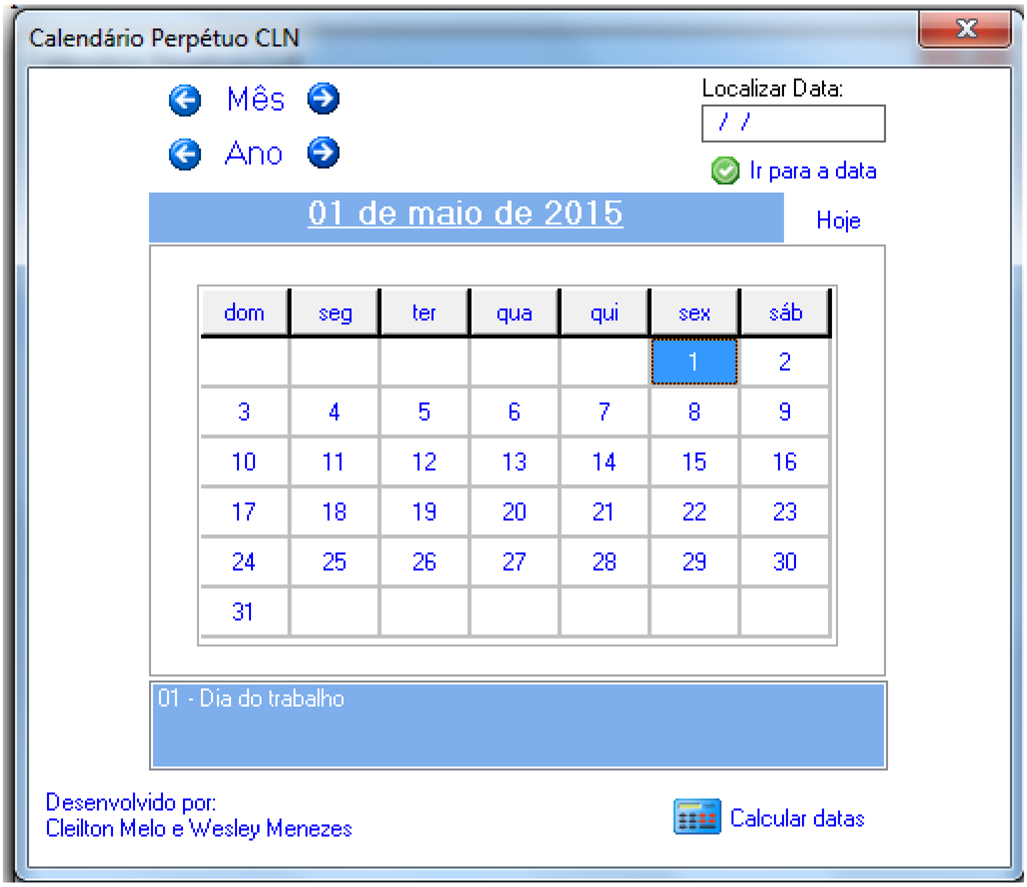

Figura 2: mês Maio do ano 2015

Apenas encontrar um contraexemplo para o problema seria suficiente. Mas logo surge a seguinte pergunta: *“quantos calendários diferentes existem e quantos anos demoram para que um mesmo calendário se repita?”* .Para responder a essa pergunta iremos estudar um pouco sobre calendários e quais as relações entre os dias da semana, em seguida retomaremos à solução desse problema.

Sabemos que no nosso calendário atual os meses podem ter 28, 29, 30 ou 31 dias no total, estudemos quais são as relações entre o primeiro e o último dia, de cada um desses, com os dias da semana. Utilizando o algoritmo da divisão Euclidiana temos:

$28 = 7 * 4$

$29 = 7 * 4 + 1$

$30 = 7 * 4 + 2$

$31 = 7 * 4 + 3$

Cada semana é dividida em 7 dias, por isso dividimos os dias do mês em grupos de 7, sabemos que o único mês que poderá ter 28 ou 29 dias no total será fevereiro, os demais possuem 30 ou 31 dias ao todo. Como com 28 dias temos 4 grupos completos de 7 dias, isso significa que, se a semana começa num domingo por exemplo, então termina num sábado e como são 4 grupos iguais o último dia da última semana desse mesmo mês também terminará num sábado, ou seja, um mês com 28 dias termina num dia da semana anterior ao que iniciou. Observe a figura a seguir.

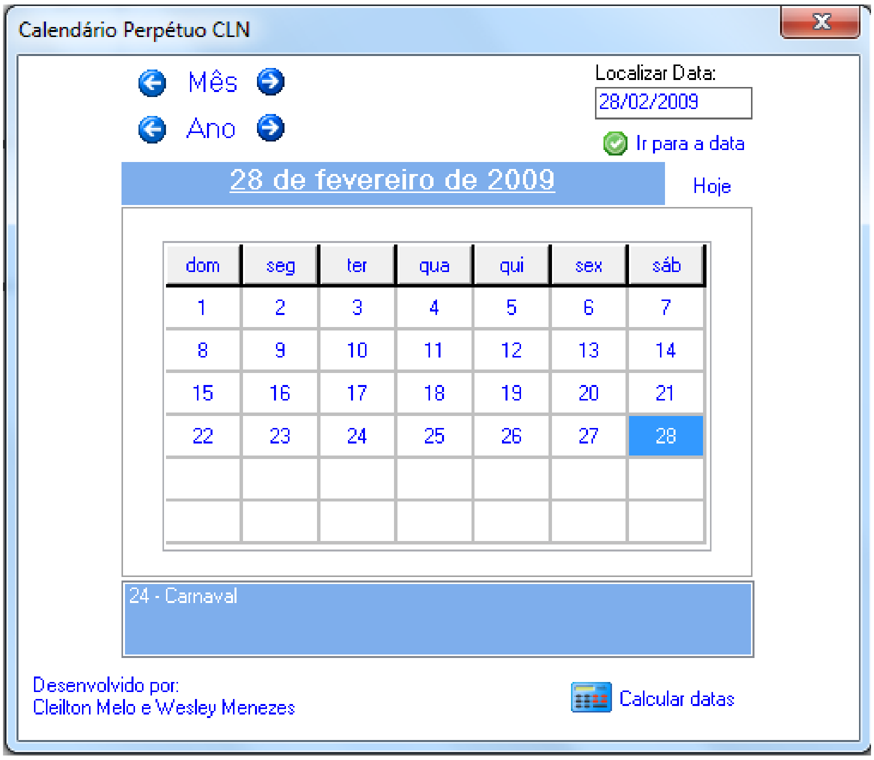

Figura 3: fevereiro de 2009

Seguindo esse raciocínio facilmente podemos montar a seguinte tabela:

Mês com 28 dias	
Começa em	**Termina em**
Domingo	Sábado
Segunda-feira	Domingo
Terça-feira	Segunda-feira
Quarta-feira	Terça-feira
Quinta-feira	Quarta-feira
Sexta-feira	Quinta-feira
Sábado	Sexta-feira

Tabela: mês com 28 dias

Já com 29 dias, temos 4 grupos completos de 7 dias e sobra 1 dia, assim teremos o mês iniciando e terminando num mesmo dia da semana.

Mês com 29 dias	
Começa em	**Termina em**
Domingo	Domingo
Segunda-feira	Segunda-feira
Terça-feira	Terça-feira
Quarta-feira	Quarta-feira
Quinta-feira	Quinta-feira
Sexta-feira	Sexta-feira
Sábado	Sábado

Tabela: mês com 29 dias

Analogamente, seguindo o mesmo raciocínio, podemos montar as seguintes tabelas, para os meses que possuem 30 ou 31 dias.

Mês com 30 dias	
Começa em	**Termina em**
Domingo	Segunda-feira
Segunda-feira	Terça-feira
Terça-feira	Quarta-feira
Quarta-feira	Quinta-feira
Quinta-feira	Sexta-feira
Sexta-feira	Sábado
Sábado	Domingo

Tabela: mês com 30 dias

Mês com 31 dias	
Começa em	**Termina em**
Domingo	Terça-feira
Segunda-feira	Quarta-feira
Terça-feira	Quinta-feira
Quarta-feira	Sexta-feira
Quinta-feira	Sábado
Sexta-feira	Domingo
Sábado	Segunda-feira

Tabela: mês com 31 dias

Agora analisemos o seguinte. Sabendo que o ano de 2014 iniciou-se numa quarta-feira. Sabendo que 2014 não é bissexto, diga em que dia da semana cairá o último dia desse mesmo ano?

Um ano dito normal tem 365 dias, e um ano bissexto tem 366 dias, como 2014 não é bissexto e sabendo que cada semana possui 7 dias, pelo algoritmo da divisão temos:

$365 = 7 * 52 + 1$

Dessa forma, vimos que, podemos dividir o ano em 52 grupos de 7 dias e sobra 1 dia. Cada grupo começa na quarta-feira e termina na terça-feira, logo no último grupo, que é a última semana do ano, começará também numa quarta-feira e terminará numa terça-feira como temos 1 dia a mais, que é o último do ano, esse será numa quarta-feira. Analogamente isso ocorrerá para todo e qualquer ano que não for bissexto. Podemos ainda generalizar esse resultado:

"Todo ano que ***não*** *é bissexto termina no mesmo dia da semana que começou".*

E como o ano bissexto possui 1 dia a mais que o convencional, então o último dia será 1 dia da semana posterior ao primeiro dia do ano. Por exemplo, se o ano bissexto começa na quarta-feira, logo o último dia do mesmo ano será numa quinta-feira. Portanto podemos concluir que existem 14 tipos diferentes de calendários, veja a tabela:

	Ano convencional			**Ano bissexto**	
	Começa em	**Termina em**		**Começa em**	**Termina em**
Tipo 01	Domingo	Domingo	Tipo 08	Domingo	Segunda-feira
Tipo 02	Segunda-feira	Segunda-feira	Tipo 09	Segunda-feira	Terça-feira
Tipo 03	Terça-feira	Terça-feira	Tipo 10	Terça-feira	Quarta-feira
Tipo 04	Quarta-feira	Quarta-feira	Tipo 11	Quarta-feira	Quinta-feira
Tipo 05	Quinta-feira	Quinta-feira	Tipo 12	Quinta-feira	Sexta-feira
Tipo 06	Sexta-feira	Sexta-feira	Tipo 13	Sexta-feira	Sábado
Tipo 07	Sábado	Sábado	Tipo 14	Sábado	Domingo

Tabela: tipos de calendários

Agora sim, estamos prontos para continuar, retornaremos a pergunta feita anteriormente:

"Quantos calendários diferentes existem e quantos anos demoram para que um mesmo calendário se repita?"

Note que a primeira pergunta já foi respondida com o auxilio da tabela anterior, agora utilizaremos esse resultado obtido para descobrir de quantos em quantos anos os calendários se repetem.

Como vimos 2014 começa numa quarta e termina numa quarta, pois não é bissexto. Já o ano de 2015 terá inicio numa quinta e acabará numa quinta, pois também não é bissexto.

Contudo o ano de 2016 será iniciado numa sexta e seu último dia será num sábado, pois é bissexto!

Ano	Bissexto	Começa em	Termina em	Tipo
2014		**Qua**	**Qua**	**04**
2015		**Qui**	**Qui**	**05**
2016	Sim	Sex	Sab	13
2017		Dom	Dom	01
2018		Seg	Seg	02
2019		Ter	Ter	03
2020	Sim	Qua	Qui	11
2021		Sex	Sex	06
2022		Sab	Sab	07
2023		Dom	Dom	01
2024	Sim	Seg	Ter	09
2025		Qua	Qua	04
2026		Qui	Qui	05
2027		Sex	Sex	06
2028	Sim	Sab	Dom	14
2029		Seg	Seg	02
2030		Ter	Ter	03
2031		Qua	Qua	04
2032	Sim	Qui	Sex	12
2033		Sab	Sab	07
2034		Dom	Dom	01
2035		Seg	Seg	02
2036	Sim	Ter	Qua	10
2037		Qui	Qui	05
2038		Sex	Sex	06
2039		Sab	Sab	07
2040	Sim	Dom	Seg	08
2041		Ter	Ter	03
2042		**Qua**	**Qua**	**04**
2043		**Qui**	**Qui**	**05**

Tabela: tipos de ano de 2014 à 2043

Note que 2014 e 2042 começam e terminam no mesmo dia, assim irá acontecer para 2015 e 2043, ou seja, para o ano X e X + 28, logo, a cada 28 anos o calendário se repetirá. Isso só não ocorrerá quando o ano X ou X + 28 for múltiplo de 4 e de 100 mas não de 400, devido à definição de ano bissexto.

4.1 Problemas envolvendo datas do calendário

Nesta seção iremos listar alguns problemas interessantes e suas respectivas soluções, envolvendo datas de calendário.

01) Se hoje é sábado, que dia será daqui a 999 dias?

A) segunda-feira

B) sábado

C) domingo

D) quinta-feira

E) sexta-feira

Solução: Primeiramente note que, 999 = 7*142 + 5, podemos interpretar essa sentença como sendo 142 semanas completas mais 5 dias, cada semana no caso, começando no sábado e terminando no domingo. Como 7*142 = 994, assim temos:

995° - domingo

996° - segunda-feira

997° - terça-feira

998° - quarta-feira

999° - quinta-feira

02) O ano de 2013 começou numa terça-feira, em que dia da semana caiu o último dia?

Solução: Como 2013 é impar sabemos que não é bissexto, logo possui 365 dias. Como 365 = 7*52 + 1 podemos concluir que esse ano têm 52 semanas completas, começando na terça e terminado na segunda-feira, como o resto de 365 por 7 é 1, sobra 1 dia, logo o ano terminará numa terça-feira.

03)(FCC – Fundação Carlos Chagas) O ano de 2007 tem 365 dias. O primeiro dia de 2007 caiu em uma segunda-feira. Logo neste ano o dia de natal cairá numa?

A) segunda-feira

B) terça-feira

C) quarta-feira

D) quinta-feira

E) sexta-feira

Solução: Sabemos que o natal ocorre em 25 de dezembro, como dezembro possui 31 dias, 31 – 25 = 6 note ainda que 365 – 6 = 359. Logo o natal cairá no 359° dia do ano. Como 359 = 7*51 + 2. Como o 1° dia do ano caiu numa segunda-feira e o resto na divisão de 359 por 7 é 2 então o dia do natal em 2007 caiu numa terça-feira.

04) (OBMEP – 2010) Paula iniciou um programa de ginástica no qual os dias de treino são separados por dois dias de descanso. Se o primeiro treino foi em uma segunda-feira, em qual dia da semana cairá o centésimo treino?

A) domingo

B) segunda-feira

C) terça-feira

D) quinta-feira

E) sexta-feira

Solução: Um dia de treino mais dois de descanso formam um ciclo de três dias consecutivos, note que, 99*3 = 297 o que nos diz que o último dia de descanso dela foi no 297° dia e o último de treino no dia seguinte, ou seja, no 298° dia 298 = 7*42 + 4 o que nos dá 42 semanas completas de treino iniciando na segunda e terminando no domingo sabendo que 7*42 = 294 temos:

294° dia - domingo

295° dia - segunda-feira

296° dia - terça-feira

297 dia - quarta-feira

298°* dia - *quinta-feira

Portanto o último dia de treino de Paula será numa quinta-feira.

05) (OBMEP – 2010) Um certo mês tem cinco segundas-feiras e cinco quartas-feiras. Em que dia da semana cai o dia 26 desse mês?

A) segunda-feira

B) terça-feira

C) quarta-feira

D) quinta-feira

E) sexta-feira

Solução: Ora, não sabemos em que dia cai a 1ª segunda-feira do mês, mas considerando que ela caia no dia X então a 2ª cairá no dia X + 7, a 3ª em X + 14, a 4ª em X + 21 e finalmente a 5ª segunda-feira cairá no dia X + 28, como a quarta-feira é dois dias depois da segunda, então a 5ª quarta-feira será no dia X + 30. Como X não pode ser nulo e X + 30 ≤ 31 logo X somente poderá ser 1, ou seja, a 1ª segunda cai no 1° dia do mês, assim, como 26 = 7*3 + 5, o dia 26 desse mês cairá no mesmo dia em que caiu o dia 5, ou seja, num sexta-feira.

06) (OBMEP – 2010) Em certo ano bissexto (isto é, um ano que tem 366 dias) o número de sábados foi maior que o número de domingos. Em que dia da semana caiu o dia 20 de janeiro desse ano?

A) segunda-feira

B) terça-feira

C) quarta-feira

D) quinta-feira

E) sexta-feira

Solução: Sabemos que o ano bissexto têm 366 dias e que 366 = 7*52 + 2, se nesse ano tiveram mais sábados do que domingos, é porque o ano terminou num sábado, logo:

366° dia - sábado

365° dia - sexta-feira

364° dia - quinta-feira

Observe que 7*52 = 364, o que nos dá 52 semanas iniciando numa quarta e terminando numa quinta-feira, concluímos que o ano iniciou-se numa quarta-feira. Sabendo que o dia 1° de janeiro foi quarta-feira e que 20 = 7*2 + 6 podemos concluir que o dia 20 de janeiro foi numa segunda-feira.

07) O dia 20 de novembro de 2013 é uma quarta-feira e o ano de 2012 foi o último ano bissexto. Então, o dia 20 de novembro de 2092 será uma:

Obs.: Chama-se ano bissexto o ano ao qual é acrescentado um dia extra, ficando ele com 366 dias, um dia a mais do que os anos normais de 365 dias. De 2008 a 2092, os anos bissextos ocorrem a cada quatro anos.

A) segunda-feira

B) terça-feira

C) quarta-feira

D) quinta-feira

E) sexta-feira

Solução: Sabemos que:

20/11/2013 – quarta-feira

27/11/2013 – quarta-feira

30/11/2013 – sábado

01/12/2013 – domingo

31/12/2013 – terça-feira

01/01/2014 – quarta-feira

De 2014 à 2092 são 79 anos corridos dentre esses 20 são bissextos. Logo

$$79*365 + 20 = 28855$$

$$28855 = 7*4122 + 1$$

Logo, 31/12/2092 – quarta-feira

$$31 = 7*4 + 3$$

03/12/2092 – quarta-feira

01/12/2092 – segunda-feira

30/11/2092 – domingo

$$30 = 7*4 + 2$$

02/11/2092 – domingo

01/11/2092 – sábado

$$20 = 7*2 + 6$$

06/11/2092 - quinta-feira

Finalmente, podemos concluir que, o dia 20 de novembro de 2092 será numa quinta-feira.

08) (UFPE – 2001) No nosso calendário os anos têm 365 dias com exceção dos anos bissextos que têm 366 dias. Um ano é bissexto quando é múltiplo de 4, mas não é múltiplo de 100, a menos que também seja múltiplo de 400. Quantas semanas completas possuem 400 anos consecutivos?

A)20.871

B)20.870

C)20.869

D)20.868

E) 20.867

Solução: Recordemos aqui uma forma de definir os anos bissextos:

1. De 4 em 4 anos é ano bissexto.
2. De 100 em 100 anos não é ano bissexto.
3. De 400 em 400 anos é ano bissexto.
4. Prevalecem as últimas regras sobre as primeiras.

Portanto, considerando essas regras podemos observar que, por exemplo, de 1 a 400 teremos 97 anos bissextos, os anos 100, 200 e 300 não são bissextos. Assim, teremos 97 anos bissextos e 303 anos não bissextos.

$$97*366 + 303*365 = 146097$$

Como 146097 = 7*20871, podemos concluir que 400 anos possuem 20871 semanas completas.

09) (FUVEST – 2008) Sabendo que os anos bissextos são os múltiplos de 4 e que o primeiro dia de 2007 foi segunda-feira, o próximo ano a começar também em uma segunda-feira será

A) 2012

B) 2014

C) 2016

D) 2018

E) 2020

Solução: Note que 365 = 7*52 + 1 e ainda que 366 = 7*52 + 2

Através dessas informações podemos concluir que um ano não bissexto possui 52 semanas completas e mais 1 dia logo termina no mesmo dia em que iniciou e ano bissexto por ter 1 dia a mais termina no dia seguinte ao que se iniciou.

Ano	**Bissexto**	**Inicio**	**Término**
2007		SEG	SEG
2008	Sim	TER	QUA
2009		QUI	QUI
2010		SEX	SEX
2011		SAB	SAB
2012	Sim	DOM	SEG
2013		TER	TER
2014		QUA	QUA
2015		QUI	QUI
2016	Sim	SEX	SAB
2017		DOM	DOM
2018		**SEG**	

Tabela: início e término dos anos de 2007 à 2018

10) Se em um determinado ano o mês de agosto teve cinco sextas-feiras, cinco sábados e cinco domingos, então o dia 13 de setembro desse ano caiu em:

A) uma quarta-feira.

B) uma quinta-feira.

C) uma sexta-feira.

D) um sábado.

E) um domingo.

Solução: Ora, não sabemos em que dia cai a 1ª sexta-feira do mês, mas considerando que ela caia no dia X então a 2ª cairá no dia X + 7, a 3ª em X + 14, a 4ª em X + 21 e finalmente a 5ª sexta-feira cairá no dia X + 28, como o domingo é dois dias depois da sexta, então o 5ª domingo será no dia X + 30. Como X não pode ser nulo e $X + 30 \leq 31$ logo X somente poderá ser 1, ou seja, a 1ª sexta cai no 1° dia do mês, assim, como $31 = 7*4 + 3$, o dia 31 desse mês cairá no mesmo dia em que caiu o dia 4, ou seja, numa segunda-feira. Logo o dia 1° de setembro será numa terça-feira e como 13 = 7*1 + 6 o dia 13 cairá no mesmo dia em que o dia 6;

Dia 1° - terça-feira

Dia 2 - quarta-feira

Dia 3 - quinta-feira

Dia 4 - sexta-feira

Dia 5 – sábado

Dia 6 – domingo

Finalmente podemos concluir que o dia 13 de setembro também será num domingo.

11) Sabe-se que 13/06/2014 caiu numa sexta-feira e que o dia 13/02/2015 ocorrerá quando se passarem 245 dias. Nesse caso, descubra em que dia da semana cairá o dia 13 de fevereiro de 2015.

Solução: 1°dia – 14/06/2014 - sábado

2° dia - 15/06/2014 - domingo

3°dia - 16/06/2014 - segunda-feira

4° dia - 17/06/2014 - terça-feira

5°dia - 18/06/2014 - quarta-feira

6° dia - 19/06/2014 - quinta-feira

7°dia - 20/06/2014 - sexta-feira

8° dia - 21/06/2014 - sábado

Note que;

$15 \equiv 1 \pmod 7$

$15^2 \equiv 1^2 \pmod 7$

$225 \equiv 1 \pmod 7$

Observe também que;

$20 \equiv 6 \pmod 7$

Logo;

$225 + 20 \equiv 1 + 6 \pmod 7$

$245 \equiv 7 \pmod 7$ ou ainda $245 \equiv 0 \pmod 7$.

Portanto ao passar 245 dias será também o mesmo dia que foi o 7° dia a partir de 13/06/2014 uma sexta-feira. Portanto podemos considerar que o dia 13/02/2015 será numa sexta-feira. Na imagem abaixo podemos verificar a veracidade dessa informação com o auxilio do software Calendário Perpétuo CLN.

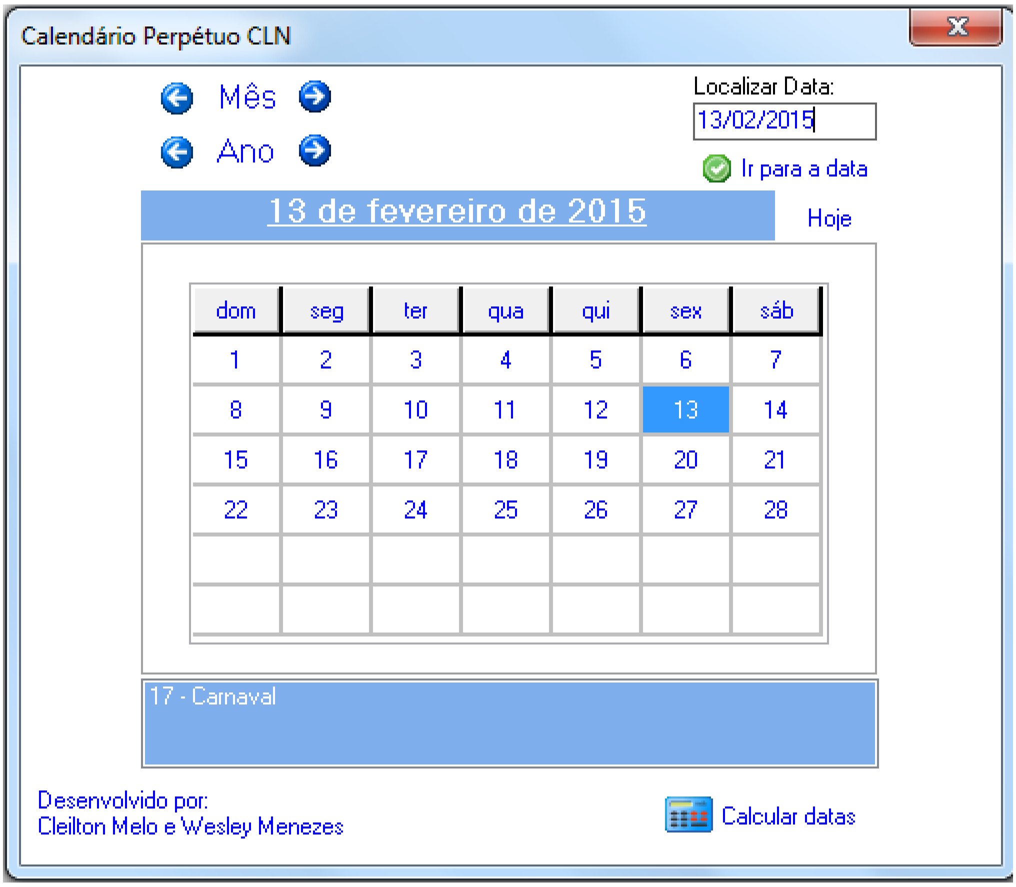

Figura 4: sexta-feira, dia 13 de fevereiro de 2015.

12) Existe uma lenda sobre uma profecia muito antiga feita por um feiticeiro chamado Malvadhone, segundo a lenda, encontrada em escritos numa escavação, a partir da segunda-feira em 01 de janeiro do ano de 2001 deverá ser iniciada a contagem do fim dos tempos, e ainda que, a partir desse dia faltarão 6^{666} dias para que o mundo se acabe, o último dia de existência do nosso planeta será num sábado.

Solução: A partir de 01 de janeiro de 2001 devemos contar 6^{666} dias. E 02 de janeiro será o primeiro dia de nossa contagem, logo.

1°dia - 02/01/2001 - terça-feira

2° dia - 03/01/2001 - quarta-feira

3°dia - 04/01/2001 - quinta-feira

4° dia - 05/01/2001 - sexta-feira

5°dia - 06/01/2001 - sábado

6° dia - 07/01/2001 - domingo

7°dia - 08/01/2001 - segunda-feira

8° dia - 09/01/2001 - terça-feira

Observemos que o 8°dia cai no mesmo dia em que o 1°dia, o 9° dia em que o 2° e assim sucessivamente. Assim, podemos dizer que

$8 \equiv 1 \pmod{7}$ e $9 \equiv 2 \pmod{7}$.

Portanto basta encontrarmos x tal que $6^{666} \equiv x \pmod{7}$, como x pertence ao conjunto (1, 2, 3, 4, 5, 6, 0).

$6^2 \equiv 1 \pmod{7}$

Elevando ambos os membros a 333, temos:

$(6^2)^{333} \equiv 1^{333} \pmod{7}$

$6^{666} \equiv 1 \pmod{7}$

Portanto podemos concluir que quando se passarem 6^{666} dias será também um dia de terça-feira, contrariando assim a profecia feita por Malvadhone.

13) Um cientista muito estudioso chamado Vicente fez uma descoberta muito importante, segundo sua pesquisa o cometa Tamforp passará próximo da Terra no ano de 2020 no dia 02 de fevereiro que cairá num domingo, podendo ser visto a olho nu, segundo Vicente esse mesmo cometa demorará exatamente 5^{1000} dias para passar novamente próximo do nosso planeta e que isso acontecerá numa manhã de terça-feira.

Solução: 02/02/2020 cairá num domingo, iniciando, dessa forma, nossa contagem em:

1°dia - 03/02/2020 - segunda-feira

2° dia - 04/02/2020 - terça-feira

3°dia - 05/02/2020 - quarta-feira

4° dia - 06/02/2020 - quinta-feira

5°dia - 07/02/2020 - sexta-feira

6° dia - 08/02/2020 - sábado

7°dia - 09/02/2020 - domingo

8° dia - 10/02/2020 - segunda-feira

$5^2 \equiv 4 \pmod{7}$

$(5^2)^3 \equiv 4^3 \pmod{7}$

$5^6 \equiv 64 \pmod 7$

e como $64 \equiv 1 \pmod 7$

$5^6 \equiv 1 \pmod 7$

$(5^6)^{166} \equiv 1^{166} \pmod 7$

$5^{996} \equiv 1 \pmod 7$

E como $5^2 \equiv 4 \pmod 7$ temos que $5^4 \equiv 16 \equiv 2 \pmod 7$

$5^{996} . 5^4 \equiv 1. 5^4 \pmod 7$

$5^{1000} \equiv 5^4 \equiv 2 \pmod 7$

Finalmente temos que:

$5^{1000} \equiv 2 \pmod 7$

O que nos dá que quando se passarem 5^{1000} dias cairá exatamente numa terça-feira, pois o 2° dia de contagem coincide com o mesmo dia da semana do dia de número 5^{1000}.

14) Segundo uma profecia antiga feita pelo feiticeiro Malvadhone, a partir do natal do ano de 2000, que cairá numa segunda-feira, quando se passarem exatamente 3^{1111} dias cairá uma chuva de meteoros sobre a Terra, que irá devastar grande parte dos seres vivos, essa chuva cairá por toda uma tarde de um domingo.

Solução: 1°dia - 26/12/2000 - terça-feira

2° dia - 27/12/2000 - quarta-feira

3°dia - 28/12/2000 - quinta-feira

4° dia - 29/12/2000 - sexta-feira

5°dia - 30/12/2000 - sábado

6° dia - 31/12/2000 - domingo

7°dia - 01/01/2001 - segunda-feira

8° dia - 02/01/2001 - terça-feira

Observemos que a cada 07 dias as datas caem sempre no mesmo dia da semana, e que:

$3^2 \equiv 2 \pmod 7$

$(3^2)^3 \equiv 2^3 \pmod 7$

$3^6 \equiv 8 \equiv 1 \pmod 7$

$3^6 \equiv 1 \pmod 7$

$(3^6)^{185} \equiv 1^{185} \pmod 7$

$3^{1110} \equiv 1^{1110} \pmod 7$

$3^{1110} \equiv 1 \pmod 7$

$3^{1111} \equiv 3 \pmod 7$

O dia da semana que estamos procurando cai no mesmo dia em que caiu o 3° dia, ou seja, numa quinta-feira, contrariando assim a profecia feita por Malvadhone.

15) Uma cientista muito estudiosa chamada Jéssica fez uma pesquisa e descobriu que o cometa Tamforp passará próximo da Terra no ano de 2020 no dia 02 de fevereiro, ela constatou que esse cometa tornará a passar próximo de nosso planeta novamente quando se passarem exatamente 6^{400} meses, segundo ela esse fenômeno acontecerá novamente no mês de fevereiro.

Solução: 1° mês - março

2° mês - abril

3° mês - maio

4° mês - junho

5° mês - julho

6° mês - agosto

7° mês - setembro

8° mês - outubro

9° mês - novembro

10° mês - dezembro

11° mês - janeiro

12° mês - fevereiro

13° mês - março

Podemos aqui perceber que esse ciclo se repete a cada 12 meses, então:

$6^2 \equiv 0 \pmod{12}$

$(6^2)^{200} \equiv 0^{200} \pmod{12}$

$6^{400} \equiv 0 \pmod{12}$

$6^{400} \equiv 12 \pmod{12}$

Portanto o dia que estamos procurando cairá novamente no mês de fevereiro, como já havia previsto a cientista Jéssica.

4.2 Determinando o dia da semana de uma data

Veremos agora um método de encontrar o dia da semana de uma determinada data através de uma tabelinha. Primeiramente iremos mostrar como construir essa tabela.

Podemos facilmente perceber que os dias 8, 15, 22 e 29 sempre cairão no mesmo dia da semana, assim como 2, 9, 16, 23 e 30, pois deixam o mesmo resto na divisão por 7, nesse caso, por exemplo, considerando que dia 1° foi um domingo, os dias 8, 15, 22 e 29 também caíram no domingo. Da mesma forma podemos saber em que dia caiu qualquer dia da semana, basta comparar o resto deixado na divisão por 7 com o dia em que caíram os sete primeiros dias da semana, por exemplo, nesse caso, o dia 25 do mesmo mês caiu numa quarta-feira, pois 25 = 7 * 3 + 4, o resto deixado na divisão por 7 foi 4 e o dia 4 caiu na quarta-feira. Desse modo podemos descobrir em que dia da semana caiu qualquer dia do mês.

Inicialmente analisemos o ano de 2001, como 01/01/2001 caiu numa segunda-feira e o 1 dividido por 7 deixa resto 1 vamos considerar que segunda-feira será dia do tipo 1. Assim teremos:

Dia	Dom	Seg	Ter	Qua	Qui	Sex	Sáb
tipo	0	1	2	3	4	5	6

TABELA 1 para anos **NÃO** BISSEXTOS

Sabemos que:

01/01/2001 caiu numa segunda-feira

31/01/2001 caiu numa quarta-feira, pois 31 = 7 * 4 + 3

01/02/2001 caiu numa quinta-feira só que 01 = 7 * 0 + 1

Para essa data cair numa quinta-feira, ou seja, deixar resto 4 na divisão por 7 devemos considerar fevereiro sendo mês do tipo 03. Assim somando o dia com o tipo do mês e dividindo por 7 encontramos resto 4 que corresponde a uma quinta-feira.

Como exemplo vejamos em que dia caiu a data 28 de fevereiro:

Pela fórmula devemos analisar o resto por 7 da soma “ dia + tipo mês”.

28 + 3 = 31 = 7 * 4 + 3

Assim 28/02/2001 foi uma quarta-feira.

Como 2001 não é bissexto, fevereiro tem 28 dias, logo, 01/03/2001 caiu numa quinta-feira.

Pela fórmula devemos ter março sendo do tipo 03 pois o resto deixado por 7 deverá ser igual 4.

1 + 3 = 4 = 7 * 0 + 4

Seguindo o mesmo raciocínio para os demais meses podemos construir a seguinte tabela:

Mês	Jan	Fev	Mar	Abr	Mai	Jun	Jul	Ago	Set	Out	Nov	Dez
Tipo	0	3	3	6	1	4	6	2	5	0	3	5

TABELA 2: para anos **NÃO** BISSEXTOS

Analisando o dia 31/12/2001 pela fórmula

31 + 5 = 36 = 7 * 5 + 1

Logo 31/12/2001 cai numa segunda-feira então 01/01/2002 cai numa terça-feira

Só que, pela fórmula, 01/01/2002 cai numa segunda-feira, o que não é verdade, para corrigir esse erro iremos considerar 2002 sendo um ano do tipo 1 e acrescentar tipo ano na fórmula. Dessa maneira estaríamos considerando 2001 sendo ano tipo 0.

Agora nossa fórmula fica “dia + tipo mês + tipo ano”, testemos a nova fórmula para 01/01/2002:

1 + 0 + 1 = 2 = 7 * 0 + 2

Então temos que 01/01/2002 cai numa terça-feira.

Essa mudança de uma unidade nos tipos dos meses se deve justamente ao fato de que uma data varia de um dia da semana de um ano para outro (considerando que não sejam bissextos). Assim teremos:

2001, 2002, 2003 respectivamente tipo 0, tipo 1, tipo 2.

Sabemos que 2004 é ano bissexto e que seguindo o mesmo raciocínio ele é do tipo 3. Verifiquemos algumas datas:

31/12/2003 cai numa quarta-feira e pela fórmula:

31 + 5 + 2 = 38 = 7 * 5 + 3

01/01/2004 cai numa quinta-feira, pois:

1 + 0 + 3 = 4 = 7 * 0 + 4

01/02/2004 cai num domingo, pois:

1 + 3 + 3 = 7 = 7 * 1 + 0

29/02/2004 cai num domingo, pois:

29 + 3 + 3 = 35 = 7 * 5 + 0

01/03/2004 deverá cair numa segunda-feira.

$1 + 3 + 3 = 7 = 7 * 1 + 0$

Só que pela fórmula 01/03/2004 cai num domingo, isso se deve ao fato de que no ano bissexto é acrescentado o dia 29 ao mês de fevereiro, portanto nos anos bissextos deveremos acrescentar mais uma unidade nos meses de março à dezembro, corrigindo assim esse problema.

Mês	Jan	Fev	Mar	Abr	Mai	Jun	Jul	Ago	Set	Out	Nov	Dez
Tipo	0	3	4	0	2	5	0	3	6	1	4	6

TABELA 3: para anos BISSEXTOS

Finalmente podemos montar a tabela que nos dará os tipos de anos entre 2001 e 2028.

Ano	...	2001	2002	2003	2004	2005	2006	2007	
Tipo	?	0	1	2	3	5	6	0	
Ano		2008	2009	2010	2011	2012	2013	2014	
Tipo		1	3	4	5	6	1	2	
Ano		2015	2016	2017	2018	2019	2020	2021	
Tipo		3	4	6	0	1	2	4	
Ano		2022	2023	2024	2025	2026	2027	2028	...
Tipo		5	6	0	2	3	4	5	?

TABELA 4

Com essa mesma tabela podemos ainda descobrir em que dia da semana caiu qualquer data entre 1901 e 2099, pois os ciclos dos calendários se repetem a cada 28 anos, nesse caso se quisermos descobrir uma data do ano de 2030 basta adotar o mesmo tipo do ano 2002 pois 2002 + 28 = 2030.

4.3 Cálculo para determinar o dia da páscoa

O cálculo para encontrar a data da Páscoa, também conhecido como *Computus* em latim, é fundamental no calendário cristão.

A Páscoa é celebrada no primeiro domingo após a primeira lua cheia que ocorre depois do equinócio da primavera (no hemisfério norte, outono no hemisfério sul). Podendo ocorrer entre 22 de março e 25 de abril.

A fórmula para cálculo manual, válida de 1900 a 2099, do matemático alemão Karl Friedrich Gauss (1777-1855), na Enciclopédia Brasileira Globo é a seguinte:

A = o resto de (Ano ÷ 4)

B = o resto de (Ano ÷ 7)

C = o resto de (Ano ÷ 19)

*D = o resto de [(19*C + 24) ÷ 30]*

*E = o resto de [(2*A + 4*B + 6*D + 5) ÷ 7]*

A Páscoa será em (22 + D + E) de Março ou, se esse número for maior do que 31 em (D + E - 9) de Abril.

Correções: O resultado 25 de abril deve ser tomado como 18 de abril (se D=28 e C>10) e o resultado 26 de abril sempre como 19 de abril.

Vamos aplicar esse método para verificar em que data aconteceu a páscoa do ano de 2014.

A = o resto de (2014 ÷ 4)

B = o resto de (2014 ÷ 7)

C = o resto de (2014 ÷ 19)

*D = o resto de [(19*C + 24) ÷ 30]*

*E = o resto de [(2*A + 4*B + 6*D + 5) ÷ 7]*

Fazendo os cálculos temos:

2014 = 4 * 503 + 2

2014 = 7 * 287 + 5

2014 = 19 * 106 + 0

Assim, temos A = 2, B = 5 e C = 0.

Agora calculemos o valor de:

*D = o resto de [(19*C + 24) ÷ 30]*

*D = o resto de [(19*0 + 24) ÷ 30]*

D = o resto de [(0 + 24) ÷ 30]

D = o resto de [24 ÷ 30]

$D = 24$

Por fim encontremos E:

E = *o resto de* $[(2*A + 4*B + 6*D + 5) \div 7]$

E = *o resto de* $[(2*2 + 4*5 + 6*24 + 5) \div 7]$

E = *o resto de* $[(4 + 20 + 144 + 5) \div 7]$

E = *o resto de* $[(4 + 20 + 144 + 5) \div 7]$

E = *o resto de* $[173 \div 7]$

$E = 5$

Pela regra temos que "A Páscoa será em 22 + D + E de Março ou, se esse número for maior do que 31, em D + E - 9 de Abril".

Como 22 + D + E = $22 + 24 + 5 = 51$ e $51 > 31$, devemos considerar que a páscoa será em D + E - 9 de Abril.

D + E - 9 = $24 + 5 - 9 = 20$

Portanto o algoritmo nos fornece que o domingo de páscoa de 2014 foi em 20 de Abril.

4.4 Determinando o dia da Páscoa com o software Excel

Há três formas simples utilizando funções do Excel® para retornar a data da páscoa. Todas consideram que na célula "A1" esteja o ano desejado, mas apenas funcionam entre os anos 1900 e 9999. Caso o ano desejado não esteja na célula "A1", basta fazer a alteração para a célula desejada.

A primeira fórmula é:

=ARRED(DATA(A1;4;1)/7+MOD(19*MOD(A1;19)-7;30)*14%;0)*7-6

A segunda fórmula é:

=MOEDA(("4/"&A1)/7+MOD(19*MOD(A1;19)-7;30)*14%;)*7-6

A terceira fórmula é:

=ARREDMULTB(DATA(A1;5;DIA(MINUTO(A1/38)/2+56));7)-34

A seguir apresentaremos uma tabela com as três fórmulas apresentadas para encontrar o domingo de páscoa através do software Excel.

ano	***fórmula "A"***	***fórmula "B"***	***fórmula "C"***
2000	23/04/2000	23/04/2000	*23/04/2000*
2001	15/04/2001	15/04/2001	*15/04/2001*
2002	31/03/2002	31/03/2002	*31/03/2002*
2003	20/04/2003	20/04/2003	*20/04/2003*
2004	11/04/2004	11/04/2004	*11/04/2004*
2005	27/03/2005	27/03/2005	*27/03/2005*
2006	16/04/2006	16/04/2006	*16/04/2006*
2007	08/04/2007	08/04/2007	*08/04/2007*
2008	23/03/2008	23/03/2008	*23/03/2008*
2009	12/04/2009	12/04/2009	*12/04/2009*
2010	04/04/2010	04/04/2010	*04/04/2010*
2011	24/04/2011	24/04/2011	*24/04/2011*
2012	08/04/2012	08/04/2012	*08/04/2012*
2013	31/03/2013	31/03/2013	*31/03/2013*
2014	20/04/2014	20/04/2014	*20/04/2014*
2015	05/04/2015	05/04/2015	*05/04/2015*
2016	27/03/2016	27/03/2016	*27/03/2016*
2017	16/04/2017	16/04/2017	*16/04/2017*
2018	01/04/2018	01/04/2018	*01/04/2018*
2019	21/04/2019	21/04/2019	*21/04/2019*
2020	12/04/2020	12/04/2020	*12/04/2020*
2021	04/04/2021	04/04/2021	*04/04/2021*
2022	17/04/2022	17/04/2022	*17/04/2022*
2023	09/04/2023	09/04/2023	*09/04/2023*
2024	31/03/2024	31/03/2024	*31/03/2024*
2025	20/04/2025	20/04/2025	*20/04/2025*
2026	05/04/2026	05/04/2026	*05/04/2026*
2027	28/03/2027	28/03/2027	*28/03/2027*
2028	16/04/2028	16/04/2028	*16/04/2028*
2029	01/04/2029	01/04/2029	*01/04/2029*
2030	21/04/2030	21/04/2030	*21/04/2030*
2031	13/04/2031	13/04/2031	*13/04/2031*
2032	28/03/2032	28/03/2032	*28/03/2032*
2033	17/04/2033	17/04/2033	*17/04/2033*
2034	09/04/2034	09/04/2034	*09/04/2034*
2035	25/03/2035	25/03/2035	*25/03/2035*
2036	13/04/2036	13/04/2036	*13/04/2036*
2037	05/04/2037	05/04/2037	*05/04/2037*
2038	25/04/2038	25/04/2038	*25/04/2038*
2039	10/04/2039	10/04/2039	*10/04/2039*
2040	01/04/2040	01/04/2040	*01/04/2040*

Tabela: domingo de páscoa do ano 2000 à 2040.

Como sabemos o carnaval ocorre 47 dias antes da páscoa, a sexta-feira Santa 02 dias antes e a data de Corpus Christi acontece 60 dias após a páscoa.

Veremos agora, utilizando uma das fórmulas anteriores, como encontrar, a partir da páscoa, as datas referentes a sexta-feira santa , corpus Christi e também o carnaval.

Ano	Carnaval	Sexta-feira Santa	*Domingo de Páscoa*	Corpus Christi
2000	07/03/2000	21/04/2000	23/04/2000	22/06/2000
2001	27/02/2001	13/04/2001	15/04/2001	14/06/2001
2002	12/02/2002	29/03/2002	31/03/2002	30/05/2002
2003	04/03/2003	18/04/2003	20/04/2003	19/06/2003
2004	24/02/2004	09/04/2004	11/04/2004	10/06/2004
2005	08/02/2005	25/03/2005	27/03/2005	26/05/2005
2006	28/02/2006	14/04/2006	16/04/2006	15/06/2006
2007	20/02/2007	06/04/2007	08/04/2007	07/06/2007
2008	05/02/2008	21/03/2008	23/03/2008	22/05/2008
2009	24/02/2009	10/04/2009	12/04/2009	11/06/2009
2010	16/02/2010	02/04/2010	04/04/2010	03/06/2010
2011	08/03/2011	22/04/2011	24/04/2011	23/06/2011
2012	21/02/2012	06/04/2012	08/04/2012	07/06/2012
2013	12/02/2013	29/03/2013	31/03/2013	30/05/2013
2014	04/03/2014	18/04/2014	20/04/2014	19/06/2014
2015	17/02/2015	03/04/2015	05/04/2015	04/06/2015
2016	09/02/2016	25/03/2016	27/03/2016	26/05/2016
2017	28/02/2017	14/04/2017	16/04/2017	15/06/2017
2018	13/02/2018	30/03/2018	01/04/2018	31/05/2018
2019	05/03/2019	19/04/2019	21/04/2019	20/06/2019
2020	25/02/2020	10/04/2020	12/04/2020	11/06/2020
2021	16/02/2021	02/04/2021	04/04/2021	03/06/2021
2022	01/03/2022	15/04/2022	17/04/2022	16/06/2022
2023	21/02/2023	07/04/2023	09/04/2023	08/06/2023
2024	13/02/2024	29/03/2024	31/03/2024	30/05/2024
2025	04/03/2025	18/04/2025	20/04/2025	19/06/2025
2026	17/02/2026	03/04/2026	05/04/2026	04/06/2026
2027	09/02/2027	26/03/2027	28/03/2027	27/05/2027
2028	29/02/2028	14/04/2028	16/04/2028	15/06/2028
2029	13/02/2029	30/03/2029	01/04/2029	31/05/2029
2030	05/03/2030	19/04/2030	21/04/2030	20/06/2030
2031	25/02/2031	11/04/2031	13/04/2031	12/06/2031
2032	10/02/2032	26/03/2032	28/03/2032	27/05/2032
2033	01/03/2033	15/04/2033	17/04/2033	16/06/2033
2034	21/02/2034	07/04/2034	09/04/2034	08/06/2034
2035	06/02/2035	23/03/2035	25/03/2035	24/05/2035
2036	26/02/2036	11/04/2036	13/04/2036	12/06/2036
2037	17/02/2037	03/04/2037	05/04/2037	04/06/2037
2038	09/03/2038	23/04/2038	25/04/2038	24/06/2038
2039	22/02/2039	08/04/2039	10/04/2039	09/06/2039
2040	14/02/2040	30/03/2040	01/04/2040	31/05/2040

Tabela: sexta-feira santa, domingo de páscoa, corpus Christi e carnaval do ano 2000 à 2040.

4.5 Sexta-feira 13

Para muitos supersticiosos essa data pode não ser associada a coisas boas, a *sexta-feira* que cai no *dia 13* de qualquer mês é considerada popularmente como um dia de azar. Na numerologia o número 12 representa algo completo, como por exemplo: 12 meses no ano, 12 tribos de Israel, 12 apóstolos de Jesus ou 12 constelações do Zodíaco. Já o 13 é considerado um número de má sorte. A sexta-feira foi o dia em que Jesus foi crucificado e também é considerado um dia de azar.

Segundo Malba Tahan, no baralho de tarô, usado pelas cartomantes, a carta 13 tem a figura de um esqueleto armado de foice, isto é, o símbolo da morte. Muito embora esse baralho seja muito antigo, dele não surgiu a superstição, mas, ao contrário, foi a superstição, já existente que inspirou o simbolismo da carta.

Figura 5: Carta de tarô número XIII – “A morte”

Agora iremos fazer um estudo de quantas sextas-feiras 13 podem ocorrer num mesmo ano. Para isso iremos considerar dois tipos de anos.

Ano tipo 01	Bissexto
Ano tipo 02	Não Bissexto

Tabela: Tipos de anos

Sete tipos de dias da semana, que iremos definir como:

Tipo	A	B	C	D	E	F	G
	1	2	3	4	5	6	0

Tabela: Tipos de dias da semana

Supondo que o dia 1° de janeiro comece no dia tipo A, temos que os dias 08, 15, 22, 29 também serão do tipo A, pois:

$$08 = 7*1 + 1$$

$$15 = 7*2 + 1$$

$$22 = 7*3 + 1$$

$$29 = 7*4 + 1$$

Todos deixam resto 1 na divisão por 7, já o dia 31 de janeiro será do tipo C, pois deixa resto 3 na divisão por 7.

$$31 = 7*4 + 3$$

Como o mês de janeiro sempre tem 31 dias, somando com os 13 primeiros de fevereiro teremos 31 + 13 = 44 dias, desde o inicio do ano até chegar em 13 de fevereiro, logo:

$$44 = 7*6 + 2$$

O que nos dá que 13 de fevereiro será do tipo B.

Para o dia 13 de março temos que são 31 + 28 + 13 = 72 dias corridos

$$72 = 7 * 10 + 2$$

Logo 13 de março também será do tipo B.

Aplicando o mesmo procedimento aos demais meses temos:
Abril: 31 + 28 + 31 + 13 = 103

103 = 7*14 + 5

Logo 13 de abril cairá num dia tipo E.

Veremos, a seguir, qual é a posição anual que cada dia 13 representa.

Maio: 31 + 28 + 31 + 30 + 13 = 133

Junho: 31 + 28 + 31 + 30 + 31 + 13 = 164

Julho: 31 + 28 + 31 + 30 + 31 +30 + 13 = 194

Agosto: 31 + 28 + 31 + 30 + 31 +30 +31 + 13 = 225

Setembro: 31 + 28 + 31 + 30 + 31 +30 +31 + 31 + 13 = 256

Outubro: 31 + 28 + 31 + 30 + 31 +30 +31 + 31 + 30 + 13 = 286

Novembro: 31 + 28 + 31 + 30 + 31 +30 +31 + 31 + 30 + 31 + 13 = 317

Dezembro: 31 + 28 + 31 + 30 + 31 +30 +31 + 31 + 30 + 31 + 30 +13 = 347

Observe agora que:

$$133 = 7*19 + 0$$

$$164 = 7*23 + 3$$

$$194 = 7*27 + 5$$

$$225 = 7*32 + 1$$

$$256 = 7*36 + 4$$

$$286 = 7*40 + 6$$

$$317 = 7*45 + 2$$

$$347 = 7*49 + 4$$

A partir dos dados que acabamos de obter acima, facilmente podemos montar a seguinte tabela:

Mês	Jan	Fev	Mar	Abr	Mai	Jun	Jul	Ago	Set	Out	Nov	Dez
Tipo de dia 13	F	B	B	E	G	C	E	A	D	F	B	D

Tabela: tipos de dia 13 do ano tipo 01

Analisando a tabela acima podemos concluir que no mínimo teremos uma sexta-feira 13 e no máximo três por ano, isso irá depender sempre de que tipo é o primeiro dia do ano, por exemplo, se o dia 1° de janeiro (qual consideramos tipo A) for quinta-feira, então teremos três sextas-feiras 13, nos meses de fevereiro, março e novembro, porém se o primeiro dia do ano cair em uma quarta-feira ou num sábado teremos apenas uma sexta-feira treze. Todas essas análises foram feitas considerando que o ano não é bissexto, mas caso seja?

Analisemos agora, quantas sextas-feiras haverão num ano sendo ele bissexto. O que acrescentará aqui será o dia 29 de fevereiro.

Como os dois tipos de calendários só se diferem a partir de 28 de fevereiro, então 13 de janeiro e 13 de fevereiro serão do mesmo tipo. O que nos dá que 13 de janeiro tipo F e 13 de fevereiro tipo B.

Com efeito, temos que o dia 13 de janeiro será num dia tipo F, pois:

$$13 = 7*1 + 6$$

Já o dia 13 de fevereiro que corresponde ao 44° dia do ano será do tipo B, pois:

$$44 = 7*6 + 2$$

Em março o dia 13 ocupa a posição numero 73, então será do tipo C.

$$73 = 7*10 +3$$

Aplicando o mesmo procedimento aos demais meses temos:
Abril: 31 + 29 + 31 + 13 = 104

$$104 = 7*14 + 6$$

Logo 13 de abril cairá num dia tipo F.

Veremos, agora, qual é a posição anual que cada dia 13 ocupa.

Maio: 31 + 29 + 31 + 30 + 13 = 134

Junho: 31 + 29 + 31 + 30 + 31 + 13 = 165

Julho: 31 + 29 + 31 + 30 + 31 +30 + 13 = 195

Agosto: 31 + 29 + 31 + 30 + 31 +30 +31 + 13 = 226

Setembro: 31 + 29 + 31 + 30 + 31 +30 +31 + 31 + 13 = 257

Outubro: 31 + 29 + 31 + 30 + 31 +30 +31 + 31 + 30 + 13 = 287

Novembro: 31 + 29 + 31 + 30 + 31 +30 +31 + 31 + 30 + 31 + 13 = 318

Dezembro: 31 + 29 + 31 + 30 + 31 +30 +31 + 31 + 30 + 31 + 30 +13 = 348

Observe agora que:

$$134 = 7*19 +1$$

$$165 = 7*23 +4$$

$$195 = 7*27 + 6$$

$$226 = 7*32 + 2$$

$$257 = 7*36 +5$$

$$287 = 7*41 + 0$$

$$318 = 7*45 + 3$$

$$348 = 7*49 + 5$$

Finalmente, podemos construir a seguinte tabela:

Mês	Jan	Fev	Mar	Abr	Mai	Jun	Jul	Ago	Set	Out	Nov	Dez
Tipo de dia 13	F	B	C	F	A	D	F	B	E	G	C	E

Tabela: tipos de dia 13 do ano tipo 02

O que conclui a demonstração, pois teremos no máximo três dias treze caindo no mesmo dia da semana, sexta-feira, e no mínimo um dia treze caindo na sexta, independente de qual dia inicie o ano. Neste caso só teremos três sextas-feiras 13, caso o ano bissexto se inicie num domingo. Observe o calendário de 2012.

5 O CALENDÁRIO PERPÉTUO

A criação de um software, *calendário perpétuo*, tem o intuito de interagir o cálculo de datas com a matemática. Iremos falar sobre o processo de criação do mesmo, como também, resolver alguns problemas utilizando o software. Na imagem abaixo podemos ver a interface principal do programa desenvolvido.

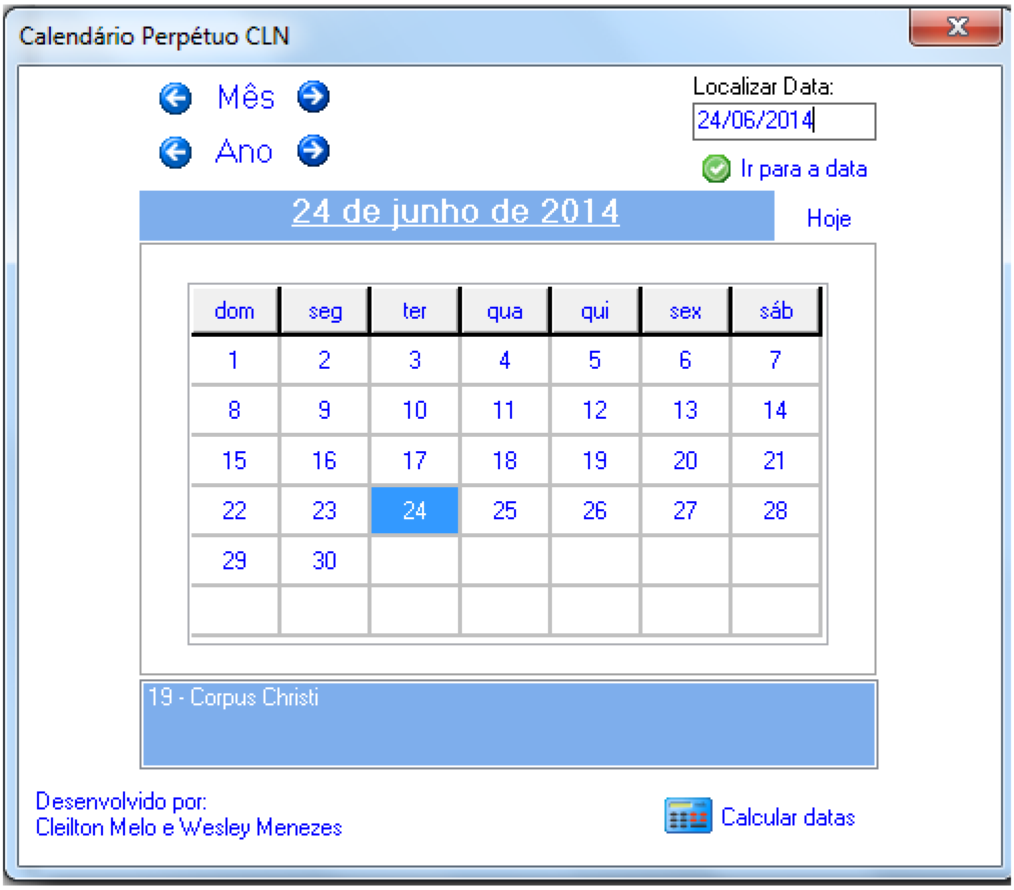

Figura 6: interface principal do Calendário Perpétuo CLN.

5.1 Desenvolvimento do software Calendário Perpétuo CLN

O sistema foi desenvolvido na linguagem *Object Pascal* utilizando o compilador *Delphi* e tem a capacidade de informar com precisão qualquer data desejada pelo usuário a partir do ano de 1583, para isso basta informar a data na caixa de texto localizada na parte superior direita do sistema, em seguida pressionando a tecla <<*Enter*>> ou clicando no botão *Ir para a data*.

Para que isso funcione com perfeição foi utilizada a Classe ***DateUtils*** responsável por possuir atributos que extraem separadamente dia, mês e ano de uma data, nesse caso foi necessário apenas extrair o ano (último conteúdo da caixa de texto) para que fosse possível efetuar uma conferência na data informada pelo usuário. Sendo que para que o sistema localize a data do calendário Gregoriano foi utilizada também uma função condicional, conhecida como ***IF*** (Traduzindo para o português significa ***SE***). Ficando da seguinte maneira:

```
     Var
 ano : Integer;
begin
 ano := YearOf(StrToDate(medata.Text));
 if (ano <= 1582) then
 begin
  ShowMessage('O Ano informado não pertence ao calendário Gregoriano Informe um
Ano igual ou superior a 1583.');
  end
  else begin {
  Calendario.CalendarDate := StrToDate(medata.Text);

 end;
```

Observe o que significa cada componente e função:

```
     Var {início da criação da váriável}
 ano : Integer; {criação da variável que armazenará o ano, Integer significa
               que aceitará apenas números inteiros}
begin {início do corpo da função}
 ano := YearOf(StrToDate(medata.Text)); {a variável ano recebe o
                                   ano da data informada pelo usuário}
 if (ano <= 1582) then {compara se a variável ano recebeu um ano menor que
                   ou igual a 1582}
 begin {se a condição for verdadeira, então, mostrará a mensagem abaixo}
  ShowMessage('O Ano informado não pertence ao calendário
               Gregoriano Informe um Ano igual ou superior a 1583.');
  end
```

```
  else begin {se a condição não for verdadeira, então:}
  Calendario.CalendarDate := StrToDate(medata.Text); {o calendário filtrará a
                                                    data pesquisada pelo usuário}
 end;
```

As funções de localizar Mês e Ano pelas setas, devem-se pela utilização das funções ***PrevMonth, NextMonth, PrevYear e NextYear*** – Respectivamente significam: ***Mês Anterior, Próximo Mês, Ano Anterior e Próximo Ano.***

No cálculo da Diferença entre Datas foi utilizado a função ***DaysBetween()*** que significa, ***Dias Entre***. Nessa função os atributos são a data inicial, seguida da data final, então quando clicado no botão **Calcular**, tem-se a diferença em dias das datas informadas. Veja o exemplo:

```
    var
 dtini, dtfim: TDateTime;
 qtd_dias: integer;
begin
 dtini := StrToDate(medataini.Text);
 dtfim := StrToDate(medatafim.Text);
 qtd_dias := DaysBetween(dtini,dtfim);
     if qtd_dias = 1 then

     begin
  ldifdata.Caption := IntToStr(qtd_dias)+' dia';

     end
 else begin
  ldifdata.Caption := IntToStr(qtd_dias)+' dias';

     end;
```

Observe o que significa cada componente e função:

```
    var {início da criação da váriável}
 dtini, dtfim: TDateTime; {criação das variáveis que armazenarão as datas
```

inicial e final, ***TDateTime*** *significa que aceitará apenas números em formato de data. Ex: 13/06/2014}*

qtd_dias: integer; *{criação da variável que armazenará a quantidade de dias,* ***Integer*** *significa que aceitará apenas números inteiros. Ex: 1, 2, 3, 4...}*

begin *{início do corpo da função}*

dtini := StrToDate(medataini.Text); *{dtini recebe a data inicial informada pelo usuário}*

dtfim := StrToDate(medatafim.Text); *{dtfim recebe a data final informada pelo usuário}*

qtd_dias := DaysBetween(dtini,dtfim); *{qtd_dias recebe a diferença de* **dias entre** *a data inicial (dtini) e a data final (dtfim)}*

if qtd_dias = 1 then *{se a quantidade de dias for igual a um, então}*

begin *{início da função}*

ldifdata.Caption := IntToStr(qtd_dias)+' dia'; *{aparecerá a quantidade de dias seguido da palavra dia. Ex: 1 dia}*

end

else begin *{senão, se a quantidade de dias for superior a um, então}*

ldifdata.Caption := IntToStr(qtd_dias)+' dias'; *{aparecerá a quantidade de dias seguido da palavra dias. Ex: 1 dias}*

end;

Já na função para calcular qual data será daqui a **N** dias, foi utilizado apenas uma soma de datas, ambas informadas pelo usuário do sistema. Segue o exemplo abaixo:

lDataFinal.Caption := DateToStr(IncDay(StrToDate(medini.Text), StrToInt(eqtdedias.Text)));

{A Data final é igual a Data inicial incrementada com a quantidade de dias digitada pelo usuário}

5.2 Resolvendo problemas com o software Calendário Perpétuo CLN

Exemplo: verificar em que dia da semana cai o dia 07/09/2014.

Solução: basta inserir a data em “localizar Data”, em seguida clicar em ”ir para a data”.

Figura 7: 07 de setembro de 2014

Com o auxilio do software podemos visualizar facilmente que o dia 07/09/2014 será num domingo.

Exemplo: calcular quantos dias se passa desde 01/01/2014 até o dia 25/12/2014.

Solução: basta clicar na opção “calcular datas” escolher a opção “entre datas” e inserir as datas nos campos correspondentes, em seguida clicar em ”calcular”.

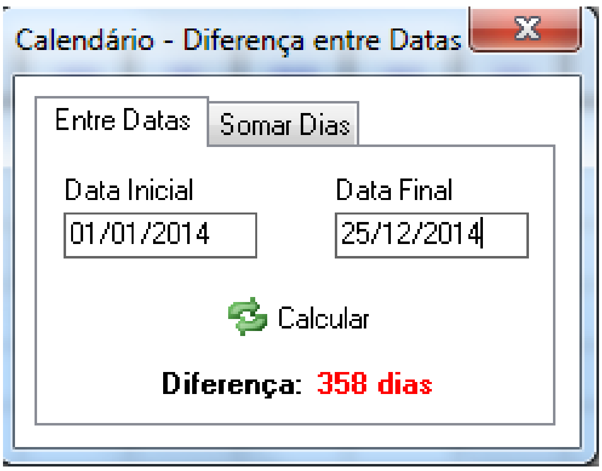

Figura 8: diferença entre datas

Logo, podemos perceber que são no total 358 dias entre 01 de janeiro de 2014 e 25 de dezembro do mesmo ano.

Exemplo: a partir de 01/01/2014 contam-se 358 dias, em que data terminará essa contagem?

Solução: basta clicar na opção “calcular datas” escolher a opção “somar dias” e inserir a data inicial e a quantidade de dias a serem calculados nos campos correspondentes, em seguida clicar em ”calcular”.

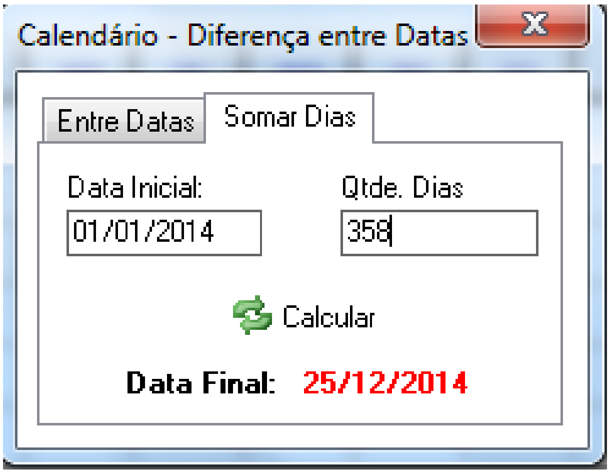

Figura 9: somar dias

6 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Sabemos das dificuldades presentes no ensino da matemática, devemos procurar tornar as aulas mais atrativas, especialmente quando falamos dos atuais estudantes mais imediatistas e menos interessados em aulas apenas teóricas. Nessas condições, o que podemos tentar fazer é tornar nossas aulas as mais atrativas possíveis, aos olhos deles.

Nesse trabalho tratamos a respeito da matemática envolvida em nosso calendário, estudamos suas propriedades e resolvemos alguns problemas envolvendo datas. A partir das propriedades matemáticas sugerimos um método para encontrar o dia da semana de uma determinada data, através de uma tabela de fácil confecção e interpretação. Mostramos alguns algoritmos para descobrir a data da Páscoa bem como a do carnaval e ainda fatos históricos, curiosidades e crenças populares em relação ao calendário. Aqui vimos a importância do algoritmo da divisão Euclidiana, ferramenta principal usada nesse trabalho. Vimos ainda a definição de congruências e suas propriedades bem como a aplicação na solução de problemas envolvendo as datas do calendário.

Como resultado principal desse trabalho tivemos a criação de um software que permite, dentre outras funções, realizar operações entre datas.

Apresentamos nesse trabalho uma proposta aos professores de matemática do ensino básico, para que os mesmos possam aplicar em suas aulas de matemática, e ao mesmo tempo deixamos aqui uma motivação para que os mesmos possam se apoderar e criar também práticas inovadoras que venham a contribuir para a melhoria da educação.

REFERÊNCIAS

ANTUNES, Celso, ***Aprendendo o que Jamais se Ensina***. 2° Ed. Fortaleza: Editora IMEPH, 2008.

________, Celso, **Ser Professor Hoje**. 2° Ed. Fortaleza: Editora IMEPH, 2008.

AVELLAR, Ariane Ferreira. **Jogos pedagógicos para o ensino da matemática.** F.A.N. INSTITUTO SUPERIOR DE EDUCAÇÃO, CURSO DE MATEMÁTICA. Aparecida de Goiânia 2010.

DANTE, Luiz Roberto. ***Didática da Resolução de Problemas de Matemática*.** 11.ed. São Paulo: Ática, 1998.

GOMES, Carlos A. ***Sexta-feira 13***. In: Revista do Professor de Matemática, n° 59. Rio de Janeiro: Sociedade Brasileira de Matemática (SBM), 2009.

HEFEZ, Abramo. **Elementos de aritmética**. Coleção professor de matemática. 2 ed. Rio de Janeiro: SBM, 2011.

OLIVEIRA, Krerley Irraciel Martins. **Iniciação à matemática: um curso completo com problemas e soluções.** 2 ed. Rio de Janeiro: SBM, 2010.

SANTOS, José Plínio de Oliveira. **Introdução à teoria dos números.** 3 ed. Rio de Janeiro: IMPA, 2011.