UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA
"JÚLIO DE MESQUITA FILHO"
Câmpus de São José do Rio Preto

IBILCE

Daniela Mazoco

Uma Proposta para o 6ºano do EF:

Primeiras Formas de Geometria Espacial-Construindo Conceitos

São José do Rio Preto
2014

Daniela Mazoco

Uma Proposta para o 6ºano do EF:

Primeiras Formas de Geometria Espacial-Construindo Conceitos

Dissertação apresentada como parte dos requisitos para obtenção do título de Mestre junto ao Programa de Mestrado Profissional Matemática em Rede Nacional - PROFMAT, do Instituto de Biociências, Letras e Ciências Exatas da Universidade Estadual Paulista "Júlio de Mesquita Filho", Campus de São José do Rio Preto.

Orientador: Prof. Dr. Clotílzio Moreira dos Santos.
Coorientador: Profª. Drª. Ermínia De Lourdes Campello Fanti.

São José do Rio Preto
2014

Mazoco, Daniela.
Uma proposta para o 6. ano do EF : primeiras formas de geometria espacial : construindo conceitos / Daniela Mazoco. -- São José do Rio Preto, 2014
184 f. : il.

Orientador: Clotílzio Moreira dos Santos
Coorientador: Ermínia de Lourdes Campello Fanti
Dissertação (Mestrado profissional) – Universidade Estadual Paulista “Júlio de Mesquita Filho”, Instituto de Biociências, Letras e Ciências Exatas

1. Matemática (Ensino fundamental) - Estudo e ensino. 2. Geometria - Estudo e ensino. 3. Matemática - Metodologia. 4. São Paulo (Estado) - Matemática - Currículos. 5. Tecnologia educacional. I. Santos, Clotilzio Moreira dos. II. Fanti, Ermínia de Lourdes Campello. III. Universidade Estadual Paulista "Júlio de Mesquita Filho". Instituto de Biociências, Letras e Ciências Exatas. IV. Título.

CDU – 513(07)

Ficha catalográfica elaborada pela Biblioteca do IBILCE
UNESP - Câmpus de São José do Rio Preto

Daniela Mazoco

Uma Proposta para o 6ºano do EF:

Primeiras Formas de Geometria Espacial-Construindo Conceitos

Dissertação apresentada como parte dos requisitos para obtenção do título de Mestre junto ao Programa de Mestrado Profissional Matemática em Rede Nacional - PROFMAT, do Instituto de Biociências, Letras e Ciências Exatas da Universidade Estadual Paulista "Júlio de Mesquita Filho", Campus de São José do Rio Preto.

Comissão Examinadora:

Prof. Dr. Clotílzio Moreira dos Santos
UNESP – São José do Rio Preto - SP
Orientador

Prof. Dr. Victor Augusto Giraldo
UFRJ – Rio de Janeiro - RJ

Profª. Drª. Aparecida Francisco da Silva
UNESP – São José do Rio Preto - SP

São José do Rio Preto
2014

À minha amada família:

Meu pai Edmilson (*in memoriam*),

minha mãe Ana Claudia,

minha filha Olívia

e ao meu esposo Adilson,

dedico.

AGRADECIMENTOS

Agradeço a Deus por tudo. A todos que participaram direta ou indiretamente desta etapa da minha vida. Em especial agradeço: aos professores Marcelo Viana e Hilário Alencar, que junto à SBM realizaram o expressivo projeto PROFMAT. À CAPES, pelo auxílio financeiro. À professora Ermínia que, além de sempre me orientar e auxiliar concedeu-me a oportunidade de participar dos projetos do Núcleo de Ensino coordenados por ela, sem os quais não poderia ter desenvolvido tal trabalho. Ao professor Clotílzio pela prestimosa orientação. Aos profissionais da EMEF “Prof. Athayr da Silva Rosa” que confiaram em mim e em nosso projeto. A todos os professores do PROFMAT que compartilharam seus saberes e sacrificaram seus sábados comigo para que eu pudesse chegar ao final dessa caminhada. Aos professores do LDEF, pela imensa e valorosa contribuição quanto à formação matemática, e principalmente, ao ensino de matemática. Em especial à professora Aparecida Francisco da Silva por ter confiado em mim, convidando-me a fazer parte de tão grandioso projeto. E como não poderia deixar de dizer, pelos imensos saberes e valiosas ideias compartilhados durante os riquíssimos debates nos encontros do projeto LDEF, agradeço principalmente aos professores Yuriko Baldin, Victor Giraldo, Letícia Rangel, Cydara Ripoll e Maria Alice Gravina. A todos os meus amigos e a todos os meus colegas da escola pela parceria e companhia. Aos amigos e colegas do PROFMAT que estiveram ao meu lado todos os sábados, durante os dois anos de curso, e fizeram com que nossa caminhada, embora árdua, fosse mais feliz, tendo dividido comigo experiências, estudos, angústias, tensões e alegrias. Especialmente aos amigos Marcos, Fabrício e Patrícia. Às professoras de Língua Portuguesa, Priscila e Tula, pelo prestimoso auxílio que apenas se dá aos amigos. Ao meu saudoso pai, *in memoriam*, e à minha querida mãe, sem os quais eu não teria trilhado essa caminhada, que tanto me faz feliz. À minha filha Olívia, pelas constantes palavras motivadoras e pelo carinho, e principalmente por compreender os momentos em que faltei. Ao meu esposo, Adilson, que sempre compreendeu minhas ausências advindas dos afazeres deste curso, sempre cuidando de mim com muita paciência e cujo apoio constante foi fundamental. Muito obrigada.

RESUMO

Este trabalho é constituído basicamente por duas partes. A primeira descreve, brevemente, sobre o projeto do Livro Didático para o Ensino Fundamental – LDEF, que se transformou depois no projeto MATDIGITAL, que trata de uma Coleção de Livros Didáticos que está sendo produzida e, mais particularmente, sobre o Capítulo 2 (em elaboração) que integrará o Livro para o 6º ano do Ensino Fundamental (da coleção). Tal capítulo, intitulado “Geometria Espacial: primeiras formas” consta essencialmente de uma proposta de atividades de Geometria para o 6º ano do EF. A outra parte, que é o objetivo principal deste trabalho, consistiu em aplicar, em sala de aula, algumas destas atividades de Geometria para o 6º ano do Ensino Fundamental, apresentar o relato da experiência, analisar a adequação destas atividades aos propósitos de ensino (PCN, Currículo do Estado de SP e Ensino de Matemática) bem como mostrar os resultados obtidos. A aplicação dessas atividades em sala de aula não consistiu, obviamente, uma etapa piloto (de aplicação) da proposta (dada no Capitulo 2 do livro), mas se configurou como uma proposta alternativa (de aplicação) de parte da proposta, utilizando poucos recursos, porém usando a Metodologia de Resolução de Problemas, que agradou alunos e professores de Matemática do Ensino Fundamental.

Palavras-chave: LDEF/MatDigital. PCNs. Currículo de Matemática do Estado de SP. Metodologia de Resolução de Problemas. Ensino de Geometria. Primeiras formas de Geometria Espacial. Material Concreto. Construção do conhecimento. Aprendizagem significativa. Autonomia do aluno. Avaliação Contínua e Diagnóstica.

ABSTRACT

This work consists basically of two parts. The first describes briefly about the project Textbook for Elementary School - LDEF, which became later in the project MAT DIGITAL, that is a collection of textbooks being produced and, more particularly, on Chapter 2 (in preparation) that will integrate the book for the 6th year of elementary school (of the collection). Such a chapter, entitled "Spatial Geometry: first forms" consists essentially of a proposed geometry activities for the 6th year of elementary school. The other part, which is the main objective of this work was to apply in the classroom, some of these Geometry activities for the 6th year of elementary school, presenting the report of the experience, analyze the appropriateness of these activities to the purposes of education (PCN, SP State Curriculum and Teaching of Mathematics) as well as the results obtained. The implementation of these activities in the classroom consisted not obviously a pilot stage (of the application) of the proposal (given in Chapter 2 of the book), but it configured as an alternative proposal (of the application) of part of the proposal, using fewer resources, but using the Methodology of Problem Solving, which pleased the students and teachers of Elementary School Mathematics.

Keywords: LDEF / MatDigital. PCNs. Mathematics Curriculum of SP. Methodology of Problem Solving. Teaching of Geometry. Earliest forms of Spatial Geometry. Concrete material. Construction of knowledge. Meaningful learning. Learner autonomy. Continuous and Diagnostic Evaluation.

SUMÁRIO

INTRODUÇÃO

Tendo em vista que o PROFMAT visa a atender professores de Matemática em exercício no ensino básico que busquem aprimoramento em sua formação profissional, com ênfase no domínio aprofundado do conteúdo matemático relevante para sua atuação docente, o trabalho que ora apresentamos é fruto de reflexões geradas a partir de disciplinas cursadas (no PROFMAT) que geraram um repensar da prática docente, à vista dos conteúdos matemáticos, e também da nossa participação em alguns projetos, como os dos Núcleos de Ensino da Unesp – PROGRAD, e em especial o do projeto Livro Didático no Ensino Fundamental (LDEF/MatDigital), que faz parte de um outro projeto maior, denominado Projeto Klein, que propiciaram um aprofundamento das reflexões no sentido de questões metodológicas e do desenvolvimento cognitivo dos alunos.

O trabalho é fortemente centrado no Capítulo 2 do "Livro Didático para o 6º ano do Ensino Fundamental" (em elaboração) que está sendo desenvolvido no projeto LDEF/MatDigital (da qual fazemos parte da equipe de elaboração e será parte integrante de um futuro livro didático) e traz uma proposta de sequência de atividades de Geometria cujas discussões levadas a cabo pelo grupo de trabalho, sobre os conteúdos, visando à efetiva aprendizagem dos alunos, permitiram um amadurecimento da proposta.

O objetivo principal deste trabalho consistiu em aplicar, em sala de aula, algumas das atividades de Geometria propostas no referido livro para o sexto ano do Ensino Fundamental, analisar os resultados obtidos, bem como apresentar o relato da experiência. A aplicação dessas atividades em sala de aula não é, obviamente, uma etapa piloto (de aplicação) da proposta (livro), mas se configurou como uma proposta alternativa (de aplicação) de parte da proposta, utilizando poucos recursos, porém usando a Metodologia de Resolução de Problemas, que agradou alunos e professores de Matemática do Ensino Fundamental.

Tal trabalho é constituído por cinco capítulos, distribuídos da seguinte forma:

No Capítulo 1 apresentamos o projeto LDEF/MatDigital, seus objetivos, suas atividades e sua dinâmica de produção.

No Capitulo 2 descrevemos brevemente sobre o capítulo do Livro Didático para o 6º ano do Ensino Fundamental (que está em produção), que é constituído essencialmente por uma proposta idealizada de atividades de Geometria, desenvolvido no LDEF/MatDigital bem como as recomendações metodológicas sugeridas ao professor. Tal proposta ainda não foi aplicada em sala de aula, o que fizemos foi aplicar algumas de suas atividades, mas com adaptações, que nos referimos, às vezes, como “recorte da proposta”, que detalharemos no Capítulo 4 deste trabalho. Uma versão preliminar do “capítulo do livro” que estamos nos referindo (com algumas sugestões, tendo em vista os resultados obtidos) se encontra no ANEXO1 deste trabalho.

No Capítulo 3 são apresentados alguns aspectos teóricos relacionados à proposta e ao desenvolvimento das atividades com os alunos em sala de aula. Primeiramente versa sobre algumas indicações/orientações que constam em alguns documentos oficiais, mais precisamente, os PCNs e o Currículo do Estado de São Paulo, abordando algumas questões sobre o Ensino, em particular sobre o ensino de Geometria. Também neste capítulo são feitas algumas considerações sobre a didática da Matemática, de maneira geral, que estão relacionadas à proposta e ao “recorte” (ou seja, as atividades na forma em que foram aplicadas), em seguida nos detemos particularmente mais ao ensino de Geometria, em especial na teoria de Van Hiele que é fortemente indicada para o ensino da Geometria em toda a Coleção Didática do MatDigital.

O Capítulo 4 trata do relato da experiência obtida na aplicação em sala de algumas atividades, o “recorte da proposta”, que foram baseadas na proposta do livro, mas foram adaptadas para serem aplicadas dentro da realidade existente que, como observamos, não se configura como uma etapa piloto, pois adaptamos as atividades para o material que dispúnhamos, e não como idealizada numa versão digital.

Finalmente, no Capítulo 5 apresentamos uma análise da adequação das atividades desenvolvidas em sala de aula aos propósitos de ensino, bem como os resultados obtidos e conclusões. Pode-se concluir que a aplicação em sala de aula, da forma como foi feita configurou-se como uma proposta alternativa, de grande êxito quanto à relação ensino/aprendizagem.

CAPÍTULO 1 – O PROJETO LDEF/MATDIGITAL

Neste capítulo apresentamos, brevemente, os objetivos do projeto do Livro Didático para o Ensino Fundamental (LDEF/MatDigital) referido na introdução, destacando a dinâmica da produção da Coleção Didática e a sua estrutura.

O projeto Livro Didático para o Ensino Fundamental, LDEF (que depois se transformou num projeto mais ousado, denominado MatDigital), objetiva a elaboração de uma Coleção Didática para o Ensino Fundamental como proposta inovadora e diferenciada para aplicação em sala de aula. A sistemática de produção é iniciada por encontros nos quais participa o corpo de redatores, composto por professores do ensino básico de diferentes regiões brasileiras e professores universitários com larga experiência na formação inicial e continuada de professores. A elaboração das propostas iniciais e finais passa por trabalhos em pequenos subgrupos e análise de todos os envolvidos. O Comitê Editorial do projeto é constituído pelos professores: Cydara Ripoll (UFRGS); Francisco Mattos (CAp-UERJ / CPII); Hilário Alencar (UFAL); Letícia Rangel (CAp-UFRJ); Marcelo Viana (IMPA) e Victor Giraldo (UFRJ): Editor-Chefe.

Tal coleção didática será constituída por um Livro do Aluno, para cada ano escolar; um Caderno/Manual do Professor, para cada ano escolar; materiais e fascículos complementares, que ficarão disponíveis em um site: atividades extras, vídeos, atividades computacionais, outros materiais multimídia, textos de aprofundamento de conteúdo, etc.

Cada capítulo da coleção inclui grupos de exercícios de diferentes graus de dificuldades, tais como: regulares; reforço; aprofundamento; desafios (por exemplo, questões da OBMEP).

Os exercícios dos grupos de desafios têm por objetivo estimular e fortalecer a confiança dos alunos em geral (não apenas daqueles mais capazes em Matemática), por meio de problemas menos usuais e mais desafiadores.

Para contemplar este objetivo, mesmo esses exercícios podem ser selecionados (dentre questões de Olimpíadas, como OBMEP e outras) com diferentes graus de dificuldade.

Pretende-se que a articulação entre o Livro do Aluno e o Caderno do Professor seja tal que o último sirva de fato para orientar o professor quanto ao uso do livro na prática de sala de aula, na perspectiva do conteúdo, especialmente apontando e esclarecendo possíveis relações entre os diversos aspectos matemáticos de um conceito e entre diversos conceitos.

A equipe responsável pelo projeto tem como norte, estimular os professores tanto a cultivar sua própria apreciação pela disciplina, quanto a expor sua vivacidade e beleza aos estudantes, sem perder de vista a exequibilidade em sala de aula, do produto final.

A proposta de uma Coleção Didática para o Ensino Fundamental visa a contemplar um dos resultados esperados do projeto Klein de Matemática em Língua Portuguesa, qual seja: a produção de material bibliográfico em língua portuguesa que seja de efetiva utilidade para o ensino da matemática em todos os níveis, além da produção de material de consulta rápida na Internet, bem como de vídeos e material interativo para serem disponibilizados aos professores e alunos da escola básica. Desta forma o eixo condutor do trabalho é a apresentação da Matemática de forma alinhada com o espírito do Projeto Klein, e que, por outro lado, sejam exequíveis nas salas de aula brasileiras. A proposta do projeto pode ser vista em http://klein.sbm.org.br.

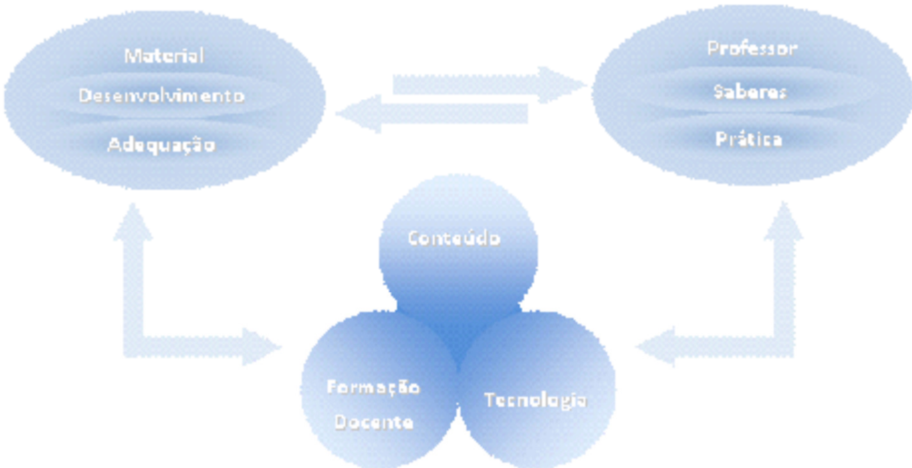
O amadurecimento do LDEF deu vida ao projeto MatDigital, cujo objetivo é o desenvolvimento de um conjunto abrangente de materiais e recursos digitais para a sala de aula dos quatro anos do segundo segmento do ensino fundamental público brasileiro e a articulação com ações de formação continuada de professores.

> O objetivo principal do Projeto *MatDigital* é o **desenvolvimento de um conjunto abrangente de materiais e recursos digitais para uso em sala no ensino básico público brasileiro**.
> Os materiais produzidos no Projeto *MatDigital* têm estrutura efetivamente hipermídia, na medida em que incorporam diversas modalidades de mídia (tais como jogos, animações, vídeos, atividades interativas etc.), organizadas na forma de uma rede de conexões múltiplas, que desempenhará, de fato, um papel na abordagem dos conceitos. Assim, esses materiais não se reduzirem a um conjunto de textos convencionais transportados para o computador, com eventuais inserções de itens decorativos. A estrutura do *MatDigital* é concebida de forma a aproveitar as potencialidades específicas oferecidas pelas tecnologias digitais e de comunicação para a criação de inovações na abordagem e na seleção dos conteúdos, propiciando, assim, ***novas formas de ensinar e de aprender Matemática***.
> Um segundo – porém não menos importante – objetivo do projeto *MatDigital* é a **articulação com ações de formação de professores**. Tais ações visam não só a capacitação do professor para o uso do material didático em si, como também a formação continuada conectada com a prática, estabelecendo-se como espaços para a discussão e para a reflexão coletiva (com o envolvimento de docentes do ensino básico e do ensino superior) sobre os saberes docentes, sobre o uso de materiais didáticos, sobre a

> prática de sala aula, sobre os conteúdos de Matemática para o Ensino Básico e sobre seus aspectos conceituais e metodológicos. Assim, discutir abordagens e metodologias propostas nos materiais produzidos no projeto – ver "Oficinas".
> Além disso, a metodologia de desenvolvimento do projeto *MatDigital* se organiza por meio do **trabalho colaborativo de uma ampla equipe**, incluindo professores do ensino básico de diversas regiões do Brasil, familiares com as estratégias e dificuldades inerentes à sala de aula, e de docentes do ensino superior, com experiência em pesquisa e em formação inicial e continuada de professores.
> Os materiais produzidos no *MatDigital* podem ser baixados no site do projeto:http://matdigital.sbm.org.br/ (http://klein.sbm.org.br/projeto-matdigital)

Mais detalhadamente, o projeto é concebido num processo dinâmico, cuja arquitetura estrutural é sustentada pela articulação permanente entre três pilares: Conteúdo; Tecnologia; e Formação Continuada.

Figura 1: Estrutura da dinâmica do MatDigital.



A coleção didática do MatDigital, conforme já explicitamos, não se reduzirá a um mero texto convencional visualizado no computador, com eventuais inserções de itens decorativos, mas sim incluirá atividades multimídia interativas (tais como jogos, hiperlinks, animações, vídeos, etc.), de forma a aproveitar as potencialidades oferecidas pelas tecnologias digitais e de comunicação para a criação de inovações na abordagem e na seleção dos conteúdos. Além disso, o projeto propicia possibilidades de pesquisas acadêmicas em diversas frentes: o próprio processo de desenvolvimento do material; avaliação e testagem em situações reais de sala de aula; o uso dos materiais e a sua incorporação na prática de sala de aula; o uso de tecnologias digitais e de comunicação no ensino e aprendizagem de Matemática, em duas perspectivas: do aluno e do professor.

A estrutura da coleção é a seguinte: ***Livros do Aluno***, em versão digital, para os quatro anos do Ensino Fundamental II; ***Cadernos do Professor***, em versão digital, correspondentes aos Livros do Aluno com sugestões metodológicas e ***Materiais Suplementares***.

O ***Livro do Aluno*** apresenta-se em três seções: ***Explorando o Assunto; Aprofundando o Assunto e Organizando o que Você Aprendeu.***

A primeira seção é ***Explorando o Assunto*** (seção inicial de cada capítulo) consistindo de situações e atividades introdutórias, que despertem o interesse do aluno para o conteúdo a ser abordado e problematizem os conceitos matemáticos apresentados, ou seja o capítulo não começa com textos ou exposições teóricas. As situações e atividades introdutórias visam levantar para o aluno problemas e questionamentos (compatíveis com o nível escolar correspondente), que motivem e preparem o terreno para a construção dos conceitos matemáticos. Desta maneira, os conteúdos podem ser desenvolvidos naturalmente, a partir da exploração desses problemas e questionamentos, em lugar de serem introduzidos de forma pronta e acabada.

A segunda é ***Aprofundando o Assunto***, que corresponde ao desenvolvimento dos conceitos matemáticos, propriamente dito e atividades de aprofundamento.

A última é ***Organizando o que Você Aprendeu*** que encerra cada capítulo, com um resumo e uma sistematização geral dos conteúdos abordados. Entretanto, não há compromisso em esgotar teoricamente esses conteúdos, pois em muitos casos continuarão a ser aprofundados em capítulos posteriores. O objetivo dessa seção é sistematizar o que foi tratado, com vistas à continuidade da abordagem.

Os exercícios são propostos de duas formas: ***Atividades*** cujo objetivo é de conduzir o desenvolvimento do assunto e são planejadas para realização em sala de aula; e ***Indo Adiante*** que visam à consolidação dos conhecimentos aprendidos, à preparação para os capítulos seguintes, ou que vão além dos conteúdos trabalhados. Podem ser feitas em sala ou não e podem ser propostas como deveres de casa.

O ***Livro*** contém os seguintes destaques gráficos: ***Refletindo***: Apresentam questões que serão retomadas e desenvolvidas ao longo do texto; ***Para Conhecer***: Apresentam questões que não dizem respeito estritamente ao conteúdo matemático do livro, tais como significados de termos (não necessariamente no campo da Matemática) ou relações com outras áreas do conhecimento. Algumas dessas questões poderão dar origem a propostas de atividades interdisciplinares e, quando for este o caso, haverá indicações no Caderno do Professor; ***Quebrando a Cuca***: Propõem questões mais desafiadoras em algum sentido, seja pelo grau da dificuldade ou pelo uso de estratégias de resolução; ***Organizando as Ideias:*** Apresentam os conceitos matemáticos tratados, em linguagem compatível com o ano escolar, que voltarão a aparecer de forma sistematizada na seção *Organizando o que Você Aprendeu*; ***Mão na Massa:*** Propõem atividades de caráter bem prático com recursos externos ao próprio livro, tais como materiais concretos, jogos ou programas computacionais; ***Jogo:*** Propõem atividades lúdicas educacionais; ***É Lógico:*** Exploram questões envolvendo raciocínio lógico elementar.

O ***Caderno do Professor*** contempla:

Texto Introdutório com objetivos do capítulo e os conteúdos que serão desenvolvidos metodologias empregadas e suas justificativas; o que é esperado que o aluno aprenda ao final do capítulo; relações com os demais capítulos do livro, inclusive de outros anos escolares, posicionando os conteúdos do capítulo de forma panorâmica no conjunto da Coleção; fundamentações teóricas.

Orientações Específicas: objetivos específicos das atividades; solução comentada; possíveis dificuldades enfrentadas pelos alunos; tempo estimado para aplicação, especialmente no caso das atividades que demanda maior tempo para aplicação; sugestões metodológicas especificas; indicação de materiais concretos ou outros recursos didáticos e da forma de utilização do mesmo.

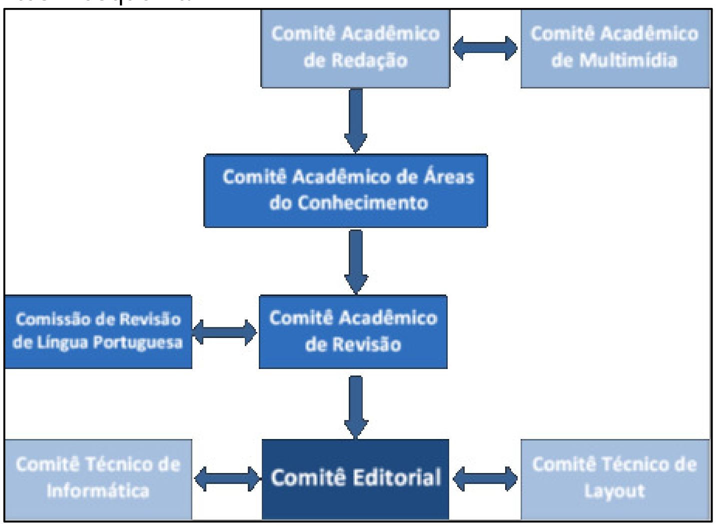
Organização gráfica do Caderno do Professor: imagens das páginas do Livro do Aluno estarão reproduzidas, na íntegra ou parcialmente, nos Cadernos do Professor, para organizar as orientações específicas. Além do texto introdutório e das orientações específicas, os Cadernos do Professor poderão (e deverão) incluir ***outros textos com orientações para o professor***, sempre que isto se fizer necessário. Os Cadernos do Professor podem ainda ***conter recursos multimídia específicos para o professor***, além daqueles referentes às atividades da versão digital do Livro do Aluno.

O desenvolvimento do MatDigital tem a seguinte dinâmica de produção, passando por quatro etapas:

1) A proposta inicial é desenvolvida pelo Comitê de Redação responsável, com suporte do Comitê de Recursos Multimídia, e fica disponível na plataforma do Projeto, para apreciação e sugestões de qualquer membro.
2) É encaminhada ao Comitê de Articulação de Áreas do Conhecimento.
3) Ao Comitê de Revisão.
4) Finalmente é encaminhada ao Comitê Editorial, que poderá: (a) aceitar; (b) rejeitar; (c) reencaminhar ao Comitê de Redação, para ajustes, correções ou reformulações.

Uma vez aprovado o Livro do Aluno, o Comitê de Redação encaminha o respectivo Caderno do Professor, que seguirá as mesmas etapas 1 a 4 descritas anteriormente.

Figura 2: comitês – esquema.



Os comitês são compostos por:

Comitê Editorial (já mencionado anteriormente) - Editor-Chefe: Victor Giraldo (UFRJ); Cydara Ripoll (UFRGS); Francisco Mattos (CAp-UERJ / CPII); Hilário Alencar (UFAL); Letícia Rangel (CAp-UFRJ); Marcelo Viana (IMPA).

Comitê Acadêmico de Articulação de Áreas do Conhecimento - Coordenadora Geral: Cydara Ripoll; Coordenador do 6º ano: Sérgio Lopes (MG); Coordenadora do 7º ano: Gláucia Malta (RS); Coordenadora do 8º ano: Marlusa Benedetti (CAp-UFRGS); Coordenadora do 9º ano: Gisela Pinto (UFRRJ); Coordenadora de Aritmética e Números: Fátima Lins (UERJ); Coordenadora de Álgebra: Yuriko Baldin (UFSCar); Coordenadora de Geometria: Maria Alice Gravina

(UFRGS); Coordenador de Tratamento da Informação: Nei Rocha (UFRJ); Coordenador de História da Matemática: Carlos Gonçalves (USP).

Comitês Acadêmicos de Redação

São onze comitês de redação. Destacamos o **Comitê SP01, do Estado de São Paulo**, com os integrantes: Aparecida Francisco da Silva, Daniela Mazoco, Elaine Cristina Palásio e Fabrício Eduardo Ferreira, que é o comitê responsável pela redação do Capítulo 2 do livro do 6ºano do segundo segmento do Ensino Fundamental, que será apresentado no segundo capítulo deste trabalho.

Comitê Acadêmico de Recursos Multimídia - Coordenador Geral: Francisco Mattos.

Comitê Acadêmico de Revisão Científica - Coordenador Geral: Hilário Alencar.

Comitê Acadêmico de Acompanhamento e Inserção nas Escolas Públicas - Coordenadora Geral: Letícia Rangel.

Comissões Técnicas: Programação; Layout e Revisão de Língua Portuguesa.

Mais especificamente, a proposta de atividades de Geometria, que discorreremos, brevemente, no Capítulo 2 deste trabalho, que corresponde ao Capítulo 2 do Livro do 6º ano e contou com nossa colaboração, é fruto das primeiras reflexões a partir de sugestões iniciais feitas pela professora Yuriko Yamamoto Baldin (UFSCAR), atual coordenadora da área de Geometria do MatDigital e pelo professor Pedro Luiz Malagutti, ambos inicialmente membros da equipe de redação, do Estado de São Paulo, do LDEF. A versão inicial foi organizada e produzida pelas professoras Maria Alice Gravina (UFRGS) e Aparecida Francisco da Silva (UNESP) e posteriormente reorganizadas e revistas chegando-se à proposta que foi incorporada no Capítulo 2 do Livro de 6º Ano, da Coleção, configurando-se, assim, como Elaboração de Proposta de Atividades Educacionais.

CAPÍTULO 2 – UMA PROPOSTA DE SEQUÊNCIA DE ATIVIDADES DE GEOMETRIA: "GEOMETRIA ESPACIAL – PRIMEIRAS FORMAS"

"Geometria Espacial: primeiras formas" é o título do Capítulo 2 do Livro do 6º ano da Coleção Didática, em construção, a que referimos no capítulo anterior e encontra-se praticamente na íntegra no ANEXO 1, deste trabalho. É composto por uma proposta de sequência de atividades de Geometria, para o 6º ano do Ensino Fundamental, e contou com a nossa colaboração como membro do Comitê (Acadêmico de Redação) SP01 do Estado de São Paulo.

Tal capítulo foi inicialmente desenvolvido pelo Comitê de Redação responsável, ficou disponível na plataforma do Projeto, para apreciação e sugestões de qualquer membro, foi encaminhada ao Comitê de Articulação de Áreas do Conhecimento e encaminhada ao Comitê Editorial, que reencaminhou ao Comitê de Redação, para ajustes, correções ou reformulações sugeridas, foi reeditada e está disponível na plataforma moodle do projeto MatDigital (http://moodle.klein.sbm.org.br/mod/folder/view.php?id=231), para novas apreciações e sugestões.

Basicamente, o capítulo se resume assim: Se inicia mostrando algumas formas na natureza e alguns objetos produzidos pelo homem pensando em características que deviam possuir; por exemplo, a "bola" rola. Em seguida trata das embalagens do dia a dia – montando e desmontando; As vistas de uma forma tridimensional; O que vemos, como desenhamos o que vemos e como o objeto realmente é. É dada ênfase no cubo e empilhamento de cubos. É composto por 23 Atividades; 9 Quebrando a Cuca; 3 Indo Adiante; Vídeos; Mão na massa e Atividades interativas.

Destacamos que as formas geométricas tridimensionais (o cubo, paralelepípedo e sólidos obtidos pelo empilhamento de cubos) são exploradas a partir de objetos concretos, focando especialmente nos seguintes aspectos: Visualização e reconhecimento, observação de algumas características.

O capítulo também trata das diferentes vistas de uma mesma forma tridimensional (do tipo empilhamento de cubos) e de planificações

Também se objetiva em explorar diferentes representações no plano de uma forma tridimensional: representação em vistas, representação em perspectiva. (A representação em perspectiva deve ser apenas apresentada, mas não explorada.)

Não se pretende explorar a classificação de formas. A ideia é proporcionar uma revisitação com o espaço bidimensional, introduzir algumas representações no mundo bidimensional e trabalhar com as propriedades da Geometria Plana.

De acordo com os Níveis 0 e 1 de Van Hiele (ver Capítulo 3, secção 3.2), é natural abordar a Geometria por meio de visualização e reconhecimento de objetos que são tridimensionais e então passar a reconhecer os elementos e figuras planas contidas nas formas. O capítulo prioriza proporcionar um primeiro contato com o espaço tridimensional, não passando do Nível 1 de Van Hiele, portanto deixando para mais tarde a classificação dos mesmos. A diferença entre forma e figura pode ser sutil, mas importante. Como não se pretende passar do nível 1 de Van Hiele, quando se refere ao cubo, por exemplo, o interesse é apenas no reconhecimento da forma, sem se preocupar com o rigor das definições que podemos ter de poliedros ou polígonos, e o aluno pode conceber o cubo em qualquer uma das três opções: sendo só o "esqueleto" (arestas), só a "casca" (faces, superfície) ou o cubo "sólido" (superfície poliédrica com seu interior, maciço), apesar de que topologicamente, são distintas. Quando se fala em planificação do cubo, está se referindo obviamente à planificação da superfície do cubo. As definições formais serão tratadas em séries posteriores, atingindo o nível 2 de Van Hiele.

Na visualização e identificação de elementos dos "poliedros" (ou "sólidos"), é interessante manipulá-los (os objetos), dar a oportunidade para os alunos de passar as mãos nas faces, arestas e vértices. Isto pode ser feito utilizando embalagens que podem ser levadas para a sala, esses elementos já podem ser observados, por exemplo: em uma caixa de leite. Passar a mão por uma face, por uma quina ou em um vértice deve causar sensações e percepções diferentes.

A partir de diferentes representações de um cubo (objeto tridimensional), iniciar uma discussão sobre "o que vemos representado e o que sabemos que se pretende representar". Explorando, por exemplo, fotos de linhas do trem que "se encontram no infinito" e reforçando raciocínios do tipo "eu sei que é uma esfera, mas o que vejo é um círculo".

Conforme mencionamos no início, uma versão preliminar do Capítulo 2: Geometria Espacial: primeiras formas (da Coleção referida) encontra-se no

ANEXO 1. Convém observar que esta versão apresentada ainda será revisada, avaliada e possivelmente modificada. Esta proposta de atividades educacionais de geometria ainda não foi aplicada em sala de aula. De todas as atividades propostas, foram aplicadas oito em sala de aula. A aplicação destas oito atividades configura-se como uma proposta alternativa, referida como “recorte da proposta” e será tratada no Capítulo 4 deste trabalho.

CAPÍTULO 3: ALGUNS ASPECTOS TEÓRICOS RELACIONADOS À APLICAÇÃO DAS ATIVIDADES E À PROPOSTA.

Neste capítulo, versaremos sobre algumas indicações/orientações que constam em alguns documentos oficiais, mais precisamente, os PCNs e o Currículo do Estado de São Paulo (a aplicação das atividades se deu neste Estado), abordando algumas questões sobre o Ensino, em particular Geometria/Espaço e Forma, já que as atividades propostas no capítulo do livro, e, portanto, as desenvolvidas em sala, estão inseridas nesse tema (Espaço e Forma) sobre o Ensino de Matemática. Também trataremos brevemente algumas considerações sobre a Didática da Matemática, de maneira geral, que foram usadas na aplicação das atividades em sala de aula pela autora deste trabalho, em seguida nos detemos particularmente mais ao ensino de Geometria, em especial na teoria de Van Hiele que é fortemente indicada para o ensino da Geometria em toda a Coleção Didática do MatDigital.

3.1: DOCUMENTOS OFICIAIS

Segundo a Declaração Universal dos Direitos Humanos, adotada e proclamada pela Resolução 217 A (III) da Assembleia Geral das Nações Unidas em 10 de dezembro de 1948, todas as pessoas devem agir umas às outras com espírito de fraternidade e têm direito à "instrução" (educação) que promoverá a compreensão, a tolerância e a amizade entre grupos, conforme seus Artigos I e XXVI, disponível em http://dhnet.org.br/direitos/deconu/textos/integra.htm.

> Artigo I: Todas as pessoas nascem livres e iguais em dignidade e direitos. São dotadas de razão e consciência e devem agir em relação umas às outras com espírito de fraternidade.
>
> Artigo XXVI:
>
> 1. Toda pessoa tem direito à instrução. A instrução será gratuita, pelo menos nos graus elementares e fundamentais. A instrução elementar será obrigatória. A instrução técnico-profissional será acessível a todos, bem como a instrução superior, esta baseada no mérito.
> 2. A instrução será orientada no sentido do pleno desenvolvimento da personalidade humana e do fortalecimento do respeito pelos direitos humanos e pelas liberdades fundamentais. A instrução promoverá a compreensão, a tolerância e a amizade entre todas as nações e grupos raciais ou religiosos, e coadjuvará as atividades das Nações Unidas em prol da manutenção da paz.

> 3. Os pais têm prioridade de direito na escolha do gênero de instrução que será ministrada a seus filhos.

Em se tratando de Brasil, os alunos têm garantido por lei o direito a uma educação pública de qualidade, que visa ao pleno desenvolvimento da pessoa e que dê condições para que ela permaneça na escola, de forma que lhe seja assegurada uma formação básica. É o que garante a lei maior brasileira: a Constituição da República Federativa do Brasil (1988), conforme seus artigos 205, 206 e 210, que tratam da Educação:

> Art 205: A educação, direito de todos e dever do Estado e da família, será promovida e incentivada com a colaboração da sociedade, visando ao pleno desenvolvimento da pessoa, seu preparo para o exercício da cidadania e sua qualificação para o trabalho.
> Art 206: O ensino será ministrado com base nos seguintes princípios:
> I - igualdade de condições para o acesso e permanência na escola;
> II - liberdade de aprender, ensinar, pesquisar e divulgar o pensamento, a arte e o saber;
> [...]
> VII - garantia de padrão de qualidade.
> Art 210: Serão fixados conteúdos mínimos para o ensino fundamental, de maneira a assegurar formação básica comum e respeito aos valores culturais e artísticos, nacionais e regionais. [...]

Na Lei nº 9.394, das Diretrizes e Bases da Educação Nacional (LDB), tem-se a garantia de que:

> Art. 32. O ensino fundamental, com duração mínima de oito anos, obrigatório e gratuito na escola pública, terá por objetivo a formação básica do cidadão, mediante:
> I – o desenvolvimento da capacidade de aprender, tendo como meios básicos o pleno domínio da leitura, da escrita e do cálculo;
> II – a compreensão do ambiente natural e social, do sistema político, da tecnologia, das artes e dos valores em que se fundamenta a sociedade;
> III – o desenvolvimento da capacidade de aprendizagem, tendo em vista a aquisição de conhecimento e habilidades e a formação de atitudes e valores;
> IV – o fortalecimento dos vínculos de família, dos laços de solidariedade humana e de tolerância recíproca em que se assenta a vida social.

3.1.1. UM POUCO SOBRE OS PARÂMETROS CURRICULARES NACIONAIS DO ENSINO FUNDAMENTAL (5ªSÉRIE/6ºANO À 8ªSÉRIE/9ºANO) – INTRODUÇÃO.

Os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCNs), publicados em 1998, foram elaborados, com o objetivo de nortear o trabalho das equipes escolares de todo Brasil, e, particularmente, orientar os professores em relação a sua prática pedagógica. A ideia central dos PCNs é a de propor uma base comum mínima para o ensino no país, garantindo uma educação de qualidade às crianças e jovens, a fim de adquirirem conhecimentos para o exercício da cidadania. Devido à enorme extensão territorial e cultural do Brasil, os PCNs podem ser adequados segundo as especificidades de cada região. Os PCNs não constituem modelo curricular impositivo. Antes, funcionam como sugestões, preservando a autonomia das escolas e dos educadores que nelas trabalham.

Em linhas gerais, os Parâmetros Curriculares Nacionais do Ensino Fundamental (BRASIL, 1998), se caracterizam por:

> • apontar a necessidade de unir esforços entre as diferentes instâncias governamentais e da sociedade, para apoiar a escola na complexa tarefa educativa;
> • mostrar a importância da participação da comunidade na escola, de forma que o conhecimento aprendido gere maior compreensão, integração e inserção no mundo; a prática escolar comprometida com a interdependência escola-sociedade tem como objetivo situar as pessoas como participantes da sociedade — cidadãos — desde o primeiro dia de sua escolaridade;
> • contrapor-se à ideia de que é preciso estudar determinados assuntos porque um dia eles serão úteis; o sentido e o significado da aprendizagem precisam estar evidenciados durante toda a escolaridade, de forma a estimular nos alunos o compromisso e a responsabilidade com a própria aprendizagem;
> • explicitar a necessidade de que as crianças e os jovens deste país desenvolvam suas diferentes capacidades, enfatizando que a apropriação dos conhecimentos socialmente elaborados é base para a construção da cidadania e da sua identidade, e que todos são capazes de aprender e mostrar que a escola deve proporcionar ambientes de construção dos seus conhecimentos e de desenvolvimento de suas inteligências, com suas múltiplas competências;
> • apontar a fundamental importância de que cada escola tenha clareza quanto ao seu projeto educativo, para que, de fato, possa se constituir em uma unidade com maior grau de autonomia e que todos que dela fazem parte possam estar comprometidos em atingir as metas a que se propuseram;
> • ampliar a visão de conteúdo para além dos conceitos, inserindo procedimentos, atitudes e valores como conhecimentos tão relevantes quanto os conceitos tradicionalmente abordados;
> • evidenciar a necessidade de tratar de temas sociais urgentes — chamados Temas Transversais — no âmbito das diferentes áreas curriculares e no convívio escolar;
> • apontar a necessidade do desenvolvimento de trabalhos que contemplem o uso das tecnologias da comunicação e da informação, para que todos, alunos e professores, possam delas se apropriar e participar, bem como criticá-las e/ou delas usufruir;
> • valorizar os trabalhos dos docentes como produtores, articuladores, planejadores das práticas educativas e como mediadores do conhecimento socialmente produzido; destacar a importância de que os docentes possam atuar com a diversidade existente entre os alunos e com seus conhecimentos prévios, como fonte de aprendizagem de convívio social e como meio para a aprendizagem de conteúdos específicos. (BRASIL, 1998a, p. 10-11).

Os Parâmetros Curriculares Nacionais indicam como objetivos do Ensino Fundamental que os alunos sejam capazes de:

> • compreender a cidadania como participação social e política, assim como exercício de direitos e deveres políticos, civis e sociais, adotando, no dia-a-

> dia, atitudes de solidariedade, cooperação e repúdio às injustiças, respeitando o outro e exigindo para si o mesmo respeito;
> • posicionar-se de maneira crítica, responsável e construtiva nas diferentes situações sociais, utilizando o diálogo como forma de mediar conflitos e de tomar decisões coletivas;
> • conhecer características fundamentais do Brasil nas dimensões sociais, materiais e culturais como meio para construir progressivamente a noção de identidade nacional e pessoal e o sentimento de pertinência ao país;
> • conhecer e valorizar a pluralidade do patrimônio sociocultural brasileiro, bem como aspectos socioculturais de outros povos e nações, posicionando-se contra qualquer discriminação baseada em diferenças culturais, de classe social, de crenças, de sexo, de etnia ou outras características individuais e sociais;
> • perceber-se integrante, dependente e agente transformador do ambiente, identificando seus elementos e as interações entre eles, contribuindo ativamente para a melhoria do meio ambiente;
> • desenvolver o conhecimento ajustado de si mesmo e o sentimento de confiança em suas capacidades afetiva, física, cognitiva, ética, estética, de inter-relação pessoal e de inserção social, para agir com perseverança na busca de conhecimento e no exercício da cidadania;
> • conhecer o próprio corpo e dele cuidar, valorizando e adotando hábitos saudáveis como um dos aspectos básicos da qualidade de vida e agindo com responsabilidade em relação à sua saúde e à saúde coletiva;
> • utilizar as diferentes linguagens — verbal, musical, matemática, gráfica, plástica e corporal — como meio para produzir, expressar e comunicar suas ideias, interpretar e usufruir das produções culturais, em contextos públicos e privados, atendendo a diferentes intenções e situações de comunicação;
> • saber utilizar diferentes fontes de informação e recursos tecnológicos para adquirir e construir conhecimentos;
> • questionar a realidade formulando-se problemas e tratando de resolvê-los, utilizando para isso o pensamento lógico, a criatividade, a intuição, a capacidade de análise crítica, selecionando procedimentos e verificando sua adequação. (BRASIL, 1998a, p. 55-56)

Os Parâmetros Curriculares Nacionais foram organizados em áreas e temas transversais e à sombra da LDB que prega a necessidade de se trabalhar com as diferentes áreas do conhecimento. São abordadas nos PCNs as seguintes áreas: Língua Portuguesa, Matemática, História, Geografia, Ciências da Natureza, Educação Física, Arte e Língua Estrangeira. Em todas essas áreas houve a preocupação de se selecionar conteúdos que tenham relevância social e que sejam significativos para o desenvolvimento de capacidades.

Os PCNs adotam ideia de que a escola deva tratar as questões que interfiram diretamente no cotidiano do aluno, ou seja, questões que sejam transformadas em aprendizagem significativa por eles e para eles. Tais questões ou temas são denominados temas transversais e discutem valores relacionados à dignidade do indivíduo, à igualdade de direitos, à participação e à efetivação da cidadania. Os temas transversais que compõem os Parâmetros Curriculares Nacionais são: Ética, Saúde, Meio Ambiente, Pluralidade Cultural, Orientação Sexual, Trabalho e

Consumo. Tais temas foram privilegiados pelos PCNs por constituírem problemáticas sociais atuais e urgentes, consideradas de abrangência nacional e até mesmo mundial. Portanto, o critério para a escolha desses temas está embasado na atualidade e na urgência.

De uma forma abrangente, o tema transversal *Ética* alicerça-se na análise dos diversos valores presentes na sociedade e na problematização de conflitos existentes nas relações humanas. De uma forma particular, na escola, o tema Ética perpassa todos aqueles que constituem essa instituição (alunos, professores, pais), bem como os currículos, uma vez que esses não são neutros nem impermeáveis a valores de toda a ordem. Para os PCNs a proposta é que:

> [...] a ética, expressa na construção dos princípios de respeito mútuo, justiça, diálogo e solidariedade, seja: uma reflexão sobre as diversas atuações humanas e que a escola considere o convívio escolar como base para sua aprendizagem, não havendo descompasso entre "o que diz" e "o que faz". Partindo dessa perspectiva, o tema transversal Ética traz a proposta de que a escola realize um trabalho que possibilite o desenvolvimento da autonomia moral, o qual depende mais de experiências de vida favoráveis do que de discursos e repressão. No convívio escolar, o aluno pode aprender a resolver conflitos em situações de diálogo, pode aprender a ser solidário ao ajudar e ao ser ajudado, pode aprender a ser democrático quando tem oportunidade de dizer o que pensa, submeter suas ideias ao juízo dos demais e saber ouvir as ideias dos outros. (BRASIL,1998a. p. 67).

Ao mencionarem uma aprendizagem significativa, os PCNs enfatizam a necessidade de se investir em ações que potencializem a disponibilidade do aluno em direção à aprendizagem. Tal disponibilidade exige ousadia para se colocar problemas, buscar soluções e experimentar novos caminhos. O aluno precisa tomar para si a necessidade e a vontade de aprender, colocando-se na posição de protagonista na aquisição do conhecimento. No entanto, essa disposição para a aprendizagem não constitui responsabilidade apenas dele, mas é necessário que a prática didática garanta condições para que essa atitude favorável se manifeste e prevaleça.

> Assim, se o professor espera uma atitude curiosa e investigativa, precisa, então, propor prioritariamente atividades que exijam essa postura, e não a passividade, valorizar o processo e a qualidade, e não apenas a rapidez na realização, e esperar estratégias criativas e originais, e não a mesma resposta de todos. (BRASIL,1998a. p. 93).

Alguns fatores influem diretamente e decididamente na disponibilidade para a aprendizagem:

- conhecimento do objetivo da atividade, pelo aluno;
- atividades desafiadoras e com nível de complexidade adequado;

- tempo adequado para realização de atividades. (BRASIL,1998a. p. 93).

Um fator que pode interferir de maneira negativa no processo de aprendizagem é a ansiedade. Fruto do medo de fracassar, desencadeado por um sentimento de incapacidade para a realização da tarefa ou por insegurança em relação a ajuda prestada pelo professor ou colegas, a ansiedade pode sim, representar um bloqueio ao ato de aprender.

No processo de aprendizagem entra em cena não apenas a dimensão cognitiva do aluno, mas também sua autoimagem, que é altamente influenciada pela imagem que seu professor e seus colegas fazem dele. Outros fatores que podem ser decisivos para seu fracasso são a falta de respeito e uma forte competitividade em sala que podem cristalizar no aluno o sentimento de incompetência. Tarefa árdua, na qual lidamos o tempo inteiro com algo ainda desconhecido, o ato de aprender pressupõe uma relação de confiança e respeito mútuo entre professor e aluno. Para que a escola possa arcar com todas as questões de ordem afetiva que por ela perpassam, há que se enfatizar não apenas as ações promovidas pelo professor, mas também o trabalho educacional realizado no sentido de fazer com que o aluno seja capaz de respeitar diferenças, estabelecer laços de confiança e colocar em prática uma postura solidária e cooperativa. Além disso, o aluno necessita sentir que a avaliação feita ao se observar os caminhos por ele percorrido, funcionam como instrumento de autorregulação dos percursos percorridos em todo o processo de ensino e aprendizagem, como bússola norteadora que indica novos caminhos a serem percorridos ou rotas a serem mantidas.

3.1.2. OS PARÂMETROS CURRICULARES NACIONAIS DE MATEMÁTICA NO ENSINO FUNDAMENTAL (5ªSÉRIE/6ºANO À 8ªSÉRIE/9ºANO)

Os Parâmetros Curriculares Nacionais para a área de Matemática constituem um referencial para a construção de uma prática que favoreça o acesso ao conhecimento matemático que possibilite de fato a inserção dos alunos como cidadãos, no mundo do trabalho, das relações sociais e da cultura. Os parâmetros destacam que a Matemática está presente na vida de todas as pessoas, em situações em que é preciso, por exemplo, quantificar, calcular, localizar um objeto no espaço, ler gráficos e mapas, fazer previsões. Mostram que é fundamental superar a aprendizagem centrada em procedimentos mecânicos, indicando a resolução de problemas como ponto de partida da atividade matemática a ser desenvolvida em sala de aula. A Matemática também faz parte da vida das pessoas como criação humana, ao mostrar que ela tem sido desenvolvida para dar respostas às necessidades e preocupações de diferentes culturas, em diferentes momentos históricos, e aqui leva-se em conta a importância de se incorporar ao seu ensino os recursos das Tecnologias da Comunicação.

Para cumprir seus propósitos, os Parâmetros Curriculares Nacionais de Matemática:

> • incorporam o estudo dos recursos estatísticos constituindo um bloco de conteúdos denominado Tratamento de Informação;
> • indicam aspectos novos no estudo dos números e operações, privilegiando o desenvolvimento do sentido numérico e a compreensão de diferentes ignificados das operações;
> • propõem novo enfoque para o tratamento da álgebra, apresentando-a incorporada aos demais blocos de conteúdos, privilegiando o desenvolvimento do pensamento algébrico e não o exercício mecânico do cálculo;
> • enfatizam a exploração do espaço e de suas representações e a articulação entre a geometria plana e espacial;
> • destacam a importância do desenvolvimento do pensamento indutivo e dedutivo e oferecem sugestões de como trabalhar com explicações, argumentações e demonstrações;
> • apresentam uma graduação dos conteúdos do segundo para o terceiro ciclo que contempla diferentes níveis de aprofundamento, evitando repetições;
> • recomendam o uso de calculadoras nas aulas de Matemática. (BRASIL,1998a, p. 60).

De acordo com os Parâmetros Curriculares Nacionais - para que se tenha um ensino de Matemática que propicie ao aluno à construção da cidadania, o Ensino Fundamental deve ter como objetivos, levar o aluno a:

> • identificar os conhecimentos matemáticos como meios para compreender e transformar o mundo à sua volta e perceber o caráter de jogo intelectual, característico da Matemática, como aspecto que estimula o interesse, a curiosidade, o espírito de investigação e o desenvolvimento da capacidade para resolver problemas;
> • fazer observações sistemáticas de aspectos quantitativos e qualitativos da realidade, estabelecendo inter-relações entre eles, utilizando o conhecimento matemático (aritmético, geométrico, métrico, algébrico, estatístico, combinatório, probabilístico);
> • selecionar, organizar e produzir informações relevantes, para interpretá-las e avaliá-las criticamente;
> • resolver situações-problema, sabendo validar estratégias e resultados, desenvolvendo formas de raciocínio e processos, como intuição, indução, dedução, analogia, estimativa, e utilizando conceitos e procedimentos matemáticos, bem como instrumentos tecnológicos disponíveis; • comunicar-se matematicamente, ou seja, descrever, representar e apresentar resultados com precisão e argumentar sobre suas conjecturas, fazendo uso da

> linguagem oral e estabelecendo relações entre ela e diferentes representações matemáticas;
> • estabelecer conexões entre temas matemáticos de diferentes campos e entre esses temas e conhecimentos de outras áreas curriculares;
> • sentir-se seguro da própria capacidade de construir conhecimentos matemáticos, desenvolvendo a autoestima e a perseverança na busca de soluções;
> • interagir com seus pares de forma cooperativa, trabalhando coletivamente na busca de soluções para problemas propostos, identificando aspectos consensuais ou não na discussão de um assunto, respeitando o modo de pensar dos colegas e aprendendo com eles. (BRASIL, 1998b, p. 47–48)

Em síntese, os Parâmetros Curriculares Nacionais propõem e explicitam algumas alternativas para que se desenvolva um ensino de Matemática que permita ao aluno compreender a realidade em que está inserido, desenvolver suas capacidades cognitivas e sua confiança para enfrentar desafios, de modo a ampliar os recursos necessários para o exercício da cidadania, ao longo de seu processo de aprendizagem.

Os conteúdos matemáticos elencados pelos Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Fundamental II (terceiro e quarto ciclos) envolvem o estudo dos números e operações, envolvendo aritmética e álgebra, o estudo do espaço e das formas em que podemos tratar da geometria, e o tratamento da informação, que envolve a análise de tabelas, gráficos, estatística e também probabilidade e combinatória. Em síntese, temos assim quatro blocos temáticos:

- Números e Operações;
- Espaço e Forma;
- Grandezas e Medidas;
- Tratamento da informação.

As atividades propostas no segundo capítulo deste trabalho estão inseridas no tema que compreende espaço e forma podendo expandir para grandezas e medidas.

Os conteúdos envolvem explicações, formas de raciocínio, linguagens, valores, sentimentos, interesses e condutas. Nesse sentido, nesses parâmetros, podemos considerar que os conteúdos estão dimensionados não somente em *conceitos*, mas em *procedimentos* e *atitudes*.

Em relação a conceitos e procedimentos, dentro do tema espaço e forma, de acordo com os PCN, ainda para o terceiro ciclo, temos:

> Espaço e Forma
> [...]
> • Distinção, em contextos variados, de figuras bidimensionais e tridimensionais, descrevendo algumas de suas características, estabelecendo relações entre elas e utilizando nomenclatura própria.
> [...]
> • Identificação de diferentes planificações de alguns poliedros. [...]
> (BRASIL,1998b, p. 72-73).

E em relação a atitudes:

> • Desenvolvimento da capacidade de investigação e da perseverança na busca de resultados, valorizando o uso de estratégias de verificação e controle de resultados.
> • Predisposição para alterar a estratégia prevista para resolver uma situação-problema quando o resultado não for satisfatório.
> • Reconhecimento que pode haver diversas formas de resolução para uma mesma situação-problema e conhecê-las.
> • Valorização e uso da linguagem matemática para expressar-se com clareza, precisão e concisão.
> • Valorização do trabalho coletivo, colaborando na interpretação de situações-problema, na elaboração de estratégias de resolução e na sua validação.
> • Interesse pelo uso dos recursos tecnológicos, como instrumentos que podem auxiliar na realização de alguns trabalhos, sem anular o esforço da atividade compreensiva. (BRASIL,1998b, p. 75)

Com o propósito de contribuir para a reflexão a respeito de como ensinar, abordando aspectos ligados às condições em que se constituem os conhecimentos matemáticos, os PCNs indicam algumas orientações didáticas para o Tema Espaço e Forma. Discorreremos sobre eles.

Assim como no passado, as questões relacionadas com as formas e relações entre elas, com as possibilidades de ocupação do espaço, com a localização e o deslocamento de objetos no espaço, vistos sob diferentes ângulos são igualmente necessárias.

O pensamento geométrico está inserido tanto em situações cotidianas como no exercício de diversas profissões – como a engenharia, a arquitetura, a mecânica, etc. Além disso, sendo a imagem um instrumento de informação essencial no mundo moderno torna-se indispensável que as pessoas desenvolvam a capacidade de observar o espaço tridimensional e de criar modos de comunicar-se a respeito dele.

Entretanto, a Geometria (ensino de geometria pela própria geometria) tem ocupado um papel de pouco destaque nas aulas de Matemática e, por vezes, confunde-se com o ensino de medidas. É fato que a Geometria possibilita o aluno desenvolver um tipo de pensamento particular para compreender, descrever e representar, de forma organizada, o mundo em que vive. Da mesma forma, também é fato que as questões geométricas costumam despertar o interesse, de modo natural e espontâneo. De adolescentes e jovens. Sem esquecer que, é um campo fértil de situações-problema que propiciam o desenvolvimento da capacidade para argumentar e construir demonstrações.

O estudo do espaço e das formas, como campo de problemas, envolve três objetos de natureza diferente e a esses objetos estão relacionadas três questões relativas à aprendizagem:

> • o espaço físico, ele próprio - ou seja, o domínio das materializações;
>
> • a geometria, concebida como modelização desse espaço físico - domínio das figuras geométricas;
> • o(s) sistema(s) de representação plana das figuras espaciais - domínio das representações gráficas.
>
> A esses objetos correspondem três questões relativas à aprendizagem que são ligadas e interagem umas com as outras. São elas:
> • a do desenvolvimento das habilidades de percepção espacial;
> • a da elaboração de um sistema de propriedades geométricas e de uma linguagem que permitam agir nesse modelo;
> • a de codificação e de decodificação de desenhos.
> [...] Outro aspecto importante refere-se ao uso de recursos como as maquetes tridimensionais, e não apenas as representações desenhadas. As maquetes, por exemplo, têm por objetivo, de um lado, contribuir para melhorar as imagens visuais dos alunos e, de outro, favorecer a construção de diferentes vistas do objeto pelas mudanças de posição do observador, frequentemente indispensáveis na resolução de problemas que envolvem a localização e movimentação no espaço.
>
> Além disso, é uma atividade que leva o aluno a observar as relações entre tamanhos e aproximar-se da noção de proporcionalidade, o que permitirá, num momento posterior, a utilização das escalas na construção de maquetes.
>
> No que diz respeito ao campo das figuras geométricas, inúmeras possibilidades de trabalho se colocam. Por exemplo, as atividades de classificação dessas figuras com base na observação de suas propriedades e regularidades. (BRASIL, 1998b, p. 122-123).

São fontes de grandes dificuldades para várias pessoas aspectos como a percepção espacial, leitura e utilização de plantas e mapas, questões relacionadas ao cotidiano. Localizar-se, deslocar-se em uma cidade de grande porte são procedimentos que solicitam de uma certa sistematização dos conhecimentos espaciais. Tais habilidades podem e devem ser desenvolvidas nas aulas de matemática. O uso de maquetes tridimensionais constitui-se em um recurso bastante interessante, que pode ser acrescentado ao uso de representações apenas desenhadas. A maquete melhora a imagem visual por parte do aluno, além de possibilitar a construção de diferentes pontos de vista do objeto, frequentemente, indispensáveis na resolução de problemas que envolvam movimento e localização espacial.

Além disso, propicia ao aluno a oportunidade de fazer observações e relações entre tamanhos, bem como adquirir noção de proporcionalidade, o que possibilitará, em momento posterior, a utilização das escalas na construção de maquetes.

Inúmeras possibilidades de trabalho se colocam em relação ao campo das figuras geométricas. Podem-se mencionar a título de exemplo, as atividades de classificação dessas figuras com base na observação de suas regularidades e também de suas propriedades.

Em relação aos sistemas de representação plana das figuras espaciais, sabemos que são as principais funções do desenho:

> • visualizar, fazer ver, resumir;
> • ajudar a provar;
> • ajudar a fazer conjecturas (o que se pode dizer). (BRASIL, 1998b, p. 125).

Toda vez que o aluno é levado a representar um determinado objeto por meio de um desenho, procura uma relação entre a representação do objeto e suas propriedades e organizam o conjunto do desenho de maneira condizente com a imagem mental global que carrega dele.

O aluno costuma situar-se em relação a dois polos que, em geral, são antagônicos:

> • um que consiste em procurar representar o objeto tal como ele (aluno) imagina como o objeto se apresentaria à sua vista;
> • outro que consiste em procurar representar, sem adaptação, as propriedades do objeto que ele (aluno) julga importantes. (BRASIL, 1998b, p. 126).

Como conjugar os dois critérios demonstra ser quase sempre impossível, o aluno usa de composições que ele julga a melhor possível. A situação do aluno em relação aos dois polos irá variar de acordo com vários fatores: idade, conhecimentos geométricos, objetivo a ser alcançado, natureza da tarefa e outros.

> A dificuldade dos alunos é a de encontrar articulações entre as propriedades conhecidas por ele e a maneira de organizar o conjunto do desenho, pois ele deverá escolher entre sacrificar ou transformar algumas delas, como o desenho das figuras tridimensionais. (BRASIL, 1998b, p. 126).

Ainda no início do terceiro ciclo, o aluno costuma apoiar-se, de forma espontânea, na sua percepção para representar figuras. Aos poucos esta espontaneidade diminui e a tendência é que ele se apoie nos métodos do professor.

3.1.3. PROPOSTA CURRICULAR PARA O ESTADO DE SÃO PAULO E O CURRÍCULO DO ESTADO DE SÃO PAULO: MATEMÁTICA

Em 2008, a Secretaria da Educação do Estado de São Paulo, com a publicação da Proposta Curricular do Estado de São Paulo, propôs reformulações no currículo básico para as escolas da rede estadual nos níveis do Ensino Fundamental (Ciclo II) e Ensino Médio. Esse currículo básico pretendeu dar apoio pedagógico aos trabalhos dos professores nas escolas estaduais, objetivando a melhoria na qualidade das aprendizagens dos alunos.

> [...] a Secretaria pretende que esta iniciativa seja, mais do que uma nova declaração de intenções, o início de uma contínua produção e divulgação de subsídios que incidam diretamente na organização da escola como um todo e nas aulas. Ao iniciar este processo, a Secretaria procura também cumprir seu dever de garantir a todos uma base comum de conhecimentos e competências, para que nossas escolas funcionem de fato como uma rede [...]. (SÃO PAULO, 2008, p.3).

Hoje, esta proposta é denominada "Currículo Oficial" e está estruturada em seis princípios, sendo cada um deles, de extrema importância para a implementação do Currículo. São eles:

I. Uma escola que também aprende;
II. O currículo como espaço de cultura;
III. As competências como referência;
IV. Prioridade para a competência da leitura e da escrita;
V. Articulação das competências para aprender;
VI. Articulação com o mundo do trabalho.

O Currículo do Estado de São Paulo para a área de Matemática e suas Tecnologias no Ensino Fundamental (ciclo II) e Ensino Médio baseia-se em três eixos norteadores:

> • o eixo **expressão/compreensão**: a capacidade de expressão do eu, por meio das diversas linguagens, e a capacidade de compreensão do outro, do não eu, do que me complementa, o que inclui desde a leitura de um texto até a compreensão de fenômenos históricos, sociais, econômicos, naturais etc.
> • o eixo **argumentação/decisão**: a capacidade de argumentação, de análise e de articulação das informações e relações disponíveis, tendo em vista a construção de consensos e a viabilização da comunicação, da ação comum, além da capacidade de decisão, de elaboração de sínteses dos resultados, tendo em vista a proposição e a realização da ação efetiva.
> • o eixo **contextualização/abstração**: a capacidade de contextualização, de enraizamento dos conteúdos estudados na realidade imediata, nos universos de significações – sobretudo no mundo do trabalho – e a capacidade de abstração, de imaginação, de consideração de novas perspectivas, de potencialidades no que ainda não existe. (SÃO PAULO, 2010, p. 31-32).

A base da educação das crianças, dos jovens e dos adultos deve ser a autonomia para gerenciar a própria aprendizagem (aprender a aprender) e para a transposição dessa aprendizagem em intervenções solidárias (aprender a fazer e a conviver).

Para a construção das bases de valores de pertencimento e de responsabilidade, essenciais para a inserção do cidadão nas dimensões sociais e produtivas é primordial construir identidade e agir com autonomia e em relação com o outro. Quando o inusitado, o incerto, o urgente, constituem a regra, preparar os indivíduos para o diálogo constante com a produção cultural é muito importante. Prepará-lo para o mundo em mudança constante, para as incertezas torna-se essencial. Esse é mais um dos desafios dos dias atuais para a educação escolar.

Tanto no Ensino Fundamental quanto no Ensino Médio, os conteúdos disciplinares de Matemática são organizados em três grandes blocos temáticos: NÚMEROS, GEOMETRIA e RELAÇÕES.

A GEOMETRIA refere-se à percepção de formas e de relações entre elementos de figuras planas e espaciais; à construção e representação de formas geométricas, existentes ou imaginadas e à elaboração de concepções de espaço para servirem de suporte para a compreensão do mundo que vivemos.

Inicialmente, a Geometria deve ser abordada no sentido de representar e classificar tanto formas espaciais quanto planas. Por meio de uma abordagem espiralada, ou seja, com o mesmo conteúdo trabalhado em todas as séries, diferenciando-se apenas o enfoque dado a esse conteúdo nas diferentes séries podem e devem ser trabalhados os poliedros. No Ensino Fundamental, além disso, a geometria deve preocupar-se inicialmente do reconhecimento, representação e classificação das formas espaciais e planas. Esse trabalho deve, preferencialmente, ser realizado em contextos concretos com crianças de 6º e 7ºanos. É importante que se use possibilidades metodológicas alternativas ao tradicional tratamento dos conteúdos. Uma abordagem criativa, o uso da tecnologia, de materiais concretos, da modelagem matemática, são sempre bem-vindos.

A Geometria está relacionada com a percepção de formas e de relações entre elementos de figuras planas e espaciais, imaginadas ou existentes e a elaboração de concepções de espaço que sirvam de alicerce para a compreensão do mundo físico a nossa volta.

No Ensino Fundamental, em Geometria, com alunos de 5ª série (6º ano) e 6ª série (7º ano), a preocupação inicial é o reconhecimento, representação e classificação de formas planas e espaciais, preferencialmente em contextos concretos, como já foi exposto.

Uma discussão relevante diz respeito à frequente interpretação de que a geometria plana seja assunto a ser tratado no Ensino Fundamental, enquanto as geometrias espacial e analítica sejam temas referentes ao Ensino Médio. Isso é muito comum em diversas propostas curriculares. Nesse currículo, essa dicotomia não procede, buscando-se entrelaçar continuamente as geometrias plana e espacial.

Nesse documento, um fato a ser destacado é de que o conhecimento geométrico apresenta quatro *faces* que encontram-se em constante relacionamento na tarefa de caracterização do espaço – a percepção, a concepção, a construção e a representação – é um aspecto na apresentação da Geometria que deve permear tanto o Ensino Fundamental quanto o Ensino Médio. Vale aqui dizer que não se trata de fases em que uma sucede a outra de maneira linear, mas faces, como as de um tetraedro, que se tocam de maneira mútua. Realmente, ainda que a iniciação em Geometria seja comumente feita por meio da percepção imediata das formas geométricas e de suas propriedades, tendo como base atividades sensoriais como a observação e a manipulação de objetos, desde muito cedo tais atividades relacionam-se a construção, a representação ou a concepção de objetos, existentes ou imaginados.

Retornando à ideia do tetraedro, vale ressaltar que, isoladamente, qualquer uma de suas faces (que fazendo um paralelo com o conhecimento geométrico corresponde a: a percepção, a concepção, a construção e a representação), tem significado bastante restrito; a sua força encontra-se no apoio mútuo que essas faces se propiciam. Traçando um paralelo, no contexto do ensino, é também imprescindível uma abordagem mútua entre os aspectos do conhecimento geométrico. Isso é alcançado por meio de atividades integradoras.

O professor precisa ser um bom contador de histórias no sentido em que preparar uma aula é como arquitetar uma narrativa que visa à construção do significado das noções que se pretende desenvolver. Para tanto, é necessário ganhar a atenção dos alunos, criando centros de interesse, pois é fundamental cultivar o bem mais valioso de que dispõe um professor: o interesse do aluno. Uma estratégia bastante eficaz é a via da problematização. A problematização vai muito além dos problemas estereotipados cuja solução consiste apenas em procedimentos para usar dados e chegar ao resultado. Em cada situação concreta, os problemas constituem um poderosíssimo exercício da capacidade de perguntar. Problematizar é fazer perguntas bem formuladas a respeito de algum tema. Na escola os alunos estão mais acostumados a dar respostas do que fazer perguntas. No entanto, o desenvolvimento da inteligência está mais relacionado com a capacidade de fazer perguntas pertinentes ao tema (perguntas que realmente interessam), do que dar respostas certas a perguntas que não são vindas do nosso interesse.

Ao organizar os trabalhos de classe, vários recursos podem e devem ser utilizados, incluindo-se os advindos das tecnologias informáticas. Em todas as tarefas específicas relacionadas com o conteúdo matemático as competências gerais, norteadoras do Currículo em todas as áreas, devem estar no foco das atenções. É por meio das ideias fundamentais presentes em tais conteúdos que se busca construir uma ponte que conduza os conteúdos às competências pessoais:

> • **capacidade de expressão**, que pode ser avaliada por meio da produção de registros, de relatórios, de trabalhos orais e/ou escritos etc.;
> • **capacidade de compreensão**, de elaboração de resumos, de sínteses, de mapas, da explicação de algoritmos etc.;
> • **capacidade de argumentação**, de construção de análises, justificativas de procedimentos, demonstrações etc.;
> • **capacidade propositiva**, de ir além dos diagnósticos e intervir na realidade de modo responsável e solidário;
> • **capacidade de contextualizar**, de estabelecer relações entre os conceitos e teorias estudados e as situações que lhes dão vida e consistência;
> • **capacidade de abstrair**, de imaginar situações fictícias, de projetar situações ainda não existentes. (SÃO PAULO, SEE 2010, p. 54).

Há que se considerar, para efeito das atividades realizadas, que o professor, no construir de relações concretas com seus alunos, pode também, construir os instrumentos adequados. Tendo respeitadas a priorização e a escala determinadas pelo professor, ponderamos que o acesso e a compreensão das ideias devem ser garantidos a todos os alunos.

É recomendável que vários instrumentos de avaliação sejam utilizados, não se atendo apenas a provas, mas também trabalhos; não apenas provas sem consulta, mas também aquelas com consulta; não apenas tarefas a serem realizadas em prazos definidos, mas também outras com duração mais flexível e que considere a necessidade dos alunos; não apenas trabalhos individuais, mas também aqueles realizados em grupos; não somente tarefas escritas, mas também os relatos orais; não apenas trabalhos que se esgotem na duração de uma aula, mas também projetos que extrapolem o tempo e o espaço de uma aula, etc.

Em relação à grade curricular, não se pretende que a lista de conteúdos seja inflexível, mas que ela propicie uma articulação entre as formas possíveis dos diversos temas visando ao objetivo maior que fundamenta este Currículo: uma formação voltada para as competências pessoais.

A Figura a seguir, nos mostra que o conteúdo (associado a habilidades) formas geométricas, segundo o currículo do Estado de São Paulo, é inicialmente estudado no 3º bimestre do 6° ano do Ensino Fundamental.

Figura 3: Conteúdos e Habilidades de Matemática referente ao 3º bimestre da 5ª série/6º ano do Ensino Fundamental.

5ª série/6º ano do Ensino Fundamental		
	Conteúdos	**Habilidades**
3º Bimestre	**Geometria/Relações** Formas geométricas • Formas planas • Formas espaciais Perímetro e área • Unidades de medida • Perímetro de uma figura plana • Cálculo de área por composição e decomposição • Problemas envolvendo área e perímetro de figuras planas	• Saber identificar e classificar formas planas e espaciais em contextos concretos e por meio de suas representações em desenhos e em malhas • Saber planificar figuras espaciais e identificar figuras espaciais a partir de suas planificações • Compreender a noção de área e perímetro de uma figura, sabendo calculá-los por meio de recursos de contagem e de decomposição de figuras • Compreender a ideia de simetria, sabendo reconhecê-la em construções geométricas e artísticas, bem como utilizá-la em construções geométricas elementares

3.2: UM POUCO SOBRE O ENSINO DA MATEMÁTICA

Não é novidade que o ensino da Matemática hoje, tem-se mostrado com resultados pouco satisfatórios.

Nos modelos de ensino de Matemática mais usados atualmente, em geral, os professores mostram a utilidades das fórmulas e das regras matemáticas por meio de um treinamento de aplicação onde são expostos as definições e exercícios padrões e em seguida são propostos exercícios de aplicação ou fixação. Os PCNs, para a área de Matemática, indicam que é fundamental superar a aprendizagem de Matemática centrada em procedimentos mecânicos, indicando a *Resolução de*

Problemas como ponto de partida da atividade matemática a ser desenvolvida em sala de aula.

> [...] a abordagem de conceitos, ideias e métodos sob a perspectiva da resolução de problemas – ainda bastante desconhecida da grande maioria – quando é incorporada, aparece como um item isolado, desenvolvido paralelamente como aplicação da aprendizagem, a partir de listagens de problemas cuja resolução depende basicamente da escolha de técnicas ou formas de resolução memorizadas pelos alunos. (BRASIL, 1998b p.22).

Assim, a Resolução de Problemas não se refere a propor um enunciado com vários dados e uma ou mais perguntas onde o papel do aluno é procurar em tal enunciado, palavras “chaves” que definam qual é o “tipo do problema”, ou perguntarem ao professor quantas contas tem que fazer, ou fazer contas e chegar a um resultado que é única resposta que deverá estar certa ou errada.

Conforme Sadovsky (2007), a Matemática, não só no Brasil, em geral, é apresentada sem vínculos com os problemas que fazem sentido na vida dos alunos. Os aspectos mais interessantes da disciplina, como resolver problemas, discutir ideias, checar informações e ser desafiado, são pouco explorados na escola. Desta forma, o ensino se resume a aplicar regras mecânicas que às vezes, ninguém sabe para que servem. O sentido da Matemática era baseado na comunicação de mecanismos isolados que algum dia poderiam ser úteis para abordarem algum problema. Não se trata de recuperar o que passou, embora muitos tenham saudade disso, mas o que era antes (pelo menos na matemática) já não atrai, não satisfaz, não gratifica e não seduz nem o professor, nem o aluno. Não é por acaso que o trabalho de muitos professores hoje (e não somente os de matemática) é em geral marcado pela frustração, pois têm a sensação de estar forçando os alunos a ir para um lugar que, aparentemente, não os atrai. Este é o cerne da questão: encarar o ensino da Matemática. Também não se trata de colocar tradicional em oposição ao moderno porque isso pode ser interpretado como uma questão de novo contra velho, ou seja, não se trata apenas de discutir sobre inovação. Isso diz muito pouco sobre o que realmente importa que é ver o aluno como alguém capaz de aprender e contribuir na construção do conhecimento com base na participação ativa, direta e objetiva do aluno na elaboração do conhecimento que se quer que ele aprenda

Em 1948 a Declaração Universal dos Direitos Humanos, conforme citamos, já indicava que toda pessoa tem direito à ”instrução” a qual será orientada no sentido do pleno desenvolvimento da personalidade humana e do fortalecimento do respeito pelos direitos humanos e pelas liberdades fundamentais. Não podemos entender que a "instrução" hoje seja o oferecimento de grande número de informações, mesmo porque os livros e o computador já cumprem o papel de garantir o acesso e atualização das informações. Não se trata de oferecer uma "educação bancária" onde o professor deposita informações para o aluno o devolver depois, em provas.

A proposta é que os professores possam voltar-se para aspectos relativos a valorizar a curiosidade e a pesquisa, desencadear soluções de problemas, problemas estes que sejam desafiadores. Desafiar um aluno significa propor situações que ele considere complexas, mas não impossíveis. Que seja gerado no aluno, um desconforto, que o convide a ousar, que o anime a pensar, explorar, usar conhecimentos anteriores e testar sua capacidade para realizar a tarefa que tem em mãos, que o motive a interagir com seus colegas, a perguntar para que ele possa crescer. Para que possa haver o pleno desenvolvimento da pessoa, seu preparo para o exercício da cidadania e sua qualificação para o trabalho, conforme indica a Constituição Brasileira (BRASIL, 1988) é natural que a escola deva proporcionar ao aluno, ambientes de construção dos seus conhecimentos, de desenvolvimento de suas inteligências, bem como de suas diferentes capacidades, enfatizando que a apropriação dos conhecimentos socialmente elaborados é base para a construção da cidadania e da sua identidade. Neste sentido, o ensino da Matemática pode ser um facilitador, pois pode possibilitar o desenvolvimento do raciocínio lógico, da capacidade de abstração, de generalização e de projeção. Além disso, o desenvolvimento da capacidade de aprendizagem deve ter em vista a aquisição de conhecimento e habilidades e também a formação de atitudes e valores.

Há de se destacar que segundo a concepção piagetiana de educação, o desenvolvimento é um processo contínuo, que depende da ação do sujeito e de sua interação com os objetos. Assim se a educação tem como seu principal objetivo promover esse desenvolvimento, ela também deve ser entendida como um processo, centrado em valorizar e favorecer o crescimento do sujeito por seus próprios meios, oferecendo condições para que isto aconteça.

É evidente então que a metodologia de ensino deve considerar o aluno como um ser que pensa (PIAGET, 2007) e não apenas reproduz.

Referindo à proposta como ela realmente é, visando à sua (futura) versão digital, o Livro Digital (disponível em "tablets individuais") é um recurso didático rico, pois o computador é um recurso fortemente indicado nos PCNs. A tecnologia deve servir para enriquecer o ambiente educacional, propiciando a construção de conhecimentos por meio de uma atuação ativa, crítica e criativa.

> [...] O computador permite criar ambientes de aprendizagem que fazem surgir novas formas de pensar e aprender: [...]
> • possibilita a problematização de situações por meio de programas que permitem observar regularidades, criar soluções, estabelecer relações, pensar a partir de hipóteses, entre outras funções; [...]
> • favorece aprendizagem ativa controlada pelo próprio aluno, já que permite representar ideias, comparar resultados, refletir sobre sua ação e tomar decisões, depurando o processo de construção de conhecimentos; [...] (BRASIL, 1998a, p. 147-148).

O computador e outras tecnologias podem ser usados na escola para ampliar as opções de ação didática, com o objetivo de criar ambientes de ensino e aprendizagem que favoreçam a postura crítica e participativa, a curiosidade, a observação e análise, a troca de ideias, as argumentações, de forma que o aluno possa ser autônomo no seu processo de aprendizagem, buscando e ampliando seus conhecimentos. Mais especificamente falando sobre o uso do computador na "*Matemática*", os Parâmetros Curriculares para o Ensino Fundamental - 3os e 4os ciclos – Matemática indicam:

> Eles podem ser usados nas aulas de Matemática com várias finalidades:
> • como fonte de informação, poderoso recurso para alimentar o processo de ensino e aprendizagem;
> • como auxiliar no processo de construção de conhecimento;
> • como meio para desenvolver autonomia pelo uso de softwares que possibilitem pensar, refletir e criar soluções;
> • como ferramenta para realizar determinadas atividades - uso de planilhas eletrônicas, processadores de texto, banco de dados etc. (BRASIL, 1998b, p. 44).

O computador pode ser um grande aliado do desenvolvimento cognitivo dos alunos, ao possibilitar o desenvolvimento de um trabalho adaptado a diferentes ritmos de aprendizagem e permite que o aluno aprenda com seus erros, ou faça conjecturas.

> [...] para produzir um conhecimento de boa qualidade nesta área, não basta conhecer truques ou fórmulas memorizadas. É preciso compreender como se chega a tais fórmulas (quando possível demonstrá-las ou fazer conjecturas), pois o que tem de gostoso na matemática é o "jogo" da argumentação: discutir ideias e desafios (SADOVSKY, 2007, p.8).

Para o ensino de Geometria, o MatDigital baseia-se fortemente no Modelo de Van Hiele.

Como nossa proposta é sobre Geometria, vamos falar mais especificamente sobre a metodologia de seu ensino.

Tratando especificamente do ensino de Geometria, não é raro que existam, no mundo inteiro, alunos que reconhecem, por exemplo, um quadrado, mas não sabem definir o que é um quadrado, ou não compreendem que um quadrado é um retângulo (ou paralelogramo, ou losango) e muitos deles se queixam ao ter que provar algo que já sabem (e isso tem ocorrido até em cursos superiores de matemática).

Na apresentação do livro “Aprendendo e ensinando geometria”, o tradutor Hygino H. Domingues cita:

> [...] os problemas do ensino de geometria são praticamente os mesmos de todos os países, inclusive nos do Primeiro Mundo. Que não são só os professores de Matemática de países subdesenvolvidos, por exemplo, que fogem da geometria; que o temor da geometria também aflige o aluno dos países ricos [...].

Tal livro é a tradução de uma coletânea de vinte artigos de alguns dos mais eminentes especialistas da área de Educação Matemática, com uma grande riqueza de sugestões sobre o ensino de tópicos particulares de geometria. Foi considerado livro do ano (1987) do respeitado Conselho Nacional de Matemática dos Estados Unidos, organizados por Mary Montgomery Lindquist e Albert P. Shulte. Vamos destacar três artigos constantes nesse livro que estão fortemente relacionados à nossa proposta. São eles: “O modelo de Van Hiele de desenvolvimento do pensamento geométrico” (CROWLEY, 1994), “Geometria: um caminho para o ensino da resolução de problemas, do jardim de infância à nona série” (DEGUIRE, 1994) e “Problemas de Geometria criativos podem levar à resolução criativa de problemas criativos” (MILAUSKAS, 1994).

No primeiro artigo citado, “O modelo de Van Hiele de desenvolvimento do pensamento geométrico”, de Mary L. Crowley, é apresentada uma visão geral do modelo Van Hiele e suas implicações em sala de aula. Vamos fazer um breve relato sobre ele.

Ao final da década de 1950, de trabalhos de doutoramento de Dina Van Hiele Geldof e seu marido Pierre Marie Van Hiele – holandeses – veio à tona tal modelo. Foi Pierre quem esclareceu, aperfeiçoou e promoveu a teoria, uma vez que Dina veio a falecer, logo após terminar sua tese. Tal modelo relaciona-se ao nível de maturidade geométrica do aluno.

A ideia central do modelo Van Hiele é a de que os alunos avancem segundo uma sequência de **níveis de compreensão** de conceitos, enquanto aprendem geometria.

Tal modelo se alicerça em cinco níveis de compreensão (também ditos níveis de Van Hiele para aprendizagem geométrica, ou níveis de Van Hiele para o pensamento geométrico, ou níveis do desenvolvimento do raciocínio de Geometria ou nível de maturidade geométrica):

Nível 0, ou nível básico, é o nível inicial e refere-se à **"visualização"** :

Neste nível, as figuras são reconhecidas pela forma, aparência e são reproduzidas através das formas como um todo e não por suas partes ou propriedades. Aqui é fortemente recomendado proporcionar aos alunos oportunidades para manipular, dobrar, tatear e construir figuras geométricas, usando geoplano, recortes e montagens ou copiá-las em papel quadriculado, mas apenas com o objetivo de reconhecimento. Ainda neste nível o aluno saberia reconhecer que há quadrados e retângulos (num conjunto de quadrados e retângulos), também saberia copiar essas formas, mas não necessariamente reconheceria, por exemplo, que elas têm ângulos retos e lados opostos paralelos. Também é aceitável neste nível, descrever figuras usando um vocabulário informal, como "esquinas" ou "cantos" no lugar de ângulos.

O nível seguinte é o:

Nível 1, nível da "análise":

Aqui os alunos percebem características das figuras e conseguem descrever algumas de suas propriedades, ou seja, é feita uma análise das figuras em termos de seus componentes, por exemplo, descrever um quadrado por meio de propriedades: quatro lados iguais, quatro ângulos retos. Aqui é possível comparar formas segundo suas propriedades características como notar que quadrado e retângulo são parecidos, são iguais quanto aos ângulos, mas são diferentes quanto aos lados.

O próximo nível é o:

Nível 2, da "dedução informal":

As propriedades das figuras são ordenadas de maneira lógica e suas propriedades são passíveis de dedução. Os alunos aqui estabelecem inter-relações de propriedades dentro figuras, por exemplo, se num quadrilátero os lados opostos são paralelos, os ângulos opostos são iguais, quanto entre figuras, por exemplo, um quadrado é um retângulo, pois tem todas as propriedades de retângulo. Também neste nível as definições têm significado. Acompanham e formulam argumentos informais.

Nível 3, nível da "dedução":

É o nível onde há a compreensão das demonstração (não são simplesmente memorizadas), enxerga-se mais de uma maneira de fazer uma demonstração.

Finalmente, o último nível:

Nível 4, o do "rigor":

O aluno já é capaz de estabelecer comparação de sistemas baseados em distintos axiomas. É nesse nível que são compreendidas as Geometrias não-euclidianas. A Geometria é vista no plano abstrato. Poucos alcançam tal nível.

Encontram-se na literatura outras maneiras de enumerar os níveis (por exemplo, em Nasser (2010) são enumerados de 1 a 5). Estamos enumerando segundo os próprios Van Hiele, de 0 a 4 (CROWLEY, 1994).

Segundo os Van Hiele, o aluno avança sequencialmente do inicial até o último. O avanço de um nível para outro depende mais do conteúdo e métodos de instrução do que da idade, e nenhum método permite pular algum nível. (CROWLEY, 1994). São então propostas cinco fases sequenciais que devem ser seguidas para que o professor possa trabalhar com esse modelo, são **ditas fases de aprendizagem:**

Fase 1 – **Interrogação/Informação** – Diálogo entre professor e aluno sobre o material de estudo. O professor aproveita para verificar os conhecimentos prévios de seu aluno a respeito do assunto a ser estudado.

Fase 2 – **Orientação Dirigida** – Exploração do tema de estudo por parte dos alunos através de material relacionado pelo professor.

Fase 3 – **Explicação** – Troca de experiências entre alunos. Ao professor, reserva-se o papel de mediador-observador.

Fase 4 – **Orientação Livre** – Apresentação de tarefas divididas em várias etapas, possibilitando um leque de respostas, com a finalidade de propiciar ganho de experiência e autonomia pelos alunos.

Fase 5 – **Integração** – Processo de síntese auxiliada pelo professor, com o fornecimento de observações globais, sem que se apresentem novas ideias.

Quanto ao progresso de níveis, não ocorre num curto período. É necessário amadurecimento nas estratégias, objetos de estudo e linguagens apropriadas para aquele nível. O tempo que isso leva (que pode até levar alguns meses) é subjetivo: depende da experiência da turma, aspectos sociais, inter-relacionamento entre alunos e entre alunos e professor, tempo destinado às atividades, ou se o ensino está adaptado ao nível de Van Hiele correspondente. O modelo também fornece uma explicação para as dificuldades de nossos alunos nas aulas de geometria, pois não têm condição de acompanhar um curso dado num nível mais elevado do que o dominado por eles. A maioria dos livros textos de 8º ou 9° anos, exigem raciocínio característicos dos níveis de dedução informal (ou abstração) e dedução. Mas pela falta de um trabalho sistemático nas séries anteriores, os alunos em sua maioria chegam no 8º ano raciocinando no nível de reconhecimento ou nem isso. (NASSER, 2010).

No artigo de DeGuire (1994): “Geometria: um caminho para o ensino da resolução de problemas, do jardim de infância à nona série”, a autora afirma que é possível citar muitas razões para ensinar geometria nas séries elementares e médias. Uma delas é a oportunidade que a Geometria viabiliza para “ensinar **a** resolver problemas” e “ensinar **para** resolver problemas”. Esclarece que a primeira frase ultrapassa a simples resolução de um problema para incluir reflexões sobre os processos de resolução com o objetivo de obter **estratégias de resolução** que poderão ser úteis posteriormente. A segunda frase, ensinar para resolver problemas, envolve o ensino de **conteúdos** de uma maneira significativa de modo que este conteúdo possa ser usado para resolver problemas. Uma maneira de ensinar (os conteúdos) para resolver problemas consiste em desenvolver este conteúdo a partir de “episódios” de resolução de problemas. Para explicar melhor este jogo de palavras, vamos descrever um exemplo, que a autora propõe. Diz que materiais de manipulação fornecem oportunidades para raciocinar com objetos e, então para ensinar a resolver problemas e ensinar para resolver problemas. Nesse exemplo, indicado para 7º ano, o material concreto é o geoplano. As atividades realizadas com ele podem ser registradas em papel pontilhado. Considerando a simples tarefa de fazer no geoplano polígonos que tenham especificados uma ou mais de uma de suas propriedades como sua área por exemplo: “fazer um polígono com área de 6 unidades quadradas”, “fazer um quadrilátero com área 6” ou “fazer um paralelogramo de área 6” ou “fazer um retângulo de área 6”. Para fazer esta atividade, o aluno é estimulado a usar diversas estratégias de resolução de problemas (ensinar **a** resolver problemas) como: tentativa e erro, atenção em uma condição por vez, coordenação de várias condições e fazer um retrospecto para assegurar que todas as condições foram satisfeitas. A tarefa pode ser estendida para “fazer, no geoplano, todos os retângulo possíveis com área 6”. Nesta extensão entrará a estratégia (de resolução de problemas) de tentativa e erro de maneira sistemática, busca de métodos que garantam que todas as possibilidades foram consideradas. Nestes mesmos exemplos se trata de “ensinar para resolver problemas” no momento em que se evidencia que foram ensinados os conteúdos, por exemplo, polígono, quadrilátero, paralelogramo, retângulo, área, etc. de maneira significativa para o aluno.

No último artigo de Milauskas (1994), “Problemas de Geometria criativos podem levar à resolução criativa de problemas criativos”, o autor é convicto de que o aluno aprende a resolver problemas resolvendo problemas de qualidade. Diz que o treinamento, aliado ao contato com problemas fora dos padrões, estimula o aluno a exercer suas faculdades de resolução de problemas. Enfatiza que o objetivo do seu artigo é motivar o professor a não poupar esforços para estimular suas aulas de geometria que levam o aluno para além dos exercícios rotineiros. Classifica os problemas em tipos de problemas de geometria: de reconhecimento, de treinamento básico e prática de algoritmos, de aplicações, de aplicações abertas, de aplicações reais, de álgebra, de extensões e de pesquisas abertas. Para cada um dos “tipos” ele propõe um ou mais problemas criativos para serem usados em sala de aula. Um problema similar ao problema que ele propõe como de reconhecimento, é um “Quebrando a Cuca” (página 164, ANEXO 1).

Figura 4: Um “quebrando a cuca”, do livro:

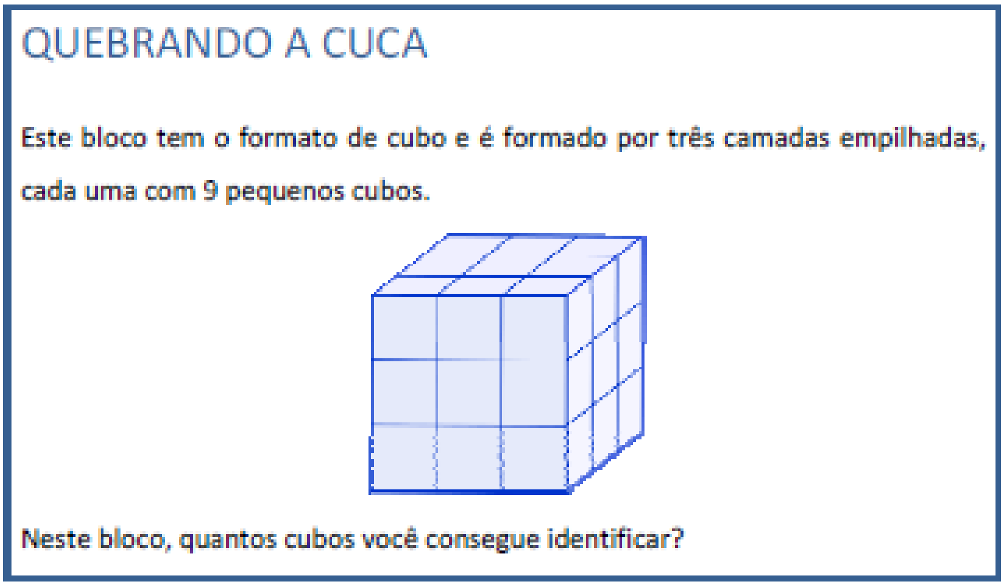
Esta é a imagem vista por Fabricio.

Ele diz que conseguiu identificar 14 quadrados. Você concorda com ele? Registre os quadrados que você conseguiu visualizar no quadriculado a seguir.

Sobre problemas de extensões, por exemplo, uma extensão do mesmo problema anterior seria: “*E se* quiséssemos achar todos os retângulos?”. O autor enfatiza que a questão “*E se*...” é importantíssima nas aulas de geometria. Afirma que as extensões permitem que o raciocínio criativo aborde o nível da análise e da síntese e que alguns problemas podem incentivar conjecturas ou palpites.

Mais uma extensão do problema de reconhecimento que aparece na Figura 4:

Figura 5: Um “quebrando a cuca”, do livro:


QUEBRANDO A CUCA

Este bloco tem o formato de cubo e é formado por três camadas empilhadas, cada uma com 9 pequenos cubos.

Neste bloco, quantos cubos você consegue identificar?

Além disso, o autor também indica que devem ser estimuladas soluções alternativas e outras extensões apresentadas pelos alunos.

CAPÍTULO 4 – APLICAÇÃO DE ALGUMAS ATIVIDADES EM SALA DE AULA – UMA PROPOSTA ALTERNATIVA

Da sequência de atividades constantes do Capítulo 2 do futuro livro para o Ensino Fundamental a qual nos referimos no Capítulo 2 deste trabalho e que se encontra em anexo, aplicamos oito delas em sala de aula. A aplicação destas configurou-se como uma proposta alternativa, já que foi necessário realizar adaptações, ou modificações para que se tornassem exequíveis em sala de aula com os recursos de que dispúnhamos e se caracterizou também como um desdobramento da proposta inicial.

Neste capítulo vamos descrever em que contexto foram aplicadas, quais participantes/beneficiários, qual a metodologia utilizada e relatar o processo de aplicação de cada uma das oito atividades desta proposta alternativa (referidas como “recortes da proposta” do Capítulo 2 do futuro livro).

4.1. O CONTEXTO

As atividades foram desenvolvidas em duas Escolas Públicas Municipais de Urupês-SP: uma, que chamaremos de Escola I, do Ensino Fundamental I e outra, que chamaremos Escola II, do Ensino Fundamental II.

O referido município situa-se do interior do Estado de São Paulo, sendo uma cidade pequena com cerca de doze mil habitantes, com economia baseada na agropecuária (cana-de-açúcar, limão, granjas de porco e de galinha), nas usinas de açúcar e álcool, nas indústrias (confecção de jeans), no comércio, e outras atividades diversas.

A Escola I é a única escola de Ensino Fundamental I da cidade, tendo em torno de setecentos alunos. Enquanto que de Ensino Fundamental II, existem duas escolas na cidade: Uma escola particular que possui cerca de cem alunos no total e a outra, a Escola II, na qual aplicamos o projeto, que é única escola pública de Ensino Fundamental II de Urupês, com seiscentos alunos, em média.

A atividade que relataremos em 4.3.1, que neste trabalho vamos chamar de “Construção do cubo por dobraduras”, foi aplicada no final de 2013 em todas as seis classes de 5ºano da Escola I (com vinte alunos, em média cada uma, totalizando cerca de 120 alunos). Conforme já dito, tal escola é municipal e sendo a única escola de EF I da cidade, possui uma clientela de alunos bem diversificada, tanto relativo ao nível de aprendizagem, quanto ao nível social. Observamos que esta escola não é onde atua a autora deste trabalho. Assim, a atividade foi desenvolvida em parceria com as seis professoras titulares dos seis 5ºanos. Na tabela a seguir descrevemos a distribuição de alunos por classe.

Tabela 1: Classes de aplicação da atividade e número de alunos por classe.

Escola I							
Atividade: "Construção do cubo por dobraduras",							
Turma de aplicação:	**5º ano I**	**5º ano II**	**5º ano III**	**5º ano IV**	**5º ano V**	**5º ano VI**	**total**
Nºalunos	27	23	23	20	19	14	126

A aplicação das outras sete atividades, que neste trabalho vamos chamar de: "Utilizando o software Poly no ensino-aprendizagem de poliedros convexos"; "Construção do cubo face por face (extendida para construção do cubo, tetraedro e octaedro face por face)"; "Planificação do bloco retangular (por dois processos)"; "As onze planificações do cubo"; "Modificando as arestas do paralelepípedo"; "Representando o cubo no plano (no GeoGebra e na malha quadriculada)" e "Contando as arestas na planificação" foram também desenvolvidas em 2013, em quatro turmas de 6º ano da Escola II, onde atua a autora deste trabalho. Chamaremos as quatro turmas de: 6ºano I, 6ºano II, 6ºano III e 6ºano IV. Não foram aplicadas todas as atividades em todas as turmas. Para cada uma das sete atividades, indicaremos na Tabela 2, da próxima página , quais foram as respectivas turmas de aplicação.

Tabela 2: Turmas de aplicação de cada atividade.

Escola II				
Atividade:	**Turma de aplicação da atividade**			
Utilizando o software Poly no ensino-aprendizagem de poliedros convexos.	6ºano I (28 alunos)	6º ano II (29 alunos)	6º ano III (29 alunos)	6ºano IV (25 alunos)
Construção do cubo face por face (somente do cubo).	______	_______	6º ano III (29 alunos)	6ºano IV (25 alunos)
Construção do cubo, tetraedro e octaedro face por face.	6ºano I (28 alunos)	6º ano II (29 alunos)	________	________
Planificação do bloco retangular (por dois processos).	6ºano I (28 alunos)	6º ano II (29 alunos)	6º ano III (29 alunos)	6ºano IV (25 alunos)
As onze planificações do cubo.	________	6º ano II (29 alunos)	________	6ºano IV (25 alunos)
Modificando as arestas do paralelepípedo.	6ºano I (28 alunos)	6º ano II (29 alunos)	________	________
Representando o cubo no plano (no GeoGebra e na malha quadriculada).	6ºano I (28 alunos)	6º ano II (29 alunos)	_______	________
Contando as arestas na planificação.	6ºano I (28 alunos)	6º ano II (29 alunos)	________	________

A clientela dessa escola é bastante diversificada, com alunos de todos os níveis sociais, mas com predominância de alunos provenientes de classe popular. Com o advento da vinda de trabalhadores para as Usinas de Açúcar e Álcool da região, a escola recebeu alunos de outras regiões, em especial do Estado da Paraíba. A diversidade se dá tanto no nível social, quanto ao nível de aprendizagens dos alunos. Existem vários alunos com dificuldade de aprendizagem, e também alguns alunos não totalmente alfabetizados. Por outro lado, apresenta alunos com grande interesse e destaque em olimpíadas, principalmente nas olimpíadas de Matemática, como por exemplo, na OBMEP. A retenção de alunos é em torno de

10%. Apresenta poucos alunos com defasagem idade-série e baixo índice de abandono. Apresentou IDEB 4,8 para o ano de 2013 (acreditamos que o desvio padrão é grande).

As características particulares de cada 6º ano são:

6ºano I (28 alunos): Em sua maioria não apresenta alunos com problemas sócio econômicos, poucos alunos com dificuldade de aprendizagem e/ou defasagem de aprendizagem. Alunos participativos e em geral não apresentam problemas de indisciplina. Possuem famílias comprometidas com o ensino dos alunos.

6º ano II (29 alunos): Também não apresenta muitos alunos com problemas sócio econômicos, poucos alunos com dificuldade de aprendizagem e/ou defasagem de aprendizagem e dois com laudo de deficiência intelectual. É considerada uma classe com alunos agitados, não muito disciplinados e em geral menos interessados. Em sua maioria, oriundos de famílias comprometidas com ensino dos alunos.

6º ano III (29 alunos): Vários alunos com problemas sócio econômicos, e com dificuldade/defasagem de aprendizagem. Apresentam um ritmo mais lento para aprender os conteúdos, e os alunos precisam de mais atendimento individualizado. O programa de conteúdos a ser cumprido, em geral fica atrasado.

6º ano IV (25 alunos): Quase a totalidade dos alunos apresentam problemas sócio econômicos e dificuldade/defasagem de aprendizagem. Também têm um ritmo mais lento para aprender os conteúdos, e os alunos precisam de mais atendimento individualizado. O programa de conteúdos a ser cumprido, também fica atrasado. Possui alunos com laudo de deficiência intelectual, vários alunos indisciplinados e desinteressados pelo conteúdo, porém acredita-se que tal fato ocorra em virtude dos graves problemas sociais e econômicos, enfrentados pelos seus familiares, inclusive com subnutrição na infância. Em sua maioria os alunos apresentam baixa autoestima.

4.2. METODOLOGIA DE APLICAÇÃO

As atividades que pressupunham o uso do “tablet” foram adaptadas e/ou mudadas de ordem, uma vez que essa ferramenta não está disponível para os alunos na escola em que foi aplicada. Também, como os vídeos indicados nas atividades do livro ainda estão em construção ou serão construídos a partir de vídeos da internet, adaptamos as atividades para o material de que dispúnhamos.

Desta forma, a aplicação destas oito atividades se configurou como uma proposta alternativa, totalmente exequível em sala de aula, com poucos recursos, sem o uso de “tabets” ou vídeos e sem a maioria das atividades interativas da proposta completa. Gostaríamos de salientar que, embora isto não esteja sempre explícito no relato das atividades, esta proposta alternativa teve grande êxito, tendo sido pautada na metodologia da Resolução de Problemas. Foram propostos desafios que deixam os alunos curiosos e, portanto disponíveis para a aprendizagem, sempre com a participação ativa do aluno, havendo a interação professor /aluno e aluno/aluno, valorizando e instigando a argumentação do mesmo. Fazendo com que o aluno seja o protagonista e se torne mais autônomo e passe a sentir-se seguro da própria capacidade de construir conhecimentos. Foram desenvolvidos conceitos, procedimentos e atitudes, no sentido em que foram propiciados momentos de discussão; solidariedade, companheirismo; ajuda mútua; e respeito pelo outro.

Além disso, dispôs-se constantemente do uso de material concreto, que é fortemente indicado pelos PCNs para 5º e 6º anos, enfatizando a exploração do espaço e de suas representações e a articulação entre a geometria plana e espacial além da relação entre formas espaciais e suas representações planas.

Convém ressaltar que as atividades de construção do cubo e bloco retangular, são desenvolvidas por um processo inverso em relação à maioria dos materiais didáticos existentes, no sentido que se partiu do objeto tridimensional, e se construiu suas planificações analisando as “partes” do objeto ao desenhar suas faces e então, a partir da planificação feita pelo aluno, foram “montados” os objetos tridimensionais. Em geral, nos materiais didáticos, a planificação do cubo é pouco explorada e encontrada no final do livro, como anexo, para o aluno simplesmente recortar e montar o cubo.

Durante o desenvolvimento das atividades também são usados problemas de extensão (“*E se*...”) para desafiar os alunos. Observa-se que não se pretende ultrapassar os níveis 0 e 1 de Van Hiele, de visualização e de análise respectivamente (CROWLEY, 1994).

Outro destaque da aplicação das atividades foi relativo à avalição do aluno que, em conformidade com as indicações dos documentos oficiais, foi diagnóstica, contínua, processual e formativa, conforme veremos.

Assim, durante todo o processo, estivemos em consonância com as indicações dos documentos oficiais, desde a Declaração dos Direitos Humanos, PCNs até o Currículo de São Paulo, e com as metodologias de ensino de Matemática e particularmente de Geometria, as quais nos referimos, no capítulo anterior.

Embora os enunciados das atividades desenvolvidas (excetuando uma delas) constem no ANEXO 1 (Capítulo 2 em elaboração do futuro livro), para fins de organização didática, apresentamos aqui o enunciado de cada uma, para em seguida relatar a aplicação da mesma. Por conveniência, não enumeramos as "figuras", que são cópias de partes do Capítulo 2 do livro, apenas as figuras relativas à aplicação em sala (que em geral referem-se a fotos).

4.3: RELATO DO PROCESSO DE APLICAÇÃO DAS ATIVIDADES

4.3.1. CONSTRUÇÃO DO CUBO POR DOBRADURAS

A atividade é proposta (no livro) para classes de 6º ano no início do ano letivo. Como estávamos no final do ano 2013, decidimos aplicar em classes de 5º anos, pois queríamos analisar se era muito difícil para alunos no início do 6º ano.

A aplicação foi conduzida pela autora deste trabalho e contou com a colaboração de cada uma das seis professoras das classes de 5º ano.

Tal atividade estava colocada, para motivação, como a primeira atividade do Capítulo 2 (do livro), porém após a aplicação achamos ficou mais conveniente colocá-la como última, em virtude dela possibilitar retomar vários conceitos numa única atividade, servindo como organização das ideias trabalhadas. Segue, inicialmente, a atividade como está proposta:

MÃO NA MASSA

Você consegue construir um cubo a partir de uma folha de papel quadrada, utilizando dobraduras? Clique aqui para assistir ao vídeo com as instruções.

(FAVOR PRODUZIR O VÍDEO COM O ROTEIRO A SEGUIR. **Pode basear-se no vídeo disponível** em http://www.youtube.com/watch?v=kMTU6aEYxX0

Relato: Para nos prepararmos, antes de levar a atividade para a sala de aula, assistimos ao vídeo da internet, indicado na atividade e entendemos o passo a passo descrito no texto do Caderno do Professor; isso foi suficiente para entender a atividade proposta.

A aplicação da atividade em sala foi feita sem o uso do vídeo e do passo a passo para os alunos. Durante todo o desenvolvimento da atividade, sempre questionamos os alunos sobre os conceitos relacionados e os alunos, bastante envolvidos com a atividade, iam aprendendo ou recordando tais conceitos.

Entregamos uma folha quadrada para cada aluno e perguntamos se eles conseguiam construir um cubo a partir da folha. A maioria respondeu que é desenhando a planificação do cubo, recortando e montando. Ficaram curiosos ao saber que não era pra ser feito recorte, nem colagem, porém não foi dito que era por dobradura (e depois "enchendo de ar" para obter a forma do cubo). Com a folha quadrada, foram trabalhados os conceitos de formas planas ou não planas, quadrado e losango e o conceito de ângulo reto. Para quadricular, com vincos de dobradura, a folha quadrada foi dobrada ao meio, por três vezes na mesma direção, obtendo oito retângulos. Depois disto, abriu-se a folha e fez o mesmo na outra direção. Foram obtidas oito fileiras com oito quadradinhos cada, dando um total de sessenta e quatro quadradinhos. Neste momento, foi trabalhado o conceito de contagem e de área. A princípio, os quadriculados vincados parecem desnecessários, mas são importantes sim, pois definem bem os quadrados usados durante a construção.

Figura 6: Alunos do 5ºano quadriculando o papel via dobraduras.

A parte mais trabalhosa da dobradura foi o passo ilustrado na figura 7:

Figura 7: Uma das dobras mais difíceis .

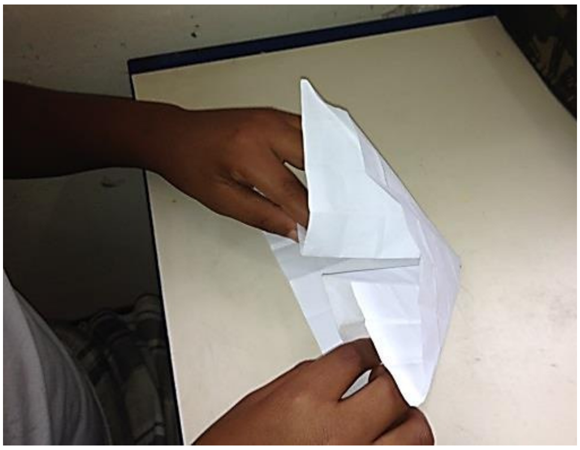


Figura 8: Alunos ajudando os colegas.

Fizemos então a dobradura para eles observarem e depois os alunos realizaram as suas; os alunos que fizeram com facilidade ajudaram aos outros, um ótimo trabalho de colaboração. Também trabalhamos o conceito de triângulo.

Em seguida obteve-se a dobradura a seguir:

Figura 9: Quadrado obtido.

Figura 10: Mostrando o quadrado obtido.

Neste ponto se obteve um quadrado na posição indicada nas Figuras 9 e 10 (apresentadas anteriormente – vide mão do aluno nas fotos), e foi muito interessante, pois ao serem questionados sobre qual forma obtiveram, a resposta foi o losango (apesar de muitos não lembrarem o nome). Tradicionalmente, os quadrados desenhados para os alunos tem um par de lados na horizontal e este construído a forma que estão segurando está "apoiado" sobre o vértice. Foi um excelente momento para discutir uma propriedade a mais (ângulo reto) que o quadrado tem, que em geral o losango não tem, e que não é a posição dos lados que os definem e nem apenas as medidas dos lados, mas o ângulo "reto" formado pelos seus lados.

Na próxima etapa, a nova forma obtida nos remeteu à definição de hexágono. Quando se trabalha com dobraduras, as figuras vão ficando grossas (e portando não planas) em função do acúmulo de papel dobrado, porém foi tomado o cuidado de observar que qualquer papel, mesmo que seja fino, não é totalmente plano. Logo as definições se remetem à forma, não ao objeto propriamente dito.

Figura 11: Obtendo um "hexágono".

A última etapa foi encaixar as pontas e soprar.

Figura 12: Encaixando as pontas.

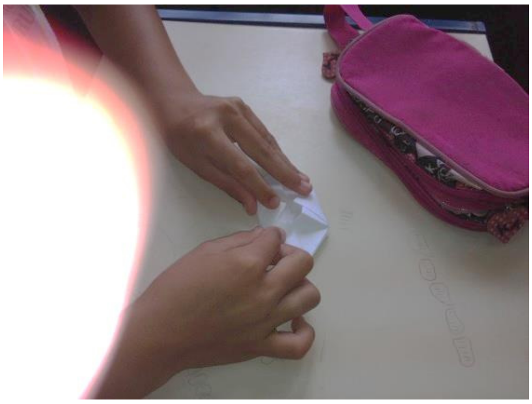


Figura 13: Soprando o orifício existente na dobradura (“hexágono”).

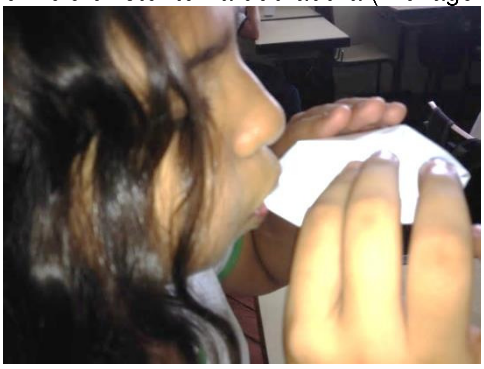
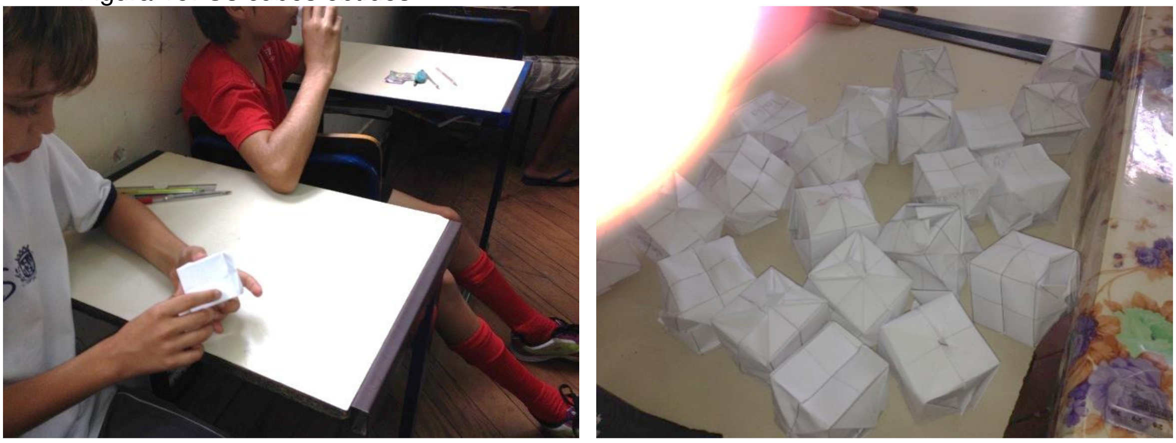


Figura 14: “Enchendo” de modo a obter o “cubo”.

Figura 15: Os cubos obtidos.



No objeto tridimensional foram trabalhados os conceitos de vértices, faces e arestas (bem como sua contagem), observando que cada lado de um quadrado (no cubo) é chamado aresta no cubo e os quadrados são chamados faces do cubo (o que o aluno pode conceituar como "lado" do cubo são as faces quadradas).

Dados obtidos referentes à apreciação da atividade pelos alunos:

Tabela 3: Organização dos dados obtidos.

Classe		5º I	5º II	5º III	5º IV	5º V	5º VI	total	%
Nºalunos		27	23	23	20	19	14	126	
Quanto ao nível de dificuldade	fácil	9	9	5	12	10	8	53	42
	médio	13	9	15	8	7	5	57	45
	difícil	5	5	3	0	2	1	16	13
Quanto ao nível de satisfação	gostei	27	22	23	18	19	14	123	98
	não gostei	0	1	0	2	0	0	3	2

Conforme já adiantamos, esta atividade da construção do cubo por dobraduras estava proposta no início do capítulo do futuro livro e o Comitê Editorial já havia questionado se não seria uma atividade difícil para ser colocada no início do capítulo. Pelos resultados obtidos com a aplicação, concluímos (Comitê de Redação SP 01) que a atividade é aplicável para alunos no início do 6º ano, já que no final do 5º ano tivemos uma grande aceitação da atividade, com apenas 13% dos alunos achando-a difícil e apenas 2% não gostando da atividade. Porém, como ela se desdobra em vários conceitos, que deveriam permanecer por mais tempo em sala de aula (usamos em torno de três horas) optamos, como já mencionado, por propor sua colocação no final do capítulo, antes do ***Organizando o que Você Aprendeu***, depois dos conceitos já terem sido introduzidos e explorados.

Voltaremos a esta tabela no último capítulo.

A aplicação das próximas atividades foi feita como parte do projeto do Núcleo de Ensino da UNESP (Prograd), coordenado pela Prof.ª Ermínia de Lourdes Campelo Fanti, contando com a participação de dois monitores (alunos de graduação em Matemática do IBILCE/UNESP). Gostaríamos de observar que, desde 2007, temos tido a oportunidade de participar de Projetos do Núcleo de Ensino, coordenados pela professora Ermínia, relacionados com o uso de Informática e Jogos no Ensino da Matemática, em parceria com a Escola II, o que foi para nós uma experiência muito rica e certamente nos auxiliou em muitas atividades/reflexões e nossa contribuição na construção do capítulo do livro referido.

A aplicação das atividades foi conduzida pela autora deste trabalho contando com a ajuda de dois monitores (conforme já mencionamos) e da professora titular de Matemática de cada 6º ano.

4.3.2. UTILIZANDO O SOFTWARE POLY NO ENSINO-APRENDIZAGEM DE POLIEDROS CONVEXOS.

Relato: Esta atividade não está proposta no livro, mas entendemos ser um motivador/desdobramento das lá existentes. Nosso objetivo era sondar o que os alunos sabiam a respeito dos poliedros, bem como sobre a representação de uma forma tridimensional num espaço bidimensional (tela do computador), o que se refere à visualização espacial do aluno, já que um dos objetivos da Matemática para o terceiro ciclo do Ensino Fundamental II (6º e 7ºanos), é visar ao desenvolvimento do pensamento geométrico, por meio da exploração de situações de aprendizagem que levem o aluno a estabelecer relações entre figuras espaciais e suas representações planas, envolvendo a observação das figuras sob diferentes pontos de vista, construindo e interpretando suas representações (BRASIL, 1998b).

Para tanto, optamos por usar o software Poly, devido ao seu caráter lúdico, para atrair a atenção dos alunos para a atividade, em vez de aplicar uma prova escrita (diagnóstica) sobre o assunto. Foi aplicada em todas as classes. Levamos um cubo (não virtual) para mostrar aos alunos. Assim, cada aluno recebeu uma folha (Anexo 2) com instruções e questionamentos a respeito da atividade. De imediato alguns alunos exploraram por conta própria o software, se interessando pela sua dinâmica e animação, com a possibilidade de modificar os poliedros (não enfatizamos as nomenclaturas) fazendo-os girar, mudá-los de cor e mudando suas representações (poliedro montado ou planificações).

Figura 16: Imagens do tetraedro na tela do Poly.em algumas posições (arestas em branco).

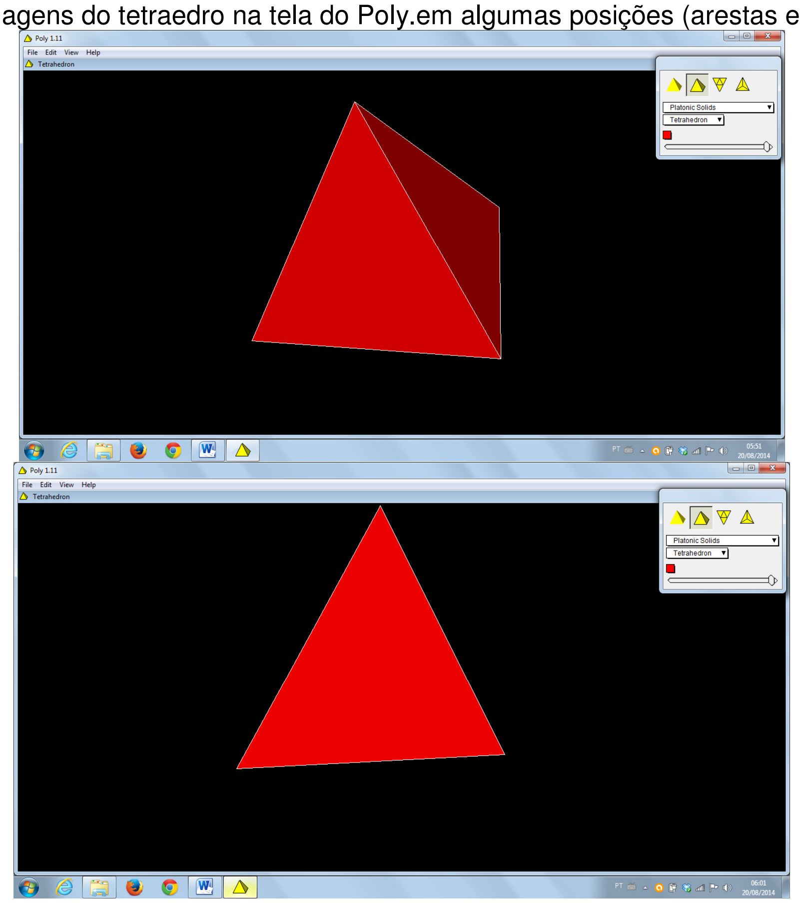


Figura 17: Imagem do tetraedro na tela do Poly (mostrando o “fundo”, faces transparentes).

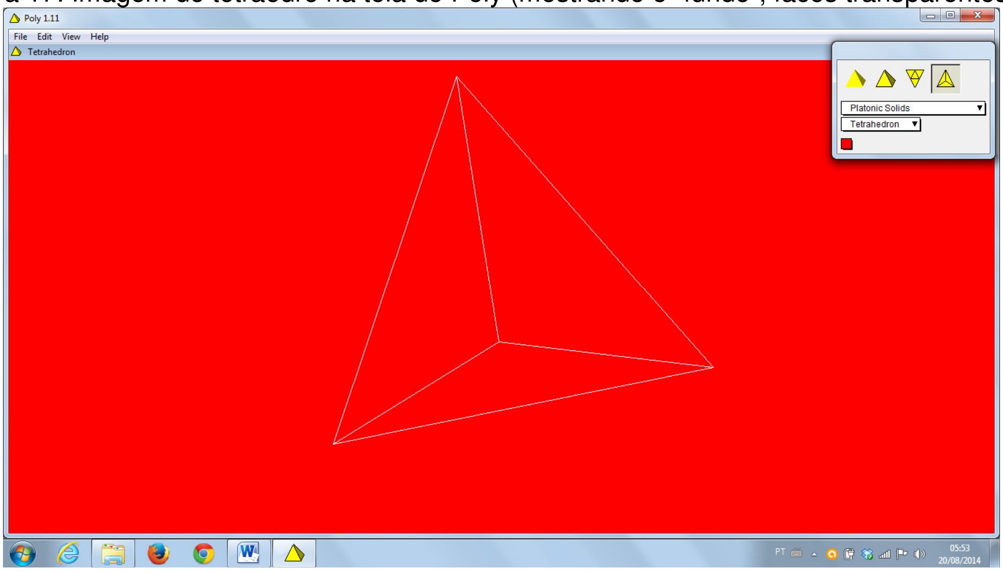
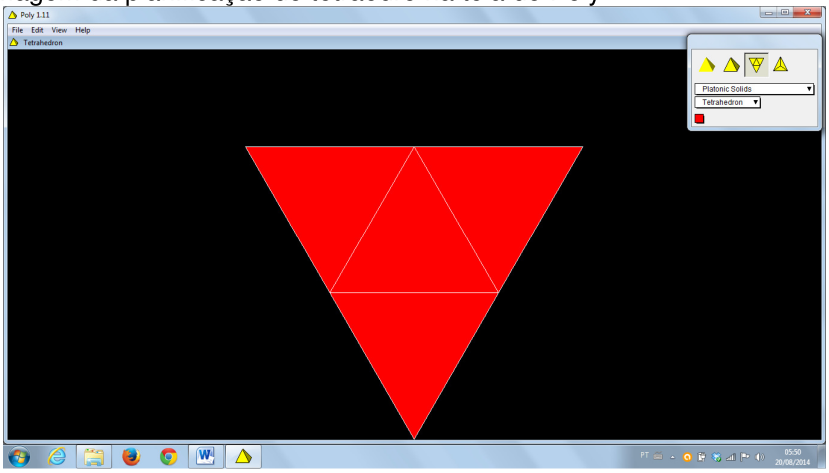


Figura 18: Imagem da planificação do tetraedro na tela do Poly.



A identificação das faces como sendo polígonos já conhecidos por eles como triângulos, quadrados e pentágonos, de algum dos poliedros de Platão foi bem sucedida em todas as salas (inclusive se lembraram do nome “face”). Poucos alunos tiveram problemas com a identificação de vértices, mas houve muita dificuldade com a identificação de arestas. Percebemos que a contagem das arestas foi feita na planificação do poliedro e foram contados todos os lados dos polígonos, desconsiderando que na montagem do poliedro cada dois lados de polígonos do “contorno” da planificação são unidos formando uma única aresta (apenas alguns alunos tiveram curiosidade, e tentaram descobrir uma estratégia de contagem de arestas na planificação). Fato este que nos confirmou a dificuldade dos alunos em estabelecer relações entre figuras espaciais e suas representações planas.

Assim foram fundamentais as atividades de manipulação dos poliedros feitos com material concreto, conforme indica o Currículo do Estado de São Paulo – Matemática:

> Em **Geometria**, no Ensino Fundamental, a preocupação inicial é o reconhecimento, a representação e a classificação das formas planas e espaciais, preferencialmente trabalhadas em contextos concretos com os alunos de 5ª serie/6º ano e 6ª serie/ 7º ano. (SÃO PAULO: SEE, 2010, p. 41).

Com relação à nomenclatura dos poliedros (que não era nossa prioridade), a maioria arriscou nomes de figuras conhecidas por eles, como por exemplo, “pirâmide” para um “tetraedro” (que é correto), e para o cubo não houve dificuldade. A planificação foi uma opção fundamental para que fosse entendido o conceito de faces. A opção de visualização do software que permite ver todas as arestas e vértices do poliedro (incluindo as inicialmente ocultas, opção de “ver o fundo” como na Figura 17) facilitou a contagem de vértices e até de arestas (que agora eles contaram no poliedro e não nos polígonos da planificação). Alguns alunos se prontificaram a ajudar os colegas que apresentaram dificuldades. A maioria, não apresentou dificuldades com o tetraedro e cubo. O octaedro e seus elementos foram compreendidos por vários alunos (exceto sua nomenclatura). Foi unânime, conforme previamos, a dificuldade com o dodecaedro e icosaedro, tanto a identificação como contagem dos elementos. Porém enfatizamos que estes últimos não eram nossa prioridade.

A tabela de contagem de faces, vértices e arestas, foi então preenchida com ajuda dos monitores fazendo a contagem final na imagem do poliedro projetado no telão. Para verificar a relação de Euler foi colocada para completar, a expressão $F - A + V =$ ____. Para 6º anos a relação mais indicada é na forma $F + V = A +$____, para não aparecer número negativo. (Apesar de que tal relação também não seja prioridade, em nossa proposta, para tal série).

A atividade foi muito bem aceita por todas as salas. Alunos que em uma aula tradicional mostram desinteresse e até indisciplina, mostraram um peculiar interesse, o que certamente mostra que o computador é um meio forte para atingir os alunos e principalmente os menos interessados pelo conteúdo matemático. Houve um grau significativo de expectativa dos alunos em haver, com mais frequência, esse tipo de atividade. Vale ressaltar a abordagem de alunos que, fora da escola, elogiaram a aula de que participaram. De fato, isto está coerente com:

> Hoje, a utilização de computadores na Educação é muito mais diversificada, interessante e desafiadora, do que simplesmente a de transmitir informação ao aprendiz. O computador pode ser também utilizado para enriquecer ambientes de aprendizagem e auxiliar o aprendiz no processo de construção do seu conhecimento" (VALENTE, 2005).

E,

> [...] uma determinada mídia não determina a prática pedagógica. Entendemos, entretanto, que os exemplos aqui apresentados são resultados da harmonia existente entre o enfoque pedagógico e as mídias utilizadas. Ao mesmo tempo, eles podem ser considerados como uma tentativa de superar problemas de práticas no ensino tradicional vigente. [...] Essa prática pedagógica estimula a utilização de problemas abertos, de formulação de conjecturas em que a sistematização só se dá como coroamento de um processo de investigação por parte dos estudantes (e, muitas vezes, do próprio professor). Desta forma busca-se superar práticas antigas com a chegada desse novo ator informático. Tal prática está também em harmonia com uma visão de construção do conhecimento que privilegia o processo e não o produto-resultado em sala de aula, e com uma postura epistemológica que entende o conhecimento como tendo sempre um componente que depende do sujeito (BORBA E PENTEADO, 2003).

Figura 19: Monitor /bolsista próximo ao telão e alunos ao computador, na atividade do Poly.

Entendemos que a compreensão maior dos conceitos se efetivou após as próximas atividades que contemplam a manipulação e construção com material concreto, estando de acordo com o que segue:

> Um aspecto importante a ser destacado na apresentação da Geometria, tanto no Ensino Fundamental quanto no Ensino Médio, é o fato de que o conhecimento geométrico apresenta quatro faces, que se relacionam permanentemente na caracterização do espaço: a **percepção**, a **concepção**, a **construção** e a **representação**. Não são fases, como as da Lua, que se sucedem linear e periodicamente, mas faces, como as de um tetraedro, que se tocam mutuamente, contribuindo para uma compreensão mais rica da natureza do espaço em que vivemos. De fato, ainda que a iniciação em Geometria costume realizar-se por meio da percepção imediata das formas geométricas e de suas propriedades características, tendo por base atividades sensoriais como a observação e a manipulação de objetos, desde muito cedo tais atividades relacionam-se diretamente com a construção, a representação ou a concepção de objetos, existentes ou imaginados. (SÃO PAULO: SEE, 2010, p. 42).

4.3.3. CONSTRUÇÃO DO CUBO, FACE POR FACE.

Segue cópia da proposta de atividade (como descrita no Capítulo 2 do livro) e relato da aplicação:

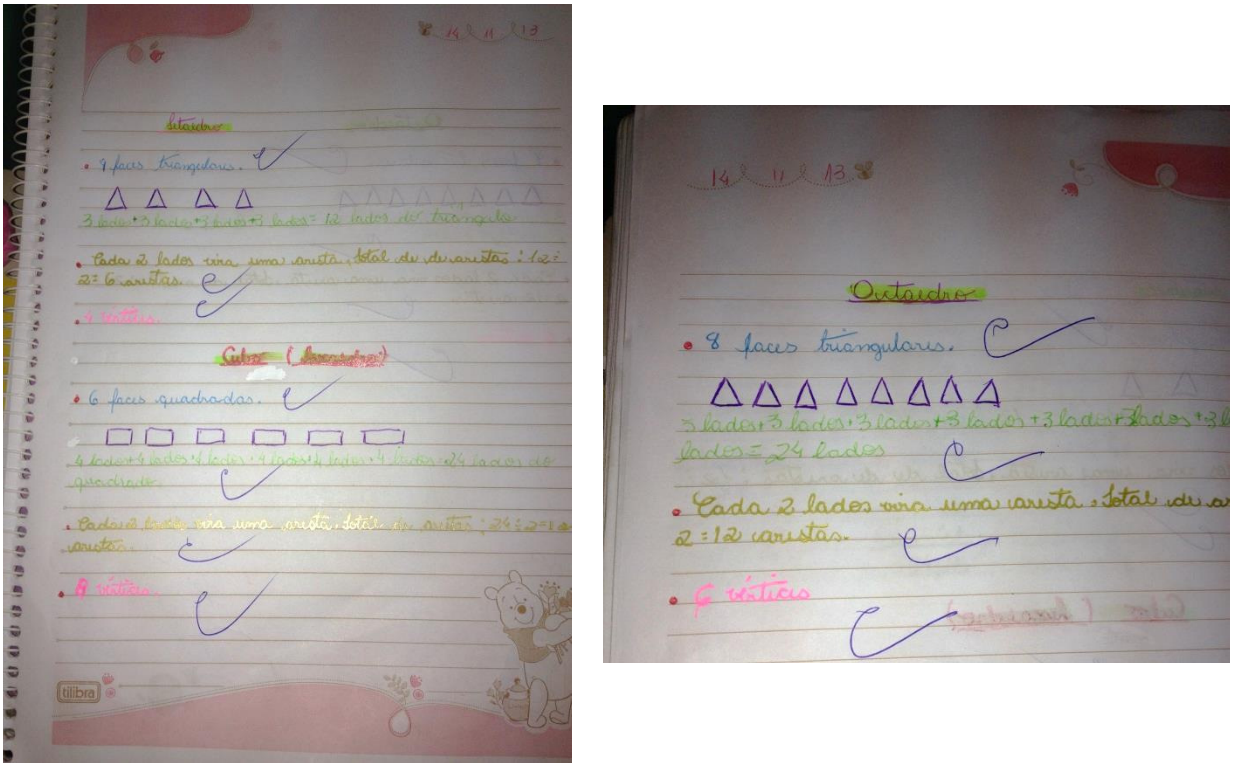
Atividade 1. Atividade em grupo: Você sabe fazer um cubo?

Para esta atividade seu grupo vai receber o seguinte material: um pedaço de cartolina, tesoura, lápis, durex, régua e um modelo de cubo. Converse com seus colegas de grupo como construir um cubo "igual"ao modelo que recebeu.

Compare o cubo que vocês fizeram com o modelo. Eles são "iguais"? Em matemática dizemos que duas coisas "iguais" são congruentes.
(professor: rigorosamente uma coisa só pode ser igual a ela mesma. Se temos dois objetos, eles não são exatamente iguais: estão em posições diferentes, ou são feitos de material diferente já que o material utilizado para fazer um não pode ser usado simultaneamente para fazer outro. Se temos dois objetos que possuem exatamente a mesma forma, inclusive o tamanho, dizemos que são congruentes. É importante aproveitar este momento para ampliar o vocabulários dos alunos e já acrescentar a palavra congruente.)

***Relato*:** Em duas classes de sexto ano, 6ºano III e 6ºano IV, fizemos apenas a confecção do cubo. Nas outras duas decidimos por fazer, nesta mesma atividade, também a do tetraedro e do octaedro. Tomamos esta decisão, porque vários alunos dos outros 6º anos já conheciam a planificação do cubo, e os incentivamos a fazer todas as construções a partir da planificação. Acrescentamos o estudo desses outros dois poliedros, pois suas planificações não são conhecidas pelos alunos do 6º ano, e tal atividade seria um novo desafio. Com isso, poderiam pensar em construir face por face separadamente e depois montá-los colando cada dois lados de dois polígonos, dando origem a uma única aresta do poliedro. Assim pudemos trabalhar também o pensamento combinatório colocando a pergunta: "A partir das faces desenhadas separadamente é possível saber quantas arestas o poliedro possui?" Por exemplo, o octaedro possui 8 faces triangulares. Então são 24 lados de triângulos, que quando colados cada dois dão origem a uma única aresta. Então o total de arestas no octaedro é 24 dividido por dois: doze arestas. Tal decisão foi tomada em virtude do “erro” cometido pelos alunos, na atividade do Poly, em contar as arestas como sendo os lados dos polígonos na planificação desconsiderando que alguns lados de polígonos (os do contorno da planificação) vão ser unidos. Em duas das classes após as atividades sobre planificações foi feita uma atividade extra de contagem de arestas nas planificações. Detalharemos a atividade na ordem que foi aplicada.

Figura 20: Caderno de aluno com o registro da atividade que relaciona lados de polígonos com arestas do poliedro.



Para a atividade acrescentada, construção do tetraedro e octaedro além do cubo, a proposta é dividir a sala em grupos, distribuir para cada grupo tiras retangulares de cartolina e modelos de cubo, tetraedro e octaedro (o poliedro, não sua planificação) e desafiá-los a construir um de cada, como os modelos.

As salas foram então divididas em grupos de 2 a 5 alunos, conforme conveniente, dependendo da quantidade de alunos da classe e das características individuais dos alunos, por exemplo, alunos mais dispersos foram agrupados com apenas mais um ou dois alunos.

De imediato não sabiam como fazer e esperavam respostas prontas. Alguns arriscavam a construção do cubo, desenhando a planificação. Mas houve preocupação de como fazer os outros poliedros, como e onde desenhar as arestas já que não conheciam as outras planificações. Queriam a planificação pronta. Devagar, a partir de questionamentos dos professores, os alunos foram descobrindo que poderiam simplesmente contornar separadamente, face por face, do modelo do poliedro na cartolina, obtendo assim as faces desejadas, e então era só recortar e colar com fita adesiva, montando-os como os modelos.

No 6º ano II não houve maiores dificuldades. O tetraedro e o cubo foram montados com facilidade, inclusive vários alunos desenharam até quatro faces do cubo unidas e não as recortaram (uma a uma), só dobraram. Só não foi possível que fizessem a planificação do cubo, com as seis faces, em forma de "cruz", conforme já conheciam, pois a largura da tira de cartolina não era suficiente. Na montagem do octaedro se atrapalharam um pouco na colagem das últimas faces.

Figura 21: Contornando as faces para serem recortadas.

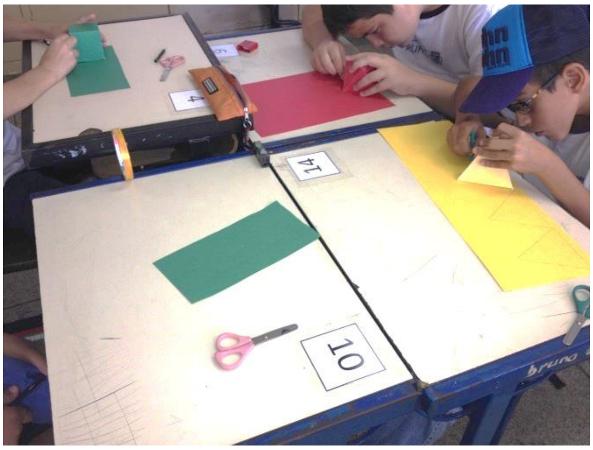


Figura 22: Recortando as faces.

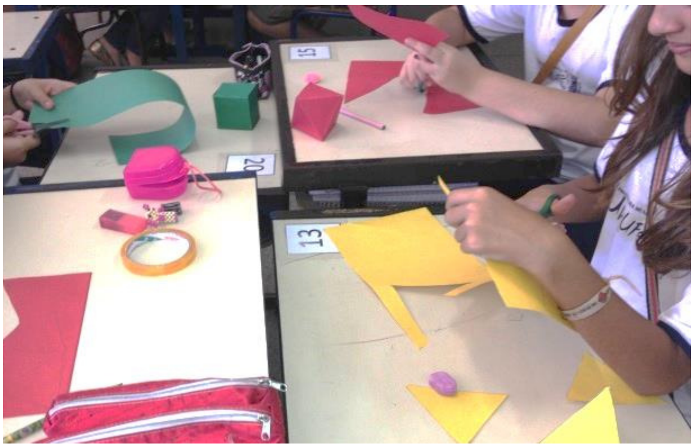
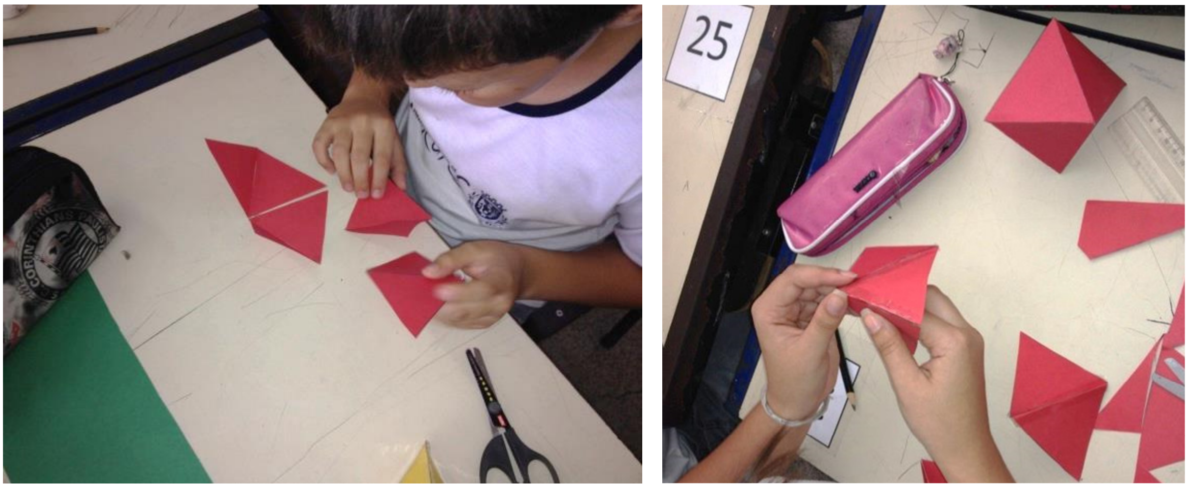


Figura 23: Analisando como colar as faces para formar o octaedro.



Houve pouca dificuldade na colagem das faces também nas demais salas. A maior dificuldade, tal como ocorreu na classe anterior, foi com o octaedro, pela maior quantidade de faces. A dificuldade surgia quando o aluno colava aleatoriamente as faces sem analisar o modelo pronto ou sem simular a montagem.

Quanto ao trabalho em equipe, houve um grupo no 6ºano IV que se destacou, revezando entre seus integrantes as funções de cortar, separar os pedaços de fita adesiva e colar.

Um grupo formado por apenas dois alunos conseguiu manter quase o mesmo ritmo da grande parte dos grupos que foram formados por mais de dois alunos.

Um grupo de alunas teve dificuldade na colagem do cubo pelo fato de os quadrados não terem sido bem feitos, conforme elas mesmas justificaram.

Figura 24: Alunas acertando os quadrados para montar o cubo.

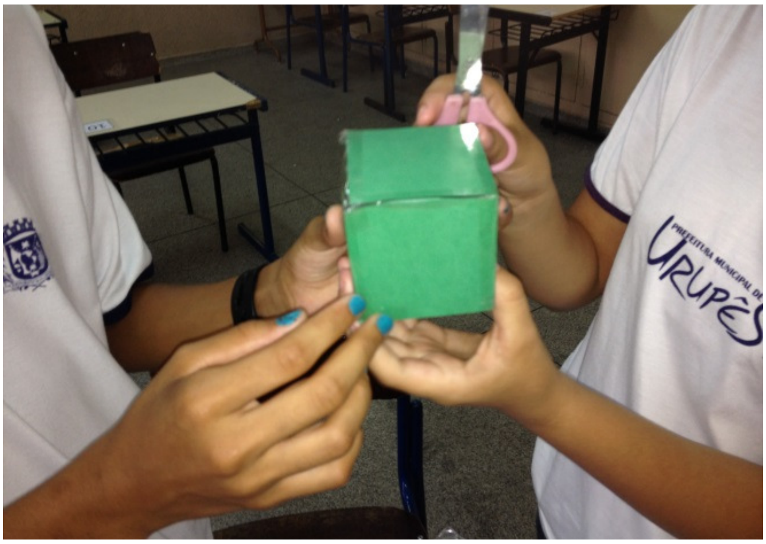


Figura 25: Poliedros confeccionados.

A atividade foi finalizada em todas as classes, havendo uma diferença interessante de tempo utilizado em cada sala. Nos 6º anos III e IV precisamos de mais tempo, pois os alunos tiveram mais dificuldades, precisando mais de orientação individual.

Enfim, todos entenderam (pela construção) que o cubo é uma forma tridimensional, as faces de um cubo são quadrados (forma plana), que dois lados de dois desses quadrados acabam se juntando e formando uma aresta, e o encontro das arestas é um vértice.

Observamos que as Atividades 2 e 3 (ANEXO 1, páginas 124 a 126) propostas no livro (que refere-se a fotografar o cubo em diferentes posições e analisar/registrar as formas existentes no cubo e na “foto” do cubo, respectivamente) não foram realizadas/aplicadas em sala de aula.

Nossa próxima atividade foi: “Planificação do Bloco Retangular”, que de fato é constituída de duas atividades.

4.3.4. PLANIFICAÇÃO DO BLOCO RETANGULAR

Foram feitas duas atividades diferentes para obter a planificação do paralelepípedo. Uma “rolando a caixa” e outra “abrindo a caixa”, conforme as Atividades 4 e 5 da proposta do livro, como segue:

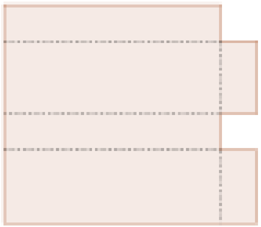
Atividade 4. Vamos, agora, explorar como as caixas na forma de bloco são montadas. Na atividade 1 você fez um cubo a partir de um cubo pronto. Você pode fazer da mesma maneira para fazer uma caixa a partir da sua caixa montada. Porém na confecção do cubo percebemos que recortamos todas as faces desenhadas e depois as colamos para conseguir o cubo. Então poderíamos ter desenhado algumas faces juntas e apenas fazer uma dobra para separá-las ao invés de recortar cada uma e grudar com durex. Podemos mesmo ter todas as faces juntas, ou seja recortar apenas o contorno e dobrar e produzir uma caixa, quando isso acontece temos o que chamamos de uma planificação da caixa.

Siga as instruções do vídeo e veja se consegue desenhar uma *planificação* da caixa.

(PRODUZIR VÍDEO COM ESTE ROTEIRO) Coloque uma caixa fechada sobre uma folha . Contorne a parte apoiada na folha. Em seguida tombe-a, de modo que a aresta do paralelepípedo continue coincidente com um lado da primeira forma desenhada sobre a mesa. Repita o processo, de modo que se obtenha o desenho de uma planificação de uma caixa. Ainda no vídeo colocar que é importante tomar cuidado para que a rolagem produza uma planificação da caixa, apresentando uma rolagem que não produza uma planificação ., mesmo tendo desenhado todas as faces da caixa. Você obteve uma *planificação* da caixa? .

a) Compare o desenho que você fez com a de um colega. Troque sua produção com a dele. Agora, recorte a figura e tente montar a caixa original trazida pelo colega. Verifique se deu certo, comparando sua montagem com a caixa original.

b) Vitor assistiu ao vídeo, rolou sua caixa e obteve o seguinte desenho:



Esta figura representa uma planificação de uma caixa? Por que? Pegue sua caixa e tente desenhar num papel uma possível rolagem que Vitor fez identificando o que fez de errado.

Relato*:* Esta atividade, que chamamos de rolar a caixa, foi proposta no LDEF pela professora Yuriko Y. Baldin. Como ainda não tínhamos a produção do vídeo, a atividade foi lançada como desafio: “Como desenhar a planificação desta caixa? (referindo a uma caixa de creme dental)”. Algumas ideias que surgiram foi proceder como no cubo, desenhando as faces (“carimbando”), recortando e grudando algumas. Tal raciocínio foi valorizado, e estendido: “*E se* desenharmos algumas faces já grudadas?” (A proposta era desenhar uma das planificações de um paralelepípedo através da “rolagem” e contorno das faces no papel, de uma caixinha de pasta de dente – ver Figura 26 a seguir). Depois da orientação dirigida, sistematizamos as ideias compartilhadas fazendo uma simulação do vídeo, mostrando o processo de rolagem.

As salas foram divididas em grupos de quatro alunos. A atividade foi realizada facilmente pela grande maioria dos alunos dos 6º anos I e II. Já nos 6º anos III e IV, os alunos apresentaram mais dificuldade. Fizemos intervenções para cada grupo, simulando novamente o vídeo, inclusive com rolagens que originassem desenhos (como no item (b) da página anterior) que não representassem planificações da caixa. Após essas intervenções a atividade foi realizada rapidamente por todos.

Logo após o rolamento da caixa ser feito no caderno, foi entregue uma folha A4 para os grupos realizarem o exercício novamente. Para que os quatro alunos do grupo participassem da atividade, sugerimos que um aluno poderia rolar e riscar a planificação, o outro recortar, um terceiro dobrar a planificação e o último colar a planificação com fita para montar o poliedro. Apesar de alguma desproporção de seus desenhos e alguma dificuldade na colagem, a atividade, de uma maneira geral, foi bem sucedida.

Figura 26: Rolando a caixa.

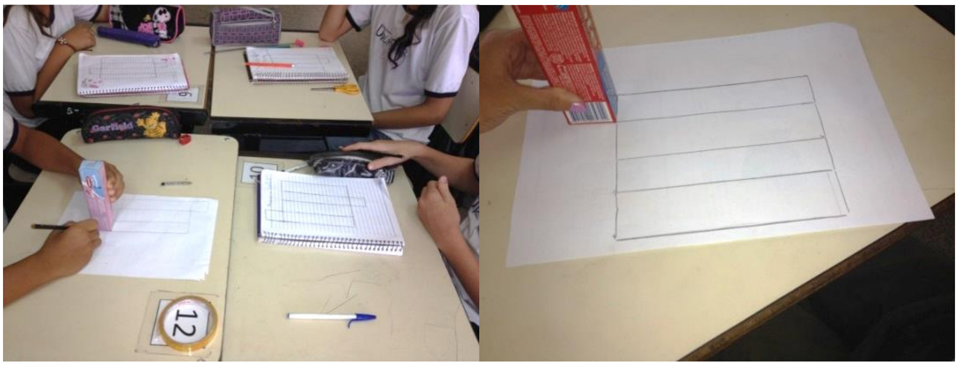
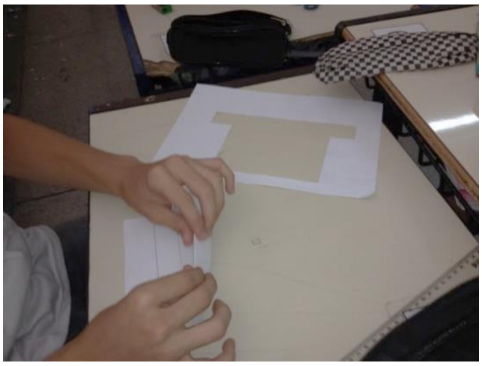


Figura 27: Montando a caixa.



Em seguida foi proposto para os alunos uma outra forma de obter a planificação da caixa de pasta de dente, como sugere a Atividade 5 do livro, copiada a seguir:

Atividade 5. Uma outra forma de obtermos planificações é abrindo a caixa, por meio do corte segundo algumas de suas dobras. Assista ao vídeo a seguir para observar algumas planificações de paralelepípedos a partir da "abertura" por diferentes dobras. Abra sua caixa como no vídeo e desenhe a planificação obtida.

Relato: Após serem feitos alguns questionamentos aos alunos, eles perceberam que se "desmontassem" convenientemente a caixa também obteriam sua planificação. Após "desmontarem" a caixa, isto é "abrirem" a caixa contando algumas de suas arestas, os alunos desenharam sua planificação no caderno, contornando a planificação. Alguns alunos se esqueceram de riscar as arestas das "dobras" da caixa, e em alguns casos os alunos tiveram que ser corrigidos mais de uma vez, pois não marcavam a aresta da "tampinha" da caixa.

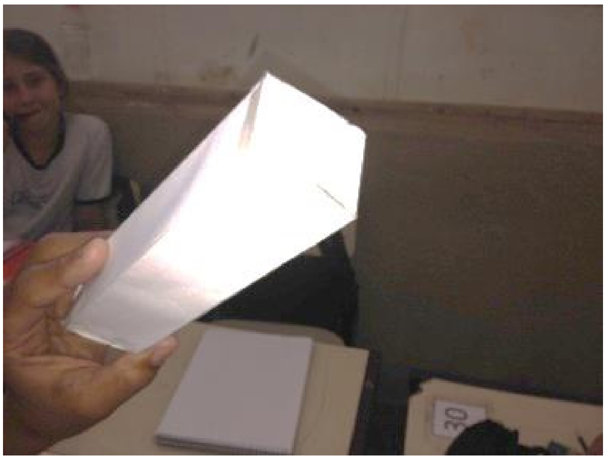
Figura 28: Abrindo a caixa e contornando a planificação.

No desenvolvimento dessas duas atividades, os 6º anos I e II realizaram de maneira rápida e surpreendente, principalmente o 6º ano II. Já o 6º ano III foi a sala com a maior dificuldade. Destacamos também uma desunião dos alunos desta última sala, havendo uma não aceitação de alguns colegas no momento de formação dos grupos, problema que foi resolvido com a intervenção da professora e monitores. A sala se pôs a trabalhar e algumas perguntas foram feitas pelos alunos apenas para esclarecer algumas dúvidas, porém suas atividades já estavam em geral concluídas. A seguir, foi feita uma correção/checagem no trabalho de cada grupo. Apenas um grupo fez um pequeno erro, que logo entendeu e consertou por conta própria. Até mesmo a professora da sala se surpreendeu com um grupo (composto por alunos que geralmente se mostram desinteressados) que foi um dos primeiros a terminar os exercícios e um dos grupos mais disciplinados durante o desenvolvimento da atividade.

O 6º ano IV também surpreendeu, pois apesar de ser uma sala em que os alunos têm muita dificuldade, apresentou alunos bastante interessados nas duas atividades. Vários alunos tiveram dificuldades, principalmente na rolagem, mas conforme já relamos, após as intervenções necessárias para cada grupo, inclusive com a simulação do vídeo, a atividade foi concluída. Nesta sala, um dos grupos nos questionou quanto à montagem de seu poliedro, pois usaram duas caixas de tamanhos diferentes na mesma rolagem, o que resultou em uma discrepância entre as medidas. Logo o grupo reparou esse erro.

Um aluno desta sala, identificado pela escola como tendo deficiência intelectual, inicialmente se recusou a fazer a atividade e se isolou. Com o tempo foi se soltando e interagindo conosco e foi o primeiro a terminar a atividade proposta corretamente, sendo elogiado.

Figura 29: Caixa montada com sua planificação.



Após a aplicação dessas duas atividades, os alunos foram questionados sobre qual atividade gostaram mais ou acharam mais fácil, e a resposta, por incrível que pareça (pois achamos que teriam maior dificuldade), foi a “rolando a caixa”.

Devido ao sucesso da aplicação da atividade (proposta pela professora Yuriko Y. Baldin no LDEF) de rolar a caixa para obter a planificação, pois alunos se saíram melhor "rolando" a caixa do que "abrindo" a caixa (que é uma proposta conhecida em livros didáticos), resolvemos (na aplicação seguinte) mudar a forma de aplicação do item (a) do "Indo Adiante 1", fazendo a atividade "As onze as planificações do cubo" utilizando a ideia de rolar o cubo (e não de abrir, conforme proposta no livro como a próxima atividade).

4.3.5. AS ONZE PLANIFICAÇÕES DO CUBO

Vejamos, inicialmente, o que está proposto no livro:

Indo Adiante 1

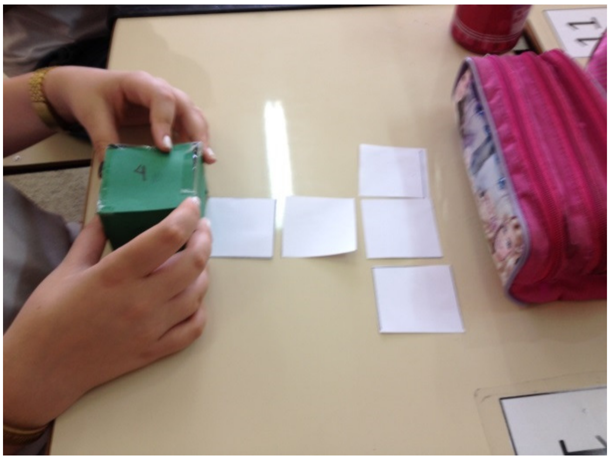
Vocês se lembram que na atividade 1 seu grupo confeccionou um cubo? Para esta atividade, novameste em grupo, usarão novamente o cubo e fita adesiva. Na atividade anterior você conheceu algumas planificações do cubo. Vamos abrir o cubo como fizemos com a caixa de creme dental:

a) Recorte pelas arestas, que eram lados de quadrados unidos com fita adesiva, de maneira a obter uma única peça, com seis quadrados grudados pelos lados, que é uma planificação do cubo. Compare a de vocês com as dos outro grupos. Registre-as em uma folha de papel quadriculado.

d) Agora, vocês vão usar 60 quadradinhos, para confeccionar outras palnificações do cubo, diferentes das que vocês já registraram no ítem anterior. Com auxílio de fita adesiva, una seis quadradinhos através de seus lados tentando montar um cubo. Se conseguir montar o cubo é porque você realmente obteve uma planificação dele. Com outros seis quadradinhos repita o processo. Caso achar necessário, pode usar seu cubo inicial que foi aberto por arestas, montá-lo novamente e recortar pelas arestas, diferente do recorte do igtem (a). Outra forma de obter as planificações é girar o cubo como foi feito com a caixa de creme dental. Mas cuidado: no cubo as seis faces são iguais, então é interessante numerar as faces para não desenhar duas vezes a mesma face e esquecer alguma sem desenhar. Registre no papel quadriculados todas as planificações que conseguiram.

Relato: A atividade foi aplicada apenas nos 6º anos II e IV. Foi dado para cada grupo 66 quadradinhos (de mesmo tamanho), já recortados e um cubo, porém não foi revelada a quantidade de quadrados (que estava sendo dada) e nem a quantidade de planificações existentes (a menos de congruência). Enfatizamos que eles observassem bem as planificações, pois logo de cara disseram que a planificação no formato da “cruz” de “cabeça” para cima ou para baixo eram planificações diferentes. Para esclarecer e mostrar que era a mesma (isto é que elas se sobrepõem) foi chamada uma aluna à frente e perguntado o nome dela, depois ela voltou ao seu lugar e novamente foi perguntado o nome, exemplificando então que sentada, deitada ou em pé ela continuava com o mesmo nome, e que algo parecido acontecia com as duas planificações referidas. Os grupos começaram a construir as planificações por conta própria, sem rolar o cubo, apenas simulando a montagem ou simplesmente imaginando (abstraindo). Porém, após algumas planificações (cinco ou seis) ambas as salas sentiram dificuldade em deduzir/visualizar as demais. Aqui foram instigados a perceber que poderiam fazer como no bloco retangular, rolando o cubo. Assim, logo começaram a descobrir as outras planificações.

Figura 30: Deduzindo possíveis planificações do cubo.



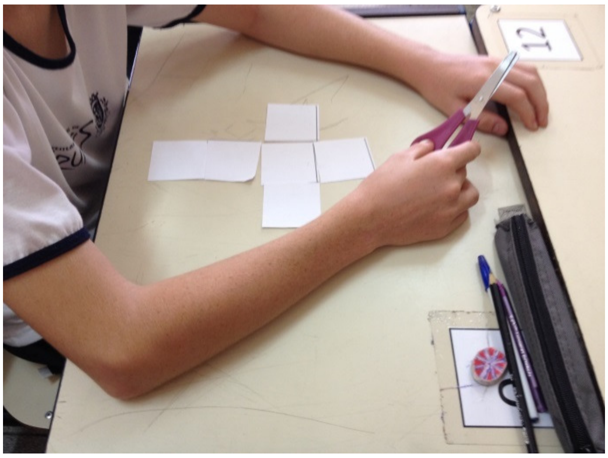
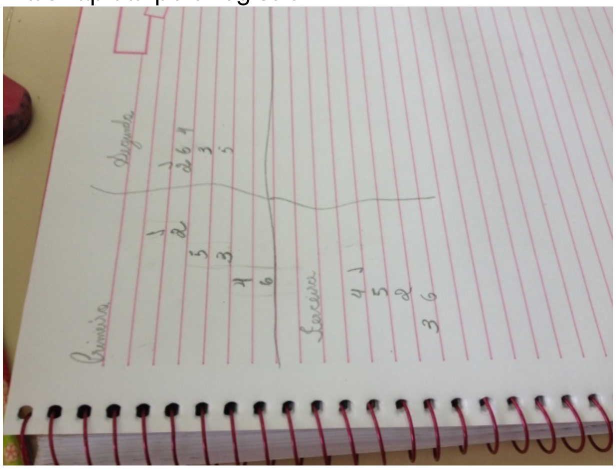
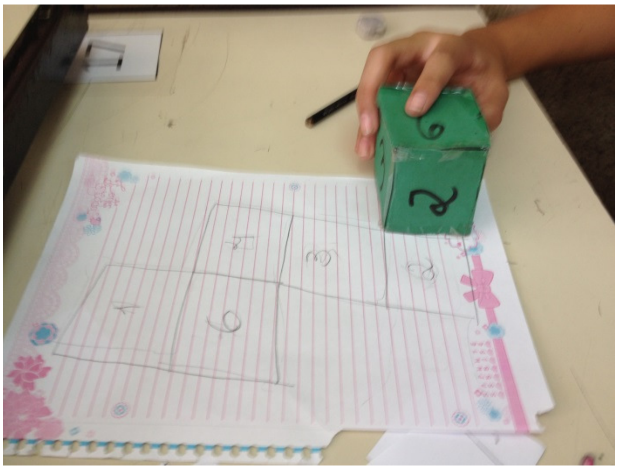


Figura 31: Estratégia usada pela aluna para "descobrir" as planificações do cubo, de forma mais rápida: pelo registro.





O 6º ano II realizou a atividade bem mais rápido que pensávamos. É uma sala bastante agitada e geralmente tida como indisciplinada, mas nos surpreendeu ao demostrarem bastante organização de trabalho em equipe e disciplina ao realizarem a atividade. Utilizaram o rolamento e, para não se perderem, enumeraram as faces para identificá-las (já que eram todas quadradas, diferente da situação da caixa). Alguns grupos desenharam o esquema no caderno. Só foi descoberta a quantidade de planificações após construírem a nona planificação, pois a quantidade de quadrados era menor e então perceberam que o restante que tinha sobrado (doze quadrados) daria para fazer a planificação de mais dois cubos apenas. Quase todos os grupos conseguiram descobrir as onze planificações existentes, com exceção de dois grupos que precisaram de uma intervenção mais direta para conseguir as últimas.

Figura 32: Descobrindo planificações por tentativa e erro. À esquerda deu certo, à direita teve que ser consertada após simular montagem (validar resposta).

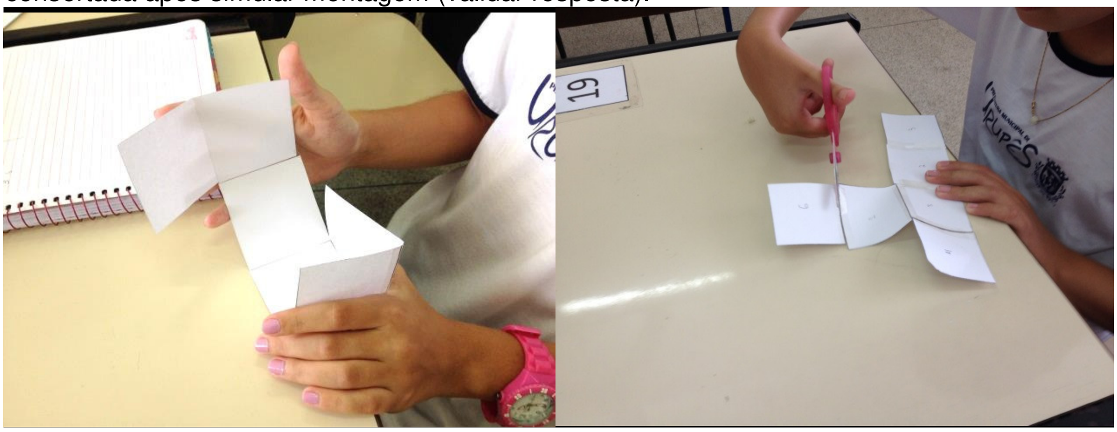
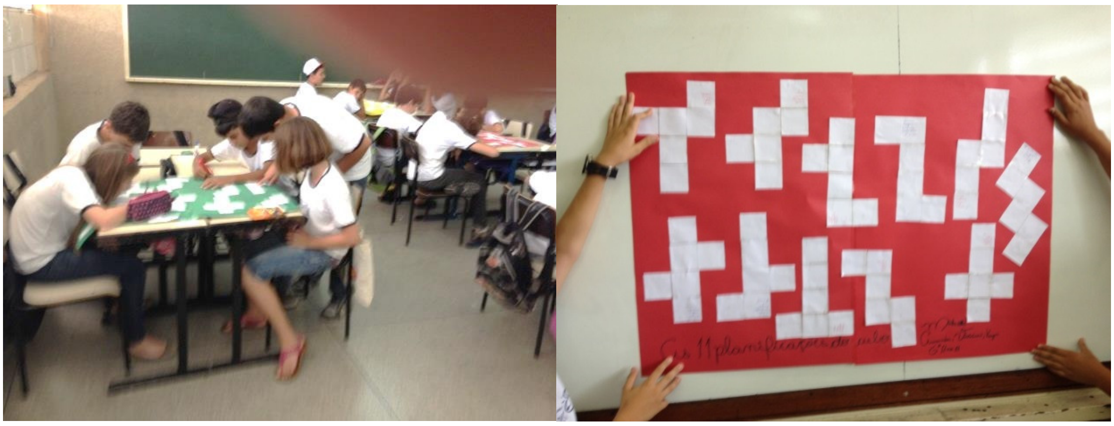
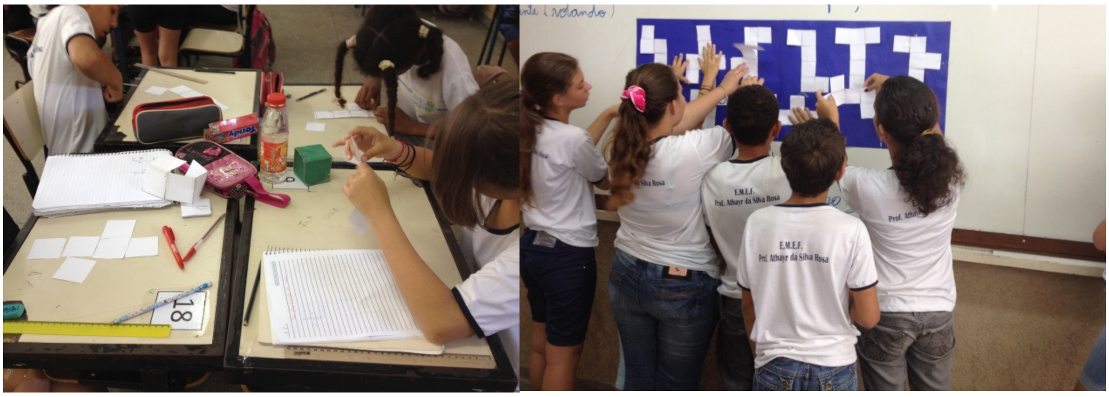


Figura 33: Em grupos, cada grupo fazendo sua atividade depois expondo.



No 6º ano IV, logo após distribuirmos os quadrados e o cubo, um aluno de imediato contou os quadrados e viu que tinha 66 quadrados e cada cubo tem 6 faces então ele fez uma divisão e falou que tem onze planificações. A metodologia para esta classe foi um pouco diferente em virtude da dificuldade que a turma apresenta. Cada grupo descobria uma planificação de forma mais lenta, então resolvemos conduzir de modo que a atividade fosse desenvolvida envolvendo a classe toda. O conjunto das onze planificações não teria que ser completado por cada grupo, mas pela classe, em conjunto. Pedimos para que cada grupo fosse à frente e colasse numa cartolina as planificações já feitas. Diante das já construídas, cada grupo foi desafiado a fazer outra diferente e procurar na cartolina (sobrepondo nas outras) se realmente não tinha outra igual em outra posição. Os alunos ficaram entusiasmados em descobrir todas, e a dinâmica da aula foi muito proveitosa. Porém, após passar duas aulas e meia (em torno de duas horas), os alunos conseguiram construir apenas dez planificações. A última teve que ser revelada.

Figura 34: Confeccionando e depois comparando com as já obtidas, no cartaz fixado na lousa.



As próximas atividades, “Representando o cubo no plano (na tela do GeoGebra e na malha quadriculada)”, “Modificando as arestas do paralelepípedo” e “Contando as arestas na planificação”, foram aplicadas em apenas duas classes, 6°ano I e 6°ano II, por questões do cronograma da escola: dispúnhamos da mesma quantidade de aulas para as quatro classes. Nos 6°ano III e 6°ano IV, os alunos de maneira geral precisavam de maior atendimento individual e então demoramos mais nas atividades anteriores.

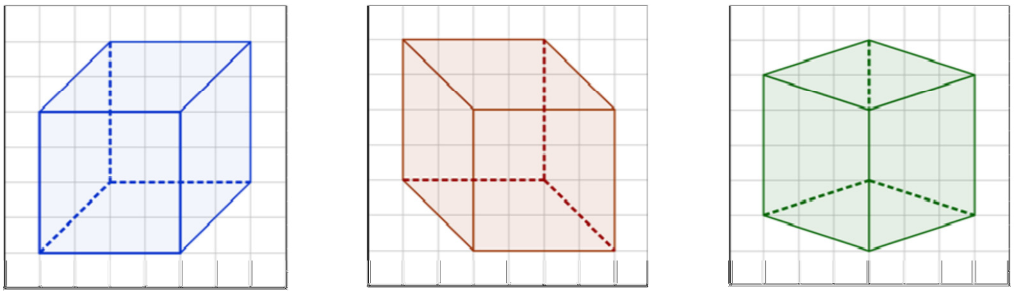
4.3.6. REPRESENTANDO O CUBO NO PLANO (NO GEOGEBRA E NA MALHA QUADRICULADA)

O objetivo desta atividade é que o aluno perceba que a maneira como vemos um objeto depende da posição em que estamos posicionados em relação ao objeto e que a forma como desenhamos o que vemos é diferente das formas que os objetos tridimensionais realmente possuem; por exemplo, o cubo é um objeto tridimensional formado apenas por quadrados e o desenho que fazemos para representar o cubo no papel (bidimensional) possui formas como paralelogramos, retângulos, losangos ou quadrados (simplesmente comentando essas formas e não objetivando a classificação de quadriláteros pois somente no capítulo seguinte é que se pretende proporcionar ao aluno um contato mais formalizado com o espaço bidimensional). Também o tempo destinado à atividade foi insuficiente para sua forma adaptada.

Isso é feito para representar a profundidade que existe no objeto e o plano não tem.

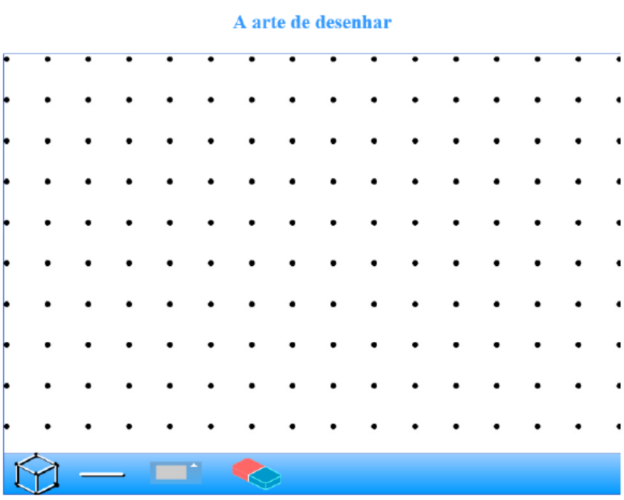
Ela está diretamente relacionada com as Atividades 2 e 3 (ver ANEXO 1, páginas 124 a 126), que dependem de se fotografar o cubo e como já mencionamos, não foram desenvolvidas E ainda, mais diretamente, com as Atividades 21 e 22 do livro, copiadas a seguir:

Atividade 21. Observe os desenhos de cubos abaixo, veja que há linhas pontilhadas e discuta com seus colegas o que elas representam.



Atividade 22. Observe os desenhos de cubos abaixo e tente fazer um você também utilizando a atividade interativa a seguir.

Favor colocar link para a atividade "A arte de desenhar" disponível em http://pead.faced.ufrgs.br/sites/publico/eixo4/matematica/catalogo_objetos/objetos/arte_desenhar.htm



Relato: A “adaptação” destas atividades foi a seguinte:

Levamos para a classe um objeto em forma de cubo para os alunos o observarem a partir de várias posições (que gerassem as vistas desenhadas). Depois os alunos receberam folha de atividades para fazer o desenho da representação do cubo em diversas posições, na tela do GeoGebra e em papel quadriculado. A folha recebida pelos alunos do 6º ano B foi como a que segue:

Figura 35: Folha de atividade entregue aos alunos do 6ºano II.

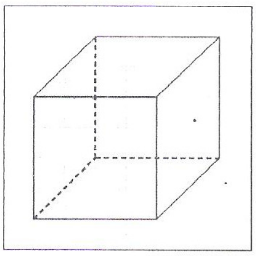
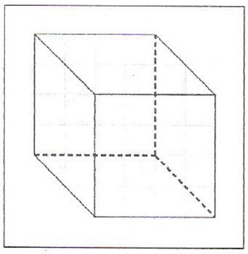
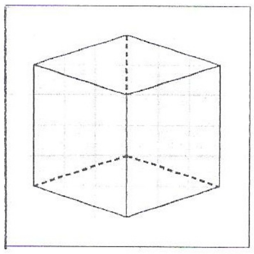
NE - Núcleo de Ensino da UNESP– IBILCE–SJRP
E.M.E.F.“Prof. Athayr da Silva Rosa” 2013

NOME:________________________ Nº_______ 6°ANO_______ data:___/11/13

Atividade 1: Observe os desenhos de cubos abaixo.

a) Veja que há linhas pontilhadas. O que elas representam?________________________

b) Tente fazer um você também utilizando o software GeoGebra.

c) Como chamam as formas geométricas planas que desenhou para representar o cubo que é uma forma tridimensional(não plana) na tela do GeoGebra que é bidimensional (plana)?

1°desenho:________________________

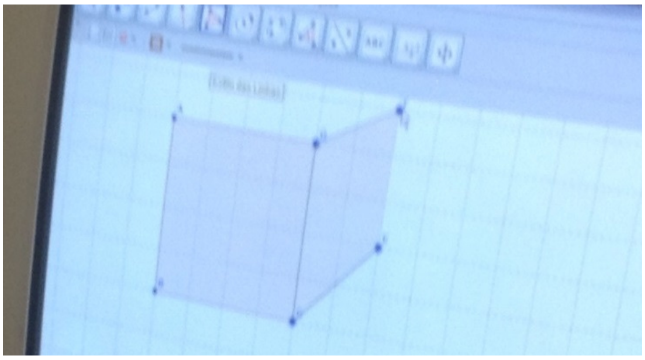
2°desenho:________________________

3°desenho:________________________

d) Represente os cubos no quadriculado a seguir:

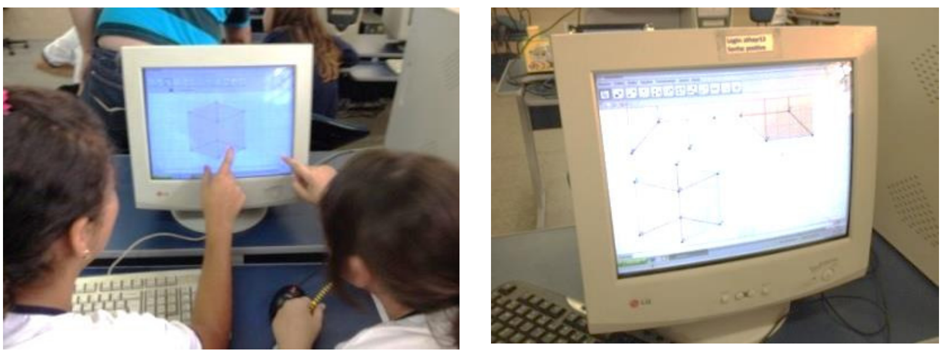
Nela, após responderem sem dificuldade que o pontilhado representa a parte de trás do cubo, eles deveriam desenhar, inicialmente na tela do GeoGebra, as representações do cubo do item (b) da folha recebida, mostrada na Figura 35. Muitos alunos tiveram dificuldades. Um dos motivos foi a diferença entre as escalas: no desenho da folha a malha é quadriculada com quadradinhos de 0,5 cm de lado e no GeoGebra a malha é de 1 cm. Assim criaram muitas vezes um desenho que não representa o cubo do desenho, pois os polígonos foram desenhados por aproximações e não foi observado, por exemplo, o paralelismo entre os lados, conforme mostra a Figura 36 a seguir, que é uma foto da tela do GeoGebra de uma aluna.

Figura 36: Representação incorreta do cubo na tela do GeoGebra.



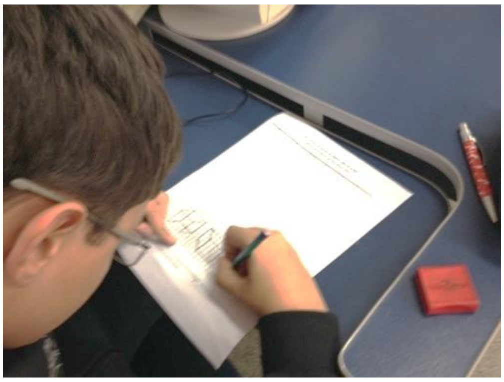
A terceira representação do cubo, no GeoGebra, ofereceu maior dificuldade, tanto para o 6º ano II quanto para o 6º ano I, que também fez este exercício porém como último item da folha de atividades (ver ANEXO 5). Percebemos que uma dificuldade foi em virtude da falta de habilidade na manipulação do software, mais especificamente na escolha de ferramentas: *segmento*, *polígono*, etc. Uma aluna teve dificuldades, logo na primeira representação, em "fechar" as faces do cubo, mostrando dificuldade com a ferramenta *polígono* do GeoGebra.

Figura 37: O terceiro cubo.



O último item, para o 6º ano II, era desenhar na malha com o lápis as formas representadas no GeoGebra. Na folha de atividades não pedia que fossem copiadas da tela do GeoGebra, mas nossa orientação foi essa (o que tornou o exercício mais difícil do que deveria). Apesar de concluída a atividade no software, houve uma grande dificuldade de representá-los no papel, isto é, de transpor da tela para o papel. Novamente, a maior dificuldade ficou com a terceira representação do cubo.

Figura 38: Aluno do 6°ano II desenhando o cubo.



Quase todos os alunos precisaram de ajuda.

Por isso, para o 6º ano I, modificamos um pouco a folha de atividade (ANEXO 5). Uma das modificações foi a troca de ordem dos itens (b) e (d) da atividade mostrada na Figura 35, colocando a representação no GeoGebra como a última. Dificuldades similares continuaram aparecendo ao representarem no GeoGebra. No entanto, na etapa anterior, que era copiar o desenho do cubo no papel quadriculado, tiveram mais facilidade.

Outra parte do exercício, além da “cópia” do desenho do cubo, no quadriculado ou na tela quadriculada do GeoGebra, era uma análise de quais formas planas foram utilizadas para a representação do cubo no plano. Parte deles não entendeu a análise proposta, ou seja, faltou um entendimento do que se pedia no exercício. Foi necessário um esclarecimento do enunciado, do item (c) mostrado na Figura 35, para os alunos do 6º ano II. Tentamos melhorar isto na folha entregue ao 6ºA, mas a dificuldade foi a mesma (fato que não podemos desprezar e devemos reformular as perguntas de modo a serem mais claras). Diziam que as formas planas desenhadas eram quadrados, pois o cubo é formado por quadrados mesmo, quando na realidade eram desenhados paralelogramos para representar a profundidade do cubo. A intervenção necessária foi o desenho na lousa: “- Que figura plana estou desenhando agora para representar a parte de cima do cubo?” Aí então, de imediato, um aluno do 6º I identificou o paralelogramo. O quadrado foi facilmente identificado por todos. O losango teve reconhecimento mais rápido do que o paralelogramo, mas era o terceiro desenho e eles já tinham entendido a diferença entre o que temos no objeto tridimensional e o que desenhamos para representá-lo.

Acreditamos que esta foi a parte mais difícil dentre as atividades aplicadas: o objeto tridimensional, representado no plano. Mas entendemos que seja importante já começar no 6º ano, como um primeiro contato, mesmo sem muita formalização no que se refere à classificação dos quadriláteros, para que mais tarde não tenham tanta dificuldade em visualização espacial, isto é, identificar qual forma tridimensional que está representada num desenho, como acontece hoje em geral (alunos do ensino médio sem esta habilidade)

Concluímos que a modificação da atividade não foi uma boa ideia. Pode ser que o fato de levar objeto concreto em forma de cubo, nesse momento, dificultou a atividade, pois alguns alunos desenharam um quadrado para representar a parte de cima do cubo e não um losango como no desenho.

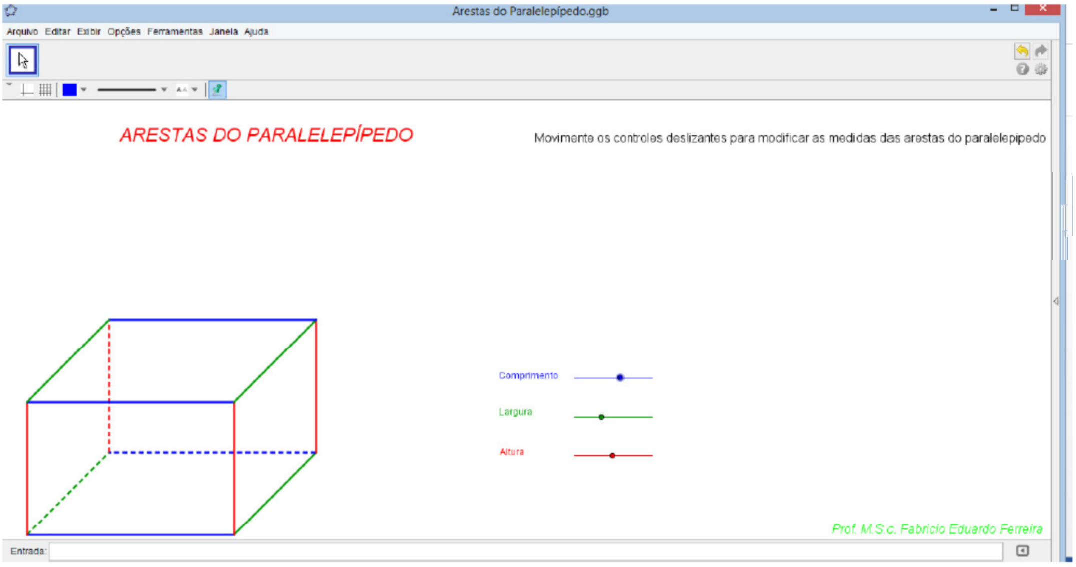
Pode ser que na proposta do livro este insucesso não ocorra, por três motivos: a atividade se objetiva apenas na reprodução a partir do desenho do cubo (cópia) e não a partir do objeto real em forma de cubo, não se pretende a classificação de quadriláteros, além disso, na proposta, esta atividade é quase a última, depois de ter sido bastante trabalhadas atividades sobre “Vistas de uma forma tridimensional”, o que não foi contemplado em nossa aplicação de atividades.

Depois de concluída a etapa do cubo, deu-se início aos trabalhos com o paralelepípedo.

4.3.7. MODIFICANDO AS ARESTAS DO PARALELEPÍPEDO

A proposta é a atividade interativa do livro, como segue:

Indo Adiante 3 Na atividade interativa a seguir movimente os controles deslizantes para modificar as medidas das arestas do paralelepípedo.



a) Modificando as medidas das arestas do paralelepípedo como são as figuras geométricas espaciais você consegue obter?

b) As figuras geométricas espaciais obtidas no item anterior são formadas por quais figuras planas?

Relato: O desenvolvimento da atividade se deu assim: foram exemplificados por meio de material concreto de cartolina três tipos de paralelepípedos: o de seis faces quadradas (cubo), o de quatro retângulos e dois quadrados como faces e o de faces apenas retangulares.

Em cada computador foi salva a atividade do GeoGebra: ARESTAS DO PARALELEPÍPEDO, que é exatamente a atividade interativa do livro. A proposta foi abrir o arquivo e manipular as medidas das arestas do paralelepípedo, de modo a ter representado paralelepípedos com: três pares de retângulos diferentes; dois pares de retângulos congruentes e um par de quadrados; seis quadrados congruentes, ou seja, um cubo. Alguns alunos se inspiraram em como fizeram o cubo, manipulando as medidas das arestas até obterem duas faces quadradas e fazendo as outras arestas maiores. Outros obtiveram primeiro uma face retangular, e depois fizeram as demais. No 6ºano I, um ou outro aluno conseguiu reaproveitar o cubo, arrastando seus vértices. Poucos tiveram dificuldades em concluir esse exercício.

4.3.8. CONTANDO AS ARESTAS NA PLANIFICAÇÃO

Como já relatamos na atividade com o Software Poly, os alunos mostraram inicialmente dificuldade em estabelecer relações entre figuras espaciais e suas representações planas, como na contagem das arestas feita nas planificações dos poliedros, na medida em que foram contados todos os lados dos polígonos, desconsiderando que na montagem do poliedro os lados de polígonos que “contornam” a planificação são unidos dois a dois formando uma única aresta.

Após todas as atividades de manipulação, construção e representação dos poliedros, resolvemos fazer mais esta atividade, que não faz parte do livro. Com as salas onde houve curiosidade por parte dos alunos em descobrir uma estratégia de contagem de arestas na planificação – na atividade do Poly - e que dispúnhamos de mais tempo (não por acaso, pois eram turmas com nível de compreensão mais avançado: 6ºano I e 6ºano II) tivemos bons resultados. Porém em outra classe, 6º ano III, tentamos começar, mas desistimos. Seria muito precoce para esta turma. A atividade consistia em “*oferecer as planificações dos poliedros, inclusive do dodecaedro e icosaedro, e propor o desafio de que eles arrumassem uma estratégia para determinar qual o número faces e de arestas de cada um dos poliedros*”. Quanto ao número de faces, não houve dificuldade para nenhum dos alunos. Para o número de arestas, as estratégias foram diferentes: alguns alunos se puseram a recortar a planificação e montar o poliedro para fazer a contagem no objeto montado (necessidade do concreto). Outra estratégia foi usar a planificação, apenas identificar o polígono da face, contar as faces e imaginá-las separadas e usar o raciocínio que já tínhamos trabalhado anteriormente, por exemplo, a planificação do tetraedro mostra quatro triângulos, cada um dos quatro triângulos, separadamente tem três lados, são então doze lados no total, que quando colados dois a dois darão seis arestas. Outros alunos apenas simularam a montagem (abstração) e perceberam que os lados de polígonos que “contornam” a planificação seriam colados de dois em dois, e então o número de arestas resultantes desta montagem seria metade do número de lados que “contornam” a planificação e os lados de polígonos que ficam no “interior” na planificação já eram as próprias arestas, pois só seriam dobrados e não colados com outros. As estratégias foram socializadas e discutidas, sendo que esta última foi muito bem recebida por todos os alunos. Foram feitos, então, os seguintes registros:

Separaram os lados dos polígonos em dois grupos (na verdade classificaram em dois grupos), contornando de cores diferentes os lados que seriam colados e os que seriam apenas dobrados:

Figura 39: Um grupo de alunos contornando as arestas que seriam apenas dobradas, de vermelho, e de azul os lados que seriam colados dois a dois para formarem uma aresta.

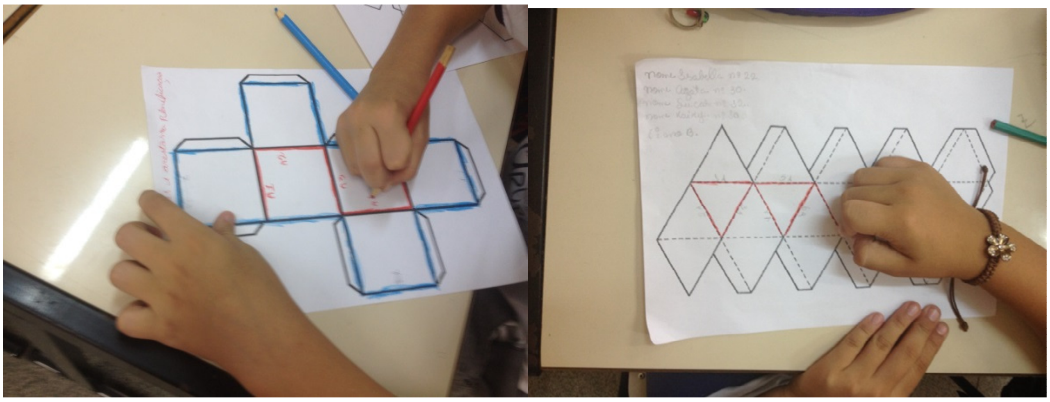


Figura 40: A aluna fez uma legenda: arestas em rosa e lados que vão ser colados em azul.

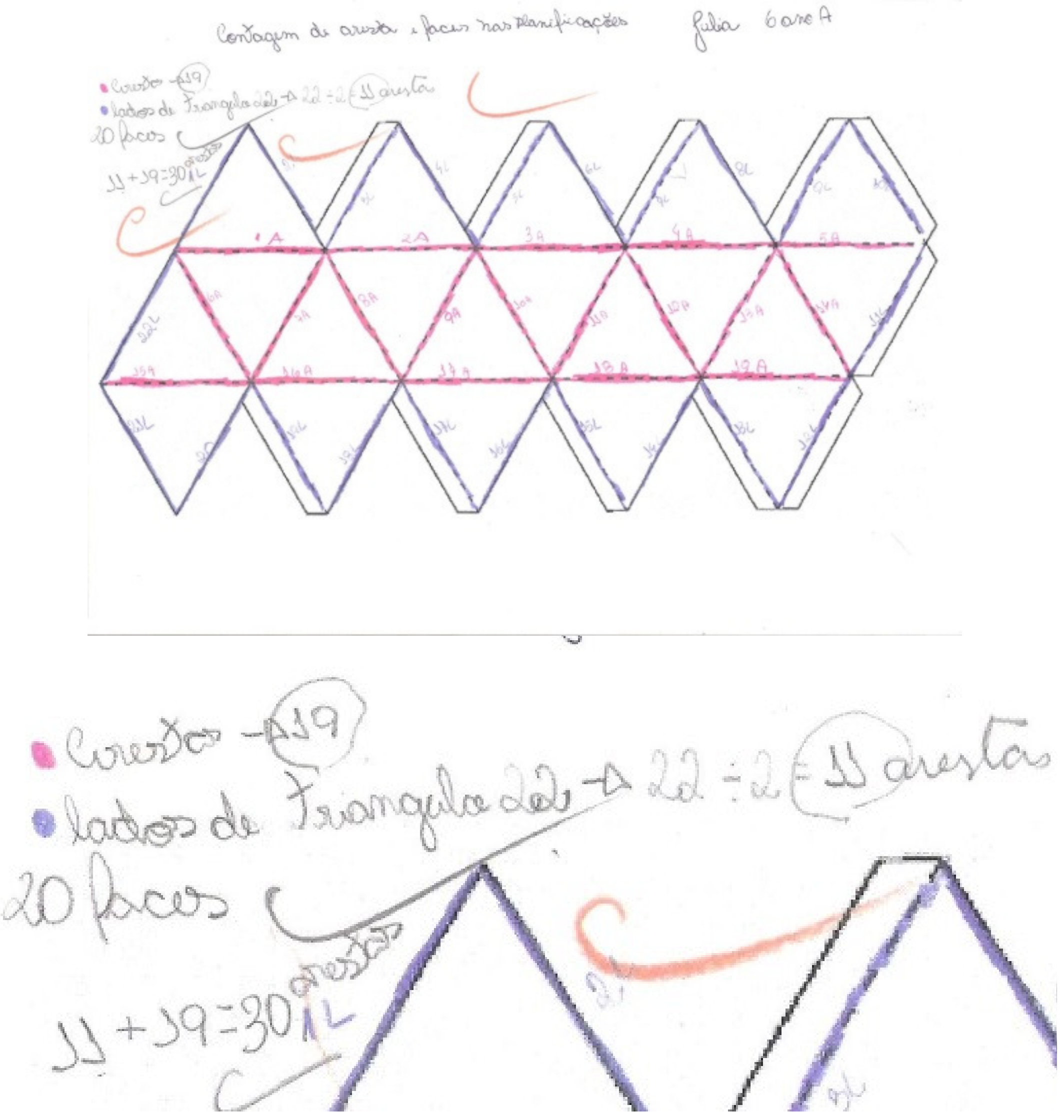


Figura 41: Registro dos alunos: no icosaedro, em vermelho, 19 arestas, em azul, 22 lados que serão colados resultando 11 arestas. Total de arestas: 19+11=30.

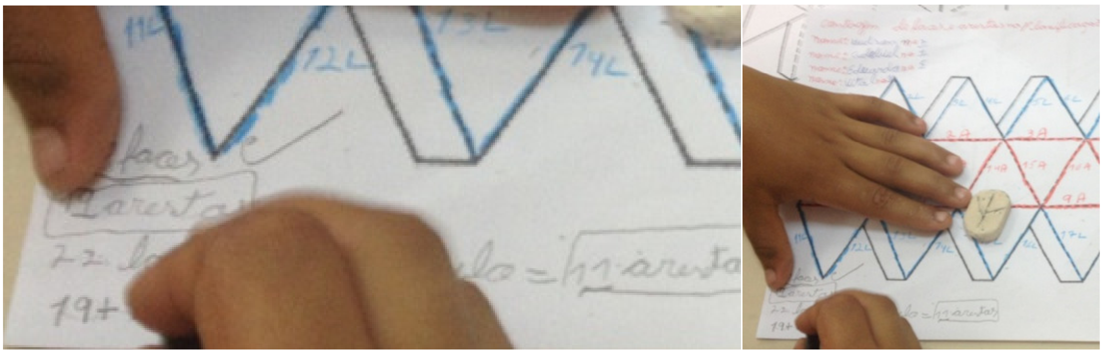


Figura 42: O aluno usou duas estratégias para contar as arestas do tetraedro.

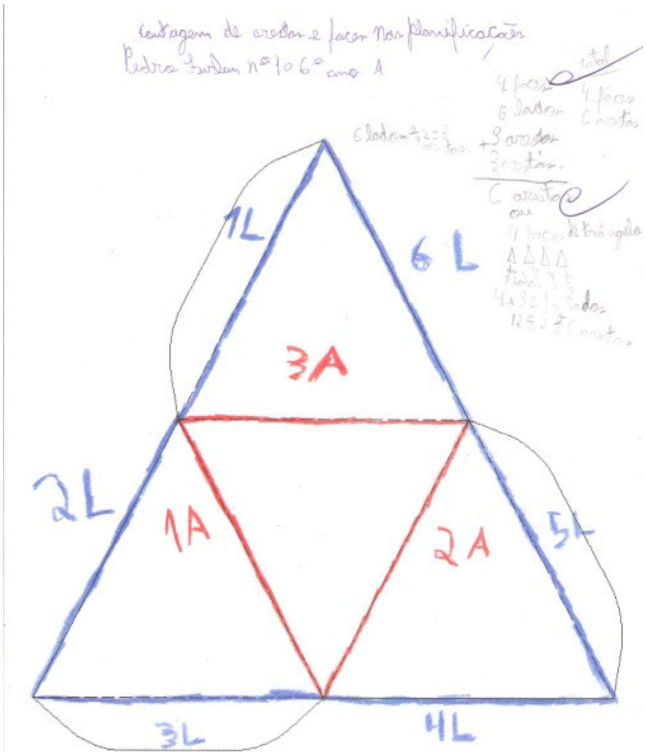
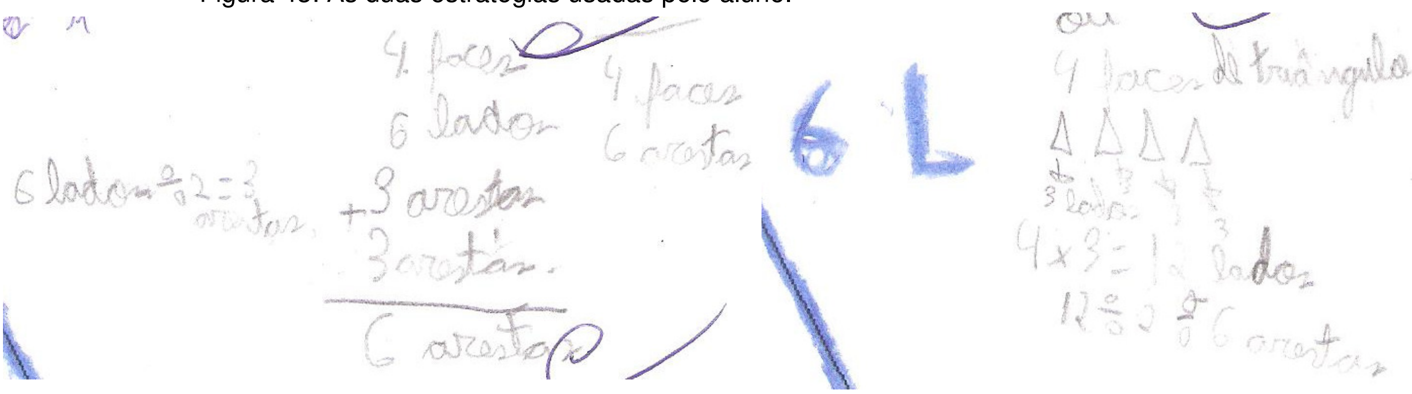


Figura 43: As duas estratégias usadas pelo aluno.



As figuras 42 e 43 indicam duas estratégias diferentes usadas por um aluno para o cálculo do número de aresta. Na Figura 43, à esquerda, o aluno fez:
6 “lados” ÷2= 3 “arestas”, somando com mais 3 arestas, dá um total de 6 arestas. À direita, ele representou as quatro faces triangulares separadamente e fez 4×3=12 lados, 12lados÷2=6arestas.(estratégia usada na atividade “Construção do cubo face por face”)

Com a execução destas sete atividades nos sextos anos, conseguimos um bom resultado, conforme detalharemos no último capítulo.

CAPÍTULO 5: ANÁLISE DA ADEQUAÇÃO DAS ATIVIDADES DESENVOLVIDAS EM SALA DE AULA AOS PROPÓSITOS DE ENSINO, RESULTADOS E CONCLUSÃO

A adequação das atividades desenvolvidas aos propósitos de ensino está, obviamente, relacionada à adequação da proposta (Capítulo 2 do livro em elaboração).

5.1 A ADEQUAÇÃO DA PROPOSTA

Não há dúvida que uma Coleção Didática Digital de Matemática, é uma proposta inovadora e ousada para o ensino Matemática. Assim, a proposta apresentada no Capítulo 2 é de fato uma proposta diferenciada para iniciar o ensino da Geometria (Espacial/Plana) no 6º ano do Ensino Fundamental II. Convém salientar que, em conformidade com os níveis: básico (nível 0) e análise (nível 1) de Van Hiele (CROWLEY, 1994), é natural abordar a Geometria inicialmente pela visualização e reconhecimento de objetos tridimensionais e depois passar a reconhecer os elementos e figuras planas contidas nas formas. Assim a proposta propicia um primeiro contato com o espaço tridimensional (espacial) não passando do nível 1, para depois tratar a plana (também não passando do nível 1 de Van Hiele). Lembremos que apenas no nível 2 (dedução informal ou abstração) é que as definições passam a ter significado, e que não se pretende chegar a este nível nesta proposta. Assim, espera-se que o leitor compreenda que quando se refere a cubos, poliedros, quadrados, ângulos, ou outros entes geométricos não usou-se ainda suas definições de uma maneira formal.

A proposta da Coleção Digital irá dispor do recurso tecnológico “tablet”, muitos desafios e dificuldades serão enfrentados pelo professor no gerenciamento da sua aula, e o direcionamento será outro, pois esta se apresentará muito mais dinâmica. Conforme proposta do projeto, as dificuldades serão tratadas após aplicação de “etapa piloto”. Sem dúvida, uma perspectiva futura é aplicar, como etapa piloto, a proposta idealizada.

5.2 A ADEQUAÇÃO E ALGUNS OBJETIVOS ALCANÇADOS COM A APLICAÇÃO DAS ATIVIDADES

A aplicação das oito atividades em sala de aula, que relatamos no Capítulo 4 deste trabalho, está muito longe de ser a etapa piloto do projeto MatDigital, pois aplicamos apenas oito das vinte e três atividades propostas no livro e as atividades foram completamente adaptadas para utilizarmos apenas os recursos e tempo que tínhamos disponíveis, para trabalhar em cada classe. Esta ideia de adequação, de valorizar o que é possível fazer é destacada por Macedo (2000).

> [...] A ideia é valorizar o que é possível fazer, o que está ao nosso alcance, e isso nos dá melhores condições para descobrir pistas que ajudem a modificar a atuação pedagógica considerando o nosso sistema de ensino [...] se é difícil modificar o todo, há muito o que fazer em cada parte: o desafio é atuar com criatividade e responsabilidade, saindo do discurso queixoso e paralisado, descobrindo formas mais interessantes de lidar com a realidade. Se não há variedade de material, vamos inventar diferentes situações com lápis e papel ou lousa e giz como recursos [...] (MACEDO, 2000)

Entretanto, sobre essa aplicação em sala, gostaríamos de salientar que durante todo o processo, estivemos em consonância com as indicações dos documentos oficiais, desde a Declaração dos Direitos Humanos até o Currículo de São Paulo, e com as metodologias de ensino de Matemática, de Geometria, que nos referimos no Capítulo 3.

Algumas perguntas que nortearam a escolha das atividades foram: Como usar a educação para promover o respeito pelos Direitos Humanos, a compreensão e a tolerância entre os grupos, a formação de atitudes e valores, os laços de solidariedade, e a prática da cidadania? Como tornar o aluno um indivíduo (aprender a ser) que possa ter autonomia para gerenciar a própria aprendizagem (aprender a aprender) e para a transposição dessa aprendizagem em intervenções solidárias (aprender a fazer e a conviver)? Como tornar o aluno um cidadão crítico e participativo? E a ética? Nos PCNs encontramos:

> a ética, expressa na construção dos princípios de respeito mútuo, justiça, diálogo e solidariedade, seja: uma reflexão sobre as diversas atuações humanas e que a escola considere o convívio escolar como base para sua aprendizagem, não havendo descompasso entre “o que diz” e “o que faz”. Partindo dessa perspectiva, o tema transversal Ética traz a proposta de que a escola realize um trabalho que possibilite o desenvolvimento da autonomia moral, o qual depende mais de experiências de vida favoráveis do que de discursos e repressão. No convívio escolar, o aluno pode aprender a resolver

> conflitos em situações de diálogo, pode aprender a ser solidário ao ajudar e ao ser ajudado, pode aprender a ser democrático quando tem oportunidade de dizer o que pensa, submeter suas ideias ao juízo dos demais e saber ouvir as ideias dos outros. (BRASIL,1998a. p. 67).

Ainda sobre a *Ética*, a edição especial da revista Nova Escola, intitulada “Parâmetros Curriculares Nacionais – Fáceis de entender”, diz que para fazer parte de um grupo ou uma comunidade, o “cidadão” deve conhecer as normas que regem a conduta aceita nos mais variados âmbitos, desta sociedade, como o social, o cultural e o político. Para o indivíduo atuar de forma *autônoma*, e *crítica* em uma sociedade democrática, precisa saber valorizar cada pessoa, independente de sua origem social, etnia, religião, sexo, opinião. Revelar seus conhecimentos, expressar sentimentos e emoções, admitir dúvidas sem ter medo de ser ridicularizado e exigir seus direitos são atitudes que compreendem *respeito mútuo*. O conceito de *justiça* vai muito além de obedecer às leis, é a busca da igualdade de direitos e de oportunidades, o que pressupõe o julgamento do que é justo ou injusto. A *solidariedade* é a expressão de respeito dos indivíduos uns pelos outros. Ser solidário é partilhar um sentimento de interdependência e tomar para si questões comuns. Não somente estão incluídos na prática da solidariedade, a luta por um ideal coletivo da sociedade como também a ajuda a um amigo. A comunicação entre as pessoas pode ser fonte de riqueza e alegrias. O *diálogo* é uma arte a ser ensinada e cultivada. Mas o diálogo só acontece quando os interlocutores têm voz ativa. Impor visões de mundo sem considerar o que o outo tem a dizer não constitui um diálogo. (NOVA ESCOLA, 2000).

Claramente não é somente incentivando uma campanha do agasalho, ou promovendo uma visita a algum asilo, e muito menos montando uma sequência didática sobre os temas que o aluno vai ser solidário.

Também não é com uma aula exclusivamente expositiva, onde o aluno é sujeito passivo e só aceita o que o detentor do saber explanou que o indivíduo será autônomo. Essa autonomia só vai ser conquistada se o aluno for autor do seu conhecimento. Vai aprender fazendo.

O respeito ao outro na hora de falar, trabalhar em grupos, dar o direito do outro a errar, ajudar o outro a fazer, foram algumas atitudes desenvolvidas durante a aplicação das atividades, que possibilitam as práticas anteriormente descritas.

Entendemos que argumentar seus pontos de vistas, entre colegas e entre professor aluno, possibilita tornar o aluno um cidadão crítico e participativo; convencer o outro sobre o seu ponto de vista ou reconhecer o porquê do seu erro também efetivará o aprendizado.

> [...] interagir com seus pares de forma cooperativa, trabalhando coletivamente na busca de soluções para problemas propostos, identificando aspectos consensuais ou não na discussão de um assunto, respeitando o modo de pensar dos colegas e aprendendo com eles. (BRASIL, 1998b, p. 47–48).

Assim, a metodologia utilizada no desenvolvimento das atividades em sala de aula, contribuiu para aprendizagem de conteúdos atitudinais, no sentido em que as atitudes foram sendo valorizadas ou corrigidas nas próprias ações dos alunos.

Além disso, é conveniente destacar que motivar o trabalho em grupo permite que a qualidade do aprendizado torne-se mais densa, conforme descreve Sadovsky (2007):

> Sabe-se por comprovada experiência pessoal, que elaborar conhecimento em cooperação com outros abre espaço, de maneira geral, a um intercâmbio que permite aprofundar as ideias em jogo num determinado momento.
>
> [...] há momentos em que as questões novas enfrentadas pelos alunos geram tantas dúvidas que a interação com os colegas legitima novas perguntas, inaugurando outras possibilidades para o matemático (SADOVSKY, 2007, p.57).

Falaremos a seguir, mais especificamente, de cada atividade.

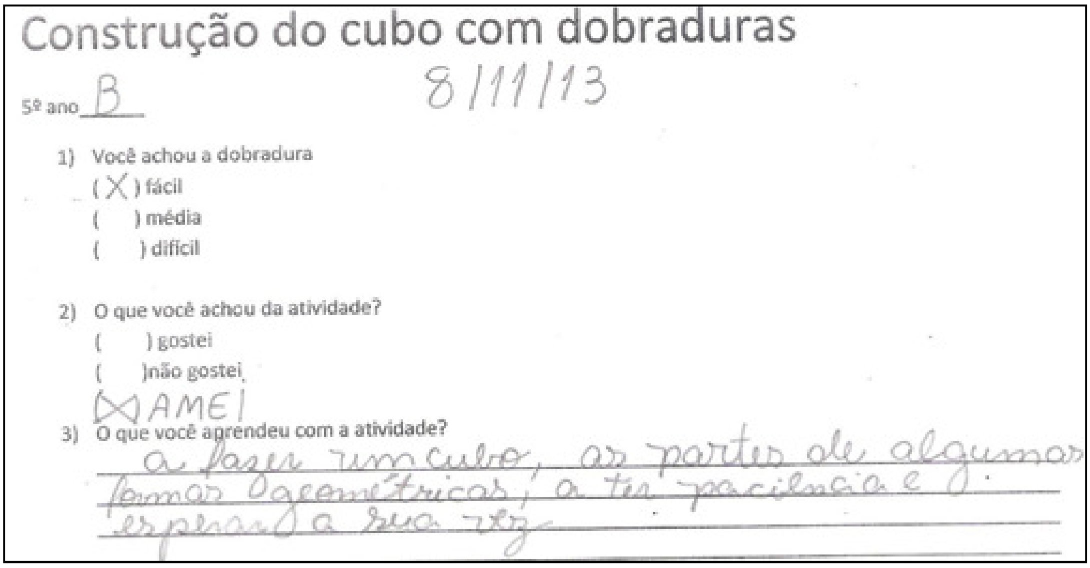
5.2.1.CONSTRUÇÃO DO CUBO POR DOBRADURAS

Enquanto proposta no Livro do Aluno, colocada inicialmente na secção inicial do capítulo (***Explorando o Assunto***), esta atividade tem por objetivo despertar o interesse do aluno para o conteúdo a ser abordado e problematizar os conceitos a serem apresentados.

Alunos e professores (professores regentes das salas de 5º ano) gostaram muito da atividade. Proporcionou aprendizagem/revisão de vários conteúdos dos Descritores da prova Brasil. Sugerimos colocá-la no final do capítulo do livro, antes da seção ***Organizando o que Você Aprendeu***, para que se possa retomar/revisar os conteúdos do capítulo.

Foi a única atividade trabalhada com classes de 5º ano. Logo, como as outras atividades não seriam desenvolvidas, nosso objetivo não era introduzir um assunto, mas era outro: testar a adequação da dobradura para alunos na faixa etária em que eles se encontravam. Porém, também queríamos oferecer alguma contribuição para essas classes. A maior contribuição foi a como a atividade foi proposta para os alunos das classes trabalhadas. O desafio de construir um cubo usando apenas dobradura deixou os alunos curiosos e disponíveis para a aprendizagem durante toda a atividade (em média 3 horas em cada classe). Além disso, o aluno é quem realizava a atividade, ajudava os colegas, sendo realmente participativo e ativo durante a atividade e não simplesmente ouvindo explicações e copiando a resolução da lousa. Também foram "relembrados" conceitos, desenvolvidas atitudes, e os alunos foram realmente protagonistas e gostaram da atividade. A construção do cubo foi o assunto do recreio dos alunos. Tal fato foi elogiado pelos professores das classes, que pediram para levarmos outras vezes mais atividades como essa (lúdica). Nos certificamos disto, por meio dos seguintes questionários, que cada aluno foi convidado a responder, logo após a aplicação da atividade:

Figura 44: Questionário respondido por uma aluna


Construção do cubo com dobraduras

5º ano B 8/11/13

1) Você achou a dobradura
(X) fácil
( ) média
( ) difícil

2) O que você achou da atividade?
( ) gostei
( )não gostei
(X) AMEI

3) O que você aprendeu com a atividade?
a fazer um cubo, as partes de algumas formas geométricas, a ter paciência e esperar a sua vez

Através da análise de tais questionários, obtivemos os seguintes dados:

Tabela 1: Organização dos dados obtidos

Classe		5º ano A	5ºano B	5ºano C	5ºano D	5ºano E	5ºano F	Total	%
Nº alunos		27	23	23	20	19	14	126	
Quanto ao nível de dificuldade	fácil	9	9	5	12	10	8	53	42
	médio	13	9	15	8	7	5	57	45
	difícil	5	5	3	0	2	1	16	13
Quanto ao nível de satisfação	gostei	27	22	23	18	19	14	123	98
	não gostei	0	1	0	2	0	0	3	2

Um dado surpreendente foi em relação aos alunos que têm muita dificuldade em cálculos e inclusive alunos com uma certa deficiência intelectual: quase a totalidade (96%) gostaram da atividade e apenas 22% deles acharam a atividade difícil.

Concluímos, então, que a atividade é aplicável para alunos no início do 6º ano, já que no final do 5ºano tivemos uma grande aceitação da atividade com apenas 13% dos alunos considerando-a difícil e apenas 2% não gostaram da atividade sendo que 98% gostaram e alguns até colocaram no relato: “gostei muito” ou “amei”.

Porém, devido à grande quantidade de conceitos que a aplicação da atividade proporciona, indicamos que seja colocada no final do capítulo, depois de trabalhar mais tempo com tais conceitos por meio das outras atividades, precedendo a seção “Organizando o que você aprendeu”. Dentre os conceitos que a atividade pode proporcionar, destacamos alguns (inclusive constantes nos relatos dos alunos): formas planas ou não planas, cubo, quadrado, losango e o conceito de ângulo reto, polígonos (definição e nomenclatura de alguns como, por exemplo, triângulo, quadrado, losango, hexágono), partes de formas tridimensionais como faces (que são formas planas como quadrado, triângulo, etc.), arestas que são os segmentos comuns às faces e vértices que são pontos comuns às arestas. Também ao quadricular, via dobraduras, a folha quadrada recebida inicialmente, obtemos uma malha quadriculada, e então um conceito que pode ser potencializado é a ideia geral de medida (ou especificamente medida de área). O uso de malhas de pontos é mencionado explicitamente no Caderno do Professor (SEE-SP):

> “[...] apontamos para a importância do uso de malhas de pontos, quadriculada ou de triângulos, na introdução ao estudo da geometria métrica. As malhas não nos permitem trabalhar com qualquer tipo de figura ou medida, porém constituem um recurso muito valioso para a compreensão da ideia de medida associada à de comparação. Identificar medidas de perímetro e área em uma malha pela composição e decomposição de figuras desenvolve de forma significativa a capacidade de observação, habilidade indispensável para a aprendizagem da Geometria.” (SÃO PAULO, 2009a, p. 11 e 39 a 45).

Convém observar que, após a realização da prova SARESP (2013), que ocorreu depois da aplicação desta atividade, alguns dos alunos contaram à professora que na referida prova havia “um quadrado como aquele” (quadrado apoiado sobre o vértice e não sobre o lado) e que agora eles sabiam que era quadrado por causa do ângulo reto e não (apenas) um losango (conforme discutido durante a aplicação da Atividade – vide comentários após Figura 10). Isto mostra que conseguiram reconhecer o quadrado por uma propriedade (nível 1 de Van Hiele), e não pela sua posição.

Além disso, analisando o relato dos alunos sobre o que aprenderam com as atividades, destacamos além da resposta "fazer um cubo com dobradura", ou conceitos já descritos anteriormente, algumas respostas como: "que quadrado e cubo são diferentes", "nomes de alguns polígonos", "formas espaciais", "fazer triângulo com papel", "diferentes formas geométricas", "aprendi fazer um cubo só com lápis e boca (se referindo a encher o cubo) sem medir com a régua, só com dobradura", "que o cubo e quadrado de verdade só existem na imaginação", "que com uma simples folha de papel você pode fazer um cubo e outras figuras geométricas", "eu aprendi que a atividade ensina que as coisas não são tão difíceis", "que um losango de ângulos retos pode ser um quadrado também e um losango de ângulos mais fechados não pode ser um quadrado", "aprendi dobrar, riscar e fazer um tabuleiro", "a diagonal que eu ainda não sabia", "nunca tinha feito um cubo, já estudei sobre ele só que fazer ele nunca, foi muito legal fazer isso. Muito obrigado por me ensinar isso!", "nós devemos ter paciência senão não conseguimos", e como relatado na Figura 44: "**ter paciência e esperar sua vez**".

Segundo ZABALA (1998):

> Um conteúdo procedimental - que inclui entre outras coisas as regras, técnicas, os métodos, as destrezas ou habilidades, as estratégias, os procedimentos – é um conjunto de ações ordenadas e com um fim, quer dizer, dirigidas para a realização de um objetivo. São conteúdos procedimentais: ler, desenhar, observar, calcular, traduzir, recortar, inferir, espetar, etc. (ZABALA, 1998, p.43).

No que se refere a conteúdos atitudinais, destaca:

> O termo conteúdos atitudinais engloba uma série de conteúdos que por sua vez podemos agrupar em valores, atitudes e normas. Cada um destes grupos tem uma natureza suficientemente diferenciada que necessitará, em dado momento, de uma aproximação específica.
> • [...] São valores: a solidariedade, o respeito aos outros, a responsabilidade, a liberdade, etc.
> • [...] são exemplos de atitudes: cooperar com o grupo, ajudar os colegas, respeitar o meio ambiente, participar das tarefas escolares, etc.
> • As normas são padrões ou regras de comportamento que devemos seguir em determinadas situações que obrigam a todos os membros de um grupo social. [...] indicam o que pode se fazer e o que não pode se fazer neste grupo. (ZABALA, 1998, p. 46 e 47).

Assim, esta atividade para as classes de 5º ano (e todas as outras aplicadas nas salas de 6º ano) contribuíram não só para a aprendizagem de conceitos, mas também de conteúdos procedimentais (pois os alunos tinham que ler, desenhar/representar, observar, pensar, recortar, dobrar etc.) e de conteúdos atitudinais (porque proporcionou, o tempo todo, momentos de discussão, solidariedade, companheirismo, ajuda mútua).

5.2.2. UTILIZANDO O SOFTWARE POLY NO ENSINO-APRENDIZAGEM DE POLIEDROS CONVEXOS

Esta atividade foi desenvolvida com o objetivo principal de descobrirmos os conhecimentos prévios dos alunos (não por prova escrita) sobre formas geométricas, como poliedros e suas partes; se relacionavam a forma tridimensional com sua planificação ou outras representações. Verificamos que alguns alunos não tinham atingido nem o nível 0 de Van Hiele. O avanço para muitos só poderia ser alcançado após a aplicação da sequência de atividades. Percebemos que a folha entregue aos alunos, ainda estava longe de ser realmente compreendida. Fizemos seu preenchimento, mas não como gostaríamos e para uma próxima aplicação pretendemos inicialmente apenas explorar o software, como uma sondagem, antes de darmos início às atividades, e também usar após a aplicação delas, para verificar o progresso que os alunos tiveram. Entendemos que o objetivo foi atingido, pois descobrimos os conhecimentos prévios deles e também detectamos a dificuldade dos mesmos, relativas à visão espacial.

As próximas atividades foram sempre desenvolvidas a partir da Resolução de Problemas, conforme embasamentos teóricos citados no Capítulo 3.

> Assim, se o professor espera uma atitude curiosa e investigativa, precisa, então, propor prioritariamente atividades que exijam essa postura, e não a passividade, valorizar o processo e a qualidade, e não apenas a rapidez na realização, e esperar estratégias criativas e originais, e não a mesma resposta de todos. (BRASIL,1998a. p. 93).

Esses problemas permaneceram um tempo mais longo do que o usual na sala de aula.

5.2.3. CONSTRUÇÃO DO CUBO, FACE POR FACE.

Conforme já relatado, o desafio era a construção de um cubo, igual a um modelo disponibilizado, usando os materiais: cartolina, fita adesiva e tesoura. Destacamos que em duas turmas, havia alunos que chamavam o cubo de quadrado, não dando importância à diferença entre formas planas e não planas (nem reconheciam). Para essas turmas, a atividade era realmente um desafio, pois só alguns conheciam a planificação do cubo e responderam de imediato uma forma de fazer. Para a maioria era novidade. Os alunos em grupo dialogavam entre si, com o professor, argumentavam, eram orientados quando preciso, e ao final, foram feitos apanhados globais, sistematizando a aprendizagem. De forma sucinta, podemos descrever que a atividade é concluída se os alunos "carimbam" na cartolina (contornam com lápis) as faces do poliedro desejado, recortam as faces separadamente e depois as une com fita adesiva. De modo geral, as duas turmas avançaram com a aplicação da atividade. Cabe ressaltar que, aplicando a atividade desta forma, a avaliação já estava realmente sendo feita e de maneira diagnóstica, contínua e processual.

Para as outras duas classes, esta proposta não era um desafio, todos conheciam uma planificação do cubo e quase que mecanicamente fizeram a atividade. Para estas, fizemos uma *extensão da atividade*: "*E se* não conhecessem a planificação?" Fornecemos então para cada grupo, um tetraedro e octaedro, para que fossem reproduzidos. Desenvolveu-se então a atividade como nas outras classes: interrogação (informação), argumentação, diálogos, explicação, orientação e integração (fases do aprendizado segundo Van Hiele).

As duas formas da atividade foram inovadoras, no sentido que o cubo não foi construído a partir de uma planificação entregue aos alunos, como de costume.

Além disso, pretendíamos que os alunos experimentassem as construções face por face, depois as colassem unindo os lados dos polígonos, e que pudessem talvez por meio de argumentos informais (nível 2), como se deu aqui (com a "fórmula" metade do produto do número de faces por número de lados da face), relacionar o número de arestas de um poliedro com a quantidade e tipo de faces que ele possui (para que em séries posteriores, quando os poliedros forem estudados, possam ter condições de "deduzir" esta relação (nível 3).

Sugerimos que a *extensão* desta atividade possa ser incorporada como um "Indo Adiante" do capítulo referido, para poder ser desenvolvida como feito aqui, ou talvez no capítulo onde forem apresentados os poliedros.

5.2.4. PLANIFICAÇÃO DO BLOCO RETANGULAR

O diferencial desta atividade é que também partimos do objeto tridimensional (caixa de creme dental) para obtermos sua planificação. A planificação pelo processo "abrindo a caixa" já é encontrado em livros didático, mas pelo processo "rolando a caixa" só ficamos conhecendo por meio deste projeto. O desafio proposto no "rolando a caixa" era como desenhar uma planificação da caixa sem desmontá-la.

Conforme detalhamos na aplicação da atividade, sugeriram proceder como no cubo, desenhando as faces ("carimbando"), recortando e grudando algumas e o problema foi *estendido* para "*E se* desenharmos algumas faces já grudadas?".

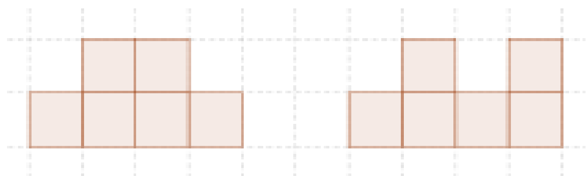
O sucesso da atividade de planificação "rolando a caixa" facilitou a atividade "As onze planificações do cubo", desenvolvida por esse mesmo processo.

5.2.5. AS ONZE PLANIFICAÇÕES DO CUBO

Conforme já expusemos, foi aplicada em apenas duas classes, sendo usadas metodologias diferentes, levando-se em conta o nível de conhecimento prévio de cada uma. Na de nível mais avançado, cada um dos grupos apresentou todas as planificações (cada nova confecção comparada com as demais e coladas num cartaz do grupo) pois os grupos foram quase autossuficientes para realizarem a atividade, precisando de poucas intervenções. Já na outra, quase todos os alunos pediam orientação, então decidimos que a classe toda fosse um grupo só, e cada planificação confeccionada era comparada com as demais existentes (movimentando-as e sobrepondo às outras já existentes para a comparação) e cada "nova" planificação era colada no cartaz, exposto na lousa. Nesta classe os alunos conseguiram identificar dez planificações. A última, tivemos que fazer para eles.

Com essa atividade os alunos perceberam que construções como da figura a seguir não são planificações do cubo.

Figura 45: Exemplos de figuras que não representam planificações do cubo.



No primeiro desenho por não ser possível dobrar os quatro quadrados e no segundo duas faces se sobrepõem e fica faltando uma no lado oposto. Salientamos que num cubo não podemos ter quatro arestas incidindo no mesmo vértice, que é o caso da Figura 45 (1ºdesenho) que impossibilita a dobra dos quatro quadrados.

O reconhecimento das planificações do cubo foi um objetivo atingido com tal atividade.

5.2.6. REPRESENTANDO O CUBO NO PLANO (NO GEOGEBRA E NA MALHA QUADRICULADA)

Conforme já relatamos, a modificação da atividade não foi boa ideia. A questão do porque do pontilhado não trouxe dificuldade. Porém levar o objeto concreto em forma de cubo e inserir perguntas impróprias para o momento, podem ter sido fatores que dificultaram a atividade. De fato, conforme considerações do Capítulo 4, (BRASIL, 1998b) quando o aluno é levado a representar um determinado objeto por meio de um desenho, procura uma relação entre a representação do objeto e suas propriedades e organiza o conjunto do desenho de maneira condizente com a imagem mental global que carrega dele (a dificuldade é então de articular entre as propriedades conhecidas por ele e a maneira de organizar o conjunto do desenho, pois ele deverá escolher entre sacrificar ou transformar algumas delas). O aluno costuma situar-se em relação a dois polos que, em geral, são antagônicos: um que consiste em procurar representar o objeto tal como imagina que o objeto se apresentaria à sua vista e outro que consiste em procurar representar, sem adaptação, as propriedades do objeto que julga importante (como por exemplo desenhar quadrado para representar também a parte de cima do cubo, ao invés de losango, pois o objeto real é composto por quadrados).

A situação do aluno em relação aos dois polos pode variar de acordo com vários fatores: idade, conhecimentos geométricos, objetivo a ser alcançado, natureza da tarefa, e outros.

Fazer o desenho na malha do GeoGebra também ofereceu dificuldade pela diferença de tamanho entre esta e o quadriculado do desenho.

A proposta inicial da atividade, no livro, não tinha todos esses objetivos. Era simplesmente fazer o desenho a partir do desenho. Então seriam feitas observações sobre como desenhamos e como realmente é uma forma tridimensional. As formas copiadas seriam estudadas apenas no próximo capítulo.

Além disso, na proposta, esta atividade é quase a última, depois de ter sido bastante trabalhadas atividades sobre “Vistas de uma forma tridimensional”, o que não foi contemplado em nossa aplicação de atividades.

Em uma próxima aplicação, não devemos fazer desta forma.

5.2.7. MODIFICANDO AS ARESTAS DO PARALELEPÍPEDO

.

Não foi entregue folha de atividades. Levamos modelos de paralelepípedos em material concreto para exemplificar três “tipos” de paralelepípedos: Um formado por três pares de retângulos diferentes, outro formado por um par de quadrados e quatro retângulos congruentes e o outro por seis quadrados congruentes (cubo). O caráter interativo e lúdico da atividade prendeu a atenção dos alunos. Devido ao insucesso da atividade anterior, resolvemos não tentar fazer uma classificação sistemática dos “tipos” de paralelepípedo.

Foi apenas uma atividade de manipulação e visualização. Brincaram com o software, manipulando as medidas das arestas do paralelepípedo, de modo a descobrir, por tentativa e erro, representações (aproximadas) dos modelos de paralelepípedos mostrados. Não fizemos os registros indicados na atividade original, que objetivam a classificação dos paralelepípedos. Dessa forma, não tiveram dificuldades.

As “classificações” não são o objetivo para esse momento. No livro é um exercício do tipo “Indo adiante”. Sugerimos que seja indicada apenas para turmas ou alunos em níveis de compreensão mais elevados.

5.2.8. CONTANDO AS ARESTAS NA PLANIFICAÇÃO

Esta atividade, que não faz parte do livro, foi aplicada em apenas duas classes (com as salas onde houve curiosidade por parte dos alunos em descobrir uma estratégia de contagem de arestas na planificação, na atividade do Poly), com turmas que possuem nível de compreensão mais avançado. Por isso ousamos.

Conforme o relato da atividade, obtivemos bons resultados. Com ela, vários alunos atingiram o nível da dedução informal, e os outros acompanharam. A estratégia que usaram foi classificar, na planificação, os lados dos polígonos que seriam apenas dobrados para serem arestas no poliedro (os de “dentro” da planificação), e os que deveriam ser grudados em outro para tornarem-se arestas (os do “contorno” da planificação). Assim a “fórmula” era somar “os de dentro” com metade dos “de fora”. (lembrando que cada nível tem sua linguagem, uma linguagem aceita num nível pode ser modicada em outro e o excesso de zelo na linguagem para um determinado nível pode atrapalhar o aluno).

Sugerimos que esta atividade possa ser incorporada como um “Indo Adiante” para ser desenvolvida em turmas (ou alunos) com um maior nível de maturidade geométrica (ou talvez em capítulo onde forem apresentados poliedros).

5.3. AVALIAÇÃO DA/NA PROPOSTA

Todas as atividades agradaram os professores (das salas onde as atividades foram aplicadas, com a nossa participação e em algumas com colaboração dos bolsistas voluntários do Projeto do Núcleo de Ensino da UNESP) principalmente quanto à metodologia utilizada, com foco na Resolução de Problemas. As atividades eram orientadas, mas a resolução permanecia sob responsabilidade dos grupos de alunos. São dadas informações e explicações quando é necessário. São feitas organizações e sistematizações do conteúdo construído ao longo da sequência de trabalho. Assim os alunos são ajudados a reconhecer certas aprendizagens que podem ser utilizadas para resolver novos problemas.

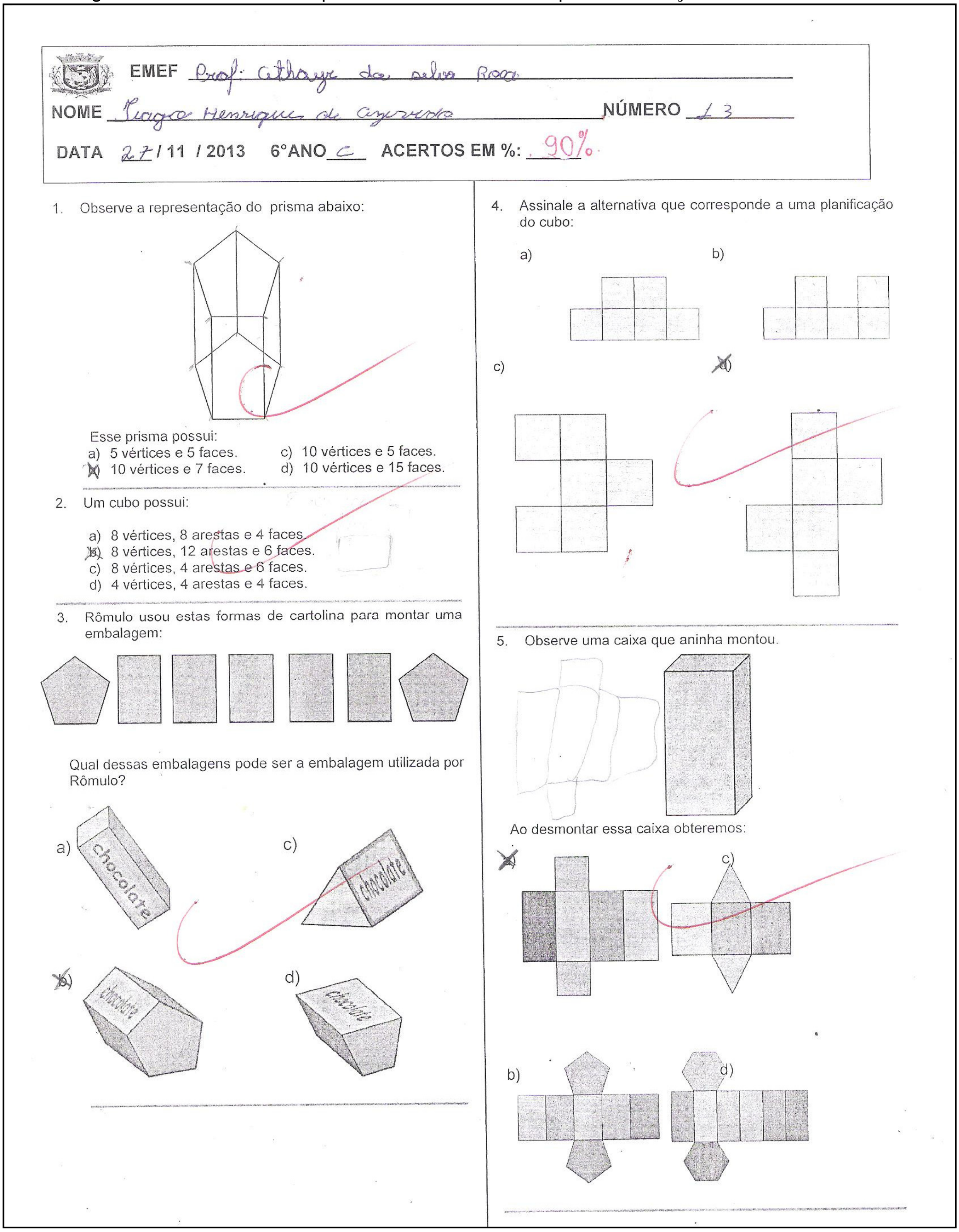
Foi fato notório, salientado pelos professores, que os alunos mostraram-se mais participativos, atuantes nas atividades e consequentemente menos indisciplinados. A metodologia de Resolução de Problemas tem essa vantagem.

Também enfatizamos que a avaliação foi de fato diagnóstica, contínua e processual, pautada na qualidade e não quantidade, nas competências e habilidades, respeitando a individualidade do aluno (flexibilização do currículo). Isso pode ser verificado na fala de uma professora: “Eles estão entendendo o que estão fazendo!”

Fizemos também uma prova escrita, como acontece na escola, com três principais objetivos: um deles era perceber se estavam relacionando de fato a forma tridimensional com sua representação plana (a prova escrita é num papel), obter um indicador sobre os conteúdos aprendidos (ou não aprendidos) e quais conteúdos (conceituais ou procedimentais) deveriam ser retomados. A figura a seguir mostra a prova. Muitos exercícios foram baseados em avaliações externas oficiais como Prova Brasil e Saresp.

A seguir, nas Figuras 46a e 46b, são mostrados os 11 exercícios da prova escrita.

Figura 46 a:Prova escrita aplicada nos sextos anos após a realização das atividades.



EMEF Prof. Athayr da Silva Rosa

NOME Tiago Henrique de Azevedo NÚMERO 13

DATA 27 / 11 / 2013 6°ANO C ACERTOS EM %: 90%

1. Observe a representação do prisma abaixo:

Esse prisma possui:
a) 5 vértices e 5 faces.
b) 10 vértices e 7 faces.
c) 10 vértices e 5 faces.
d) 10 vértices e 15 faces.

2. Um cubo possui:

a) 8 vértices, 8 arestas e 4 faces.
b) 8 vértices, 12 arestas e 6 faces.
c) 8 vértices, 4 arestas e 6 faces.
d) 4 vértices, 4 arestas e 4 faces.

3. Rômulo usou estas formas de cartolina para montar uma embalagem:

Qual dessas embalagens pode ser a embalagem utilizada por Rômulo?

a) chocolate
c) chocolate
b) chocolate
d) chocolate

4. Assinale a alternativa que corresponde a uma planificação do cubo:

a)
b)
c)
d)

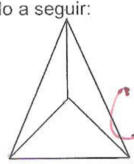
5. Observe uma caixa que aninha montou.

Ao desmontar essa caixa obteremos:

a)
c)
b)
d)

Figura 46 b: (continuação).

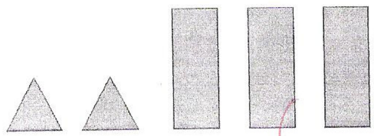
6. Observe o tetraedro representado a seguir:



Ele tem:

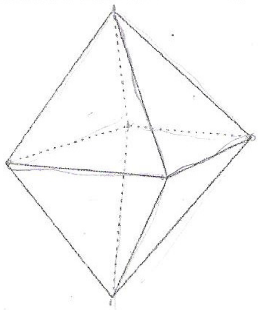
a) 3 vértices.
b) 4 vértices.
c) 2 faces.
d) 3 faces.

7. Observe as figuras e faça o que se pede.
Estas são as faces de uma forma geométrica não plana.



Quando montada ela possui:
a) 5 faces e18 arestas
b) 5 faces e 9 arestas
c) 6 faces e 8 arestas
d) 8 faces e 14 arestas

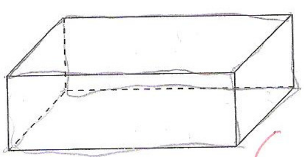
8. Observe o octaedro representado a seguir:



Assinale a alternativa que contém o número correto de arestas, faces e vértices. Nessa ordem:
a) 12, 8, 6.
b) 8, 8 e 12.
c) 8, 12 e 6.
d) 11, 8 e 8.

12 aresta
8 faces 6 vértices

9. Observe o sólido abaixo:

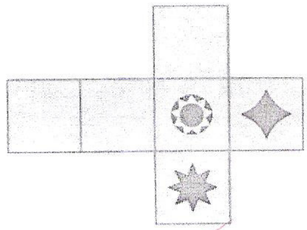


Com relação a esse sólido podemos garantir que:

a) Possui 8 vértices, 8 faces e 8 arestas
b) Possui 8 vértices, 6 faces e 12 arestas
c) Possui 8 vértices, 6 faces e 8 arestas
d) Possui 6 vértices, 8 faces e 14 arestas

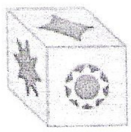
8 vértices
6 faces
12 aresta

10. Jonas desenhou a figura abaixo em uma cartolina e em seguida recortou e dobrou de modo a formar um cubo.

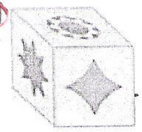


O cubo que Jonas obteve foi:

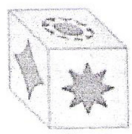
a)



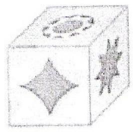
b)



c)

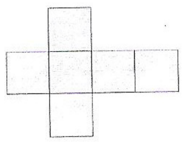


d)

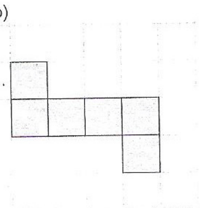


11. Assinale a alternativa que tem uma forma que **não é uma planificação** do cubo:

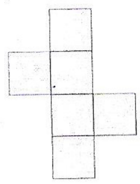
a)



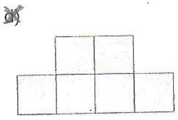
b)



c)



d)



A tabela a seguir, indica, em porcentagem, a quantidade de acertos por questão, na prova mostrada nas Figuras 46 a e b.

Tabela 5: Organização dos dados obtidos.

Questão	**6ºano I**	**6ºano II**	**6ºano III**	**6ºano IV**	**Média**
1	76%	69%	68%	63%	69%
2	92%	86%	96%	88%	91%
3	96%	100%	86%	75%	90%
4	100%	100%	96%	96%	98%
5	100%	93%	100%	100%	98%
6	76%	76%	93%	67%	78%
7	64%	55%	50%	17%	47%
8	92%	59%	68%	67%	71%
9	88%	90%	68%	71%	79%
10	36%	52%	46%	46%	45%
11	84%	90%	79%	67%	80%
Média de acertos por classe	82%	79%	77%	69%	77%

Estes índices mostram que os conteúdos descritos anteriormente, como já sabíamos, foram de fato bem aprendidos.

Convém ressaltar que nos 6º anos I e II, onde foram trabalhadas praticamente todas as sete atividades, houve maior índice de acertos nas questões. Nos 6º anos III e IV não conseguimos aplicar todas as atividades, pois conforme já relatamos, o desenvolvimento das atividades nestas salas foi mais lento do que nas outras duas, e dispúnhamos do mesmo tempo (em torno de dez aulas de cinquenta minutos) para cada turma. O resultado mais baixo destas duas últimas classes pode ter sido em virtude de termos trabalhado poucas atividades ou das próprias características das classes.

Observamos que a questão com pior desempenho trata de movimentos e lateralidade e estes conceitos não foram trabalhados nas atividades. Talvez isso explique o desempenho ruim na questão 10. Porém, na proposta do livro, na íntegra, com questões da OBMEP inclusive, provavelmente o resultado será satisfatório. A questão 7, também não teve tanto êxito, principalmente no sexto ano IV.

Na tabela a seguir colocamos a porcentagem de acertos de cada aluno dos quatro 6ºanos (inutilizamos os espaços de alunos transferidos ou que faltaram) na referida prova:

Tabela 6: Porcentagem de acerto de cada aluno.

6ºano I	6ºano II	6ºano III	6ºano IV
91%	91%	82%	/
/	55%	45%	73%
/	100%	73%	73%
91%	91%	82%	82%
82%	82%	82%	/
73%	/	100%	18%
91%	91%	82%	/
73%	64%	73%	91%
91%	73%	82%	100%
91%	91%	91%	73%
45%	100%	/	/
64%	73%	82%	/
91%	82%	91%	/
/	73%	73%	55%
/	100%	82%	73%
/	64%	73%	55%
91%	82%	/	64%
82%	55%	64%	91%
/	91%	/	64%
91%	100%	91%	27%
64%	100%	82%	73%
55%	73%	91%	45%
82%	64%	64%	45%
91%	82%	64%	/
82%	64%	91%	/
73%	100%	64%	91%
82%	82%	45%	91%
/	27%	100%	82%
91%	91%	82%	/
91%	82%	45%	/
91%	-	91%	/
/	-	82%	/
100%	-	-	73%
/	-	-	82%
82%	-	-	45%

O resultado nos agradou bastante, pois em 117 alunos, apenas 9 alunos acertaram menos da metade da prova, ou seja menos que 10% dos alunos apresentaram-se num nível abaixo do básico. Observa-se por outro lado o desempenho bastante bom de grande parte dos alunos.

Não o fizemos, mas entendemos que seria importante para a avaliação do desenvolvimento dos alunos a proposição de atividades que envolvessem o software Poly.

5.4. CONSIDERAÇÕES FINAIS / CONCLUSÃO

Conforme destacamos na Introdução, o foco principal do trabalho desenvolvido consistiu em aplicar, em sala de aula, algumas das atividades de Geometria propostas no Capítulo 2 do livro do 6º ano do Ensino Fundamental em elaboração (ANEXO 1) do trabalho, analisar os resultados obtidos, bem como apresentar o relato da experiência.

Pode-se concluir que a aplicação em salas de aula, da forma como foi feita, configurou-se como uma proposta alternativa, de grande êxito, totalmente exequível com poucos recursos. Estamos de acordo com as orientações dos documentos oficiais de ensino, como as dos PCNs e da Proposta Curricular do Estado de São Paulo. Entendemos que o diferencial desta proposta alternativa, foi sua forma de aplicação, com foco na *Resolução de Problemas,* sendo o aluno o *protagonista* das atividades, valorizando e instigando suas *ideias* e *argumentações.*

Dispôs-se constantemente do uso de *material concreto* e também de *problemas de extensão* ("*E se*...") e estando de acordo com os níveis 0 e 1 de Van Hiele.

As atividades, sendo propostas de forma desafiadora, deixavam os alunos *curiosos* e, portanto, disponíveis para a aprendizagem, passando a ser mais *participativos*, atuantes e consequentemente menos indisciplinados. Destacando, que para o desenvolvimento do pensamento indutivo e dedutivo, deve-se também trabalhar com explicações, argumentações e demonstrações.

A abordagem por meio de questionamento e deixando os alunos colocarem a "mão na massa" contribuiu para tornar o aluno um indivíduo capaz de realmente aprender e ser mais *autônomo* na construção do seu próprio conhecimento com base em sua *participação ativa, direta e objetiva*.

Percebemos mudanças na aprendizagem dos alunos e destacamos que houve uma maior interação entre professores e alunos, maior interesse dos alunos pelo conteúdo, gosto dos alunos em realizar as tarefas propostas, os alunos passaram a ser mais questionadores e a terem menos medo de errar ao tentarem resolver um problema, visto que todas as estratégias eram valorizadas e discutidas, e consequentemente houve aumento na autoestima dos alunos.

Os professores das salas, onde as atividades foram aplicadas, gostaram da forma de aplicação das atividades, que o torna um professor com nova postura: a de professor mediador, pois passou a ser mais um mediador entre o aluno e os conceitos do que um transmissor de conhecimentos, a dar mais valor na orientação dos alunos na busca pelo conhecimento e a ter um envolvimento maior com os aluno, ao realizarem as tarefas propostas desta forma, e assim houve um fortalecimento dos laços entre professor/aluno no processo ensino/aprendizagem.

Destacamos ainda que se dispôs constantemente do uso de *material concreto*, enfatizando a exploração do espaço e de suas representações, a articulação entre a geometria plana e espacial e a relação entre formas espaciais e suas representações planas. A aplicação das atividades possibilitou a aprendizagem de *conceitos*, de *conteúdos procedimentais*, pois os alunos tinham que ler, desenhar/representar, observar, pensar, recortar, dobrar, etc., e de *conteúdos atitudinais* porque proporcionou, o tempo todo, momentos de discussão, solidariedade, companheirismo, ajuda mútua e respeito pela vez do outro, opinião do outro, ou seja, respeito pelo outro. Ao motivar o trabalho em grupo, permitiu ao aluno interagir com seus pares, respeitando o modo de pensar dos colegas e aprendendo com eles.

Além disso, a *avaliação* foi de fato *diagnóstica*, *contínua*, *processual*, *formativa* e não informativa, pautada na *qualidade* e não quantidade, nas *competências* e *habilidades*, na medida em que durante a aplicação das atividades, o que não não havia sido aprendido era retomado, respeitando a *individualidade* do aluno (flexibilização do currículo).

Uma perspectiva para o futuro é compartilhar esta experiência com outros colegas, professores de Matemática, além dos que participaram da aplicação aqui descrita, tanto no que se refere aos conteúdos a serem ensinados como a forma de ensinar Geometria e em geral Matemática a partir de problemas.

Para finalizar, gostaríamos de registrar, que buscamos em um Mestrado Profissional, o aprimoramento na formação profissional, tendo em vista não somente o domínio aprofundado de conteúdos matemáticos relevantes para nossa atuação docente, mas principalmente nas formas e métodos de ensinar tais conteúdos. Ter pleno domínio dos conteúdos é condição necessária, mas não suficiente para ensinar Matemática. Professores de matemática devem saber como ensinar matemática, e não simplesmente saber Matemática.

Nesta busca, participamos de estudos e discussões riquíssimas que nos proporcionou de fato um aprimoramento na formação profissional de “ensinador” de matemática.

Neste produto, procuramos ser menos “matemáticos” (na medida do possível) e mais “professores de matemática”.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

BALDIN, Y. Y., VILLAGRA, G. A. L.; *Atividades com o Cabri - Géomètre* II. São Carlos: EdUFSCAR, 2002. 239 p.

BORBA, M. C.; PENTEADO, M. G. *Informática e Educação Matemática.* 3ª Edição. 1ª reimpressão. Belo Horizonte: Autêntica, 2003. 99p.

BRASIL. Ministério da Educação. PDE: *Plano de Desenvolvimento da Educação; Prova Brasil; ensino fundamental; matrizes de referência; tópicos e descritores*. Brasília: MEC, SEB; Inep, 2008. 200 p. Disponível em <http://portal.mec.gov.br/dmdocuments/prova%20brasil_matriz2.pdf>. Acesso em: 12 ago. 2014.

BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. *Parâmetros Curriculares Nacionais: introdução aos parâmetros curriculares nacionais, terceiro e quarto ciclos do ensino fundamental*. Secretaria de Educação Fundamental. – Brasília: MEC/SEF, 1998a. 174 p.

BRASIL, Secretaria de Educação Fundamental. *Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática, terceiro e quarto ciclos do Ensino Fundamental*. Secretaria de Educação Fundamental. Brasília: MEC/SEF, 1998b. 148 p.

CARNEIRO, Mário Jorge Dia; SPIRA, Michel. *Oficina de dobraduras*. Rio de Janeiro: Sociedade Brasileira de Matemática, 2010. 34p.

CARVALHO, Paulo Cezar Pinto. *Introdução à geometria espacial*. 4ª Edição. Rio de Janeiro: Sociedade Brasileira de Matemática, 2005. 93p.

CAVACAMI, Eduardo; FURUYA, Yolanda Kioko Saito. *Explorando geometria com origami*. Rio de Janeiro: Sociedade Brasileira de Matemática, 2010. 79 p.

CONSTITUIÇÃO DA REPÚBLICA FEDERATIVA DO BRASIL 1988.(Cap.III. secçãoI -Educação. *Artigos 205, 206 e 210*). Disponível em <http://www.senado.gov.br/legislacao/const/con1988/CON1988_05.10.1988/index.shtm>. Acesso em: 12 ago. 2014.

CROWLEY, Mary L. O modelo Van Hiele de desenvolvimento do pensamento geométrico. In. LINDQUIST, Mary Montgomery; SHULTE, Albert P. (Org.). *Aprendendo e ensinando geometria*. São Paulo: Editora Atual, p. 1 – 20, 1994.

DECLARAÇÃO UNIVERSAL DOS DIREITOS HUMANOS; versão na íntegra em <http://dhnet.org.br/direitos/deconu/textos/integra.htm>. Acesso em: 12 ago. 2014.

DEGUIRE, Linda J. Geometria: um caminho para o ensino da resolução de problemas, do jardim de infância à nona série In. LINDQUIST, Mary Montgomery; SHULTE, Albert P. (Org.). *Aprendendo e ensinando geometria*. São Paulo: Editora Atual, p. 73 – 85, 1994.

DOLCE, Osvaldo; POMPEO, José Nicolau. *Fundamentos de matemática elementar, vol 9*. 5ª Edição. São Paulo: Editora Atual, 1993. 341p.

DOLCE, Osvaldo; POMPEO, José Nicolau. *Fundamentos de matemática elementar, vol 10*. 5ª Edição. São Paulo: Editora Atual, 1993. 413p.

FANTI, E. L. C., KODAMA, H. M. Y., NECCHI, M. A. *Explorando Poliedros no Ensino Médio com o Software Poly* In: Livro Eletrônico dos Núcleos de Ensino da Unesp - Artigos 2007. São Paulo; Ed. Cultura Acadêmica, UNESP, 2011, p. 729-745. Disponível em: <http://unesp.br/prograd/Livro2007/sources/index.htm>. Acesso em: 12 ago. 2014

FANTI, E. L. C. ; MAZOCO, D. ; ZANON, M. L. ; MORETO, J. C. . Trabalhando com Informática e Material Concreto no Ensino de Áreas e Perímetros. In: Sheila Zambello de Pinho, José Brás Barreto de Oliveira. (Org.). Livro Eletrônico dos Núcleos de Ensino da Unesp (Artigos 2010). Tecnologias da Informação e Comunicação e Material Pedagógico. 1ed.São Paulo: Cultura Acadêmica, 2012, v. 7, p. 211-233. Disponível em http://www.unesp.br/portal#!/prograd/e-livros-prograd/ . Acesso em: 12 ago. 2014.

IMENES, Luiz Márcio. *Geometria das Dobraduras*. São Paulo: Editora Scipione, 1995. 64p.

LEI DE DIRETRIZES E BASES DA EDUCAÇÃO NACIONAL (LEI nº9394-LDB) promulgada em 20.12.1996. Disponível em<http://www.planalto.gov.br/ccivil_03/LEIS/L9394.htm>. Acesso em: 12 ago. 2014.

LIMA, Elon Lages; *Medida e Forma em Geometria*. 4ª Edição. Rio de Janeiro: Sociedade Brasileira de Matemática, 2006. 118p.

LIMA, Elon Lages; CARVALHO, Paulo Cezar Pinto; WAGNER, Eduardo; MORGADO, Augusto César. *A matemática do ensino médio – volume 2*. 6ª Edição. Rio de Janeiro: Sociedade Brasileira de Matemática, 2006. 308p.

LINDQUIST, Mary Montgomery; SHULTE, Albert P. (Org.). *Aprendendo e ensinando geometria*. Tradução de Hygino H. Domingues. São Paulo: Editora Atual, 1994. 308p.

MACEDO, Lino de; PETTY, Ana Lúcia S.; PASSOS, Norimar Christe; *Aprendendo com Jogos e Situações-Problema*. Porto Alegre: Artes Médicas Sul, 2000. 116p.

MILAUSKAS, George A. Problemas de geometria criativos podem levar à resolução criativa de problemas criativos. In. LINDQUIST, Mary Montgomery; SHULTE, Albert P. (Org.). *Aprendendo e ensinando geometria*. São Paulo: Editora Atual, p. 86 - 106, 1994.

NASSER, Lilian; SANT'ANNA, Neide F. Parracho. *Geometria segundo a teoria de Van Hiele*. Rio de Janeiro: Instituto de Matemática / UFRJ, 2010. 101p.

NOVA ESCOLA; *Parâmetros Curriculares Nacionais: Fáceis de entender, de 5ª a 8ª série.* Fundação Victor Civita, 2000. 65p.

ONUCHIC, Lourdes de la Rosa , *A resolução de problemas na Educação Matemática: onde estamos e para onde iremos*? In: IV Jornada Nacional de Educação Matemática e XVII Jornada Regional de Educação Matemática, 2012, UPF-Universidade de Passo Fundo. Rio Grande do Sul. Disponível em http://www.upf.br/anaisjem/download/cmp-14-onuchic.pdf >. Acesso em: 12 ago. 2014.

PIAGET, Jean. *Para onde vai a educação?* 18ªedição. Rio de Janeiro: José Olympio, 2007. 80p.

POLYA, George. *A Arte de Resolver Problemas: Um novo aspecto do método* Matemático. 2° ed. Rio de Janeiro, 1995. 180p.

PROJETO KLEIN DE MATEMÁTICA EM LÍNGUA PORTUGUESA- MATDIGITAL disponível em <http://klein.sbm.org.br/projeto-matdigital>.Acesso em: 12 ago. 2014.

SADOVSKY, Patrícia. *O ensino de matemática hoje. Enfoques, sentidos e desafios*. 1ª edição. São Paulo: Ática 2007. 112p.

SÃO PAULO (Estado) Secretaria da Educação. *Currículo do Estado de São Paulo: Matemática e suas Tecnologias - Ensino Fundamental – Ciclo II e Médio*. São Paulo, SEE, 2010. 72p.

SÃO PAULO (Estado) Secretaria da Educação. *Caderno do Professor: Matemática. Ensino Fundamental 5ª série, volume 3* / Secretaria da Educação; Coordenação geral, São Paulo,SEE, 2009a. 48p.

SÃO PAULO (Estado) Secretaria da Educação. *Matrizes de referência para avaliação SARESP: documento básico*. Secretaria da Educação; Coordenação geral, São Paulo, SEE, 2009b.152 p.

SÃO PAULO (Estado) Secretaria da Educação. *Proposta Curricular do Estado de São Paulo.* São Paulo, SEE, 2008. 35p.

VALENTE, J. A. *O computador na sociedade do conhecimento.* Brasília: Estação Palavra – USP, 2005. 115p.

ZABALA, A., *A pratica educativa - como ensinar*. Tradução Ernani F. da F. Rosa. Porto Alegre: Editora Artmed, 1998. 224p.

ANEXOS

ANEXO 1 (Cópia, com pequenas alterações, do Capítulo 2 do livro em construção).

Capítulo 2

Geometria Espacial: primeiras formas

Vídeo: o livro começa com um vídeo cujo roteiro está a seguir:

Produzir um vídeo (ou animação) onde algumas crianças estão num campo de futebol jogando bola.
O árbitro apita e a bola começa a rolar pelo gramado.
O narrador anuncia: "Você já reparou nas formas geométricas que estão ao nosso redor?".
A câmera focaliza a bola rolando sobre o gramado numa referência direta à esfera.
Novamente o narrador diz: "Quais objetos ao nosso redor parecem com esta bola?"
Há uma pausa para que o aluno faça sua reflexão.

A câmera afasta-se e se dirige à torcida.
Na torcida há uma torcedora com um colar de pérolas.
A câmera focaliza uma das pérolas e o narrador pergunta: "Quais características uma bola de futebol e uma pérola possuem em comum?"
Novamente faz-se uma pausa para que o aluno tome suas conclusões.

A câmara gira e sai do campo de futebol.
Próximo ao campo de futebol existe uma praça onde várias crianças brincam com bolinhas de gude.
A câmera aproxima-se de uma das bolinhas e o narrador afirma: "A bola de futebol, a pérola e a bola de gude rolam sobre uma superfície".

A câmera move-se novamente e se dirige a uma das árvores da praça, que trata-se de uma laranjeira.
Focalizando uma das laranjas o narrador pergunta: "Apesar da bola de futebol, da pérola e da laranja possuírem tamanhos diferentes elas apresentam algo em comum?"
Uma pausa ocorre para que o aluno reflita sobre a questão proposta pelo narrador.

A câmera começa a afastar-se do chão e vai ganhando altitude.
Quando a câmera chega ao espaço ela avista o planeta Terra e o narrador diz: "Esta é a vista do planeta Terra vista do espaço. A Terra possui uma forma parecida com algum objeto que você conhece?"
É importante que o planeta Terra gire para que a criança não confunda a imagem com um círculo.

A câmera gira e focaliza a Lua.
Seria interessante que a câmera fizesse um tour pela Lua para que o aluno perceba que trata-se de uma figura espacial.
Faz uma pausa e a câmera afasta-se focalizando simultaneamente a Terra e a Lua.
O narrador pergunta: "O formato da Terra e da Lua são parecidos?".

A câmera se movimenta novamente em direção ao Sol. Ocorre uma pausa para o aluno observar o formato do Sol.
Novamente o narrador afirma: "O Sol, a Lua e a Terra também possuem tamanhos diferentes, mas apresentam o mesmo formato".

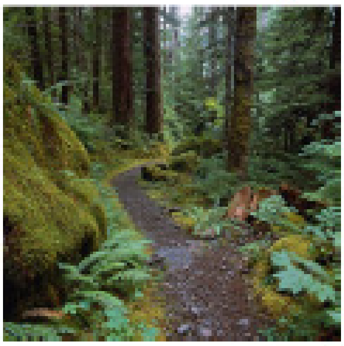
A câmera afasta-se do Sol e vai em direção ao planeta Terra.
Aos poucos a câmera aproxima-se do solo e surge novamente o campo de futebol onde as crianças estavam jogando bola.
Um gol é marcado e as crianças festejam o ponto.
Aos poucos a câmera se afasta e visualiza-se as crianças brincando no campo de futebol e o Sol no céu.

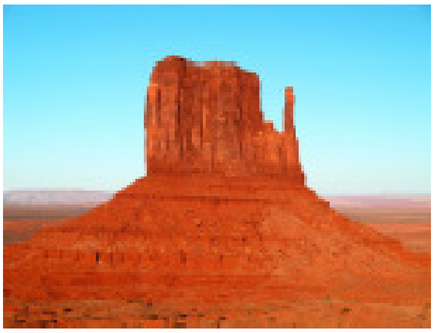
CAPÍTULO 2
GEOMETRIA ESPACIAL: PRIMEIRAS FORMAS

A última pergunta do narrador é feita: "Quais foram os objetos que apareceram neste vídeo que possuíam a mesma forma geométrica?".

Iniciaremos nosso estudo sobre as formas geométricas

através da observação da natureza e dos objetos produzidos pelo homem





(Professor, para fazer a leitura das imagens que são apresentadas neste início de capítulo separe-as em dois grupos: as existentes na natureza e as produzidas pelo homem. Discuta com seus alunos as inúmeras formas que aparecem na natureza e, também, a diversidade de formas produzidas pelo homem. Uma boa abordagem inicial é pedir aos alunos citarem objetos de seu cotidiano e solicitar que descrevam suas formas).

Neste capítulo exploraremos formas tridimensionais, observando suas características, investigando suas propriedades e aprendendo seus nomes. Para isso, investigaremos objetos concretos e formas que representam esses objetos. Os objetos do mundo real nem sempre são exatamente como as formas geométricas que estudaremos. Essas formas são usadas para estudarmos as características destes objetos.

(Professor, provavelmente uma das primeiras produções matemáticas do homem tenha sido em geometria. Por meio da observação das formas presentes na natureza e suas funcionalidades, provavelmente o homem primitivo tenha produzido as primeiras ferramentas e utensílios. Um exemplo disso é a utilização de pedras pontiagudas para a confecção de lanças. Não se sabe ao certo quando e como o homem primitivo produziu os primeiros artefatos. Entretanto a funcionalidade que podemos observar, seja pelos registros pictóricos em cavernas, seja por objetos encontrados em sítios arqueológicos, nos fazem supor que a análise das características de cada forma precedeu a ideia de forma geométrica.)

Explorando o Assunto

Observando a natureza, o homem reconheceu certas formas que possuem características em comum. Como você agruparia as imagens a seguir? Qual característica você utilizou para fazer seu agrupamento?

Lua

Montanha

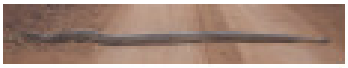
Pérola

Furacão

Tronco da árvore

Pinheiro

Limão



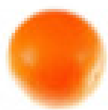
Cobra

Concha

(Professor, espera-se que o aluno analise as semelhanças presentes nas imagens e as classifique de modo a agrupá-las, aproximadamente, semelhantes a esferas, cilindros ou cones. Observe que estamos tratando da forma ou seja o fato do Pinheiro ser "cheio", concha estar "oca" ou não é indiferente quando estamos nos referindo à forma. A ambos estão associados ao cone.

Não é apenas na natureza que isto ocorre. Muitos objetos foram produzidos pelo homem pensando em certas características que eles deveriam possuir.

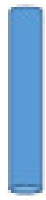
Vídeo com uma laranja caindo de uma laranjeira e rolando. A laranja se transforma em uma bola rolando num campo de futebol e o jogador chutando. As características e as propriedades de uma mesma forma geométrica podem ser observadas em vários objetos distintos. Por exemplo, uma bola, uma pérola, uma laranja estão associados a uma esfera.



(Professor, o exemplo citado é muito propício para que o aluno identifique as principais características da esfera. Questioná-los sobre as características comuns da bola, da pérola e da laranja é muito importante para que o aluno elabore sua ideia sobre a esfera. Este exemplo também favorece o uso de um vocabulário matemático mais diversificado pelo professor (falar **esfera** no lugar de **bola**, mesmo aceitando o termo "bola" do aluno.Observe que a pérola é maciça e a bola é oca, mas ambas estão associadas à esfera. A forma geométrica esfera pode ser considerada tanto maciça quanto oca.

CAPÍTULO 2
GEOMETRIA ESPACIAL: PRIMEIRAS FORMAS

Registre o nome de alguns objetos que você conhece que lembram as seguintes formas geométricas.



Cilindro

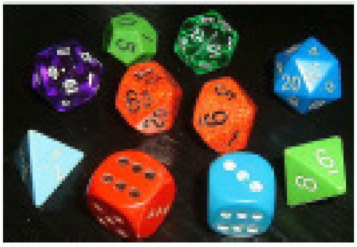
Esfera

Cone

(Professor, das figuras expostas o tronco da árvore e a cobra esticada lembram um **cilindro** ; a Lua, a pérola e o limão lembram a **esfera**; enquanto que a montanha, o furacão, o pinheiro e a concha lembram o **cone**. Deixe claro aos alunos que tais objetos servem apenas para auxiliá-los na elaboração da ideia de forma mas não são a forma em si. Além disso as formas cilindro esfera e cone podem ser consideradas tanto maciças quanto ocas).

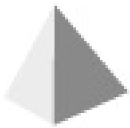
Um objeto bem conhecido é o dado tradicional, ilustrado a seguir. Em geometria a forma desse dado recebe o nome de **cubo**. Como você descreve essa forma?

Talvez você conheça também outros tipos de dados.

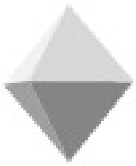


(Professor, leve alguns dados com diferentes formatos, caso tenha esta possibilidade, para os alunos manuseá-los neste instante. Muitos alunos associam o dado **apenas ao hexaedro** e, portanto, isto favorecerá uma ampliação das formas geométricas conhecidas pelos mesmos).

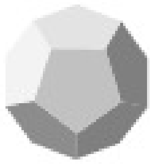
Cada um destes dados possui uma forma característica e recebe um nome especial:



Tetraedro



Octaedro



Dodecaedro

Icosaedro

(Professor, o principal objetivo neste momento é que o aluno faça a separação do **objeto** em si (dado ou demais objetos) e sua **forma** (hexaedro no caso do dado de seis faces). Para isto a análise das características de cada forma é fundamental no processo de aprendizagem do aluno).

Sabemos que o dado, o tabuleiro de xadrez, a caixa de sapato, a bola e a moeda são **objetos concretos**, que estão presentes em nosso dia a dia. Quando observamos esses objetos, podemos associá-los a **formas geométricas**. As formas geométricas exigem a nossa imaginação. O cubo, o paralelepípedo, a esfera e o cilindro são formas geométricas, que têm, cada uma, características e propriedades. Neste capítulo estudaremos algumas formas geométricas.

Aprofundando o Assunto

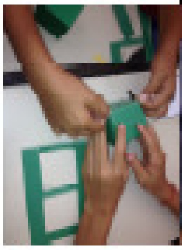
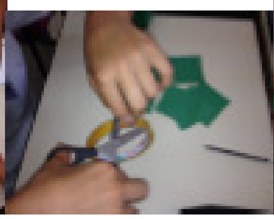
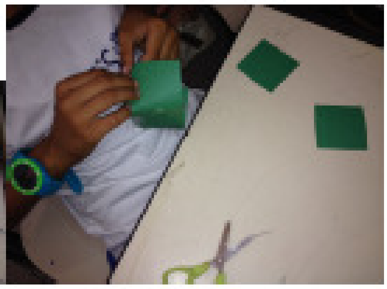
O dado é um objeto tridimensional e a forma geométrica associada a ele é o cubo. Uma das características do cubo é ser formado por seis quadrados que são chamados ***faces do cubo***.

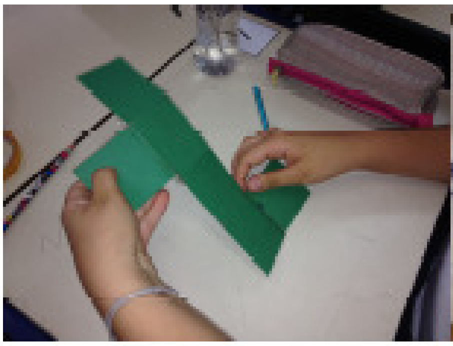
(professor: para a atividade a seguir é interessante formar grupos de (no máximo 4) alunos para que cada grupo confeccione um cubo. Leve um cubo, um pedaço de cartolina, uma tesoura e um rolo de durex para cada grupo,

Atividade 1. Atividade em grupo: Você sabe fazer um cubo?

Para esta atividade seu grupo vai receber o seguinte material: um pedaço de cartolina, tesoura, lápis, durex, régua e um modelo de cubo. Converse com seus colegas de grupo como construir um cubo "igual"ao modelo que recebeu.

(professor: esperamos que os alunos percebam que com o material recebido eles possam desenhar seis quadrados na cartolina contornando com o lápis a(s) face(s) quadrada(s) do cubo recebido, recortá-los e com durex juntar alguns dos lados desses quadrados para ficar um cubo igual ao modelo(estamos considerando quadrado tanto o contorno da face como o recorte contorno com interior). O aluno pode perceber que pode contornar a mesma face seis vezes pois elas são "iguais". Pode ser que algum aluno desenhe a planificação ou parte da planificação do cubo ao invés de desenhar seis quadrados separados. Incentivar todos os raciocínios. É interessante que sejam apresentadas à classe as diferentes construções. Isso pode ser feito inclusive por um aluno do grupo. Durante a apresentação das construções, introduza o conceito de arestas e vértices do cubo: O contorno da face na cartolina, ou o contorno com sua região interna é um quadrado, polígono com quatro lados iguais. Quando dois lados de quadrados são unidos para contruir o cubo, temos uma aresta do cubo. O encontro de três arestas é chamado vértice do cubo. Veja algumas imagens de possíveis construções:



Compare o cubo que vocês fizeram com o modelo. Eles são "iguais"? Em matemática dizemos que duas coisas "iguais" são congruentes.

(professor: rigorosamente uma coisa só pode ser igual a ela mesma. Se temos dois objetos, eles não são exatamente iguais: estão em posições diferentes, ou são feitos de material diferente já que o material utilizado para fazer um não pode ser usado simultaneamente para fazer outro. Se temos dois objetos que possuem exatamente a mesma forma, inclusive o tamanho, dizemos que são congruentes. É importante aproveitar este momento para ampliar o vocabulários dos alunos e já acrescentar a palavra congruente.)

Atividade 2. Na atividade anterior, seu grupo confeccionou um cubo. Novamente em grupo, coloquem o cubo sobre a mesa e observem-no a partir de diferentes posições.

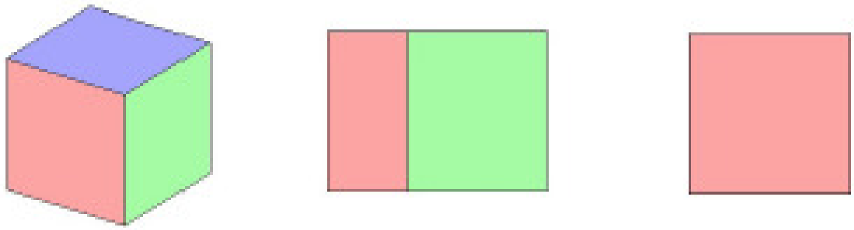
a) Cada um do grupo utilize seu tablet para registrar exemplos de como um cubo pode ser visto com fotos

(Professor, o objetivo desta atividade é que o aluno perceba que a maneira como vemos um objeto depende da posição em que estamos posicionados em relação ao objeto. É importante instigá-los com perguntas para que percebam que o que cada um vê depende da posição em que se encontra. Esta atividade deve ser realizada com o tablet, com o aluno apoiando sobre a mesa o cubo confeccionado na atividade anterior. Ao final da atividade, os alunos devem ser questionados sobre a quantidade de faces que podem ser registradas numa única **foto**, preparando-os para o próximo item. Caso você verifique que em todas as fotos produzidas ficam visíveis três faces do cubo, **desafie** a produção de fotos em que ficam visíveis duas ou apenas uma face). Caso nenhum aluno consiga perceber isto, use um tablet de aluno para registrar tais fotos.

b) Será que é possível posicionar este cubo de modo que sejam vistas mais do que três faces de uma só vez? Investigue, observando o cubo a partir de diversos pontos de vista ou mesmo segurando-o e girando-o de diferentes modos.

(Professor, chamamos atenção para o fato deste cubo ser feito com cartolina então é impossível visualizar mais do que três faces simultaneamente. Se o cubo tivesse sido construído com varetas representando as arestas, o aluno poderia dizer que visualiza todas as arestas simultaneamente e, consequentemente todas as faces, ou ainda que não vê face alguma, pois não reconhece a face observando apenas as arestas. Em modelos confeccionados em acrílico ou vidro a transparência do material pode levar a questionamentos semelhantes. A discussão originada desta atividade é muito rica e deve ser estimulada).

Atividade 3. Na atividade 1 você confeccionou um cubo, na atividade 2 fotografou o cubo confeccionado. Um objeto tridimensional nunca pode estar em uma folha de papel, que é bidimensional. Mas o objeto tridimensional pode ser representado com um desenho numa folha de papel, como no desenho a seguir que representa o cubo em três posições distintas .



a) O que você sabe sobre o cubo?

(Professor: cubo é uma forma tridimensional formada por seis quadrados (suas faces), doze arestas (os lados comuns a dois quadradados (faces) chama-se aresta do cubo) e oito vértices (junção de três arestas).

b) Que formas estão desenhadas para representar o cubo em diferentes posições?

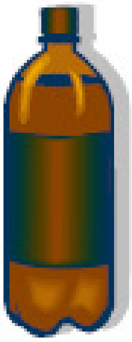
(Professor: a representação do cubo no papel ou tela do tablet é bidimensional e para dar a ideia de 3D no 2D desenhamos paralelogramos, retângulos ou até mesmo quadrados, dependendo da posição do observador em relação ao cubo, para representar as faces quadradas.)

c) O cubo que vemos é igual ao desenho que fazemos para representar o cubo no papel?

(professor: o que vemos é diferente do que desenhamos : o cubo é um objeto tridimensional formado apenas por quadrados e o desenho que fazemos para representar o cubo no papel (bidimensional) possui formas como paralelogramos, retângulos ou quadrados dependendo da posição do cubo e da forma de representação escolhida ou usada – é importante, neste momento que os alunos apresentem eles próprios representações do cubo e que elas sejam discutidas – por exemplo a foma usual de representar por meio de quadrados e paralelogramos, com linhas pontilhadas, em malha quadrada).

As embalagens no nosso dia a dia

Você já pensou na grande variedade de embalagens que são utilizadas no nosso dia a dia? Embalagens são boas referências para as **formas geométricas espaciais.**



(Professor, solicite, previamente, que os alunos tragam algumas embalagens, de diferentes formatos, para que tenham um acervo bem variado para análise em sala de aula. As embalagens mais comuns no comércio são **cilíndricas** e em formato de **paralelepípedo retangular**. Questione o aluno o por quê da indústria preferir tais formas (questões de armazenagem e economia de material para a confecção da embalagem). É importante que cada professor tenha seu próprio kit de embalagens para evitar que o esquecimento dos alunos possa impedir a abordagem proposta).

As caixas são muito utilizadas para embalar produtos. É possível encontrar embalagens de diversos tipos. As embalagens mais comuns são do tipo caixa de bombom, de creme dental e de sapatos.

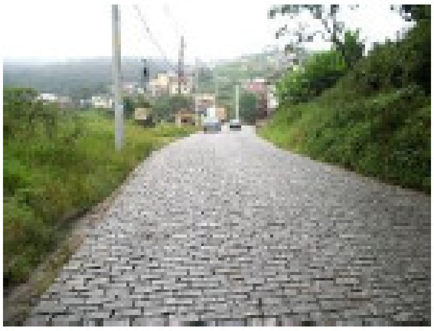
TROCAR POR EMBALAGENS SEM IDENTIFICAÇÃO DE MARCA

A forma geométrica que corresponde a caixas como essas é chamada ***bloco retangular*** ou ***paralelepípedo retângulo***.

REFLETINDO

Você já pensou por que esse tipo de calçamento é chamado de paralelepípedo?

Capítulo 2
Geometria Espacial: primeiras formas

(Professor, muitas cidades não possuem este tipo de pavimentação. Caso seja esta a realidade de seus alunos, aqui há oportunidade para você expandir o conhecimento de mundo de seus alunos).

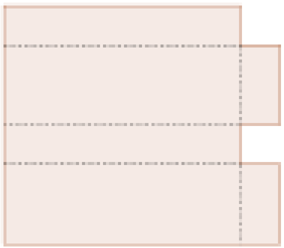
Atividade 4. Vamos, agora, explorar como as caixas na forma de bloco são montadas. Na atividade 1 você fez um cubo a partir de um cubo pronto. Você pode fazer da mesma maneira para fazer uma caixa a partir da sua caixa montada. Porém na confecção do cubo percebemos que recortamos todas as faces desenhadas e depois as colamos para conseguir o cubo. Então poderíamos ter desenhado algumas faces juntas e apenas fazer uma dobra para separá-las ao invés de recortar cada uma e grudar com durex. Podemos mesmo ter todas as faces juntas, ou seja recortar apenas o contorno e dobrar e produzir uma caixa, quando isso acontece temos o que chamamos de uma planificação da caixa.

Siga as instruções do vídeo e veja se consegue desenhar uma *planificação* da caixa.

(PRODUZIR VÍDEO COM ESTE ROTEIRO) Coloque uma caixa fechada sobre uma folha . Contorne a parte apoiada na folha. Em seguida tombe-a, de modo que a aresta do paralelepípedo continue coincidente com um lado da primeira forma desenhada sobre a mesa. Repita o processo, de modo que se obtenha o desenho de uma planificação de uma caixa. Ainda no vídeo colocar que é importante tomar cuidado para que a rolagem produza uma planificação da caixa, apresentando uma rolagem que não produza uma planificação ., mesmo tendo desenhado todas as faces da caixa. Você obteve uma *planificação* da caixa? .

a) Compare o desenho que você fez com a de um colega. Troque sua produção com a dele. Agora, recorte a figura e tente montar a caixa original trazida pelo colega. Verifique se deu certo, comparando sua montagem com a caixa original.

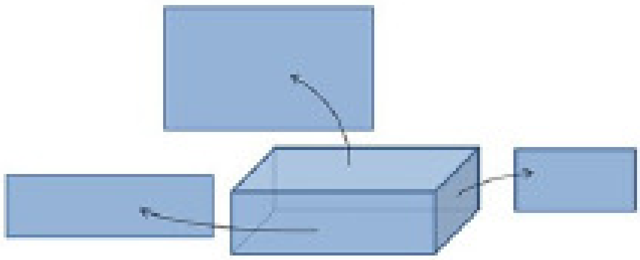
b) Vitor assistiu ao vídeo, rolou sua caixa e obteve o seguinte desenho:



Esta figura representa uma planificação de uma caixa? Por que? Pegue sua caixa e tente desenhar num papel uma possível rolagem que Vitor fez identificando o que fez de errado.

(Professor o aluno pode justificar que não seguiu corretamente as instruções do vídeo pois não obteve um desenho que quando recortado e montado não forme a caixa. O erro aconteceu na rolagem pois ele desenhou duas vezes a mesma face (retângulos pequenos à direita são referentes à mesma face) e deixou de desenhar a face oposta à que foi desenhada duas vezes. É interessante fazer num papel grudado no plano da lousa a rolagem errada que Vitor fez, recortar o desenho .Professor, atividades de montagem de sólidos geométricos favorecem o desenvolvimento da visão tridimensional do aluno e devem ser sempre incentivadas. A próxima atividade também é desenvolvida com este objetivo).

Os paralelepípedos retângulos, do mesmo modo que os cubos, possuem seis faces. Eles têm este nome porque todas as suas faces são **retângulos**.

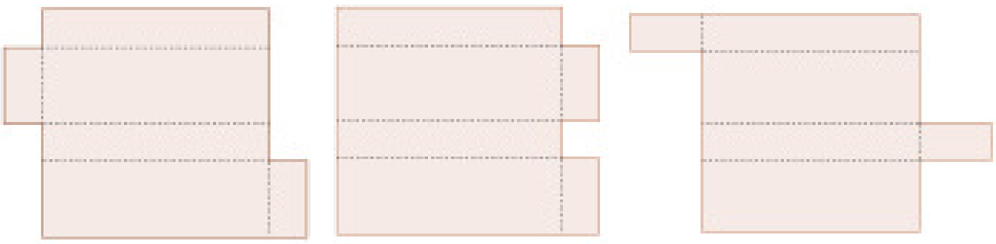


Atividade 5. Uma outra forma de obtermos planificações é abrindo a caixa, por meio do corte segundo algumas de suas dobras. Assista ao vídeo a seguir para observar algumas planificações de paralelepípedos a partir da "abertura" por diferentes dobras. Abra sua caixa como no vídeo e desenhe a planificação obtida.

(PRODUZIR VÍDEO) Utilizar um software que reproduza o equivalente a "abertura" de um paralelepípedo semelhante à vista em https://www.youtube.com/watch?v=8v_LGTcyKTM.

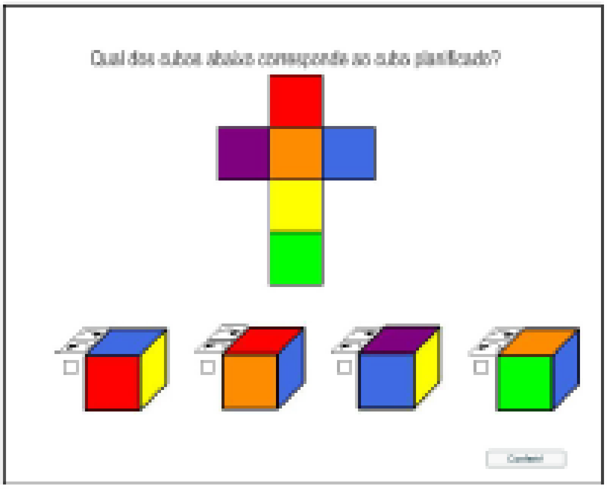
(Professor, dê ênfase à diferença entre as Atividades 4 e 5. Enquanto a primeira enfatiza a planificação por meio da rolagem do sólido, a segunda dá ênfase à planificação abrindo a caixa, por meio do corte ao longo de uma de suas arestas. Verifique entre seus alunos qual dos dois procedimentos eles acharam mais fácil mostrando as vantagens e desvantagens de ambos).

Atividade 6. Quais das formas abaixo, quando dobradas, podem revestir uma caixa com o formato da caixa de creme dental, ou seja, de um bloco retangular? Registre como você chegou à resposta.



(Professor, é importante discutir com os alunos as respostas apresentadas fazendo-os explicar as diferenças observadas que impedem a produção de novas formas. A planificação que não resultará num paralelepípedo é a segunda, pois duas faces serão sobrepostas e faltará uma face oposta à elas).

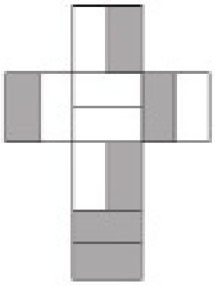
Atividade 7. Na atividade interativa a seguir selecione o cubo que condiz com a planificação dada. Em seguida clique em "Conferir" para saber se acertou. Caso sinta necessidade utilize as flechas para girar os cubos.



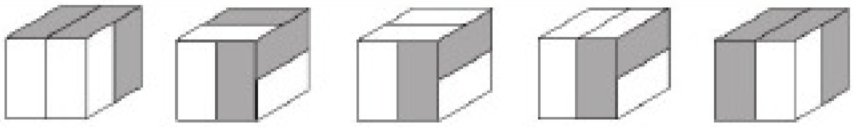
FAVOR COLOCAR UM LINK PARA A ATIVIDADE "Planificações" DISPONÍVEL EM http://pead.faced.ufrgs.br/sites/publico/eixo4/matematica/catalogo_objetos/objetos/planificacoes.htm

QUEBRANDO A CUCA (OBMEP, 2006)

Para montar um cubo, Guilherme recortou um pedaço de cartolina branca e pintou de cinza algumas partes como na figura a seguir.



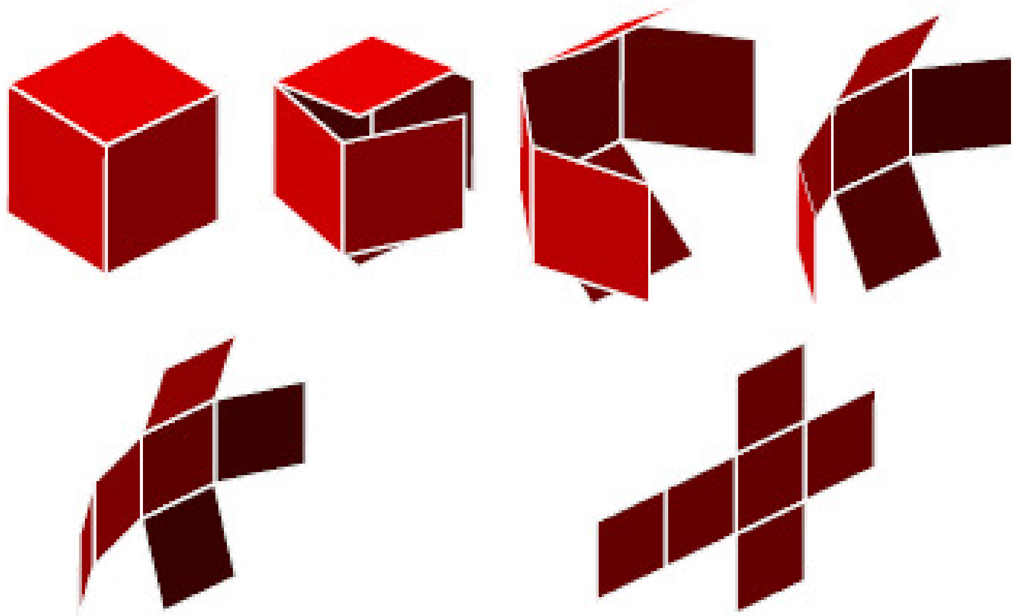
Qual das figuras a seguir representa o cubo construído por Guilherme?



(A) (B) (C) (D) (E)

(Professor, chame a atenção do aluno na figura planificada que, nas faces consecutivas, o traço central se alterna entre vertical e horizontal. Logo, as alternativas (A), (D) e (E) não são plausíveis. Observando com mais atenção a figura planificada, o aluno deve perceber que as faces consecutivas pintadas de uma única cor (toda branca e toda cinza) são intercaladas com faces com duas cores. Desta forma a alternativa (B) não é possível, sendo a alternativa (C) a correta).

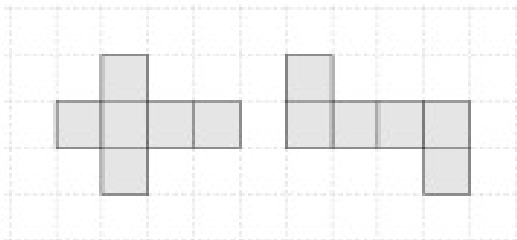
A sequência de figuras a seguir ilustra como é possível desmontar um cubo para obter uma de suas planificações.



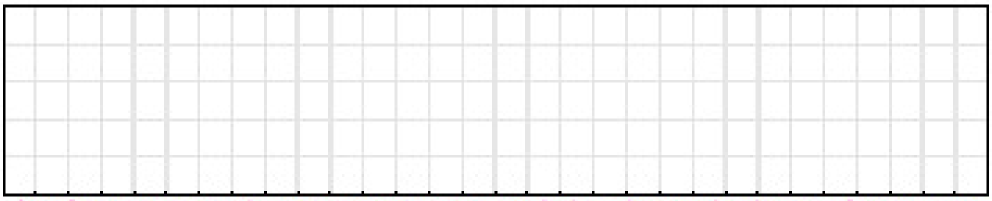
Você acha que existem outras planificações para o cubo? Assista ao vídeo a seguir e responda quantas planificações diferentes tem o cubo.

(PRODUZIR VÍDEO) Produzir um vídeo como em https://www.youtube.com/watch?v=8v_LGTcyKTM, com as 11 aberturas do cubo.

Atividade 8. A seguir, observamos duas formas desenhadas no papel quadriculado que correspondem a planificações de um cubo.

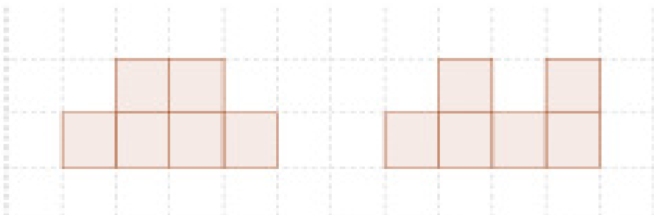


a)Copie essas planificações em um papel quadriculado, em seguida realce com cores iguais os lados dos quadrados que, juntos, formam uma aresta do cubo. Use cores diferentes para arestas diferentes. Deixe sem contornar as arestas em que os lados dos quadrados já estão "colados" (identificados).



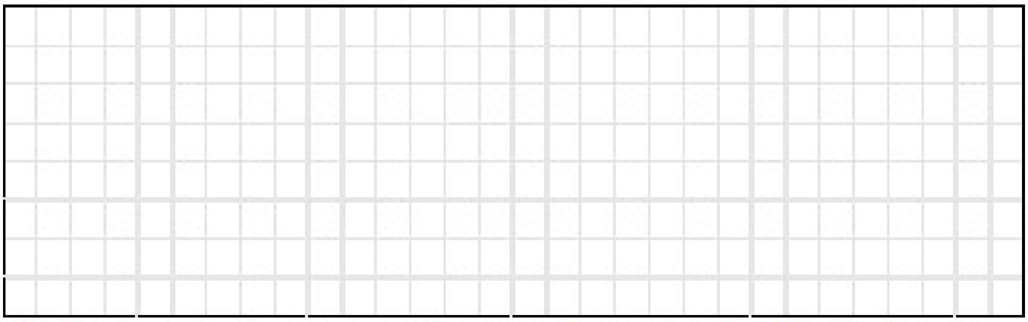
(Professor, pretende-se que, ao pintar os lados do quadrado que formam as arestas do cubo com cores iguais, o aluno fixe a definição de aresta dada anteriormente e possivelmente obtenha uma estratégia de contagem das arestas do cubo a partir somente de uma planificação do cubo. Neste momento, é importante destacar para os alunos qual a diferença entre **lados no cubo** e **lados do quadrado**, em particular solicitando a eles que apontem o que é um lado de um cubo (a resposta provável é que apontem uma face, o que pode proporcionar a oportunidade para a discussão que se seguirá). É por este motivo que ela recebe um nome distinto (face) para que não haja tal confusão).

b) As formas desenhadas no papel quadriculado a seguir podem ser planificações de um cubo? Justifique sua resposta.



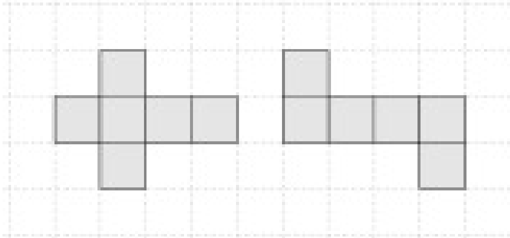
Espera-se que o aluno perceba que não são planificações de cubo. É interessante que ele peceba que no primeiro caso temos quatro arestas incidindo em um único vértice e isso não ocorre no cubo. No segundo desenho teríamos treês lados diferntes de quandrados sendo "grudados" na mesma aresta, o que também é impossível no cubo. Caso nenhum aluno tenha dado tal justificativa e tenha percebido apenas que no primeiro não é possível dobrar os quatro quadrados centrais e no segundo duas faces seriam sobrepostas, valorize esse raciocínio mas não deixe de apresentar para a classe a justificativa anterior. Isso facilitará para que o aluno reconheça as planificações do cubo.

c) Existe uma terceira planificação de um cubo, diferente das duas representadas no item (a)? Se existe, epresente-a no papel quadriculado e compare com a de seu colega. São iguais?



(Professor, pretende-se que, o aluno reconheça outras planificações do cubo e para que seja possível montar o cubo, a partir da planificação elaborada pelo aluno, é necessário que em cada vértice concorram exatamente três aretas. Ae que três lados diferentes de quadrados não sejam idenficados na mesma aresta do cubo.

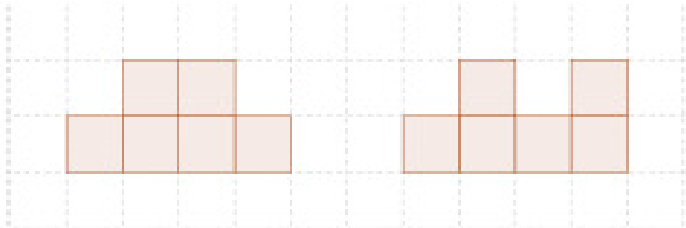
Atividade 9. A seguir, observamos duas formas desenhadas no papel quadriculado que correspondem a planificações de um cubo.



a)Copie essas planificações em um papel quadriculado, em seguida realce com cores iguais os lados dos quadrados que, juntos, formam uma aresta do cubo. Use cores diferentes para arestas diferentes. Deixe sem contornar as arestas em que os lados dos quadrados já estão "colados" (identificados).

(Professor, pretende-se que, ao pintar os lados do quadrado que formam as arestas do cubo com cores iguais, o aluno <u>fixe a definição de aresta</u> dada anteriormente e possivelmente obtenha uma estratégia de contagem das arestas do cubo a partir somente de uma planificação do cubo. Neste momento, é importante destacar para os alunos qual a diferença entre **lados no cubo** e **lados do quadrado**, em particular solicitando a eles que apontem o que é um lado de um cubo (a resposta provável é que apontem uma face, o que pode proporcionar a oportunidade para a discussão que se seguirá). É por este motivo que ela recebe um nome distinto (face) para que não haja tal confusão).

c) As formas desenhadas no papel quadriculado a seguir podem ser planificações de um cubo? Justifique sua resposta.



Espera-se que o aluno perceba que não são planificações de cubo. É interessante que ele peceba que no primeiro caso temos quatro arestas incidindo em um único vértice e isso não ocorre no cubo. No segundo desenho teriamos treês lados difernes de quandrados sendo "grudados" na mesma aresta, o que também é impossível no cubo. Caso nenhum aluno tenha dado tal justificativa e tenha percebido apenas que no primeiro não é possível dobrar os quatro quadrados centrais e no segundo duas faces seriam sobrepostas, valorize esse raciocínio mas não deixe de apresentar para a classe a justificativa anterior. Isso facilitará para que o aluno reconheça as planificações do cubo.

c) Existe uma terceira planificação de um cubo, diferente das duas representadas no item (a)? Se existe, epresente-a no papel quadriculado e compare com a de seu colega. São iguais?

(Professor, pretende-se que, o aluno reconheça outras planificações do cubo e para que seja possível montar o cubo, a partir da planificação elaborada pelo aluno, é necessário que em cada vértice concorram exatamente três aretas. Ae que três lados diferentes de quadrados não sejam idenficados na mesma aresta do cubo.

Indo Adiante 1

Vocês se lembram que na atividade 1 seu grupo confeccionou um cubo? Para esta atividade, novameste em grupo, usarão novamente o cubo e fita adesiva. Na atividade anterior você conheceu algumas planificações do cubo. Vamos abrir o cubo como fizemos com a caixa de creme dental:

a) Recorte pelas arestas, que eram lados de quadrados unidos com fita adesiva, de maneira a obter uma única peça, com seis quadrados grudados pelos lados, que é uma planificação do cubo. Compare a de vocês com as dos outro grupos. Registre-as em uma folha de papel quadriculado.

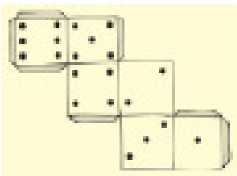
d) Agora, vocês vão usar 60 quadradinhos, para confeccionar outras palnificações do cubo, diferentes das que vocês já registraram no ítem anterior. Com auxílio de fita adesiva, una seis quadradinhos através de seus lados tentando montar um cubo. Se conseguir montar o cubo é porque você realmente obteve uma planificação dele. Com outros seis quadradinhos repita o processo. Caso achar necessário, pode usar seu cubo inicial que foi aberto por arestas, montá-lo novamente e recortar pelas arestas, diferente do recorte do igtem (a). Outra forma de obter as planificações é girar o cubo como foi feito com a caixa de creme dental. Mas cuidado: no cubo as seis faces são iguais, então é interessante numerar as faces para não desenhar duas vezes a mesma face e esquecer alguma sem desenhar. Registre no papel quadriculados todas as planificações que conseguiram.

(professor: observe se estão realmente obtendo as planificações do cubo, e oriente para que consigam o maior número de planificações. A atividade a seguir, mostra novamente um vídeo, que mostra as 11 possíveis aberturas do cubo.)

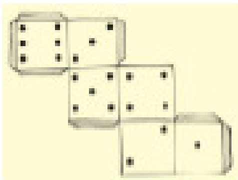
Atividade 10. Assista ao vídeo e confira as 11 planificações do cubo. Caso na atividade anterior não tenha registrado todas as 11 no quadriculado, registre-as agora.

QUEBRANDO A CUCA (OBMEP Nìvel 1, 2011, N1Q19)

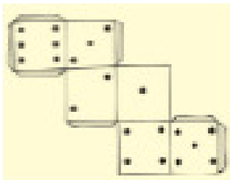
Num dado comum, a soma dos pontos de duas faces opostas é sempre 7. É possível construir um dado comum dobrando e colando uma das peças de papelão a seguir. Que peça é essa?



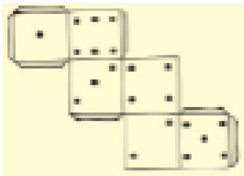
(A)



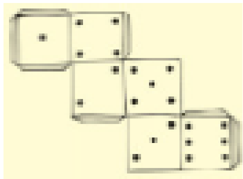
(B)



(C)



(D)



(E)

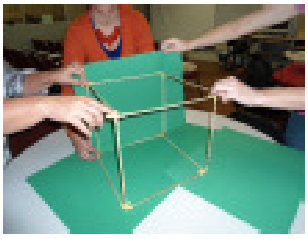
MÃO NA MASSA

Vamos construir um cubo utilizando varetas para representar as suas arestas e pedaços de mangueiras de borracha (garrotes) no lugar dos vértices.
Assista ao vídeo para aprender a fazer as conexões com os garrotes.

(COLOCAR LINK PARA O VÍDEO DO YOUTUBE SOBRE A CONFECÇÃO DO CUBO https://www.youtube.com/watch?v=YVn0xcUbfM4)

Quantas varetas e quantos encaixes feitos de garrotes você vai precisar para obter o cubo?

(Professor, é importante sistematizar esta atividade de forma a destacar os seguintes fatores: 1º todas as varetas devem possuir o mesmo tamanho, logo as arestas são congruentes; 2º as faces EXISTEM pois seus lados estão bem definidos; 3º a construção proposta fornece um objeto não rígido , desta forma o objeto apenas representará um cubo se for segurado "em pé" como na figura:

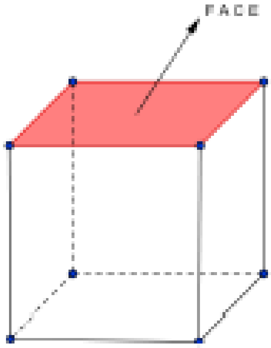


Observe que se o objeto for solto as varetas não formarão quadrados e não teremos portanto o cubo.

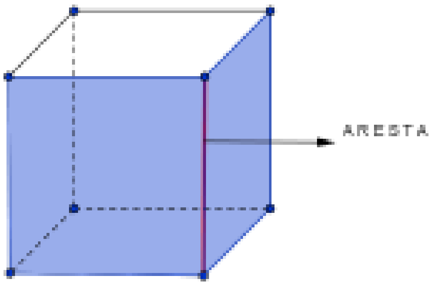
Vimos vários objetos associados à forma cubo: O "cubo" de varetas, o"cubo" confeccionado de cartolina, o e o dado. No cubo de varetas só temos representadas fisicamente as arestas do cubo mas os quadrados que representam as faces estão bem definidos pois o quadrado é apenas o poligono, ou seja o contorno, por abuso de linguagem chamamos quadrado a região do plano delimitada pelo quadrado. Veja que o mesmo "problema" aparece quando no "cubo" de cartolina temos representadas fisicamente as faces e arestas e ele é oco e no dado de madeira ou plastico temos um objeto maciço. Observamos, entretanto que todos tem a mesma forma CUBO seja ele representado apenas pelas suas arestas, montado apenas com as faces e, portanto oco, ou feito de material maciço, como um recorte num bloco de madeira.)

ORGANIZANDO IDEIAS

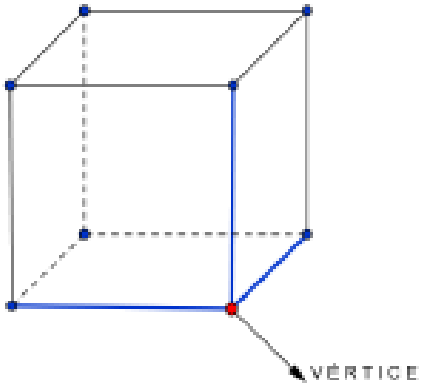
Os quadrados que formam o cubo são chamados *faces do cubo*.



Duas faces "vizinhas" do cubo se encontram ao longo de lados dos quadrados (que o formam), que são chamados de *arestas do cubo*.

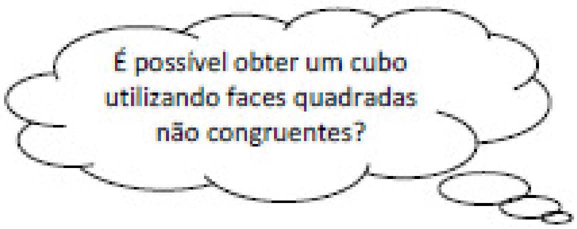


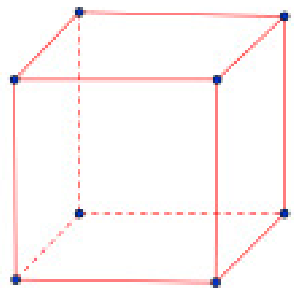
Quando três arestas se encontram, o ponto de encontro é chamado *vértice*.



(Professor, este é um momento crucial da aprendizagem do aluno. Utilizando as **definições corretas** para face, aresta e vértice o aluno não incorrerá em erros comuns como se referir arestas como sendo tracinhos ou vértices como sendo bolinhas. A utilização de **modelos confeccionados com varetas** favorece a fixação do conceito de vértice desde que o aluno perceba que três arestas concorrem num mesmo vértice. **Modelos utilizando faces de acrílico** favorecem a fixação do conceito de aresta desde que o aluno perceba que a cada duas faces não opostas possuem um lado comum. Também é interessante que o aluno desenvolva um **processo de contagem** destes elementos. Por exemplo, contar as arestas de uma face, as arestas da face oposta e as arestas perpendiculares a tais faces, procurando perceber regularidades).

REFLETINDO





(Professor, nesta atividade é importante estabelecer a relação entre a congruência dos quadrados e de seus lados. Dê uma importância especial para a relação de necessidade e suficiência, por exemplo, o fato de os quadrados possuírem os quatro lados congruentes é suficiente para que as arestas do cubo sejam congruentes. Esta condição é necessária para a existência do cubo, uma vez que a aresta é constituída pelo lado comum a duas faces (dois quadrados) ou seja, se tivéssemos pelo menos um quadrados não congruentes aos demais não teríamos o cubo pois os lados deste quadrado deve ser identificados ("colados") a outros quatro lados e essa identificação ("colagem") só pode ser feita se os lados forem congruentes

Indo Adiante 2 - Os elementos do paralelepípedo retângulo

a) Tome uma caixa com forma de paralelepípedo retângulo e observe-a. Escreva no seu caderno se ela possui faces, arestas e vértices, como os possuem os cubos. Descreva como você chegou à conclusão.

(Professor, esta é uma atividade de extensão do conhecimento do aluno. Note que tais elementos foram definidos para o cubo mas, com a atividade, pretende-se que tais definições sejam estendidas para o paralelepípedo. Espera-se que o aluno perceba que, como o cubo, o paralelepípedo possui 6 faces, 12 arestas e 8 vértices).

b) Quais são as semelhanças e as diferenças entre os elementos do paralelepípedo e do cubo? Anote sua resposta justificando suas escolhas para discussão com a turma.

(Professor, provavelmente o aluno notará primeiro que as faces do paralelípedo são retangulares enquanto que as do cubo são quadradas. É importante notar que no cubo todas as faces são congruentes, enquanto que no paralelepipedo as faces opostas são congruentes, ou seja, podem ocorrer três pares distintos de faces retangulares congruentes (elas são congruentes duas a duas). O item seguinte o auxiliará na construção deste argumento).

c) É possível construir um paralelepípedo com varetas de tamanhos diferentes? Quantos tamanhos diferentes de varetas podem-se usar para construir um paralelepípedo retangular?

(Professor, espera-se que o aluno perceba que é possível utilizar, no máximo, três tamanhos distintos de varetas para obter o paralelepípedo, pois, como observado no item anterior, o paralelepípedo apresenta pares de faces opostas congruentes. Neste caso serão necessários 3 conjuntos, cada um com 4 varetas de mesmo tamanho. Caso o aluno apresente dificuldade nesta atividade é interessante retomar a Atividade 5 (planificação da caixa feita pela abertura da caixa por suas dobras (arestas) . É importante destacar que o principal objetivo desta atividade é fazer com que o aluno perceba que as medidas das arestas de um paralelepipedo podem ser distintas enquanto num cubo todas as arestas tem mesmo tamanho).

d) complete corretamente a tabela a seguir utilizando os resultados obtidos por você nos itens anteriores.

	Formato das faces	Número de faces	Número de vértices	Número de faces congruentes	Número minino de arestas congruentes	Número máximo de arestas congruentes
CUBO						
PARALELEPÍPEDO						

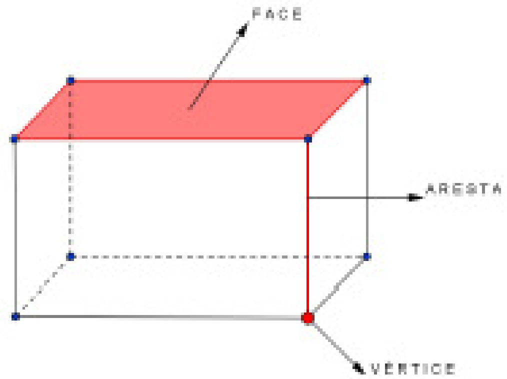
(Professor, para o aluno completar a tabela anterior pode ser necessário retomar alguns dos itens anteriores. É fundamental que o próprio aluno preencha a tabela baseado em suas conclusões).

(ATENÇÃO! DEVERÁ HAVER UMA QUEBRA DE PÁGINA NESTE MOMENTO POIS O "ORGANIZANDO IDEIAS" REÚNE OS RESULTADOS DE TODOS OS QUESTIONAMENTOS ATÉ O MOMENTO, INCLUSIVE OS SOLICITADOS PARA PREENCHIMENTO DA TABELA).

ORGANIZANDO IDEIAS

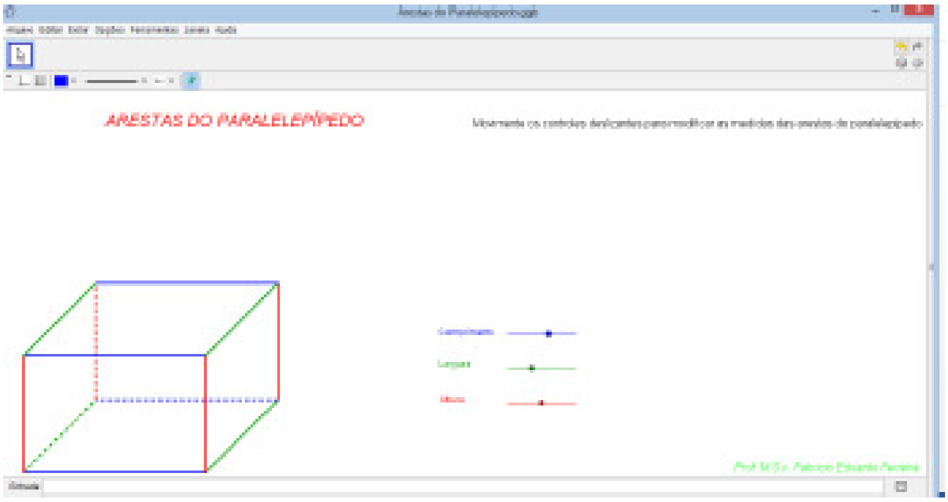
Como já foi visto, as formas do tipo caixa de sapato são chamadas de paralelepípedos retângulos ou bloco retangular.

Da mesma forma que o cubo o paralelepípedo também possui faces, arestas e vértices.



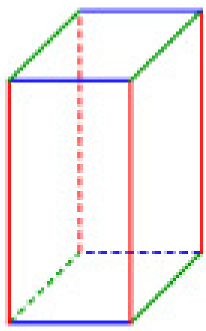
As faces do paralelepípedo são retangulares, podendo inclusive serem quadradas. No caso das faces opostas do paralelepípedo estas são congruentes (duas a duas), conforme observa-se no objeto interativo a seguir:

Indo Adiante 3 Na atividade interativa a seguir movimente os controles deslizantes para modificar as medidas das arestas do paralelepípedo.

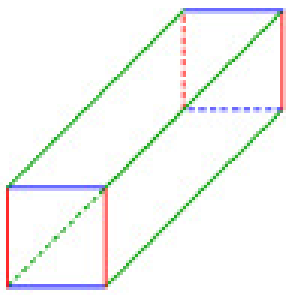


a) Modificando as medidas das arestas do paralelepípedo como são as figuras geométricas espaciais você consegue obter?

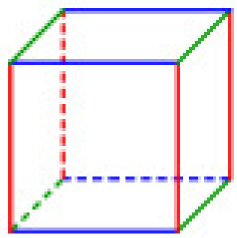
(Professor: espera-se neste item que o aluno perceba que, dependendo da medida das arestas do paralelepípedo, haverá três casos possíveis: utilizando três medidas diferentes tem-se um paralelepípedo com três pares de retângulos diferentes, utilizando duas medidas iguais surgirá outro paralelepípedo com dois pares de retângulo iguais e um par de quadrados e, no caso de todas as medidas serem iguais, teremos um cubo. Talvez algum aluno exclua esta possibilidade alegando que com as medidas iguais obtém-se um cubo e não um paralelepípedo. Este é o ponto crucial. O aluno deverá ser conduzido para a conclusão que um cubo é um caso particular de paralelepípedo. Se não aparecer tal dúvida provoque a classe para saber se todos realmente consideraram o cubo como um caso particular de paralelepípedo. Para essa atividade utilize as caixas que os alunos trouxeram ou construíram, mas também é importante ter em mãos um conjunto reserva com os três casos possíveis, caso eles não tenham aparecido nas atividades. As figuras a seguir mostram possíveis representações obtidas pelos alunos:



3 pares de retângulos diferentes



2 pares de retângulos congruentes e um par de quadrados



6 quadrados congruentes

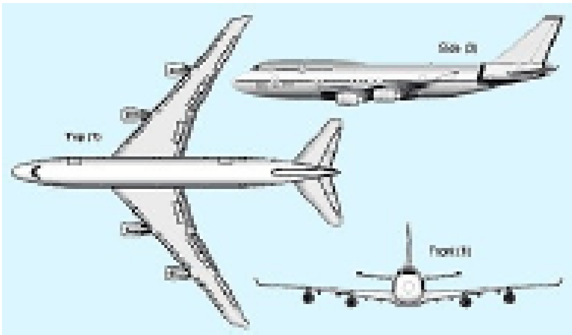
b) As figuras geométricas espaciais obtidas no item anterior são formadas por quais figuras planas?

(Professor: espera-se com essa nesta atividade que o aluno perceba que no caso das medidas comprimento, largura e altura forem todas diferentes, a figura obtida (paralelepípedo) será formada por três pares de retângulos diferentes; no caso de duas dimensões serem iguais, a figura obtida será formada por 2 pares de retângulos congruentes e um par de quadrados e, no caso de todas as dimensões serem iguais, a figura obtida é um cubo que é composta por apenas quadrados.

Vistas de uma forma tridimensional

REFLETINDO

A imagem de um objeto pode ser bem diferente dependendo da posição a partir da qual ele é observado.

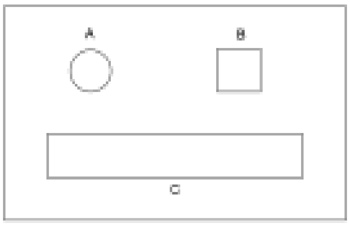


Tivemos oportunidade de ver isto na atividade onde fotografamos o cubo em diversas posições.

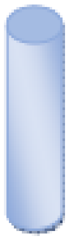
O vídeo a seguir mostra um bebê brincando de encaixar as peças numa caixa.

FAVOR PRODUZIR VIDEO SEMELHANTE AO http://www.youtube.com/watch?v=_Urqb7T08cM

Atividade 11. A figura a seguir representa a parte de cima de uma caixa que o bebê está brincando de encaixar as peças.



A peça que o bebê tem em mãos é a seguinte:



Em qual dos buracos o bebê vai conseguir encaixar a peça que está em suas mãos?

(Professor: provavelmente o aluno irá pensar em encaixar a peça no buraco A pois a principal característica do cilindro é ter uma base circular. Porém ele deverá notar que o tamanho do raio da base da peça é maior do que o raio do buraco A. Desta forma a peça não encaixará neste buraco. Espera-se que nesta atividade o aluno analise que a vista lateral do cilindro trata-se de um retângulo. Logo a peça encaixa-se perfeitamente no buraco C).

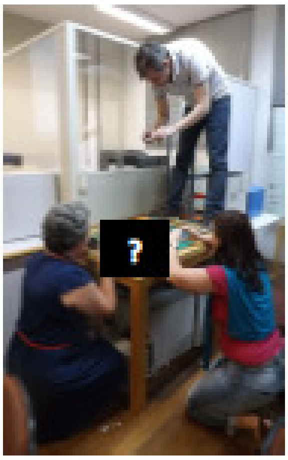
O vídeo a seguir mostra um bebê brincando de encaixar as peças numa caixa.

FAVOR PRODUZIR VIDEO SEMELHANTE AO http://www.youtube.com/watch?v=_Urqb7T08cM

Atividade 12. Cida, Daniela e Fabricio estão olhando dois sólidos colocados lado a lado sobre uma mesa, com na figura

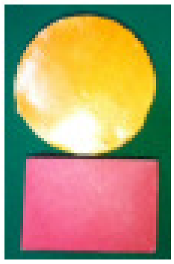
Fabricio

Cida



Daniela

Eles representaram o que estavam vendo da seguinte forma.



Registre os objetos que estavam sendo observados por eles

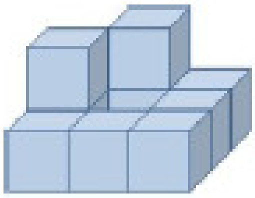
(FAVOR PRODUZIR UMA IMAGEM MELHOR COM TRÊS CRIANÇAS COM EM POSIÇÕES DIFERENTES, SEGUIDAS DAS RESPECTIVAS VISUALIZAÇÕES).

Atividade 13. Uma das sete maravilhas do mundo contemporâneo é a estátua do Cristo Redentor, localizada sobre o morro do Corcovado no Rio de Janeiro. As imagens a seguir representam algumas vistas da estátua do Cristo Redentor.

Escolha outro monumento mundial e faça três fotos com vistas diferentes utilizando o aplicativo do Google Earth.

FAVOR COLOCAR LINK PARA O APLICATIVO "Google Earth" disponivel em https://play.google.com/store/apps/details?id=com.google.earth&hl=pt_BR

Atividade 14. A pilha abaixo é formada apenas por cubos, todos iguais. Quantos cubos há nesta pilha?



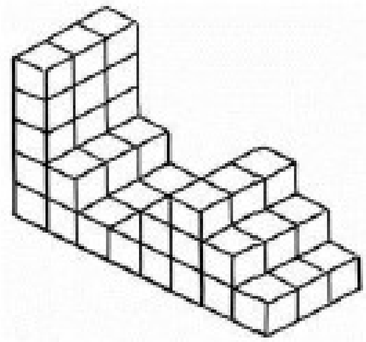
Anote a sua resposta. Em seguida, pergunte a um colega qual a resposta dele? Seu colega encontrou a mesma quantidade que você? Se for diferente, explique ao seu colega como você chegou a sua resposta.

(Professor, nesta atividade você deverá chamar a atenção do aluno que o centro da figura está vazio (isto está evidente devido à representação usada em que aparece uma parte da aresta na figura). Provavelmente a primeira resposta dada pelo aluno será 9 cubos. Porém no canto esquerdo posterior podem ser colocados mais cubos que, dependendo da posição do aluno em relação ao cubo, pode ser mais ou menos. A colocação de outros cubos sem implicar em diferença na representação pode ser observada a seguir).

FAVOR PRODUZIR VIDEO SEMELHANTE AO DISPONÍVEL EM http://www.youtube.com/watch?v=S-MWqYzR7V8

QUEBRANDO A CUCA

Quantos cubinhos há nesta pilha?



(Professor, esta é uma atividade de manipulação e contagem. Para os alunos que apresentarem dificuldade solicite montem uma estratégia de contagem que pode ser por "pilhas" . Uma possível estratégia de contagem é perceber quantas colunas com o mesmo número de cubinhos estão representadas. É claro que não se pode falar em números exatos, pois podem existir pilhas que não estão visíveis. No caso de contagem das pilhas visíveis temos um calcullo da seguinte forma: existem 3 colunas com 5 cubos cada, 3 colunas com 3 cubos cada, 7 colunas com exatamente 2 cubos cada, 7 colunas com exatamente 1 cubo cada. No total teríamos 3 x 5 + 3 x 3 + 7 x 2 + 7 x 1 = 15 + 9 + 14 + 7 = 45 cubos, **no mínimo**, pois, da posição em que o observador encontra-se, pode haver mais cubos escondidos. É interessante reproduzir com os alunos pilhas de cubos, podem ser os que eles já utilizaram ou outros de madeiras providenciados anteriormente, para que eles percebam que não podemos afirmar com segurança quantos cubos estão. Temos apenas uma estimativa: o número de cubinhos é maior ou igual a 45).

Atividade 15. Fábio, Luciano, Marcos e Sávio tiraram fotos da mesma casa em posições diferentes. Luciano estava vendo a casa de cima, de um helicóptero, Fábio estava em frente à porta principal da casa, Sávio estava perto da chaminé, enquanto que Marcos estava no lado oposto da casa ao que Sávio se encontrava.

Foto 1

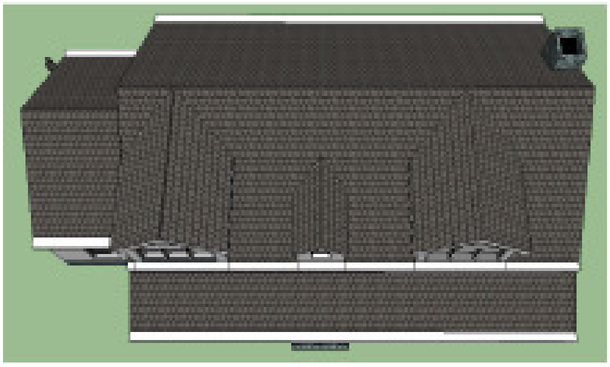


Foto 2

Foto 3

Foto 4

Associe cada menino à sua respectiva foto de acordo com o enunciado.

(Professor, o aluno deve perceber que o indivíduo que está próximo à lareirachaminé é aquele que se encontra ao lado da chaminé. Neste momento você poderá utilizar o software SketchUp 8, baixar diversos modelos já existentes e explorar as diversas vistas com seus alunos. É interessante também que os próprios alunos elaborem seus modelos e os disponibilizem na internet).

FAVOR DEIXAR O LINK PARA O SOFTWARE DISPONÍVEL http://google-sketchup.softonic.com.br/

Observe as imagens e responda:

Figura 1

Figura 2

Fonte: www.floorplanner.com

a) Quantas cadeiras estão representadas na sala de jantar da figura 1? E na sala de jantar da figura 2?

b) Quantas camas estão representadas em cada uma das figuras?

c) Quantos banheiros há em cada casa representada pelas figuras?

d) Quantos carros estão representados em cada uma das figuras?

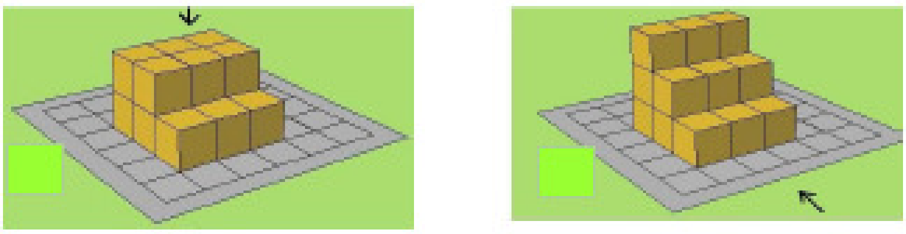
e) Em qual delas está representado um computador?

f) É possível que as duas figuras sejam representações de uma mesma casa? Explique a sua resposta.

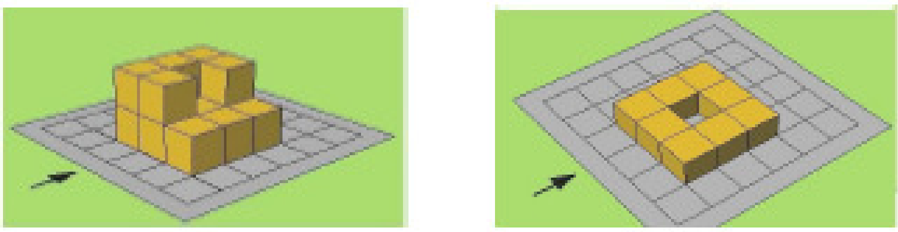
(Professor, esta atividade avaliará a atenção do aluno, principalmente nos detalhes, de acordo com a posição em que o observador se encontra. As justificativas dadas pelos alunos definirão se se trata da mesma casa, ou não. Mais uma vez é enfatizada ideia de que um mesmo objeto pode ser visualizado de diversas formas. Caso tenha a possibilidade explore outras plantas utilizando o software Floorplanner).

FAVOR COLOCAR LINK PARA O SOFTWARE FLOORPLANNER www.floorplanner.com

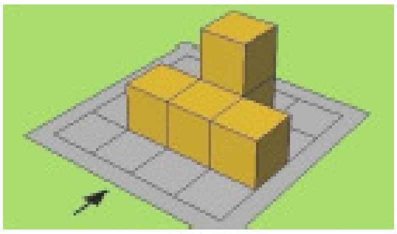
Atividade 17. Registre as vistas das pilhas formadas com os pequenos cubos iguais, de acordo com o ponto de vista do observador indicado pela seta e apresente uma estimativa para a quantidade de cubos que há em cada uma das pilhas.



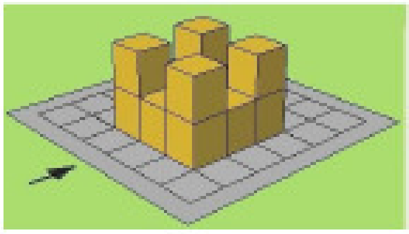
(a) (b)



(c) (d)



(e)

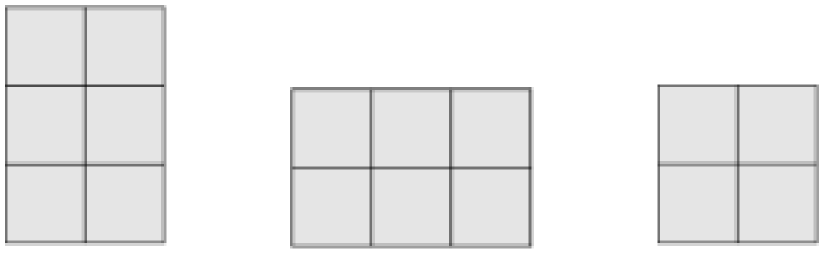


(f)

(Professor, para o registro das vistas utilize uma malha quadriculada. As estratégias de contagem por pilhas também pode ser utilizada nesta atividade. Chame a atenção para os itens em que alguns espaços podem estar vazios ou não, assim, nas atividades de contagem devem ser explorados conceitos como o mínimo possível e o máximo possível. Conforme a turma, neste momento poderá ser introduzido o uso dos símbolos < e >).

Atividade 18. Ainda empilhando cubos....

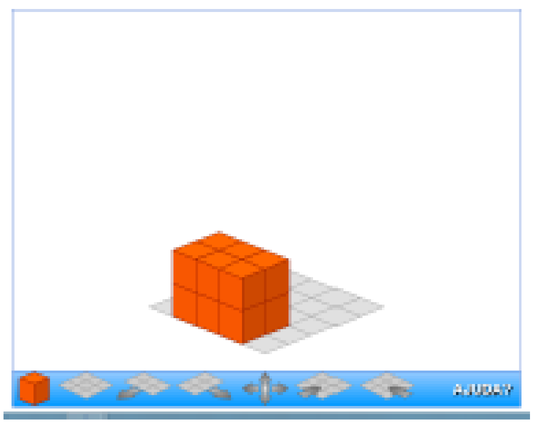
a) No objeto interativo a seguir empilhe 12 cubinhos de uma maneira que três observadores diferentes A, B e C vejam a pilha de acordo com as figuras a seguir:



A B C

FAVOR COLOCAR LINK PARA A ATIVIDADE "Construindo com cubos" disponível em http://pead.faced.ufrgs.br/sites/publico/eixo4/matematica/catalogo_objetos/objetos/construindo_cubinhos.htm

Construindo com cubinhos



b) É possível formar uma outra pilha com as mesmas vistas apresentadas no item anterior, mas com uma quantidade menor de cubos?

(Professor, para os alunos que **apresentarem maior dificuldade** é interessante a <u>utilização de materiais concretos</u>, como, por exemplo, <u>o material dourado</u>. Contudo o objetivo da atividade é fazer com que o aluno utilize o conhecimento advindo das atividades anteriores, e inicie um processo de abstração, para chegar ao resultado desejado).

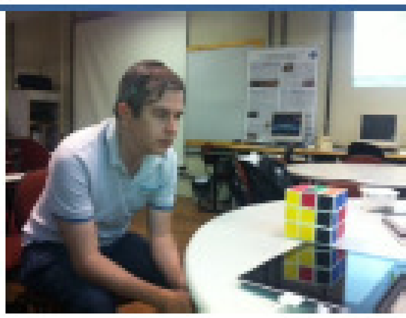
Atividade 19. Empilhando 36 cubinhos iguais, quantos paralelepípedos diferentes é possível montar?

(Professor, recomenda-se para esta atividade a utilização do **software Voxel**, disponível para celulares e tablets (plataforma Android ou iOS). Trata-se de um software grátis onde o aluno vai anexando cubos através das faces e modelando diversas formas no espaço. Contudo solicite inicialmente aos alunos que estabelecam critérios para a produção de empilhamento e distribuição dos cubos para a obtenção de paralelepípedos retângulos. Por exemplo, o primeiro paralelepípedo obtido pode ser 1 x 1 x 36; em seguida obtém-se o paralelepípedo 2 x 1 x 18, etc. O reconhecimento de padrões é muito importante uma aprendizagem matemática significativapoderá ser retomada posteriormente quando se trabalhar o conceito de divisibilidade e decomposição de um número natural em produto de outros).

FAVOR COLOCAR UM LINK PARA O SOFTWARE VOXEL http://www.flatblackfilms.com/Voxel/voxel_index.shtml

QUEBRANDO A CUCA

Fabricio estava observando o cubo mágico nesta posição.



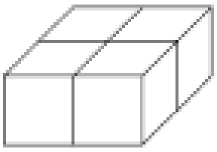
Esta é a imagem vista por Fabricio.

Ele diz que conseguiu identificar 14 quadrados. Você concorda com ele? Registre os quadrados que você conseguiu visualizar no quadriculado a seguir.

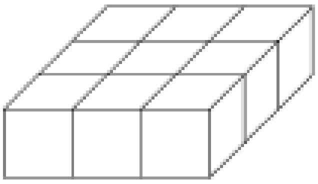
(Professor, esta atividade exige uma análise aprimorada por parte do aluno. Dê um <u>tempo necessário</u> para os alunos encontrarem os quadrados "escondidos" na figura. Os alunos com mais experiência logo identificarão tais quadrados. Convide tais alunos à lousa e peça para que mostrem os quadrados "escondidos" para os demais. Esta atividade é uma <u>atividade preparatória</u> para as demais atividades de reconhecimento a seguir).

QUEBRANDO A CUCA

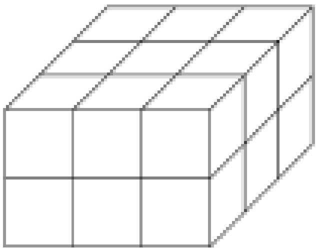
Tininha juntou 4 cubos obtendo a seguinte figura.



Em seguida ela reuniu 9 cubos obtendo uma nova figura.

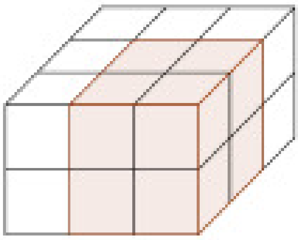


Por último ela empilhou vários cubinhos obtendo a figura a seguir.



Quantos cubos você consegue identificar na última figura? Justifique sua resposta para seu colega.

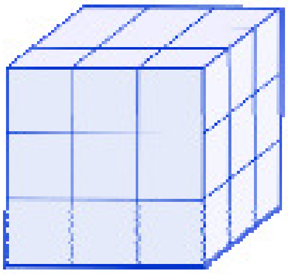
(Professor, para a resolução desta atividade o aluno deverá perceber que em cada "camada" foram utilizados 9 cubinhos, ou seja, Tininha teria utilizado 18 cubinhos para obter a figura. Porém de forma análoga à atividade anterior, reunindo 8 cubinhos obtém-se um cubo maior conforme mostra a figura a seguir:



Existem 4 destes cubos na figura. Logo 18 cubinhos mais 4 cubos maiores resultam em 22 cubos).

QUEBRANDO A CUCA

Este bloco tem o formato de cubo e é formado por três camadas empilhadas, cada uma com 9 pequenos cubos.

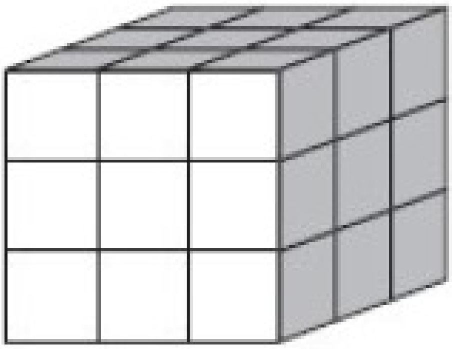


Neste bloco, quantos cubos você consegue identificar?

(Professor, esta atividade dá continuidade às anteriores sobre a identificação e contagem dos cubos na figura apresentada. Auxilie o aluno na elaboração de estratégias para a contagem dos cubos, primeiros os pequenos (1 x 1 x 1), em seguida os médios (2 x 2 x 2) e lembre-se do maior (3 x 3 x 3).

QUEBRANDO A CUCA (OBMEP, 2008)

Xaveco está brincando de montar cubos grandes usando cubinhos menores, todos brancos e de mesmo tamanho.



a) Primeiro ele montou um cubo com 27 cubinhos e pintou de cinza duas faces vizinhas desse cubo, como na figura 1. Quantos cubinhos ficaram sem nenhuma face pintada de cinza?

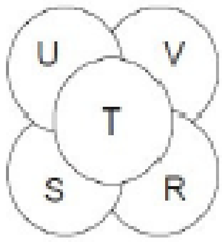
b) A seguir, ele montou outro cubo com 27 cubinhos, mas dessa vez pintou de cinza duas faces opostas desse cubo. Quantos cubinhos ficaram sem nenhuma face pintada de cinza?

c) Depois, ele montou um cubo com 64 cubinhos e pintou de cinza três faces desse cubo. Quais são os possíveis números de cubinhos que ficaram sem nenhuma face pintada de cinza?

d) Para terminar, Xaveco montou mais um cubo e pintou de cinza algumas de suas faces, de modo que 96 cubinhos ficaram sem nenhuma face pintada. Quantos cubinhos ele usou e quantas faces do cubo maior ele pintou?

QUEBRANDO A CUCA (OBMEP, 2006)

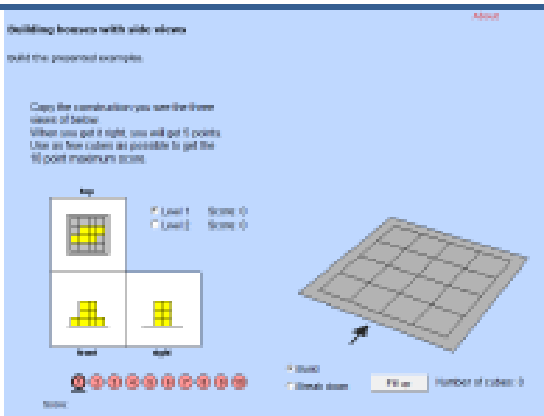
Cinco discos de papelão foram colocados um a um sobre a mesa, conforme mostra a figura. Em que ordem os discos foram colocados na mesa?



(Professor, esta atividade dá continuidade às anteriores envolvendo a visão do observador sobre o objeto. Questione o aluno sobre qual disco deve ter sido colocado primeiro, através da análise dos detalhes da figura. Se necessário providencie discos em papel cartão previamente para fazer uma simulação com os alunos. Esta atividade também prepara para a próxima, onde o aluno pode empilhar os cubos e depois quebrar parte da construção, deixando "pontes").

QUEBRANDO A CUCA

O objeto interativo a seguir apresenta 10 desafios diferentes separados em dois níveis (Level 1 e Level 2). Você deverá observar as três vistas dadas (Top – Topo, Front – Frente e Right – Direita) para construir cada objeto solicitado. A flecha indica a frente do objeto.



Clicando em "Build" você pode colocar cubos, enquanto que selecionando em "Break down" você pode retirar os cubos.

Caso queira você pode clicar em "Fill up" para colocar todos os cubos e, depois, ir retirando.

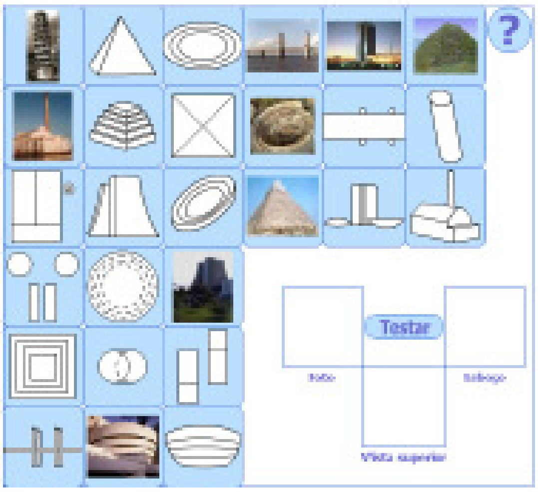
Obtendo a figura correta o desafio muda de cor (de rosa muda para amarelo) e, caso consiga construir o objeto utilizando a menor quantidade de cubos possível, a cor da atividade muda para verde.

FAVOR COLOCAR LINK PARA A ATIVIDADE "Building houses with side views" disponível em http://www.fisme.science.uu.nl/toepassingen/02015/toepassing_wisweb.en.html

Atividade 20. Na atividade a seguir relacione a foto, o esboço da figura e a vista superior de cada monumento. Em seguida clique em "Testar" para verificar se você acertou.

FAVOR COLOCAR UM LINK PARA O "JOGO FIGURAS MIX" disponível em http://pead.faced.ufrgs.br/sites/publico/eixo4/matematica/catalogo_objetos/objetos/jogo_figuras_mix.htm

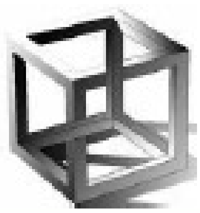
Jogo figuras mix



(Professor: esta é uma atividade intermediária onde o aluno associará o objeto ao seu esboço. Isto é importante pois o esboço sintetiza as principais caracteristicas daquela forma geométrica. Outro fator analisado nesta atividade é propiciar uma das vistas (no caso a superior) que propiciará no desenvolvimento da visão tridimensional do mesmo).

Refletindo

Esta figura, pode ser a imagem de um cubo?

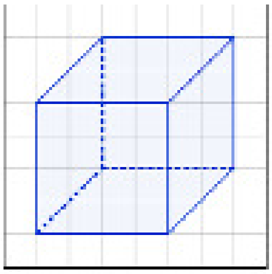


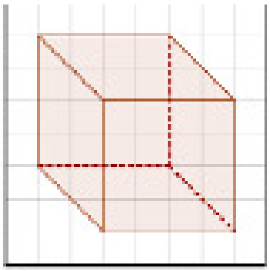
Descreva as características que o ajudaram a chegar à sua resposta.

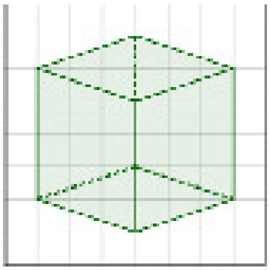
(Professor, esta imagem é uma reprodução de uma obra da artista holandês Maurits Cornelius Escher. Este artista utilizava a geometria para criar ilusões muito interessantes e é uma ótima oportunidade para que o professor possa explorar as características que definem o cubo. É de fundamental importância que tanto o professor quanto o aluno visualizem o objeto virtual produzido pelo prof. Humberto Bortolossi para que se convençam de que o objeto em questão trata-se de um cubo em que uma aresta está incompleta, permitindo a visualização de uma que está em outro plano).

FAVOR INSERIR LINK para http://www.uff.br/cdme/v3d/v3d-html/v3d-escher-01-br.html

Atividade 21. Observe os desenhos de cubos abaixo, veja que há linhas pontilhadas e discuta com seus colegas o que elas representam.

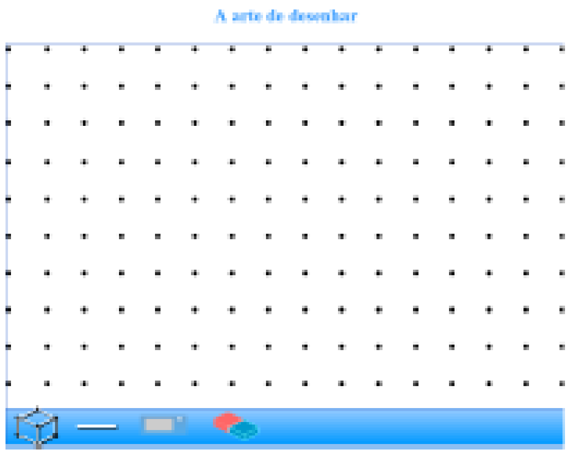






Atividade 22. Observe os desenhos de cubos abaixo e tente fazer um você também utilizando a atividade interativa a seguir.

Favor colocar link para a atividade "A arte de desenhar" disponível em http://pead.faced.ufrgs.br/sites/publico/eixo4/matematica/catalogo_objetos/objetos/arte_desenhar.htm



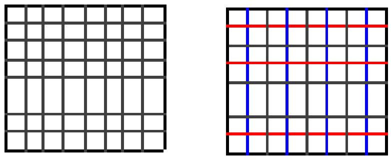
(Professor, é provável que o aluno afirme que as linhas pontilhadas representem arestas que não são visíveis do cubo. É interessante questionar o aluno sobre a reprodução de um **objeto tridimensional** no **plano**. Daí a necessidade de utilizar o pontilhado na representação. O uso de malha quadriculada (e outras malhas) deve ser sempre incentivado para a representação das formas geométricas).

MÃO NA MASSA

Você consegue construir um cubo a partir de uma folha de papel quadrada, utilizando dobraduras? Clique aqui para assistir ao vídeo com as instruções.

(FAVOR PRODUZIR O VÍDEO COM O ROTEIRO A SEGUIR. **Pode basear-se no vídeo disponível** em http://www.youtube.com/watch?v=kMTU6aEYxX0

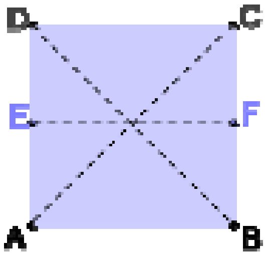
Comece dobrando um papel quadrado na metade, nos dois sentidos. Repita a dobra na metade mais duas vezes nos dois sentidos até obter vincos que dividem o quadrado em 8 X 8 = 64 quadradinhos. Reforce os riscos, com régua e caneta ou lápis de cores diferentes, como mostra a figura.



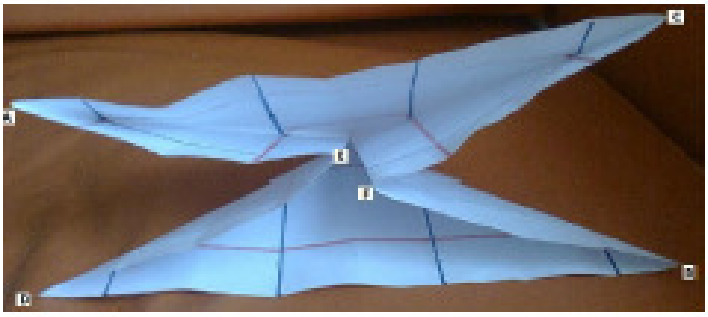
Agora siga passo a passo as instruções a seguir:

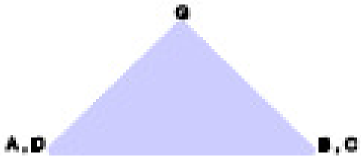
Dobre o papel ao meio fazendo um vinco na dobra EF.

Faça mais duas dobras marcando as diagonais do quadrado, como na figura.

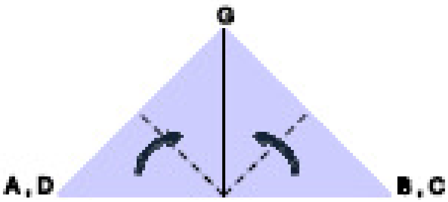


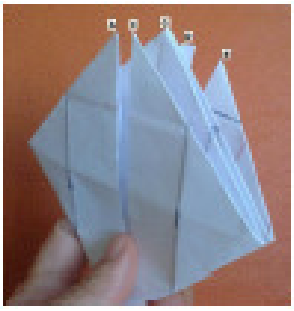
Com as pontas dos dedos, una as extremidades da dobra central, sobrepondo os pontos E e F, segurando esta dobra, na sequência, junte os cantos do papel de modo a sobrepor o ponto A sobre o ponto D e o ponto B sobre o ponto C. Observe as figuras a seguir. Sua dobradura terá a forma de um triângulo, tal que o maior dos lados é igual ao lado do quadrado original e os outros dois são a metade da sua diagonal. Um dos vértices desse triângulo é o centro do quadrado original, ponto em que as diagonais se encontram.





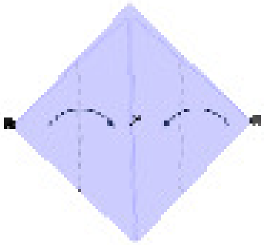
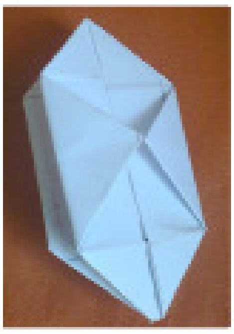
Em seguida, dobre o papel de forma que as pontas A, B, C e D se encontrem com o ponto central G. Observe as figuras a seguir.



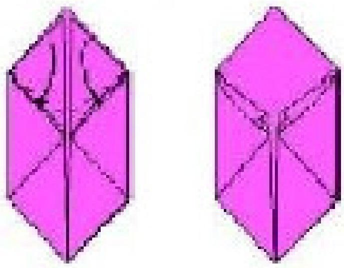


A dobradura terá a forma de um quadrado, cujo lado é a metade do lado do quadrado inicial.

O próximo passo é dobrar o papel de modo que os pontos Q e R alcancem o ponto P, no centro do quadrado obtido com a dobradura. Como nas extremidades Q e R há duas pontas, esta etapa terá que ser repetida nas duas faces da dobradura.

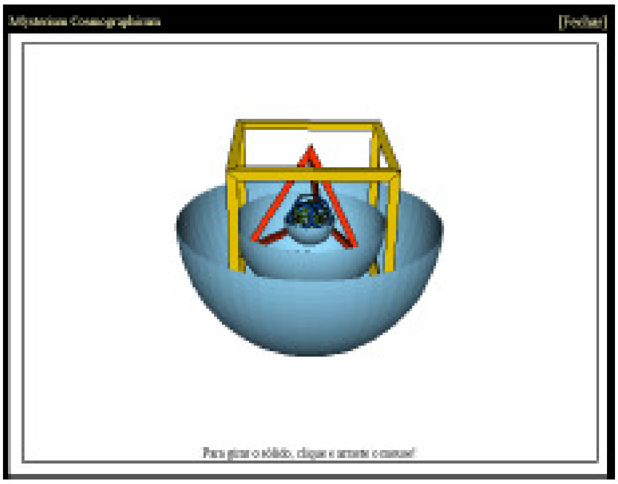
A nova forma obtida pela dobradura parecerá um hexágono. Encaixe as pontas soltas nas bolsas obtidas com as dobras. Observe as imagens.




Sopre através do orifício no fundo da dobradura. Pronto, você obteve uma forma associada a um cubo.


(Professor, a utilização de dobraduras para a aprendizagem da geometria é muito propicia pois possui um vocabulário bem próximo do vocabulário geométrico, além do caráter lúdico estar intrinsecamente associado à confecção do objeto. Esta construção é muito parecida com a clássica construção de balões de papel, normalmente utilizados em decorações de festas juninas, o que motiva ainda mais os alunos que já a conhecem. Outras dobraduras serão exploradas no próximo capítulo).

Atividade 23. A figura a seguir mostra alguns poliedros inscritos (dentro com vértices sobre as faces de outros).



Gire a imagem, colocando-a em diferentes posições e tente identificar quais são os poliedros e qual é uma sequencia começando do menor de todos (aquele que se encontra dentro de todos os outros).

FAVOR COLOCAR LINK PARA O OBJETO INTERATIVO "Mysterium Cosmographicum" disponível em http://www.uff.br/cdme/platonicos/platonicos-html/solidos-platonicos-br.html

(Professor: espera-se que com a movimentação do objeto interativo o aluno possa explorar diferentes vistas e concluir que os poliedros inscritos seguem a seguinte ordem: octaedro está inscrito no icosaedro, que por sua vez está inscrito no dodecaedro, que encontra-se inscrito no tetraedro, que está inscrito no hexaedro. Uma animação que pode ser explorada entre os alunos que apresentarem maiores dificuldades está disponível em http://www.youtube.com/watch?v=7s6nmsKOS34).

Organizando o que Você Aprendeu

O mundo em que vivemos está cheio de objetos. As aparências desses objetos estão muitas vezes relacionadas com formas tridimensionais. Algumas delas recebem nomes especiais, de acordo com suas propriedades.

Neste capítulo você aprendeu várias coisas:

1) Classificar e dar nomes a algumas formas planas e espaciais.
2) Dar nomes a alguns elementos de geometria plana e de geometria espacial.
3) Observar formas tridimensionais de diferentes maneiras.
4) Compor e decompor formas tridimensionais e planificar algumas formas tridimensionais.
5) Diferenciar o objeto real de sua forma abstrata muitas vezes associada ao objeto.

Vamos sistematizar essas ideais? Procure no capítulo o que aprendeu sobre os termos relacionados abaixo e registre as características que identificou sobre eles.

- forma plana
- forma tridimensional
- vértice
- lado
- aresta
- face
- cubo
- paralelepípedo
- esfera
- cilindro
- cone

ANEXO 2

Figura 47: Folha de atividade entregue aos alunos para responderem ao realizarem a atividade com o Poly.

NÚCLEO DE ENSINO DA UNESP-IBILCE
Projeto Aprendizagem de certos conteúdos de Matemática básica com recursos tecnológicos e material didático – Profa. Ermínia

Nome: ____ nº:______ série:_______
Data:____/_____/______
Aula: Utilizando o software Poly no ensino-aprendizagem de Poliedros convexos

1. O ***Poly*** é um software livre e pode ser encontrado no site: http://www.peda.com/poly/ ou http://www.mat.ibilce.unesp.br/laboratorio (do Departamento de Matemática).
Para trabalhar com o Poly, após entrar no programa selecione em ***continuar***. Ao ***entrar no Poly***, observe que a tela de abertura do programa traz duas janelas. ***Aumente/maximize*** a tela onde aparece a figura maior.
2. Com o mouse posicione a flecha (seta) sobre a figura que esta na tela e, clicando com o botão esquerdo acionado, movimente a flecha. O que acontece? ________________________________.
3. Como você descreveria a figura que está se movimentando? (Quantas arestas, faces e qual o nome da figura) ____.
4. Observe a janelinha pequena dos comandos. Na primeira barra, aparecem algumas figuras pequenas (em amarelo), que vamos chamar/referir de ***botões***. Note que o segundo botão está selecionado. Mude a seleção para o primeiro. O que mudou? Se necessário, alterne a seleção dos botões para perceber a mudança.______________________ ______________________________________
Observação: No menu *arquivos* (*file*), opção *preferências* (*preferences)* em *available view modes,* é possível adequar o software segundo as necessidades do trabalho a ser desenvolvido, de modo que apareçam os botões que nos dão a ***planificação do poliedro*** (***ou superfície poliédrica***), ***mostram as arestas, os vértices, etc...*** Também é possível selecionar a *língua* preferida, dentre as propostas pelo programa (Inglês, Espanhol,...).
5. Clique agora no botão amarelo que aparece na ***figura plana planificada*** (no caso o terceiro botão). O que acontece com a figura?____.
6. Agora selecione o quarto ***botão amarelo*** e veja o que acontece.
7. Há, ainda, duas barras de rolagem: a primeira delas contém as diferentes categorias destes sólidos e a segunda contém os tipos de sólidos em cada categoria. O último quadradinho permite que você escolha as cores do seu sólido.
8. Agora, selecione outras categorias de sólidos na segunda barra da janela de comandos e outros tipos de sólidos em cada categoria na terceira barra. Observe suas características, semelhanças e diferenças.
9. Ao realizar a atividade 8, você deve ter observado os mais diversos sólidos/poliedros. Observando suas planificações, é possível determinar quais as figuras planas mais comuns que aparecem neles? ____.
10. Para cada *poliedro* (*sólido*), identifique as regiões poligonais que aparecem como faces:
Tetraedro:________________________, Cubo:______________________, Octaedro_________________, Dodecaedro:______________________, Icosaedro:_________________________ Esses 5 poliedros são chamados **poliedros** .... (convexos).
11. Observe os três primeiros sólidos/poliedros e complete a tabela a seguir:

Sólidos	Nºde faces: F	Arestas: A	Vértices: V	**F - A + V = ...**
Tetraedro				.....- .....+......=......
Cubo				
Octaedro				

A relação formulada é : ________________________= _____, Ou _V+......=__A+_____.
Tal relação é realmente válida para todos os poliedros convexos e é chamada **RELAÇÃO DE EULER.**

ANEXO 3

Figura 48: Folha preenchida por uma aluna, na atividade do Poly.

NÚCLEO DE ENSINO DA UNESP-IBILCE
Projeto Aprendizagem de certos conteúdos de Matemática básica com recursos tecnológicos e material didático – Profa. Ermínia

Nome: [illegible] nº: [illegible] série: [illegible]
Data:____/_____/______
Aula: Utilizando o software Poly no ensino-aprendizagem de Poliedros convexos

1. O *Poly* é um software livre e pode ser encontrado no site: http://www.peda.com/poly/
ou http://www.mat.ibilce.unesp.br/laboratorio (do Departamento de Matemática).
Para trabalhar com o Poly, após entrar no programa selecione em ***continuar***. Ao ***entrar no Poly***, observe que a tela de abertura do programa traz duas janelas. ***Aumente/maximize*** a tela onde aparece a figura maior.
2. Com o mouse posicione a flecha (seta) sobre a figura que esta na tela e, clicando com o botão esquerdo acionado, movimente a flecha. O que acontece? Ela girou para todo lado.
3. Como você descreveria a figura que está se movimentando? (Quantas arestas, faces e qual o nome da figura) [illegible]
4. Observe a janelinha pequena dos comandos. Na primeira barra, aparecem algumas figuras pequenas (em amarelo), que vamos chamar/referir de ***botões***. Note que o segundo botão está selecionado. Mude a seleção para o primeiro. O que mudou? Se necessário, alterne a seleção dos botões para perceber a mudança.
Observação: No menu *arquivos* (*file*), opção *preferências* (*preferences*) em *available view modes,* é possível adequar o software segundo as necessidades do trabalho a ser desenvolvido, de modo que apareçam os botões que nos dão a ***planificação do poliedro*** (***ou superfície poliédrica***), ***mostram as arestas, os vértices, etc...*** Também é possível selecionar a *língua* preferida, dentre as propostas pelo programa (Inglês, Espanhol,...).
5. Clique agora no botão amarelo que aparece na ***figura plana planificada*** (no caso o terceiro botão). O que acontece com a figura? [illegible]
6. Agora selecione o quarto ***botão amarelo*** e veja o que acontece.
7. Há, ainda, duas barras de rolagem: a primeira delas contém as diferentes categorias destes sólidos e a segunda contém os tipos de sólidos em cada categoria. O último quadradinho permite que você escolha as cores do seu sólido.
8. Agora, selecione outras categorias de sólidos na segunda barra da janela de comandos e outros tipos de sólidos em cada categoria na terceira barra. Observe suas características, semelhanças e diferenças.
9. Ao realizar a atividade 8, você deve ter observado os mais diversos sólidos/poliedros. Observando suas planificações, é possível determinar quais as figuras planas mais comuns que aparecem neles? triangulo e quadrado.
10. Para cada *poliedro* (*sólido*), identifique as regiões poligonais que aparecem como faces:
Tetraedro:______________, Cubo:______________, Octaedro______________, Dodecaedro:______________, Icosaedro:______________ Esses 5 poliedros são chamados **poliedros** .... (convexos).
11. Observe os três primeiros sólidos/poliedros e complete a tabela a seguir:

Sólidos	Nºde faces: F	Arestas: A	Vértices: V	**F - A + V = ...**
Tetraedro	4	6	4	..4..- ..6+..4...=..2...
Cubo	6	12	8	6 - 12 + 8 = 2
Octaedro	8	12	6	8 - 12 + 8 = 2

A relação formulada é : ______________________= _____, Ou _V+.....=__A+_____.
Tal relação é realmente válida para todos os poliedros convexos e é chamada **RELAÇÃO DE EULER.**

ANEXO 4

Figura 49: Atividade aplicada no 6ºano II

NE - Núcleo de Ensino da UNESP– IBILCE–SJRP

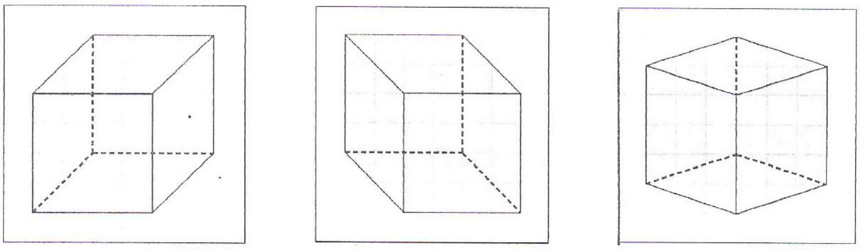
E.M.E.F.“Prof. Athayr da Silva Rosa” 2013

NOME:____ Nº_______ 6°ANO_______ data:___/11/13

Atividade 1: Observe os desenhos de cubos abaixo.

a) Veja que há linhas pontilhadas. O que elas representam?____

b) Tente fazer um você também utilizando o software GeoGebra.



c) Como chamam as formas geométricas planas que desenhou para representar o cubo que é uma forma tridimensional(não plana) na tela do GeoGebra que é bidimensional (plana)?

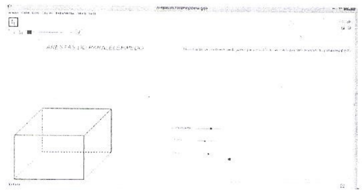
1°desenho:____

2°desenho:____

3°desenho:____

d) Represente os cubos no quadriculado a seguir:

Atividade 2: No GeoGebra, abra o arquivo “ARESTAS DO PARALELEPÍPEDO”. Movimente os controles deslizantes para modificar as medidas das arestas do paralelepípedo.



a) Modificando as medidas das arestas do paralelepípedo você obteve algumas formas geométricas tridimensionais. Represente-as na tela do GeoGebra. (para isso você deve abrir um novo arquivo).

b) Represente-as no quadriculado a seguir:

c) Como são as formas geométricas tridimensionais (espaciais) que você obteve?

____

____

____

____

d) As formas geométricas tridimensionais que foram representadas em (a) e (b) são formadas por quais figuras planas?

____

____

____

____

____

Que figuras geométricas bidimensionais (planas) foram usadas para representar na tela do GeoGebra essas formas tridimensionais?____

____

____

____

____

____

____

ANEXO 5

Figura 50: Atividade aplicada no 6ºano I.

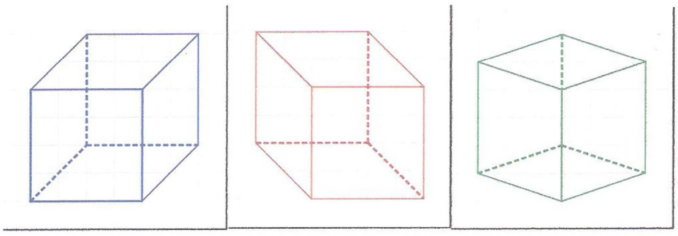
NE - Núcleo de Ensino da UNESP– IBILCE–SJRP

E.M.E.F. "Prof. Athayr da Silva Rosa" 2013

NOME:____ Nº________ 6°ANO_______ data:___/11/13

Atividade 1: Você já conhece o cubo. Quantas faces ele possui?_________. Qual a forma de cada face?__________

Quantas aresta possui?______ . Quantos vértices?____________.Agora observe os desenhos a seguir que representam três cubos .



a) Veja que há linhas pontilhadas. O que elas representam?____

____

____

b) Como chamam as formas geométricas planas que estão desenhadas para representar o cubo, uma forma tridimensional(não plana), nesta folha que é bidimensional (plana)?

1°desenho:____

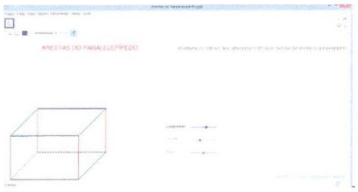
2°desenho:____

3°desenho:____

c) Tente desenhar a representação dos três cubos, utilizando o quadriculado a seguir:

d) Agora, desenhe os três utilizando o software GeoGebra.

Atividade 2: No GeoGebra, abra o arquivo "ARESTAS DO PARALELEPÍPEDO". Movimente os controles deslizantes para modificar as medidas das arestas do paralelepípedo.



a) Modificando as medidas das arestas do paralelepípedo você obteve algumas formas geométricas tridimensionais. Como são essas formas geométricas tridimensionais (espaciais) que você obteve?

____

____

____

____

b) Represente as formas que obteve em (a), no quadriculado a seguir:

c) Que figuras geométricas bidimensionais (planas) foram usadas para representar neste quadriculado as formas tridimensionais?____

____

____

____

____

____

____

d) Represente as formas geométricas que obteve em (a) na tela do GeoGebra. (para isso você deve abrir um novo arquivo).