UNIVERSIDADE ESTADUAL DE MATO GROSSO DO SUL

PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO
MESTRADO PROFISSIONAL EM MATEMÁTICA EM REDE NACIONAL

JEAN VAZ DE ALMEIDA

ANÁLISE DO MÉTODO DE RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS: RELATOS DE EXPERIÊNCIAS NO NONO ANO DO ENSINO FUNDAMENTAL

DOURADOS/MS
2014

JEAN VAZ DE ALMEIDA

ANÁLISE DO MÉTODO DE RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS: RELATOS DE EXPERIÊNCIAS NO NONO ANO DO ENSINO FUNDAMENTAL

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado ao Curso de Pós-Graduação de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional, da Universidade Estadual de Mato Grosso do Sul, como requisito parcial à obtenção do título de Mestre.
Orientador: Prof. Dr. Odival Faccenda.

DOURADOS/MS
2014

Ficha Catalográfica elaborada pela Biblioteca Central da UEMS

A448a Almeida, Jean Vaz de

Análise do método de resolução de problemas: relatos de experiências no nono ano do ensino fundamental/ Jean Vaz de Almeida. – Dourados, MS: UEMS, 2014.

56p. ; 30cm.

Dissertação (Mestrado) – Mestrado Profissional em Matemática PROFMAT – Universidade Estadual do Mato Grosso de Sul, 2014.

Orientador: Prof. Dr. OdivalFaccenda.

1.Resolução de problemas 2. Ensino da matemática 3. Avaliação da metodologia de resolução de problemas I. Título.

CDD 20.ed. 372.7

ATA DE APRESENTAÇÃO DE TRABALHO DE CONCLUSÃO DE CURSO

Aos 27 do mês de fevereiro do ano de dois mil e quatorze, realizou-se a apresentação do trabalho de conclusão de curso sob o título: **"ANÁLISE DO MÉTODO DE RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS: RELATOS DE EXPERIÊNCIAS NO NONO ANO DO ENSINO FUNDAMENTAL"** de autoria do acadêmico **JEAN VAZ DE ALMEIDA**, aluno do PROFMAT – Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional oferecido pelo polo da UEMS - Universidade Estadual de Mato Grosso do Sul.

A comissão julgadora esteve constituída pelos professores: Odival Facenda, orientador/presidente, Luiz Gonzaga Manzine, primeiro examinador e Aguinaldo Lenine Alves, segundo examinador. Concluídos os trabalhos de apresentação e arguição, a comissão julgadora considerou o candidato

(X) aprovado.

( ) aprovado com correções.

( ) reprovado.

E, para constar, foi lavrada a presente Ata, que vai ser assinada pelos membros da Comissão Julgadora.

Dourados, 27 de fevereiro de 2014.

Prof. Dr. Odival Facenda/Orientador/Presidente

Prof. Dr. Luiz Gonzaga Manzine/Primeiro Examinador

Prof. Dr. Aguinaldo Lenine Alves/Segundo Examinador

AGRADECIMENTOS

Ao meu orientador Odival Faccenda pelos ensinamentos e orientações deste trabalho.

A banca de defesa, os professores Luiz Gonzaga Manzine e Aguinaldo Lenine Alves, pelas contribuições dadas a este trabalho.

Aos professores do Mestrado, Maristela, Cosme, Rildo, Aguinaldo, Alberny, Vando e, pelos ensinamentos que levarei para a vida.

Aos colegas de turma que também me ensinaram muito, Alcides, Érica, Fernando, Bruna, Joab, Paulo, Luciana, Marcelo, Nelson, Tiago, Leandro, José, Ronan e Marcel.

A toda equipe do PROFMAT que me deu a oportunidade de fazer um curso de Mestrado.

A CAPES que me deu condição financeira para concluir o curso.

A equipe da Escola Municipal Laudemira Coutinho de Melo, pela força e flexibilização de horários para que eu pudesse concluir os créditos do mestrado.

A minha mãe e aos meus irmãos que sempre acreditarem em mim, dando-me forças para prosseguir nesta jornada.

A minha amada esposa, Márcia Bueno Gomes, que perdeu horas de sono lendo e fazendo sugestões de redação, que me deu força e alguns “puxões de orelha” quando necessário.

Enfim, muito obrigado a todos que participaram desta jornada de dois anos.

RESUMO

Este trabalho de pesquisa tem como finalidade analisar o desempenho dos 28 alunos frequentes do 9º ano, matutino, do ensino fundamental da Escola Municipal Laudemira Coutinho de Melo (ELM), da cidade de Dourados – MS, na disciplina de Matemática, após a utilização da técnica de resolução de problemas como estratégia no desenvolvimento do conteúdo. Para tanto, aplicou-se duas provas: um pré-teste, onde foram avaliados os conteúdos tidos como pré-requisitos para a série; e, após ter ensinado o conteúdo de matemática pela técnica de resolução de problemas num período de cinco meses, foi aplicado um pós-teste. Baseado nos resultados obtidos pode-se afirmar que a estratégia utilizada na apresentação dos conteúdos propiciou ganho significativo na aprendizagem de matemática nesta série. Os alunos que registraram maiores valores agregados na aprendizagem em Matemática foram os de sexo feminino, provenientes de famílias com situação socioeconômica melhor e cujos pais participam em eventos da escola quando convocados. Este conjunto de variáveis foi suficiente para explicar 24,4% da variação total no ganho de aprendizagem.

Palavras-chave: resolução de problemas; ensino da matemática; avaliação da metodologia de resolução de problemas.

ABSTRACT

This research aims to analyze the performance of the 28 students frequent the ninth grade, elementary school newspaper of the Municipal school Laudemira Coutinho de Melo (ELM), the city of Dourados-MS, in the discipline of mathematics, after the use of the technique of problem solving as a strategy in developing the content. To this end, applied two tests: a pre-test, where we evaluated the contents considered as prerequisites for the series; and, after having taught the contents of mathematics problem solving technique over a period of five months, has been applied a post-test. Based on the results obtained can be stated that the strategy used in the presentation of the contents provided significant gain in the learning of mathematics in this series. Students who have registered larger aggregated values in learning in mathematics were female, come from families with socioeconomic situation better and whose parents participate in school events when summoned. This set of variables was sufficient to explain 24.4% of the total variation in learning gain.

Keywords: problem solving; teaching of mathematics; evaluation of problem-solving methodology.

LISTA DE FIGURA, QUADRO E TABELAS

LISTA DE SIGLAS E ABREVIAÇÕES

ANRESC	Avaliação Nacional de Rendimento Escolar – Prova Brasil
CAPES	Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior
ELM	Escola Municipal Laudemira Coutinho de Melo
INEP	Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira
MEC	Ministério da Educação
OCDE	Organização para a Cooperação e Desenvolvimento Económico
PCNs	Parâmetros Curriculares Nacionais
PISA	Programa Internacional de Avaliação de Estudantes (*Programme for Internationl Student Assessment*)
PROFMAT	Programa de Pós-graduação - Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional

SUMÁRIO

INTRODUÇÃO

O ensino da Matemática no Brasil tem sido alvo de críticas, principalmente diante dos resultados dos alunos em avaliações em larga escala, por exemplo, nas edições da Prova Brasil (promovida pelo Inep) e do PISA (OCDE). No caso da Prova Brasil, os resultados apontam que os alunos do 9° ano do ensino fundamental não têm alcançado índices satisfatórios em questões de Matemática.

Na edição da Prova Brasil de 2011, a média nacional em Matemática dos alunos dos anos finais do ensino fundamental foi de 250,6 pontos (INEP, 2013). Considerando que a escala dessa prova é de 0 a 500 pontos (BRASIL, 2009), os resultados apresentados evidenciam a deficiência dos alunos nessa área do conhecimento.

Em nível local, mais especificamente em Dourados/MS, alunos do 9º ano do ensino fundamental matriculados no período matutino na Escola Municipal Laudemira Coutinho de Melo (ELM), em 2011, obtiveram 243,5 pontos em Matemática (INEP, 2013), resultados que são inferiores a média nacional.

Como professor de Matemática nessa Unidade de Ensino e motivado pelos estudos realizados durante o PROFMAT, sentiu-se a necessidade de investigar estratégias para a melhoria do ensino nessa área do conhecimento. Considerando que tanto a Prova Brasil quanto o PISA, são instrumentos avaliativos elaborados com foco na resolução de problemas (BRASIL, 2009), optou-se por trabalhar com método de resolução de problemas de Polya no 9º ano da ELM durante o ano letivo de 2013.

1.1 Considerações Preliminares

Entre as críticas ao ensino de Matemática está o fato de que os alunos têm sido condicionados a aplicar fórmulas e métodos para resolver exercícios repetitivos. Mas, não conseguem desenvolver o raciocínio crítico para resolver situações problemas.

De acordo com os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCNs), historicamente, o ensino da Matemática se traduz pela sentença do “siga o modelo”, resultando em altos índices de reprovação dos alunos, uma vez que há “[...] formalização precoce de conceitos, [...] excessiva preocupação com o treino de habilidades e mecanização de processos sem compreensão” (BRASIL, 1998, p. 19).

Evitar a mecanização do ensino de Matemática e torná-lo prazeroso e significativo para o aluno tem sido um dos maiores desafios na prática docente. Polya (1995) propõe que o Método da resolução de problemas pode ser uma importante estratégia para solucionar esse desafio. O autor afirma que o processo de resolver problemas de matemática pode ser muito prazeroso e desafiador para o aluno:

> O problema pode ser modesto, mas se ele desafiar a curiosidade e puser em jogo as faculdades inventivas, quem o resolver por seus próprios meios, experimentará a tensão e gozará o triunfo da descoberta. Experiência tais, numa idade susceptível, poderão gerar o gosto pelo trabalho mental e deixar, por toda vida, a sua marca na mente e no caráter (1995, p. V).

Para Branca (1997) e Davis e Mckillip (1997), a resolução de problemas deve se apresentar como um dos principais objetivos do ensino da matemática. Davis e Mckillip (1997, p 114) complementam dizendo que esse “Talvez seja o objetivo mais importante, uma vez que a resolução de problemas – em matemática, ciências, trabalho e no cotidiano – é o objetivo por excelência do estudo da matemática”.

Branca (1997, p. 5) afirma que a resolução de problemas como meta do ensino da matemática tem sido um discurso recorrente entre diversos teóricos, portanto “Este ponto de vista influencia a natureza de todo currículo matemático e tem implicações importantes para a prática em sala de aula”.

A resolução de problemas também é proposta pelos PCNs como ponto de partida da atividade matemática, uma vez que “[...] Essa opção traz implícita a convicção de que o conhecimento matemático ganha significado quando os alunos têm situações desafiadoras para resolver e trabalham para desenvolver estratégias de resolução” (BRASIL, 1998, p. 40).

Nesse sentido, o ensino da matemática deve partir de situações significativas para os alunos, tendo a resolução de problemas como ponto de partida e como meta do ensino da matemática.

1.2 Problema

Tendo como foco a resolução de problemas, mais especificamente a aplicação do método proposto por Polya (1995), pretende-se verificar se este método, quando aplicado no ensino da Matemática, é determinante para a aprendizagem dos alunos do 9º ano do ensino fundamental da ELM.

Considerando que o método seja determinante para a melhoria da aprendizagem dos alunos, pergunta-se o quão significativa seria essa melhoria. Além disso, procurou-se investigar e analisar quais outras variáveis controladas poderia interferir no processo de ensino-aprendizagem da Matemática.

Tendo em vista a dificuldade no aprendizado do conteúdo de matemática por parte dos alunos do 9º ano do ensino fundamental, resolveu-se avaliar a eficiência do método de resolução de problemas para verificar se o mesmo produz resultados melhores do que os alunos apresentavam antes de serem submetidos ao referido método.

1.3 Objetivos

- Verificar o efeito do aprendizado de matemática após os alunos terem frequentado as aulas onde o professor utilizou como estratégia metodológica a técnica de resolução de problemas.
- Determinar se o ganho no valor agregado na disciplina de matemática após a apresentação do método de resolução de problemas é significativamente maior que zero.
- Verificar quais características inerentes ao aluno do 9º ano da ELM apresenta influência significativa no ganho de aprendizagem após a apresentação do método de resolução de problemas.
- Verificar quais das variáveis controladas são conjuntamente suficientes para prever o ganho de aprendizagem após os alunos terem frequentado as aulas com a metodologia de resolução de problemas.
- Verificar quanto da variabilidade do ganho de aprendizagem após os alunos terem aulas com enfoque baseado na resolução de problemas pode ser explicado pelas variáveis controladas.
- Estimar um modelo de regressão linear multivariada para prever o ganho de aprendizagem considerando as variáveis controladas no estudo.

2 CONSIDERAÇÕES METODOLÓGICAS

Para atingir os objetivos anunciados, foram aplicadas duas provas de Matemática (pré-teste e pós-tese) na turma do 9º ano do ensino fundamental da Escola Municipal Laudemira Coutinho de Melo (ELM), da cidade de Dourados – MS. Esta turma era constituída por 28 alunos que frequentavam as aulas no período matutino[1].

O pré-teste foi aplicado no dia 30 de maio de 2013 e o pós-teste no dia 06 de novembro do mesmo ano. No intervalo dos testes, apresentou-se à turma o método de resolução de problemas.

O desempenho dos alunos nos testes (Pré-teste e Pós-teste) permitiu verificar individualmente o valor agregado no conhecimento após a apresentação do método de resolução de problemas.

Nas próximas seções são apresentados: o método, aplicação do pré-teste, as intervenções realizadas, a elaboração e aplicação do pós-teste e, por fim, os resultados obtidos.

2.1 Considerações metodológicas sobre técnicas de resolução de problemas

Conforme relatado anteriormente, optou-se pelo método de resolução de problemas proposto por Polya (1995) como estratégia de ensino de matemática no 9º ano do ensino fundamental da ELM.

Durante as aulas, ao trabalhar com o método de resolução de problemas não houve o propósito de ensinar aos alunos um jeito mágico de resolver todos os problemas, mas sim dotá-los de habilidades e estratégias necessárias a análise e resolução de qualquer problema matemático.

De acordo com Pozo e Echeverría (1998, p. 14), o ideal é "[...] criar neles [os alunos] o hábito e a atitude de enfrentar a aprendizagem como um problema para o qual deve ser encontrada uma resposta".

---

[1] Na turma estavam matriculados 30 alunos, sendo 2 alunos desistentes, logo, o trabalho foi realizado apenas com os alunos frequentes.

Nesse processo, conforme Polya (1995), um dos principais papéis do professor é auxiliar os alunos no processo de aquisição do saber. O autor também nos adverte que não se trata de uma tarefa simples, “[...] pois exige tempo, prática, dedicação e princípios firmes” (POLYA, 1995, p. 1), portanto, é preciso planejar bem as atividades. Se as atividades forem muito difíceis, os alunos não se interessarão e acharão a matéria “chata”; porém se forem fáceis demais, os alunos não se sentirão desafiados a resolvê-las. Além disso, as listas de exercícios não podem ser longas, o ideal são no máximo três ou quatro exercícios significativos e condizentes com o nível da turma.

Como selecionar/elaborar exercícios significativos é um desafio recorrente na prática docente, torna-se importante considerar que a proposta do método de resolução de problemas é justamente apresentar situações problemas significativos e desafiadores aos educandos.

Para aplicar o método no ensino da Matemática, Polya (1995, p. 7) propõe quatro fases ou etapas: “[...] compreender o problema; estabelecimento de um plano; execução do plano; reflexão sobre o trabalho realizado”.

Entende-se que a primeira fase para resolver o problema é a mais difícil, pois, envolve análise e interpretação de dados apresentados no exercício/atividade. Para contornar essa dificuldade, Polya (1995) recomenda que o professor faça pequenas intervenções para auxiliá-lo a compreender o enunciado:

> Qual é a incógnita? Quais são os dados? Qual é a condicionante?
> É possível satisfazer a condicionante? A condicionante é suficiente para determinar a incógnita? Ou é insuficiente? Ou redundante? Ou contraditória?
> Trace uma figura. Adote uma notação adequada.
> Separe as diversas partes da condicionante. É possível anotá-las? (POLYA, 1995, p. XII).

A primeira etapa, portanto, “[...] é composta de muitas indagações, bem como, da esquematização das informações fornecidas” (MORETTI 2013, p. 15).

Na prática é importante que o professor se apresente como um companheiro, ou seja, que na medida do possível resolva o problema junto com o aluno, não como um expositor que resolve apenas um exercício no quadro como exemplo.

A segunda etapa de resolução envolve estabelecer um plano para se chegar ao resultado, ou seja, o aluno terá que encontrar uma relação entre as informações fornecidas e a incógnita desse problema. Nesse momento o mais importante é fazer com que se criem estratégias para solucionar o exercício e, ao professor, caberá o papel de tentar explorar a inventividade e a criatividade de seus alunos, pois, conforme afirma Polya (1995, p. 6) “a melhor coisa que um professor pode fazer por seu aluno é propiciar-lhe, discretamente, uma ideia luminosa”.

Para auxiliar os alunos, o autor propõe algumas perguntas a serem feitas sobre o problema:

> Já o viu antes? Ou já viu o mesmo problema apresentado sob forma ligeiramente diferente?
> Conhece um problema correlato? Conhece um problema que lhe poderia ser útil? Considere a incógnita! E procure pensar num problema conhecido que tenha a mesma incógnita ou outra semelhante.
> Eis um problema correlato e já antes resolvido. É possível utilizá-lo? É possível utilizar o seu resultado? É possível utilizar o seu método. Deve-se introduzir algum elemento auxiliar para tornar possível a sua utilização?
> É possível reformular o problema? É possível reformulá-lo ainda de outra maneira? Volte às definições.
> Se não puder resolver o problema proposto, procure antes resolver um problema correlato. É possível imaginar um problema correlato mais acessível? Um problema mais genérico? Um problema mais específico? Um problema análogo? É possível resolver uma parte do problema? Mantenha apenas uma parte da condicionante, deixe a outra de lado; até que ponto assim determinada a incógnita? Como pode ela variar? É possível obter dos dados alguma coisa útil? É possível pensar em outros dados apropriados para determinar a incógnita? É possível variar a incógnita, ou dos dados, ou todos eles, se necessário, de tal maneira que fiquem mais próximos entre si?
> Utilizou todos os dados? Utilizou toda a condicionante? Levou em conta todas as essenciais implicadas no problema? (POLYA, 1995, p. XII-XIII).

Na segunda etapa o professor pode direcionar o seu aprendiz a um novo conceito matemático ou simplesmente explorar outros conceitos já conhecidos, uma vez que uma mesma situação problema pode ter várias abordagens distintas. Nesse sentido, um mesmo problema pode ser resolvido por tentativa ou erro ou ter uma abordagem mais algébrica (DEGUIME, 1997). A abordagem selecionada pelo professor dependerá do planejamento que fizer, pois há que se considerar a série, a idade dos alunos e principalmente a ementa a ser seguida.

A terceira etapa do método de Polya é a execução do plano ou algoritmo elaborado na etapa anterior. Polya (1995) recomenda que, ao executar o plano, deve-se verificar todos os passos realizados, examinando e demonstrando se está correto. Novamente sugere algumas indagações a serem feitas aos alunos: “Ao executar o seu plano de resolução, verifique cada passo. É possível verificar claramente que o passo está correto? É possível demonstrar que ele está correto?” (POLYA, 1995, p. XIII). Neste momento é possível introduzir um novo algoritmo, ou um método prático para seus alunos, pois os resultados obtidos podem se tornar generalizações e os métodos utilizados podem servir para resolver problemas semelhantes.

Durante o processo, recomenda-se que o professor continue fazendo pequenas interferências de forma discreta para que os alunos possam desenvolver suas próprias conclusões.

A quarta e última etapa é a análise dos resultados obtidos. As indagações sugeridas pelo autor são: “É possível verificar o resultado? É possível verificar o argumento? É possível chegar ao resultado por um caminho diferente? É possível perceber isto num relance? É possível utilizar o resultado, ou o método, em algum outro problema?” (POLYA, 1995, p. XIII). A partir dessas questões, o professor tem a oportunidade de explorar novos métodos, introduzir novos conceitos matemáticos e mostrar aos alunos que existem vários outros meios de se solucionar o mesmo problema.

2.2 Pré-teste

Para verificar se o método de resolução de problemas apresenta efeito positivo sobre a aprendizagem em matemática, aplicou-se uma prova (pré-teste) como controle antes da intervenção pedagógica.

Na elaboração do Pré-teste foi utilizada a parte relacionada a Matemática do simulado da Prova Brasil[2], que se encontra disponível no site do Ministério da Educação (MEC) (ANEXO B). Este simulado é uma prova elaborada a partir da Matriz de Referência de Matemática (PCNs de Matemática), que possui como foco a resolução de problemas (BRASIL, 2009). Considerando que a proposta deste trabalho é apresentar o método de resolução de problemas aos alunos, pode-se afirmar que essa prova serviu como ponto de partida.

A prova foi aplicada no dia 30 de maio do ano de 2013, e como forma de motivar os alunos, seus resultados foram usados no cálculo das médias do segundo bimestre.

Após a aplicação e correção do pré-teste, cada aluno teve acesso a sua nota, seus acertos e erros. A partir disso, cada item da prova foi discutido com a turma e, nas aulas seguintes, apresentado o método de Polya.

[2] A avaliação denominada Avaliação Nacional de Rendimento Escolar – Anresc (Prova Brasil) é realizado a cada dois anos, avalia as habilidades em Língua Portuguesa (foco na leitura) e em Matemática (foco na resolução de problemas) (BRASIL, 2009, p. 15).

Nesse processo, o maior desafio na prática docente foi determinar quais dos descritores (competências e habilidades) os alunos estavam mais defasados e, com isso, direcionar os trabalhos durante os meses seguintes.

Na sequência é apresentada a metodologia utilizada para a realização da intervenção pedagógica.

2.3 Estratégias utilizadas no desenvolvimento metodológico da técnica

A partir dos resultados do pré-teste, selecionou-se um conjunto de atividades (listas de exercícios) com a finalidade de aplicar o método de resolução de problemas e ensinar novos conteúdos matemáticos, conforme se pede a ementa do 9º ano do ensino fundamental – eis o desafio: aplicar o método sem "fugir" da ementa proposta para a turma.

Dessa forma, as diferentes atividades selecionadas deveriam: a) apresentar situações problemas sobre conteúdos de Matemática, seguindo a ementa da série; b) possibilitar a aplicação das quatro fases do método sugeridas por Polya (1995); c) apresentar diferentes graus de complexidade.

Paralelamente, propuseram-se alguns desafios (atividades lúdicas) com o objetivo de desenvolver a percepção e o raciocínio crítico a partir da aplicação do método, mas sem o objetivo de "seguir a ementa". Assim, os desafios matemáticos possibilitariam aos alunos perceber que um mesmo problema pode ser resolvido de diversas formas, utilizando-se de conceitos e algoritmos simples e complexos, aprendidos na série em curso e/ou em anos anteriores.

A seguir, são relatadas algumas das situações ocorridas em sala de aula após aplicação e correção do pré-teste.

Como primeiro exemplo (Situação 1), apresenta-se as discussões realizada com os alunos a partir do item 2 do pré-teste:

> Lucas comprou 3 canetas e 2 lápis pagando R$ 7,20. Danilo comprou 2 canetas e 1 lápis pagando R$ 4,40. O sistema de equações o 1º grau que melhor representa a situação é:

(A) $\begin{cases} 3x + 2y = 7{,}20 \\ 2x + y = 4{,}40 \end{cases}$ (B) $\begin{cases} 3x - 2y = 7{,}20 \\ 2x - y = 4{,}40 \end{cases}$

(C) $\begin{cases} x + y = 3{,}60 \\ x - y = 2{,}20 \end{cases}$ (D) $\begin{cases} 3x + y = 7{,}20 \\ x + y = 4{,}40 \end{cases}$

Ao lerem o enunciado do item, os alunos tiveram algumas expectativas sobre possíveis perguntas e respostas, mas expressaram frustações ao lerem as alternativas: “Professor, não está faltando a pergunta?” (Aluno 1); “Ele está perguntando qual o valor do lápis e da caneta?” (Aluno 2); “É para resolver todos: A, B, C e D?” (Aluno 3).

As falas dos alunos expressam questionamentos quanto ao tipo de item, sua formulação e expectativas sobre possíveis resultados para a questão; demonstrando assim a não compreensão sobre o problema proposto. Diante disso, foi proposta a releitura do item e, a partir de alguns questionamentos, buscou-se aplicar o primeiro passo proposto por Polya: compreensão do problema. Algumas das perguntas que feitas foram: “quais são os dados informados no problema?”; “As informações são suficientes?”; “é possível satisfazer o que o problema pede?”; “o problema pede para resolver todos os itens?”.

Ao compreenderem o que pedia o problema, partiu-se para a segunda etapa proposta por Polya, estabelecer um plano:

> Professor:
> _ Já vimos algum problema parecido?
> Aluno 1:
> _ Sim, são sistemas.
> Professor:
> _ Correto, mas o que temos que fazer para resolver o que o exercício está pedindo?
> Aluno 2:
> _ Marcar um X.
> Professor:
> _ Mas em qual alternativa marcar o X?
> Aluno1:
> _ Para resolver chamamos Lucas de X e Danilo de Y?
> Professor:
> _ Mas isso vai nos ajudar?
> Aluno 2:
> _ Não, devemos chamar as canetas de X os lápis de Y.
> Professor:
> _Ótimo, estamos chegando a um consenso. E agora o que devemos fazer?

Neste momento iniciou-se a terceira etapa proposta por Polya – execução do plano:

Professor:
_É possível demonstrar que está correto?
Alunos 2:
_Sim, se chamar a caneta de X e o lápis de Y, Lucas vai ter 3X e 2Y, no total de R$ 7,20; e Danilo tem 2X e 1Y, num total de R$ 4,40.
Professor:
_Muito bom e agora?
Alunos 2:
_Marca o X na alternativa A.

Neste momento, passou-se para a quarta e última etapa proposta por Polya: retrospecto:

Professor:
_ É possível verificar se o resultado está correto?
Alunos 3:
_ Se a gente escrever o que ele disse de uma forma diferente.
Professor:
_ Como assim?

Neste momento o aluno 3 se levanta e vai até o quadro negro e escreve:

3X+2Y=7,20 Lucas
2X+Y = 4,40 Danilo

Alunos 3:
_ Está certo?.
Professor:
_ Perfeito, é possível utilizar o que foi feito em outros problemas?
Aluno2:
_ Não sei, vai depender se o problema for parecido.

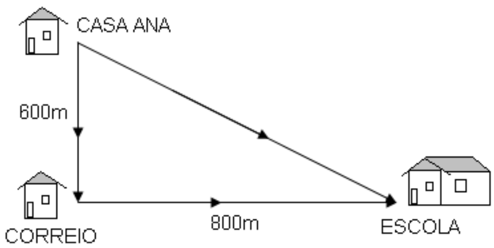
É possível perceber que nem todos os alunos participaram desta atividade, a maioria se reservou ao direito de observar o que se desenrolava na sala. Desta atividade participaram mais ativamente duas meninas (alunos 1 e 3) e um menino (aluno 2). Eis mais um desafio docente: fazer com que os demais participassem dos diálogos nas próximas atividades.

Uma solução encontrada foi realizar intervenções pedagógicas de forma mais individualizada, ou seja, atender pequenos grupos de alunos durante a aula. Esse processo exigiu mais tempo para preparação dos exercícios e planejamento, pois as atividades tinham que ser interessantes/ desafiadoras para todos os alunos, independente do nível de conhecimento que cada um apresentasse. Cabe esclarecer que a turma em questão não é homogênea quanto ao nível de conhecimento, havia alunos “mais adiantados” e alunos com maiores “dificuldades” na disciplina.

Com o objetivo de fazer os atendimentos “individualizados” e, ao mesmo tempo, explorar as possibilidades do método de resolução de problemas, trabalhou-se com pequenas listas de exercícios, cerca de quatro exercícios por lista.

Apesar de as listas terem sido aplicadas em toda a turma e no processo terem surgido algumas “pérolas”, para este trabalho é conveniente relatar situações que melhor exemplificam a aplicação do método. O relato a seguir (Situação 2) mostra as dificuldades que uma aluna teve ao resolver uma lista.

Eis o exercício que provocou os questionamentos da Aluna:

> Hélio e Ana partiram da casa dela com destino à escola. Ele foi direto da casa para a escola e ela passou pelo correio e depois seguiu para a escola, como mostra a figura abaixo:
>
> 
>
>
> De acordo com os dados apresentados, a distância percorrida por Ana foi maior que a percorrida por Hélio em quantos metros?

Ao ler o enunciado do exercício a aluna chama o professor:

> Aluna :
> _ Professor, não entendi o que esse problema está querendo.
> Professor:
> _ O que exatamente você não entendeu?
> Aluna
> _ É que o desenho parece que tem que resolver por Pitágoras, mas pergunta outra coisa.
> Professor:
> _ Vamos ler o enunciado novamente e procurar mais informações. Agora quais são as informações que o exercício está nos dando?
> Aluna:
> _ Ele falou que Hélio e Ana foram a escola, e que ele foi direto a escola e que ela passou no correio antes de ir para escola
> Professor:
> _ O que o exercício está querendo saber?
> Aluna

> _ Quantos metros Ana andou a mais que Hélio? A Distância percorrida por Ana é fácil, basta somar as duas distâncias, 600+800 = 1400. Mas ainda falta a distância percorrida por Hélio.
> Professor:
> _ Ótimo, estamos chegando a algum lugar, mas não tem nada no exercício mais que possa ajudar.
> Aluna:
> _Tem o desenho.
> Professor:
> _Ele parece com o que? É alguma forma que já vimos?
> Aluna
> _Parece um triângulo retângulo.
> Professor:
> _Tem alguma propriedade especial esse triângulo?
> Aluna :
> _Sim, Pitágoras. Agora tá fácil, é só chamar a distância da casa ao correio de cateto, a distância do correio à escola de cateto e a distância da casa para escola de hipotenusa...
> Professor:
> _ Já acabou? Qual é a resposta?
> Aluna:
> _ Sim, Ana percorreu 1400 metros e Hélio percorreu 1000.
> Professor:
> _ Você não está se esquecendo de nada?
> Aluna
> _ De responder o problema?
> Professor:
> _ Sim! Mas, isso que você falou resolve o problema?/
> Aluna:
> _ Hum!... Não! Ele quer a diferença.
> Professor:
> _Agora sim, sempre verifique se a resposta é a solução do problema.

Essa situação é um exemplo de como pode ser aprofundado um conteúdo já trabalhado. Nesse caso, os alunos já tinham estudado o teorema de Pitágoras, mas mesmo assim apresentavam dificuldades ao interpretar o problema proposto. Os questionamentos levantados pela aluna repetiram-se praticamente com metade da turma. A turma apresentou dificuldades semelhantes em praticamente todos os exercícios desta lista e das outras listas propostas.

Em todos os casos, buscou-se atender pequenos grupos de alunos por vez, de forma a acompanhar e auxiliar toda a turma – um processo trabalhoso, porém gratificante, pois, dia após dia, tornava-se mais evidente a evolução de cada aluno. Com a melhora significativa no nível de conhecimento matemático da turma foi possível continuar aplicando o método até o final do ano letivo. A melhora na aprendizagem dos alunos se torna evidente nos resultados da segunda prova (Pós-teste).

2.4 Pós-teste

A segunda prova (Pós-teste) foi elaborada com os mesmos critérios do Pré-teste, porém com uma diferença significativa: enquanto a primeira foi disponibilizada pelo site do MEC, a segunda (ANEXO B) foi montada a partir de questões[3] retiradas de sites educacionais e de provas aplicadas por secretarias municipais e estaduais de educação que tinham como objetivo preparar os alunos que participariam da Prova Brasil.

Para incentivar os alunos, os resultados do Pós-teste foram utilizados para compor as notas do quarto bimestre. Seguindo os mesmos procedimentos do pré-teste, após a aplicação, a segunda prova foi corrigida e discutida com a turma.

2.5 Variáveis incluídas na análise dos resultados

Considerando que um único fator (nesse caso, o método) pode não ser suficiente para explicar a melhora na aprendizagem da turma. Foi conveniente analisar, complementarmente, outros fatores que podem, ou não, ter correlação com a melhoria na aprendizagem dos alunos após a apresentação do método de resolução de problemas.

Sendo assim, foram consideradas as seguintes variáveis: idade e sexo dos alunos, frequência nas aulas de matemática, participação dos pais/responsáveis na escola, situação financeira das famílias dos alunos, desempenho dos alunos nas duas provas (Pré-teste e Pós-teste) e valor agregado (a diferença das notas obtidas nas duas provas: a nota do Pós-teste menos a nota do Pré-teste). Conforme sumarizado no Quadro 1.

[3] São alguns dos sites consultados para a elaboração do pós-teste: CAED-JF, SEAPE - AC, SADEAM - AM, SAEPI - PI, SPAECE - CE, SAEPE - PE, PAEBE - ES, SABE - BA, PROEB - MG, SAERJ - RJ, SAEGO - GO, SAERO-RO, PROMOVER - MS, SAEMS - MS, SAERS - RS, Avalia BH, SAVEAL - AL, Simave, Prova Rio, Prova da cidade - SP, projeto con(seguir)-DC, Projeto salto-TO, Saresp - SP, Guia de Elaboração de Itens - Matemática e concursos públicos.

Quadro 1 – Variáveis estudadas e formato da planilha de coleta de dados

Aluno	Idade	SEXO	Frequência	Participação dos pais	Situação Finceira	Y_0	Y_1	VA_{1-0}
1								
2								
…								

Legenda:

- **Frequência**: indica qual é a quantidade de faltas do aluno (0 = “aluno com nenhuma falta” | 1 = “aluno com ao menos uma falta”);
- **Idade escolar** (0 = “defasada” | 1 = “Normal”)
- **Sexo**: indica o sexo do indivíduo (0= “feminino” | 1= “masculino”);
- **Participação dos pais**: indica se os pais participavam de atividade quando convocados (0= “Ausente” | 1= “presente”);
- **Situação financeira**: indica a situação financeira da família (0= “Razoável” | 1= “Boa”);
- **Y_0:** Pontuação na Prova 1 (pré-teste) antes de trabalhar a proposta metodológica;
- **Y_1**: Pontuação na Prova 2 (pós-teste) após o aluno ter participado das aulas ministradas de acordo com a proposta metodológica;
- **VA_{1-0}:** Valor agregado que consiste na diferença da nota dos testes $Y_1 - Y_0$

A seguir, apresenta-se sobre o processo de levantamento das variáveis mencionadas.

A variável **“**frequência dos alunos” foi obtida a partir dos registros no diário de classe, enquanto que a variável “idade escolar” foi fornecida pela secretaria da escola. Os alunos que repetiram uma ou mais séries foram classificados como “idade escolar defasada” e os alunos que nunca reprovaram como “idade escolar normal”.

Para determinar a variável “participação dos pais”, foram observados os registros da coordenação da escola, sendo considerados os dados referentes à frequência dos pais/responsáveis nas reuniões de entrega de notas bimestrais e/ou para tratar sobre o comportamento e/ou frequência dos alunos.

Já a variável “situação financeira da família do aluno” foi determinada a partir da observação da turma, conversas com a coordenadora (que reside no bairro, trabalha na escola há mais de trinta anos e conhece muito bem a realidade das famílias dos alunos), além disso, foi observado se o aluno possuía aparelhos eletrônicos de valor (celulares, tablet, notebook, netbook, calculadora científica, etc) e/ou se vestiam com roupas e sapatos de marcas/grife ou da “moda”.

No conjunto, essas são algumas das variáveis que poderiam explicar, ou não, parte da melhoria nos resultados obtidos pelos alunos na segunda prova (Pós-teste). Entretanto, devido ao tempo e aos limites característicos de uma dissertação não foi possível, abordar/esgotar todas as variáveis que podem interferir no desempenho da turma nas provas, como por exemplo: amadurecimento da turma no período, novos conteúdos abordados, intervenções de outros professores e da coordenação, etc. Portanto, tais variáveis e outras ficam como sugestões para novas pesquisas.

2.6 Métodos usados na análise dos resultados

Inicialmente foi realizada uma análise exploratória com a finalidade de observar o comportamento das variáveis envolvidas no problema. Foi aplicado o teste *t* de Student para dados pareados para verificar se o método de resolução de problemas apresentou diferença significativa entre os resultados do pré e do pós-teste. A fim de avaliar a significância do valor agregado do método em relação às variáveis de controle foi utilizado o teste *t* de Student. A análise de correlação foi utilizada para estudar possíveis relações entre as várias respostas.

Com o intuito de avaliar quais das variáveis estudadas são conjuntamente suficientes para prever o ganho de aprendizagem, e quanto da variabilidade total pode ser explicado pelas variáveis estudadas foi realizada uma regressão linear multivariada.

Finalmente, segue o modelo que minimiza a diferença entre os valores observados e estimados no valor agregado, incluindo todas as variáveis consideradas no estudo:

$$Y_{\mathbf{i}} = \beta_{\mathbf{0}} + \beta_{\mathbf{1}}.X_{\mathbf{1i}} + \beta_{\mathbf{2}}.X_{\mathbf{2i}} + \beta_{\mathbf{3}}.X_{\mathbf{3i}} + \ldots + \beta_{\mathbf{k}}.X_{\mathbf{ki}} + r_{i},$$

Em que $\beta_{\mathbf{0}}$ é o intercepto (coeficiente linear da reta), $\beta_{\mathbf{1}}$ é o coeficiente de regressão referente à primeira variável explicativa, $\beta_{\mathbf{2}}$ é o coeficiente de regressão referente à segunda variável explicativa, $\beta_{\mathbf{3}}$ é o coeficiente de regressão referente à terceira variável explicativa, $\beta_{\mathbf{k}}$ é o coeficiente de regressão referente à *k-ésima* variável explicativa e Y_i é o resíduo devido aos erros de mensuração e à influência de outras variáveis explicativas.

A metodologia descrita segue orientação apresentada em Dawson e Trapp (2003) e Hair et al (2009).

3 RESULTADOS

Os resultados das duas provas (Pré-teste e Pós-teste), e os dados coletados sobre a turma do 9º ano do ensino fundamental da ELM são apresentados na Tabela 1.

Tabela 01 – Resultados das variáveis estudadas para todos os alunos

Aluno	Idade	SEXO	Frequência	Pais dos Presentes	Situação Finceira	Y_0	Y_1	VA_{1-0}
1	0	0	0	0	0	9	12	3
2	0	0	1	1	0	7	9	2
3	1	0	0	1	1	5	14	9
4	1	1	0	1	1	8	17	9
5	1	1	0	1	0	9	18	9
6	0	1	0	1	1	9	11	2
7	1	0	0	0	1	7	12	5
8	1	1	0	1	1	12	18	6
9	1	0	0	1	1	8	17	9
10	0	0	1	0	0	9	10	1
11	1	0	1	0	1	4	14	10
12	0	0	1	1	0	9	13	4
13	1	1	0	1	1	12	14	2
14	0	1	0	0	0	16	13	-3
15	1	1	0	1	0	14	18	4
16	0	1	0	0	1	17	20	3
17	1	0	0	1	0	11	13	2
18	1	0	0	1	1	7	12	5
19	0	0	0	1	1	12	21	9
20	1	1	0	1	1	11	15	4
21	0	1	0	1	1	13	17	4
22	1	0	1	1	1	8	18	10
23	0	0	0	0	0	8	13	5
24	1	0	0	0	1	16	17	1
25	0	0	1	0	0	7	11	4
26	0	1	0	1	1	13	15	2
27	1	0	0	0	0	10	13	3
28	0	1	0	0	1	17	21	4

Legenda:; **Idade escolar** (0 = "defasada" | 1 = "Normal"); **Sexo**: indica o sexo do indivíduo (0= "feminino" | 1= "masculino"); **Frequência**: indica qual é a quantidade de faltas do aluno (0 = "aluno com nenhuma falta" | 1 = "aluno com ao menos uma falta"); **Participação dos pais**: indica se os pais participavam de atividade quando convocados (0= "Ausente" | 1= "presente"); **Situação financeira**: indica a situação financeira da família (0= "Razoável" | 1= "Boa"); $\mathbf{Y_0}$**:** Pontuação na Prova 1 (pré-teste) antes de trabalhar a proposta metodológica; $\mathbf{Y_1}$: Pontuação na Prova 2 (pós-teste) após o aluno ter participado das aulas ministradas de acordo com a proposta metodológica; $\mathbf{VA_{1-0}}$**:** Valor agregado que consiste na diferença da nota dos testes $Y_1 - Y_0$

Do total de 28 alunos que frequentaram as aulas, (57,1%) era do sexo feminino, (53,6%) apresentava idade escolar compatível com o ano escolar que estavam frequentando. Em relação à frequência nas aulas de matemática, 22 (78,6%) não faltavam as aulas. Quanto a participação dos pais observou-se que 17 (60,7%) participavam ativa em atividades escolares quando convocados, em relação as condições financeira das famílias, (60,7%) possuíam uma boa situação econômica. Conforme sumarizado na Tabela 2.

Tabela 2 Distribuição dos alunos segundo características analisadas, 9º ano do ensino fundamental da Escola Municipal Laudemira Coutinho de Melo, 2013

		Número	Porcentagem
Sexo	Feminino	16	57,1%
	Masculino	12	42,9%
Idade escolar	Defasada	13	46,4%
	Normal	15	53,6%
Frequência as aulas	Não falta	22	78,6%
	Falta pouco ou muito	6	21,4%
Participação dos pais	Ausente	11	39,3%
	Presente	17	60,7%
Situação financeira	Razoável	11	39,3%
	Boa	17	60,7%

3.1 Resultado das variáveis dos testes

Nesta seção, apresenta-se os resultados referente à análise das variáveis pré-teste e pós-teste para verificar se houve variação positiva no desempenho dos alunos em Matemática após o desenvolvimento da técnica de resolução de problemas.

Ao comparar os resultados dos dois testes (Tabela 3) é possível observar que no pré-teste os número mínimo, máximo e médio de respostas corretas marcadas pelos alunos foram respectivamente inferiores aos números de acertos registrados no pós-teste. Além disso, não se observou diferença apreciável no desvio padrão entre os dois testes, o que denota o alto poder discriminante destas provas.

Tabela 3 Descrições dos testes e valor agregado que compõe o escore da proficiência, 9ºano do ensino fundamental da ELM, 2013

	Nº de alunos	Mínimo	Máximo	Média	Desvio padrão
Pré-teste	28	4,0	17,0	10,286	3,5156
Pós-teste	28	9,0	21,0	14,857	3,2854
Valor agregado	28	-3,0	10,0	4,571	3,2481

Legenda: Mínimo: números mínimo de respostas corretas marcadas pelos alunos;
Máximo: números máximos de respostas corretas marcadas pelos alunos;
Média: número de respostas corretas marcadas pelos alunos.

Na Tabela 04 apresenta-se os resultados da pontuação média dos alunos que fizeram o pré-teste (controle), e o pós-teste (método), com seu respectivo desvio padrão, bem como a média das diferenças entre tratamento e controle, e a significância estatística do pós-teste quando comparados com o resultado do pré-teste.

Tabela 04 Pontuação média e desvio padrão das notas dos testes, média da diferença da pontuação entre pré e pós-teste, e significância estatística. Dourados/MS, 2013

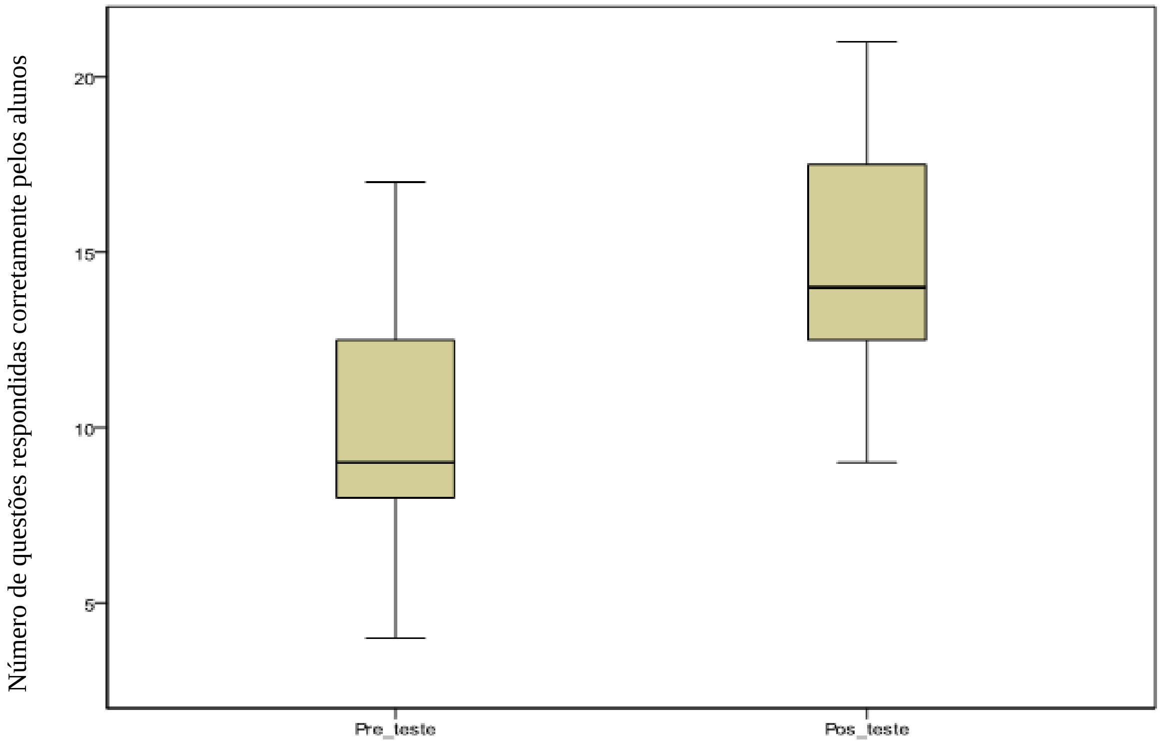
Métodos	Pré-teste	Pós-teste	Média das diferenças	t	gl	Sig. (bilateral)
$M_{pós\_pré}$	10,29(3,51)	14,86(3,29)	4,571	7,447	27	<0,001

t = Teste t dados pareados

Nas condições do presente estudo tais dados indicam que é possível verificar através dos resultados do teste *t* para amostras pareadas, que o método apresentou efeito significativo, p<0,001 no aprendizado por resolução de problemas, em relação ao conhecimento anterior a apresentação do método.

Ao apresentar em forma de Box-plot (Figura 1) os resultados dos alunos registrados nos dois testes torna-se evidente que as pontuações obtidas após a apresentação do método de resolução de problemas foram melhores.

Figura 1. Box-plot da variável pontuação nos resultados dos testes



A mesma sugere que a distribuição apresenta uma assimetria positiva no sentido de que tem uma concentração maior de alunos com pontuação menores. Porém, o teste de normalidade de Shapiro-Wilk não rejeitou a normalidade ao nível de 5% de significância. Condição necessária ao uso de testes paramétricos na análise dos resultados.

Ao analisar os resultados da pontuação nos dois momentos, espera-se que os mesmos apresentem uma forte correlação, sugerindo que a elaboração do teste seja adequada para medir o conhecimento real do aluno.

Para averiguar essa pressuposição, foi utilizado o coeficiente de correlação de Pearson, o qual indicou uma alta correlação ($r_{pós\_pré}$ = 0,546; p=0,003). Esse fato mostra que os testes estão razoavelmente bem associados com o real conhecimento dos alunos.

3.2 Resultado do valor agregado entre pré e pós teste

Considerando-se que os alunos não são todos iguais e nem aprendem da mesma forma, a Tabela 5 mostra que o valor agregado no aprendizado de matemática após a apresentação do método de resolução de problemas não é igual para todos, ou seja, existem outros fatores que podem favorecer, ou não, a aprendizagem.

Tabela 05. Média, desvio padrão e significância estatística do valor agregado médio em relação a características dos alunos do 9º ano da ELM, Dourados, MS, 2013

		Número	$VAM_{pós\_pré}$	d.p.	t(p)	Significância
Sexo	Feminino	16	5,1	3,2	-1,04(0,307)	ns
	Masculino	12	3,8	3,2		
Idade escolar	Defasada	13	3,1	2,7	2,47(0,020)	**
	Normal	15	5,9	3,2		
Frequência as aulas	Não falta	22	4,4	3,1	0,50(0,622)	ns
	Falta pouco ou muito	6	5,2	3,9		
Participação dos pais	Ausente	11	3,3	3,2	1,77(0,089)	*
	Presente	17	5,4	3,1		
Situação financeira	Razoável	11	3,1	2,9	2,052(0,050)	**
	Boa	17	5,5	3,2		

Legenda: ns = Não significativo; ** = Significativo, com $p< 0,05$; * = Marginalmente significativo, $p<0,1$, para o teste t; d.p. = desvio padrão; t = valor do teste t; p = probabilidade de rejeitar uma hipótese verdadeira; VAM = valor Agregado médio.

Os resultados sugerem que o valor agregado na aprendizagem de matemática após estudar a técnica de resolução de problemas depende significativamente da idade escolar dos estudantes, sendo maior para os estudantes que não apresentaram defasagem na idade escolar.

Os estudantes que pertencem a famílias com boa situação financeira apresentaram desempenho significativamente maior do que os que pertencem a famílias com situação financeira razoável. Os alunos cujos pais participam em eventos convocados pela escola obtiveram ganho médio marginalmente superior ao ganho médio dos filhos cujos pais que não participam.

Entretanto, cabe destacar que as características "frequência as aulas" e "sexo" dos alunos, ainda que apresentassem valores médios diferentes entre cada situação, não apresentaram individualmente diferença significativa no ganho de aprendizagem, ao nível proposto.

3.3 Modelo ajustado

O modelo apropriado para o estudo é o de Regressão Linear, já que a variável resposta valor agregado no aprendizado de resolução de problemas é contínua.

Um primeiro modelo de regressão linear foi ajustado para o valor agregado estudado ($VAM_{pós\_pré}$: valor agregado do pós-teste, depois de apresentar o método, em relação ao pré-teste) considerado todas as variáveis de controle e cujos resultados estão apresentados na Tabela 06.

Tabela 06. Sumário do primeiro modelo de regressão linear não ajustado.

Variável dependente	Parâmetro	Estimativa do parâmetro (β)	Erro Padrão	t	P-valor	R^2	R^2 ajustado
	Intercepto	1,635	1,295	1,263	0,220	0,405	0,269
VAM_{1_0}	Idade escolar	1,882	1,181	1,593	0,125		
	sexo	-1,626	1,277	-1,273	0,216		
	Frequência	1,359	1,512	0,899	0,378		
	Participação dos pais	1,586	1,181	1,343	0,193		
	Situação financeira	2,258	1,187	1,902	0,070		

Legenda: $VAM_{1\text{-}0}$ = Valor Agregado Médio (Diferença entre pós e pré-teste).

Ao analisar os modelos exibidos na Tabela 06, nota-se que existem variáveis não significativas a um nível de 5%. Diante disso, propôs-se um novo modelo em que somente as variáveis significativas seriam analisadas.

Desse modo, o melhor modelo que se pode obter com este conjunto de variáveis desta amostra de dados é apresentado na Tabela 07.

Tabela 07. Sumário do modelo de regressão linear ajustado pelo método Backward

Variável dependente	Parâmetro	Estimativa do parâmetro (β)	Erro Padrão	t	P-valor	R^2	R^2 justado
	Intercepto	2,792	1,015	2,751	0,011	0,328	0,244
VAM_{1_0}	Sexo	-2,458	1,138	-2,16	0,041		
	Participação dos Pais	2,133	1,153	1,851	0,077		
	Situação financeira	2,533	1,153	2,198	0,038		

VAM_{1_0} = Valor Agregado Médio (Diferença entre pós e pré-teste).

Portanto, o modelo final obtido (Tabela 07) é dado em função das variáveis sexo, participação dos pais e situação financeira da família. Assim, o modelo explica apenas 24,4% da variância total do ganho de aprendizagem, R^2 ajustado. Como o ganho de aprendizagem é uma variável extremamente complexa poder-se-ia dizer que o percentual de variação explicada pelo modelo é bastante expressivo, onde o sexo feminino apresenta maior valor agregado, filhos de pais presentes nas escolas tendem a apresentar resultados melhores e a situação socioeconômica das famílias representa um fator preponderante no desempenho escolar. Assim, o valor agregado na aprendizagem dos alunos não depende apenas do método trabalhado com os alunos, mas também do sexo do aluno, do comprometimento dos pais e da situação financeira da família entre outras variáveis que não foram investigadas, dados aos limites desse trabalho.

Observa-se ainda que na análise individual a variável sexo não apresentou diferença significativa, contudo a variável idade escolar apresentou diferença significativa. Porém, na análise conjunta sexo foi incluída no conjunto de variáveis que propicia o melhor ajuste e idade escolar foi excluída. Isto deve ter ocorrido pelo fato de que outra variável deve estar explicando a mesma coisa que idade escolar, ou seja, há sobreposição de informação.

Finalmente, com as estimativas apresentadas na Tabela 07 a equação de predição ficou assim definida:

$Y = 2{,}792 – 2{,}458*X_1+2{,}133*X_2+2{,}533*X_3$, onde,

Y = Valor agregado estimado;

X_1 = Sexo: (0= “feminino” | 1= “masculino”);

X_2 = Participação dos pais: (0= “Ausente” | 1= “presente”);

X_3 = Situação financeira: (0= “Razoável” | 1= “Boa”).

4 DISCUSSÃO DOS RESULTADOS

Este trabalho procurou determinar se o valor agregado na aprendizagem dos alunos na disciplina de matemática foi significativamente maior que zero, após os alunos serem submetidos ao Método de resolução de problemas Polya. Os resultados do teste t para amostras pareadas indicaram que o método apresentou efeito positivo no aprendizado por resolução de problemas, sendo significativo, $p<0,001$, em relação ao conhecimento anterior a apresentação do método.

Apesar dos limites dessas investigação e do fato de que os resultados, aqui apresentados, não podem ser aplicados a qualquer realidade escolar, é importante destacar que outras pesquisas (ALVES; FRANCO, 2008) também apontaram que o método de ensino é um dos principais fatores na melhoria da aprendizagem em Matemática.

Alves e Franco (2008), ao fazer a revisão de literatura de fatores que podem estar associados à eficácia escolar, apontam que abordagem de resolução de problemas no ensino da matemática pode estar relacionada com a variação positiva na aprendizagem dos alunos. Entretanto, os autores advertem que ao correlacionar as variáveis método de ensino e nível sócio econômico dos alunos, estatisticamente, a primeira se torna nula.

Apesar das pesquisas analisadas por Alves e Franco (2008) serem metodologicamente diferente deste trabalho em ambos os casos o método de ensino de matemática pode apresentar efeito significativamente positivo na aprendizagem dos alunos, porém não é exclusivamente um fator explicativo. Portanto, cabem novas investigações que considerem outras realidades e métodos de ensino. Além disso, outros fatores podem influenciar na aprendizagem dos alunos.

Sem a pretensão de ser exaustivo, dado o limite de tempo, para este trabalho foram analisados outros fatores complementares, com o objetivo de verificar quais características inerentes ao aluno podem apresentar influência significativa no ganho de aprendizagem após a apresentação do método. Sendo assim, as características consideradas foram: frequência, idade escolar, sexo, participação dos pais e situação financeira.

Os resultados sugerem que o valor agregado na aprendizagem de matemática após estudar a técnica de resolução de problemas depende significativamente da idade escolar dos estudantes, sendo maior para os estudantes que não apresentaram defasagem idade/serie. Gonçalves e França (2008) também observaram resultados semelhantes em que o desempenho de alunos com defasagem idade-série ocasionada pela repetência tem desempenho significativamente inferior aos alunos matriculados na idade certa.

Quanto às condições socioeconômicas foi possível observar que os estudantes que pertencem a famílias com boa situação financeira apresentaram um valor agregado significativamente maior do que os que pertencem a famílias com situação financeira razoável. A correlação entre condições socioeconômicas e desempenho escolar dos alunos tem sido apontada em diferentes pesquisas, assim como são muitas as criticas quanto a afirmar que tais condições possam ser exclusivamente determinantes (BROOKE; SOARES, 2008), por isso é importante considerar um conjunto de fatores.

Os resultados apresentados indicam, ainda, que a relação família-escola pode ser um fator determinante na aprendizagem dos alunos, uma vez que os alunos cujos pais participam em eventos convocados pela escola obtiveram ganho médio marginalmente superior ao ganho médio dos filhos cujos pais que não participam. Reynolds e Teddlie (2008), ao analisar os resultados de pesquisas realizadas nos Estados Unidos e no Reino Unido, também constataram que o envolvimento dos pais na escola tem impacto positivo no desempenho escolar dos alunos.

As características “frequência as aulas” e “sexo” dos alunos, ainda que apresentassem valores médios diferentes entre cada situação, não apresentaram individualmente diferença significativa no ganho de aprendizagem, ao nível proposto. Mas, em outras pesquisas (GONÇALVES; FRANÇA; 2008) a variável “sexo” mostra que estudantes do sexo masculino têm desempenho superior em proficiência nos testes de matemática enquanto que as meninas apresentam desempenho melhor em linguagem.

O último objetivo desse trabalho era estimar um modelo de regressão linear multivariada para prever o ganho na aprendizagem dos alunos, considerando-se as variáveis controladas que se mostrassem significativas. Assim, o modelo final obtido é dado em função das variáveis: sexo, participação dos pais e situação financeira da família. Esse modelo explica apenas 24,4% da variância total do ganho de aprendizagem. Trata-se, portanto, de um percentual significativo se considerar que há um grande número de fatores que podem estar associados ao desempenho dos alunos em Matemática. Logo, o ganho de aprendizagem dos alunos não depende apenas do método de ensino, mas também do sexo do aluno, do comprometimento dos pais e da situação financeira da família, entre outras variáveis que neste trabalho não foram investigadas.

Enfim, os dados analisados indicam que o método de resolução de Polya produziu um efeito positivo na aprendizagem dos alunos em Matemática; portanto, mostrou-se como uma alternativa viável para o ensino da Matemática, uma vez que produziu resultados significativos.

5 CONSIDERAÇÕES FINAIS

A partir dos resultados obtidos no desenvolvimento deste trabalho, constatou-se que o método de resolução de problemas descrito por Polya produziu um ganho significativo no processo de aprendizagem dos alunos de matemática do 9º ano do ensino fundamental da Escola Municipal Laudemira Coutinho de Melo (ELM).

O comprometimento e a motivação dos alunos, do professor e demais funcionários da ELM também contribuíram para agregar um valor maior no conhecimento da matemática, ainda que estas variáveis não tenham sido quantificadas e utilizadas no modelo de regressão linear multivariada.

A partir da construção de um modelo de regressão linear multivariada de desempenho escolar, foi possível identificar que, além do método de ensino, as variáveis sexo, participação dos pais e situação financeira afetaram o desempenho dos estudantes do 9º ano da ELM em Matemática.

A identificação destas variáveis é importante na medida em que favorece a compreensão dos fatores que podem estar associados com um bom desempenho dos estudantes, bem como o processo de formação das desigualdades sociais.

Em primeiro lugar este estudo mostrou que, mesmo após o controle do efeito de importantes variáveis em nível de aluno, ainda resta 75,6% da variância a ser explicado, o que significa que existem amplas possibilidades para a escola, as famílias e os diversos atores responsáveis intervirem sobre o desempenho do aluno.

Advertimos que os resultados aqui encontrados são restritos ao 9º ano da ELM e não devem ser extrapolados para qualquer outra turma ou escola, pois nesse caso deveríamos considerar o efeito “turma” e “escola”, bem como uma amostragem representativa.

Os resultados analisados serviram de base para mostrar que o método de ensino de matemática conforme os pressupostos descritos por Polya é eficiente, apesar de que o mesmo não produz resultados iguais em todos os alunos. Portanto, além do método de ensino, o professor terá que trabalhar outros aspectos que estão dificultando a melhoria na aprendizagem dos alunos.

6 REFERÊNCIAS

ALVES, Maria T. Gonzaga; FRANCO, Creso. A pesquisa em eficácia escolar no Brasil: evidências sobre o efeito das escolas e fatores associados à eficácia escolar. In: BROOKE, Nigel; SOARES, José Francisco. (Orgs.). **Pesquisa em eficácia escolar:** origens e trajetórias. Tradução de Viamundi e Traduções; Cleusa Aguiar Brooke; Rômulo Monte-Alto. Belo Horizonte: Editora UFMG, 2008. p. 482-500.

BRANCA, Nicholas A. Resolução de problemas como meta, processo e habilidade básica. In: KRULIK, Stephen; REYS, Robert E. (Orgs.). **A resolução de problemas na matemática escolar.** Tradução de Hygino H. Rodrigues e Olga Corbo. São Paulo: Atual, 1997. p. 04-12.

BRASIL. Ministério da Educação; Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais**: terceiro e quarto ciclos do ensino fundamental: Matemática. Brasília: MEC/SEF, 1998.

BRASIL. Ministério da Educação; Secretaria de Educação Fundamental. **Matrizes de referência, temas, tópicos e descritores**. Brasília: MEC/SEF, 2009.

BROOKE, Nigel; SOARES, José Francisco. (Orgs.). **Pesquisa em eficácia escolar:** origens e trajetórias. Tradução de Viamundi e Traduções; Cleusa Aguiar Brooke; Rômulo Monte-Alto. Belo Horizonte: Editora UFMG, 2008.

DAVIS, E. J.; MCKILLIP, W. D. Aperfeiçoando a resolução de problemas-história na matemática da elementary school. In: KRULIK, Stephen; REYS, Robert E. (Orgs.). **A resolução de problemas na matemática escolar.** Tradução de Hygino H. Rodrigues e Olga Corbo. São Paulo: Atual, 1997. p. 114-130.

DAWSON, B.; TRAPP, R. G. **Bioestatística básica e clínica**. 3. ed. McGraw-Hill. 2003. 348p.

DEGUIME , Linda J. Polya visita a sala de aula. In: KRULIK, Stephen; REYS, Robert E. (Orgs.). **A resolução de problemas na matemática escolar.** Tradução de Hygino H. Rodrigues e Olga Corbo. São Paulo: Atual, 1997. p. 99-113.

GONÇALVES, Flávio de Oliveira; FRANÇA, Marco Túlio Aniceto. Transmissão intergeracional de desigualdade e qualidade educacional: avaliando o sistema educacional brasileiro a partir do SAEB 2003. **Ensaio:** Avaliação e Políticas Públicas em Educação. [online]. Rio de Janeiro, v. 16, n. 61, p. 639-662, out./dez. 2008. Disponível em: <http://www.scielo.br/pdf/ensaio/v16n61/v16n61a09.pdf>. Acesso em: fev. 2014.

HAIR JF, Tatham RL. et al. **Multivariate data analysis**. 5 ed. Pearson Education; 2009.

INEP. Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira. **Índice de Desenvolvimento da Educação Básica (IDEB):** resultados e metas. Brasília: INEP. Disponível em: <http://sistemasideb.inep.gov.br/resultado/>. Acesso em: dez. 2013.

POLYA, G. **A arte de resolver Problemas**. 2. reimpr. Tradução e adaptação de Heitor Lisboa de Araújo. Rio de Janeiro: Interciência,1995.

POZO, Juan Ignacio; ECHEVERRÍA, María Del Puy Perez. Aprender a Resolver e Resolver Problemas e Resolver Problemas para Aprender. In: POZO, Juan Ignacio. (Org.). **A solução de problemas** Porto Alegre: Artmed, 1998.

REYNOLDS, David; TEDDLIE, Charles. Os processos da eficácia escolar. In: BROOKE, Nigel; SOARES, José Francisco. (Orgs.). **Pesquisa em eficácia escolar:** origens e trajetórias. Tradução de Viamundi e Traduções; Cleusa Aguiar Brooke; Rômulo Monte-Alto. Belo Horizonte: Editora UFMG, 2008. p. 297-328.

ANEXOS

Anexo A Pré-teste

Ministério da Educação

Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira

Caro(a) aluno(a),

O Ministério da Educação quer melhorar o ensino no Brasil.
Você pode ajudar respondendo a esta prova.
Sua participação é muito importante.
Obrigado!

8ª SÉRIE (9º ANO) DO ENSINO FUNDAMENTAL

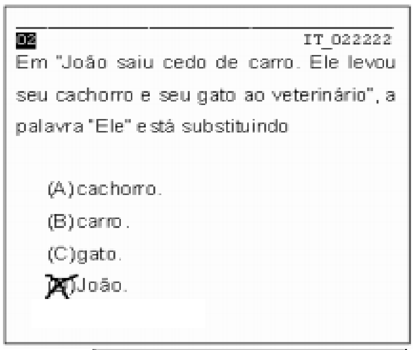
- ✓ Você está recebendo uma prova de Matemática e de Língua Portuguesa e uma Folha de Respostas.
- ✓ Comece escrevendo seu nome completo:

____

Nome Completo do(a) Aluno(a)

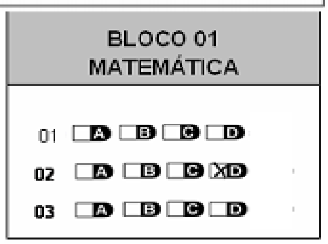
____

Turma


02 IT_022222
Em "João saiu cedo de carro. Ele levou seu cachorro e seu gato ao veterinário", a palavra "Ele" está substituindo

(A) cachorro.
(B) carro.
(C) gato.
(D) João.

- ✓ Leia com atenção antes de responder e marque suas respostas neste caderno.
- ✓ Cada questão tem uma única resposta correta. Faça um X na opção que você escolher como certa, conforme exemplo ao lado.
- ✓ Procure não deixar questão sem resposta.
- ✓ Você terá 25 minutos para responder a cada bloco. Aguarde sempre o aviso do aplicador para começar o bloco seguinte.
- ✓ Quando for autorizado pelo professor, transcreva suas respostas para a Folha de Respostas, utilizando caneta de tinta azul ou preta. Siga o modelo de preenchimento na penúltima página deste caderno.



- VIRE A PÁGINA SOMENTE QUANDO O(A) PROFESSOR(A) AUTORIZAR.
- VOCÊ TERÁ 25 MINUTOS PARA RESPONDER AO BLOCO 1.

BLOCO 1

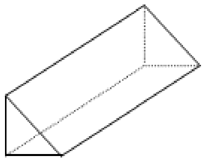
MATEMÁTICA

Você terá 25 minutos para responder a este bloco.

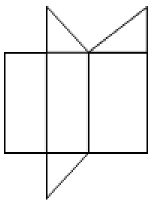
MATEMÁTICA 8ª SÉRIE / 9º ANO EF – BLOCO 1

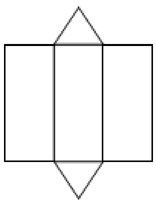
01 IT_024353

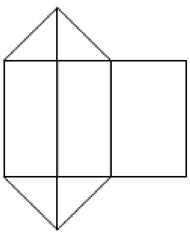
O desenho abaixo representa um sólido.

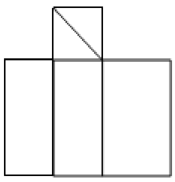


Uma possível planificação desse sólido é

(A) 

(B) 

(C) 

(D) 

02 IT_021190

Lucas comprou 3 canetas e 2 lápis pagando R$ 7,20. Danilo comprou 2 canetas e 1 lápis pagando R$ 4,40. O sistema de equações do 1º grau que melhor representa a situação é

(A) $\begin{cases} 3x + 2y = 7{,}20 \\ 2x + y = 4{,}40 \end{cases}$

(B) $\begin{cases} 3x - 2y = 7{,}20 \\ 2x - y = 4{,}40 \end{cases}$

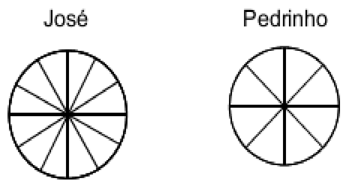
(C) $\begin{cases} x + y = 3{,}60 \\ x - y = 2{,}20 \end{cases}$

(D) $\begin{cases} 3x + y = 7{,}20 \\ x + y = 4{,}40 \end{cases}$

---

03 IT_023287

Observe as figuras:



Pedrinho e José fizeram uma aposta para ver quem comia mais pedaços de pizza. Pediram duas pizzas de igual tamanho.
Pedrinho dividiu a sua em oito pedaços iguais e comeu seis; José dividiu a sua em doze pedaços iguais e comeu nove. Então,

(A) Pedrinho e José comeram a mesma quantidade de pizza.
(B) José comeu o dobro do que Pedrinho comeu.
(C) Pedrinho comeu o dobro do que José comeu.
(D) José comeu a metade do que Pedrinho comeu.

04 IT_022325

Distribuímos 120 cadernos entre as 20 crianças da 1ª série de uma escola. O número de cadernos que cada criança recebeu corresponde a que porcentagem do total de cadernos?

(A) 5%
(B) 10%
(C) 15%
(D) 20%

---

05 IT_023991

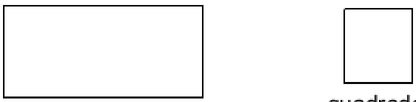
Pedro e João jogaram uma partida de bolinhas de gude. No final, João tinha 20 bolinhas, que correspondiam a 8 bolinhas a mais que Pedro. João e Pedro tinham juntos

(A) 28 bolinhas.
(B) 32 bolinhas.
(C) 40 bolinhas.
(D) 48 bolinhas.

---

06 IT_002414

Observe as figuras abaixo.



retângulo quadrado

Considerando essas figuras,

(A) os ângulos do retângulo e do quadrado são diferentes.
(B) somente o quadrado é um quadrilátero.
(C) o retângulo e o quadrado são quadriláteros.
(D) o retângulo tem todos os lados com a mesma medida.

---

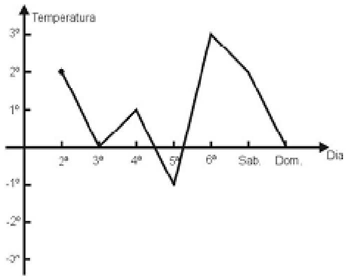
07 IT_023629

A tabela ao lado mostra as temperaturas mínimas registradas durante uma semana do mês de julho, numa cidade do Rio Grande do Sul.

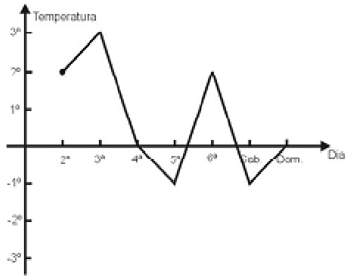
Dia	Mínima Temperatura
2ª feira	2°
3ª feira	0°
4ª feira	-1°
5ª feira	3°
6ª feira	2°
Sábado	-2°
Domingo	0°

Qual é o gráfico que representa a variação da temperatura mínima nessa cidade, nessa semana?

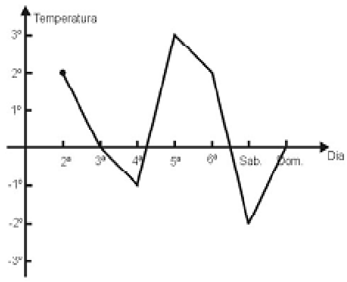
(A)



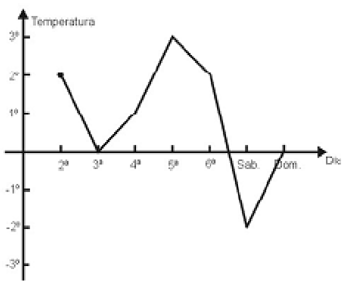
(B)



(C)



(D)



MATEMÁTICA 8ª SÉRIE / 9º ANO EF – BLOCO 1

08 IT_005501

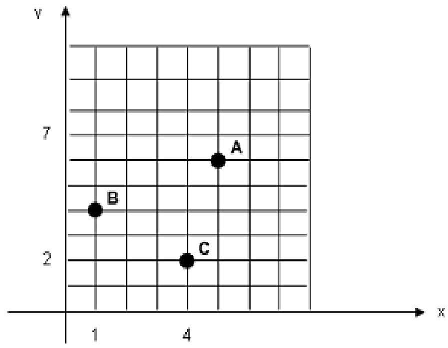
O desenho de um colégio foi feito na seguinte escala: cada 4 cm equivalem a 5 m.
A representação ficou com 10 cm de altura. Qual é a altura real, em metros, do colégio?

(A) 2,0
(B) 12,5
(C) 50,0
(D) 125,0

---

09 IT_039107

Observe a figura.



Quais as coordenadas de A, B e C, respectivamente, no gráfico?

(A) (1,4), (5,6) e (4,2)
(B) (4,1), (6,5) e (2,4)
(C) (5,6), (1,4) e (4,2)
(D) (6,5), (4,1) e (2,4)

---

10 IT_021527

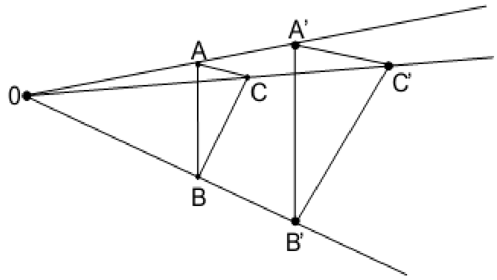
Dada a expressão: $x = \dfrac{-b+\sqrt{b^2-4.a.c}}{2.a}$

Sendo a = 1, b = -7 e c = 10, o valor numérico de x é

(A) –5.
(B) –2.
(C) 2.
(D) 5.

11 IT_023396

Ampliando-se o triângulo ABC obtem-se um novo triângulo A'B'C', em que cada lado é o dobro do seu correspondente em ABC.



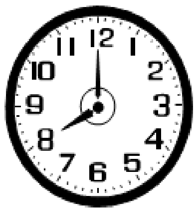
Em figuras ampliadas ou reduzidas os elementos que conservam a mesma medida são

(A) as áreas.
(B) os perímetros.
(C) os lados.
(D) os ângulos.

---

12 IT_005391

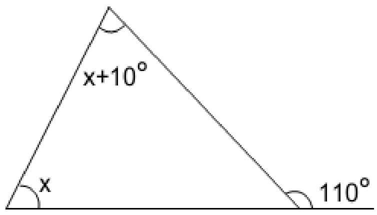
Os 2 ângulos formados pelos ponteiros de um relógio às 8 horas medem



(A) 60° e 120°.
(B) 120° e 160°.
(C) 120° e 240°.
(D) 140° e 220°.

13 IT_024366

Observe o triângulo abaixo.



O valor de x é

(A) 110°.
(B) 80°.
(C) 60°.
(D) 50°.

____

Use este espaço para rascunho.

BLOCO 2

MATEMÁTICA

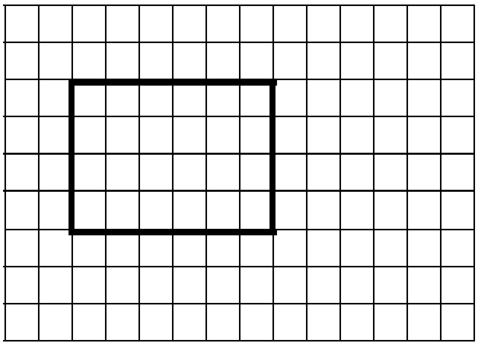
Aguarde instruções para virar a página.

Você terá 25 minutos para responder a este bloco.

MATEMÁTICA 8ª SÉRIE / 9º ANO EF – BLOCO 2

01 IT_023926

Observe a figura abaixo.



Considere o lado de cada quadradinho como unidade de medida de comprimento.
Para que o perímetro do retângulo seja reduzido à metade, a medida de cada lado deverá ser

(A) dividida por 2.
(B) multiplicada por 2.
(C) aumentada em 2 unidades.
(D) dividida por 3.

---

02 IT_023957

A fração $\frac{3}{100}$ corresponde ao número decimal

(A) 0,003.
(B) 0,3.
(C) 0,03.
(D) 0,0003.

03 IT_024377

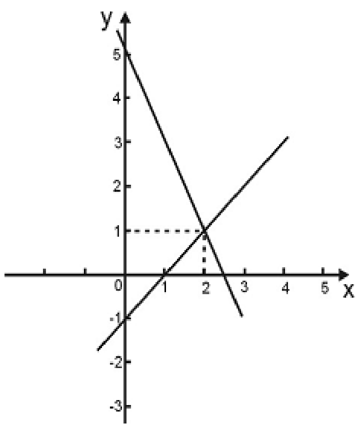
A estrada que liga Recife a Caruaru será recuperada em três etapas. Na primeira etapa, será recuperado $\frac{1}{6}$ da estrada e na segunda etapa $\frac{1}{4}$ da estrada. Uma fração que corresponde à terceira etapa é

(A) $\frac{1}{5}$ (B) $\frac{5}{12}$ (C) $\frac{7}{12}$ (D) $\frac{12}{7}$

---

04 IT_024369

Observe o gráfico abaixo.



O gráfico representa o sistema

(A) $\begin{cases} y = x - 1 \\ y = -2x + 7 \end{cases}$

(B) $\begin{cases} y = -2x + 5 \\ y = x - 1 \end{cases}$

(C) $\begin{cases} y = -x + 3 \\ y = 2x - 7 \end{cases}$

(D) $\begin{cases} y = 2x - 5 \\ y = x - 1 \end{cases}$

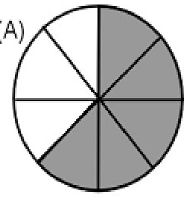
MATEMÁTICA 8ª SÉRIE / 9º ANO EF – BLOCO 2

05 IT_024323

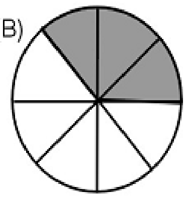
Nas figuras abaixo, as áreas escuras são partes tiradas do inteiro.

A parte escura que equivale aos $\frac{3}{5}$ tirados do inteiro é

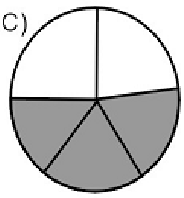
(A)



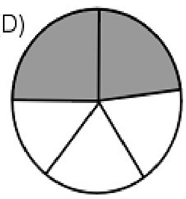
(B)



(C)



(D)



---

06 IT_024320

No supermercado Preço Ótimo, a manteiga é vendida em caixinhas de 200 gramas. Para levar para casa 2 quilogramas de manteiga, Marisa precisaria comprar

(A) 2 caixinhas.
(B) 4 caixinhas.
(C) 5 caixinhas.
(D) 10 caixinhas.

07 IT_024037

O número decimal que é decomposto em

$5 + 0{,}06 + 0{,}002$ é

(A) 5,62.
(B) 5,602.
(C) 5,206.
(D) 5,062.

---

08 IT_023284

Cíntia conduzia um carrinho de brinquedo por controle remoto em linha reta. Ela anotou em uma tabela os metros que o carrinho andava cada vez que ela acionava o controle. Escreveu valores positivos para as idas e negativos para as vindas.

Vez	Metros
Primeira	+ 17
Segunda	- 8
Terceira	+ 13
Quarta	+ 4
Quinta	- 22
Sexta	+ 7

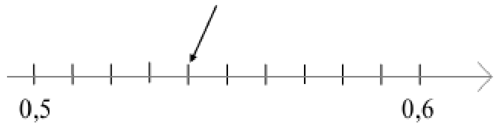
Após Cíntia acionar o controle pela sexta vez, a distância entre ela e o carrinho era de

(A) -11 m.
(B) 11 m.
(C) -27 m.
(D) 27 m.

MATEMÁTICA 8ª SÉRIE / 9º ANO EF – BLOCO 2

09 IT_002476

Observe os números que aparecem na reta abaixo.



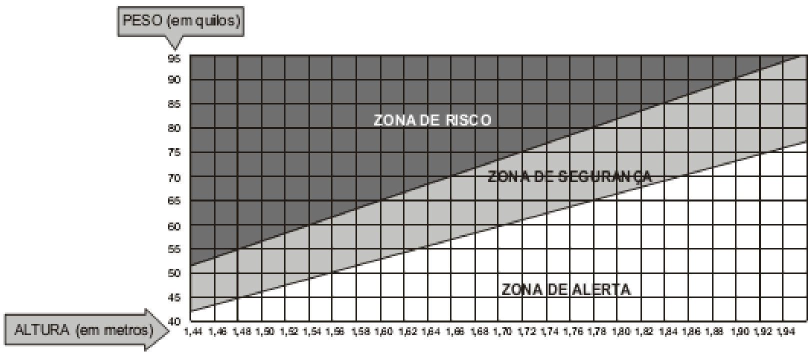
O número indicado pela seta é

(A) 0,9.
(B) 0,54.
(C) 0,8.
(D) 0,55.

---

10 IT_024364

Observe o gráfico.



Veja / Sua Saúde. Ano 34 – Nº12/2001

Ao marcar no gráfico o ponto de interseção entre as medidas de altura e peso, saberemos localizar a situação de uma pessoa em uma das três zonas. Para aqueles que têm 1,65 m e querem permanecer na zona de segurança, o peso deve manter-se, aproximadamente, entre

(A) 48 e 65 quilos.
(B) 50 e 65 quilos.
(C) 55 e 68 quilos.
(D) 60 e 75 quilos.

MATEMÁTICA 8ª SÉRIE / 9º ANO EF – BLOCO 2

11 IT_021517

Ao resolver corretamente a expressão

-1 - (-5).(-3) + (-4)3 : (-4), o resultado é

(A) –13.
(B) –2.
(C) 0.
(D) 30.

---

12 IT_023585

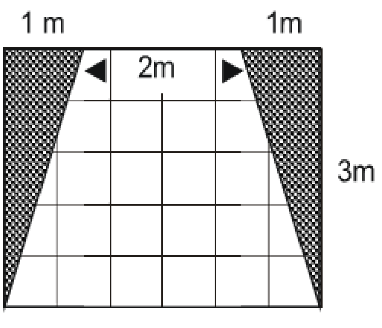
O número irracional $\sqrt{7}$ está compreendido entre os números

(A) 2 e 3.
(B) 13 e 15.
(C) 3 e 4.
(D) 6 e 8.

---

13 IT_024367

O piso de entrada de um prédio está sendo reformado. Serão feitas duas jardineiras nas laterais, conforme indicado na figura, e o piso restante será revestido em cerâmica.



Qual é a área do piso que será revestido com cerâmica?

(A) 3 m^2
(B) 6 m^2
(C) 9 m^2
(D) 12 m^2

Use este espaço para rascunho.

Anexo B – Pós-teste

Escola Laudemira Coutinho de Melo
Professor Jean Vaz
Nome: ___________________________9º

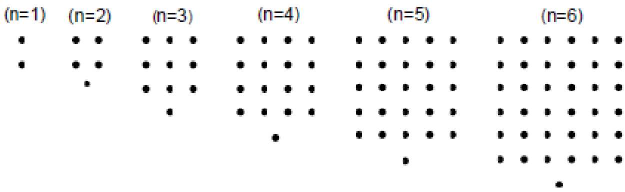
1) Quantos quilogramas de semente são necessários para semear uma área de 240m², observando a recomendação de aplicar 1 kg de semente por 16 m_2 de terreno?

(A) $\frac{1}{15}$ (B) 1,5 (C) 2,125 (D) 15

2) Paulo é dono de uma fábrica de móveis. Para calcular o preço V de venda de cada móvel que fabrica, ele usa a seguinte fórmula $V = 1{,}5C + 10$, sendo C o preço de custo desse móvel, em reais. Considerando $C = 100$, então, Paulo vende esse móvel por:

(A) R$ 110,00.
(B) R$ 150,00.
(C) R$ 160,00
(D) R$ 210,00.

3) As figuras mostradas abaixo estão organizadas dentro de um padrão que se repete.



Mantendo essa disposição, a expressão algébrica que representa o número de pontos N em função da ordem n (n = 1, 2,...) é:

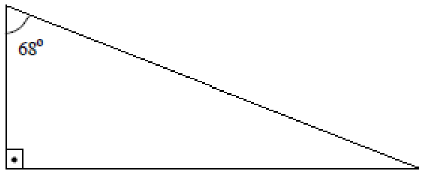
(A) N = n + 1.
(B) N = n^2 – 1.
(C) N = 2n + 1.
(D) N = n^2 + 1.

4) João e Pedro foram a um restaurante almoçar e a conta deles foi de R$ 28,00. A conta de Pedro foi o triplo do valor de seu companheiro. O sistema de equações do 1º grau que melhor traduz o problema é:

(A) $\begin{cases} x + y = 28 \\ x - y = 7 \end{cases}$ (B) $\begin{cases} x + 3y = 28 \\ x = y \end{cases}$

(C) $\begin{cases} x + y = 28 \\ x = 3y \end{cases}$ (D) $\begin{cases} x + y = 28 \\ x = y + 3 \end{cases}$

5) Fabrício percebeu que as vigas do telhado da sua casa formavam um triângulo retângulo, como desenhado abaixo.



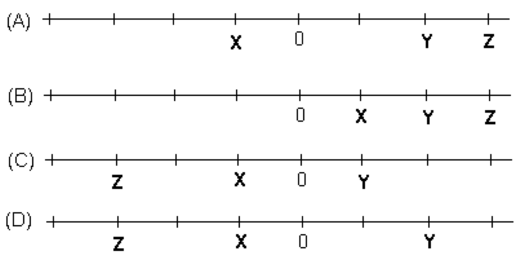
Se um dos ângulos mede 68°, quanto medem os outros ângulos?

(A) 22º e 90º
(B) 45° e 45°
(C) 56° e 56°
(D) 90° e 28°

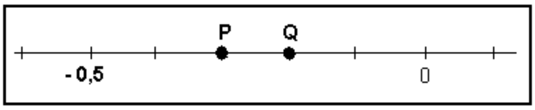
6) No mês de Julho, foram registradas as temperaturas mais baixas do ano nas seguintes cidades:

Cidades	Temperaturas (ºC)
X	–1
Y	+2
Z	-3

A representação correta das temperaturas registradas nas cidades X, Y e Z, na reta numerada, é:



7) A figura abaixo mostra os pontos P e Q que correspondem a números racionais e foram posicionados na reta numerada do conjunto dos racionais.



Os valores atribuídos a P e Q, conforme suas posições na reta numérica abaixo são:

(A) P = - 0,2 e Q = – 0,3
(B) P = - 0,3 e Q = – 0,2
(C) P = - 0,6 e Q = – 0,7
(D) P = - 0,7 e Q = – 0,6

8) Num cinema, há 12 fileiras com 16 poltronas e 15 fileiras com 18 poltronas.
O número total de poltronas é:

(A) 192
(B) 270
(C) 462
(D) 480

9) Numa cidade da Argentina, a temperatura era de 12ºC. Cinco horas depois, o termômetro registrou – 7ºC.
A variação da temperatura nessa cidade foi de:

(A) 5 ºC
(B) 7 ºC
(C) 12 ºC
(D) 19 ºC

10) No Brasil, $\frac{3}{4}$ da população vive na zona urbana. De que outra forma podemos representar esta fração?

(A) 15%
(B) 25%
(C) 34%
(D) 75%

11) Quatro amigos, João, Pedro, Ana e Maria saíram juntos para fazer um passeio por um mesmo caminho. Até agora, João andou $\frac{6}{8}$ do caminho; Pedro, $\frac{9}{12}$; Ana, $\frac{3}{8}$ e Maria, $\frac{4}{6}$.

Os amigos que se encontram no mesmo ponto do caminho são:

(A) João e Pedro
(B) João e Ana.
(C) Ana e Maria.
(D) Pedro e Ana.

12) Para conseguir certa tonalidade de azul um pintor usa 2 latas de tinta branca para 5 latas de tinta azul escuro.

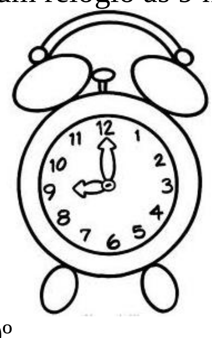
Então quantas latas de tinta branca ele precisa para diluir em 10 latas de tinta azul escuro?

(A) 5 latas de tinta.
(B) 10 latas de tinta.
(C) 4 latas de tinta.
(D) 7 latas de tinta.

13) O número decimal 2,401 pode ser decomposto em:

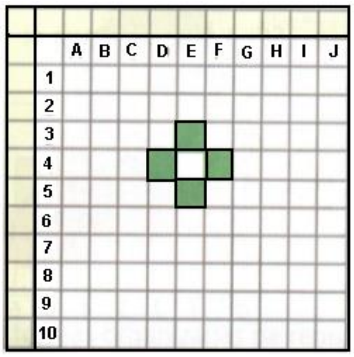
(A) 2 + 0,4 + 0,001
(B) 2 + 0,4 + 0,01
(C) 2 + 0,4 + 0,1
(D) 2 + 4 + 0,1

14) O menor ângulo formado pelos ponteiros de um relógio às 9 horas mede:



(A) 120º
(B) 15º
(C) 270º
(D) 90º

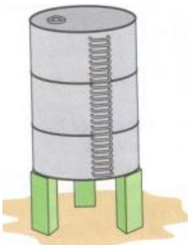
15) Imagine um jogo em que um participante deva adivinhar a localização de algumas peças desenhadas num tabuleiro que está nas mãos do outro jogador. Veja um desses tabuleiros com uma peça desenhada.



A sequência de comandos que acerta as quatro partes da peça desenhada é:

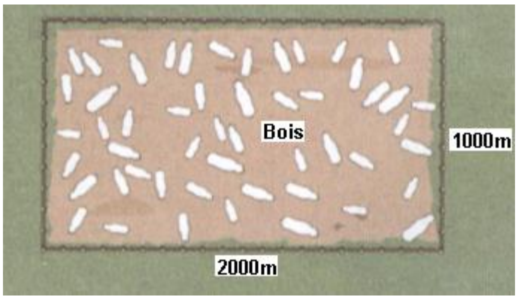
(A) D4, E3, F4, E4
(B) D4, E4, F4, E5
(C) D4, E3, F3, E4
(D) D4, E3, F4, E5.

16) Um depósito de um líquido danificou e ocorreu um vazamento de cerca de 100 litros por hora.



Quantos m³ do líquido desperdiçou em 24 horas?
(A) 2400 m³.
(B) 2,4 m³.
(C) 1 m³.
(D) 24 m².

17) Um fazendeiro possui uma área destinado a criação de bois. Essa área assemelha a um retângulo com dimensões de 2.000m por 1.000m.



Sabendo que a cada 10.000m², cabem 10 bois. O número de bois que esse fazendeiro tem é:
(A) 2000 bois.
(B) 1000 bois.
(C) 3000 bois.
(D) 1500 bois.

18) Uma chácara vende a sua produção de uvas em caixas de 9 kg cada uma.

Sabendo que a produção da chácara foi de 5913 kg, o número de caixas obtidas da produção foi:
(A) 661 caixas.
(B) 525 caixas.
(C) 657 caixas.
(D) 784 caixas.

19) Fazendo-se as operações indicadas em

1,8 + 1,35 + 2,1 – 0,8,

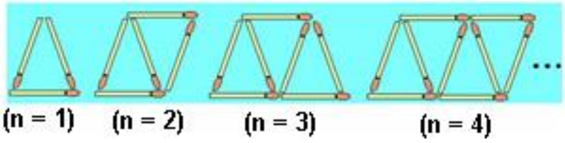
obtém-se:

(A) 4,45
(B) 6,05
(C) 17,2
(D) 15,6

20) Comprei uma bicicleta a prestações. De entrada, dei R$ 75,00, que correspondem a 25% do preço da bicicleta. O Preço da bicicleta é:

(A) R$ 150,00
(B) R$ 250,00
(C) R$ 200,00
(D) R$ 300,00

21) As figuras mostradas abaixo estão organizadas dentro de um padrão que se repete.



Mantendo essa disposição, a expressão algébrica que representa o número de palitos P em função da ordem n (n = 1, 2, 3, ...) é:

(A) $P = n + 1$.
(B) $P = n^2 - 1$.
(C) $P = 2n + 1$.
(D) $P = 3n + 1$.

22) Na gasolina comum são adicionados 2 litros de etanol (álcool – combustível de automóveis) para cada 10 litros de gasolina.

Então, quantos litros de etanol são necessários para adicionar em 40 litros de gasolina para manter a proporção.

(A) 10 litros de gasolina.
(B) 8 litros de gasolina.
(C) 9 litros de gasolina.
(D) 11 litros de gasolina.

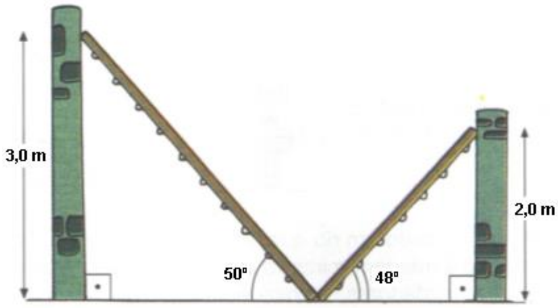
23) A tabela mostra o número de carros vendidos, em certa concessionária, no primeiro trimestre do ano.

Números de carros vendidos			
Tipo de carro	Janeiro	Fevereiro	Março
X	15	23	12
Y	16	18	20

É correto afirmar que:

(A) Foram vendidos 31 carros do tipo X.
(B) O melhor mês de vendas foi janeiro.
(C) Foram vendidos 41 carros em fevereiro.
(D) Em fevereiro foram vendidos mais carros do tipo Y.

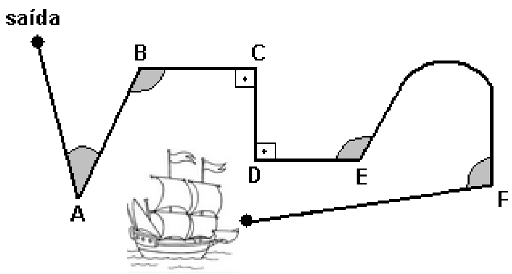
24) Duas escadas estão encostadas em dois muros, como mostra na figura a seguir.



Quanto medem os ângulos formados pela escada maior e menor encostadas no muro.

(A) 90º e 90º.
(B) 50º e 48º.
(C) 40º e 42º.
(D) 3º e 2º.

25) Um navio pirata faz as seguintes mudanças de direção como mostra a figura a seguir:

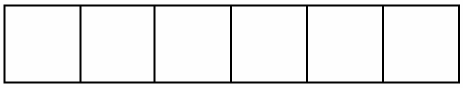


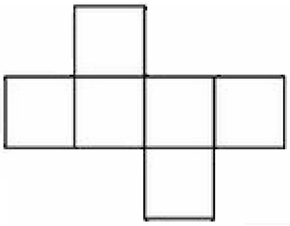
As mudanças de direção que formam ângulos retos estão representadas nos vértices:

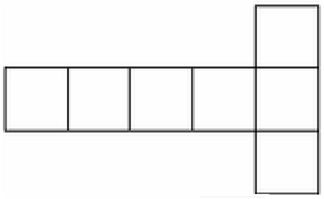
(A) C e D.
(B) A e D.
(C) E e F.
(D) D e F.

26) Uma embalagem tem o formato de um cubo, como mostra a figura abaixo:

Uma possível planificação desta embalagem é:

a) 

b) 

c) 

d)