UNIVERSIDADE FEDERAL DO PIAUÍ
Centro de Ciências da Natureza
Pós Graduação em Matemática
Mestrado Profissional em Matemática - PROFMAT

Cálculo nas Alturas: Trigonometria e o Uso do Teodolito Caseiro

Ivan da Silva Sousa

Teresina
2015

Universidade Federal do Piauí
Centro de Ciências da Natureza
Departamento de Matemática

Cálculo nas Alturas: Trigonometria e o Uso do Teodolito Caseiro

Ivan da Silva Sousa

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação – Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional como requisito parcial para a obtenção do grau de Mestre em Matemática

Orientador
Prof. Dr. Carlos Humberto Soares Junior

Teresina
2015

S725c Sousa, Ivan da Silva.

Cálculo nas Alturas: Trigonometria e o Uso do Teodolito Caseiro/ Ivan da Silva Sousa. - Teresina, 2015.

100 f.: fig., tab.

Dissertação (Mestrado Profissional) - Pós Graduação em Matemática, UniversidadeFederal do Piauí,

Orientador: Prof. Dr. Carlos Humberto Soares Junior

1. Trigonometria. 2. sequência fedhati. 3. teodolito caseiro. I. Título

CDD 516.24

Ficha Catalográfica elaborada pela Biblioteca da UFPI
Câmpus Teresina

PROFMAT

UNIVERSIDADE FEDERAL DO PIAUÍ
CENTRO DE CIÊNCIAS DA NATUREZA
CENTRO DE EDUCAÇÃO ABERTA E À DISTÂNCIA
MESTRADO PROFISSIONAL EM MATEMÁTICA EM REDE NACIONAL

SBM

Dissertação de Mestrado submetida à coordenação Acadêmica Institucional, na Universidade Federal do Piauí, do Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional para obtenção do grau de **mestre em matemática** intitulada: CÁLCULO NAS ALTURAS: TRIGONOMETRIA E O USO DO TEODOLITO CASEIRO, defendida por IVAN DA SILVA SOUSA em 27/02/2015 e aprovada pela banca constituída pelos professores:

Presidente da Banca Examinadora

Jurandir de Oliveira Lopes

Examinador

Fernando Francisco de Sousa Filho

Examinador Externo

Dedico este trabalho aos meus pais José Alves de Sousa e Maria Neusa da Silva Sousa, sem os quais nada disso seria possível.

Agradecimentos

Agradeço primeiramente ao meu orientadore professor Doutor Carlos Humberto Soares Junior, por todo aprendizado gerado durante o tempo em que estive escrevendo este trabalho.

Agradeço à CAPES, por formentar o programa PROFMAT.

Agradeço ao IFPI, por permitir e financiar os materias para a pesquisa.

Agradeço aos professores do IFPI por toda compreensão durante o tempo de ausênica

Agradeço à esposa e filhos, por todo apoio e incentivo nos momentos de dificuldade

Agradeço a todos os familiares que sempre contribuiram de forma significativa

Agradeço a todos os colegas e professores do Profmat

E agradeço ao meus alunos do IFPI campus Piripiri por participarem como público alvo.

Agradeço especialmente à minha tia Eva Soares da Silva Moura *(in memoriam)*, a quem considero uma segunda mãe, por todo auxilio e ensinamentos prestados desde a infância até bem proximo do fim do mestrado.

Dei-me uma alavanca e um ponto de apoio e levantarei o mundo

Arquimedes

Resumo

O presente trabalho foi desenvolvido com o objetivo de propor uma abordagem mais significativa para o ensino da trigonometria, da construção dos conceitos e propriedades trigonométricas através de uma sequencia de atividades fundamentadas na Sequencia Fedathi. Retrabalhando-se os conceitos de razões dentro do ciclo trigonométrico e triângulo retângulo, exercitando o aluno em experimentos práticos de medida de comprimento com um teodolito caseiro, confeccionado pelo próprios alunos, busca-se sanar dificuldades de aprendizagem, uma vez que o trabalho com o Teodolito Caseiro traz uma prática significativa para cálculo envolvendo razões trigonométricas, uso de tabelas trigonométricas, de instrumentos de medida e etc. O estudo foi feito em uma turma de primeiro ano do Curso Técnico em Administração Integrado ao Médio do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Piauí-IFPI, *Campus Piripiri*. Os resultados deste trabalho confirmam que a Sequência Fedathi mostra-se coma uma ferramenta decisiva no processo de ensino e aprendizagem da matemática. Concluímos também que vivenciar na prática, os conceitos trabalhados no quadro em sala de aula, mantem-se como uma importante prática metodológica que envolve e cativa os discentes na medida em que passe a ser vista, pelo aluno, como forma de construção de propriedades a partir de conceitos e não apenas de verificação e como estratégia pedagógica pelo docente.

Palavras-chave: Trigonometria, sequência fedhati, teodolito caseiro.

Abstract

This work was developed with the objective of proposing a more meaningful approach to teaching trigonometry, construction of trigonometric concepts and properties through a sequence of activities based on Sequence Fedathi. Reworking the concepts within the trigonometric ratios cycle and right triangle, exercising students in practical experiments of length measure with a homemade theodolite, made by the students, we try to remedy learning difficulties, since working with theodolite domesticated brings a significant practice for calculation involving trigonometric ratios, using trigonometric tables, measuring instruments, etc. The study was done in a class of first year of the Technical Course in Integrated Administration to Secondary of Federal Institute of Education , Science and Technology of Piauí - IFPI , Campus Piripiri. These results confirm that Fedathi sequence is shown as a decisive tool in the teaching and learning of mathematics. We Also Conclude that experience in practice the concepts developed in the table in the classroom keeps an important methodological practice and captivates students as it pass be seen as a way of building properties from concepts and not only for verification by the student and as a pedagogical strategy by the teacher .

Keywords: Trigonometry, sequence fedhati, theodolite home.

Lista de Figuras

Lista de Tabelas

Sumário

Introdução

Em muitas situações do dia-a-dia somos interrogados sobre qual a nossa profissão. Em Bancos, lojas de departamentos, lojas de eletrodomésticos e etc, ao mensionar a palavra professor, logo surge uma nova pergunta, mesmo sendo irrelevante àquele cadastro: qual a disciplina? ao responder, a expressão nos rosto das pessoas ao ouvir a palavra Matemática, é quase sempre a mesma, a popular "careta". Isto revela o que a história confirma. A matemática sempre foi considerada a disciplina com maior grau de dificuldade, e por isso os esforços para modificar essa realidade, embora muitos, têm se mostrado insuficientes perante ao tabú que se criou.

A criança ao frequentar pela primeira vez a escola, traz consigo noções de matemática vivenciadas no cotidiano, como maior ou menor, muito ou pouco, uma ou mais coisas. Porém se depara com uma matemática diferente de tudo isso, e acrescente a isso, conforme D'Ambrósio, que ainda quando criança somos condicionados a acreditar que a matemática é complicada, explica:

> se ela tem em casa um irmão mais velho, já ouve que matemática é difícil. É um comportamento condicionado: ela entra na escola apavorada com a disciplina."(HUBNER, 2003, p.3).

Nos PCN (1996, p. 29) a Matemática é apresentada como um dos campos do saber presente em nossa vida de todas as formas e em todos os momentos, nas experiências mais simples como contar, comparar e operar sobre quantidade

Segundo Pereira (2002, p. 55):

> a Matemática possui uma linguagem própria, com características únicas, estruturada em princípios lógicos da demonstração, da comprovação metódica, de argumentações formuladas em raciocínios formais e seqüenciais; mostra-se como uma ciência objetiva e pragmática cujos argumentos são válidos ou não.

Neste sentido, a aprendizagem da matemático é obtida através de um processo sistemático, onde podemos detectar principalmente a imaginação, a criatividade, a curiosidade, exemplos e contraexemplos, formulações de conjecturas, críticas, acertos e principalmente os erros. No entanto, estes procedimentos são apresentados para os alunos de forma fragmentada, sem contextualização e atemporal.

Os planos de aula de matemática evidenciam esta situação, quando, em sua maioria, não contemplam atividades que conduzam os alunos a construírem seu próprio conhecimento, que os levem a uma reflexão.

Segundo D'Ambrosio (1996, p. 29) "os programas estão recheados de coisas acabadas, cristalizadas e absolutamente fora do contexto moderno".

Para Bertoni (1993, p. 8), Segundo Pereira (2002, p. 55):

> as propostas programáticas são, em sua maioria, tradicionais e extensas, não condizente com o número de dias letivos e de hora-aula diárias. Qualitativamente, estas propostas programáticas pecam nos conteúdos e na metodologia, já que ambas pouco se articulam aos objetivos de um ensino de Matemática que sirva à inserção social do indivíduo, ao desenvolvimento do seu potencial, de sua expressão e de sua interação.

Para a grande maioria dos alunos aprender matemática é ser capaz de resolver os problemas propostos nos livros, de forma rápida, ou terminar o ano letivo com média 9 ou 10. Isto se deve ao fato de que a maioria dos professores justifica o ensino da matemática com este fim, a metodologia baseada principalmente na resolução de problemas semelhantes até que o aluno domine aquele algoritmo de resolução, mesmo que ele não tenha abstraído a teoria em questão.

O problema de conseiderar que a matemática é para poucos, uma ciência difícil, algo bastante abstrato, que o jovem candidato a professor traz do ensino médio, ao ingressar no curso de Licenciatura em Matemática, está resistindo ao processo de formação docente, tornando o ciclo vicioso, onde há uma repetição da maneira como aprendeu que reflete na sua prática de ensino.

O conhecimento matemático, quando obtido de forma significativa, desenvolve o raciocínio lógico e a capacidade do aluno de abstrair situações do cotidiano, transformando em um modelo matemático, e aplicar este modelo em situações semelhantes. No entanto, isso não vem sendo concretizado de forma satisfatória. Piletti (1998, p.102) afirma que:

Segundo Pereira (2002, p. 55):

> [...] o ensino da matemática em nossas escolas: ao que parece, ele não vem satisfazendo nem a quem ensina, nem a quem aprende. Seu ensino tem se caracterizado pela preocupação de "passar", aos alunos, definições, regras, técnicas, procedimentos, nomenclaturas da maneira mais rápida possível, sem um trabalho com as idéias matemáticas que os leve a uma aprendizagem com compreensão. Mais grave ainda sem permitir à criança o prazer da descoberta.

O autor foi feliz ao afirmar que o ensino da Matemática não vem satisfazendo nem o aluno e nem o professor. As razões pelas quais isso acontece são inúmeras, ressaltamos que durante a formação do futuro professor, gasta-se pouco tempo em práticas de ensino supervisionada, a resolução CNE/CP 2, de 19 de fevereiro de 2002, que institui a carga horária dos curso de licenciatura, fixa em 400 horas a carga horário do estágio curricular supervisionado, as reformulações nos Projetos Político Pedagógico dos curso de formação docente vem acontecendo de forma lenta deste então.

A implementação do Programa Institucional de bolsas de Iniciação a Docência (Pibid)[1], tem como principal objetivo antecipar e aumentar o tempo do bolsista, futuro professor, no ambiente escolar, acompanhado de um professor supervisor que também faz

[1]Pibid, mais iformações em https://www.capes.gov.br/educacao-basica/capespibid

parte do projeto, proprocionando sua inserção no cotidiano da escola, este bolsista, ao iniciar seu estágio curricular supervisionado já terá uma compreensão bem mais expressiva do que é a prática docente.

Os PCNs afirmam que, entre os obstáculos que o Brasil tem enfrentado em relação ao ensino de Matemática, aponta-se

Segundo Pereira (2002, p. 55):

> [...] a falta de uma formação profissional qualificada, as restrições ligadas às condições de trabalho, a ausência de políticas educacionais efetivas e as interpretações equivocadas de concepções pedagógicas.

No entanto os próprios PCNs ressaltam que muito professores, ou grupos de professores, tem assumido postura de constante reflexão, o que os tem levado a construir práticas pedagógicas mais eficientes, e que secretaria de educação e Universidade têm se ocupado com a produção de materiais de apoio pedagógico.

Ressaltamos que as políticas públicas com o objetivo de melhorar a prática docente vem se tornando mais eficientes, destacamos, como mencionado anteriormente, a regulação da carga horária destinada ao estágio curricular supervisionado, programas de iniciação a docência que atende um número considerável de estudantes. O Plano Nacional de Educação (PNE - PL 8035/10), publicada no dia 26/06/1014 em edição extra do Diário Oficial estipula 20 novas metas para os próximos dez anos, o objetivo de melhorar os índices educacionais brasileiros. A principal inovação da proposta em relação ao plano anterior, cuja execução acabou em 2010, é a aplicação de um mínimo de recursos públicos equivalentes a 10% do Produto Interno Bruto (PIB) em educação. Destacamos ainda como meta do PNE, a valorização de professores, que pretende equiparar o salário médio dos professores de educação básica na rede pública ao dos demais profissionais com escolaridade equivalente, até o fim do sexto ano de vigência da nova lei.

As metas do PNE são todas válidas, porem a médio e longo prazo, de imediato podemos refletir no intuito de melhorar nossa prática pedagógica, este trabalho nasceu desse anseio, ao perceber que os jovens chegam no ensino médio e até mesmo no ensino superior sem dominar os conceitos e propriedades dos conteúdos da matemática, nosso desejo é rever toda a pratica docente, começando aqui pelo estudo da trigonometria.

Como Chegamos a Este Tema

A trigonometria é considerada um dos mais antigos ramos da matemática, sendo usada já na antiguidade para medir ângulos e distâncias, objetivando localizar pontos sobre a superfície terrestre, com a finalidade de resolver problemas da necessidade de organização do homem. Hoje, utilizada em varias situações práticas e teóricas em problemas não somente da matemática abstrata, e também de outras disciplinas científicas ou tecnológicas, em fenômenos que envolvam, por exemplo, eletricidadde, termodinâmica, navegação, entre outras.

É através do aprimoramento do estudo da trigonometria, de suas fórmulas e propriedades, que podemos calcular os elementos de um triângulo (lados e ângulos), e principalmente calcular a distância entre dois pontos inacessíveis, como a distância entre duas ilhas, a largura de um rio, calular a altura de uma torre, altura de uma pirâmide, o raio da terra, entre outras.

Diante do exposto, fica notório que o assunto de trigonometria é de suma importância para alunos de Educação Tercnológica, no entanto, o ensino não vai bem, a julgar pela expressão no rosto da turma quando o professor mensiona o numero irracional π, que logo é associado a ângulo, revelando a deficiência na compreenção do discente sobre os conhecimentos de trigonometria. Isto se deve, principalmente pelo acúmulo de inabilidades nas sequências didáticas referentes aos pré-requisitos para o estudo da Trigonomentria, enfatizo os conceitos e propriedades da Semelhânça de Triângulos e Teorema de Talles.

Assim surge a proposta de investigação: se construirmos de forma adequada e aplicarmos uma sequência didática envolvendo situações problema que trabalhem o desenvolvimento dos conceitos e propriedades trigonométricas por meio de observações na prática, estaremos possibilitando uma melhor afinidade dos alunos com o conhecimento estudado. Para isso, utilizaremos o teodolito caseiro como ferramenta.

O objetivo é responder ao seguinte questionamento: os alunos conseguirão compreender os conceitos, construir propriedade trigonométricas e aplicar em outras situações, através de uma sequência didática que envolva situações-problema a serem resolvidos em campo com auxílio do teodolito caseiro como ferramenta de ensino?

Afim de chegar à resposta do questionamento acima, serão necessárias algumas ações específicas, identificar o nível de conhecimento que os participantes possuem através de um pré-teste, sanar possíveis dificuldades em matemática básica apresentando atividades de fixação, identificar as dificuldade em aplicar a nova sequência didática

Justificativa

Após 7 anos de trabalho com ensino de matemática, sempre atuando na educação Básica e Licenciatura em Matemática, bem como em outros cursos de graduação e pós-graduação, percebemos a grande dificuldade que é para os alunos, tanto do ensino médio com também do superior, entenderem, por exemplo, o círculo Trigonométrico (Figura 1.1) com seus elementos e definições. É da simetria desta figura que são deduzidos todos os teoremas da trigonometria. Até agora, desenvolvemos um trabalho meramente tradicional, onde o círculo é desenhado no quadro, fazemos a exposição oral para os alunos que apenas escrevem, neste sentido, há um esforço enorme e em muitos casos em vão, a fim de tornar aquele emaranhado de fórmulas agradável ao "olhar"do aluno.

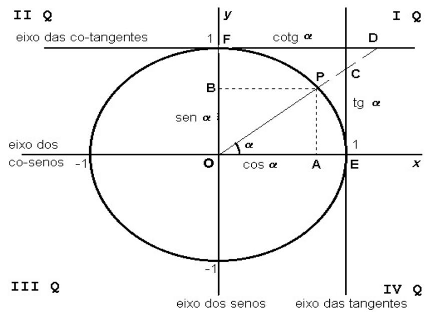


Figura 1: *Círculo Trigonométrico*

Trabalhando em nível médio e em Licenciatura em Matemática na mesma instituição, ao decorrer do texto explicamos este universo, tivemos a oportunidade de ter no curso de graduação alguns alunos que foram também nossos alunos no ensino médio, sendo que no Projeto Pedagógico do Curso de Matemática em questão (PPC) não inclui, em sues componentes curriculares, o assunto de trigonometria, no entanto, a trigonometria é necessária para vários componentes presentes no PPC, como por exemplo: Funções: Gráficos e aplicações, que trata do estudo geral das funções e suas propriedades, incluindo funções trigonométricas, exigindo do discente um conhecimento amplo da trigonometria, percebemos que o conhecimento básico que estes trouxeram do ensino médio, mostra-se insuficiente frente ao aprofundamento que a disciplina exige.

Neste sentido, percebemos que nossa prática docente na educação básica, não tem gerado um conhecimento suficiente para o aluno prosseguir com seus estudos no ensino superior, seja em Licenciatura em Matemática ou em outros cursos de graduação, sem que seja necessário revisão de conteúdos, neste sentido, assumimos aqui o compromisso de repensar o ensino e aprendizagem da trigonometria, tornando-a significativa e atraente, utilizando como universo a Educação Profissional, para que o discente possa adentrar ao ensino superior trazendo consigo uma base sólida dos conceitos e propriedades trigonométricas.

Estruturação do Texto

Este trabalho apresenta uma proposta de alteração da sequência de ensino de conteúdos de matemática, tendo como objetivo direto a formulação e verificação de propriedades trigonométricas a partir de definições, no ensino médio profissionalizante, a discussão é feita com base numa proposta de ensino-aprendizagem baseada na sequência Fedathi e subsidiada pela uso do teodolito caseiro como recurso didático.

Dando continuidade ao texto, após a presente introdução, os capítulos encontram-se distribuídos da seguinte maneira:

O capítulo 1 explica o universo onde a pesquisa foi realizada, mostrando o que é um Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia, e como é a atuação no ensino médio profissionalizante de 4 anos. O ponto principal do capítulo é a Fundamentação Teórica baseada na Engenharia Didática, teoria de Michele Artigue elaborada no inicio da década de 80, e na proposta metodológica de ensino, baseada na Sequência Fedathi elaborada entre 1997 e 1998 por Borges Neto, coordenador do Grupo Fedathi de pesquisa.

O capítulo 2 faz uma análise da trigonometria, desde o seu surgimento, dos meios e utensílios de medição, até ao atual processo de ensino fundamentado nos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCNs), trazendo ainda uma breve análise do tratamento que se dá à trigonometria nas escolas de nível médio e fundamental através da análise de livro didáticos.

O capítulo 3 faz um detalhamento da construção do teodolito caseiro, que deverá ser confeccionado pelo próprio aluno, com liberdade para escolher o modelo de seu agrado e quais materiais irá utilizar. Aqui apresentamos um modelo simples e de baixo custo, os materiais necessários e os passos para construção. Este capítulo ainda descreve a utilização do teodolito para medir ângulo.

No capitulo 4 está a proposta de etapas para aplicação metodológica da pesquisa, traz ainda o perfil dos participantes na pesquisa e da instiuição, finalisa com a descrição da coleta de dados.

A metodologia do trabalho é descrita no capítulo 5, faz-se um detalhamento do modelo de pré-teste e da fase de experimentação pela Sequência Fedathi, seguido da aplicação do pós-teste, relatando as dificuldades encontradas, finaliza-se o capítulo com uma avaliação geral dos resultados.

O trabalho se encerra no capítulo 6 com as considerações finais e recomendações, vale ressaltar que este trabalho não traz um estudo conclusivo, é apenas o pontapé inicial de uma discussão que será retomada posteriormente em outros componente curriculares.

1 Fundamentação Teórica

1.1 A Educação Profissional no Âmbito do Instituto Federal do Piauí

Durante o período de colonização, já se pode notar vestígios da formação do trabalhador no Brasil, sendo que os índios e os escravos foram os **primeiros aprendizes de ofícios** e "habituou-se o povo de nossa terra a ver aquela forma de ensino como destinada somente a elementos das mais baixas categorias sociais". (Fonseca, 1961, p. 68).

O homem branco [1], passou a ter um ensino mais especializado, com a criação das casas de fundição em Minas Gerais para beneficiamento do Ouro, já passavam por avaliação com direito a certificado. Concomitante a isso, a Marinha do Brasil criou os Centros de Aprendizagem de Ofícios de Arsenais, que traziam operários de Portugal ou recrutavam mendigos e presos que pudessem produzir algo.

De acordo com Garcia, 2000, em 1808 foi criado, por D. João VI o Colégio das Fábricas, considerado o primeiro estabelecimento instalado pelo poder público, com o objetivo de atender à educação dos artistas e aprendizes vindos de Portugal.

O ano de 1906 foi bastante relevante para o desenvolvimento do ensino técnico-industrial no Brasil, destacamos os seguintes fatos:

- "Congresso de Instrução"que apresentou ao Congresso Nacional um projeto de promoção do ensino prático industrial, agrícola e comercial, para alunos do Ginásio.
- Declaração do Presidente da República, Afonso Pena, em seu discurso de posse, no dia 15 de novembro de 1906:

> A criação e multiplicação de institutos de ensino técnico e profissional muito podem contribuir também para o progresso das indústrias, proporcionando-lhes mestres e operários instruídos e hábeis.

[1] Denominação dada aos homens livres, e que não eram índios no período do Brasil colônia

Nilo Peçanha assume a Presidência da República em 1909 após o falecimento de Afonso Pena, e assina, em 23 de setembro de 1909, O Decreto nº 7566, que cria dezenove "Escolas de Aprendizes Artífices"sob a jurisdição do Ministério dos Negócios da Agricultura, Indústria e Comércio, com o intuito de ofertar educação profissional público.

A aplicação da Lei de Nilo Peçanha resultou na instalação da Escola de Aprendizes Artífices do Piauí (EAAPI), instalada em 1910, que hoje recebe o nome de Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Piauí, precedido de várias denominações como se segue.

A segunda denominação da EAAPI surgiu em 1937, na vigência do Estado Novo. As perspectivas para os avanços na área da indústria eram, naquele momento, o grande propulsor de incentivo à mudança para a transformação da escola primária para secundária, denominada, a partir de então, Liceu Industrial. No caso presente, Liceu Industrial do Piauí (1937-1942).

Outra denominação dada foi Escola Industrial de Teresina (1942-1965), esse nome proveio da Lei Orgânica do Ensino Industrial de 1942, que dividiu as escolas da Rede em Industriais e Técnicas. As Escolas Industriais ficaram geralmente nos Estados menos industrializados e formaram operários conservando o ensino propedêutico do antigo ginásio. Legalmente, esse curso era chamado de Ginásio Industrial.

Em 1965 a Escola Insdustrial de Teresina passa a ser chamada Escola Industrial Federal do Piauí (1965-1967), pela primeira vez, aparece na Rede, que, desde a sua criação, pertenceu ao Governo Federal, a sua marca, isto é, Escola Federal.

A promoção de Escola Industrial para Escola Técnica Federal do Piauí (ETFPI), em 1967, foi uma conseqüência da criação dos primeiros cursos técnicos (Agrimensura, Edificações e Eletromecânica) e do reconhecimento desses pelo Ministério da Educação.

O biênio 1997-1998 foi dedicado ao processo de transição de ETFPI para Centro Federal de Educação Tecnológica do Piauí CEFET-PI (1998 - 2008), conhecido como CEFETIZAÇÃO, que veio mais uma vez mudar a denominação da Escola.

A partir de 2005, o CEFET-PI, atento à política do Ministério da Educação (MEC), vem buscando uma melhor qualificação profissional da comunidade do Piauí e região, como atesta a implantação, desde 2006, do Ensino Técnico Integrado ao Ensino Médio nas áreas de: Gestão, Construção Civil, Informática, Indústrias e Meio Ambiente, sempre a partir de habilidades e competências individuais.

A Lei Nº 11.892, de 29 de dezembro de 2008, Institui a Rede Federal de Educação Profissional e Tecnológica, cria os Intitutos Federais de Educação, Ciência e Tecnologia, definindos em seu Art. 2º, como instituições de educação superior, básica e profissional, pluricurriculares e multicampi, especializados na oferta de educação profissional e tecnológica nas diferentes modalidades de ensino, com base na conjugação de conhecimentos técnicos e tecnológicos com as suas práticas pedagógicas. Os institutos Federais de Educação, possuem natureza jurídica de autarquia, detentoras de autonomia administrativa, patrimonial, financeira, didático-pedagógica e disciplinar.

A Educação Profissional está dividida em três níveis: básico, técnico e tecnológico. Os cursos básicos são abertos a qualquer pessoa interessada, independente da escolaridade prévia; os técnicos são oferecidos simultaneamente ao Ensino Médio ou após a sua conclusão, e têm organização curricular própria; e os tecnológicos são cursos de nível superior.

Em seu art. 6, a lei de criação dos Institutos federais de Ensino traz as finalidades e características das novas insttuições, entre as quais, destacamos:

> I - ofertar educação profissional e tecnológica, em todos os seus níveis e modalidades, formando e qualificando cidadãos com vistas na atuação profissional nos diversos setores da economia, com ênfase no desenvolvimento socioeconômico local, regional e nacional;
> II - constituir-se em centro de excelência na oferta do ensino de ciências, em geral, e de ciências aplicadas, em particular, estimulando o desenvolvimento de espírito crítico, voltado à investigação empírica;
> III - realizar e estimular a pesquisa aplicada, a produção cultural, o empreendedorismo, o cooperativismo e o desenvolvimento científico e tecnológico;

O Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Piauí - Campus Piripiri, oferta os três níves da educação professinal, da ára/eixo Gestão e Negócios são ofertados os cursos Técnico em Administração e em comércio e da área/eixo Produção Industrial, Técnico em Vestuário, nas modalidade integrado e concomitante/subsequente ao ensino médio.

O art. 7, da lei Nº 11.892, define os objetivos dos Institutos Federais, destacamos, ministrar educação profissional técnica de nível médio, prioritariamente na forma de cursos integrados, para os concluintes do ensino fundamental e para o público da educação de jovens e adultos; realizar pesquisas aplicadas, estimulando o desenvolvimento de soluções técnicas e tecnológicas, estendendo seus benefícios à comunidade; desenvolver atividades de extensão de acordo com os princípios e finalidades da educação profissional e tecnológica, em articulação com o mundo do trabalho e os segmentos sociais, e com ênfase na produção, desenvolvimento e difusão de conhecimentos científicos e tecnológicos.

sobre a educação superior, o ítem 6 do artigo 7 diz: Ministrar em nível de educação superior:

a) cursos superiores de tecnologia visando à formação de profissionais para os diferentes setores da economia;
b) cursos de licenciatura, bem como programas especiais de formação pedagógica, com vistas na formação de professores para a educação básica, sobretudo nas áreas de ciências e matemática, e para a educação profissional;
c) cursos de bacharelado e engenharia, visando à formação de profissionais para os diferentes setores da economia e áreas do conhecimento;
d) cursos de pós-graduação lato sensu de aperfeiçoamento e especialização, visando à formação de especialistas nas diferentes áreas do conhecimento; e
e) cursos de pós-graduação stricto sensu de mestrado e doutorado, que contribuam para promover o estabelecimento de bases sólidas em educação, ciência e tecnologia, com vistas no processo de geração e inovação tecnológica.

Fica claro que os Institutos Federais de Ensino são intituições que ofertão todas as modalidade de ensino e cursos variádos, contando com um corpo docente único, intitulados Professores do Ensino Básico, Técnico e Tecnógico (EBTT), cuja a titulação mínima exigida para efetio de concurso público é a graduação em licenciatura.

Atualmente, o Campus Piripiri do Instituto Federal do Piauí, oferta apenas, em nivel de educação superior, o curso de Licenciatura em Matemática, o curso foi implementado em 2010 e reconhecido pelo MEC em 2015 com média 3, a nota mínima se deve principalmente à quantidade e titulação dos professores da área específica que atuam no curso, em grande parte desse período foram apenas 4 professores especialistas, hoje contamos com 8, dos quais 4 tem pós-graduação stricto sensu em nível de mestrado, todos atuando nos cursos técnicos e Licenciatura em Matemática.

1.2 Engenharia Didática

A metodologia de pesquisa utilizada neste trabalho é a Engenharia Didática, que surgiu da didática da matemática no inicio da década de 80, enfoque da didática francesa (Ingénerie didactique). Na teoria, o trabalho de um pesquisador é análogo ao:

> "[...] ofício do engenheiro que, para realizar um projeto preciso, se apóia sobre conhecimentos científicos de seu domínio, aceita submeter-se a um controle de tipo científico mas, ao mesmo tempo, se vê obrigado a trabalhar sobre objetos bem mais complexos que os objetos depurados na ciência e, portanto, a enfrentar [...] problemas que a ciência não quer ou não pode levar em conta"(ARTIGUE, 1996, p. 193).

Nesta perspectiva, a Engenharia Didática, enquanto metodologia de pesquisa, tem como caracteritica principal, experimentos em sala de aula, baseados na concepção, realização, observação e analise de sessões de ensino, como afirma Artigue (1996), a Engenharia

Didática é um processo empírico que objetiva conceber, realizar, observar e analisar as situações didáticas. A autora enfatiza que a Engenharia Didática possui dupla função, a qual pode ser compreendida como uma produção para o ensino tanto como uma metodologia de pesquisa qualitativa.

Na pratica docente, as atividades propostas, devem ser elaboradas como uma situação problema, que exija do discente capacidade de reflexão sobre a situação, o professor pesquisador deve interferir de forma discreta na obtenção de resultados, é fundamental que encoraje os alunos a buscarem modelos, principalmente relembrando-os dos conhecimentos prévios necessários àquela ação. Deste modo, a Engenharia Didática propõe:

> [...] uma seqüência de aula(s) concebida(s), organizada(s) e articulada(s) no tempo, de forma constante, por um professor-engenheiro para realizar um projeto de aprendizagem para certa população de alunos. No decurso das trocas entre professor e alunos, o projeto evolui sob as reações dos alunos e em função das escolhas e decisões do professor (MACHADO, 2002, p. 198, apud DOUADY, 1993, p. 2).

Enquanto metodologia de ensino, a Engenharia Didática transpassa por quatro fases: a 1ª fase, *das analises preliminares*, a 2ª fase, *da concepção e análise a priori*, a 3ª fase, *da Experimentação* e a 4ª e última fase, *da análise a posteriori e validação.*

- *Analises preliminares:* Conforme descreve Machado (2002), são feitas ponderações envolvendo o quadro teórico didático mais geral, como também sobre os conhecimentos mais específicos envolvendo o tema da pesquisa. Nesta fase também e feita uma análise histórico-epistemológicos dos conteúdos a serem trabalhados, conheicmentos prévios necessários, dificuldades de aprendizagem e benefícios trazidos pelo seu domínio, dentre outros. Também é feito uma revisão bibliográfica e uma análise do contexto onde ocorrerá a pesquisa.

- *Concepção e análise a priori* Caracteziasda pela delimitação das variáveis de comando, neste momento são preparadas as sequencias ditdática e o esquema da *experimentação.* Segundo Gálvez (1996), as variáveis didáticas são aquelas para as quais as escolhas de valores provocam modificações nas estratégias de resolução de problemas, de modo a fazer evoluir o desempenho dos alunos.

- *Experimentação* Machado (2002), afirma que esta fase consiste basicamente no desenvolvimento da aplicação da Engenharia Didática, a uma amostra de alunos, cujo objetivo é verificar as ponderações feitas na anáse *a priori.* A experimentação pressupõe:

> - a explicitação dos objetivos e condições de realização da pesquisa a população de alunos que participará da experimentação;
> - o estabelecimento do contrato didático7
> - a aplicação do instrumento de pesquisa;
> - o registro das observações feitas durante a experimentação. (MACHADO, 2002, p. 206).

- *Análise a posteriori e validação* De acordo com Artigue (1996), esta fase se apóia sobre o conjunto de dados obtidos ao longo da experimentação pelas observações do pesquisador, pelo registro sonoro ou através da produção escrita. Para a autora, a quarta e ultima fase da engenharia didática caracteriza-se pelo confronto entre os dados colhidos na experimentação com os dados da análise *a priori*, a fim de indentificar quais questões levantadas foram respondidas, possibilitando identificar as contribuições para superação dos problemas, com o intuito de retornar à analise a *priori* ou obter uma generalização que permitirá a validação interna do objetivo da pesquisa.

1.3 Sequência Fedathi

A metodologia da fase de experimentação da nossa pesquisa se dará por meio do uso da Sequência Fedathi, esta proposta foi desenvolvida por Hermínio Borges Neto em 1996 durante seu Pós-Doutorado na Université Denis Diderot, França. Até então, a sequência é constantemente aprimorada por Borges Neto e por professores, pesquisadores e alunos de pós graduação da Faculdade de Educação da Universidade Federal do Ceará, FACED/UFC, onde ele atua.

Segundo Borges Neto, a Sequencia Fedathi propõe que ao deparar um problema novo, o aluno deve reproduzir os passas que um matemática realiza quando se debruça sobre seus ensaios, aborda os dados da questão, experimenta vários caminhos que possam levar a solução, analisa possíveis erros, busca conhecimentos para construir a solução, testa os resultados para saber se errou e onde errou, corrige-se e monta um modelo.

Para BORGES NETO & DIAS (1995):

> O aluno reproduz ativamente os estágios que a humanidade percorreu para compreender os ensinamentos matemáticos, sem que, para isso, necessite dos mesmos milênios que a histária consumiu para chegar ao momento atual.

A fim de mediar a reprodução desse ambiente, o professor deve estar atento à elaboração dos problemas, em que o processo para se determinar a solução tone possível a abstração de conceitos e generalização de propriedades sobre o conteúdo estudado. É impartante que conhecer os conhecimentos prévios do aluno referentes ao conteúdo estudo, pois isto auxiliará no definição do ponto de partida do novo conteúdo.

A figura 2.1, mostra uma sintese da relação professor-saber-aluno na formulação de um conhecimento utilizando a Sequência Fedathi.

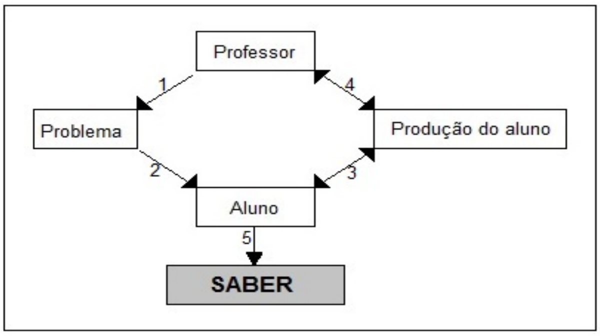


Figura 1.1: *Relação professor-aluno-saber na sequência Fedathi*
Fonte: Borges Neto (2001)

Observe que, pela figura, o processo de ensino é iniciado pelo professor que deverá selecionar um problema relacionado ao conhecimento que pretende ensinar (1); a seguir o professor deverá apresentar o problema aos alunos através de uma linguagem adequada (2); com o problema apresentado, os alunos irão explorá-lo na busca de uma solução (3); a solução encontrada deverá ser analisada pelo professor junto ao grupo (4). Os passos 3 e 4, correspondem ao debate acerca das soluções propostas, visando a formulação do saber (5), esse momento corresponde à mediação entre o professor-saber-aluno.

Baseando-se nas etapas do trabalho científico do matemático, a Sequência Fedathi transcorre por quatro etapas sequenciais e independentes assim denominadas: tomada de posição, maturação, solução e prova. Segue-se uma descrição detalhada de cada uma dessas etapas.

1. **Tomada de posição:** apresentação do Problema

Nessa etapa o professor apresenta o problema para o aluno. O problema deve ter relação com o conhecimento a ser ensinado (o qual deverá ser apreendido pelo aluno ao final do processo); é importante que o problema tenha como um dos meios de sua resolução a aplicação do conhecimento a ser ensinado. A abordagem do problema poderá ser feita de variadas formas, seja através de uma situação-problema escrita ou verbal, de um jogo, de uma pergunta, da manipulação de material concreto; de experimentações em algum software; podendo os alunos trabalharem sobre o problema de maneira individual e/ou em grupo.

Para apresentar o problema, o professor já deve ter realizado antes, um diagnóstico inicial a fim de identificar o nível de conhecimento do grupo, principalmente no que diz respeito aos pré-requisitos necessários para o conhecimento que pretende ensinar. Ele será um investigador de sua própria sala de aula. Deverá levantar questionamentos a fim de apreender as possíveis deficiências dos alunos em relação aos conhecimentos anteriores que deveriam possuir.

Na tomada de posição, o professor deverá estabelecer algumas regras que deverão nortear o trabalho dos alunos. Essas regras devem ir desde as realizações desejadas frente ao problema proposto, como também, em relação ao tipo de relações permitidas entre os alunos. O professor deverá esclarecer as dúvidas que venham surgir e observar o trabalho individual, ao passo que deverá estimular os alunos ao trabalho interativo, de formas colaborativas e cooperativas entre os membros de um grupo e entre os grupos como um todo.

Nesse momento é importante que o professor, como agente mediador entre o conhecimento e o aluno, adote uma linguagem acessível, para poder atingir os seus objetivos de ensino e se fazer entendido pelos alunos, pois, vejamos o exemplo: digamos que o professor pergunte ao aluno: Qual a sua graça? Se ele nunca tiver ouvido esse tipo de pergunta ele provavelmente não saberá responder, mas se perguntar: Qual o seu nome? Ele com certeza saberá responder. Para alcançar seus propósitos de ensino, é tarefa do professor preparar o ambiente, conquistar, orientar e preparar os seus alunos. Assim, o seu planejamento diário será de grande importância para conduzir suas aulas, que necessitarão ter flexibilidade para possíveis adaptações, a fim de garantir a participação da classe como um todo, de vez, que deve buscar ascender os alunos para o mesmo nível de aprendizagem.

2. **Maturação:** compreensão e identificação das variáveis envolvidas no problema.

Essa etapa é destinada a discussão entre o professor e os alunos à respeito do problema em questão; os alunos devem buscar compreender o problema e tentarem identificar os possíveis caminhos que possam levar a uma solução do mesmo. Feitas suas interpretações, os alunos deverão identificar quais são os dados contidos no problema, qual a relação entre eles e o que está sendo solicitado pela atividade.

Nesse estágio, os alunos devem levantar hipóteses a respeito de suas análises. Quando não houver a iniciativa por parte dos mesmos, o professor deverá incitá-los a estabelecerem relações do problema estudado com outros já conhecidos por eles, a fim de que possam utilizar os conhecimentos aprendidos anteriormente, como ferramentas auxiliares na busca de elaboração da solução.

Durante a maturação do problema, o professor deverá estar atento aos alunos, observando o seu comportamento, interesses, medos, atitudes, raciocínios, opiniões e as estratégias aplicadas na análise e busca da solução da atividade, bem como, suas interpretações e modos de pensar, a fim de perceber quando e como mediar e apontar informações necessárias frente as realizações dos alunos.

Durante a maturação ocorrem os questionamentos, momento de bastante relevância, uma vez que promovem o desenvolvimento intelectual do aluno, proporciona ao professor o *feedback* necessário para certificar se estes estão acompanhando o desenvolvimento dos conteúdos ensinados (Sousa 2013).

Os questionamentos podem partir dos alunos através de perguntas, classificadas como duvidas, reflexões ou hipóteses, o professor deve responder através de outras preguntas classificadas como perguntas esclarecedoras no casa da duvida do aluno, perguntas estimuladoras no caso de reflexões e perguntas orientadoras no caso de hipóteses dos alunos.

Solução: representação e organização de esquemas/modelos que visem a solução do problema.

Nessa etapa, os alunos deverão organizar e apresentar modelos que possam conduzí-los a encontrar o que está sendo solicitado pelo problema; esses modelos podem ser escritos em linguagem matemática, ou simplesmente através de desenhos, esquemas ou mesmo através de verbalizações.

É importante que durante a realização dessa etapa, aconteçam as trocas de ideias, opiniões e discussões dos pontos de vista dos alunos de um grupo e dos grupos entre si; o professor deverá estimular e solicitar que os alunos expliquem seus modelos, e justifiquem a escolha de determinados caminhos, indagando-os sobre a completude dos modelos criados: se abrangem todas as variáveis do problema e se são suficientes para levá-los a resposta procurada. Nesse momento, faz-se necessário dar tempo aos alunos para pensarem e refletirem sobre suas realizações, avaliarem suas respostas através de ensaios e erros e de tentativas para validarem os modelos criados. Esse é um importante momento para os alunos exercitarem sua autonomia e perceberem a importância da participação de cada um no processo de ensino-aprendizagem.

No processo de busca da solução por parte dos alunos, o professor tem um papel fundamental como mediador, pois, deverá discutir junto com o grupo as resoluções encontradas, a fim de juntos, concluírem qual delas é mais adequada para representar e responder o problema proposto. É essencial que nessas discussões fique claro para o grupo quais são as lacunas e falhas dos modelos que não foram adequados para satisfazer o problema, pois, identificando e reconhecendo os erros, os alunos se tornarão capazes de evitá-los em situações posteriores.

É importante que o professor motive os alunos a buscarem formas de verificação dos resultados encontrados. A refutação dos modelos inadequados poderá ser realizada através de contra-exemplos. O professor deverá mostrar para os alunos que a solução ideal deve satisfazer não só o problema em questão ou somente determinadas situações, mas sim, o número maior possível de situações que necessitem desse conhecimento para serem resolvidas. Assim, é interessante que apresente situações problemas diferentes da inicial para mostrar a limitação dos modelos que se mostraram inadequados ou insuficientes.

É normal que nesse estágio, apenas alguns alunos, os mais adeptos a matemática, cheguem a respostas corretas, através de soluções variadas, utilizando modelos matemáticos desconectados do que se pretende ensinar, até porque, se o objetivo da sequência é construir um conhecimento novo para o aluno, dificilmente o aluno já estará fazendo uso do mesmo, pois na maioria das situações, esse conhecimento ainda é desconhecido para o grupo, é será nesse momento que o professor começará a delinear o conhecimento científico que será apresentado no estágio da prova.

4. Prova: apresentação e formalização do modelo matemático a ser ensinado.

Após as discussões realizadas a respeito das produções dos alunos, o professor deverá apresentar o novo conhecimento como meio prático e otimizado para conduzir a resposta do problema. Nessa fase, a didática do professor será determinante para aquisição do conhecimento por parte dos alunos, pois, além de ter que manter a atenção e motivação do grupo, o professor precisará fazer uma conexão entre os modelos apresentados pelos alunos e o modelo científico já existente; deverá introduzir o novo saber através de sua notação simbólica em linguagem matemática, juntamente com as novas regras inerentes a esse conhecimento.

É nesta etapa final,referente a prova que o novo conhecimento, deverá ser compreendido e assimilado pelo aluno, levando-o a perceber que à partir deste, será possível deduzir outros modelos simples e específicos, para serem aplicados a situações também específicas.

É importante que nessa fase, o aluno perceba a importância de se trabalhar com modelos gerais, pois estes irão instrumentar-lhe para a resolução de outros problemas e situações, contribuindo também para o desenvolvimento de seu raciocínio lógicodedutivo, tipo de pensamento desejado e necessário para resolvermos, de maneira eficiente e lógica, problemas de nosso dia-a-dia, além de ser um tipo de pensamento importante para o desenvolvimento das ciências.

2 Trigonometria: Das Origens ao Atual Processo de Ensino

2.1 Um pouco de História da Trigonometria

A palavra trigonometria tem origem grega: tri (três) + gonía (ângulo) + métron (medida). Do latim trigonometria, refere-se às medidas feitas no triângulo (trígonon). Esse termo é devido a Bartolomeu Pitiscus, que publicou em 1595 o livro Trigonometriae Sive de Solutione Triangulorum Tractaus Brevis et Perspicuus. como relação ao surgimento da medição de ângulo, existem duas vertentes, não se sabe se surgiu na Grécia ou se os gregos adotaram o conceito dos babilônios, é certo que os gregos estudaram sistematicamente as relações entre ângulos e comprimento de cordas numa circunferência.

Não se sabe ao certo onde teria originado a trigonometria, pode se afirmar com certeza que o ponto de partida está nos problemas gerados pela Astronomia, pela navegação e Agrimensura por volta dos séculos IV ou V a.C., com os egípcios e babilônios. No Papiro Rhind, encontram-se registros de problemas envolvendo a cotangente e há também uma tábua de secantes na tábula cuneiforme babilônica Plimpton 322.

Figura 2.1: *Papiro Rhind*

Figura 2.2: *Plimpton 322*

O estudo da trigonometria era até então baseado na relação entre uma arco qualquer e o comprimento de sua corda. Hiparco escreve sobre o comprimento de cordas. Embora a corda de um arco não seja o seno do angulo central, conhecendo-se o seu valor, é possível calcular o seno do arco metade, pois a metade do comprimento da corda dividido pelo comprimento do raio do círculo é justamente igual ao seno do arco metade, ou seja, para um círculo de raio unitário, o comprimento da corda subtendida por um ângulo α é $2\,\mathrm{sen}\left(\dfrac{\alpha}{2}\right)$, conforme figura:

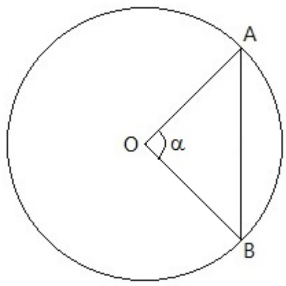


Figura 2.3: *Comprimento de uma Corda*

Hiparco era astrônomo e ganhou o título de "pai da trigonometria"por sua obra, um tratado de 12 livros por volta da segunda metade do século II a.C., que trazem a construção do que pode ser considerada a primeira tabela trigonométrica, inclusive contém uma tábua de cordas, Hiparco de Nicéia, aproximadamente 180 a 125 a.C., fez seus cálculos, obviamente, para usá-los em estudos de Astronomia, as suas contribuições se constituem na organização de dados empíricos derivados dos babilônios, bem como na elaboração de um catálogo estrelar, melhoramentos em constantes astronômicas importantes como a duração do mês e do ano, o tamanho da Lua, o ângulo de inclinação da elíptica e, finalmente, a descoberta da precessão dos equinócios que explicam a origem da contagem das estações do ano.

O movimento de translação da Terra em torno do sol obedece uma orbita elíptica de excentricidade $e = 0,00167$, ou seja, muito próxima de uma circunferência. O plano que contém esse movimento recebe o nome de Plano da Elíptica. Pelo movimento de rotação, que a terra realiza em torno de um eixo imaginário, tem torno do qual nosso planeta completa uma volta a cada dia, o ângulo entre esse eixo e o plano de eclíptica é de $66^o33'$, isso explica porque, em um mesmo ponto, os raios solares atingem a terra com inclinações diferente observadas em diferentes épocas do ano.

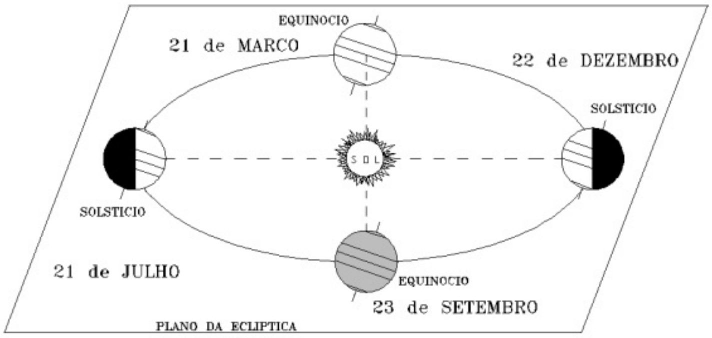


Figura 2.4: *As estações do Ano*

Ao meio dia do dia 21 de junho, a luz solar incide perpendicularmente sobre o tropico de Câncer, e sob um ângulo de aproximadamente 43 graus com a horizontal, no trópico de capricórnio, assim, o Hemisfério Norte fica mais aquecido que o Hemisfério Sul, isto significa inverno no sul.

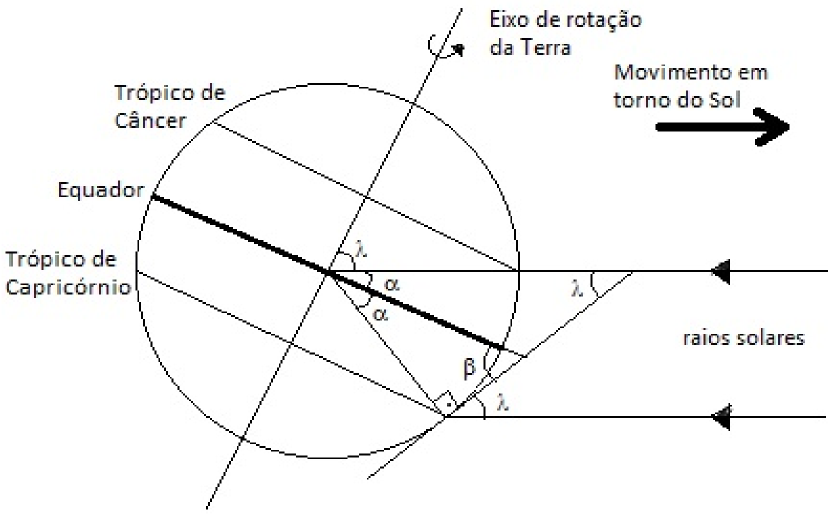


Figura 2.5: *O Inverno no Hemisfério Sul (21 de junho)*

$\lambda =$ Ângulo de inclinação do eixo de rotação da terra

$\lambda = 66,5^0$

$\alpha = 90^o - \lambda = 90^o - 66.5^o = 23,5^o$

$\alpha + \beta + 90^o = 180^o$

Donde:

$\beta = 90^o - \alpha = 90^o - 23,5^o = 66,5^o$

Como $\beta = \alpha + \gamma$, resta que, $\gamma = \beta - \alpha$

E portanto

$\gamma = 66,5^o - 23,5^o = 43^o$

Em dezembro, mais precisamente no dia 22, a situação é inversa, a luz solar incide perpendicularmente sobre o trópico de Capricórnio e forma uma ângulo de 43^o, com a superfície, no trópico de Câncer, assim, é verão no Hemisfério Sul e inverno no Hemisfério Norte.

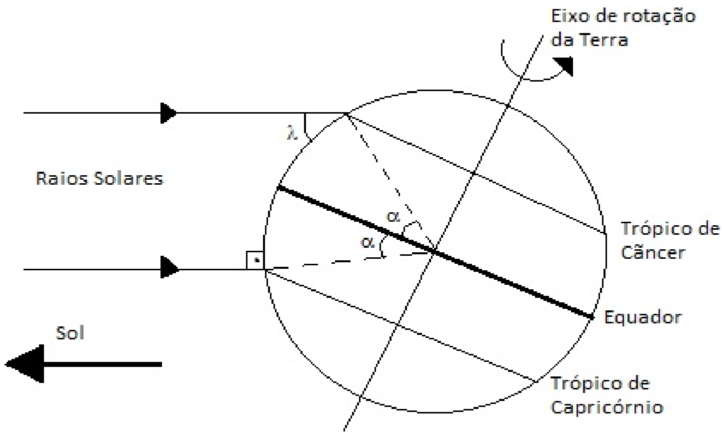


Figura 2.6: *O Verão no Hemisfério Sul (22 de dezembro)*

Nos dias 22 de dezembro e 21 de junho a luz solar incide perpendicularmente sobre os trópicos, esse fenômeno é chamado de Solstício, no caso do Hemisfério Sul, Solstício de Verão no dia 22 de dezembro, dia mais longo no Brasil, e Solstício de Inverno no dia 21 de junho, noite mais longa no Brasil. A luz solar incide perpendicularmente sobre a linha do equador nos dias 21 de março e 23 de setembro, iluminando, igualmente, Hemisfério Norte e Hemisfério Sul durante dois dias, essa situação chama-se Equinócio, no Hemisfério Sul, Equinócio de Outono em 21 de março, e Equinócio de Primavera em 23 de setembro.

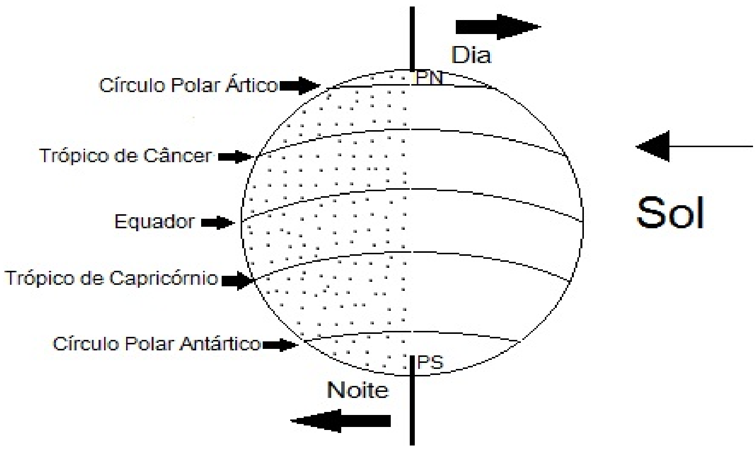


Figura 2.7: *O Outono (21 de março) e a Primavera (23 de setembro) no Hemisfério Sul*

Pela figura 3.7, fica óbvio que a luz do sol incide sob uma ângulo rasante nos polos, sendo assim independente das estações climáticas que o planeta passa durante seu movimento de translação em torno do sol, essa região sofre pouco aquecimento e, portanto, apresenta clima semelhante em todo ano. Em 21 de Junho, inverno no Hemisfério Sul, a região no Círculo Polar Antártico não tem iluminação, enquanto que a região do Círculo Polar Ártico está totalmente iluminada. Em 23 de Dezembro, verão no Hemisfério Sul, está situação inverte, é quando se inicia a "noite eterna"(24 horas sem dia) no região do Círculo Polar Ártico.

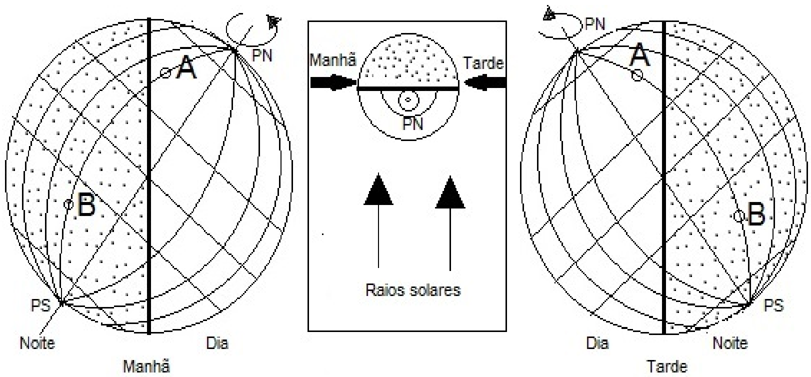


Figura 2.8: *A iluminação da Terra em 21 de junho*

As mudanças climáticas que ocorrem na terra ao longo do ano, foram relacionadas, como vimos há muito tempo, com o movimento que a terra realiza em torno do sol, é possível perceber, em menor espaço de tempo, alternância entre claridade e escuridão num mesmo ponto da terra ao longo das estações do ano. As linhas imaginárias que ligam o polo norte ao polo sul, são chamadas de meridianos. Observe os pontos A e B na figura 3.8, como estão no mesmo meridiano estão num mesmo fuso horário, ou seja seus relógios marcam a mesma hora, no entanto, quando para um já é dia, para o outro ainda é noite, e quando para um anoiteceu, o outro ainda está sendo iluminado pelo Sol. No hemisfério sul, durante o verão, o dia começa bem mais cedo e termina mais cedo também, em razão disso, no século XVIII, Benjamim Franklin, político e cientista bastante influente dos Estados Unidos, sugeriu alterações no horário pra evitar o que ele chamou de "desperdício de luz diurna", o chamado "Horário de verão"foi implementado no Brasil na Década de 30 pelo então presidente Getúlio Vargas, atrasando em 1 hora o horário de Brasília, a mudança não surtiu tanto efeito para regiões próximas da Equador, portanto as regiões norte e nordeste do Brasil não adotam a mudança de horário.

2.2 Topografia: Instrumentos de Medida

No processo de medição existem três elementos básicos, primeiro: o que será medido, segundo: o instrumento de medição que será utilizado e por último é a unidade de medida adotada. Por exemplo, podemos utilizar o "palmo"[1] para medir o comprimento de uma mesa. Durante a história surgiram, em diversas região do mundo, diversas unidades de medida, bem como diversos instrumento de medição, como medida de comprimento, foram utilizados como exemplo o palmo, o braço, o pé, a polegada, entre outros, a grande maioria era baseada em partes do corpo de um Rei, como as pessoas tem tamanhos diferentes, estas medidas mudavam de um país para outro ou quando havia sucessão de trono. A expansão do mercado entre nações diferentes exigiu uma unidade única de medida.

A base do que hoje chamamos Topografia surgiu a partir do momento em que o homem criou os primeiros instrumento para medir ângulos. a palavra topografia vem do grego $\tau \acute{o} \pi$os que significa "lugar", e $\gamma\rho\alpha\varphi\omega$, grapho, que significa "descrever", portanto o significado de topografia é "descrição de um lugar". Sendo assim, a base da Topografia é a trigonometria. Aqui mais uma prova de que a trigonometria teve papel fundamental, na antiguidade, para o nível de organização que atingimos hoje.

Figura 2.9: *Fio de prumo rudimentar*

Figura 2.10: *Prumo usado hoje*

Não se tem certeza, mas tudo indica que o prumo seja o instrumento topográfico mais antigo, a figura 3.9[2] é um instrumento similar a um prumo rudimentar, e na figura 3.10 o prumo utilizado nas construções atualmente, utilizado para traçar linhas verticais e identificar inclinações. Os primeiros prumos eram de pedra em forma oval, sabe-se que as construções egípcias, por volta de 2600 anos a.C, utilizavam este principio, aprimoramentos nas técnicas de nivelamento e posicionamento de estruturas, no Egito, originaram instrumento como esquadro e cruzetas.

Estes instrumentos, simplificados, continuaram praticamente inalterados durante os 4400 anos que se seguiram. Com a invenção do nível de bolha, e dados os primeiros passos no sentido da revolução industrial que permitiu o fabrico destes níveis caracterizados pela precisão e pelo seu baixo custo, iniciou-se a retirada dos instrumentos de chumbo antigos.

Os eclímetros são instrumentos topográficos que são utilizados para medida de ângulos descritos num plano vertical, sejam ângulos de inclinação da linha de visada[3] através de

[1]Distância entre a ponta do dedo polegar e a ponta do dedo mindinho, com a mão aberta
[2]Imagem obtida em http://geoeasy.com.br/blog/?p=1202 acesso em 10/01/2015
[3]Linha imaginária que liga o ponto de mira(teodolito) e o ponto observado

uma luneta ou pínulas, sejam declividades. Os eclímetros que registram ângulos verticais em graus recebem a nomenclatura de clinômetros, enquanto que os eclímetros que medem diretamente as tangentes dos ângulo verticais são chamados de clisímetros. os eclímetros são empregados nas operações topográficas de nivelamentos trigonométricos num tipo de nivelamento conhecido por expedito, por terem baixa precisão.

Vários agrimensores desenvolvem tipos de Clinômetros como, O Clinômetro de Gurlay e Clinômetro de Abney. O Clinômetro de Gurlay consta de uma régua que pode ser fixada por parafusos em uma posição horizontal e de uma segunda régua, com nível de bolha e móvel em relação à régua horizontalizada, que gira no plano vertical.

O Clinômetro de Abney é apoiado sobre uma estrutura de madeira que permita ao topógrafo posição confortável para realizar as visadas. A figura 3.11 mostra o Clinômetro de Abney, consta de um tubo de seção transversal quadrada e oca, tendo numa extremidade um visor com orifício central e na outra uma pínula horizontal disposta de tal maneira que o orifício e a pínula constituem a linha de visada, semicírculo graduado, nível de bolha e parafuso de chamada.

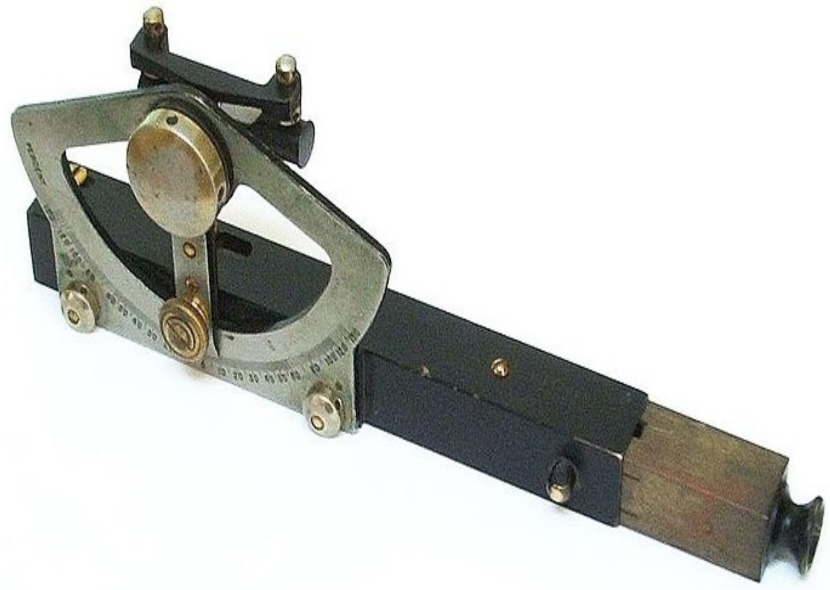


Figura 2.11: *Clinõmetro de Abney*

A figura 3.12 ilustra como funciona o nivelamento trigonometrico, que é um tipo de medição indireta, onde o desnível é determinado à custa da observação de um ângulo vertical (altura ou distância zenital) e da distância linear que une os pontos, medidos sobre o plano vertical da estação e que contém o ponto visado.

O desnível correspondente à diferença de altitudes dos dois pontos $\Delta_h = h_{B'} - h_A$

Pela figura temos que:

$$h_{B'} = h + h_A \text{ e } h = \frac{b}{tg\alpha}$$

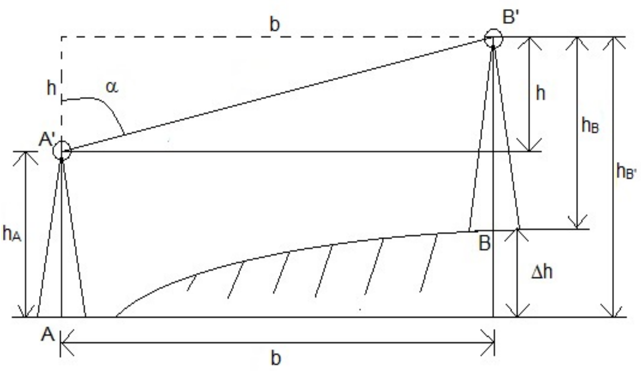


Figura 2.12: *Nivelamento Trigonométrico*

donde resulta que:

$$h = bcotg\alpha$$

E portanto,

$$\Delta_h = bcotg\alpha + h_A - h_B$$

A Bússola é o instrumento de navegação mais importante que surgiu na história, a existência de pedras com capacidade de atrair metais foi descoberta por Tales de Mileto, no século VII a.C., segundo o filósofo grego Aristóteles. Os chineses, provavelmente durante a dinastia Qin (221-206 A.C.), inventaram a bússola, que consistia numa colher que apontava para o Sul. Novecentos anos mais tarde essa colher foi substituída por uma folha de ferro e foi chamada de peixe-que-aponta-o-sul, antes da bússola magnética de Alexander Neckman, Leonardo Da Vinci e Schmalcalder fizeram melhorias na bússola que serviu de base para o teodolito.

Figura 2.13: *Bússola Magnética*

Durante os períodos coloniais a topografia utilizava a conhecida "corrente de agrimensor"que consiste de um conjunto de elos denominados fuzis, cada fuzil com 20 cm de comprimento, o corrente era composta com 20 fuzis, totalizando 200 metros, a cada 2 metros há uma placa numerada ou um pendente metálico para facilitar a leitura da distância. Figura 3.13 mostra esse tipo de equipamento.

Figura 2.14: *Corrente do Agrimensor*

A figura 3.14 mostra a Trena, na versão muito utilizada na construção civil até a década de 90, em madeira que utiliza o mesmo principio da "Corrente do Agrimensor"e também sua forma como é encontrada atualmente, feita em liga metálica.

Figura 2.15: *Trena*

O transferidor graduado e a fita métrica permitiram execução de medições mais precisas na era colonial, a fita ainda é muito utlizado.

Figura 2.16: *Fita e transferidor da era colonial*

Durante este período a bússola foi montada sobre um tripé ou associada a um bastão simples, tendo sido denominada de "consola de Jacob".

Figura 2.17: *Consola de Jacob*

Estes instrumentos de topografia desta época não eram muito precisos, mas eram suficientemente válidos para aplicação num contexto em que os valores de terra eram irrisórios.

A dioptra, ou plano horizontal, servia para a medida de ângulos, (figura 3.18), tinha seu principio baseado em um tubo em forma de "U"com água, e que servia para nivelar uma plataforma, podendo ainda medir os ângulos horizontais e verticais. Sua origem remonta dos astrânomos gregos que a utilizavam para medir a posição das estrelas e foi posteriormente substituída pela esfera armilar. Adaptado para o levantamento, a dioptra reaparece na obra de Heron de Alexandria em uma obra do mesmo nome, O Dioptra, que o descreve como instrumento sofisticado, semelhante ao teodolito moderno.

Figura 2.18: *Dioptra*

Com o passar do tempo e as melhorias nas técnicas de medir ângulos, surgiram equipamentos que mediam ângulos utilizando um transferidor graduado associado a uma ocular, sendo que as distâncias eram medidas através de métodos ópticos sobre uma régua padrão colocada na horizontal. Está régua ou estadia, graduada em centésimos de um pé, um conjunto de fios transversalmente horizontais aplicados ao telescópio do transferidor, conhecidos com fios de estadia, a posição dos fios colocados de forma que a leitura de 100 pés correspondesse exatamente a um pé sobre a estadia, para relacionar o medição com marcação na estadia foram utilizados vários elementos da trigonometria a fim, de ser ter uma medição mais precisa. estava inventado a primeira versão do Teodolito. Embora, hoje, não haja nenhuma norma exata que diferencia a concepção básica de um instrumento combinado de uma ocular + alidade.

Geralmente, o teodolito é um instrumento muito mais preciso. Alguns podem medir um ângulo com menos $\frac{1}{10}$ de um arco de segundo (um milésimo de um pé numa milha), sendo precisões da ordem de 1 a 3 segundos, típicas em teodolitos modernos.

Além disso, os ângulos medidos num transferidor eram lidos sobre um disco circular metálico, graduado em graus e minutos, enquanto que no teodolito este disco metálico foi substituído por limbo de vidro gravado, permitindo a leitura interna de ângulos com uma ocular através de uma série de espelhos e objetivos.

Em alguns modelos mais precisos onde se pretendeu apurar intervalos angulares de ordem decimal, surgiram os micrómetros (nónios) associados aos limbos verticais e horizontais. Nesta era de considerável desenvolvimento tecnológico surgiram nos anos 70 os primeiros aparelhos de medição electrónica de distâncias.

Estes instrumentos denominados de EDM´s (Electronic distance measurement) eram relativamente pequenos, ligeiros e fáceis a utilizar, sendo o conceito do seu funcionamento

Figura 2.19: *Teoldolito Moderno*

baseado na emissão de um feixe estreito de luz infravermelha que refletido num prisma retorna ao instrumento permitindo a leitura de uma distância em curto espaço de tempo.

Figura 2.20: *Aparelhos de Medição Electrónica de Distâncias*

Os da primeira geração foram montados sobre teodolitos, tendo evoluído para os modelos associados aos telescópios. A rápida evolução da tecnologia e da miniaturização dos componentes electrónicos sentida nos anos 80, permitiram a construção de novas gerações de teodolitos munidos de novas funções electrónicas, na medição de distâncias com EDM interno, e no manuseamento de uma variedade de dados afixados em ecrã de cristais líquidos.

Estes super-teodolitos designados de "estações totais electrónicas", proporcionaram aos técnicos, além da velocidade e exactidão consideravelmente potenciados, o manuseamento de dados numéricos que podem ser automaticamente transmitidos para uma unidade de recolha de dados electrónicos, ou por transferência directa para computadores.

Figura 2.21: *Estação Total Eletrônica*

Além da velocidade e a exactidão fornecidos, o custo decrescente destas estações electrónicas permitiu a substituição gradual de todos os métodos e instrumentos precedentes utilizados até à data.

2.3 Ensino de trigonometria

O conteúdo de trigonometria começa a ser abordado no final do Ensino fundamental II, com as razões trigonométricas, seno, cosseno e tangente no triangulo retângulo, e no segundo ano do ensino médio, quando são abordados os conceito de arcos, definições e elementos de ângulos, medidas de ângulos, caracterização do circulo trigonométrico, relações trigonométricas, equações que envolvam expressões trigonométricas, as funções circulares e sua representação gráfica, resolução de problemas que envolvam a trigonometria, entre outras. Na abordagem de outros conteúdos da própria Matemática como estudo da reta, em geometria analítica se faz necessário nova abordagem de conceitos trigonométricos, isso se repete ao abordar tópicos como a forma trigonométrica de um número complexo, comprimento de arco, e na Física, por exemplo, para determinar a velocidade angular de uma partícula, cálculo do módulo da força resultante que age sobre um corpo e estudo da onda.

Mesmo que o professor tenha bastante conhecimento do conteúdo a ser ensinado, é recomendável o uso do livro didático, como elemento de referência, para evitar possíveis erros na sequência dos conteúdos e para servir de base para o aluno planejar seus estudos em casa, e que a escolha deste recurso didático seja feita com base nos seu conteúdos e grau de complexidade dos exercícios propostos.

Podemos considerar como breve diagnóstico da turma de primeiro ano do ensino médio a identificação do livro didático que foi utilizado por cada aluno nas séries do ensino fundamental, sendo assim, se segue uma breve análise de três títulos, adotados com maior frequência pela rede pública de educação. A avaliação foi freita com base no Plano Nacional do Livro Didático (PNLD) 2011, que foi voltado para as séries finais do ensino fundamental.

1. **Matemática,** Edwaldo Bianchini
2. **Conquista da Matemática,** José Rui Giovanni e Benedito Castrucci;
3. **Tudo é Matemática,** Luiz Roberto Dante

E do ensino médio, faremos uma breve análise dos títulos abaixo, dando ênfase ao volume 2 de cada coleção, a avaliação foi feita com base no PNLD 2015, que em matemática foi voltado para o ensino médio, estes livros são também apontados como os mais utilizados pela rede pública de ensino, inclusie consta o livro adotado pelo autor deste trabalho,

1. **Conexões com a Matemática,** Fábio Martins de Leonardo
2. **Matemática: Contexto & Aplicações,** Luiz Roberto Dante
3. **Matemática,** Manoel Rodrigues Paiva
4. **Matemática - Ciências e Aplicações,** Gelson Iezzi

2.3.1 Matemática, Edwaldo Bianchini

Para o PNLD 2011, de uma forma geral, a avalição é a seguinte: "A apresentação dos conteúdos inicia-se com a leitura de textos contextualizados na Matemática, na história da Matemática e nas práticas cotidianas. Seguem-se a formalização de tópicos e a proposta de exercícios de aplicação e de aprofundamento. Há muitos exercícios propostos, a maioria de fixação de regras e de procedimentos", página 35.

Figura 2.22: *Edwaldo Bianchini - Matemática*

No livro, produzido pela Editora Moderna, a noção de ângulo é explorada desde o volume II, 6^a série, onde são trabalhados a definição de ângulo, classificação em ângulos complementares, suplementares e opostos pelo vértice, no volume IV o conteúdo é discutido com maior complexidade, tem seus 9 capítulos distribuídos em 248 páginas, conforme índice do livro abaixo:

1 Potências: notação científica, expoentes fracionários; operações com radicais

2 Proporcionalidade: razão entre segmentos; teorema de Tales; semelhança

3 Tratamento de dados; frequência relativa; medidas de tendência central; noções de probabilidade

4 Equações do 2º grau: raízes; biquadradas, irracionais

5 Triângulos retângulos: teorema de Pitágoras, aplicações; relações métricas

6 Razões trigonométricas nos triângulos retângulos

7 Funções: gráficos; polinomiais do 1^o e 2^o graus

8 Circunferência e arcos: comprimento, propriedades entre arcos e cordas, relações métricas

9 Polígonos regulares: relações métricas e áreas; área do círculo; volumes de poliedros

Note que os capítulos 6 e 8 são totalmente destinados ao estudo da trigonometria, iniciando pelas razoes trigonométricas no triângulo retângulo, porém há excessos na apresentação de nomenclaturas e propriedades, como no estudo da circunferência, das relações entre arcos e cordas que recebe uma abordagem idêntica á do ensino médio.

O capítulo 6 subdivide em

O capítulo 8 subdivide em

Figura 2.23: *José Rui Giovanni - Conquista da Matemática*

2.3.2 Conquista da Matemática, José Rui Giovanni e Benedito Castrucci

Os tópicos referentes à trigonometria são bem sucintos até o volume IV da obra, restringindo-se à noção de ângulo, o livro do 9^o ano trabalha, no capítulo 10, a trigonometria no triângulo retângulo e triângulos quaisquer através das leis dos senos e cossenos, conforme se vê no índice abaixo.

1 Estatística: tabelas, gráficos de linha, barras e setores, médias

2 Potência de um número real com expoente inteiro - gráficos de linha

3 Radicais: operações; equações irracionais; potências com expoente racional - desvio padrão

4 Equações e sistemas do 2^o grau, equações biquadradas e irracionais - gráficos e tabelas

5 Coordenadas cartesianas - função; função polinomial do 1^o grau: conceitos e gráficos

6 Função quadrática: conceitos e gráficos

7 Segmentos proporcionais, teorema de Tales, teorema da bissetriz interna

8 Semelhança: razão de semelhança, perímetros de polígonos e de triângulos - mediana

9 Relações métricas no triângulo retângulo

10 Relações trigonométricas no triângulo retângulo; leis dos senos e dos cossenos

11 Áreas: retângulo, quadrado, triângulo, paralelogramo, trapézio, figura plana qualquer - moda

12 Circunferência e círculo: comprimento, relações métricas, polígonos regulares; área de regiões circulares - gráfico de setores

Para os PNLD 2011, a linguagem algébrica é introduzida na generalização de propriedades numéricas e, em geometria, para estabelecer fórmulas e demonstrar relações. No entanto, a transição do raciocínio aritmético para o algébrico é feita de maneira mais rápida que o desejável e o cálculo com expressões algébricas é extenso demais.

2.3.3 Matemática, Luiz Roberto Dante

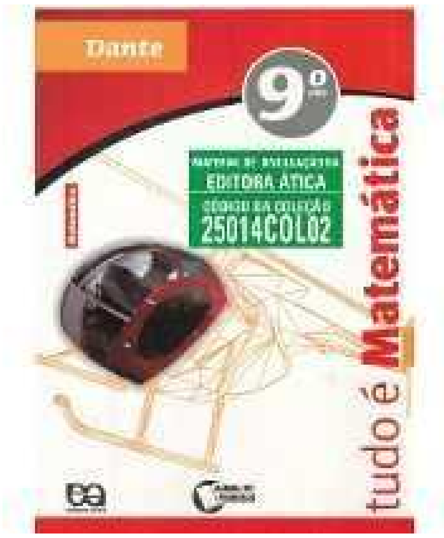


Figura 2.24: *Luiz Roberto Dante - Tudo é Matemática*

A Abordagem da coleção sobre trigonometria é muito semelhante ao livro Conquista da Matemática, de José Rui Giovanni, nos volumes II e III aparecem definições de ângulos nos estudo dos polígonos e semelhança de triângulos, o volume IV, livro do 9^o ano, está dividido em 10 capítulos totalizando 320 páginas , o capitulo 8 trata das relações trigonométricas no triângulo retângulo e em triângulos quaisquer utilizando as leis dos senos e dos cossenos, conforme índice abaixo.

1 Revisão
2 Potenciação; Radiciação; radicais: comparação, operações, racionalização
3 Equações do 2^o grau: incompletas e completas, sistemas
4 Função: noção, gráficos, afim, quadrática
5 Proporcionalidade em geometria; teorema de Tales
6 Semelhança: ampliação e redução, de polígonos; transformações geométricas
7 Relações métricas no triângulo retângulo e na circunferência
8 Seno, cosseno e tangente em triângulos retângulos; leis dos senos e dos cossenos e aplicações
9 Perímetro de: polígono, circunferência; áreas de: polígonos, círculo; volume de sólidos
10 Estatística: frequências absoluta e relativa, gráficos, média, moda, mediana; probabilidade

Aqui mais uma vez o emaranhado de fórmulas trigonométricas não se mostra atraente ao olhar do discente, a avaliação dos PNLD 2011 sobre o tópico é a seguinte: "... se observa que a abordagem da trigonometria é feita de forma exaustiva. É o que ocorre ao se contemplarem as relações trigonométricas num triângulo qualquer", página 86. os problemas, embora sejam baseados em situações reais, não passam de um problema no livro.

2.3.4 Conexões com a Matemática, Fábio Martins de Leonardo

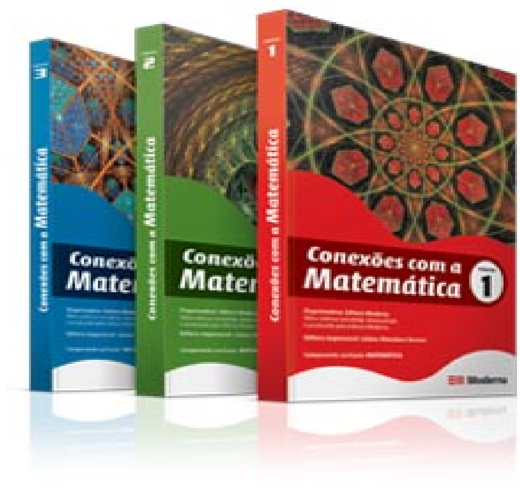


Figura 2.25: *Fábio Martins de Leonardo - Conexões com a Matemática*

É uma obra em 319 paginas, a imagem 3.25 traz a 2^a edição do livro produzido pela Editora Moderna em 2013, O volume 2 traz em anexo o manual do professor, com destaque para orientações de avaliação e sugestões de atividades complementares, entre outras. O livro está divido em 11 capítulos, que são:

1 Ciclo trigonométrico: arcos e ângulos, seno, cosseno, tangente; equações e inequações trigonométricas; lei dos senos e lei dos cossenos

2 Funções periódicas; ciclo trigonométrico; funções trigonométricas: seno, cosseno, tangente; funções trigonométricas inversas

3 Secante, cossecante, cotangente; equações e inequações trigonométricas; adição de arcos

4 Polígonos regulares; área de superfícies poligonais; círculo e circunferência

5 Geometria espacial: postulados, posições relativas, projeção ortogonal, distância, ângulos e diedros

6 Poliedros: classificação; prismas, pirâmides, tronco de pirâmide; área e volume

7 Corpos redondos: cilindro, cone, tronco de cone, esfera; área e volume

8 Matrizes: classificação, operações, inversas; determinantes;

9 Equações lineares; sistema de equações lineares: regra de Cramer, escalonamento, discussão

10 Análise combinatória: contagem, fatorial, permutações, arranjo, combinação; binômio de Newton

11 Probabilidade: introdução, probabilidade condicional, método binomial

Os capítulos 1, 2 e 3, que juntos somam 85 páginas, são destinado ao estudo da trigonometria, o autor faz uma revisão da trigonometria no triângulo retângulo e finaliza o assunto com o estudo das funções trigonométricas. os exercícios propostos e resolvidos são bastante contextualizados, o abra sugere várias pesquisas, mas em nenhum momento propõe que o docente realize aulas práticas que envolvam a trigonometria, o que de fato implicaria em um problema real.

Semelhante ao que ocorre no ensino fundamental, no ensino médio a trigonometria é mostrada com um conjunto de fórmulas a ser "decorado"pelo aluno, como afirma o PNLD 2015: o estudo das funções trigonométricas inclui boas escolhas conceituais, mas é muito extenso e detalhado, o que pode ser desestimulante para os alunos. Outra limitação é que não se esclarece que as funções trigonométricas são modelos abstratos que expressam as oscilações nos fenômenos reais apenas de modo aproximado.

O autor incentiva o uso de *softwares* matemáticos e de calculadoras científicas para substituir as cansativas tabelas trigonométricas.

2.3.5 Matemática: Contexto & Aplicações, Luiz Roberto Dante

A coleção produzida pela Editora Ática tem cada volume dividido em 4 unidades, e cada unidade está dividida em capítulos de acordo com a afinidade de conhecimentos. O

Figura 2.26: *Luiz Roberto Dante - Matemática: Contexto & Aplicações*

volume 1 traz em seu ultimo capítulo uma revisão do trigonometria no triângulo retângulo, enquanto que no volume 2, o primeira unidade consta de 4 capítulos, todos voltados a estudo de conhecimentos trigonométricos, a saber:

1 Trigonometria: seno, cosseno, lei dos senos, lei dos cossenos

2 Conceitos trigonométricos básicos: arcos e ângulos, circunferência trigonométrica, arcos côngruos

3 Funções trigonométricas: seno, cosseno, tangente, redução ao 1^o quadrante; ideia geométrica de tangente

4 Relações trigonométricas fundamentais; adição de arcos; equações trigonométricas

Com capítulos extensos e exaustivos pela quantidade de fórmulas, a unidade I soma 64 páginas, embora se iniciem por situações problemas contextualizadas, o "passo"entre a situação e formulação do conceito é muito rápido, e aquele situação é esquecida na introdução, isso caracteriza a necessidade de abstração precoce, o que pode prejudicar a obtenção do conhecimento pelo aluno.

A avaliação que o PNLD 2015 faz sobreo a unidade é: "Quanto às funções trigonométricas, destaca-se positivamente a atenção dedicada às funções obtidas por meio de mudanças de variável em que se toma como base as funções seno ou cosseno. Sabe-se que tais mudanças de variável fornecem famílias bem gerais de funções periódicas". ainda de acordo como PNLD, neste livro, se repete o que acontece no título anterior, o fato de que essas funções não são idênticas aos fenômenos naturais, deve-se enfatizar que é apenas o modelo mais aproximado que se tem.

Figura 2.27: *Manoel Rodrigues Paiva - Matemática*

2.3.6 Matemática, Manoel Rodrigues Paiva

A obra produzida pela editora moderna apresenta um Suplemento com Orientações para o Professor de excelente qualidade, traz que o primeiro objetivo da obra é "Estabelecer ligações entre o estágio de aprendizado do Ensino Médio e os conhecimentos adquiridos no Ensino Fundamental". O professor que venha a utilizar a proposta deste trabalho como modelo pode também usar como ficha de auto avaliação docente e discente as que estão propostas no livro em questão.

Como visão geral, O PNLD 2015 avalia a obra da seguinte maneira: "As explanações teóricas, acompanhadas de exemplos, problemas resolvidos e questões propostas são a opção metodológica que predomina na obra. Desse modo, a participação mais ativa do aluno no processo de sua aprendizagem fica limitada. Em contrapartida, há cuidado em relacionar os conteúdos com situações significativas e em propor atividades de aplicação da matemática escolar em contextos variados", página 39.

A Trigonometria é toda deixada para o volume 2, conforme se vê no índice abaixo:

1 Trigonometria no triângulo retângulo: distâncias, razões trigonométricas, seno, cosseno e tangente
2 Circunferência trigonométrica: ângulo, arco, radiano, simetrias, seno, cosseno; relação fundamental da trigonometria; equações e inequações trigonométricas
3 Tangente; equações e inequações trigonométricas; secante, cossecante e cotangente
4 Seno, cosseno e tangente da soma de arcos; seno, cosseno e tangente do arco duplo
5 Funções trigonométricas: seno, cosseno e tangente; cálculo da área de um triângulo
6 Matrizes: definição, tipos especiais, igualdade, adição, subtração, multiplicação 16
7 Equação linear; sistema de equações lineares: definição, solução, classificação, resolução
8 Determinantes; sistemas lineares e determinantes; sistema linear homogêneo
9 Análise combinatória: princípio fundamental da contagem, princípio aditivo da contagem, fatorial
10 Métodos de contagem: arranjos, permutações e combinação simples; binômio de Newton
11 Probabilidade: definição, propriedades; adição de probabilidades; probabilidade condicional; multiplicação de probabilidades
12 Geometria de posição: noções básicas, posições relativas entre elementos do espaço, perpendicularidade, projeção ortogonal, ângulos no espaço; poliedros
13 Prismas; paralelepípedo e cubo: área e volume; prismas e pirâmide: área e volume; tronco de pirâmide
14 Corpos redondos: introdução; cilindro, cone circular e esfera: elementos, área e volume

Note que há acúmulo de conteúdos trigonométricos, dos capítulos 1 ao 5 estuda-se somente trigonometria, totalizando 87 páginas, são necessários dois bimestres pra trabalhar todos esses tópicos, inicia-se com uma revisão das razões trigonométricas no triângulo retângulo e finaliza com as funções trigonométricas e cálculo da área de um triangulo usando seno do ângulo entre dois lados.

2.3.7 Matemática - Ciências e Aplicações, Gelson Iezzi

A coleção de Gelson Iezzi sempre se destacou em meio ao demais livros, primeiro pelo rigor matemático que apresenta e depois pelo alto nível dos exercícios propostos, para o PNLD 2015, "..Tal forma de apresentação dos conteúdos, no entanto, é atenuada pelas

Figura 2.28: *Gelson Iezzi - Matemática - Ciências e Aplicações*

boas contextualizações, que ora relacionadas à história da própria Matemática ou a outras áreas do conhecimento, ora a situações de práticas sociais".

O volume 1 traz em seu décimo segundo capitulo os seguintes conteúdos: Semelhança entre figuras; semelhança de triângulos; teorema de Pitágoras; aplicações. O restante da trigonometria é trabalhada nos primeiros 5 capítulos do volume 2, totalizando 70 paginas, conforme distribuição abaixo.

1 Circunferência trigonométrica: arcos, ângulos; aplicações.

2 Razões trigonométricas na circunferência: seno, cosseno, tangente; outras razões trigonométricas.

3 Leis dos senos e dos cossenos.

4 O círculo trigonométrico; funções periódicas, seno, cosseno, tangente; aplicações.

5 Fórmulas de adição e subtração para senos, cossenos e tangentes.

2.4 O que dizem os Parâmetros Curriculares Nacionais

Segundo os PCNs "a Matemática caracteriza-se como uma forma de compreender e atuar no mundo e o conhecimento gerado nessa área do saber como um fruto da construção humana na sua interação constante com o contexto natural, social e cultural"(BRASIL, p 24).

Embora não é o que se vê nas escolas, nem na opinião dos alunos e seus familiares, e até mesmo na visão de muito professores, em que a matemática é vista como um conjunto de fórmulas prontas e imutáveis. Acreditamos que a matemática é um ciência em construção, os centros de pesquisas em Matemática pura ou aplicada estão sempre mostrando novas descobertas, conhecimentos que tem auxiliado no desenvolvimento da tecnologia e organização do homem no meio social.

Os Parâmetros Curriculares Nacionais indicam como objetivos do ensino fundamental que os alunos sejam capazes de:

> Questionar a realidade formulando-se problemas e tratando de resolvê-los, utilizando para isso o pensamento lógico, a criatividade, a intuição, a capacidade de análise crítica, selecionando procedimentos e verificando sua adequação (BRASIL, 1998).

Concordamos com os PCNs e ressaltamos que a matemática fornece ao discente essa capacidade da análise crítica e de raciocínio lógico sistematizado, os procedimento de resolução de um problema permeiam etapas distintas que auxiliam o estudante na resolução de problemas do dia-a-dia.

Neste sentido, os PCNs estão pautados em princípios norteadores baseados em pesquisas, cujo prinicpal objetivo é orientar o trabalho de professores gestores escolares para a nova realidade, marcada cada vez mais pela necessidade de conhecimento matemático, entre os quais descamos:

> Matemática é importante na medida em que a sociedade necessita e se utiliza, cada vez mais, de conhecimentos científicos e recursos tecnológicos, que por sua vez são essenciais para a inserção das pessoas como cidadãos no mundo do trabalho, da cultura e das relações sociais (BRASIL, 1998)

O documento PCNEM 200 elenca as principais competências e habilidades em um quadro sintético que confere unidade ao ensino das diferentes disciplinas da área de Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologias, divididas em três áreas, a saber: Representação e comunicação, Investigação e compreensão e Contextualização sócio-cultural, entre as quais destacamos a competências e habilidades do connhecimento matemático, utilizadas como referência na construção da sequência didática proposta no próximo capítulo.

Representação e Comunicação

- Ler e interpretar textos de Matemática;
- Transcrever mensagens matemáticas da linguagem corrente para linguagem simbólica (equações, gráficos, diagramas, fórmulas, tabelas etc.) e vice-versa;
- Exprimir-se com correção e clareza, tanto na língua materna, como na linguagem matemática, usando a terminologia correta;
- Utilizar adequadamente os recursos tecnológicos como instrumentos de produção e de comunicação;
- Utilizar corretamente instrumentos de medição e de desenho.

Investigação e Compreensão

- Identificar o problema (compreender enunciados, formular questões etc);
- Procurar, selecionar e interpretar informações relativas ao problema;
- Formular hipóteses e prever resultados;
- Selecionar estratégias de resolução de problemas;
- Interpretar e criticar resultados numa situação concreta;
- Distinguir e utilizar raciocínios dedutivos e indutivos;
- Fazer e validar conjecturas, experimentando, recorrendo a modelos, esboços, fatos conhecidos, relações e propriedades.

Contextualização sócio-cultural

- Desenvolver a capacidade de utilizar a Matemática na interpretação e intervenção no real;
- Aplicar conhecimentos e métodos matemáticos em situações reais, em especial em outras áreas do conhecimento;
- Utilizar adequadamente calculadoras e computador, reconhecendo suas limitações e potencialidades.

As primeiras noções de trigonometria começam a fazer do cotidiano do aluno entre o 7^o e 8^o anos do ensino fundamental, através da definição de ângulo, embora neste momento, ele associe a ângulo somente a noção de ângulo interno de um polígono e associada à ideia direção. Mas já começa, no final do 9º ano, de forma intuitiva formalizar uma base de conhecimentos trigonométricos ao estudar as a relações que existem entre os lados e os ângulos de um triângulo retângulo.

Como afirmam os PCNs, é objetivo do quarto ciclo do ensino fundamental "utilizar as noções de direção, sentido, ângulo, paralelismo e perpendicularismo para representar num sistema de coordenadas a posição e a translação de figuras no plano"(BRASIL, 1998, p. 76).

No ensino médio, os Parâmetros Curriculares Nacionais do Ensino médio (PCNEM, 2000) enfatizam a importância do estudo das funções e propriedades trigonométricas.

Para os PCNEM o currículo deve possuir uma seleção adequada de conteúdos, e o professor pode decidir aquilo que irá compor seu programa de disciplina, deve enfatizar alguns conteúdos e práticas e outros que merecem menor destaque podem ser retirados a critério do professor, essa organização deve respeitar o mínimo de conteúdos da Base Nacional Comum e contribuir para a formação da parte flexível do currículo.

O critério a ser utilizado para escolha dos temas essenciais do núcleo comum devem estar pautados no desenvolvimento do raciocínio e de atitudes, podem ser agrupados obedecendo as competências e habilidades citadas anteriormente.

Destacamos aqui que o critério central, proposto, é o da contextualização e da interdisciplinaridade, ou seja, o tema deve está em conexão entre os vários conceitos da matemática, outro ponto relevante na escolha dos temas é ganho cultural e social que tanto foi enfatizado nos PCNs das series final do ensino fundamental, tanto na aplicações em outras ciência como também na desenvolvimento da própria matemática.

Um exemplo clássico disso, pode ser observado no estudo das funções, O estudo isolado desse tema impede a utilização de quase todo seu potencial de interdisciplinaridade que possui.

A trigonometria também é destaque entre os temas que compõe a base comum, como bem afirma o documento:

> Outro tema que exemplifica a relação da aprendizagem de Matemática com o desenvolvimento de habilidades e competências é a Trigonometria, desde que seu estudo esteja ligado às aplicações, evitando-se o investimento excessivo no cálculo algébrico das identidades e equações para enfatizar os aspectos importantes das funções trigonométricas e da análise de seus gráficos, especialmente para o indivíduo que não prosseguirá seus estudos nas carreiras ditas exatas, o que deve ser assegurado são as aplicações da Trigonometria na resolução de problemas que envolvem medições, em especial o cálculo de distâncias inacessíveis, e na construção de modelos que correspondem a fenômenos periódicos (PCNEM, 2000, p.44)

O texto referencia que os alunos devem pensar na trigonometria como ferramenta de desenvolvimento de habilidades e competências que o auxiliam na resolução de problemas aplicados. Destaque-se ainda a importância da medição de distâncias a pontos inacessíveis, que é objeto de estudo neste trabalho. O texto ainda ressalta que o cálculo com identidade trigonométricas e as varias fórmulas constantes nesse conteúdo são também importantes, o que não se recomenda é focar o ensino da trigonometria somente nesse aspecto, configurando um ensino essencialmente tecnicista.

3 O Teodolito

3.1 Construção do Teodolíto Caseiro

Nesta seção descrevemos os passos para construção do nosso instrumento de medida de ângulo, com funções restritas igual aos teodolitos rudimentares. o objetivo é construir um instrumento que meça ângulos verticais em relação ao plano horizontal de ângulos horizontais em relação ao um plano vertical. O aparelho será utilizado para medir ângulos a fim de resolver os problemas da fase de experimentação, com auxilio de uma calculadora cientifica.

3.1.1 Materiais Necessários

- Um Paralelepípedo de madeira de dimensões 6cmx12cmx1cm;
- Um Parafuso 4.0 com duas pocas;
- Dois braços mecânicos retirados de Hard Disk (HD) inutilizáveis de Computador;
- Dois tubos vazios de caneta feita em material transparente;
- Uma poca de parafuso de 5mm de diâmetro;
- Linha de costura;
- Um transferidor de 180º;
- Um transferidor de 360º;
- Um seção de cano de 2 cm de diâmetro e com 5cm de comprimento;
- Uma Régua;
- Uma luneta de binóculo;

- Um Durepoxi;
- Uma Cola instantânea.

Figura 3.1: *Materiais necessários para Construção do teodolito*

3.1.2 Ferramenta Auxiliares Para Construção

- Alicate de corte e de pressão;
- Furadeira;
- Fita adesiva.
- Esquadro
- Régua

3.1.3 Procedimentos Para Construção

Para a construção, siga os passos descritos abaixo:

1. Serre a ponta de um dos tubos de caneta produzindo um prisma hexagonal, próximo a ponta que foi serrada faça um furo com furadeira broca de $\frac{1}{8}$;

2. Introduza o parafuso do braço mecânico no orifício criado no tubo de caneta, fazendo pressão do braço contra a tudo, coloque cola instantânea pela parte e cima do tubo de caneta, espere ficar rígido para poder soltar. Introduza durepoxi a parte inferior do tubo de caneta, introduza o parafuso do outro braço mecânico no durepoxi, rosqueando para evitar que o durepoxi se espalhe gerando fogas.

3. Faça um furo centralizado na madeira e coloque o parafuso de modo que a cabeça do parafuso e a madeira produzam uma superfície plana, arroche uma das pocas e deixe a outra livre. Com uma furadeira faça um orifício na madeira, ao lado da

cabeça do parafuso de modo que ao fixar o outro braço mecânico sobre a mesma, o parafuso do braço fique livre para girar. A linha que liga o parafuso do braço mecânico e a ponta onde fica o leitor de disco devem estar paralelas ao lado da madeira.

4. Fixe o braço na madeira, sugerimos cola instantânea inicialmente e depois durepoxi ao redor do braço. Aguarde o durepoxi das duas peças secarem , isto deve demorar, cerca de duas horas.

5. Enquanto isso, cole com cola instantânea o pedaço de cano na luneta do binóculo, e enrole com fita adesiva o local da emenda. Cubra o ponto do cano com a extremidade da outra luneta do binóculo, mas sem a lente. Serre um pedaço de 5cm do outro tubo de caneta e o cole na ponta mais larga da luneta, serre outro pedaço de cano de 1cm e cole na outra extremidade da luneta, de modo que as extremidades livres dos pedaços de caneta forme uma paralela com a linha de virada da luneta. Os comprimentos das secções do tubo caneta podem variar de acordo com as dimensões da luneta.

6. Para o transferidor de 360º, retire toda a barra do meio com uma serra, muito cuidado para não quebrar, pois é um material bastante frágil. E no de 180º retire apenas um retângulo de 12mm por 7mm, sendo que a dimensão maior deve ser paralela à régua do transferidor;

7. Cole o transferidor de 360º sobre a madeira alinhando a reta de 0º a 180º com o parafuso e o ponto onde fica leitor de discos do braço mecânico, ponha o braço nesse local apenas para teste, não fixe ainda;

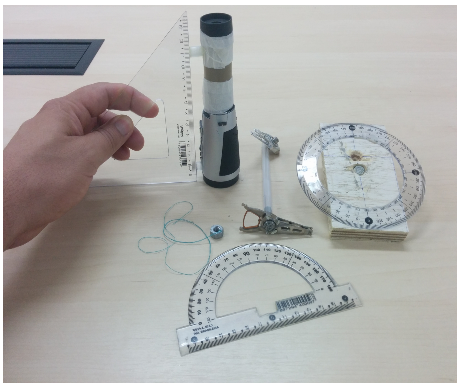


Figura 3.2: *Construção do teodolito*

8. Cole o transferidor de 180º no braço mecânico que está acoplado ao tubo de caneta, alinhando os grau zero com o parafuso do centro e a ponta onde fica o leitor de

discos. Cole inicialmente com cola instantânea para alinhar e posteriormente com durepoxi para fixar bem;

9. Cole a luneta no transferidor de 180º , usando as secções do tubo de caneta com a base, alinhando-os com a linha do zero no transferidor, use cola instantânea;

10. Com a linha de costura produza um fio prumo com a poca e dê uma laço no braço mecânico da parte superior do tubo de caneta, de modo que o prumo fique livre enquanto o braço gira;

11. Fixe o braço mecânico da parte inferior do tudo de caneta na base de madeira;

12. Com a luneta paralela ao eixo 0º a 180º do transferidor de 360 fixe, com durepoxi, uma régua na base do tudo de caneta de forma que a extremidade da régua fique sobre o marco do 0º.

Está pronto nosso instrumento de medição de ângulos, a poca livre na parte inferiror da base de madeira é para fixar no tripé, no nosso caso, conseguimos um tripé de câmera fotográfica profissional, caso isso não seja possível sugerimos um tripé de madeira em que os pés sejam apontados, para facilitar o nivelamento.

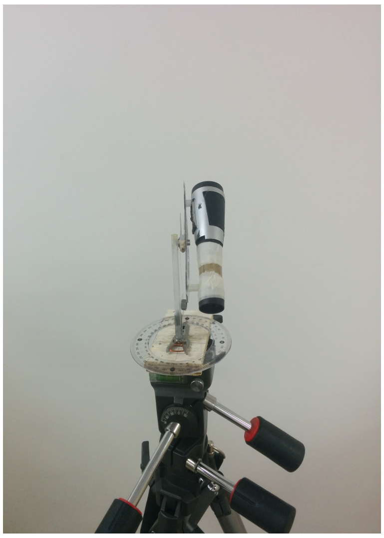


Figura 3.3: *Teodolíto Caseiro*

3.2 Utilizando o Teodolíto Caseiro para Medir Ângulos

Chamaremos de ponto de ponto A, o ponto de mira, que é o ponto de localização do Teodolito e B o ponto observado, ponto ao qual se deseja determinar a altitude ou a distância em relação a A, ou se for o casa o desnível entre os dois.

O nosso teodolito tem funções bastante restritas, apenas medi a ângulo da linha de visada, reta que liga A a B, com a horizontal, e ângulo na horizontal entre dois segumentos. Posicionando-se o teodolito a uma distancia d da base da estrutura a ser estudada, caso não seja possível chegar ao "pé da base"[1] da estrutura, o procedimetno é fazer duas marcações com certa distancia d entre os pontos A e B, conforme figura.

Para medir um ângulo vertical com o plano horizontal, deve-se nivelar o teodolito com nível de bolha, colocar a baliza com prumo na base da estrutura, transpor o nível do teodolito pra a baliza, com nível de mangueira ou lazer, mirar a luneta no ponto observado e verificar a marcação do ângulo β transferidor, que deve ser entre 90º e 180º, veja figura:

Note que, ao girar para cima a luneta, gera-se o ângulo α como ângulo de visada, e β a marcação no transferidor, então:

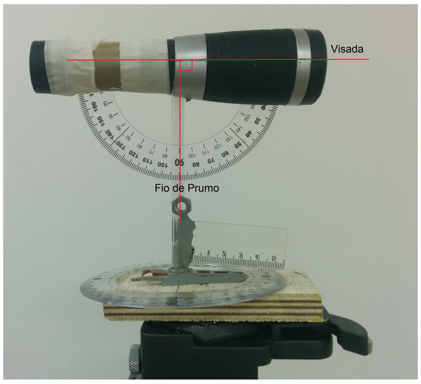


Figura 3.4: *Visada na posição horizontal*

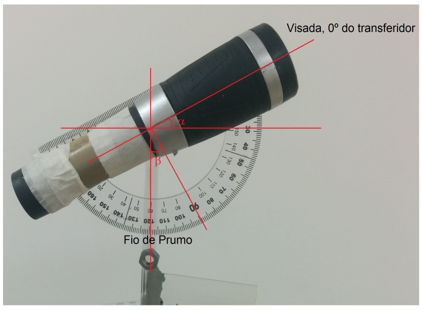


Figura 3.5: *Leitura de ângulo*

$$\alpha = \beta - 90$$

Portanto, para encontrar o ângulo de visada, deve-se observar a marcação e subtrair 90º.

Figura 3.6: *Materiais dos alunos*

[1] projeção perpendicular do ponto B sobre o solo

4 Metodologia de Aplicação da Sequência de Atividades

4.1 Perfil da Instituição

O campus Piripiri do Instituto Federal de Educação Ciência e Tecnologia do Piauí fica situado na Avenida Rio dos Matos S/N, bairro Germano, Piripiri /PI, CEP n^o 64260-000, Fone: 086 32763025, e-mail gabinetepiripiri@ifpi.edu.br com inscrição no Cadastro Nacional de Pessoa Jurídica CNPJ n^o 10.806.496/0001-49, uma autarquia federal com autonomeia financeira mantida pelo governo federal, código Inep 22129391. Ao todo são 18 *campi* iguais a este no estado do Piauí, a reitoria funcional em Teresina, capital do estado.

Como já foi mencionado antes, os Institutos federais de Educação ofertam várias modalidades de ensino, no campus Piripiri, atualmente oferta-se os curso técnicos integrado ao médio em Administração, Comercio e Vestuário, na modalidade regular, que tem duração de 4 anos, e também na modalidade Educação de Jovens e Adultos (Proeja), aferta ainda, curso técnico concomitante/subsequente, cursos do Pronatec, FIC e Certific. No ensino superior, Licenciatura em Matemática na modalidade regular e também do Programa Nacional de Formação de Professores da Educação Básica, (Parfor). A missão da escola é formar e qualificar cidadãos com excelência em qualidade com vistas à atuação profissional nos diversos setores da economia, com ênfase no desenvolvimento socioeconômico local, regional e nacional.

Está situado em um terrena de 5 hectares e possui uma área construída de aproximadamente 4.081 m^2. Além dos setores administrativos, e educacionais compostos por Direção Geral, dividida em departamento de Administração e Planejamento, Patrimônio, Almoxarifado, Logística e Manutenção, Compras e Licitação. Direção de Ensino seguida de Coordenação Geral de apoio ao Ensino (equipe pedagógica), Coordenações de Gestão e Negócios, Produção Industrial e de Áreas da Natureza Humanas e Letras, Coordenação do Curso de Matemática, Coordenação de Extensão e de Controle Acadêmico.

O IFPI, campus Piripiri dispõe de 20 salas de aula, equipadas com data show interativo, ar-condicionado, quadros de acrílicos, com aproximadamente 42 m^2 e capacidade para 40 alunos. Sala de professores com mesa de reuniões, cabines de estudo individual com computador e acesso à internet, ar-condicionado, guarda volumes, bebedouro. Existem duas salas de reuniões, uma na Diretoria Geral e outra na Diretoria de Ensino, ambas ar-condicionado e capacidade para 15 pessoas. O auditório do campus conta com 178 lugares em poltronas estofadas e encosto côncavo, duas caixas amplificadoras de som, data show, sistema de áudio, tv de LCD de 52 polegadas Sendo utilizado para vários eventos organizados no campus, como seminários, colóquios, etc. A biblioteca do campus Piripiri possui um espaço de 192 m^2, conta com um acervo de 884 títulos e 3396 exemplares, está equipada com aparelho de ar condicionado, bebedouro, 83 guarda volumes disponíveis para os usuários, mesas para estudo em grupo com capacidade para 50 alunos, e 12 clichês para estudo individual equipados com computador e acesso a internet.

O laboratório de Matemática-LAPEM funciona na sala com área de aproximadamente 50 m^2. Está equipado com um computador e demais mobiliários para organização do material. Todo material didático constante no laboratório foi produzido pelos próprios alunos em oficinas e minicursos do vários projetos voltados ao ensino superior e também ao ensino médio. Conta ainda com laboratórios de vestuário, e três laboratórios de informática cada um com 35 computadores com acesso a internet, data show interativo, ar-condicionado. Onde são desenvolvidas aulas prática de informática básica, e aulas praticas usando softwares livres de aprendizagem matemática.

O campus conta com uma quadra poliesportiva coberta destinada as aulas de educação física do Ensino Técnico integrado ao médio como também á prática de atividades físicas de docentes e alunos das outras modalidades de educação presentes no campus. E ainda com um espaço saúde dentro do campus, a equipe é composta por um médico, um técnico em enfermagem, um psicólogo, um assistente social, uma dentista e uma técnica em saúde bucal. O consultório odontológico funciona diariamente, prestando serviços como limpeza, restauração e extração de dentes.

4.2 Perfil dos Participantes

A pesquisa foi realizada com alunos do 1^o ano do curso Técnico Integrado ao Médio em Administração, que possui 42 alunos, destes selecionamos 15, dos quais 12 tiveram o pior desempenho na avaliação diagnóstica e 3 os melhores. A faixa etária de idade dos participante foi de 15 a 16 anos.

O primeiro encontro, foi apenas para ambientação, neste momento foi apresentada a proposta da pesquisa, seus objetivos, metodologia, explicamos que não haveria custos financeiros para os participantes, a não ser para fins de deslocamento até a escola, e que suas identidades não seriam reveladas caso não permitissem.

Em uma entrevista informal, com todos presentes na sala, disseram já terem estudado trigonometria na escola onde cursaram o ensino fundamental, lembraram, principalmente de que "seno é o cateto oposto sobre a hipotenusa"mas o que se viu na sala foi um silêncio total quando pedimos que definissem ângulo, apos um período de silêncio, um aluno respondeu: que "é o que se medi com π radianos?".

Neste momento, sentimos a necessidade de informar que não estávamos realizando este trabalha com o objetivo de compor nota avaliativa, que eles estavam no curso como voluntários, e que ao longo das exposições.

A fim de mantermos em sigilo da identidade dos participantes, omitiremos os nomes e outras informações, como matricula, numero de documento e etc, que possa levar a identificação. Para efeitos de referência demos um código a cada participante, postos os nomes ordem alfabética, nomeamos: Aluno 1, Aluno 2, ... , Aluno 15.

4.3 Etapas da Aplicação

Como vimos na Fudamentação Teórica, cap. 2, o processo metodológico que utilizamos no desenvolvimento das atividades foi a da Engenharia Didática de Michele Artigue.

Para a *Análise Prelimiar*, tivemos como base, o Projeto Pedagógico do Curso Técnico Integrado ao Médio em Administração, conforme tabela 5.1, no primeiro ano consta na ementa trigonometria no triângulo retângulo. Com base nesta ementa e análise de livros didáticos, fizemos o levantamento dos conteúdos que abordamos dando maior ênfase ao cálculo de desníveis e de altura de pontos inacessíveis. Neste processo também foram construídas atividades escrita e subjetiva (Pré-teste), com o objetivo de diagnosticar os conhecimentos prévios dos participantes da pesquisa.

Na *análise a priori* , foram trabalhadas, pelos alunos, as atividades propostas na *análise preliminar*, essas atividades contem conteúdos com objetivo de preparar o esquema experimental e delimitar as variáveis de controle que possibilitem definir as ações durante o curso. Nesta etapa tivemos reelaboração da sequência de atividades, incluindo itens de conteúdos que até o momento esperávamos que a turma tivesse domínio, no entanto o resultado do Pré-teste mostrou o contrário.

Na *experimentação*, onde são realizados os processos desenvolvidos na *análise a priori* e *preliminar*, utilizamos o teodolito caseiro como forma de incentivo à atividade prática, mostrando que a matemática auxilia na resolução de problemas que estão fora do livro didático. O curso foi desenvolvido durante o turno vespertino ja todos os participantes estudam no turno manhã. e as atividades práticas no final da tarde, geralmente ás 17 horas. ao final recomendamos à escola adquirir um teodolito eletrônico para compor o material permanente do laboratório de matemática.

Matématica	***Ementa***
1^o ano	Noções de Lógica. Conjuntos e conjuntos numéricos. Relações. Funções: definição, domínio, contradomínio e imagem. Funções polinomiais de primeiro e segundo graus. Funções modulares. Funções exponenciais. Funções inversas. Funções compostas. Funções logarítmicas. Progressões aritméticas e geométricas. Teorema de Tales. Semelhança de triângulos. Triângulos retângulos: relações métricas e razões trigonométricas. Áreas de figuras planas
2^o ano	Matrizes. Determinantes. Sistemas Lineares. Trigonometria: funções trigonométricas e suas inversas, equações e inequações trigonométricas, lei dos senos e cossenos. Análise Combinatória: princípio fundamenta da contagem, permutação, combinação e arranjo. Probabilidade: experimento aleatório, espaço amostral e evento; definição; probabilidade condicional; eventos independentes; probabilidade binomial.
3^o ano	Matemática Financeira. Estatística. Geometria Espacial de Posição. Geometria Espacial Métrica. Geometria Analítica Plana: plano cartesiano, distância entre dois pontos, ponto médio de um segmento, condição de alinhamento de três pontos; retas e circunferências. Números Complexos. Equações Algébricas (ou Polinomiais).

Tabela 4.1: Ementas - Matemática, Adm - IFPI

Durante o curso as atividades foram repassadas aos participantes em material impresso, as exposições orais feitas no quadro de acrílico, embora os alunos participantes fossem todos alunos do pesquisador à frente do quadro, as exposições foram conduzidas de forma diferente da tradicional, uma vez que agora estamos seguindo a Sequência Fedathi.

Na *análise a posteriori*, onde são interpretados os resultados da *experimentação* foi realizado um pós-teste afim de avaliar os conhecimentos adquiridos pelos participantes, o resultado desta análise está na Avaliação dos Resultados, cap. 6, e na conclusão deste trabalho, que servirão de base para estudos futuros com objetivo de aprimorar nossa atividade docente.

4.4 Coleta de Dados

A coleta de dados teve inicio junto com o período letivo de 2014, por volta do mês do março, quando assumimos a turma de 1^o ano do Curso Técnico Integrado ao médio em administração, através da observação e conversas com alunos, de análise das provas e trabalhos, entrevista informais com os pais. Durante a aplicação do projeto, a coleta se deu obedecendo ao processo metodológico que adotamos, sistematizada e dividida em etapas, a saber:

a) Estudo aprofundado dos instrumentos de medida, em especial do Teodolito, pelo pesquisador;

b) Análise da avaliação diagnóstica (Pré-teste);

c) Observação dos participantes durante a exposição oral;

d) Analise da resolução das atividades resolvidas na prática utilizando o teodolito caseiro como ferramenta e a Sequencia Fedathi como metodologia de ensino

e) Aplicação de um novo diagnóstico (Pós-teste);

f) E para finalizar, aplicação de um questionário tipo entrevista com os participantes.

5 Avaliação dos Resultados

5.1 Método de Análise dos Resultados

A pesquisa foi realizada entre os meses novembro de 2014 a fevereiro de 2015, cujas etapas estão relacionadas e descritas abaixo.

1^a **Etapa: Estudo aprofundado dos instrumentos de medida**

Esta etapa foi realizada pelo pesquisador durante o mês de novembro de 2014, se deu basicamente através de pesquisas na internet sobre a evolução histórica desses instrumentos e sobre os modernos aparelhos de medição que temos hoje. O objetivo da etapa era identificar quais problemas poderiam ser resolvidos com o auxilia desta ferramenta, e também verificar a viabilidade de construção de forma artesanal da versão básica do teodolito, cuja a única função é medir o ângulo da linha de visada com a horizontal, para tanto construímos um modelo padrão que serviu de base para os participantes, como descrito na seção 1 do capitulo 4.

2^a **Etapa: Análise da avaliação diagnóstica - Pré-Teste**

O teste diagnóstico tem por finalidade avaliar os conhecimentos fundamentais que os participantes possuem a respeito da Trigonometria, os conteúdos abordados foram baseados na análise dos livros do ensino fundamental, feitas na seção 3 do capitulo 3. Para o pré-teste proposto foram escolhidos 10 problemas dos livros citados na análise.

Os problemas abordam desde a definição e classificação de ângulo até razoes trigonométricas no triângulo retângulo, dando maior ênfase à contextualização. Os problemas tem caráter prática, mas neste primeiro momento foram respondidos no caderno.

Essa etapa foi realizada no sábado dia 28 de novembro de 2014, com os 15 participantes presentes, os recursos utilizados foram, lápis, papel e uma tabela trigonométrica contendo o seno e cosseno de ângulo até 180^o.

3^a **Etapa: Experimentação**

Esta fase ocorreu nos meses de janeiro e fevereiro de 2015, foi marcada pelo trabalho em campo, tivemos como materiais extras auxiliares, trenas de 20 e 30 metros, trenas curtas em fibra de tamanhos variados, uma baliza de madeira, feito pelos participantes, um nível de bolha, mangueira para transporte de nível, calculadora científica, caneta, prancheta e uma máquina fotográfica.

Para realização da pesquisa utilizamos uma sala de aula durante as exposições orais, e áreas extenas para medição. uma área onde fica o estacionamento, a área atrás da quadra polispoetiva, e dois locais fora do escola, o morro da ana, onde fica Estátua de Nossa Senhora dos Remédios [1], e um locar plano nas margnes do açude caldeirão.

Para uma medição confiável, sugerimos a seguinte rotina:

> **Primeiro passo:** Identificação do local de medição de acordo com atividade;
> **Segundo passo:** Instalação do tripé, nivelado com nível de bolha e linha de prumo no ponto A;
> **Terceiro passo:** Colocação da baliza, em prumo no pé da base da estrutura quando possível;
> **Quarto passo:** Transporte do nível do ponto A para a baliza, utilizando a mangueira de nível;
> **Quinto passo:** Mira da linha de visada no ponto B, e registro do ângulo indicada no transferidor.

4^a **Etapa: Aplicação de um novo questionário diagnótico: Pós-Teste**

Essa fase se deu pela aplicação de um novo questionário questões semelhante às atividades das propostas na experimentação, mas agora os participantes responderam de forma individual e na sala de aula, com auxilio de tabelas trigonométricas de seno, cosseno e tangente.

Ao analisar as resoluções deste questionário, também composto por 15 questões, exigimos melhor organização das ideias e raciocínio sistematizados dos participantes, gerando dados para avaliação, que permitiram verificar se a nossa proposta conseguiu atingir seus objetivos.

5.2 Resultados

Nesta seção compartilhamos uma análise dos resultados obtidos em cada etapa do desenvolvimento da Sequência Didática. Utilizamos basicamente para este fim, as resoluções dos participantes da pesquisa no pré-teste, atividade experimental e pós-teste, bem como observações durante exposição oral e entrevistas informais também serviram como fonte de dados.

[1]Padroeira da cidade de Piripiri, o local onde fica a imagem é um ponto turístico devido á vista que oferece da cidade

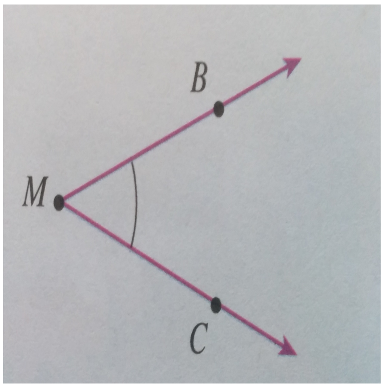
5.2.1 Pré-teste

Como já foi mencionado o objetivo do pré-teste é fornecer um diagnóstico para o pesquisador sobre as deficiências dos participantes da pesquisa, neste caso, as deficiências nos pré-requisitos necessários á resolução de problemas reais utilizando rações trigonométricas servindo de base e incentivo para estudo futuros de todos os tópicos referentes à trigonometria.

O objetivo era descobrir se os participantes têm domínio sobre conceitos e cálculo elementares envolvendo conteúdos da trigonometria indicados para o ensino fundamental conforme vista na análise de livros do ensino fundamental Pelo PNLD, seção 3.3, sendo assim investigamos os conhecimentos dos alunos sobre definição e classificação de ângulos, referencias horizontal e vertical, ângulos em retas paralelas cortadas por uma transversal, cálculos dos catetos e/ou hipotenusa de um triângulo retângulo com ângulos notáveis, e com ângulos quaisquer utilizando uma tabela trigonométrica.

O questionário foi composto por 10 exercícios subjetivos, partindo de defiçoes simples de ângulo ate chegar em razões trigonométricas, cada exercício selecionado com o objetivo de analisar um conhecimento específico. Incidamos por Q1 a questão 1, Q2 a questão dois, e assim por diante, a saber:

Q1-(Edwaldo Bianchini, 6^o **ano, p.129)** Observe o ângulo e responda as questões no caderno.

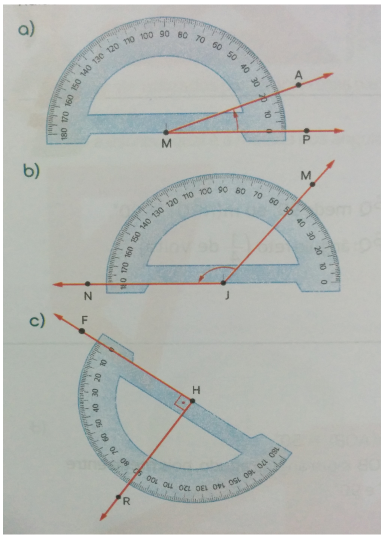


a) Qual é o vértice desse ângulo?

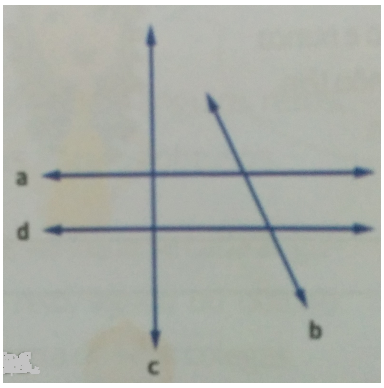
b) Quais são os seus lados?

c) Dê a indicação desse ângulo?

Q2- (Luiz Roberto Dante, Projeto Teláris, 7^o **ano p. 176)** Escreva a medida e o nome de cada ângulo assinalado.



Q3-(Luiz Roberto Dante, Projeto Teláris, 6^o **ano p. 82)** Observe as retas que aparecem na figura abaixo e localize nelas:



a) Duas retas paralelas;

b) Duas retas concorrentes perpendiculares;

c) Duas retas concorrentes oblíquas.

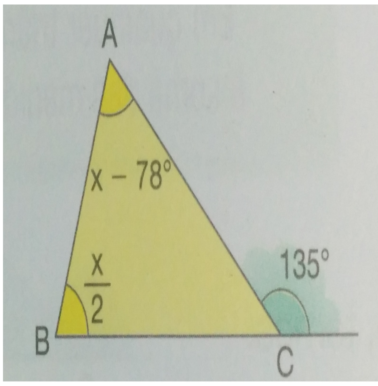
Q4 - (José Ruy Giovanni, A conquista da matemática, 7^o **ano, p.195)** Expresse em graus, minutos e segundos:

a) 5710"

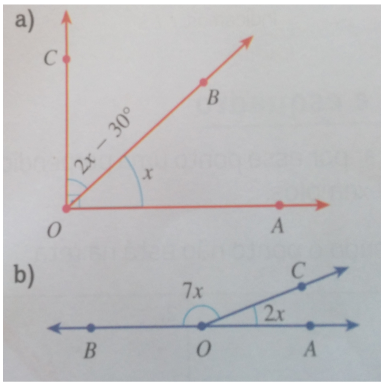
b) 53400"

c) 43471"

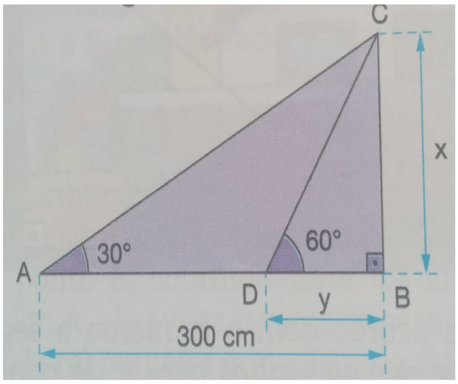
Q5 - (José Ruy Giovanni, A Conquista da Matemática, 8^o **ano, p.276)** Calcule a medida do ângulo $\hat{B}$ na figura abaixo:



Q6 - (Edwaldo Bianchini, 8^o **ano, p.24)** Calcule, em seu caderno, o valor de x nas figuras:



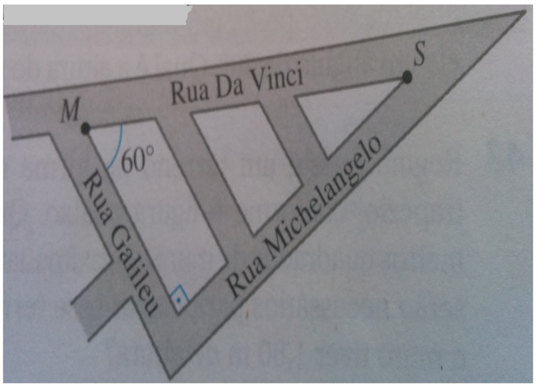
Q7 - (José Ruy Giovanni, A conquista da matemática, 9^o **ano, p.253)** Observe a figura abaixo.



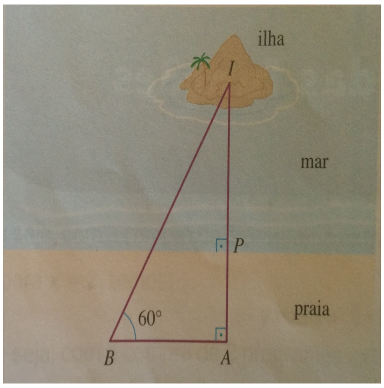
Determine a medida

a)x b)y c) do segmento AD

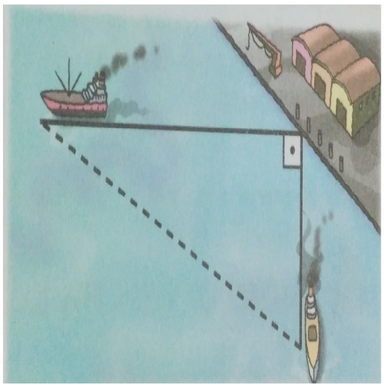
Q8 - (Edwaldo Bianchini, 9^o **ano, p.178)** Ana mora na esquina da Rua Da Vinci com a Rua Galileu. A sorveteria que ela frequenta fica a 280 metros de sua casa, na equina da Rua da Vince com a Rua Michelangelo. Num domingo, após tomar sorvete nessa sorveteria, Ana resolveu retornar por um caminho diferente, pela Rua Michelangelo. Aproximadamente, em quantos metros aumentou sua caminhada? (Use $\sqrt{3} = 1,73$)



Q9 - (Puccamp-SP - Edwaldo Bianchini, 9^o ano, p.179) Na praia mediu-se a distância de A até B (750m) e de A até P (620m), além do ângulo A$\hat{B}$I (60^o). Qual é a distância da ilha até a praia?



Q10 - (José Ruy Giovanni, A conquista da matemática, 7^o ano, p.195) Dois navios partem de um mesmo ponto, na mesmo instante, e viajam com velocidades constantes em direções que formam um ângulo reto entre si. Depois de uma hora de viagem, a distância entre os dois navios é 13 milhas. Se um deles é 7 milhas por hora mais rápido que outro, determine a velocidade de cada navio.



No primeiro momento, observamos que a grande maioria dos participantes já teve contato com os tipos de problemas propostos no pré-teste, uma vez que foram retirados de livros utilizados pela maioria deles em anos anteriores fora do Instituto Federal, a maioria lembrou já viu estes problemas, no entanto, muitos não lembrassem como resolvê-los. Isto mostra que o conteúdo foi ministrado, porem não foi abstraído pelo aluno.

Temos na tabela 6.1, uma análise das resoluções por cada alunos da avaliação diagnostica, considerando C como solução correta, E como errada, P como parcialmente correta e B como questão em branco.

Resultado do Pré-teste										
Qustões	Q1	Q2	Q3	Q4	Q5	Q6	Q7	Q8	Q9	Q10
Aluno 1	P	P	C	P	B	E	E	E	P	C
Aluno 2	C	C	C	P	C	P	C	P	C	C
Aluno 3	C	P	C	P	P	P	P	B	E	P
Aluno 4	P	P	P	P	E	P	E	E	P	P
Aluno 5	E	P	C	E	C	P	P	P	E	E
Aluno 6	P	C	C	P	P	P	E	E	E	P
Aluno 7	C	C	C	C	P	C	E	C	C	C
Aluno 8	C	C	P	P	C	C	P	B	C	P
Aluno 9	P	P	C	P	E	E	E	P	E	B
Aluno 10	C	C	P	P	C	C	P	P	E	E
Aluno 11	P	C	C	P	P	E	C	C	P	C
Aluno 12	C	C	C	P	E	C	C	C	P	P
Aluno 13	C	P	C	P	P	E	P	P	C	C
Aluno 14	C	P	C	C	C	C	P	P	P	P
Aluno 15	C	P	C	P	C	P	E	P	C	E

Tabela 5.1: Resultado do Pré-Teste

Consideramos como parcialmente corretas as questões que envolvem interpretação e cálculo ou com mais de um item para resolver, iniciando corretamente a solução e cometeu erro somente nas contas triviais por falta de atenção ou respondeu corretamente apenas uma parte dos itens propostos no problema, consideramos como erradas as questões em que o participante fez cálculos, embora todos equivocados.

As questões que envolvem contextualização, na grande maioria dos exercícios do livros escolhidos, vem sempre acompanhadas do esboço em desenho, isso facilita a resolução, na nossa atividade de pré-teste as questões 8,9 e 10 são modelos desses tipos de questões, todas trazem a sua respectiva figura, com tudo, tivemos o maior índice de erros e inconclusões nesses 3 últimos problemas. Por o "x"para identificar o lado do triângulo que se deseja calcular torna o problema mais habitual à compreensão do aluno, porém distante da realidade, do problemas práticos, que não existe uma figura para servir de base.

5.2.2 Sequência de Atividades

Nos dois primeiros encontros trabalhamos em forma de revisão de conteúdos do ensino fundamental, a exposição foi baseada no resultado do pré-teste, principalmente sobre noção de ângulo, soma e subtração de ângulos no transferidor, ângulos internos e externos do triângulo. Explicamos a funcionalidade e restrição do nosso teodolito, como encontrar ângulos, usar a baliza e fita métrica para determinar distâncias, comparando situações práticas com as questões propostas no pré-teste. Tivemos ainda um momento para dá instruções sobre como utilizar a calculadora científica, diminuindo os erros de aproximação.

De posse desses conhecimentos e explicações, iniciamos o trabalho com a sequência Fedathi a fim de criar um modelo para cada atividade que pudesse ser generalizado à situações semelhantes, e por fim partimos à campo, com o teodolito caseiro, para encontrar as medidas de ângulos necessárias para "alimentar"cada modelo encontrado.

A construção do modelo foi feita de forma individual, em sala, seguindo as etapas da Sequência Fedathi, para a prática de medição foi necessário criar grupos, uma vez que para usar o teodolito são necessários no mínimo três partipantes.

Dividimos as medições em quatro tipos de experimentos, cada um com duas atividades para serem resolvidas na prática dentro da própria escola, no centro da cidade de Piripiri e uma no açude Caldeirão [2], utilizando o teodolito caseiro, a saber:

Experimento 1 - Determinação da Altura com Vista à baliza

O problema consiste em terminar a altura de um ponto com uma única visada, neste caso é necessário colocar a baliza sobre a projeção perpendicular do ponto observado no solo.

Experimento 2 - Determinação da altura com afastamento do ponto de

[2] Açude que abastece a cidade, possui aproximadamente 54 milhões de metros cúbicos de água, construído pelo Departamento Nacional de Obras Contra as Secas (DNOCS)

Mira

Este caso, queremos determinar a altura de um ponto, sendo inacessível chegar à projeção perpendicular desse ponto sobre o solo, o procedimento é obter duas visadas, sento que os dois pontos de mira e o ponto observado devem estar no mesmo plano vertical.

Experimento 3 - Determinação de distância

Este experimento pode ser divido em dois modelos, o primeiro: com duas visadas à baliza, calcula-se a distancia entre a baliza e o ponto de mira. E o Segundo: quando o ponto observado é inacessível, utiliza-se dois pontos de mira com determinada distância entre eles, é necessário que dois pontos de mira e o ponto observado estejam em um mesmo plano horizontal. A atividade 5, refere-se ao primeiro caso e a atividade 6 ao segundo.

Experimento 4 - Determinação de Desnível

O experimento consiste em determinar o desnível (distância) entre dois planos horizontais, com uma única visada, sendo que o ponto de mira está no plano inferior e a baliza no plano superior.

EXPERIMENTO 1 - ATIVIDADE 1

O problema consiste simplesmente em aplicar a fórmula da tangente com o obejetivo de determinar a altura de um ponto inacessível, a algura será a medida do cateto oposto ao ângulo de visada, tendo como dados a medido do cateto adjacente, encontrado com fita métrica e o ângulo de visada ostrado no teodolito. Para tanto é necessário o aluno conhecer um triângulo retângulo e suas partes, saber aplicar a fórmula da tangente e manipular equações algébricas afim de isolar a incógnita que se deseja encontrar o valor.

O aluno deverá representar uma situação prática através de um desenho, nomeando cada elemento, e a partir desse esquema identificar quais informações possui, e quais pode obter.

Na prática, é necessário saber nivelar o teodolito com a horizontal, fazer o tranporte de nível do teodolito para uma baliza na parede e saber medir ângulo da linha de visada com a horizontal.

Tomada de Posição

Determinar a que altura estará do solo, uma antena receptora de sinal de TV que se deseja instalar na cumeeira do bloco de salas de aula da nossa escola, ponto mais alto.

Maturação

Após a leitura do problema pelo participantes, muitos relataram que faltavam dados no problema, a Aluno 7 deu o seguinte questionamento:

Professor dá pra resolver usando tangente, ou seno ou cosseno, mas onde estão as informções da questão, eu posso botar um valor qualquer aqui?

Classificamos o questionamento do aluno como "reflexão", e não era de se esperar o contrário, todos vão procurar números na questão, já que não estão habituados a problemas práticos. outros questionamento semelhantes a este surgiram após alguns miniutos de leitura.

Primeiramente explicamos aos participantes, enfatizando que isto vale a todas as atividades, que eles vão apenas encontrar fórmula pra o calculo do que a atividade está pedindo, no próximo encontros iremos fazer as medições a fim de obter os dados necessários para encontrar o que se pedi.

Então lançamos os nossos questionamentos através das seguintes perguntas esclarecedoras:

O que o problema está pedindo?

Quais são os dados do problema?

E das seguintes perguntas orientadoras:

Em que situações se aplicam as razões trigonométricas?

Quais informações podemos ter na prática de medição com os instrumentos que temos?

Solução

No primeiro momento apenas dois alunos fizeram o esquema correto para a situação, inclusive isolando o tempo que chamaram de "h", como sendo a altura da parede corretamente. O demais propuseram soluções incorretas ou incompletas, com destaque para os alunos 4 e 9 que nem se quer desenharam corretamente. no entanto não levaram em consideração que na prática o teolito não vai estar no solo e sim sobre um tripé. O Aluno 6, desenhou corretamente, ponto a altura e distância à parede como catetos, no entanto no soube dizer qual ângulo ele teria como dado.

Então voltamos à maturação e fizemos mais três questionamentos através das perguntas estimuladoras:

A que altura o teodolito está do solo?

Quais os ângulos do triângulo?

A altura representa o lado oposto a qual ângulo?

E para alguns casas a pergunta orientadora:

se $a = \frac{b}{c}$ *então* $b = a.c$*?*

Prova

Dado o triangulo ABC retângulo em C, a altura $H = BC = H - h$, conforme Figura 6.1, dados a altura h, a distância d e a medição do ângulo α, temos que:

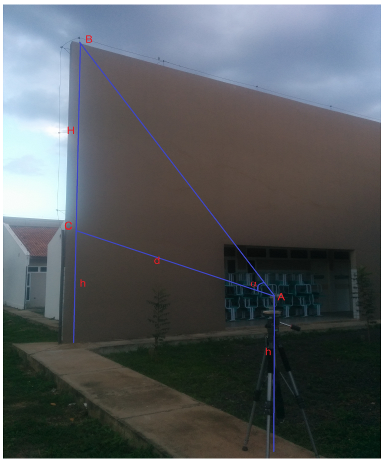


Figura 5.1: *Prova - Atividade experimental 1*

$$\mathrm{tg}(\alpha) = \frac{H-h}{d}$$
$$H - h = d.\,\mathrm{tg}(\alpha)$$

E portanto:

$$H = h + d.\,\mathrm{tg}(\alpha)$$

Sendo que os valores de d e h são medidos com a fita métrica e α é o ângulo de visada

EXPERIMENTO 1 - ATIVIDADE 2

A atividade 2 é idêntica à atividade 1, usa o mesmo modelo para resolução, e os mesmos conhecimentos prévios são necessários, acrescentando posiçoes relativsa entre retas e planos. O objetivo é analisar como os participantes vão generalizar a solução encontrada, se de imediato irão perceber a semelhança ou e serão necessários questionamentos.

De posse da experiência que tiveram na resolução da atividade 1, neste momento algumas explicações são desnecessárias, como por exemplo sobre os dados do problema, e os participantes já sabem que buscam uma equação como resposta e que é necessário pensar no problema estando em campo, de posse dos instrumentos.

Tomada de Posição

Determinar a altura do ponto mais alto da cobertura da nossa quadra poliesportiva.

Maturação

Grande parte dos participantes, ao término da leitura, perceberam a semelhança entre os problemas, outros ficaram indecisos achando que poderia ser uma falsa semelhança para induzir ao erro, esse tipo de problema era constante nos modelos de educação tradicional. Neste caso fizemos apenas um questionamento através da seguinte pergunta orientadora:

Existe alguma diferença entre esta e a atividade anterior?

Solução

A maioria dos alunos fez um novo desenho, indicando a quadra e onde ficava o teodolito, com altura h do solo, o problema para alguns foi dizer qual era o ponto mais alto, se precisaria calcular altura de todos.

Notamos mais uma vez que o problema estava relacionado com a prática, neste momento voltamos à maturação através das seguinte perguntas estimuladoras:

Quais as posições relativas entre reta e plano?

Quais a propriedade do paralelismo entre reta e plano?

Apos os questionamentos, chegaram á conclusão de que qualquer ponto da cumeeira do teto da quadra é o ponto mais alto, e que será tomado com o base o ponto da extremidade.

Prova

Observemos a figua 6.2, de forma análoga ao problema anterior

Figura 5.2: *Prova - Atividade experimental 2*

Temos que:

$$H = h + d.\operatorname{tg}(\alpha)$$

Onde os comprimento d e h serão medidos novamente no local.

EXPERIMENTO 2 - ATIVIDADE 3

O experimento 2 consiste em calcular a altura de um ponto B sem ser possível medir a distância entre o ponto de mira e a projeção perpendicular de B no solo. Para tanto serão necessárias duas visadas com distância d entre os pontos de mira. O objetivo da atividade é fornecer ao aluno mais um modelo de resolução de problemas bastante comuns, pois em várias situações práticas não é possível se chegar à base da estrutura que se deseja estudar.

Como conhecimentos prévios serão necessários a aplicação da fórmula de tangente, resolução de sistemas de equações do primeiro grau com duas incógnitas e duas equações, técnicas de desenho. Para a parte prática, transposição de nível do ponto de mira para a baliza com mangueira de água ou lazer, medir distancia com fita métrica, ler ângulo de visada no teodolito.

Tomada de Posição

Determinar a que altura está do solo um Para-raios situado na cumeeira da cobertura do auditório da nossa escola.

Maturação

Passados 10 minutos da entrega do atividade, indagamos os participante sobre a solução, a maioria dos participantes não entenderam a diferença entre esta e as atividades 1 e 2. externaram isso através dos seguintes questionamentos:

Posso aplicar a mesma fórmula da questão anterior e depois medir a distância e o ângulo?

Como vou medir a distancia d se não consigo chegar em baixo do teto?

Destacamos o questionamento do aluno 7, sua indagação deu orientação a grande parte dos demais participantes. Diz:

Professor fiz um desenho e fica parecido com a questão 7 do outro exercíco que o senhor passou, de encontrar o "x"e o "h", está correto meu desenho?

Neste momento lançamos nosso questionamentos com as seguintes perguntas esclarecedoras:

Quais informações foram necessárias à resolução do problema 7 do pré-teste?

Vocês lembram como se resolve um sistema linear?

É possível fazer duas visadas ao Para-raios?

É dado mais tempo para os participantes.

Solução

Vários participantes resolveram corretamente o problema, com destaque para os alunos 2, 7 e 9, pois suas soluções estavam bastante organizadas. Nas resoluções incorretas, tivemos a maioria dos erros na resolução do sistema.

Então sentimos a necessidade de fazer mais um questionamento, bem específico, através das perguntas orientadoras:

Vocês sabem resolver sistema pelo método da substituição?

Lembram como se resolvem equçoes algébricas?

Lembram da propriedade distributiva da soma com relção ao produto?

E dado mais um tempo aos alunos 4, 11, 14 e 15, que haviam encontrado a solução correta ainda. Alguns alunos apresentação a resolução sem a altura h do ponto de mira, e disseram que depois era so somar.

Prova

No triângulo ABC, retângulo em C, onde B é o Para-rais, A é ponto de mira.

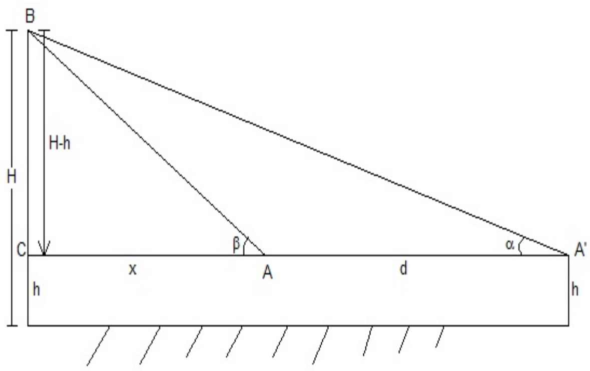


Figura 5.3: *Prova - Atividade experimental 3*

Temos que:

$$\operatorname{tg}(\beta) = \frac{H-h}{x}$$

Assim:

$$x = \frac{H-h}{\operatorname{tg}\beta} \tag{5.1}$$

No triângulo $A'BC$, retângulo em C, onde A' e ponto de mira, temos que:

$$\operatorname{tg}(\alpha) = \frac{H-h}{d+x}$$

$$d+x = \frac{H-h}{\operatorname{tg}(\alpha)}$$

$$x = \frac{H-h}{\operatorname{tg}(\alpha)} - d \tag{5.2}$$

Das equações (6.1) e (6.2), temos:

$$\frac{H-h}{\operatorname{tg}(\alpha)} - d = \frac{H-h}{\operatorname{tg}(\beta)}$$

$$H\,\mathrm{tg}(\beta) - h\,\mathrm{tg}(\beta) - d\,\mathrm{tg}(\alpha)\,\mathrm{tg}(\beta) = H\,\mathrm{tg}(\alpha) - h\,\mathrm{tg}(\alpha)$$
$$H\,\mathrm{tg}(\beta) - H\,\mathrm{tg}(\alpha) = h\,\mathrm{tg}(\beta) + d\,\mathrm{tg}(\alpha)\,\mathrm{tg}(\beta) - h\,\mathrm{tg}(\alpha)$$
$$H[\mathrm{tg}(\beta) - \mathrm{tg}(\alpha)] = h[\mathrm{tg}(\beta) - \mathrm{tg}(\alpha)] + d\,\mathrm{tg}(\alpha)\,\mathrm{tg}(\beta)$$
$$H = \frac{h(\mathrm{tg}\,\beta - \mathrm{tg}\,\alpha) + d\,\mathrm{tg}\,\beta\,\mathrm{tg}\,\alpha}{\mathrm{tg}\,\beta - \mathrm{tg}\,\alpha}$$

Assim, chegamos ao seguinte modelo:

$$H = h + \frac{d\,\mathrm{tg}\,\beta\,\mathrm{tg}\,\alpha}{\mathrm{tg}\,\beta - \mathrm{tg}\,\alpha}$$

Onde os ângulos α e β são medidos em dois pontos de mira, que distam d, e estão alinhados com o Para-raios.

EXPERIMENTO 2 - ATIVIDADE 4

A atividade 4 é semelhante à atividade 3, a diferença é que a se pedi o comprimento da estátua que está sobre uma estrutura de concreto, sendo que o pé da imagem está em é um ponto impossível de se nivelar com teodolito. Novamente temos como objetivo analisar a capacidade do aluno de generalizar o modelo encontrado anteriormente, aplicando-o em situações diversas, mas que façam uso do mesmo princípio.

Todos os participante conhecem bem o local onde fica a imagem a ser estudada na atividade, que exigirá como conhecimentos prévios técnicas de desenho, raciocínio lógico e compreensão significativa da atividade anterior

Tomada de Posição

Determinar o comprimento da Estátua de Nossa Senhora dos Remédios, situada no morro da Ana em Piripiri-Piauí.

Maturação

Apos a leitura, todos tiveram conclusões semelhantes sobre o problema, que podemos resumir no seguinte questionamento:

Professor esta questão é igual a anterior?

Basta irmos até a santa e medir os ângulos e distância entre o pontos de mira?

A partir desta analise, fizemos um único questionamento, com a seguinte pergunta esclarecedora:

O pé da imagem está no plano onde o teodolito irá ficar?

Solução

Os alunos 2, 5, 7, 8, 10 e 14 deram soluções semelhante que se resumem no seguinte:

Calculamos as alturas do inicio e do fim da imagem até o solo, usando a fórmula anterior, depois é só subtrair.

Ao demais, retornamos à fase de Maturação, para mais questionamentos, através de perguntas orientadoras:

Em ponto inicia a estátua?

Em que ponto termina a estátua?

É possível calcular as alturas desses ponto usando o modelo encontrado na atividade anterior?

Prova

Seja H_1 a altura até o início da estátua, H_2 a altura do topo e H o comprimento da Estátua então:

$$H = H_2 - H_1$$

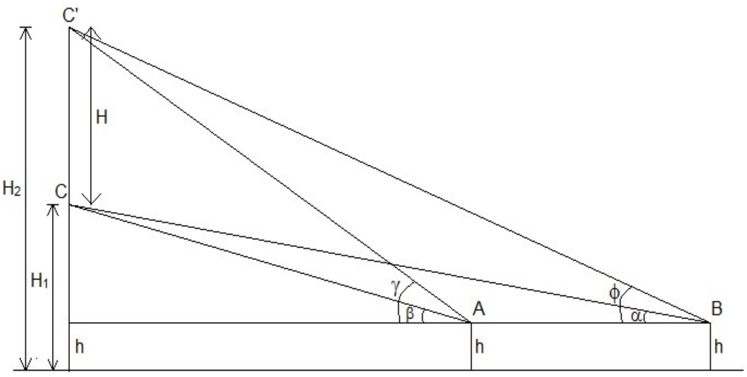


Figura 5.4: *Prova - Atividade experimental 4*

Seja o triangulo ABC, onde o ponto C representa o inicio da estátua, ponto obeservado. Os ponto A e B são pontos de mira, cujo os ângulos de visada são, respectivamente, β e α temos que:

$$H_1 = h + \frac{d \operatorname{tg} \beta \operatorname{tg} \alpha}{\operatorname{tg} \beta - \operatorname{tg} \alpha}$$

Seja o triangulo $A'B'C'$ onde C' é o topo da estátua, ponto observado. Os ponto A' e B' são pontos de mira, cujo os ângulos de visada são, respectivamente, γ e ϕ temos que:

$$H_2 = h + \frac{d \operatorname{tg} \gamma \operatorname{tg} \phi}{\operatorname{tg} \gamma - \operatorname{tg} \phi}$$

Assim, temos que:

$$H = h + \frac{d \operatorname{tg} \gamma \operatorname{tg} \phi}{\operatorname{tg} \gamma - \operatorname{tg} \phi} - \left(h + \frac{d \operatorname{tg} \beta \operatorname{tg} \alpha}{\operatorname{tg} \beta - \operatorname{tg} \alpha} \right)$$

E portanto:

$$H = \frac{d \operatorname{tg} \gamma \operatorname{tg} \phi}{\operatorname{tg} \gamma - \operatorname{tg} \phi} - \frac{d \operatorname{tg} \beta \operatorname{tg} \alpha}{\operatorname{tg} \beta - \operatorname{tg} \alpha}$$

Onde a distância d, entre os pontos de mira, é medida com fita métrica e os ângulos de visada γ, ϕ, β e α são medidos com o teodolito.

EXPERIMENTO 3 - ATIVIDADE 5

A atividade 5 tem como objetivo fornecer ao aluno um modelo para calcular distância do ponto de mira a um ponto inacessíveis, sendo que estes pontos estão em níveis diferentes, sendo possível colocar a baliza na projeção perpendicular, sobre o solo, do ponto observado. O experimento consiste em uma única visada, e com a distância d entre o ponto de mira e a baliza, utilizar a razão trigonométrica do cosseno, determinar a distância que deverá estar na posição da hipotenusa do triângulo.

Como conhecimentos prévios serão necessários saber aplicar da fórmula de cosseno, técnicas de desenho, Para a parte prática, transposição de nível do ponto de mira para a baliza com mangueira de água ou lazer, medir distancia com fita métrica, ler ângulo de visada no teodolito.

Tomada de Posição

Determinar o comprimento de um fio elétrico necessário para ligar um transformador no alto de um poste para a estufa agrícola, ambos situadas próximo ao estacionamento da escola.

Maturação

Apos leitura e tempo para análise, surgiram várias reflexões dos alunos e percebemos que queriam mais uma vez aplicar a razão trigonométrica tangente, então os questionamos através das seguintes perguntas orientadoras:

O que o problema está pedindo?

Quais são os dados que podemos encontra na pratica com os instrumentos que temos?

E a seguinte pergunta orientadora:

Qual a melhor posição para colocar o teodolito?

Destacamos as respostas ao questionamentos dos participantes 2, 3, 4, 7, 10 e 15:

Professor podemos colocar o teodolito na estufa, colora a baliza no "pé"do parte e como o poste e estuda estão próximos, podemos medir a distância entre o teodolito e baliza com fita métrica.

E como hipótese:

Dá pra fazer pelo seno?

Solução

Apos os questionamentos, 13 dos 15 participantes apresentaram a seguinte solução:

$$x = \frac{d}{\cos \alpha}$$

Onde x representava a hipotenusa do triângulo cujos vértices eram o ponto de mira, a baliza e o topo do porte.

Prova

Seja o triangulo ABC onde A é o ponto de mira, B, no mesmo nível de A, um ponto situado na baliza fixa na base do poste, e C o ponto observado.

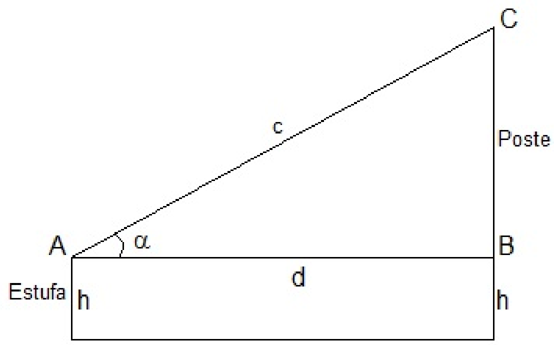


Figura 5.5: *Prova - Atividade experimental 5*

Sendo c o comprimento do fio, temos que:

$$\cos\alpha = \frac{d}{c}$$

e Portanto:

$$c = \frac{d}{\cos\alpha}$$

Onde α é o ângulo de visada.

EXPERIMENTO 3 - ATIVIDADE 6

Semelhante a atividade anterior, já que ambas fazem parte do experimento 3, mas neste caso o ponto inacessível, que se deseja medir a distância, e o ponto de mira estão no mesmo nível. O objetivo desta atividade é fornecer ao aluno modelo calcular distancia entre ponto cujo um esta inacessível como por exemplo distância entre ilhas, ou de um navio até a costa, comprimento de linhas de transmissão e etc.

Para tanto, é necessário que o aluno conheça e saiba aplicar a fórmula da tangente, realize cálculos algébricos, saiba transformar situações concretas em um desenho e para prática, colocar a baliza em prumo, nivelar o teodolito com a baliza e medir ângulo como um plano vertical.

Tomada de Posição

Determinar a distância entre duas margens do Açude Caldeirão, tomando como referencia, de um lado, o quiosque Águas Espraiadas, e do outro, uma cruz em um pequeno morro, conhecida na região como "Morro Branco".

Maturação

Apos leitura do problema, surgiram os seguintes questionamentos dos participantes:

Professor não há ponto no alto para olhar pelo teodolito, como vamos medir o ângulo?

Você quer que agente meça o ângulo no transferidor de baixo?

Professor essa questão é idêntica a uma questão que foi passada no início, resolve do mesmo jeito?

Respondemos aos questionamentos através das seguintes perguntas esclarecedoras:

Qual será o ponto de mira e qual será o ponto observado?

Qual ângulo medi o transferidor que está na base do nosso teodolito?

Vocês lembram como construir um triangulo retângulo?

Solução

Apenas o aluno 7 apresentou solução correta. Destacamos a solução do aluno 15:

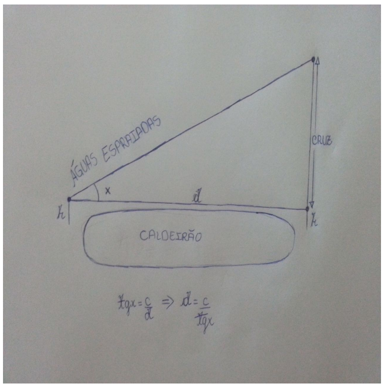


Figura 5.6: *Resolução da atividade 6 pelo Aluno 15*

Fizemos a seguinte pergunta esclarecedora ao aluno 15:

Você tem o comprimento da cruz?

E mais duas perguntas orientadoras para todos os participantes, a saber:

Vocês lembram como resolveram a questão anterior?

Conseguem imaginar como seria se o porte estivesse deitado no solo?

Qual dos lados do triângulo podemos medir com a fita métrica?

Prova

Seja o triângulo ABC, onde A é ponto de mira, B é o quiosque Águas Espraiadas e C é o Morro Branco, A e B estão no mesmo nível, e de forma que o ângulo $A\widehat{B}C$ seja reto, o cateto $BC = a$ é distância procurada, conforme figura 6.8.

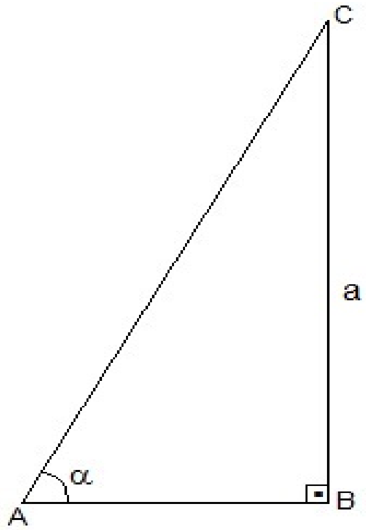


Figura 5.7: *Prova - Atividade experimental 6*

Assim temos que:

$$\operatorname{tg}\alpha = \frac{a}{d}$$

Isto implica que:

$$a = d\operatorname{tg}\alpha$$

Onde α é o ângulo entre a visada e a linha imaginária que liga A a B.

EXPERIMENTO 4 - ATIVIDADE 7

A Primeira atividade de cada experimento sempre tem gerado maiores dificuldades, uma vez que se procura um novo modelo. Nesta atividade se deseja resolver um problema bastante comum na topografia, que é calcular o desnível entre dois planos paralelos ao plano horizontal, muito útil nas construções e estudos de relevo de um modo geral.

O objetivo da atividade é fornecer ao participante um modelo que resolva o referido problema na prática dispondo apenas dos instrumentos que temos. o fato de nosso teodolito não medir distância gera uma quantidade maior de cálculos, como neste caso, é necessário primeiramente determinar a altura de um ponto no plano superior em ralação ao plano inferior.

Para tanta é necessário utilizar o modelo descrito na atividade 3 do experimento 2, pois neste caso é como se estivéssemos querendo calcular a altura do solo no plano superior em relação a plano inferior, é necessário fazer algumas modificações no modelo, pois precisa-se de um ponto a ser observado que não esteja no solo.

Tomada de Posição

Atrás da nossa quadra poliesportiva há um declive acentuado devido à proximidade do limite do campus com a margem do Rio dos Matos. Um engenheiro ao visitar o campus, suscitou a possibilidade de construir um novo auditório naquele local, utilizando o declive para este fim. Determinar o desnível entre o plano abaixo do declive e o plano onde está a quadra poliesportiva.

Maturação

Neste momento explicamos aos participantes que medições serão feitas do lada de fora da escola, na avenida reio do matos, que acompanha o declive, devido à dificuldades que é para chegar ao plano inferior, por conta da vegetação e do solo rochoso.

Começam a surgir questionamento dos participantes, destacamos o seguinte:

Professor dá pra fazer igual a segunda questão?

E necessário fazer uma ou duas medições de ângulo?

Professor se esticarmos a fita métrica de baixo até em cima vamos ter a medida da hipotenusa, é assim que o senhor quer que façamos?

Esse último questionamento veio do aluno 7, que classeificamos, segundo a Sequência Fedathi, como dúvida e a resposta foi dada da seguinte maneira:

Quais os dados foram necessários para a resolver a atividade 2?

Compare com as atividades do experimento 2

Sempre vai ser possível esticar a fita métrica do ponto de mira ao ponto observado?

Imaginem a baliza no plano de cima e o teodolito no plano de baixo

Solução

8 dos 15 participantes apresentaram solução semelhante, da seguinte forma:

Verbalizações:

Basta medir dois ângulos com 10 metros de distância e aplicar a fórmula da atividade 3

Questionamento:

Qual será o ponto observado?

Solução proposta pelo Aluno 7

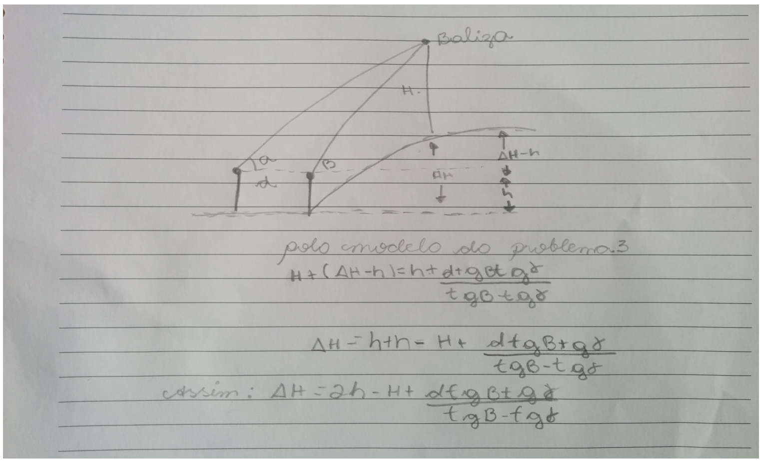


Figura 5.8: *Solução feita pelo aluno 7 da atividade experimental 7*

Ao analisarmoas a solução proposta pela maioria, questionameos com seguinte pergunta orientadora:

O ponto de mira e o ponto observado podem ter mesma altura em ralação ao solo?

Prova

Afim de facilitar os cálculos, usaremos na baliza, posta no plano superior, o mesmo comprimento da altura do teodolito ao solo. Os ponto A e A' são pontos de mira e B ponto observado, chamamos de ΔH o desnível procurado, conforme figura 6.9:

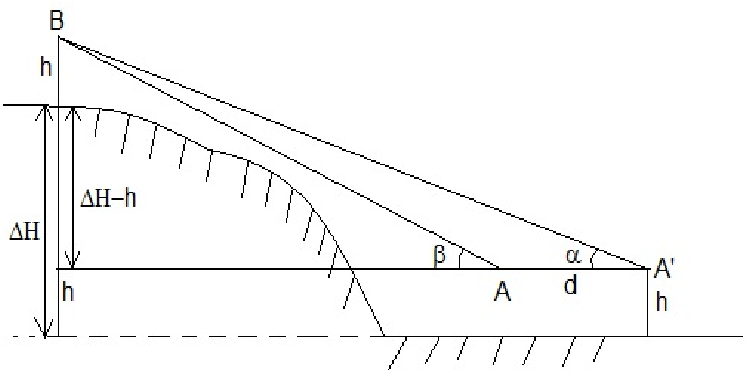


Figura 5.9: *Prova - Atividade Experimental 7*

Pelo modelo desenvolvido na atividade 3, temos que:

$$h + (\Delta H - h) = h + \frac{d \operatorname{tg} \beta \operatorname{tg} \alpha}{\operatorname{tg} \beta - \operatorname{tg} \alpha}$$

E portanto:

$$\Delta H = h + \frac{d \operatorname{tg} \beta \operatorname{tg} \alpha}{\operatorname{tg} \beta - \operatorname{tg} \alpha}$$

comentário:

Notem que ao utilizar o baliza com mesmo comprimento do altura do teodolito, o desnível ΔH é igual à altura do triângulo ABC.

EXPERIMENTO 4 - ATIVIDADE 8

A atividade 8 consiste em determinar a altura de um estrutura sem visualizar sua base, mas já conhecendo o desnível entre os planos onde se encontrarão a referida estrutura e o plano de observação. È semelhante à atividade 3 do experimento 2, com a diferença que neste caso não é possível visualizar o inicio da torre no solo.

O problema consiste em, a partir de dois ponto de mira, determinar a altura do topo da torre em ralação ao plano inferior e posteriormente subtrair o desnível entre os planos, para tanto é necessário utilizar o modelo descrito na atividade 3 do experimento 2.

Como conhecimentos prévios é necessário que o aluno conheça e saiba aplicar a fórmula da tangente, realize cálculos algébricos, saiba transformar situações concretas em um desenho, e para prática, nivelar o teodolito com a baliza e medir ângulo de visada, utilizar calculadora científica.

Tomada de Posição

Calcular a altura da torre de transmissão de sinal de celular e internet que fica próxima à quadra poliesportiva, com ponto de mira no plano abaixo do declive descrito na atividade anterior.

Maturação

Alguns alunos não tinham observado ainda na localização da torre, então fizemos um passeio até o local com todos os participantes. Novamente iremos utilizar como ponto de visualização um plano na calçada da escola, na avenida Rio dos Matos abaixo do declive.

Do plano inferior se vê a torre por cima do muro, após alguns metros do seu comprimento, sendo impossível tomar a base como ponto observado como foi feito casa da estátua da santa na atividade 4.

Começam a surgir questionamento dos participantes, destacamos os seguintes:

Já sabemos a altura do morro, a altura da torre somada com a altura da torre dá o que?

Usa a fórmula da questão 3 ou da questão 7?

Professor sei que dá pra fazer usando a sétima questão, mas o que precisa alterar?

Classificamos os questionamentos dos participantes, segundo a Sequência Fedathi, como dúvida ou reflexão. Respondemos ao questionamento sugerindo nova leitura das atividades 3 e 7, comparando os desenhos. Fizemos alguns questionamentos:

No desenho quem é a altura da torre e quem é o ΔH *encontrado no questão anterior?*

Comparando os desenhos das atividades 2 e 7, que medida foi encontrado em cada uma?

O que a atividade 8 está pedindo?

Solução

14 participantes apresentaram solução semelhante e correta, da seguinte forma:

Verbalizações:

Professor Calcula a altura do topo da torre usando o formula da questão 3, depois subtrai do resultado da questão 7

Faz duas, observações com o teodolito, ao topo da torre, e aplica a fórmula da questão 3, depois subtrai o ΔH *da questão 7, o que sobra é a altura da torre.*

Solução em Desenho:

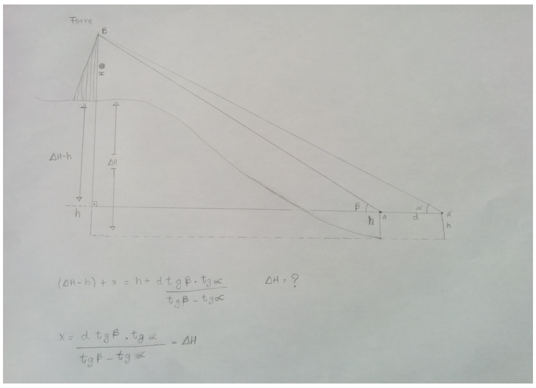


Figura 5.10: *Solução do Aluno 10*

Prova

Os ponto A e A' são pontos de mira, distantes d ente si, e o topo da torre B é o ponto observado, chamamos de H a altura da torre, conforme figura 6.2:

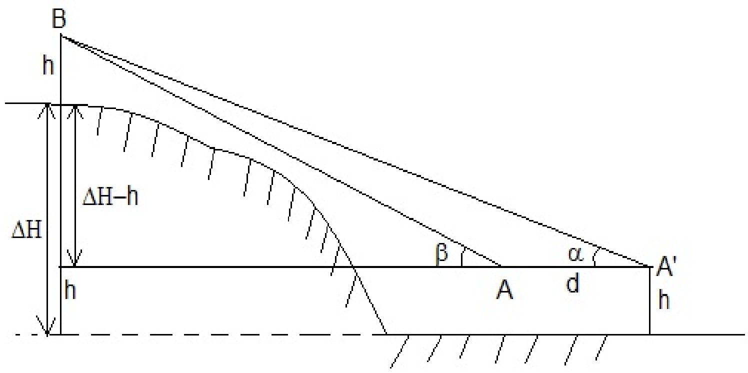


Figura 5.11: *Prova - Atividade Experimental 8*

Pelo modelo desenvolvido na atividade 3, temos que:

$$H + (\Delta H - h) = h + \frac{d \operatorname{tg}\beta \operatorname{tg}\alpha}{\operatorname{tg}\beta - \operatorname{tg}\alpha}$$

segue-se que:

$$H + \Delta H = \frac{d \operatorname{tg}\beta \operatorname{tg}\alpha}{\operatorname{tg}\beta - \operatorname{tg}\alpha}$$

E portanto:

$$H = \frac{d \operatorname{tg}\beta \operatorname{tg}\alpha}{\operatorname{tg}\beta - \operatorname{tg}\alpha} - \Delta H$$

Onde ΔH é o desnível encontrado no problema anterior

5.2.3 Resultados dos Experimentos

Como já foi mencionado a prática em campo foi feita em grupos, para o nosso experimento foram 5 grupos cada um com três participantes, A tabela 6.2 mostra os resultados das atividades encontradas por cada grupo, todas as medidas estão em metros.

Resultado da Experimentação								
Qustões	A1	A2	A3	A4	A5	A6	A7	A8
Grupo 1	7,93	13,20	14,03	3,15	22,11	881,36	6,67	14,01
Grupo 2	8,86	14,11	14,42	2,98	22,94	910,25	6,29	14,86
Grupo 3	8,62	13,16	14,33	3,05	22,15	944,86	6,61	14,57
Grupo 4	8,23	13,12	14,17	3,10	22,09	964,78	6,41	14,44
Grupo 5	8,49	13,15	14,29	3,08	22,17	932,23	6,58	14,37

Tabela 5.2: Resultados das Medição em Campo

5.2.4 Pós-teste

O Pós-teste foi retirado dos livros de primeiro e segundo anos do ensino médio, mais utilizadas segundo a análise de livro didáticas na seção 3.3, inclusive do livro adotado no Instituto Federal do Piauí. Foi baseado nas questões do pré-teste e atividades da experimentação. Composto por 10 questões, agora bem mais complexas e em muito casos sem a devida figura. O objetivo do pós-teste é avaliar os conhecimento adquiridos durante a exposição oral e experimentação. Foi uma atividade individual, respondida em sala e com auxilio de calculara ou tabela trigonométrica,sem consulta a livros ou anotações no caderno.

Questões do Pós-teste

1.**(Matemática, Manoel Paiva)** A âncora de um barco pesqueiro, depois de lançada, atingiu o fundo do rio. como a profundidade do rio nesse ponto é menor que o comprimento da corda que prende a âncora ao barco este se moveu 20 metros com relação ao ponto onde a âncora foi lançada, esticando completamente a corda que formou um ângulo agudo de medida α com a superfície do rio tal que $\operatorname{tg}\alpha = \dfrac{5}{13}$ calcule a profundidade do rio nesse ponto.

2.**(Matemática, Manoel Paiva)** Um engenheiro deve medir a largura de um rio. Para isso, fixa um ponto A na margem em que está e um ponto B na margem oposta, a seguir ele se desloca 40 metros perpendicularmente à reta $\vec{AB}$ até o ponto C e mede o ângulo $A\widehat{C}B$, obtendo 44^o. Dados: $\operatorname{sen} 44^o = 0,69$, $\cos 44^o = 0,71$ e $\operatorname{tg} 44^o = 0,96$, calcule a largura do rio.

3.**(Matemática, Manoel Paiva)** A hélice de um submarino foi projetada foi projetada com 5 pás de mesmo comprimento de modo que a distancia entre os extremos móveis de duas pás consecutivas quaisquer seja de 2 metros. Calcule o comprimento de cada pá. (Adote: $\operatorname{sen} 36^o = 0,588$, $\cos 36^o = 0,809$ e $\operatorname{tg} 36^o = 0,727$)

4.**(Matemática, Manoel Paiva)** Dois níveis de uma praça estão ligados por uma rampa de 3 metros de comprimento e 30^o de inclinação com a horizontal. Devem-se construir sobre a rampa 6 degraus de mesma altura. Qual a altura de cada degrau?

5.**(Matemática: Contexto e Aplicações, Luiz Roberto Dante)** De um ponto A no solo, visam-se a base B e o topo C de um bastão colocado verticalmente no alto de uma colina, sob ângulos de 30^o e 45^o, respectivamente. Sabendo que o bastão mede 4 m de comprimento, determine a altura da colina.

6.**(Matemática: Contexto e Aplicações, Luiz Roberto Dante)** Uma avião levanta voo, sua trajetória forma um ângulo de 15º com a horizontal. A que altura estará e qual a distancia percorrida quando sobrevoar uma torre que se sabe que está a 2 km do ponto de partida?

7.**(Matemática: Contexto e Aplicações, Luiz Roberto Dante)** Para determinar a altura de uma torre, um topografo coloca o teodolito a 100 m da base de obtém um ângulo de 30º. Sabendo que a luneta do teodolito está a 1,70 m do solo, qual é aproximadamente a altura da torre?

8.**(Conexões com a Matemática, Fábio Martins de Leonardo)** A distância entre os andares do prédio de um supermercado é de 3,5 m. Segundo as normas da construção civil, as rampas para pedestres tem inclinação de 10%, isto é para cada 10 cm de altura, são necessários 100 cm de afastamento a partir do inicio da rampa, para veículos essa inclinação é geralmente 30%. Qual deverá ser o comprimento da rampa para pedestres entre o térreo e o primeiro andar? e da rampa para veículos entre o térreo e o primeiro subsolo.

9.**(Conexões com a Matemática, Fábio Martins de Leonardo)** As medidas oficiais das balizas (traves do gol) de um campo de futebol são 2,44 m de altura e 7,32 m de largura e a marca do pênalti (P) está a 11 m do meio (M) da linha do gol. De acordo com essas informações. Determine:

a) O maior ângulo, com relação a reta PM, que um jogador pode cobrar um pênalti, chutando rasteiro, e marcar um gol;

b)O maior ângulo que o mesmo jogador pode cobrar um pênalti chutando para o alto, na perpendicular, por M, à lindar do gol. E marcar um gol.

10.**(Conexões com a Matemática, Fábio Martins de Leonardo)** Um helicóptero está estacionado a 1 km de altura acima da sede de uma fazenda, situada em uma planície. O piloto pretende descer, em trajetória retilínea, formando um ângulo de 15,7º com a vertical. Com auxilio de uma calculara científica, determine, de maneira aproximada, a que distância da sede ele pousará?

O resultado quantitativo desta avaliação está na tabela 6.3. Novamente dividimos as solução em C, que indica solução correta, P parcialmente correta, E indica solução errada e B indica questão em branco.

Resultado do Pós-teste										
Qustões	Q1	Q2	Q3	Q4	Q5	Q6	Q7	Q8	Q9	Q10
Aluno 1	C	C	P	C	C	P	C	C	E	P
Aluno 2	C	C	P	C	E	C	P	C	C	P
Aluno 3	C	C	C	C	P	C	C	C	C	P
Aluno 4	P	E	P	C	B	C	C	E	C	P
Aluno 5	C	C	C	B	C	C	C	P	P	C
Aluno 6	P	C	C	P	C	P	P	C	C	P
Aluno 7	C	C	C	C	C	C	C	C	C	C
Aluno 8	C	C	C	C	C	C	C	C	P	E
Aluno 9	P	C	C	C	C	P	C	P	B	C
Aluno 10	C	C	C	C	C	C	P	P	C	C
Aluno 11	C	C	C	C	C	C	C	P	C	E
Aluno 12	P	C	C	P	C	C	C	P	C	C
Aluno 13	P	C	C	P	C	P	C	P	C	C
Aluno 14	P	P	e	C	P	C	C	C	C	C
Aluno 15	C	C	P	C	C	C	P	P	C	C

Tabela 5.3: Resultado do Pós-teste

5.2.5 Dificuldades

O Instituto Federal de Educação Ciência e Tecnologia do Piauí dispõe de infraestrutura considerável, de espaço, laboratórios e materiais didáticos, que tornaram a pesquisa viável no que diz respeito a estes fatores. O fato dos alunos passaram por uma seleção pra ingressar no IFPI, uma prova de Português e Matemática, também foi um fator de diminuição dos obstáculos com relação aos conhecimentos prévios de grande parte do participantes. No entanto tivemos algumas dificuldades, a saber:

- Desconhecimento total por parte dos alunos sobre o uso do teodolito dos instrumentos de medida, várias vezes durante as medições tivemos que dar instruções sobre o uso dos instrumentos;

- Conhecimentos prévios insuficientes, em alguns casos os participantes tinham total desconhecimento da noção de ângulo, de posições de retas, do transferidor e etc. Já esperávamos por isso ao observar a posição de cada um desses na lista de aprovados no exame classificatório 2014 do IFPI, mas após a aplicação do pré-teste e exposição oral nos primeiros encontros percebemos que estas dificuldades eram superáveis.

- Dificuldades de compreensão para encontrar os modelos das atividades, muitos relataram que sempre fizeram contas com números, nunca a resposta era uma fórmula. No inicio da resolução das atividades, tivemos grandes dificuldades para que os participantes entendessem o que era operar com expressões algébricas, como por exemplo, realizar produto dos meios pelos extremos, utilizar a propriedade distributiva da soma com relação ao produto para eles não passava das mesmas fórmulas que viram antes, ainda mais complexas já que não tinha nem números nem desenho. Estas dificuldades foram sendo sanadas durante a fase da maturação proposta na Sequência Fedathi.

- Excesso de atividades dos participantes, por estudarem em um curso técnico eles têm entre 15 e 17 disciplinas todo ano, o que acarreta uma quantidade de atividades muito grande, isso causa cansaço na maioria, e também muitos compromissos como atividades em grupos de outras disciplinas, aulas de reforço e etc. Essas atividades chocavam com os encontros da nosso pesquisa, tivemos que remarcar algumas vezes por falta de quórum.

- Tivemos dificuldades de encontrar os HDs descartados, para produção do teodolito, na maioria das lojas de manutenção eles vendem esses equipamentos para reciclagem.

- O acesso ao plano inferior ao declive atrás da quadra da escola foi impossível, tivemos que realizar um calculo aproximado do lado de fora.

- Restrição do teodolito, nossa transferidor só medi até graus inteiros, o q torna todos os problemas aproximados, no entanto, não temos como objetivo determinar com precisão as medidas. A prática com os instrumentos tem como finalidade gerar uma aprendizagem significativa para o discente.

5.3 Avaliação geral e conclusões

O presente trabalho surgiu da insatisfação dos resultados obtidos com a nossa prática docente, do desejo de fazer algo significativo para modificar a realidade comodista que se instalou na prática do ensino de matemática. Ao iniciar nosso estudo, tivemos como objetivo avaliar a veracidade da seguinte hipótese: Se construirmos de forma adequada e aplicarmos uma sequência didática envolvendo situações problema que trabalhem o desenvolvimento dos conceitos e propriedade trigonométricas por meio de observações na prática, estaremos possibilitando uma melhor afinidade dos alunos com o conhecimento estudado. Paralelamente a isto, tivemos como escopo instigar no aluno a satisfação em assistir aula de matemática.

A sequência de ensino mencionada na hipótese é a Sequência Fedathi e a ferramenta que viabilizou a praticidade da pesquisa foi o teodolito caseiro. A fase da experimentação foi planejada com a finalidade de atingirmos nosso objetivo, as instruções sobre uso dos instrumentos de medida foi fundamental, uma vez que os participantes desconheciam tais instrumentos, aproveitamos a ocasião para revisar conceitos fundamentais da trigonometria, tais como a definição e classificação de ângulos, orientações horizontal vertical, triângulos, dentre outros.

A figura 6.12 apresenta um quadro comparativo entre o pré e o pós-teste, lembremos que as questões do pós-teste oferecem maior compreensão dos conteúdos, a correção foi feita de forma mais criteriosa.

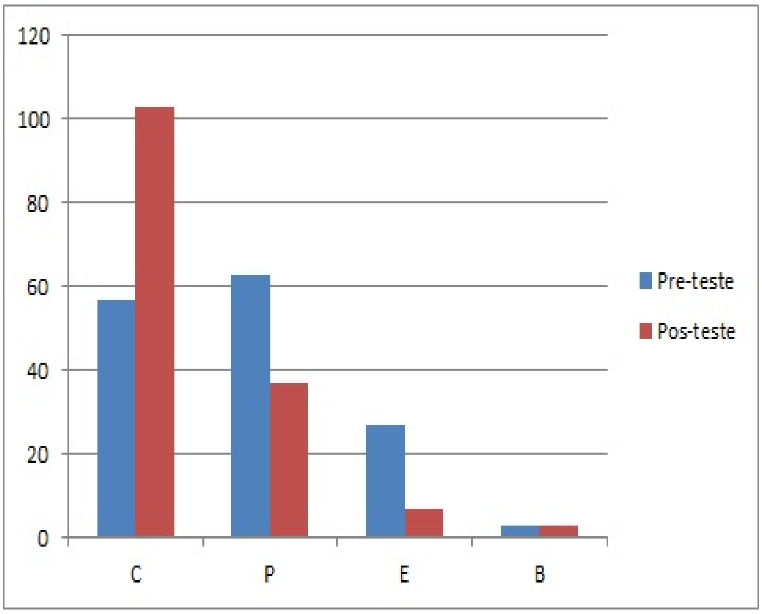


Figura 5.12: *Gráfico comparativo entre o pré e o pós-teste*

Observando o quadro comparativo, acreditamos que nossos objetivos foram satisfatoriamente atingidos, pois além do aumento expressivo na quantidade de questões resolvidas corretamente e parcialmente corretas, notamos também que a organização dos passos que levam à solução do problema e a capacidade de transformar situações reais em um desenho, esboço, foram plenamente melhoradas ou desenvolvidas. Percebemos ainda que a atividade em campo tornou a aula de matemática prazerosa, todos os participantes afirmaram que gostaram de trabalhar com os instrumentos que até em então só observavam alguém utilizando, como é o caso do prumo e do nível de bolha, que são muito utilizados por pedreiros em construção civil, afirmaram ainda que gostaram muito da forma com a aula foi conduzida, das perguntas que orientavam eles mesmo a descobrirem as fórmulas, explicamos a eles que isto se chama metodologia docente.

O pré-teste e também as conversas informais evidenciaram compreensões incorretas dos participantes, destacamos a sobre a noção de ângulo, por exemplo, eles têm por definição que o ângulo é só o "canto"do triângulo, confunde-se muito também o ângulo com a sua medida. A exposição oral deu ênfase a estas noções errôneas no intuito de desfazê-las construindo definições corretas e propriedades verdadeiras.

Outra confusão que os alunos trazem do ensino fundamental diz respeito à definição de seno ou cosseno, quando está sendo medido usando a unidade radianos, confunde-se a medida do arco com seu próprio seno (ou cosseno), escreve-se $\text{sen} = 1$ ao invés de $\text{sen}\,1$, e quando vai informar à calculadora cientifica, cometem muito o erro de colora $\text{tg}\,40$ com a máquina graduada em radianos.

O teodolito, bem como os outros instrumento de medida, mostraram-se como ferramentas eficases quando se trata de elaboração de situaçõs de aprendizagem da matemática, oferencendo um leque de opções de construção do conhecimentos. O fato de estar fora da sala, de observar o problema fora do livro didática troxe dinamismo para as atividades. A construção do modelo da forma como foi feita, possibilitando ao participante da pesquisa, fazer reflexões através de tentativas falhas e de verificação de hipóteses, de buscar relacionar aquilo que está no papel com o problema resolvido no mundo real, trouxe signicado ao modelo encontrado. Nos dois ultimos experimentos, os participantes não pensavam mais no problema como algo que tivesse o fim e si próprio, mas sim em encontrar uma expresção que pudesse ser alimentada de dados reais medidos com os intrumentos disponíveis.

Outra observação importante foi a técnica de resolução de expressões algébricas envolvendo trigonometria, o isolamento da variável do problema em meio á uma quantidade expressiva de variáveis nas ultimas atividades aconteceu com menor dificuldade, e na última efetuamos poucos questionamentos e somente para 4 participantes, os demais conseguiram encontrar o modelo sem orientação.

A sequência de ensino proporcionou ao participante criar hipóteses e verifica-las, ou reformular quando necessário. o fato de ter que buscar as medidas com instrumentos, a interatividade do grupo trabalhando em equipe, instalou um dinamismo na atividade que permitiu uma aprendizagem significativa, pois o grupo saiu da postura de ouvindo, de mero expectador das exposições, e passou a construir seu próprio conhecimento através da reflexão, das relações encontradas, do teste de hipóteses, de erros e acertos.

A experiência de ensino revelou a prática docente errônea em que os alunos estão habituados, onde o problema é retirado do livro, ele procura os dados e aplica uma fórmula, em muitos casos, o professor repassa ao aluno um lista de fórmulas para que o trabalho do aluno se resuma a procurar qual delas resolve cada problema e simplesmente aplica, encontrando um número como resposta que ele, muitas vezes, desconhece o significado. Nosso experimento deu uma nova roupagem à aula de matemática, viu-se um certo entusiasmo dos participantes na resolução das atividades.

6 Considerações Finais e Recomendações

Consideramos que nosso estudo criou uma ferramenta eficaz no ensino da Trigonometria, por ter oportunizado ao participante criar sues próprios modelos de resolução de problemas reais. Embora não tenha sido testa com apenas parte de uma turma de ensino técnico, onde os alunos já passaram uma seleção, acreditamos que esta sequência passa ser aplicada em uma turma de ensino médio regular, recomendamos que o professor tome cuidado na elaboração dos experimentos, devem ser atividades adaptadas á realidade da escola, à sua infraestrutura e materiais que possam ser utilizados para medição.

Em estudos futuros, aplicaremos nosso experimento enfocando relação trigonométrica fundamental e funções trigonométricas, com auxilia do laboratório de matemática e de informática e possivelmente de um teodolito eletrônico, o qual recomendamos à direção da escola adquirir.

Continuaremos trabalhando nesta escola, os alunos participantes vão continuar sendo nossos alunos, analisando em médio prazo o efeito desta experiência, podemos continuar a melhorar nossa prática docente, retomando esse ou iniciando com outros conteúdos da matemática de uma forma geral.

Encerramos este trabalho com a certeza de que o experimento enriqueceu nossa prática docente. A mudança na sequência didática nos permitiu vivenciar a prática de ensinar sendo transformada na prática de mediar a construção do conhecimento pelo próprio aluno, algo desejável desde a formação inicial.

Referências Bibliográfias

ARTIGUE, M. (1988): "Ingénierie Didactique". Recherches en Didactique des Mathématiques. Grenoble: La Pensée Sauvage-Éditions, v. 9.3, 281-308.

ARTIGUE, M. (1990). Epistémologie et Didactique. Recherches en Didactique des Mathématiques. Grenoble: La Pensée Sauvage-Éditions, v. 10 n° 2.3, p.241-286.

BIANCHINI, Edwaldo. Matemática 9_o Ano. 7a Ed. São Paulo: Moderna, 2011.

BORGES NETO, H. et al. A Sequência Fedathi como Proposta Metodológica no Ensino aprendizagem de Matemática e sua Aplicação no Ensino de Retas Paralelas.

BORGES NETO, H.; SANTANA, J. R. Fundamentos Epistemológicos da Teoria de Fedathi no Ensino de Matemática. Anais do XV EPENN, São Luís, 2001. Disponível em <http://www.multimeios.ufc.br/fedathi.php>. Acesso em 28 nov.2013.

BRASIL. Ministério da Educação e do Desporto. Parâmetros Curriculares Nacionais: Ensino Médio. Brasília: MEC, 2000.

BRASIL. Ministério da Educação. Guia de Livro Didático 2011: Matemática: séries/ anos finais do ensino fundamental/Secretaria de Educação Básica. Brasília: Ministério da Educação, Secretaria de Educação Básica, 2011.

BRASIL. Ministério da Educação. Guia de Livro Didático 2015: Matemática: Ensino Médio/Secretaria de Educação Básica. Brasília: Ministério da Educação, Secretaria de Educação Básica, 2015. BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. Parâmetros Curriculares Nacionais: uma introdução aos parâmetros curriculares nacionais. Brasília: MEC/SEF, 1997. Disponível em http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/livro01.pdf Acesso em 18 jun. 2013.

CUNHA, Francisco, A evolução da topografia através dos tempos, diponível em https://pt.scribd.com/doc/86564025/A-evolucao-da-topografia-atraves-dos-tempos acesso em 12/01/2015.

D'AMBROSIO, Educação Matemática: da Teoria à Prática. Campinas, SP: Papirus, 3ª ed. 1996.

D'AMBROSIO, Educação Matemática: Uma visão do estudo da arte. Pro-Posições, vol. 4, nº 1[10],1993.

D'AMBROSIO, Ubiratan. Da Realidade à Ação: Reflexões sobre Educação e Matemática,

DANTE, L. R. Matemática Contexto & Aplicações, V2. 2 ed. São Paulo: Ática, 2013.

DANTE, Luiz Roberto. Tudo é Matemática, Ensino Fundamental, 9º ano.. São Paulo: Ática, 2005.

FONSECA, Celso Suckow. História do Ensino Industrial no Brasil. Rio de janeiro:

Escola Técnica, 1961.

GÁLVEZ, G. A Didática da Matemática. In: PARRA, C.; SAIZ, I. Didática da Matemática: Reflexões Psicopedagógicas. Tradução de: Juan Acuña Llorens. Porto Alegre: ArtMed, 1996. Cap. 2.

GARCIA, Sandra Regina de oliveira. O fio da história: a gênese da formação profissional no Brasil. In: Trabalho e Crítica. São Leopoldo: Ed. UNISINOS, 2000.

GIOVANNI, José Ruy, Benedito Castrucci. A Conquista da Matemática, 9^o ano. Ed. renovada. São Paulo: FTD, 2009.

HUBNER, L. Etnomatemática. Diário do Grande ABC, São Paulo, 31 out. 2003, p.3. Disponível em http://etnomatematica.org/articulos/boletin.pdf. Acesso em 30/12/2014.

Iezzi, Gelson. [et al.]. Matemática: Ciência e Aplicações, V2. 7 ed. São Paulo: Saraiva, 2013.

LEONARDO, Fábio Martins de. Conexões com a matemática, Vol 1. 2 ed. São Paulo: Moderna, 2013.

MACHADO, S. D. A. Engenharia Didática. In: MACHADO, S. D. A. (org.). Educação Matemática: Uma introdução. 2 ed. São Paulo: Educ, 2002. p. 197-208.

Paiva, Manoel Rodrigues. Matemática V2. 2 ed. São Paulo: Moderna, 2013.

PEREIRA, Luiz H. F. Teorema de Pitágoras lembranças e desencontros na matemática. Editora. UPE, 2002.

PIAUI, Instituto Federal de Educação. Histórico. Disponível em
http://www5.ifpi.edu.br/index.php?option=com_content&view=article&id=2773
acesso em 07/09/2015

PILETTI, Nelson. Estrutura e Funcionamento do EnsinoFundamental.26ªEd. São Paulo: Ática, 2002 POMMER, Wagner Marcelo.A Engenharia Didática em sala de aula: Elementos básicos e uma ilustração envolvendo as Equações Diofantinas Lineares, 2013.

Quintaneiro, Wellerson. Representações e Definições Formais em Trigonometria no ensino Médio / Wellerson Quintaneiro da Silva. Rio de Janeiro: UFRJ / IM, 2010.

SANTOS, O.O; LIMA, M.G.S. O processo de ensino-aprendizagem da disciplina matemática: possibilidades e limitações no contexto escolar.

São Luiz/MA: XV Encontro de Pesquisa Educacional do Norte e Nordeste, 2000. Disponível em <http://www.multimeios.ufc.br/fedathi.php>. Acesso em 02 dezembro de 2014.

São Paulo: Summus; Campinas: ED. Da Universidade Estadual de Campinas, 1986.

SOUSA, Francisco Edisom Eugenio de. VASCONCELOS, Francisco Herbert Lima. BORGES NETO, Hermínio. Sequência Fedathi: uma proposta para o ensino de matemática ciências - Fortaleza: Edições UFC, 2013.

Apêndice A
Questionário Enstrevista

1) Gosta das aulas de matemática?

2) Lembra quando estudou ângulo pela primeira vez?

3) Já tinha tido aula-campo matemática?

4) Conhece o teodolito?

5) Quais as dificuldades encontradas durante a obtenção dos modelos obtenção dos modelos?

6) Avalie a metodologia aplicada pelo professor pesquisador.

7) Qual das atividades em campo você achou mais benéfica?

8) Quais as dificuldades durante a aula prática?

9) Você considera que esta experiência contribuiu para sua aprendizagem ? Justifique.

10) Pretende se dedicar mais à continuação das estudos em trigonometria? Justifique.

Apêndice B
Termo de Livre Consentimento e Esclarecido

INSTITUTO FEDERAL DO PIAUÍ

TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO

Convidamos o (a) Sr (a) para participar da Pesquisa, Cálculo nas Alturas: Trigonometria e o Uso do Teodolito Caseiro, sob a responsabilidade do pesquisador Ivan da Silva Sousa, a qual pretende investigar se os participantes conseguirão compreender os conceitos, construir propriedade trigonométricas e aplicar em outras situações, através de uma sequência didática que envolva situações-problema a serem resolvidos em campo com auxílio do teodolito caseiro como ferramenta de ensino.

Sua participação é voluntária e consistirá na participação de um minicurso em sala de aula e posteriormente, medições em campo utilizando um teodolito caseiro.

Se depois de consentir em sua participação o Sr (a) desistir de continuar participando, tem o direito e a liberdade de retirar seu consentimento em qualquer fase da pesquisa, seja antes ou depois da coleta dos dados, independente do motivo e sem nenhum prejuízo a sua pessoa. O (a) Sr (a) não terá nenhuma despesa e também não receberá nenhuma remuneração. Os resultados da pesquisa serão analisados e publicados, mas sua identidade não será divulgada, sendo guardada em sigilo. Para qualquer outra informação, o (a) Sr (a) poderá entrar em contato com o pesquisador no endereço, Avenida Rio do Matos, S/N, Germano, Piripiri/PI, pelo telefone (86) 9927-6247.

Consentimento Pós-Informação

Eu,____ fui informado sobre o que o pesquisador quer fazer e porque precisa da minha colaboração, e entendi a explicação. Por isso, eu concordo em participar do projeto, sabendo que não vou ganhar nada e que posso sair quando quiser. Este documento é emitido em duas vias que serão ambas assinadas por mim e pelo pesquisador, ficando uma via com cada um de nós.

____

Assinatura do participante

____

Ivan da Silva Sousa

Piripiri, ___ de ______ de 2015