UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARÁ
INSTITUTO DE CIÊNCIAS EXATAS E NATURAIS
PROGRAMA DE MESTRADO PROFISSIONAL EM MATEMÁTICA EM REDE NACIONAL

LUIZ ERNESTO MAURÍCIO DE ABREU LEITÃO

Uma Proposta Pedagógica Usando Resolução de Problemas Visando Melhorar a Qualidade do Ensino Básico

BELÉM-PARÁ
2015

LUIZ ERNESTO MAURÍCIO DE ABREU LEITÃO

Uma Proposta Pedagógica Usando Resolução de Problemas Visando Melhorar a Qualidade do Ensino Básico

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado ao Instituto de Ciências Exatas e Naturais da UFPA como parte dos requisitos para obtenção do grau de Mestre em Matemática.
Área de concentração: Matemática do Ensino Básico.

Orientador: Prof. Dr. Arthur da Costa Almeida

BELÉM-PARÁ
2015

LUIZ ERNESTO MAURÍCIO DE ABREU LEITÃO

Dados Internacionais de Catalogação-na-Publicação (CIP)
Sistema de Bibliotecas da UFPA

Leito, Luiz Ernesto Mauricio de Abreu, 1974-
Uma proposta pedaggica usando resoluo de problemas visando melhorar a qualidade do ensino bsico / Luiz Ernesto Mauricio de Abreu Leito. - 2015.

Orientador: Arthur da Costa Almeida.
Dissertação (Mestrado) - Universidade Federal do Pará, Instituto de Ciências Exatas e Naturais, Programa de Pós-Graduação em Matemática (Mestrado Profissional), Belém, 2015.

1. Matemática-Estudo e ensino (Ensino fundamental). 2. Olimpíadas de matemática. 3. Matemática-Competição. 4. Matemática-Problemas, exercícios, etc. I. Título.

CDD 22. ed. 510.7

LUIZ ERNESTO MAURÍCIO DE ABREU LEITÃO

Uma Proposta Pedagógica Usando Resolução de Problemas Visando Melhorar a Qualidade do Ensino Básico

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado ao Instituto de Ciências Exatas e Naturais da UFPA como parte dos requisitos para obtenção do grau de Mestre em Matemática.

Data da defesa: 25/6/15
Conceito:__________________

Banca Examinadora

Arthur Almeida
PROF. DR. ARTHUR DA COSTA ALMEIDA- Orientador - UFPA

PROF. DR. GERALDO MENDES ARAUJO - Membro- UFPA

Edilberto Oliveira Rozal
PROF. DR. EDILBERTO OLIVEIRA ROZAL - Membro- UFPA

PROF. DR. JOÃO CLÁUDIO BRANDEMBERG QUARESMA - Membro- UFPA

Dedico este trabalho a minha esposa Samara e aos meus filhos: Manuela, Pedro e Murilo.

AGRADECIMENTOS

Agradeço a Deus pelo dom da vida e por saber que em nenhum momento estive sozinho nesta caminhada.

Agradeço a minha mulher por todo amor, apoio, compreensão, paciência e incentivo.

Agradeço aos meus filhos por serem a luz da minha vida.

Agradeço a minha irmã Aline pela indicação da equipe de filmagem e edição do vídeo. Agradeço a minha cunhada Samira Luz, por ter conseguido recuperar minha dissertação do computador já na fase de entrega.

Agradeço a minha mãe Beatriz Miranda Maurício de Abreu e aos meus avós Ernesto Gondim Leitão e Ruth Moura Leitão por terem sempre me incentivado a estudar e ser um homem de bem.

Agradeço a todos os amigos que fiz durante o Curso, meus colegas de estudo, sem eles teria sido mais difícil essa caminhada.

Agradeço à Sociedade Brasileira de Matemática (SBM), por oportunizar o PROFMAT, programa que nos proporcionou imensurável crescimento intelectual.

Agradeço à Universidade Federal do Pará (UFPA), por nos proporcionar sua estrutura física e intelectual.

Agradeço ao CAPES, pelo reconhecimento e investimento que viabilizaram este importante projeto.

Enfim, agradeço a todos os professores, em especial ao Prof. Dr. Arthur, meu orientador, por toda paciência e boa vontade na elaboração desta dissertação.

LISTA DE FIGURAS

RESUMO

O presente estudo destina-se a orientar os professores e incentivar os alunos da educação básica da rede pública do Estado do Pará a adotar as Olimpíadas de Matemática como prática pedagógica complementar, com o intuito de incentivar o estudo da disciplina.

Primeiramente, explico as regras da OBMEP, trazendo uma descrição de diversos materiais didáticos que podem ser utilizados por alunos e professores no que se refere as competições matemáticas; sendo o foco nessa seção, os materiais gratuitos à disposição na internet. Em seguida, trago as questões da 1ª e 2ª fase do nível 3 da OBMEP 2010, acompanhadas de breve análise da prova e de sua resolução em vídeo, produzida e apresentada por mim. Constará no apêndice link com matéria sobre Erick Rodolfo Souza Trindade ouro na OBMEP 2014; assim como o link do trabalho de autoria de Emanuel Carneiro, apresentado na II Bienal da SBM, cujo titulo é "Olimpíadas de matemática - Uma porta par o futuro", que traz dicas e orientações de como montar um projeto de Olimpíadas nas Escolas.

Desta forma, objetivo fornecer ferramentas aos professores e alunos do ensino fundamental das Escolas Públicas do Estado do Pará sobre o ensino da matemática.

Palavras-chaves: Olimpíadas de Matemática. OBMEP. Ensino de Matemática. Preparação do Professor.

ABSTRACT

This study is intended to guide teachers and students in public schools of basic education from the State of Pará to take the Mathematics Olympics as a complementary pedagogy practice in order to encourage the study of the discipline. First, explains the rules of Brazilian Public Schools Mathematics Olympics (OBMEP), presenting then a description of various teaching materials that can be used by students and teachers interested in mathematics competitions, being the focus of this section the free materials available on the internet. Then it brings the questions from the 1st and 2nd phases of BPSMO level 3/ 2010, toghether with a brief analysis of the test and its solving video that I presented. The appendix will a link to an article about Erick Rodolfo Souza Trindade BPSMO gold in 2014; and a link to the work of Emanuel Carneiro, presented at the II Biennial of Mathematics Brazilian Society (MBS), entitled "Olimpíadas de matematica - Uma porta para o futuro" which provides tips and guidance on how to build an Olympics project in Schools . I hope thus to give a simple contribution to the teaching of Mathematics in Public Schools at the state of Para.

Keywords: Math Olympiad.OBMEP. Teaching of Mathematics. Teacher´s qualification.

SUMÁRIO

1.0 - INTRODUÇÃO

O Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional -PROFMAT visa atender professores de Matemática em exercício no ensino básico, em especial os atuantes nas escolas públicas, que buscam aprimoramento em sua formação profissional, com ênfase no domínio aprofundado de conteúdo matemático relevante para sua atuação como docente.

Dentro desta linha, este trabalho tem como proposta a melhoria do ensino básico de matemática, através da resolução de problemas, em especial as questões relacionadas às Olimpíadas de Matemática das Escolas Públicas. O professor George Polya (A arte de Resolver Problemas, 2006, prefácio) assim se manifestou:

> Um professor de Matemática tem, assim, uma grande oportunidade. Se ele preenche o tempo que lhe é concedido a exercitar seus alunos em operações rotineiras, aniquila o interesse e tolhe o desenvolvimento intelectual dos estudantes, desperdiçando, dessa maneira, a sua oportunidade. Mas se ele desafia a curiosidade dos alunos, apresentando-lhes problemas compatíveis com os conhecimentos destes e auxiliando-os por meio de indagações estimulantes, poderá incutir-lhes o gosto pelo raciocínio independente e proporcionar-lhes certos meios para alcançar este objetivo.

O ensino da matemática é uma arte, que deve ser desmistificada, cabendo ao professor, dentro de sala de aula, após analisar individualmente cada uma de suas turmas, buscar conhecer a realidade de cada uma e as suas possibilidades intelectuais, identificando a melhor maneira de tornar a matemática um conteúdo prazeroso e possível de ser aprendido.

Dentro dessa vivência, o professor está continuamente descobrindo o que funciona e o que não funciona no ensino efetivo da matemática; assim, procurando a melhor forma do aluno aprende o conteúdo ministrado dentro da sua própria realidade.

Faz-se necessário que o aluno participe efetivamente da aula que esteja sendo ministrada, pois não se aprende matemática na posição de mero observador, ficando o aluno única e exclusivamente ouvindo o professor ministrar o conteúdo.

O aluno tem que ser estimulado a pensar como resolver as questões, sem ter medo de errar, testando hipóteses, arriscando formas diferentes de resolver os problemas, para que possa experimentar e vivenciar o conteúdo que está sendo ensinado em sala de aula.

Assim afirma Todeschini (Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas-OBMEP: uma visão sobre a avaliação na perspectiva da resolução de problemas, 2012, p. 17) sobre essa questão:

> uma importante forma de ensinar Matemática é utilizando a resolução de problemas, visando perceber como o aluno pode vir a utilizá-la no dia-a-dia. Este é um aspecto fundamental da Matemática, visto que envolve a aplicação prática dos conteúdos ensinados, além de fazer com que o aluno pense matematicamente.

Dentro desse contexto, a internet mostra-se como fator essencial a medida em que possibilita ao professor trazer para sala de aula um espectro enorme de questões interessantes a serem resolvidas junto aos alunos: o Banco de questões da OBMEP, provas anteriores da OBMEP, apostilas do PIC, revista EUREKA, apostilas do POTI, entre outros. O acesso a esse material pode ser feito via celular, tablet ou no laboratório de informática, presente em grande número de escolas públicas do Estado do Pará.

Atuando como professor da rede Estadual de ensino há 5 (cinco) anos, deparei-me com a realidade precária do ensino da matemática nas escolas públicas; então, julguei interessante e útil falar sobre a OBMEP e a resolução de problemas como um caminho a ser trilhado pelo professor da rede pública, de modo que se possa incentivar e motivar os alunos a se interessarem e apreenderem os conteúdos matemáticos através de resoluções de problemas instigantes em sala de aula, propostos, principalmente na OBMEP.

A partir das idéias acima expostas, este trabalho vem com o intuito de se tornar um ponto de partida aos professores de matemática da rede pública, assim como para o aluno interessado na Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas.

Inicio o trabalho explicando o funcionamento da OBMEP.

Na seção seguinte me preocupei com material didático, citando diversas fontes de materiais disponíveis de forma gratuita na internet e para qual espécie de público será mais útil, tais como: aluno com uma base fraca, aluno mais experiente e professor.

Em seguida trago os enunciados da OBMEP, Nível 3, 1ª e 2ª fase de 2010 resolvidos em vídeo, com o objetivo de dar minha cota de contribuição aos alunos.

Por fim, no apêndice consta o link do trabalho do professor Emanuel Carneiro, que se constitui em verdadeiro mapa da mina para o professor interessado em montar um treinamento para Olimpíadas de Matemática; assim como, para nossos alunos trouxe link com uma matéria publicada no site da OBMEP contando a história do Medalhista de Ouro Erick Rodolfo Souza de Trindade, como tudo começou, as dificuldades, e como as Olimpíadas de Matemática foram decisivas para definir o rumo de sua vida.

2.0-OBMEP

A Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas (OBMEP), é uma iniciativa do Ministério da Educação e do Ministério de Ciência e Tecnologia, com o apoio do Instituto de Matemática Pura e Aplicada (IMPA) e da Sociedade Brasileira de Matemática (SBM).

Em 2005 foi criada a primeira edição da OBMEP, onde participaram da 1ª fase 31.031 escolas, com 10.520.831 alunos abrangendo 93,5 % dos municípios brasileiros. Desse total, 29.074 alunos passaram para a Segunda Fase. Esses números evoluíram ano a ano, chegando em 2014 a participação de 46.711 escolas inscritas e 18.192.526 alunos inscritos, sendo que foram aprovados para 2ª fase 41.302 escolas com 907.406 mil alunos e 99,41% dos municípios brasileiros, segundo dados do Ministério da Educação.

A OBMEP tem como objetivo:

1) estimular e promover o estudo da Matemática entre alunos das escolas públicas;

2) contribuir para a melhoria da qualidade da Educação Básica;
3) Identificar jovens talentos e incentivar seu ingresso nas áreas científicas e tecnológicas;

4) incentivar o aperfeiçoamento dos professores das escolas públicas, contribuindo para a sua valorização profissional;

5) contribuir para a integração das escolas públicas com as universidades públicas, os institutos de pesquisa e as sociedades científicas;

6) promover a inclusão social por meio da difusão do conhecimento.

Os alunos participantes da OBMEP são divididos em 3 (três) níveis, de acordo com o seu grau de escolaridade:

<u>Nível 1</u> – alunos matriculados no 6º ou 7º ano do Ensino Fundamental do ano em que participarão da competição.

Nível 2 – alunos matriculados no 8º ou 9º ano do Ensino Fundamental do ano em que participarão da competição.

Nível 3 – alunos matriculados em qualquer ano do Ensino Médio do ano em que participarão da competição.

A Olimpíada é realizada em duas etapas. A primeira fase constitui -se de uma prova objetiva (múltipla escolha) de 20 questões, tendo o aluno até 2 horas e meia para resolvê-la, sendo aplicada a todos os alunos inscritos pelas escolas. Os critérios para aprovação para segunda fase depende do números de inscritos e da situação de cada escola através de parâmetros estabelecidos pelo MEC e apostos no regulamento da OBMEP. Para as escolas que inscreverem 621 alunos, serão selecionados apenas os alunos que, não tendo tirado zero na primeira fase, e que correspondam às 5 % (cinco por cento) das melhores notas da escola. A 2ª fase constitui-se de uma prova discursiva, com 6 questões, tendo o aluno 3 horas para resolvê-la.

Para efeitos de premiação na OBMEP, o MEC classificou as escolas em seletivas ou não seletivas. São denominadas *escolas seletivas* as escolas que na admissão de alunos:

- a. realizam processo de seleção por meio de provas ou concursos, em qualquer um dos níveis ou
- b. priorizam o acesso a filhos de algumas categorias profissionais como, por exemplo, a filhos de militares ou a filhos de funcionários públicos.

Para os alunos de Nível 3, a premiação é feita desta forma:

. **Medalhas de Ouro:** São concedidas medalhas de ouro aos 100 (cem) alunos que obtiverem as maiores notas na prova da Segunda Fase do Nível 3, sendo concedidas no máximo 50 (cinquenta) medalhas de ouro a alunos de escolas seletivas.

Medalhas de Prata: São concedidas medalhas de prata aos 500 (quinhentos) alunos que obtiverem as maiores notas na prova da Segunda Fase, excluídas as notas dos alunos premiados com medalhas de ouro. Concedendo-se no máximo 250 (duzentos e cinquenta) medalhas de prata a alunos de escolas seletivas.

Medalhas de Bronze: Excluídos os medalhistas de ouro e de prata, serão concedidas medalhas de bronze obedecendo aos seguintes critérios:

a) 10 (dez) alunos de Nível 3 de escolas não seletivas que obtiverem as primeiras colocações em sua respectiva Unidade da Federação (UF), totalizando 1.620 (mil seiscentos e vinte) medalhas de bronze.

b) 800 (oitocentos) alunos que obtiverem as melhores notas da prova da Segunda Fase do Nível 3, excluídos os alunos premiados com medalha de ouro ou prata.

Desse total, serão concedidos no máximo 350 (trezentos e cinquenta) medalhas de bronze a alunos de escolas seletivas.

No ano de 2015, aos 6.500 alunos premiados na OBMEP 2015 com medalhas de ouro, prata ou bronze e matriculados em escolas públicas no ano seguinte (2016), será oferecida a oportunidade de participar do Programa de Iniciação Científica Júnior (PIC-OBMEP). A participação no PIC dá direito a uma bolsa de Iniciação Científica Jr do CNPq. Os medalhistas de ouro, prata ou bronze de qualquer edição da OBMEP, regularmente matriculados no ensino superior, poderão se candidatar ao Programa de Iniciação Científica e Mestrado (PICME) oferecido por diversas Instituições de Ensino Superior.

Excluídos os medalhistas de ouro, prata e bronze, serão concedidos certificados de Menção Honrosa a até:

a) 600 (seiscentos) alunos – 200 (duzentos) de cada Nível – de escolas não seletivas, que obtiverem as primeiras colocações em sua respectiva Unidade da Federação (UF), perfazendo um total de até 16.200 (dezesseis mil e duzentas) menções honrosas.

b) 10.000 (dez mil) alunos com maior pontuação nacional, em cada um dos três níveis, excluídos os alunos mencionados no item anterior, perfazendo um total de até 30.000 (trinta mil) menções honrosas.

Em 2014, ano anterior à elaboração dessa dissertação, o Estado do Pará obteve 4 medalhas de ouro, 8 de prata, 64 de bronze e 577 alunos obtiveram menção honrosa.

3.0-Material Didático

Os alunos e professores que se interessam pelo universo das Competições Matemáticas logo percebem que os problemas ali propostos diferem dos que são usualmente aplicados nas salas de aulas para o aprendizado dos conteúdos tradicionais. Para (Todeschini; 2012, p.11)

> uma Olimpíadas de Matemática é composta por provas envolvendo problemas matemáticos instigantes que exigem dos competidores, além de um conhecimento básico dos conteúdos matemáticos, uma capacidade imaginativa e interpretativa, necessitando normalmente de criatividade e improvisação para serem resolvidos.

Camila e Elisabette (Impacto da Olimpíada Brasileira de Matemática no desempenho em Matemática na Prova Brasil, ENEM, Pisa, 2014, p.26) constataram que as escolas envolvidas com a OBMEP por um período maior de tempo modificaram seu projeto pedagógico para o ensino de Matemática incluindo na sua rotina atividades que oportunizam o aprendizado dessa disciplina.

Dentro desse contexto, o acesso ao conteúdo didático pelos alunos e professores envolvidos nesse processo educacional se mostra de fundamental importância, haja vista que além da abordagem de problemas instigantes envolvendo os conteúdos regulares, a OBMEP ainda tem cobrado conteúdos específicos de competições de matemática como: lógica matemática, indução matemática, Grafos, Criptografia, Construções Geométricas, noções de Teoria dos Jogos, Lógica Matemática, entre outros.

Posto isto, e considerando ainda que a internet pode constituir-se em forte aliada nesse processo de aprendizado, este capítulo, destina-se a descrever diversas ferramentas que estão à disposição de alunos e professores interessados em estudar e preparar seus alunos para participar da OBMEP.

3.1- PORTAL DA MATEMÁTICA- OBMEP

O Portal da Matemática da OBMEP, http://matematica.obmep.org.br/, oferece a todos os alunos e professores do país módulos que cobrem o currículo de matemática do 6º ano do ensino fundamental ao 3º ano do ensino médio.

Figura 1. Logotipo do Portal da Matemática

Fonte : Adaptado do site www.obmep.org.br

Esses módulos assim subdividem-se:

Videoaulas que abordam o conteúdo em diversos níveis, cada um formatado em pequenos vídeos.

Material didático com apresentação cuidadosa dos conteúdos discutidos ao longo do conjunto de videoaulas.

Vídeos de exercícios resolvidos passo a passo, contendo exercícios de dificuldades variadas.

Cadernos de Exercício que correspondem a listas de exercícios sobre o material da videoaula.

Material interativo possuindo conteúdo explicativo com interação, mostrando na prática o que foi apreendido.

Testes, constituído por exercícios com perguntas aleatórias que dão direito a um certificado

Este endereço é especialmente útil a alunos que não aprenderam determinados conteúdos do currículo de matemática, e/ou desejam relembrar os mesmos.

3.2-PÓLO OLÍMPICO DE TREINAMENTO INTENSIVO- POTI

Em molde similar ao Portal da Matemática da OBMEP, o POTI oferece cursos gratuitos de matemática para alunos do 8º ano do ensino fundamental ao 3º ano do ensino médio interessados em participar da OBMEP e da OBM.

Figura 2 : Logotipo do POTI-Polos Olímpicos de Treinamento Intensivo

Fonte : Adaptado do site www.poti.impa.br/

No site do programa, www.poti.impa.br, há disponibilizado materiais didáticos de Álgebra, Geometria, Teoria dos Números e Combinatória, todos esses cobrados em competições de matemática, assim como aulas em vídeo, explicando todo o conteúdo constante do material didático.

Existem 14 pólos do POTI espalhados no Brasil, nenhum no Pará. Nesses pólos os alunos assistem aulas de tópicos olímpicos, seguindo o planejamento nacional do programa. Realiza ainda simulados periódicos sobre o conteúdo ministrado.

Esse material é mais indicado para professores e alunos que já tenham uma base sólida em matemática, tendo em vista que o nível de profundidade dos assuntos abordados, assim como as questões constantes do material, focam em Olimpíadas nacionais e internacionais de matemática. Para melhor demonstrar, segue abaixo o Exemplo 5 constante do material de Teoria dos Números, Aula 5, Nível 2.

Exemplo 5: (Olimpíada Internacional de Matemática) Seja $s(n)$ a soma dos dígitos de n. Se $N = 4444^{4444}$, $A = s(N)$ e $B = s(A)$. Quanto vale $s(B)$?

Solução:

Pelo critério de divisibilidade por 9, $N \equiv A \equiv B(\bmod 9)$. Inicialmente calculemos o resto de N por 9. Como $4444 \equiv 16 \equiv 7(\bmod 9)$, precisamos encontrar $7^{4444}(\bmod 9)$. Devemos encontrar um inteiro r tal que $7^r \equiv \pm 1(\bmod 9)$. O menor inteiro r com essa propriedade é $r = 3$. Como $4444 = 1481.3 + 1$, daí $7^{4444} \equiv 7^{1481.3+1} \equiv (7^3)^{1481}.7 \equiv 7(\bmod 9)$. O próximo passo é estimar o valor de $s(B)$. Como $N = 4444^{4444} < 10^{5.4444}$, $A = s(N) \leq 5.444.9 = 199980$. Além disso, $B = s(A) \leq 1 + 9.5 = 46$ e $s(B) \leq 12$. O único inteiro menor ou igual a 12 com resto 7 por 9 é o próprio 7, daí $s(B) = 7$.

3.3- BANCO DE QUESTÕES DA OBMEP

A cada edição da OBMEP é disponibilizado para download no site da competição um Banco de Questões.

Figura 3 - Banco de Questões da OBMEP

O O O O

Fonte : Adaptado do site www.obmep.org.br

Este arquivo é a versão digital do livro que é enviado para as escolas participantes da competição, consistindo num conjunto de problemas e desafios de Matemática para alunos e professores. A seleção é dividida nos Níveis 1, 2 e 3, nos moldes da OBMEP, com a pretensão de despertar o prazer pela Matemática, estimulando o aluno interessado com perguntas instigantes, além de proporcionar um treinamento para as provas da OBMEP.

O banco de questões é formado por questões dos 3 níveis, abordando diversos temas e com ampla variedade de dificuldades, sendo algumas de provas anteriores da OBMEP, OBM e competições internacionais de Matemática. Todas as questões estão resolvidas no fim do livro.

No site da OBMEP estão disponibilizados todos os Bancos, desde 2006 até 2015, consistindo numa fonte extensa de questões interessantes a serem usadas pelos alunos e também pelos professores em suas aulas, como por exemplo a questão abaixo que consta do Banco da OBMEP de 2015:

Questão 20 (Nível 1) : João possui mais que 30 e menos que 100 chocolates. Se ele organizar os chocolates em linhas de 7, sobrará um. Caso ele os organize em linhas de 10, sobrarão 2. Quantos chocolates ele possui?

Solução

Adotemos x como a quantidade de chocolates. Podemos escrever $x = 7a+1$, como $30 \le x \le 100$, daí $30 \le 7a+1 \le 100 \Leftrightarrow 29 \le 7a \le 99 \Leftrightarrow \frac{29}{7} \le a \le \frac{99}{7}$, como a é um número inteiro, teremos $5 \le a \le 14$. Da mesma forma $30 \le 10b+1 \le 100 \Leftrightarrow 29 \le 10b \le 99 \Leftrightarrow 3 \le b \le 9$, haja vista que b também é inteiro. Podemos ainda igualar o valor de x em função de a e b, $7a+1 = 10b+2 \Leftrightarrow 7a = 10b+1$, como b varia entre 3 e 9, temos que o único valor que satisfaz essa igualdade é b=9, pois daí teremos que $7a = 10.9+1 \Leftrightarrow 7a = 91 \Leftrightarrow a = 13$ e, portanto, a quantidade de chocolates é $x = 7a+1 = 91+1 = 92.$

Outro exemplo de questão do mesmo banco, que pode ser usada como forma de desafio pelo professor em sala de aula e incentivar os alunos a participarem da OBMEP é :

Questão 5 (**Nível 3):** a) José aprendeu um método para calcular produtos de dois números de uma forma mais rápida baseado na fatoração:

$$(n-k).(n+k) = n^2 - k^2$$

Para calcular 23.17, ele escolhe $n = 20,\ k = 3$ e calcula:

$$23.17 = 20^2 - 3^2 = 400 - 9 = 391$$

Determine, sem usar calculadora, o valor de $\sqrt{1001.1003+1}$

b) Verifique que $(n(n+3)+1)^2 = n(n+1)(n+2)(n+3)+1$

c) Determine, sem usar calculadora, o valor de:

$$\sqrt{(2014).(2015).(2016).(2017)+1}$$

Solução:

a) Basta escolher $n = 1002$ e $k = 1$, pois $\sqrt{1001.1003+1} = \sqrt{1002^2 - 1^2 + 1} = \sqrt{1002^2} = 1002$.

b) $(n(n+3)+1)^2 = n^2(n+3)^2 + 2n(n+3).1 + 1^2 = n(n+3)[n(n+3)+2]+1 =$

$$n(n+3)[\underbrace{n^2+3n+2}_{(n+1)(n+2)}]+1 = n(n+1)(n+2)(n+3)+1$$

c) usando o item anterior e escolhendo $n = 2014$, temos

$$\sqrt{(2014).(2015).(2016).(2017)+1} = \sqrt{(2014.2017+1)^2} = 2014.2017+1 = 4062239$$

3.4 - OBMEP:PROVAS E SOLUÇÕES

A OBMEP também disponibiliza para download em seu site as provas e resoluções oficiais de todas as edições desde 2005.

Figura 4 - Aba contido no site da OBMEP

Fonte : Adaptado do site www.obmep.org.br

Também é possível fazer a busca no site por questões e assuntos específicos ou pelo ano da prova:

Figura 5- Busca por tema no site da OBMEP

Fonte : Adaptado do site www.obmep.org.br

Essa opção é extremamente útil para o professor interessado em montar listas de exercícios por assunto. Por exemplo, ao elaborar sua aula de triângulo retângulo, é possível escolher entre todas as questões que já caíram na OBMEP sobre esse assunto e assim incrementar sua aula.

Desde 2011 também estão disponíveis as **soluções em vídeo** das provas da 1ª e 2ª fase, possibilitando ao aluno que não possui em sua escola um treinamento para OBMEP acompanhar a resolução das provas e assim obter um acréscimo no seu aprendizado de Matemática.

Este é um dos objetivos do presente trabalho, estando no capítulo 5 a resolução em vídeo pelo autor desta Dissertação das provas de 1ª e 2ª fase, nível 3, do ano de 2010 da OBMEP que não consta no site.

3.5 - APOSTILAS DO PIC

Estão disponíveis para download no site da OBMEP as apostilas do PIC.

Figura 6 - Apostilas do PIC

Fonte : Adaptado do site www.obmep.org.br

Todos os medalhistas da OBMEP são convidados a participar, por aproximadamente um ano, de um Programa de Iniciação Científica Júnior (PIC). Este Programa é realizado desde a primeira edição da OBMEP, em 2005, e a partir de 2008 ele é constituído de uma parte presencial e de uma parte virtual, nas quais são desenvolvidas atividades específicas para cada nível e cada multiplicidade de participação do aluno no PIC. A parte presencial do PIC é constituída de 10 encontros e é realizada por meio de uma rede nacional de professores em pólos distribuídos pelo país, situados em escolas ou universidades nos quais operam professores universitários e outros, desenvolvendo um programa especialmente desenhado para os alunos que receberam medalhas na OBMEP do ano anterior. Cada encontro presencial tem um objetivo específico em que o aluno é apresentado a um conteúdo novo, importante e motivador.

Na parte virtual os alunos têm a oportunidade de participar do **Hotel de Hilbert**: um fórum contínuo onde são aprofundadas as discussões iniciadas nos encontros presenciais. No Fórum Hotel de Hilbert os alunos podem postar, a qualquer momento, dúvidas ou exercícios e podem discutir com os colegas e o Moderador de Fórum as soluções de vários problemas e os conceitos matemáticos trabalhados em cada encontro presencial.

As apostilas do PIC, constituem-se em um material valioso e foram utilizados nesses encontros juntos aos alunos medalhistas, abordando diversos tópicos como:

Aritmética, Contagem e Probabilidade, Indução Matemática, Grafos, Criptografia, Construções Geométricas, entre outros. Considero o material mais indicado para professores e alunos que já possuam um conhecimento mais sólido em matemática, posto que um aluno mediano, sem uma preparação mais sólida em matemática vai ter dificuldade em encarar esse exemplo, constante da Apostila de Indução do PIC página 21:

Exemplo 1.1.3: Vamos provar que é verdadeira, para todo $n \in N$, a fórmula:

$$P(n): \frac{1}{1.2} + \frac{1}{2.3} + ... + \frac{1}{n(n+1)} = \frac{n}{n+1}$$

Observemos inicialmente que $P(1): \frac{1}{1.2} = \frac{1}{1+1}$ é verdadeira.

Suponhamos que, para algum n, $P(n)$ é verdadeira. Somando a ambos os lados dessa igualdade $\frac{1}{(n+1)(n+2)}$, temos que

$$\frac{1}{1.2} + \frac{1}{2.3} + ... + \frac{1}{n(n+1)} + \frac{1}{(n+1)(n+2)} = \frac{n}{n+1} + \frac{1}{(n+1)(n+2)} = \frac{n+1}{n+2}$$

mostrando assim que $P(n+1)$ é verdadeira.

3.6 - SITE DA OBM

Figura 7 - Logotipo da OBM

Fonte : Adaptado do site www.obm.org.br

A Olimpíada Brasileira de Matemática (OBM) é uma competição aberta a todos os estudantes do Ensino Fundamental (a partir do 6ª ano), Médio e Universitário das escolas públicas e privadas de todo o Brasil.

São objetivos da OBM:

1) Interferir decisivamente na melhoria do ensino de Matemática em nosso país estimulando alunos e professores a um desenvolvimento maior propiciado pelas condições que atualmente podemos oferecer: a realização da OBM.
2) Descobrir jovens com talento matemático excepcional, e colocá-los em contato com matemáticos profissionais e instituições de pesquisa de alto nível, propiciando condições favoráveis para a formação e o desenvolvimento de uma carreira de pesquisa.
3) Selecionar os estudantes que representarão o Brasil em competições internacionais de Matemática.
4) Organizar no Brasil as diversas competições internacionais de Matemática.

O site da Olimpíada Brasileira de Matemática (OBM) é extremamente rico de material de estudo para competições de matemática, mas por apresentar um nível bem mais elevado do que a OBMEP considero mais indicado para professores e/ou alunos com uma sólida base.

Nesse site estão disponíveis: Calendário da OBM, provas de competições internacionais que o Brasil participa como Cone Sul, Olimpíada de Maio, Iberoamericana, IMO, entre outras.

Estão também contidos o material da Semana Olímpica, que é uma atividade que vem sendo realizada desde 1998, destinada a reunir os alunos premiados com medalhas na Olimpíada Brasileira de Matemática. Estes alunos participam de um treinamento intensivo junto a uma equipe de professores de diversas partes do país, cuja finalidade é dar início ao processo de seleção das equipes que irão representar o Brasil nas diversas competições internacionais de Matemática.

3.7 - REVISTA EUREKA!

Figura 10- Revista EUREKA!

Fonte : Adaptado do site www.obm.org.br

A revista Eureka! é uma publicação da SBM — Sociedade Brasileira de Matemática, sendo dedicada a alunos e professores interessados em problemas de Matemática. Cada número possui material bastante variado: informações e problemas das olimpíadas internacionais, problemas de treinamento para a OBM com soluções, artigos diversos, curiosidades matemáticas, problemas propostos para os leitores. Está disponível no site da OBM em versão pdf. ou doc. , mas também é possível fazer assinatura dessa revista em papel, cuja periodicidade é quadrimestral.

Também considero mais adequada para professores e/ou alunos com uma base mais sólida de matemática, tendo em vista o objetivo da revista que é voltado para competições de matemática.

4.0-OBMEP 2010- Nível 3

Esta são as questões que foram aplicadas na 1ª e 2ª fase, Nível 3, da OBMEP em 2010 e que serão resolvidas em vídeo pelo autor desta dissertação. Farei uma breve análise do objetivo de cada prova, assim como a distribuição dos assuntos.

4.1-PROVA DA 1ª FASE

1. Cada quadradinho na figura deve ser preenchido com um sinal de adição (+) ou de multiplicação (×). Qual é o maior valor possível da expressão obtida depois de preenchidos todos os quadradinhos?

$$2 \ \square \ 3 \ \square \ 0 \ \square \ 8 \ \square \ 9 \ \square \ 1$$

a) 77 b) 78 c) 79 d) 80 e) 81

2.Para que valor de x a igualdade $3-\dfrac{6}{4-\dfrac{8}{1+x}}=0$ é verdadeira ?

a) 3 b) 4 c) 5 d) 6 e) 7

3.Carmem tem duas caixas, A e B, cada uma com 4 bolas brancas e 10 bolas pretas. Se ela retirar 6 bolas da caixa A e as colocar na caixa B, qual será o menor percentual possível de bolas pretas na caixa B?

a) 50% b) 55% c) 60% d) 65% e) 70%

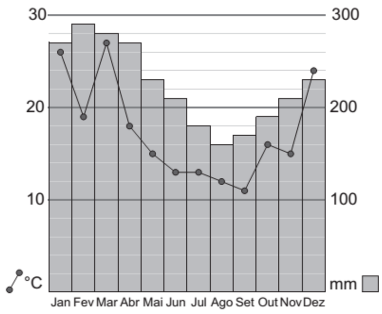
4.A estrada que passa pelas cidades de Quixajuba e Paraqui tem 350 quilômetros. No quilômetro 70 dessa estrada há uma placa indicando Quixajuba a 92 km. No quilômetro 290 há uma placa indicando Paraqui a 87 km. Qual é a distância entre Quixajuba e Paraqui?

a) 5 km b) 41 km c) 128 km d) 179 km e) 215 km

5. O gráfico mostra a temperatura média e a precipitação de chuva em Quixajuba

em cada um dos meses de 2009. Qual das afirmativas abaixo está correta?

Figura 11 - Gráfico da questão 5 Prova de 1ª fase, Nível 3, OBMEP 2010



Fonte : Adaptado da prova da OBMEP 2010 Nível 3 - 1ª Fase

a) O mês mais chuvoso foi também o mais quente.

b) O mês menos chuvoso foi também o mais frio.

c) De outubro para novembro aumentaram tanto a precipitação quanto a temperatura.

d) Os dois meses mais quentes foram também os de maior precipitação.

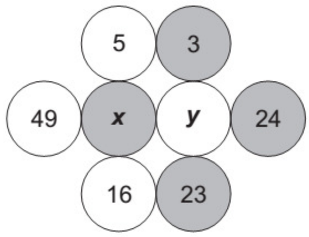
e) Os dois meses mais frios foram também os de menor precipitação.

6. Saci, Jeca, Tatu e Pacu comeram 52 bananas. Ninguém ficou sem comer e Saci comeu mais que cada um dos outros. Jeca e Tatu comeram ao todo 33 bananas, sendo que Jeca comeu mais que Tatu. Quantas bananas Tatu comeu?

a) 16 b) 17 c) 18 d) 19 e) 20

7. Na figura, x é a média aritmética dos números que estão nos quatro círculos claros e y é a média aritmética dos números que estão nos quatro círculos escuros. Qual é o valor de x-y ?

Figura 9 - Figura da questão 7 Prova de 1ª fase, Nível 3, OBMEP 2010



Fonte : Adaptado da prova da OBMEP 2010 Nível 3 - 1ª Fase

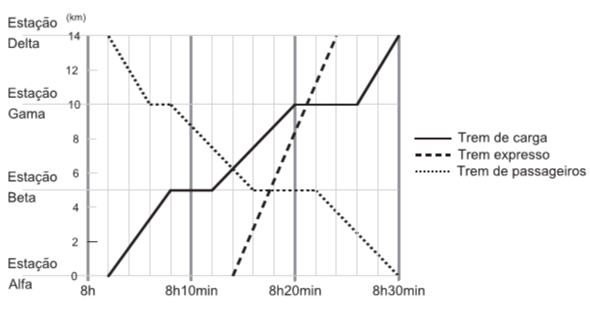
a)0 b) 1 c) 2 d) 3 e) 4

8. João vai de bicicleta ao encontro de sua namorada Maria. Para chegar na hora marcada, ele deve sair às 8 horas e pedalar a 10 km/h ou sair às 9 horas e pedalar a 15 km/h. A que horas é o encontro dos namorados?

a) 10h b) 10h30min c) 11h d) 11h30min e) 12h

9. O gráfico mostra a operação de três trens na cidade de Quixajuba de 8h às 8h30min. O eixo horizontal mostra o horário e o eixo vertical mostra a distância a partir da Estação Alfa. Qual das alternativas é correta?

Figura 10 - Gráfico da questão 9 Prova de 1ª fase, Nível 3, OBMEP 2010



Fonte : Adaptado da prova da OBMEP 2010 Nível 3 - 1ª Fase

a) O trem de passageiros leva 6 minutos para ir da Estação Beta à Estação Alfa.

b) O trem expresso para na Estação Beta.

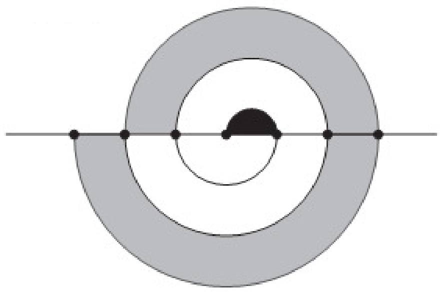
c) Entre as Estações Alfa e Beta, o trem de carga é mais rápido que o trem expresso.

d) O trem expresso ultrapassa o trem de carga quando este último está parado.

e) O trem de passageiros para 10 minutos na Estação Beta.

10. Na figura abaixo os pontos destacados sobre a reta estão igualmente espaçados. Os arcos que ligam esses pontos são semicircunferências e a região preta tem área igual a 1. Qual é a área da região cinza?

Figura 11: Questão 10 da Prova de 1ª fase, Nível 3, OBMEP 2010



Fonte : Adaptado da prova da OBMEP 2010 Nível 3 - 1ª Fase

a) 15 b) 18 c) 25 d) 30 e) 36

11. Adriano, Bruno, Carlos e Daniel participam de uma brincadeira na qual cada um é um tamanduá ou uma preguiça. Tamanduás sempre dizem a verdade e preguiças sempre mentem.

- Adriano diz: “Bruno é uma preguiça”.
- Bruno diz: “Carlos é um tamanduá”.
- Carlos diz: ”Daniel e Adriano são diferentes tipos de animais”.
- Daniel diz: “Adriano é uma preguiça”.

Quantos dos quatro amigos são tamanduás?

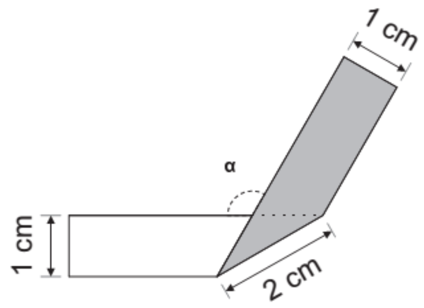
a) 0 b) 1 c) 2 d) 3 e) 4

12. Joana tem 10 pares diferentes de meias, guardados dentro de uma gaveta. Três meias estão furadas, sendo duas do mesmo par. Quantas meias ela deve tirar da gaveta, uma de cada vez e sem olhar, para ter certeza de que entre elas haja um par sem defeito?

a) 5 b) 6 c) 10 d) 11 e) 13

13. Uma tira de papel retangular, branca de um lado e cinza do outro, foi dobrada como na figura. Qual é a medida do ângulo α ?

Figura 12 - Questão 13 da Prova de 1ª fase, Nível 3, OBMEP 2010



Fonte : Adaptado da prova da OBMEP 2010 Nível 3 - 1ª Fase

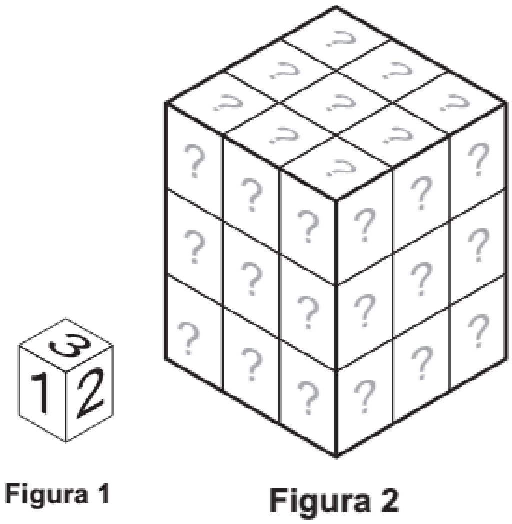
a) 110º b) 115º c) 120º d) 125º e) 130º

14. Carolina tem três cartões brancos numerados de 1 a 3 e três cartões pretos, também numerados de 1 a 3. Ela escolheu, ao acaso, um cartão branco e um preto. Qual é a probabilidade de a soma dos números dos cartões escolhidos ser par?

a) 3/5 b) 5/9 c) 1/2 d)2/3 e) 3/4

15. A figura 1 mostra um dado com as faces numeradas de 1 a 6. Com 27 desses dados montou-se um cubo, como na figura 2. Qual é a maior soma possível de todos os números que aparecem nas seis faces do cubo?

Figura 13- Questão 15 da Prova de 1ª fase, Nível 3, OBMEP 2010

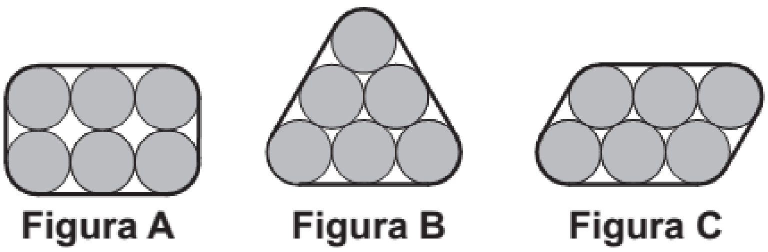


Fonte : Adaptado da prova da OBMEP 2010 Nível 3 - 1ª Fase

a) 162 b) 288 c) 300 d) 316 e) 324

16. Os círculos que formam as figuras A, B e C são todos iguais. Os comprimentos dos contornos das figuras, indicados com linhas mais grossas, são a, be c, respectivamente. Qual das alternativas é verdadeira?

Figura 14 - Questão 16 da Prova de 1ª fase, Nível 3, OBMEP 2010



Fonte : Adaptado da prova da OBMEP 2010 Nível 3 - 1ª Fase

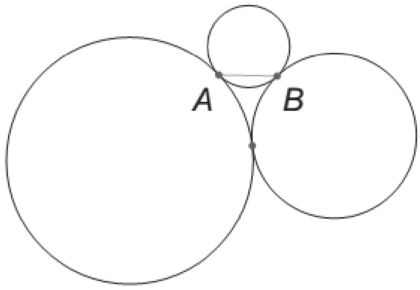
a) a = b = c b) a < b = c c) b < c < a d) a = c < b e) a = b < c

17.Tio Paulo trouxe cinco presentes diferentes, entre os quais uma boneca, para distribuir entre suas sobrinhas Ana, Bruna, Cecília e Daniela. De quantos modos ele pode distribuir os presentes entre as sobrinhas de modo que todas ganhem pelo menos um presente e a boneca seja dada para Ana?

a) 20 b) 32 c) 60 d) 72 e) 120

18. A figura mostra três circunferências de raios 1, 2 e 3, tangentes duas a duas nos pontos destacados. Qual é o comprimento do segmento AB?

Figura 15- Questão 18 da Prova de 1ª fase, Nível 3, OBMEP 2010



Fonte : Adaptado da prova da OBMEP 2010 Nível 3 - 1ª Fase

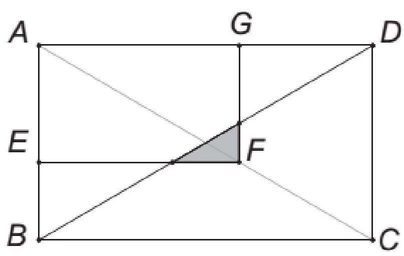
a) 1 b) $\sqrt{2}$ c) $\frac{1+\sqrt{5}}{2}$ d) $\frac{3}{2}$ e) $\sqrt{3}$

19. Duas folhas de papel, uma retangular e outra quadrada, foram cortadas em quadradinhos de 1 cm de lado. Nos dois casos obteve-se o mesmo número de quadradinhos. O lado da folha quadrada media 5 cm a menos que um dos lados da folha retangular. Qual era o perímetro da folha retangular?

a) 48 cm b) 68 cm c) 72 cm d) 82 cm e) 100 cm

20. Na figura, ABCD e AEFG são retângulos e o ponto F pertence à diagonal AC. A área do triângulo cinza é igual a $\frac{1}{18}$ da área do retângulo AEFG. Qual é o valor de $\frac{AF}{FC}$?

Figura 16- Questão 20 da Prova de 1ª fase, Nível 3, OBMEP 2010



Fonte : Adaptado da prova da OBMEP 2010 Nível 3 - 1ª Fase

a) $\frac{3}{5}$ b) $\frac{3}{8}$ c) $\frac{8}{13}$ d) $\frac{11}{18}$ e) $\frac{3}{4}$

4.2-ANÁLISE DA PROVA

A partir da análise das questões aplicadas nesta fase da prova da OBMEP de 2010, verifica-se que as questões exigem que o aluno chegue a uma resposta constante nas alternativas. Em moldes similares a provas de vestibulares regulares ou concursos, a maior parte dos quesitos cobrados nas questões de 1ª fase dizem respeito a conteúdos ministrados em turmas regulares do ensino médio.

A partir da resolução desta prova, constante no capítulo 5 desse trabalho, elaborei a seguinte tabela, onde classifiquei as questões em áreas (Álgebra, Geometria, Combinatória e Aritmética), tópico específico e dificuldade. É claro que esses critérios tem o condão de subjetividade do autor, posto que uma questão classificada como difícil, outra pessoa pode considerar mediana e vice-versa.

Tabela 1 - Análise da Prova de 1ª fase, Nível 3, OBMEP 2010

Questão	Área	Tópico	Dificuldade
1	Aritmética	Operações aritméticas	Fácil
2	Algebra	Equações	Mediana
3	Aritmética	Porcentagem	Fácil
4	Algebra	Pontos na reta	Mediana
5	Algebra	Interpretação de gráfico	Fácil
6	Aritmética	Equações com inteiros	Difícil
7	Algebra	Médias	Fácil
8	Algebra	Função	Fácil
9	Algebra	Interpretação de gráfico	Fácil
10	Geometria	Áreas	Mediana
11	Lógica	Álgebra de conectivos	Difícil
12	Combinatória	Contagem	Mediana
13	Geometria	Triângulos	Fácil
14	Combinatória	Contagem	Fácil
15	Aritmética	Operações aritméticas	Mediana
16	Geometria	Circunferência	Mediana
17	Combinatória	Contagem	Difícil
18	Geometria	Circunferência	Mediana
19	Aritmética	Divisibilidade	Difícil
20	Geometria	Áreas	Difícil

Esta análise mostra que a aprovação na 1ª fase da OBMEP não exige um preparo tão profundo, haja vista que apenas 25 %.(5 das 20 questões) foram classificadas como difíceis. Ressalte-se ainda que entre essas questões, também estão presentes conteúdos que não são ensinados em turmas regulares, haja vista que a questão 6 exige do aluno a análise de equações envolvendo números inteiros, e a questão 11 que cobrou do aluno o conhecimentos de lógica matemática. As outras 15 questões estão em um grau de dificuldade que possibilita o professor de turmas regulares trazer às suas aulas, instigando os alunos a resolverem problemas de matemática e assim participar da OBMEP.

4.3- PROVA DA 2ª FASE OBMEP 2010 - Nível 3

1.Um calculadora diferente tem apenas as teclas numéricas de 0 a 9 e duas teclas especiais **A** e **B**. Quando a tecla **A** é apertada , o número que aparece no visor é elevado ao quadrado; quando a tecla **B** é apertada, soma-se 3 ao número que aparece no visor. Nessa calculadora é possível obter 22 a partir do 1 apertando as teclas **A** e **B** na ordem **BABB**, como ilustrado abaixo:

$$1 \xrightarrow{B} 4 \xrightarrow{A} 16 \xrightarrow{B} 19 \xrightarrow{B} 22$$

a) com o 3 no visor, qual é o número que vai aparecer quando apertamos as teclas **A** e **B** na ordem **BBAB** ?

b)Mostre como obter 55 a partir do 1 usando as teclas **A** e **B.**

c)Explique por que não é possível obter 54 a partir do 2 usando as teclas **A** e **B.**

2.Gabriel desenha quadrados divididos em 9 casas e escreve os números naturais de 1 a 9, um em cada casa. Em seguida, ele calcula a soma dos números de cada linha e coluna. A figura mostra um dos quadrados do Gabriel; observe que a soma dos números da terceira linha é 5+8+2=15 e a soma dos números da segunda coluna é 9+7+8=24. Nesse exemplo, as seis somas são 6, 12, 15, 15, 18 e 24.

Figura 17- Questão 2 da Prova de 2ª fase, Nível 3, OBMEP 2010

6	9	3	18
4	7	1	12
5	8	2	15
15	24	6	

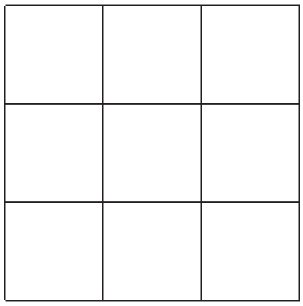
Fonte : Adaptado da prova da OBMEP 2010 Nível 3 - 2ª Fase

a) Gabriel preencheu um quadrado e fez apenas cinco somas: 9, 13, 14, 17 e 18. Qual é a soma que está faltando?

b) Explique por que não é possível que, em um quadrado de Gabriel, todas as somas sejam números pares.

c) Preencha o quadrado de modo que as somas sejam 7, 13, 14, 16, 18 e 22.

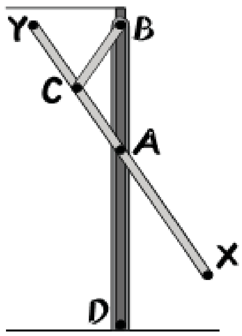
Figura 18- Questão 2 da Prova de 2ª fase, Nível 3, OBMEP 2010



Fonte: Adaptado da prova da OBMEP 2010 Nível 3 - 2ª Fase

3.A figura ilustra o funcionamento de uma porta de garagem, representada pelo segmento XY. Ao mover o ponto X, o ponto A desliza por um trilho vertical, representado pelo segmento BD. Algumas das medidas da figura são AC=BC=CY=0,5m e AX=1m.

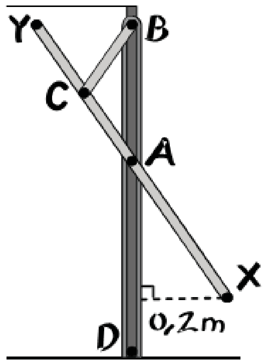
Figura 19- Questão 3 da Prova de 2ª fase, Nível 3, OBMEP 2010



Fonte : Adaptado da prova da OBMEP 2010 Nível 3 - 2ª Fase

a) Na figura abaixo, o ponto X está a 0,2m do trilho BD. Qual é a distância de C ao trilho ?

Figura 20- Questão 3 da Prova de 2ª fase, Nível 3, OBMEP 2010

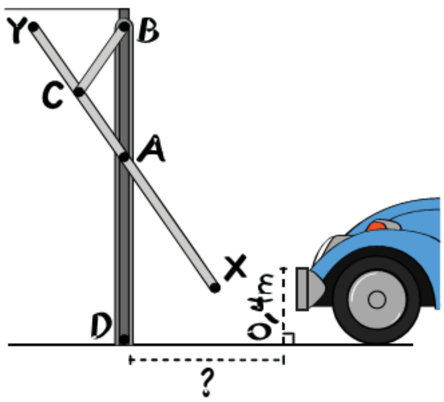


Fonte : Adaptado da prova da OBMEP 2010 Nível 3 - 2ª Fase

b) Mostre que a altura do ponto Y com relação ao chão não se altera com o movimento da porta.

c) Se o para-choque de um carro tem altura de 0,4m, como na figura, qual deve ser a distância mínima entre o trilho e o para-choque para que ele não seja atingido ao abrir a porta?

Figura 21- Questão 3 da Prova de 2ª fase, Nível 3, OBMEP 2010

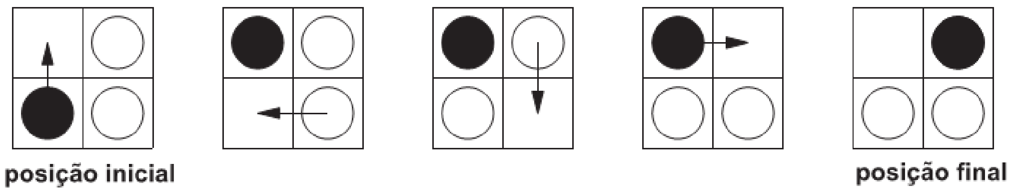


Fonte : Adaptado da prova da OBMEP 2010 Nível 3 - 2ª Fase

4. No jogo *Arrasta Um* usa-se um tabuleiro e peças redondas, uma preta e as outras brancas. Coloca-se uma peça em cada casa do tabuleiro, exceto em uma que é deixada vazia. Um *movimento* consiste em deslocar para a casa vazia a peça de uma casa adjacente. O jogo termina quando a peça preta chega ao canto

superior direito do tabuleiro. Veja um exemplo de como terminar o jogo *Arrasta Um* em quatro movimentos em um tabuleiro 2x2.

Figura 22- Questão 4 da Prova de 2ª fase, Nível 3, OBMEP 2010

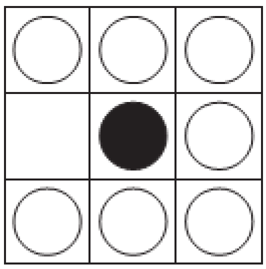


Fonte : Adaptado da prova da OBMEP 2010 Nível 3 - 2ª Fase

Essa sequência de movimentos pode ser descrita por (↑,←,↓,→).

a) Descreva como terminar o *Arrasta Um* em seis movimentos no tabuleiro 3x3 abaixo.

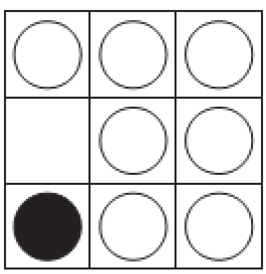
Figura 23- Questão 4 da Prova de 2ª fase, Nível 3, OBMEP 2010



Fonte : Adaptado da prova da OBMEP 2010 Nível 3 - 2ª Fase

b)Descreva como terminar o *Arrasta Um* em dez movimentos no tabuleiro 3x3 abaixo.

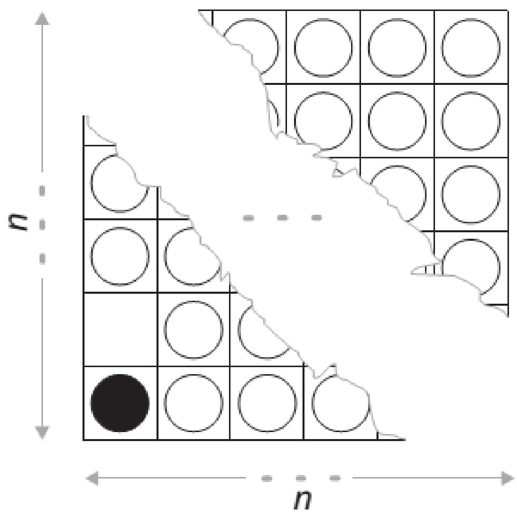
Figura 24- Questão 4 da Prova de 2ª fase, Nível 3, OBMEP 2010



Fonte : Adaptado da prova da OBMEP 2010 Nível 3 - 2ª Fase

c)Mostre que em um tabuleiro nxn, como na figura, é possível terminar o *Arrasta Um* em 6n-8 movimentos.

Figura 25- Questão 4 da Prova de 2ª fase, Nível 3, OBMEP 2010



Fonte : Adaptado da prova da OBMEP 2010 Nível 3 - 2ª Fase

5. André, Bianca, Carlos e Dalva querem sortear um livro entre eles. Para isso, colocaram três bolas brancas e uma preta em uma caixa e combinaram que, em ordem alfabética de seus nomes, cada um tiraria uma bola, sem devolvê-la à caixa. Aquele que tirasse a bola preta ganharia o livro.

a) Qual é a probabilidade de André ganhar o livro ?

b) Qual é a probabilidade de Dalva ganhar o livro ?

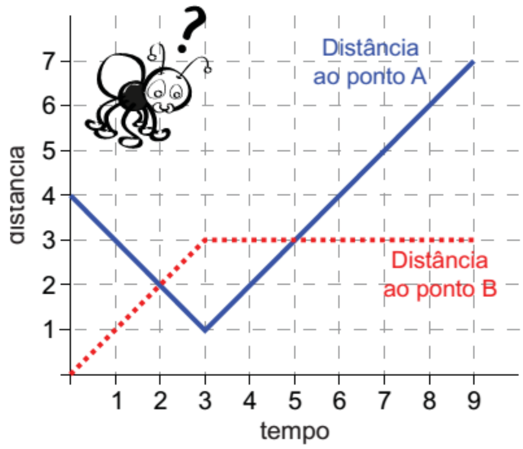
Para sortear outro livro, André sugeriu usar duas bolas pretas e seis brancas. Como antes, o primeiro que tirasse uma bola preta ganharia o livro; se as quatro primeiras bolas fossem brancas, eles continuariam a retirar bolas, na mesma ordem. Nesse novo sorteio:

c) Qual é a probabilidade de André ganhar o livro ?

d) Qual é a probabilidade de Dalva ganhar o livro ?

6.Uma formiguinha fez um passeio em um plano que contém dois pontos fixos **A** e **B**. O gráfico em linha cheia representa a distância da formiga ao ponto **A**, em função do tempo, entre os instantes t=0 e t=9; o gráfico em linha tracejada dá a mesma informação com relação ao ponto **B**. Por exemplo, no instante t=7 a distância da formiga ao ponto **A** era 5 e ao ponto **B** era 3.

Figura 26- Questão 6 da Prova de 2ª fase, Nível 3, OBMEP 2010



Fonte : Adaptado da prova da OBMEP 2010 Nível 3 - 2ª Fase

a) Em que instantes a formiguinha se encontrava a mesma distância de **A** e de **B** ?

b) Qual é a distância entre **A** e **B** ?

c) Entre que instantes a formiguinha estava sobre a reta que passa por **A** e **B**?

d) Qual foi o comprimento do trajeto percorrido pela formiguinha entre os instantes t=0 e t=9 ?

4.4-ANÁLISE DA PROVA

Participam dessa Fase apenas os 5% dos alunos em cada Nível que obtiveram melhor pontuação na 1ª Fase. Afirma Todeschini (2012) :

> Nesta fase, as questões são dissertativas, não bastando ao aluno apresentar a resposta final, é necessário mostrar o desenvolvimento, explicar como chegou à resposta. Esta é uma proposta válida, visto que desta forma os alunos devem desenvolver escrita e raciocínio, devem ter clareza nas idéias para poder expressá-las, porém eles nem sempre estão acostumados a este tipo de abordagem, tendo dificuldades para a resolução das questões, principalmente para mostrar o desenvolvimento e justificar a resposta encontrada. É importante que os professores trabalhem esse tipo de abordagem em sala de aula, para que não haja um conflito entre os conteúdos e formas de apresentação das questões em sala de aula e na aplicação da OBMEP.

Verificamos que cada questão da 2ª Fase é composta de 3 a 4 itens, em ordem crescente de dificuldade. O primeiro item objetiva verificar se o aluno entendeu o enunciado e o quê a questão está pedindo. Do segundo item em diante há uma ordem crescente de dificuldade.

Classifica-se a distribuição dos assuntos cobrados na 2ª fase da OBMEP 2010, Nível 3, conforme disposto na tabela abaixo:

Tabela 2 - Distribuição dos assuntos da prova de 2ª fase da OBMEP 2010, Nível 3

Questão	Área	Tópico
1	Aritmética	Operações aritméticas
2	Aritmética	Operações Aritméticas
3	Geometria	Triângulos
4	Combinatória	Contagem
5	Combinatória	Probabilidade
6	Algebra	Função

Cabe ressaltar ser inapropriado classificar a segunda fase pelo grau de dificuldade, posto que nesse caso deve-se ter em mente qual seria o parâmetro de classificação. As questões por serem discursivas e com vários itens, são mais difíceis do quê as da primeira fase, além do quê todas essas questões da 2ª fase de 2010 diferem da abordagem que é feita em turmas regulares, com questões que exigem do aluno criatividade e um grau de abstração maior , como é o caso das questões 2 e 4.

Esse fato é corroborado pelo número de alunos paraenses que obtiveram medalha de ouro no ano de 2010, posto que dos 401 paraenses que participaram da 2ª fase, 3 obtiveram ouro, 6 prata, 17 bronze e 375 menção honrosa.

OBMEP 2010 - Premiações

UF	OURO	PRATA	BRONZE	MENÇÃO HONROSA	TOTAL
AC	0	1	15	40	56
AL	1	5	21	86	113
AM	4	8	24	143	179
AP	0	0	15	24	39
BA	16	27	35	776	854
CE	25	30	40	881	976
DF	37	29	51	615	732
ES	5	15	36	639	695
GO	4	8	28	698	738
MA	2	2	20	219	243
MG	113	231	436	7316	8096
MS	15	22	28	340	405
MT	1	8	15	313	337
PA	3	6	17	375	401
PB	2	7	18	131	158

5.0-RESOLUÇÃO EM VÍDEO

Nesta seção está destinada a resolução em vídeo das questões da 1ª e 2ª fase da prova da OBMEP 2010, Nível 3.

A gravação do vídeo foi feita em uma escola particular da cidade de Belém, no final do mês de maio de 2015. Foram dois dias de trabalho, num total de quase dez horas de gravação, para após a edição chegarmos ao vídeo em anexo.

O quadro branco se mostrou o maio empecilho para produção do vídeo, pois refletia a luz utilizada para gravação. Foram feitas algumas tentativas sem a luz auxiliar, entretanto, o vídeo resultante se mostrou pior. O problema foi agravado quando era necessário usar retroprojetor para trazer ao quadro gráficos e\ ou desenhos necessários ao entendimento da resolução, pois aumentou ainda mais a luminosidade no quadro, e consequentemente o reflexo dificultou a visibilidade da solução. Não havia na escola particular, nem tampouco nas escolas do Estado que ministro aulas, quadros negros utilizados com giz branco. A proximidade do fim do prazo para entrega da dissertação foi decisiva para que fossem feitas diversas edições nas cenas gravadas naqueles dois dias, para daí obter o melhor resultado com o material gravado.

6.0-CONSIDERAÇÕES FINAIS

No desenvolvimento deste trabalho, discorremos sobre o funcionamento da Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas, mostrando ao professor de escola básica, assim como ao aluno, alguns problemas de competições de matemática.

A disponibilidade de material didático gratuito na internet para o estudo de matemática voltado para competições de matemática, constitui-se em forte aliado para o professor militante das escolas públicas de nosso estado, permitindo também ao aluno interessado acessar esse material de sua própria casa ou outro local com acesso à internet.

Através da análise da prova da OBMEP 2010, verificamos que os conteúdos aplicados na Primeira Fase são acessíveis aos alunos que participam de turmas regulares, sem um treinamento específico, o que possibilita ao professor trazer questões deste certame para suas turmas regulares.

Já a segunda fase exige do aluno interessado uma maior dedicação aos conteúdos olímpicos, para que o mesmo se classifique entre os 5% melhores alunos de cada nível, e assim receba uma medalha na Olimpíada.

A resolução em vídeo da prova nível 3 da OBMEP 2010 constituiu nossa contribuição, como retorno à nossa sociedade pela oportunidade de ter feito o Mestrado Profissional em Matemática-PROFMAT.

O trabalho do professor Emanuel Carneiro, constante do apêndice, constitui-se em roteiro seguro para o colego professor interessado em montar um projeto de olimpíada em sua escola, enquanto a história do paraense Erick Rodolfo Souza de Trindade, link também no apêndice, deve ser visto como exemplo a ser seguido por todo estudante brasileiro interessado em participar das Olimpíadas Brasileiras de Matemáticas - OBMEP e assim trilhar um futuro melhor.

7.0-APÊNDICES

7.1-OLIMPÍADA DE MATEMÁTICA- UMA PORTA PARA O FUTURO

No link abaixo está o trabalho apresentado pelo professor Emanuel Carneiro na II Bienal da SBM, professor do IMPA, medalha de Bronze na Olimpíada Mundial de Matemática em 1997, Ouro na Olimpíada Iberoamericana de matemática nos anos de 1997 e 1998 , autor de livros sobre preparação de Olimpíadas de Matemática.

http://poti.impa.br/upload/extra/bienal2004.pdf

Neste trabalho o autor fornece todas as informações necessárias para que um professor monte um treinamento para Olimpíadas de Matemática em sua escola. Na apresentação do trabalho, há um breve histórico das competições de matemática, desde o surgimento das competições em 1896, na Hungria, falando sobre a Olimpíada Internacional de Matemática (IMO), sobre a Primeira Olimpíada Brasileira de Matemática em 1979 e conclui esta apresentação afirmando (Carneiro, 2004, p.3): *"Quero apresentar a Olimpíada de Matemática não como um fim, mas como um dos meios, uma opção, para reeguermos o ensino da Matemática no Brasil."*

No início do capítulo 1 o mesmo autor afirma:

> Erroneamente, muitas pessoas pensam que estudar para participar de uma Olimpíada de Matemática é avançar na matéria usual do colégio, que por exemplo um aluno da 5ª série deva estudar equação do 2º grau, ou um aluno do ensino médio deva saber tudo de cálculo. Não é nada disso. Os problemas não exigem uma dose maior de conhecimento, e sim o despertar de um raciocínio e de muita criatividade. O aluno é forçado a experimentar sua inteligência, diferentemente da maioria dos problemas mecânicos que fazem parte do currículo escolar.

Ao longo do capítulo do autor apresenta 5 problemas de competição matemática com o objetivo de apontar a semelhança de conteúdo e a diferença das abordagens usadas em turmas regulares e os problemas olímpicos.

O segundo capítulo é dedicado a ensinar aos professores como montar um projeto de Olimpíadas de Matemática. Para cumprir este objetivo, assim é dividido este capítulo:

1. O que é um projeto de Olimpíada?
2. Quais as vantagens de se ter um projeto como este na escola?
3. Que professores/alunos devem participar?
4. Como definir as turmas e os horários das aulas.
5. Material necessário.
6. Sugestão de programas didáticos.
7. Posso sofrer rejeição de alunos/professores da escola?
8. O que eu (professor) ganharei com isso?
9. O que meus alunos ganharão com isso?
10. Montando uma mini-biblioteca.
11. Contratempos que podem acontecer.
12. Como dar continuidade ao processo?
13. Estímulo constante aos seus alunos.
14. Estreitando os laços com SBM e as universidades.

No capítulo 3 o autor apresenta 10 listas, com 5 exercícios cada, de questões olímpicas, como forma de municiar o professor iniciante com um material pré-pronto para uso em projetos de olimpíadas de matemática.

No apêndice A do trabalho o autor apresentou um planejamento de olimpíadas, com divisão de conteúdo por áreas (álgebra, geometria, aritmética e combinatória), tempo estimado para ministrar esse conteúdo, assim como tempo para aulas suplementares e simulados. Estão contemplados neste planejamento turmas desde 4ª série do ensino fundamental até turmas do ensino médio.

7.2-MATÉRIA SOBRE PARAENSE MEDALHISTA NA OBMEP

Tendo em vista o objetivo do trabalho, julguei útil trazer à lume o link abaixo:

(http://www.obmep.org.br/destaques.DO;jsessionid=2CA4CE82FAD96475AD4BBC42FA9A7E65?id=344)

Essa matéria relata a trajetória do estudante Erick Rodolfo Souza de Trindade, desde sua origem humilde, como aluno de uma escola pública em Ananindeua, as primeiras participações na OBMEP, até o recebimento da medalha de ouro na OBMEP de 2014. Atualmente Erick é aluno de matemática da UFPA.

8 REFERÊNCIAS

[1]. ALVARENGA, Rosana C. Macelloni . **O Raciocínio Lógico e a criatividade na resolução de problemas matemáticos no ensino médio**. Marília-SP, 2008.

[2]. CARNEIRO, Emanuel. **Olimpíada de Matemática – Uma porta para o futuro**. Salvador-Ba, 2004.

[3]. MESTRADO PROFISSIONAL EM REDE NACIONAL-PROFMAT. Disponível em: < http://www.profmat-sbm.org.br/organizacao/apresentacao> . Acesso on-line em 10 de Junho de 2015.

[4]. OLIMPÍADA BRASILEIRA DE MATEMÁTICA. Disponível em : < http://www.obm.org.br/opencms/ > . Acesso on-line em 20 de março de 2015.

[5]. OLIMPÍADA BRASILEIRA DE MATEMÁTICA DAS ESCOLAS PÚBLICAS. Disponível em: < http: // www.obmep.org.br/ > . Acesso on-line em 20 de Maio de 2015.

[6]. POLO OLÍMPICO DE TREINAMENTO INTENSIVO. Disponível em : < http: // www.poti.impa.br/ > . Acesso on-line em 20 de Maio de 2015

[7]. POLYA, George . **A arte de resolver problemas: Um novo aspecto do método matemático**. [Tradução de Heitor Lisboa de Araújo] . Rio de Janeiro: Interciência ,2006.

[8]. POLYA, George . **O ensino por meio de problemas** . In: Revista do Professor de Matemática (RPM) nº 7, 1985. p. 11 - 16.

[9]. SOARES, Camila M. Machado. **Impacto da Olimpíada Brasileira de Matemática (OBMEP) no desempenho em matemática na Prova Brasil, ENEM e Pisa**. São Paulo, 2014.

[10]. TODESCHINI, Isabel Lovison. **OLIMPÍADA BRASILEIRA DE MATEMÁTICA DAS ESCOLAS PÚBLICAS (OBMEP): uma visão sobre a avaliação na perspectiva da resolução de problemas**.2012.