UNIVERSIDADE FEDERAL DO ESPÍRITO SANTO - UFES

MESTRADO PROFISSIONAL EM MATEMÁTICA EM REDE NACIONAL
PROFMAT

DISSERTAÇÃO DE MESTRADO

A SEQUÊNCIA DIDÁTICA COMO INSTRUMENTO DE APERFEIÇOAMENTO DO ENSINO DA MATEMÁTICA – O ESTUDO DOS CONJUNTOS

GISELE MENEGAZ LOZZER

Vitória – Espírito Santo
Dezembro de 2021

A SEQUÊNCIA DIDÁTICA COMO INSTRUMENTO DE APERFEIÇOAMENTO DO ENSINO DA MATEMÁTICA – O ESTUDO DOS CONJUNTOS

GISELE MENEGAZ LOZZER

Dissertação apresentada ao Curso de mestrado Profissional em Matemática na Universidade Federal do Espírito Santo, como requisito final para recebimento do título de Mestre.

Orientador: Dr. Valmecir Antônio dos Santos Bayer.

Vitória – Espírito Santo
Dezembro de 2021

A SEQUÊNCIA DIDÁTICA COMO INSTRUMENTO DE APERFEIÇOAMENTO DO ENSINO DA MATEMÁTICA – O ESTUDO DOS CONJUNTOS

GISELE MENEGAZ LOZZER

Dissertação apresentada ao Curso de mestrado Profissional em Matemática na Universidade Federal do Espírito Santo, como requisito final para recebimento do título de Mestre, aprovada em 02/12/2021

Comissão Examinadora:

Prof. Dr. Valmecir Antonio dos Santos Bayer (Orientador)
UFES

Prof. Dr. Domingos Sávio Valério Silva
Membro Interno - UFES

Prof. Dr. Pedro Matos da Silva
Membro Externo - IFES

Vitória – Espírito Santo
Setembro de 2021

AGRADECIMENTOS

A Deus, pela sabedoria nas escolhas que fiz, todas foram fundamentais para que eu chegasse aqui e ultrapassasse todos os obstáculos encontrados ao longo deste período.

À minha mãe, Marisa, pelo apoio e incentivo em todos os momentos da minha vida. Por ser meu porto seguro, por estar sempre ao meu lado, me apoiando e mostrando que sou capaz, e por acreditar sempre em mim.

Ao meu pai, Luiz Alberto, por estar sempre presente me incentivando e apoiando as minhas escolhas.

Ao meu filho Theo, por ser a razão do meu esforço.

Aos meus irmãos, por serem os meus melhores amigos, pelo companheirismo e pela troca de experiências que me permitiram crescer.

Ao meu orientador Valmecir Bayer, professor na graduação e no mestrado, por toda dedicação e paciência. Tenho muito orgulho em dizer que fui sua aluna.

A todos os demais professores que me ajudaram nessa trajetória: Ademir Sartin, Florêncio Guimarães, Moacir Rosado, Alancardeck Araujo e tantos outros que me impulsionaram na graduação.

Aos meus amigos que participaram, direta ou indiretamente do desenvolvimento deste trabalho de pesquisa, enriquecendo o meu processo de aprendizado.

Aos meus alunos que me ensinam diariamente a ser uma pessoa melhor, a ter paciência, sabedoria, persistência e amor pelo trabalho e pelo próximo.

RESUMO

Nesse trabalho relatamos uma proposta de sequência didática a ser realizada com alunos de 6º ano do ensino fundamental II, onde abordamos o assunto: conjuntos. O objetivo é resgatar o estudo dos conjuntos, e associá-los ao cotidiano do estudante para que possa desenvolver nele um senso crítico e organizacional.

No decorrer dessa sequência didática apresentamos algumas atividades comentadas e resolvidas para que o aluno tenha um bom suporte para o seu entendimento e seu desenvolvimento.

Palavras-chave: Conjuntos, nomenclatura de conjuntos, aplicações de conjuntos, conjuntos numéricos.

ABSTRACT

In this work we report a proposal for a didactic sequence to be carried out with 6th grade students of elementary school II, where we approach the subject: sets. The objective is to rescue the study of sets, and associate them with the student's daily life so that they can develop in them a critical and organizational sense.

During this didactic sequence, we present some activities commented and resolved so that the student has good support for their understanding and development.

Keywords: Sets, nomenclature of sets, applications of sets, numerical sets.

SUMÁRIO

INTRODUÇÃO

O presente trabalho tem como objetivo apresentar um modelo de sequência didática que viabilize e contribua para o aperfeiçoamento do ensino e aprendizagem da Matemática, tendo como referência de conteúdo os Conjuntos. O público-alvo do nosso estudo são alunos do Ensino Fundamental II. Este trabalho faz parte da composição curricular exigida pelo Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional – PROFMAT – da Universidade Federal do Espírito Santo – UFES.

Notamos que muitos conceitos básicos de conjuntos não são de conhecimento dos alunos das séries finais do ensino fundamental II, devido ao fato que esse conteúdo não mais faz parte da maioria dos livros didáticos, e a outros fatores, tais como, a falta de tempo para aplicar todos os conteúdos de forma satisfatória, a ausência de uma infraestrutura nas escolas, a ausência de uma disciplina e comprometimento de grande parte dos alunos. No entanto, não vamos apontar responsabilidades nem justificar o que tem e o que não tem sido feito.

Na proposta, primeiramente apresentamos uma ideia lúdica do que é o estudo de conjuntos, trazendo, quando possível, o estudo para a realidade do aluno e, a partir daí, apresentamos as definições, conceitos matemáticos, operações e aplicações. Tentamos trazer muitos exemplos e atividades de maneira leve e prática. Organizamos a sequência por aulas e esperamos que o aluno consiga ler o material individualmente e construir o seu conhecimento das ideias propostas. Logo após cada atividade fazemos um breve comentário sobre a mesma e apresentamos as respostas. No entanto, é interessante que o aluno tente fazer as atividades antes de conferir os resultados. No final do trabalho propomos uma boa quantidade de atividades complementares para que seja feita uma verificação do aprendizado dos conteúdos apresentados.

De acordo com as diretrizes da Secretaria de Educação do Estado do Espírito Santo, uma sequência didática é preconizada da forma seguinte:

> [Sequência didática] é um conjunto de atividades ligadas entre si, planejadas para ensinar um determinado conhecimento etapa por etapa, numa perspectiva dinâmica, intencionada, contextualizada e interdisciplinar. Constitui-se por uma sequência de atividades que permite vivências, visando a atingir os aspectos conceituais, atitudinais e procedimentais propostos, fundamentais para a aprendizagem do aluno e desenvolvimento da autonomia intelectual. (SEDU, 2009, p. 34). [04]

De uma maneira geral, entendemos a sequência didática como um instrumento capaz, no ensino da matemática, de dialogar e fornecer condições para uma maior contextualização do educando. O professor, desta maneira, disponibiliza instrumentos necessários para que ao aluno compreenda o conteúdo estudado relacionando-o com sua vivência social e cultural.

Os Parâmetros Curriculares

> Para desempenhar seu papel de mediador entre o conhecimento matemático e o aluno, o professor precisa ter um sólido conhecimento dos conceitos e procedimentos dessa área e uma concepção de Matemática como ciência que não trata de verdades infalíveis e imutáveis, mas como ciência dinâmica, sempre aberta à incorporação de novos conhecimentos (BRASIL, 1998, p. 36). [02]

A importância da elaboração de parâmetros para nortear o processo de ensino e aprendizagem se dá na medida em que se aumenta a discussão em âmbito nacional sobre os currículos aplicados no ensino básico. Os Parâmetros Curriculares Nacionais indicam como objetivos do ensino fundamental, entre outros, que os alunos sejam capazes de:

- saber utilizar diferentes fontes de informação e recursos tecnológicos para adquirir e construir conhecimentos;

- questionar a realidade formulando-se problemas e tratando de resolvê-los, utilizando para isso o pensamento lógico, a criatividade, a intuição, a capacidade de análise crítica, selecionando procedimentos e verificando sua adequação;

- identificar os conhecimentos matemáticos como meios para compreender e transformar o mundo à sua volta e perceber o caráter de jogo intelectual, característico da Matemática, como aspecto que estimula o interesse, a curiosidade, o espírito de investigação e o desenvolvimento da capacidade para resolver problemas; e

- resolver situações-problema, sabendo validar estratégias e resultados, desenvolvendo formas de raciocínio e processos, como dedução, indução, intuição, analogia, estimativa, e utilizando conceitos e procedimentos matemáticos, bem como instrumentos tecnológicos disponíveis.

Logo, compartilhamos da ideia que, o papel da Matemática vai muito além da construção de um raciocínio lógico, onde "os Parâmetros Curriculares Nacionais explicitam o papel da Matemática no ensino fundamental pela proposição de objetivos que evidenciam a importância de o aluno valorizá-la como instrumental para compreender o mundo à sua volta e de vê-la como área do conhecimento que estimula o interesse, a curiosidade, o espírito de investigação e o desenvolvimento da capacidade para resolver problemas". (BRASIL, 1998, p.15). [02]

Capítulo I

Conceituação e Nomenclatura de Conjuntos

O que é um conjunto? Temos diversas maneiras de conceituar um conjunto. Podemos dizer de forma bem primitiva que conjunto é uma reunião de elementos. De uma forma mais específica podemos dizer que um **conjunto** é obtido ou caracterizado quando agrupamos **elementos com as mesmas propriedades.** Ainda podemos chamar de **conjunto** toda e qualquer coleção de elementos. Tais elementos podem ser números, objetos, figuras, pessoas, animais e tudo o que podemos ordenar, catalogar ou reunir em grupos específicos.

1.1 Um pouco de história

A formulação e a compreensão da teoria dos conjuntos estiveram ligadas à ideia de número. O conceito de número surgiu com a necessidade de associar uma quantidade de objetos facilmente controlável com a quantidade de objetos de outra natureza mais difícil de ser controlada. Por exemplo, os pastores de ovelhas usavam uma pedra para cada ovelha que saía do cercado, e que quando elas retornavam, essas pedras eram retiradas das sacolas, fazendo uma correspondência entre a quantidade de ovelhas e a quantidade de pedras. A quantidade de pedras em uma sacola é facilmente controlada, ao passo que a quantidade de ovelhas não. Assim era possível saber se alguma ovelha havia se perdido, ou se havia alguma ovelha que não pertencia ao seu rebanho. Este é o primeiro exemplo que surge envolvendo contagem e conjuntos de forma bem primitiva. Podemos imaginar muitos exemplos semelhantes a este. Neste contexto, a quantidade de elementos dos conjuntos envolvidos tem uma característica especial. Trata-se de quantidades finitas. Naturalmente, as necessidades práticas levaram à consideração de quantidades de objetos cada vez maiores. Assim, de maneira intuitiva a partir da contagem, surgiram os números naturais. A ideia é simples. Basta colocar tais números em uma sequência e para cada objeto avança-se nessa sequência. Inicia-se o processo pelo número 1. Colocando mais um elemento, seria representado pelo número 2, e assim por diante. Para essa contagem de elementos é preciso que cada objeto seja associado a um único número, além disso, o objeto não pode ser contado mais do que uma vez e nenhum objeto pode deixar de ser contado. No final, o último número mencionado representa a quantidade de elementos do conjunto.

Dessa forma, não é difícil imaginar um conjunto infinito de números. Seria uma fonte inesgotável que serviria para contar qualquer quantidade de objetos. Curiosamente, essa passagem de quantidades finitas de objetos para uma quantidade infinita de números conduz a uma série de contradições que durante muito tempo intrigaram matemáticos e filósofos. Trata-se de um dos maiores paradoxos da história dos números.

Neste contexto, o desenvolvimento da teoria dos conjuntos e o conceito de infinito desempenham um papel fundamental na história da matemática, sendo responsáveis por questionamentos e divergências na própria concepção de verdade matemática.

Assim, podemos afirmar que o surgimento dos números naturais pode ser visto como consequência da noção de conjuntos.

A matemática conviveu com paradoxos envolvendo a finitude e a infinitude de conjuntos de números até o final do século XIX quando o matemático alemão Georg Cantor (1845-1919) transformou totalmente o rumo da matemática dando início à formulação moderna da teoria dos conjuntos.

1.2 A ideia de conjuntos, sua nomenclatura e classificação

Vamos apresentar o conteúdo desta secção dividindo-o em três aulas.

1.2.1 Aula 01

Na primeira aula iremos construir a ideia dos conjuntos utilizamos uma situação cotidiana para exemplificar essa ideia. Faremos de maneira inversa, traremos alguns exemplos para só depois com alguns conceitos solidificados traremos as nomenclaturas e linguagem matemática.

A ideia básica de conjuntos

Para termos uma ideia básica dos conjuntos podemos usar a sociedade em que vivemos para exemplificar vários tipos de conjuntos. Para isso vamos formar grupos com algumas características e todas as pessoas que possuem todas essas características farão parte desse grupo, ou seja, desse conjunto.

Para elaborar essa ideia vamos organizar uma sociedade por partes. Começamos pela casa número 64 da Rua das Palmeiras. Nesta casa moram quatro pessoas, Mariana, seu pai Paulo, sua mãe Cláudia e seu irmão Gustavo. Numa simplificação de linguagem vamos dizer que Mariana, Paulo, Cláudia e Gustavo pertencem a essa casa. Podemos dizer então que essa casa é um conjunto, que pode ser chamado "casa da Mariana", ou "casa do Paulo" ou "casa 64", ou ainda algum outro nome que tenha relação com as características desse grupo.

Figura 1

Fonte: Autor

Todas as pessoas que moram nessa casa pertencem a esse grupo, ou seja, pertencem a esse conjunto.

Como na sociedade existem outras pessoas, além dessas quatro, e que essas não moram na casa 64, dizemos que elas não pertencem a esse conjunto. Por exemplo, o André, um menino que estuda na mesma escola de Mariana. Na casa de André moram ele, sua mãe Maria e sua irmã Laura. A casa dele é a de número 73 da Rua das Gaivotas. Assim podemos dizer que André pertence à casa 73, ou que André pertence à casa de Maria. E analisando a sociedade com essas duas casas, André não pertence à casa de Mariana.

Figura 2

Fonte: Autor

Essas duas casas podem ser vistas como dois conjuntos, e esses dois conjuntos são independentes, separados, pois cada pessoa mora em uma única casa, não existe, neste caso, uma pessoa que pertença às duas casas.

Os conjuntos “casa de André” e “casa de Mariana”, mesmo sendo independentes, podem fazer parte de um outro conjunto, por exemplo, podem estar no mesmo bairro. Assim Mariana e André pertenceriam ao mesmo conjunto. Para cada conjunto, dizemos que os elementos pertencem ou não pertencem a eles, dependendo das características. No nosso exemplo, temos que Mariana pertence à casa 64, Paulo pertence à casa 64 e André não pertence à casa 64, mas pertence à casa 73.

Figura 3

Fonte: Autor

Na matemática usamos alguns símbolos ao invés de palavras para facilitar a escrita. Para significar que um elemento faz parte de um conjunto, dizemos que esse elemento “**pertence**” a esse conjunto e usamos o símbolo $\in$, ou seja, para dizer que Mariana pertence à casa 64, basta escrever: Mariana $\in$ casa 64. Para representar que um elemento não faz parte de um conjunto, dizemos que esse elemento “**não pertence”** a esse conjunto e usamos o símbolo $\notin$, ou seja, para dizer que André não pertence à casa 64, basta escrever: André $\notin$ casa 64.

Vamos exercitar essa ideia. No nosso exemplo, temos que na casa 64 moram Mariana, Paulo, Cláudia e Gustavo e na casa 73 moram André, Maria e Maura. Utilizando os símbolos de $\in$ (pertence) ou $\notin$ (não pertence) complete os espaços.

Para essa atividade vamos observar a relação entre os elementos dos conjuntos, que seriam as pessoas, e os conjuntos, que seriam as casas. Precisamos analisar se cada personagem mora naquela casa para determinar se eles pertencem ou não aquele conjunto.

Mariana ______ casa 64

Paulo ______ casa 73

André ______ casa 73

Maria ______ casa 64

Laura ______ casa 64

Cláudia ______ casa 73

Gustavo ______ casa 64

Figura 4

Fonte: Autor

Ampliando a ideia de conjuntos, precisamos entender que um conjunto pode estar dentro de outro, ou de outros, formando assim os **subconjuntos**. No nosso exemplo, cada pessoa deve estar em apenas um único lugar. O fato de Mariana morar em sua casa, também significa que ela mora na rua onde está localizada a sua casa, também mora no bairro onde está localizada a sua rua. Estas relações mostram que um conjunto pode "estar dentro" de outro conjunto. Assim uma casa é um conjunto e este conjunto "está dentro" de outro conjunto chamado rua, que também "está dentro" de outro conjunto chamado bairro, que "está dentro" de outro conjunto chamando município, e assim por diante.

Quando um conjunto está dentro de outro conjunto dizemos que ele é um **subconjunto** deste outro conjunto. Neste caso, dizemos que esse subconjunto "**está contido**" nesse outro conjunto, ou que esse outro conjunto "**contém**" esse subconjunto. Pode ocorrer, naturalmente, que dois conjuntos não se relacionem da forma descrita acima, isto é, não tenham elementos em comum ou apenas parte dos seus elementos estejam em ambos. Neste caso dizemos que um conjunto "**não está contido"** no outro ou que um "**não contém"** o outro. Voltando a nossa situação, podemos dizer que a casa 64 está contida na Rua das Palmeiras, ou que a Rua das Palmeiras contém a casa 64. Para expressar simbolicamente esses fatos utilizamos os símbolos $\subset$ (está contido) e $\supset$ (contém). Assim, matematicamente podemos dizer que a casa 64 $\subset$ na Rua das Palmeiras ou que a Rua das Palmeiras $\supset$ a casa 64. Por outro lado, para expressar simbolicamente que essas relações não ocorrem utilizamos os símbolos $\not\subset$ (não está contido) e $\not\supset$ (não contém). Por exemplo, como a casa 73 está situada em outra rua, temos que a casa 73 não está contida na Rua das Palmeiras ou que a Rua das Palmeiras não contém a casa 73. Simbolicamente, a casa 73 $\not\subset$ na Rua das Palmeiras ou que a Rua das Palmeiras $\not\supset$ a casa 73.

Na atividade abaixo, estabeleça uma relação entre os dois conjuntos utilizando os símbolos $\subset$ (está contido), $\not\subset$ (não está contido), $\supset$ (contém) ou $\not\supset$ (não contém) para preencher os espaços.

Comentário: Para essa atividade vamos observar a relação entre dois conjuntos. Precisamos analisar se o conjunto está dentro do outro, para identificar se um conjunto está contido, ou não, em outro conjunto.

Casa 64	______	Rua das Palmeiras
Casa 73	______	Rua dos Coqueiros
Casa 64	______	Bairro das Flores
Casa 73	______	Casa 64
Rua das Palmeiras	______	Casa 73
Rua dos Coqueiros	______	Casa 73
Bairro das Árvores	______	Casa 64
Rua das Palmeiras	______	Bairro das Flores

Precisamos observar que para relacionar elementos e conjuntos usamos a ideia de pertinência, ou seja, um elemento pode pertencer ou não a um conjunto.

Elemento 1 $\in$ conjunto A

Elemento 1 $\notin$ conjunto B

Para uma relação entre dois conjuntos utilizamos a ideia de contenção, ou seja, um conjunto pode estar contido ou não estar contido em outro conjunto, ou um conjunto pode conter ou não conter outro conjunto.

Conjunto A $\subset$ Conjunto B

Conjunto A $\not\subset$ Conjunto C

Conjunto B $\supset$ Conjunto A

Conjunto C $\not\supset$ Conjunto A

1.2.2 Aula 02

Na segunda aula precisamos começar estudar as notações matemáticas. No estudo dos conjuntos, assim como nas outras partes da matemática, é importante que algumas notações sejam observadas para organizar o entendimento e a comunicação.

Inicialmente vamos nomear os conjuntos. Para dar nome a um conjunto geralmente utilizamos uma letra maiúscula do nosso alfabeto. Para simbolizar um elemento de um conjunto geralmente utilizamos letras minúsculas.

Para a representação escrita dos elementos, preferencialmente, utilizamos ordem crescente ou ordem alfabética, além de ser dentro de chaves e separados por vírgula, ou quando necessário, por ponto e vírgula. Também podemos descrever elementos de um conjunto atribuindo a eles uma **propriedade característica** que os identifique. Seguem alguns exemplos:

A = {vogais de alfabeto} = {a, e, i, o, u}

B = {algarismos pares} = {0, 2, 4 ,6 ,8}

C = {letras da palavra **raio**} = {r, a, i, o} = {a, i, o, r}

D = {vogais da palavra **paralela**} = {a, e}

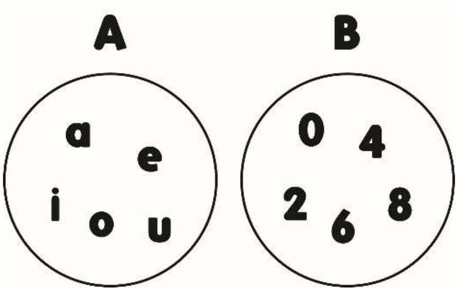
E = {números ímpares menores que 30} = {1, 3, 5, ..., 25, 27, 29}

Observações

1. Na listagem dos elementos de um conjunto não se deve repetir os elementos.
2. Em um conjunto é permitido substituir elementos por **reticências**, desde que esteja bem claro a sua compreensão.

Outra maneira de representar um conjunto é através de um diagrama, basta colocar os elementos dentro de uma linha fechada e que não se entrelace.

Figura 5



Fonte: Autor

Atividade 1

Represente, utilizando chaves, os conjuntos de acordo com a sua propriedade característica:

A = {meses do ano começados por J}

B = {algarismos do número 53028}

C = {estações do ano}

D = {números ímpares menores que 10}

Comentários e respostas: Começaremos a escrever os conjuntos de acordo com a característica própria de cada um. Precisamos prestar atenção em alguns detalhes:

O conjunto A é formado por algumas palavras que colocaremos na ordem em que aparecem no calendário: A = {janeiro, junho, julho}.

O conjunto B será formado por algarismos. Se seguirmos a ordem em que eles aparecem, o conjunto seria B = {5, 3, 0, 2, 8}, mas é recomendável colocar os elementos em ordem crescente, ou seja, B = {0, 2, 3, 5, 8}.

O conjunto C é composto pelas estações do ano. Podemos escrevê-lo na ordem em que elas ocorrem: C = {primavera, verão, outono, inverno}.

O conjunto D é formado pelos números ímpares menores do que 10: D = {1, 3, 5, 7, 9}.

Atividade 2

Represente os conjuntos, listando os seus elementos entre chaves:

A = {números pares entre 1 e 11}

B = {números ímpares entre 120 e 130}

C = {algarismos do número 8596}

D = {algarismos ímpares do número 1385}

E = {letras da palavra **arara**}

F = {letras do alfabeto}

G = {números ímpares}

Comentários e respostas: A atividade 02 é bem parecida com a atividade 01 e será de responsabilidade do aluno verificar as respostas ao final, mas é interessante que ele faça antes de olhar a resposta.

A = {2, 4, 6, 8, 10}

B = {121, 123, 125, 127, 129}

C = {8, 5, 9, 6} ou se estiver em ordem crescente C = {5, 6, 8, 9}

D = {1, 3, 5}

E = {a, r, a, r, a} – Não existe a necessidade de repetir os elementos iguais e é interessante que esteja em ordem alfabética. E = {a, r}

F = {a, b, c, ..., w, x, y, z} – Por ser um conjunto com muitos elementos, no nosso caso, 26 elementos e por conhecermos todos os elementos desse conjunto, podemos substituir alguns elementos pelas reticências no meio do conjunto.

G = {1, 3, 5, 7, 9, 11, ...} Por ser um conjunto infinito, colocaremos alguns representantes desse conjunto, em ordem, e utilizaremos as reticências no final da sequência, para indicar que esse conjunto não tem um último elemento.

Atividade 3

Escreva uma propriedade característica dos elementos de cada conjunto:

A = {março, maio} = {meses do ano que começam com a letra **m**}

B = {fevereiro}

C = {1, 3, 5, 7, 9}

D = {dó, ré, mi, fá, sol, lá, si}

E = {amarelo, azul, branco, verde}

Comentários e respostas: Essa atividade é exatamente o oposto das atividades anteriores. Os conjuntos estão com seus elementos e devemos encontrar uma propriedade característica para eles. Em alguns casos, podemos ter mais que uma característica para representar os seus elementos. Precisamos observar bem os elementos e ter criatividade para encontrar uma boa propriedade.

B = {mês que começa com a letra f} ou {mês com menor quantidade de dias}

C = {números ímpares entre 0 e 10} ou {algarismos ímpares}

D = {notas musicais}

E = {cores da bandeira do Brasil}

1.2.3 Aula 03

Na terceira aula iremos classificar os conjuntos de acordo com a quantidade de elementos. Os conjuntos podem não possuir nenhum elemento, podem ter uma quantidade finita de elementos, ou podem ter uma quantidade infinita de elementos.

Classificação dos conjuntos quanto à quantidade de elementos

Um conjunto pode ser classificado como vazio, finito ou infinito, dependendo da quantidade de elementos que ele contém.

Conjunto vazio

Conjunto vazio é um conjunto que não contém elementos. Isto pode ser observado quando nenhum elemento satisfaz a propriedade característica que o define. O conjunto vazio é representado pelo símbolo ∅ que denominamos "vazio".

A = {dias da semana que começam com letra b} = ∅

B = {meses do ano que tem 35 dias} = ∅

Conjunto finito

Conjuntos finitos são aqueles que possuem uma quantidade determinada de elementos. Um caso especial é quando o conjunto possui apenas um elemento. Nesse caso ele é chamado de **conjunto unitário**.

A = {números pares maiores que 1 e menores que 3} = {2}

B = {dias da semana que começam com a letra **d**} = {domingo}

C = {dias da semana que começam com a letra **s**} = {segunda, sexta, sábado}

Conjunto infinito

Conjuntos infinitos são conjuntos que contêm uma quantidade ilimitada de elementos.

A = {conjunto dos números pares} = {0, 2, 4, 6, 8, 10, 12, ...}

B = {conjunto dos números múltiplos de 5} = {0, 5, 10, 15, 20, ...}

Atividade 4

Represente os conjuntos dados e determine a sua quantidade de elementos.

A = {meses do ano que começam com a letra **f**}

B = {números ímpares entre 6 e 8}

C = {dias da semana que começam com a letra **p**}

D = {consoantes da palavra **pai**}

E = {algarismos pares do número 7351}

F = {múltiplos de 3 maiores que 20}

G = {múltiplos de 3 menores que 20}

Comentários e respostas: Nessa atividade, precisamos além de escrever os elementos seguindo as propriedades também classificá-los quanto à quantidade de elementos: vazio, unitário, finito ou infinito.

A = {fevereiro}. Conjunto formado por apenas 1 elemento, ou seja, conjunto unitário.

B = {7}. Conjunto formado por apenas 1 elemento, ou seja, conjunto unitário.

C = ∅. Não existe nenhum dia da semana que começa com a letra **p**, ou seja, conjunto vazio.

D = {p}. Conjunto formado por apenas 1 elemento, ou seja, conjunto unitário.

E = ∅. Não existe nenhum algarismo par no número 7351, ou seja, conjunto vazio.

F = {21, 24, 27, 30, ...}. A sequência dos múltiplos de um número é infinita, ou seja, conjunto infinito.

G = {0, 3, 6, 9, 12, 15, 18}. Temos um limite para essa sequência de múltiplos, ou seja, conjunto finito.

Atividade 5

Usando os conjuntos da atividade anterior classifique-os como:

a) vazio

b) finito e unitário

c) finito

d) infinito

Comentários e respostas: Nessa atividade vamos apenas separar os conjuntos da atividade anterior.

a) C e E

b) A, B e D

c) G

d) F

Capítulo II

Relação de Pertinência, Conjuntos Iguais e Subconjuntos

Neste capítulo vamos explorar melhor as relações existentes entre conjuntos e elementos e entre os próprios conjuntos.

2.1 Relação de Pertinência

2.1.1 Aula 04

Na quarta aula começaremos a trabalhar a ideia de pertinência de um elemento em relação a um conjunto. Quando relacionamos um elemento e um conjunto, podemos dizer que um elemento pertence ou não pertence a um determinado conjunto.

Quando relacionamos um elemento e um conjunto precisamos utilizar a relação de pertinência. Para isso utilizamos o símbolo $\in$ (pertence) para dizer que um elemento está dentro do conjunto ou o símbolo $\notin$ (não pertence) para dizer que um elemento está fora do conjunto.

Exemplo: Considere o conjunto das vogais do alfabeto V = {a, e, i, o, u}. Dizemos que a letra a pertence ao conjunto V, e simbolicamente escrevemos $a \in V$**.** A letra b não é uma vogal, então dizemos que b não pertence ao conjunto V, e simbolicamente escrevemos $b \notin V$.

Atividade 6

Considere os conjuntos:

$A = \{1, 3, 5\}$

$B = \{2, 8\}$

$C = \{1, 2, 3, ..., 19, 20\}$

$D = \{0, 10 ,20, 30 ,...\}$

Complete usando os símbolos de pertence ($\in$) e de não pertence ($\notin$).

4 ____ A	9 ____ B	18 ____ B
2 ____ B	7 ____ A	13 ____ D
3 ____ C	5 ____ C	60 ____ C
5 ____ D	15 ____ D	2 ____ A

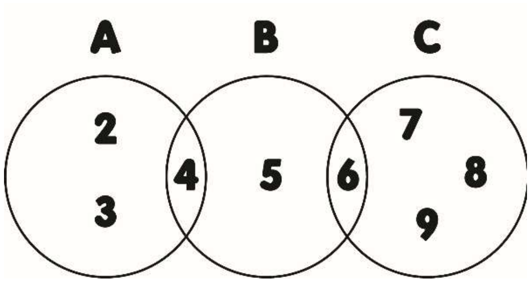
Comentários e respostas: Utilizaremos a relação de pertinência de conjuntos para lembrar que um elemento pertence a um conjunto quando ele "está dentro" e que ele não pertence a um conjunto quando ele "não está dentro".

$4 \notin A$	$9 \notin B$	$18 \notin B$
$2 \in B$	$7 \notin A$	$13 \notin D$
$3 \in C$	$5 \in C$	$60 \notin C$
$5 \notin D$	$15 \notin D$	$2 \notin A$

Atividade 7

Observe o diagrama e escreva os conjuntos utilizando chaves:

Figura 6



Fonte: Autor

Comentários e respostas: Nessa atividade os conjuntos estão representados pelos diagramas. Para escrevê-los utilizando chaves temos que listar todos os elementos que pertencem àquele conjunto.

A = {2, 3, 4}

B = {4, 5, 6}

C = {6, 7, 8, 9}

2.1.2 Aula 05

Na quinta aula estudaremos a relação entre dois conjuntos. Os conjuntos podem ser iguais, quando possuem exatamente os mesmos elementos, ou diferentes, quando possuem elementos diferentes ou elementos iguais e elementos diferentes.

Conjuntos iguais

Dois ou mais conjuntos são iguais quando possuem os mesmos elementos. Considerando que a ordem dos elementos não é uma coisa tão importante, e que cada elemento deve ser escrito apenas uma única vez.

Exemplos:

1) {5, 2, 8} = {8, 2, 5} = {2, 5, 8}

2) {9, 4 ,9} = {9, 4} = {4, 9}

Para indicar que os conjuntos não são iguais utilizamos o símbolo de diferente $\neq$.

$$\{1, 4, 6\} \neq \{1, 4\}$$

Atividade 8

Complete de modo que a relação entre os conjuntos seja verdadeira:

{1, 2, 3} ____ {1, 2}	{5, 5, 5} ____ {5}
{8, 3, 9} ____ {9, 8, 3}	{2, 8, 2} ____ {8, 2}
{2, 3, 6} ____ {7, 3, 2}	{6, 1, 3} ____ {3, 6}

Comentários e respostas: Nessa atividade temos que analisar quais são os elementos e não as quantidades. Conjuntos que possuem os mesmos elementos são chamados de conjuntos iguais.

$\{1, 2, 3\} \neq \{1, 2\}$	$\{5, 5, 5\} = \{5\}$
$\{8, 3, 9\} = \{9, 8, 3\}$	$\{2, 8, 2\} = \{8, 2\}$
$\{2, 3, 6\} \neq \{7, 3, 2\}$	$\{6, 1, 3\} \neq \{3, 6\}$

Atividade 9

Determine o valor de “x” de cada conjunto:

a) {5, 7} = {5, x}

b) {2, 4, 8} = {8, x, 4}

c) {1, 3, 5, 7, 9} = {x, 5, 1, 9, 3}

d) {x + 1, 8} = {3, 8}

Comentários e respostas: Como vimos na atividade anterior para que os conjuntos sejam iguais, precisamos garantir que eles contenham os mesmos elementos, assim temos que comparar os conjuntos e determinar qual valor de cada variável (letra).

a) x = 7

b) x = 2

c) x = 7

d) x = 2, pois x + 1 = 3 e, portanto x = 2.

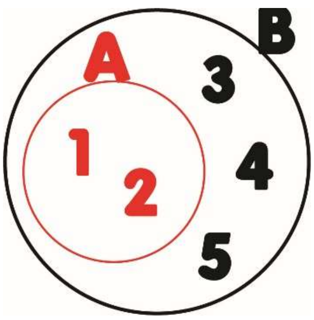
2.2 Subconjuntos

Dizemos que um conjunto A é subconjunto de outro conjunto B se todos os elementos do conjunto A são também elementos do conjunto B. Dizemos então que o conjunto A **está contido** no conjunto B e simbolicamente representamos: A ⊂ B.

Exemplos:

1) Sejam A = {1, 2} e B = {1, 2, 3, 4, 5}, então A ⊂ B, pois todos os elementos de A são também elementos de B.

Figura 7



Fonte: Autor

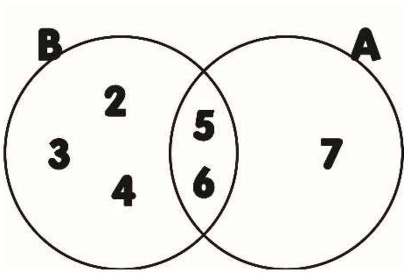
2) Sejam V = {vogais} e A = {alfabeto}. Naturalmente as vogais fazem parte do alfabeto. Assim, {a, e, i, o, u} ⊂ {a, b, c, d, ..., w, x, y, z}, ou seja, V ⊂ A.

Podemos relacionar os conjuntos de forma diferente, por exemplo, dizer que o conjunto A contém o conjunto V. Em símbolos, A ⊃ V.

Caso o conjunto A tenha elementos diferentes do conjunto B, dizemos que o conjunto A **não está contido** no conjunto B, ou que o conjunto B **não contém** o conjunto A, mesmo que alguns elementos pertençam aos dois conjuntos.

Exemplo:

Figura 8



Fonte: Autor

Atividade 10

Complete usando os símbolos ⊂ ou ⊄:

a) {1, 5} ____ {1, 6, 5}

b) {a, b} ____ {a, d, c}

c) {1, 2} ____ {1, 2, 3}

d) {4, 7} ____ {7, 1, 8}

e) {7, 2} ____ {7, 1 ,2}

f) {a, m} ____ {a, b, c}

g) {a, b, c} ____ {a, b, c, d}

h) {4, 5, 6} ____ {4, 3, 5, 8}

Comentários e respostas: Para essa atividade devemos analisar se todos os elementos de um conjunto são também elementos do outro conjunto, caso isso ocorra, dizer que um conjunto está contido no outro.

a) $\{1, 5\} \subset \{1, 6, 5\}$

b) $\{a, b\} \not\subset \{a, d, c\}$

c) $\{1, 2\} \subset \{1, 2, 3\}$

d) $\{4, 7\} \not\subset \{7, 1, 8\}$

e) $\{7, 2\} \subset \{7, 1 ,2\}$

f) $\{a, m\} \not\subset \{a, b, c\}$

g) $\{a, b, c\} \subset \{a, b, c, d\}$

h) $\{4, 5, 6\} \not\subset \{4, 3, 5, 8\}$

Capítulo III

Operações com Conjuntos e Problemas de Aplicações

Neste capítulo vamos trabalhar operações com conjuntos e apresentar algumas aplicações da teoria dos conjuntos.

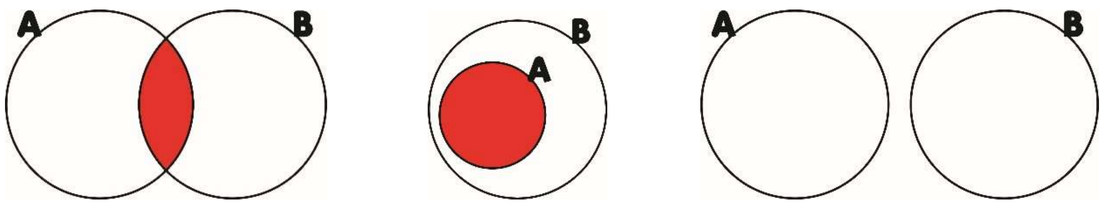
3.1 Operações com conjuntos

Nesta secção vamos apresentar as principais operações envolvendo conjuntos.

3.1.1 Aula 06 – Intersecção de conjuntos

Na sexta aula vamos estudar a operação intersecção de conjuntos. A **intersecção de conjuntos** é o conjunto formado pelos elementos que pertencem simultaneamente a todos os conjuntos que participam da operação. O símbolo utilizado para a operação intersecção é ∩.

Figura 9



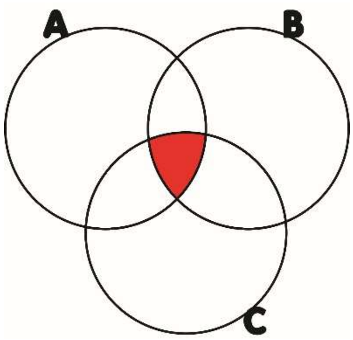
Fonte: Autor

A = {a, b, c}	A = {1, 5}	A = {2, 4}
B = {b, c, d}	B = {1, 4, 5}	B = {7}
A ∩ B = {b,c}	A ∩ B = {1, 5}	A ∩ B = ∅

A parte vermelha representa a interseção dos conjuntos. E quando a interseção de conjuntos for vazia, dizemos que esses conjuntos são **disjuntos.**

A operação intersecção de conjuntos pode ser feita com qualquer quantidade de conjuntos. Por exemplo, com três conjuntos, a representação gráfica é:

Figura 10



Fonte: Autor

A = {1, 4, 5}

B = {1, 2, 5}

C= {1, 3, 5, 7}

A ∩ B ∩ C = {1, 5}

Atividade 11

Determine:

a) {1, 3, 5} ∩ {1, 9 ,5}

b) {a, b} ∩ {m, c, a}

c) {1, 3, 5, 7} ∩ {5}

d) {2 ,8} ∩ {2, 8}

e) {4 ,5 ,6} ∩ {7 ,8}

f) {7, 5 } ∩ {1, 7, 2, 8, 5}

g) {4, 3} ∩ {1, 2, 5}

h) {6, 8, 7} ∩ {5, 6, 7}

Comentários e respostas: Nessa atividade temos que listar todos os elementos que pertencem aos dois conjuntos simultaneamente (ao mesmo tempo). Para isso basta analisar os elementos dos dois conjuntos e listar os que são iguais.

a) {1, 5}

b) {a}

c) {5}

d) {2 ,8}

e) ∅

f) {5, 7}

g) ∅

h) {6, 7}

Atividade 12

Dados os conjuntos:

A = {1, 2, 3, 4}

B = {3, 4, 5}

C = {4, 5, 6}

D = {2}

Determine:

a) $A \cap B$

b) $B \cap A$

c) $A \cap C$

d) $C \cap B$

e) $A \cap B \cap C$

f) $C \cap B \cap A$

g) $A \cap C \cap D$

h) $A \cap B \cap D$

Comentários e respostas: Nessa atividade, assim como na atividade anterior, temos que listar todos os elementos que pertencem aos dois conjuntos simultaneamente, os conjuntos só estão listados de forma diferente. Para a interseção de três conjuntos os elementos devem pertencer aos três conjuntos.

a) {3, 4}

b) {3, 4}

c) {4}

d) {4, 5}

e) {4}

f) {4}

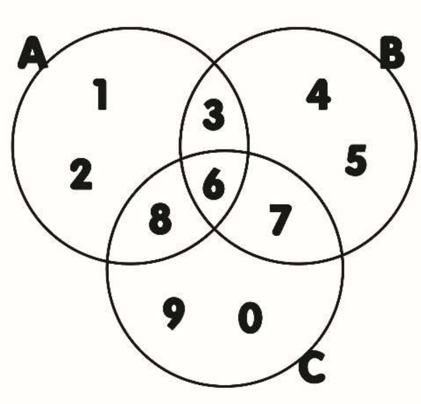
g) ∅

h) ∅

Atividade 13

Observe o diagrama com os conjuntos A, B e C e determine:

Figura 11



Fonte: Autor

a) A

b) B

c) C

d) A ∩ B

e) A ∩ C

f) B ∩ C

g) A ∩ B ∩ C

Comentários e respostas: Nessa atividade temos que primeiramente listar os elementos de cada conjunto e depois listar os elementos que pertencem a interseção de determinados conjuntos.

a) A = {1, 2, 3, 6, 8}

b) B = {3, 4, 5, 6, 7}

c) C = {0, 6, 7, 8, 9}

d) A ∩ B = {3, 6}

e) A ∩ C = {6, 8}

f) B ∩ C = {6, 7}

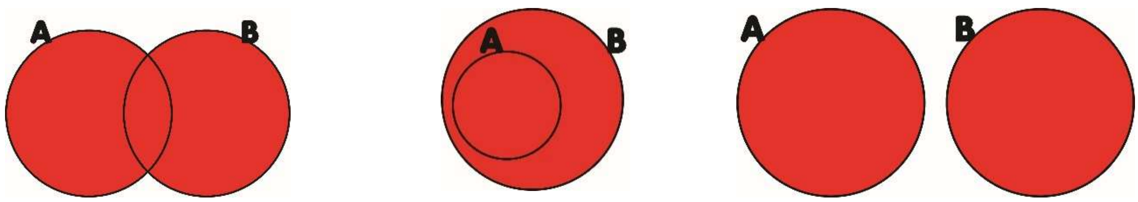
g) A ∩ B ∩ C = {6}

3.1.2 Aula 07 – União de Conjuntos

Na sétima aula estudaremos a união ou reunião de conjuntos, que consiste em construir um novo conjunto que contém todos os elementos dos conjuntos fornecidos. Abordaremos também as operações com os parênteses.

No estudo dos conjuntos, a união de dois ou mais conjuntos é o conjunto dos elementos que pertencem a pelo menos um destes conjuntos. Em outras palavras, a união de dois conjuntos A e B é formada por todos os elementos pertencentes a A ou B ou a ambos. O símbolo utilizado para representar a operação de união é ∪.

Figura 12



Fonte: Autor

A parte vermelha representa a união dos conjuntos, e essa união é formada pelos elementos de A e B **sem repetição** dos mesmos.

Exemplos:

A = {a, b, c}

B = {b, c, d}

A ∪ B = {a, b, c, d}

A = {1, 5}

B = {1, 4, 5}

A ∪ B = {1, 4, 5}

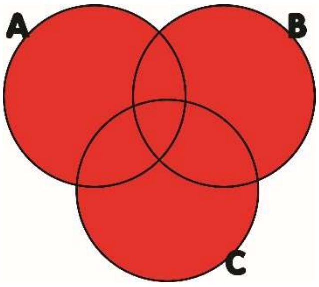
A = {2, 4}

B = {7}

A ∪ B = {2, 4, 7}

Podemos ter união com três, ou mais, conjuntos:

Figura 13



Fonte: Autor

Exemplo:

A = {1, 4, 5}

B = {1, 2, 5}

C= {1, 3, 5, 7}

A ∪ B ∪ C = {1, 2,3, 4, 5, 7}

Atividade 14

Determine:

a) {1, 3, 4} ∪ {5, 3} =

b) {a} ∪ {a, b, c} =

c) {4, 5} ∪ {4, 5, 6, 7} =

d) {1, 6} ∪ {5, 8} =

e) {3, 8, 9} ∪ {3, 2} =

f) {1, 2, 3} ∪ {2, 3, 7} =

g) {4, 5} ∪ {5, 4} =

h) {a, b, c, d} ∪ {e} =

i) {7, 8} ∪ ∅ =

j) ∅ ∪ {1, 5, 2} =

Comentários e respostas: Nesta atividade vamos listar todos os elementos dos dois conjuntos. Lembrando que não é necessário repetir o elemento se ele pertencer aos dois conjuntos.

a) $\{1, 3, 4\} \cup \{5, 3\} = \{1, 3, 4, 5\}$

b) $\{a\} \cup \{a, b, c\} = \{a, b, c\}$

c) $\{4, 5\} \cup \{4, 5, 6, 7\} = \{4, 5, 6, 7\}$

d) $\{1, 6\} \cup \{5, 8\} = \{1, 5, 6, 8\}$

e) $\{3, 8, 9\} \cup \{3, 2\} = \{2, 3, 8, 9\}$

f) $\{1, 2, 3\} \cup \{2, 3, 7\} = \{1, 2, 3, 7\}$

g) $\{4, 5\} \cup \{5, 4\} = \{4, 5\}$

h) $\{a, b, c, d\} \cup \{e\} = \{a, b, c, d, e\}$

i) $\{7, 8\} \cup \emptyset = \{7, 8\}$

j) $\emptyset \cup \{1, 5, 2\} = \{1, 2, 5\}$

Atividade 15

Dados os conjuntos:

$A = \{1, 2, 3\}$ $B = \{3, 4\}$ $C = \{2, 4\}$ $D = \{6\}$

Determine:

a) $A \cup B =$

b) $B \cup A =$

c) $A \cup C =$

d) $D \cup A =$

e) $C \cup D =$

f) $B \cup C =$

g) $C \cup B =$

h) $B \cup D =$

i) $A \cup B \cup C =$

j) $C \cup B \cup A =$

k) $A \cup C \cup D =$

l) $D \cup A \cup C =$

Comentários e respostas: Precisamos listar os elementos que pertencem aos conjuntos. Podemos representar os conjuntos nos diagramas.

a) $A \cup B = \{1, 2, 3\ 4\}$

b) $B \cup A = \{1, 2, 3, 4\}$

c) $A \cup C = \{1, 2, 3, 4\}$

d) $D \cup A = \{1, 2, 3\ 6\}$

e) $C \cup D = \{2, 4, 6\}$

f) $B \cup C = \{2, 3, 4\}$

g) $C \cup B = \{2, 3, 4\}$

h) $B \cup D = \{3, 4, 6\}$

i) $A \cup B \cup C = \{1, 2, 3, 4\}$

j) $C \cup B \cup A = \{1, 2, 3, 4\}$

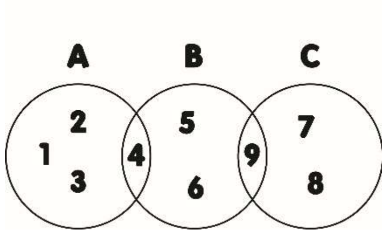
k) $A \cup C \cup D = \{1, 2, 3, 4, 6\}$

l) $D \cup A \cup C = \{1, 2, 3, 4, 6\}$

Atividade 16

Observe o diagrama:

Figura 14



Fonte: Autor

Determine:

a) A =

b) B =

c) C =

d) A ∪ B =

e) A ∪ C =

f) A ∪ B ∪ C =

Comentários e respostas: Nesta atividade temos que primeiramente listar os elementos de cada conjunto e depois listar os elementos que pertencem à união de determinados conjuntos.

a) A = {1, 2, 3, 4}

b) B = {4, 5, 6, 9}

c) C = {7, 8, 9}

d) A ∪ B = {1, 2, 3, 4, 5, 6, 9}

e) A ∪ C = {1, 2, 3, 4, 7, 8, 9}

f) A ∪ B ∪ C = {1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9}

Operações de conjuntos com parênteses

Em expressões aritméticas envolvendo as quatro operações, em determinadas situações, é preciso deixar claro qual operação será efetuada em primeiro lugar. Nestes casos, ficou estabelecido sinalizar a preferência da operação utilizando-se parênteses. Na verdade, em expressões aritméticas mais complexas, é preciso utilizar outros recursos, além dos parênteses, tais como colchetes e chaves. De modo análogo, em algumas situações, é preciso sinalizar qual operação de conjuntos se deseja efetuar em primeiro lugar. Também aqui neste contexto utilizam-se parênteses. Ficou estabelecido que a operação que deve ser efetuada em primeiro lugar é a que se encontra entre parênteses. Observe o seguinte exemplo. Considere os conjuntos:

$A = \{1, 2, 3, 4\}$ $\qquad$ $B = \{2, 4, 6\}$ $\qquad$ $C = \{1, 3, 4, 5, 7\}$

Vamos efetuar as operações $(A \cap B) \cup C$. De acordo com o que ficou estabelecido acima, efetuamos em primeiro lugar a operação que está entre parênteses que é a intersecção $A \cap B$, a saber,

$$A \cap B = \{1, 2, 3, 4\} \cap \{2, 4, 6\} = \{2, 4\}.$$

Agora efetuamos a união deste conjunto com o conjunto C, e obtemos:

$$(A \cap B) \cup C = \{2, 4\} \cup C = \{2, 4\} \cup \{1, 3, 4, 5, 7\} = \{1, 2, 3, 4, 5, 7\}$$

Se quisermos efetuar as operações $(A \cup B) \cap C$ devemos efetuar primeiramente a união $A \cup B$. Neste caso obtemos:

$$A \cup B = \{1, 2, 3, 4\} \cup \{2, 4, 6\} = \{1, 2, 3, 4, 6\}$$

Agora fazemos a interseção deste conjunto com o conjunto C e obtemos:

$$(A \cup B) \cap C = \{1, 2, 3, 4, 6\} \cap C = \{1, 2, 3, 4, 6\} \cap \{1, 3, 4, 5, 7\} = \{1, 3, 4\}$$

Atividade 17

Dados os conjuntos:

D = {7}   E = {1, 4, 6}   F = {4, 5}   G = {1, 3, 5}   H = ∅

Efetue as seguintes operações:

a) (D ∪ E) ∩ F =

b) (D ∪ F) ∪ G =

c) (G ∪ H) ∩ E =

d) (E ∪ F) ∪ H =

e) (E ∪ F) ∩ H =

f) (E ∩ F) ∩ H =

g) (E ∪ F) ∩ (E ∪ G) =

h) (E ∩ F) ∪ (E ∩ G) =

Comentários e respostas: Quando temos uniões e interseções sem especificação por parênteses, as operações são efetuadas na ordem em que aparecem. Quando tiver parênteses indicando a operação, estas devem ser realizadas em primeiro lugar. Para fins de clareza, realizamos uma operação por vez.

a) (D ∪ E) ∩ F = {1, 4, 6, 7} ∩ {4, 5} = {4}

b) (D ∪ F) ∪ G = {4, 5, 7} ∪ {1, 3, 5} = {1, 3, 4, 5, 7}

c) (G ∪ H) ∩ E = {1, 3, 5} ∩ {1, 4, 6} = {1}

d) (E ∪ F) ∪ H = {1, 4, 5, 6} ∪ ∅ = {1, 4, 5, 6}

e) (E ∪ F) ∩ H = {1, 4, 5, 6} ∩ ∅ = ∅

f) (E ∩ F) ∩ H = {4} ∩ ∅

g) (E ∪ F) ∩ (E ∪ G) = {1, 4, 5, 6} ∩ {1, 3, 4, 5, 6} = {1, 4, 5}

h) (E ∩ F) ∪ (E ∩ G) = {4} ∪ {1} = {1, 4}

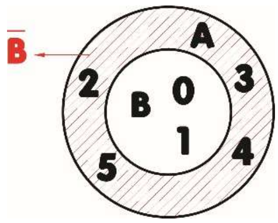
3.1.3 Aula 08 – Complementar de um conjunto

Nessa oitava aula, falaremos sobre a operação do complementar e alguns exemplos das aplicações das ideias e operações com conjuntos. Dados dois conjuntos A e B, tais que B ⊂ A, chamaremos de **complementar** de B em relação a A o conjunto dos elementos de A que não pertencem a B, e indicaremos com $\bar{B}$.

Exemplos:

1) Considere os conjuntos A = {0, 1, 2, 3, 4, 5} e B = {0, 1}. Então, o complementar de B em relação a A, será o conjunto de todos os elementos de A que não estão em B: $\bar{B}$ = {2, 3, 4, 5}.

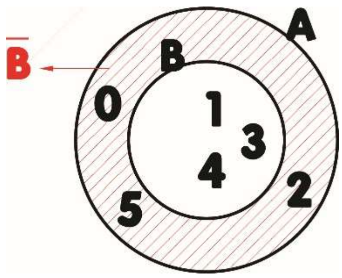
Figura 15



Fonte: Autor

2) Considere os conjuntos A = {0, 1, 2, 3, 4, 5} e B = {1, 3, 4}. Então, o complementar de B em relação a A, será o conjunto de todos os elementos de A que não estão em B: $\bar{B}$ = {0, 2, 5}.

Figura 16



Fonte: Autor

Atividade 18

Considere os conjuntos

A = {0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9}

B = {0, 1, 2, 3, 4, 5, 6}

C = {0, 2, 4, 6, 8}

D = {1, 2, 3, 6, 7}

E = {3, 6, 9}

F = {4, 8}

G = {5}

H = ∅

Determine:

a) o complementar de B em relação a A

b) o complementar de C em relação a A

c) o complementar de D em relação a A

d) o complementar de E em relação a A

e) o complementar de F em relação a A

f) o complementar de G em relação a A

g) o complementar de H em relação a A

h) o complementar de A em relação a A

Comentários e respostas: Determinar o complementar de um conjunto em relação a outro, é listar todos os elementos que faltam no conjunto para que seja igual ao outro.

a) Para determinar o complementar de B em relação a A precismos listar os elementos que faltam em B para que ele fique igual ao conjunto A. Assim obtemos $\bar{B}$ = {7, 8, 9}.

b) Para determinar o complementar de C em relação a A precismos listar os elementos que faltam em C para que ele fique igual ao conjunto A. Portanto obtemos $\bar{C}$ = {1, 3, 5, 7, 9}.

c) Para determinar o complementar de D em relação a A precismos listar os elementos que faltam em D para que ele fique igual ao conjunto A. Assim obtemos $\overline{D}$ = {0, 4, 5, 8, 9}.

d) Para determinar o complementar de E em relação a A precismos listar os elementos que faltam em E para que ele fique igual ao conjunto A. Portanto obtemos $\bar{E}$ = {0, 1, 2, 4, 5, 7, 8}.

e) Para determinar o complementar de F em relação a A precismos listar os elementos que faltam em F para que ele fique igual ao conjunto A. Desta forma obtemos $\bar{F}$ = {0, 1, 2, 3, 5, 6, 7, 9}.

f) Para determinar o complementar de G em relação a A precismos listar os elementos que faltam em G para que ele fique igual ao conjunto A. Portanto obtemos $\bar{G}$ = {0, 1, 2, 3, 4, 6, 7, 8, 9}.

g) Para determinar o complementar de H em relação a A precismos listar os elementos que faltam em H para que ele fique igual ao conjunto A. Portanto obtemos $\overline{H}$ = {0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9}.

h) Para determinar o complementar de A em relação a A, precismos listar os elementos que faltam em A para que ele fique igual ao conjunto A. Mas, não existem tais elementos pois os conjuntos são iguais. Assim, $\bar{A}$ = $\emptyset$.

Problema de aplicação

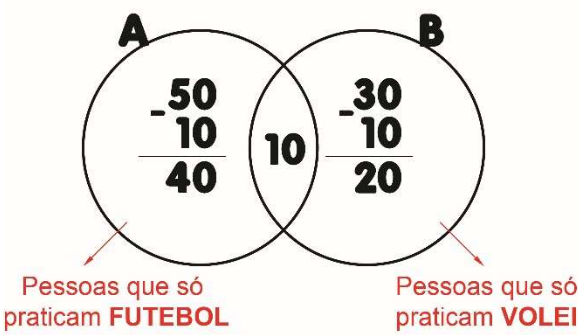
Podemos utilizar as ideias e as operações com conjuntos para resolver alguns tipos de problemas bem interessantes.

Exemplos:

1) Uma pesquisa realizada entre esportistas revelou que 50 pessoas praticam futebol, 30 pessoas praticam vôlei e 10 pessoas praticam futebol e vôlei. Quantas pessoas foram pesquisadas?

A primeira ideia seria somar todas as respostas, e dizer 90 pessoas foram pesquisadas que é a soma 50 + 30 + 10. Isso seria correto se não houvesse pessoas que praticam os dois esportes. Para resolver esse tipo de problema podemos representar o resultado da pesquisa por conjuntos de forma gráfica. Chamaremos de A o conjunto das pessoas que praticam futebol e de B o conjunto das pessoas que praticam vôlei. Como algumas pessoas praticam futebol e vôlei, teremos a interseção dos dois conjuntos.

Figura 17



Fonte: Autor

Assim o total de pessoas pesquisadas é:

$$40 + 10 + 20 = 70$$

Atividade 19

Com o auxílio de um diagrama, resolva os problemas seguintes.

a) Em uma aula de Educação Física, 6 alunos praticam natação, 15 alunos praticam futebol e 4 alunos praticam natação e futebol. Qual é a quantidade de alunos nessa aula?

Comentários e respostas: Para resolver esse tipo de problema começamos imaginando a representação gráfica dos conjuntos. Colocamos primeiramente a quantidade de elementos que fazem parte da interseção dos conjuntos, nesse caso, 4 alunos que praticam os dois esportes. Depois precisamos retirar essa quantidade de cada conjunto para determinar a quantidade de cada esporte. Assim, teremos 6 – 4 = 2 alunos que praticam natação e 15 – 4 = 11 alunos que praticam futebol. Para determinar o total de alunos na sala, basta somar essas quantidades: 4 alunos que praticam os dois esportes, 2 alunos que praticam apenas natação e 11 alunos que praticam apenas futebol. Então, 4 + 2 + 11 = 17 alunos na sala.

b) Em uma pesquisa sobre leitores de revistas verificou-se que 100 pessoas assinavam a revista A, 70 pessoas assinavam a revista B e 20 pessoas assinavam as duas revistas. Quantas pessoas foram consultadas na pesquisa?

Comentários e respostas: Como no problema anterior, começamos imaginando a representação gráfica dos conjuntos. Colocamos primeiramente a quantidade de elementos que fazem parte da interseção dos conjuntos, nesse caso, 20 pessoas que assinavam as duas revistas. Depois precisamos retirar essa quantidade de cada conjunto para determinar a quantidade de pessoas que assinam apenas uma revista. Assim, teremos 100 – 20 = 80 pessoas que assinam apenas a revista A e 70 – 20 = 50 pessoas que assinam apenas a revista B. Para determinar o total de pessoas que assinam revistas, basta somar essas quantidades: 20 pessoas que assinam as duas revistas, 80 pessoas que assinam apenas a revista A e 50 pessoas que assinam apenas a revista B. Então, 20 + 80 + 50 = 150 assinantes.

3.2 Atividades Complementares

Atividade 1

Escreva, entre chaves, os elementos dos conjuntos:

A = conjuntos das três primeiras letras do nosso alfabeto

B = conjunto dos meses do ano que começam com a letra d

C = conjunto das consoantes da palavra **batata**

D = conjunto das vogais da palavra **salada**

E = conjunto das letras da palavra **arara**

F = conjunto dos números ímpares menores que 5

G = conjunto dos números pares maiores que 7

H = conjunto dos meses do último trimestre do ano

Atividade 2

Represente, por uma propriedade de seus elementos, os conjuntos:

A = {a, e, i, o, u}

B = {0, 2, 4}

C = {1, 3, 5, 7, 9}

D = {primavera, verão, outono, inverno}

E = {janeiro, fevereiro, março}

Atividade 3

Classifique os conjuntos como finito ou infinito:

A = {10, 20, 30, ...}

C = {1000, 999, ..., 1, 0}

B = {7, 8, 9, ..., 2001}

D = {1990, 1991, 1992, ...}

Atividade 4

Considere os conjuntos seguintes.

A = {1, 4, 5}

C = {1, 2, 3, 4, ...}

B = {0, 2, 7, 8}

D = {3, 6, 9, 12, ..., 36, 39}

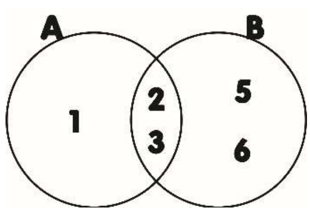
Complete com os símbolos de ∈ ou ∉:

a) 5 ____ A	e) 7 ____ B	i) 8 ____ A	m) 48 ____ C
b) 0 ____ A	f) 7 ____ C	j) 1 ____ B	n) 16 ____ D
c) 4 ____ B	g) 8 ____ D	k) 0 ____ C	o) 27 ____ D
d) 6 ____ C	h) 6 ____ D	l) 4 ____ D	p) 36 ____ C

Atividade 5

Considere s conjuntos A e B dados através do diagrama seguinte.

Figura 18



Fonte: Autor

Complete com os símbolos de ∈ ou ∉:

a) 1 ____ A   c) 2 ____ B   e) 5 ____ A   g) 6 ____ B

b) 2 ____ A   d) 3 ____ B   f) 1 ____ B   h) 6 ____ A

Atividade 6

Quanto vale "x"?

a) {1, 7, 15} = {7, x, 1}

b) {8, 3, x} = {8, 2, 3}

c) {1, 2, 3, 4} = {2, 4, 3, x}

d) {5, 4, x} = {3, 5, 4}

e) {0, x, 3, 6} = {0, 8, 6, 3}

f) {x + 1, 5} = {5, 10}

Atividade 7

Dado o conjunto A = {4, 5, 9}:

a) Escreva o subconjunto de A que não contenham elementos

b) Escreva os subconjuntos de A que contenham um só elemento

c) Escreva os subconjuntos de A que contenham dois elementos

d) Escreva os subconjuntos de A que contenham três elementos

Atividade 8

Determine:

a) {2, 7, 8} ∪ {2, 3}

b) {1, 2, 4} ∪ {2, 3, 4}

c) {2, 3, 5} ∪ {3}

d) {2, 5} ∪ ∅

e) ∅ ∪ {2, 7, 8}

f) {0, 8, 3} ∩ {4, 8}

g) {7, 2} ∩ {1, 8}

h) {2, 3, 4} ∩ {3, 4}

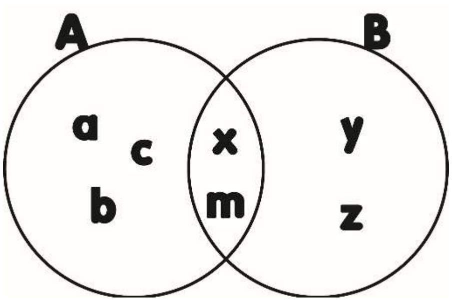
i) {x, y} ∩ ∅

j) ∅ ∩ {a, b, c}

Atividade 9

Observe o diagrama seguinte:

Figura 19



Fonte: Autor

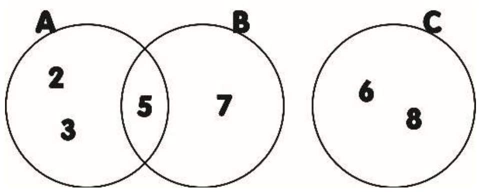
Escreva os conjuntos

a) A = b) B = c) A ∪ B = d) A ∩ B =

Atividade 10

Observe o diagrama seguinte:

Figura 20



Fonte: Autor

Determine:

a) $A \cup B =$ b) $A \cap B =$ c) $A \cup C =$ a) $B \cup C =$

Atividade 11

Dados os conjuntos

$A = \{2, 3, 4, 5, 6\}$ $B = \{2, 3\}$ $C = \{2, 6\}$ $D = \{5\}$

Determine:

a) o complementar de B em relação a A

b) o complementar de C em relação a A

c) o complementar de D em relação a A

d) o complementar de A em relação a A

Atividade 12

Com o auxílio de um diagrama, resolva os seguintes problemas:

a) Em uma pesquisa verificou-se que 42 pessoas tomavam suco, 30 pessoas tomavam refrigerante e 8 pessoas tomavam as duas bebidas. Quantas pessoas foram pesquisadas?

b) Em um grupo de 12 alunos, 8 usavam calção azul e 6 usavam camisa branca. Quantos usavam calção azul e camisa branca?

Respostas dos exercícios complementares

1)

a) A = {a, b, c}	e) E = {a, r}
b) B = {dezembro}	f) F = {1, 3}
c) C = {b, t}	g) G = {8, 10, 12, 14, ...}
d) D = {a}	h) H = {outubro, novembro, dezembro}

2) A = conjunto das vogais do nosso alfabeto.

B = conjunto dos números pares menores que 5.

C =conjunto dos algarismos í6mpares.

D = conjunto das estações do ano.

E = conjunto dos três primeiros meses do ano.

3) a) infinito. b) finito. c) finito. d) infinito.

4)

a) $\in$	e) $\in$	i) $\notin$	m) $\in$
b) $\notin$	f) $\in$	j) $\notin$	n) $\notin$
c) $\notin$	g) $\notin$	k) $\notin$	o) $\in$
d) $\in$	h) $\in$	l) $\notin$	p) $\in$

5)

a) $\in$	c) $\in$	e) $\notin$	g) $\in$
b) $\in$	d) $\in$	f) $\notin$	h) $\notin$

6) a) 15 c) 1 e) 8

b) 2 d) 3 f) 9

7) a) ∅ c) {4, 5} ou {4, 9} ou {5, 9}

b) {4} ou {5} ou {9} d) {4, 5, 9}

8) a) {2, 3, 7, 8} c) {2, 3, 5} e) {2, 7, 8} g) ∅ i) ∅

b) {1, 2, 3, 4} d) {2, 5} f) {8} h) {3, 4} j) ∅

9) a) {a, b, c, m, x} c) {a, b, c, m, x, y, z}

b) {m, x, y, z} d) {m, x}

10) a) {2, 3, 5, 7} c) {2, 3, 5, 6, 8}

b) {5} d) {5, 6, 7, 8}

11) a) {4, 5, 6} c) {2, 3, 4, 6}

b) {3, 4, 5} d) ∅

12) a) 64 pessoas foram pesquisadas.

b) 2 alunos usavam calção azul e camisa branca.

Conclusão

A proposta de sequência didática relatada nesse trabalho busca apresentar aos alunos de 6º ano do ensino fundamental II o estudo de conjuntos de uma forma clara e intuitiva associada ao cotidiano do estudante, ao seu senso crítico e organizacional, onde ele se inclua e entenda de forma prática a aplicação desses conceitos.

Utilizando este instrumento de aperfeiçoamento, o aluno será capaz de compreender sozinho, ou com um pequeno suporte, as noções de conjunto e aplicá-las, facilitando assim o entendimento de que elementos podem ser agrupados ou separados de acordo com características em comum, e ainda reagrupados de outras diversas formas.

O entendimento do conceito de **pertencer** e **está contido** proporcionará ao aluno fundamentos para a aplicação de operações com conjuntos na **união** e na **interseção**, além da ideia de **complementar** um subconjunto em um conjunto e naturalmente esse conhecimento facilitará a aplicação nos conjuntos numéricos.

Atividades foram apresentadas, comentadas e resolvidas para que o aluno tenha um suporte maior para o entendimento e desenvolvimento do estudo do tema.

A sequência didática como instrumento de aperfeiçoamento do ensino da Matemática para o estudo dos conjuntos será de fácil aplicabilidade nas salas de aula melhorando o aproveitamento e a aplicação prática dos conceitos e fundamentos do conteúdo na disciplina.

Referências Bibliográficas

[01] – ANDRINI, Álvaro. Praticando matemática: 5ª série / Álvaro Andrini. São Paulo: Editora do Brasil, 1989.

[02] – BRASIL, Secretaria de Educação Fundamental. Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática / Secretaria de Educação Fundamental. - Brasília: MEC / SEF, 1998.

[03] – BROUSSEAU, G. Fundamentos e Métodos da Didática da Matemática. In: BRUN, J. Didática das Matemáticas. Tradução de: Maria José Figueiredo. Lisboa: Instituto Piaget, 1996.

[04] – ESPÍRITO SANTO, SEDU. Currículo Básico do ensino fundamental, 2009.

[05] – FIGUEIRA, Israel Silva. Reflexões sobre a metodologia da resolução de problemas de matemática em séries iniciais do ensino fundamental. KHORA: Revista transdisciplinar, 2018.

[06] – MARIA, Stefany Biorchi. Sequência didática no ensino da Matemática: Uso de animações e jogos. Instituto Federal Sul-Rio-Grandense, 2017.

[07] – NUNES, T. et al. Introdução à Educação Matemática: números e operações numéricas. 2ª ed. São Paulo: PROEM, 2002.

[08] – RAMOS, Wirla Castro de Souza; SILVA, Itamar Miranda da. Sequência didática para o ensino das operações aritméticas básicas nos anos iniciais do ensino fundamental. Universidade Federal do Acre, 2019.

[09] – TOLEDO, M. Didática da Matemática: como dois e dois: a construção da Matemática. São Paulo: FTD, 1997.

[10] – TONIN DA COSTA, Gisele Maria. Sequência didática na Matemática. Instituto de Desenvolvimento Educacional do Alto Uruguai – IDEAU, 2013.

[11] – ZABALA, Antoni. A prática educativa: como ensinar. Porto Alegre: Artmed, 1998.