

**UNIVERSIDADE TECNOLÓGICA FEDERAL DO PARANÁ
PROGRAMA DE MESTRADO PROFISSIONAL EM MATEMÁTICA EM
REDE NACIONAL - PROFMAT**

LUCIANE CECHIN MÁRIO

**O USO DE RECURSOS TECNOLÓGICOS NAS AULAS DE
MATEMÁTICA NO PROEJA: UMA EXPERIÊNCIA NO IFSC,
CÂMPUS CHAPECÓ**

DISSERTAÇÃO DE MESTRADO

PATO BRANCO

2014

LUCIANE CECHIN MÁRIO

**O USO DE RECURSOS TECNOLÓGICOS NAS AULAS DE
MATEMÁTICA NO PROEJA: UMA EXPERIÊNCIA NO IFSC,
CÂMPUS CHAPECÓ**

Dissertação de Mestrado apresentada ao Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional - PROFMAT da Universidade Tecnológica Federal do Paraná como requisito parcial para obtenção do grau de “Mestre em Matemática” – Área de Concentração: Matemática.

Orientadora: Prof^a. Dra. Janecler Aparecida
Amorin Colombo

Co-orientador: Prof. Dr. Rômel da Rosa da Silva

PATO BRANCO

2014



UNIVERSIDADE TECNOLÓGICA FEDERAL DO PARANÁ
Câmpus Pato Branco



Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional - PROFMAT

Título da Dissertação No. 002


“O uso de recursos tecnológicos nas aulas de matemática no PROEJA: Uma experiência no IF-SC, Câmpus Chapecó”

por


Luciane Cechin Mario

Esta dissertação foi apresentada como requisito parcial à obtenção do grau de Mestre em Matemática, pelo Programa de Mestrado em Matemática em Rede Nacional - PROFMAT - da Universidade Tecnológica Federal do Paraná - UTFPR - Câmpus Pato Branco, às 9h30 do dia 28 de abril de 2014. O trabalho foi aprovado pela Banca Examinadora, composta pelos doutores:

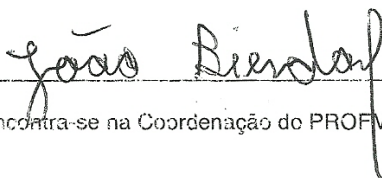

Prof. Janecler Aparecida Amorin Colombo,
Dra.
(Presidente - UTFPR/Pato Branco)


Prof. Mércides Thadeu
Moretti, Dr.
(UFSC/Florianópolis)


Prof. Márcio
Bennemann, Dr.
(UTFPR/Pato Branco)


Prof. Rômulo da Rosa da
Silva, Dr.
(Co-orientador - UTFPR/Pato Branco)

Assinatura da Coordenação:



“A Folha de Aprovação assinada encontra-se na Coordenação do PROFMAT/UTFPR”

João Blesdorf
Coordenador do Mestrado Profissional em
Matemática em Rede Nacional - PROFMAT
UTFPR - Câmpus Pato Branco

AGRADECIMENTOS

Agradeço:

A Deus, por demonstrar estar sempre junto, inspirando confiança e dando força para superar as dificuldades e seguir em diante.

A minha família, que sempre esteve presente, compreendendo minhas ausências, compartilhando minhas ideias e incentivando a prosseguir com um sorriso, com uma palavra de carinho e o amor dedicado.

Aos colegas de trabalho, que souberam ouvir minhas angústias e deram força para prosseguir.

Aos colegas de turma, pelos momentos juntos compartilhados, nos quais inspiraram ideias e resultaram em muitos sorrisos.

Aos professores, que através de seus conhecimentos e dedicação permitiram a realização desse curso.

A UTFPR, por acolher o Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional, dando oportunidade de crescimento profissional e intelectual.

A CAPES, pelo apoio financeiro, através da bolsa de estudos, oferecida durante a realização do curso.

Especialmente, a minha orientadora, professora Janecler Aparecida Amorin Colombo e meu co-orientador, professor Rômelo da Rosa da Silva, que compartilharam seus conhecimentos e, com suas experiências, contribuíram na condução e efetivação desse trabalho. Souberam ser orientadores e, acima de tudo, grandes amigos. Deixo minha admiração, carinho e gratidão.

A todos, que de uma certa forma também tornaram possível a realização desse trabalho.

Muito Obrigada!

RESUMO

MÁRIO, Luciane Cechin. O USO DE RECURSOS TECNOLÓGICOS NAS AULAS DE MATEMÁTICA NO PROEJA: UMA EXPERIÊNCIA NO IFSC, CÂMPUS CHAPECÓ. 135 f. Dissertação de Mestrado – Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional - PROFMAT, Universidade Tecnológica Federal do Paraná. Pato Branco, 2014.

O trabalho apresenta uma experiência vivenciada no ensino da Matemática que foi aplicada no curso técnico de Nível Médio em Eletromecânica na Modalidade de Educação de Jovens e Adultos do IFSC, Câmpus Chapecó, onde utilizou-se dois recursos tecnológicos: o *software* GeoGebra e o Global Positioning System (GPS). Relata como foram planejadas e executadas as aulas de Geometria Analítica com o uso do *software* GeoGebra e apresenta uma aplicação prática de alguns conteúdos estudados com o uso do GPS. Para avaliar os trabalhos desenvolvidos foi aplicado um questionário ao término dos encontros. Este trabalho aborda uma forma alternativa de ensino, na busca de motivar nossos alunos a gostar de estudar matemática, visando amenizar as dificuldades encontradas na aprendizagem. A utilização desses recursos permitiu uma melhor exploração dos conteúdos que foram estudados em Geometria Analítica, bem como um despertar maior para a aprendizagem. A conclusão que se chegou é que o uso de ferramentas alternativas reflete, de forma positiva, na aprendizagem e interesse pelas aulas de Matemática, como também, a aplicação de conteúdos em situações reais. Mas de nada adianta esses recursos, se não houver um envolvimento e comprometimento nas aulas, por parte do professor e principalmente pelos alunos.

Palavras-chave: Ensino de Matemática, PROEJA, Tecnologias, GeoGebra

ABSTRACT

MÁRIO, Luciane Cechin. THE USE OF TECHNOLOGICAL RESOURCES IN THE MATHEMATICS CLASSES AT PROEJA: AN EXPERIENCE AT IFSC IN CHAPECÓ. 135 f. Dissertação de Mestrado – Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional - PROFMAT, Universidade Tecnológica Federal do Paraná. Pato Branco, 2014.

The present study aims at presenting an experience in the teaching of Mathematics using two technological resources: the GeoGebra software and the Global Positioning System gadget (GPS) in the high school and technical course in Electro-mechanics for over eighteen-year-old youngsters and adults at IFSC, campus Chapecó. This study presents an alternative way of teaching with the goal of enhancing students' motivation for studying Mathematics; thus, reducing the difficulties encountered in the learning process. The conception, planning and execution of the Analytics Geometry classes in which GeoGebra was used and in which the GPS was used to demonstrate the applicability of the studied contents are detailedly described in the method chapter. Participants answered a questionnaire at the end of each class. The questionnaires were analysed and the written evaluations were compared in a qualitative basis to the written evaluations from previous classes the researcher and teacher taught. The use of Geogebra and the GPS allowed for a better exploration of the contents and an awaken for learning. The use of alternative resources and demonstrations of real life applications reflect in a positive way upon learning of and interest in the Mathematics classes. Teachers' and students' compromise and involvement are essential to the success of the learning process.

Keywords: Teaching of Mathematics, PROEJA, Technologies, GeoGebra

LISTA DE FIGURAS

FIGURA 1	– Áreas de trabalho do GeoGebra.	20
FIGURA 2	– Barra de ferramenta do GeoGebra.	20
FIGURA 3	– Menu ponto estendido.	21
FIGURA 4	– Menu reta-ponto estendido.	22
FIGURA 5	– Menu polígono estendido.	22
FIGURA 6	– Menu cálculo estendido.	23
FIGURA 7	– Aparelho de GPS etrex 20.	24
FIGURA 8	– Sistema Universal Transversa de Mercator.	24
FIGURA 9	– Coordenadas Universal Transversa de Mercator.	25
FIGURA 10	– Fusos UTM que atravessam o território brasileiro.	25
FIGURA 11	– Plano cartesiano ortogonal.	34
FIGURA 12	– Quadrantes do plano cartesiano ortogonal.	35
FIGURA 13	– Coordenadas de um ponto $P(x,y)$	36
FIGURA 14	– Jogo batalha naval.	37
FIGURA 15	– Segmento definido por dois pontos não paralelo a nenhum dos eixos coordenados.	40
FIGURA 16	– Segmento definido por dois pontos paralelo ao eixo X	41
FIGURA 17	– Segmento definido por dois pontos paralelo ao eixo Y	42
FIGURA 18	– Visualização da atividade 1 proposta para o 2º encontro, no GeoGebra.	43
FIGURA 19	– Ilustração para deduzir as coordenadas do ponto médio de um segmento.	46
FIGURA 20	– Três pontos alinhados sobre uma reta.	50
FIGURA 21	– Ilustração para demonstrar a condição de alinhamento entre três pontos.	51
FIGURA 22	– Reta dada por dois pontos conhecidos e um ponto qualquer dessa reta.	54
FIGURA 23	– Ilustração do coeficiente angular da reta dada por dois pontos.	57
FIGURA 24	– Ângulo agudo entre a reta r e o eixo X	57
FIGURA 25	– Ângulo obtuso entre a reta r e o eixo X	57
FIGURA 26	– Ângulo nulo entre a reta r e o eixo X	57
FIGURA 27	– Tela do GeoGebra projetada para a atividade 2 do 6º encontro.	59
FIGURA 28	– Triângulo ABC no plano cartesiano.	60
FIGURA 29	– Área S_1 e S_2	61
FIGURA 30	– Área S_3	61
FIGURA 31	– Área $A\Delta$	61
FIGURA 32	– Triângulo retângulo - atividade 1 do 7º encontro.	64
FIGURA 33	– Triângulo qualquer - atividade 1 do 7º encontro.	64
FIGURA 34	– Complementação do triângulo qualquer - atividade 1 do 7º encontro.	64
FIGURA 35	– Polígono com mais de três lados - atividade 2 do 7º encontro.	65
FIGURA 36	– Sala de aula durante a realização da atividade proposta aos alunos com o uso do plano cartesiano concreto.	74
FIGURA 37	– Aluno desenvolvendo as atividades propostas do 1º encontro.	75
FIGURA 38	– Laboratório de informática utilizado para as aulas de Matemática usando o <i>software</i> GeoGebra.	76
FIGURA 39	– Aluno resolvendo, no caderno, as atividades referente ao tópico ponto	

médio de um segmento.	79
FIGURA 40 – Aluno, no laboratório de informática, realizando a segunda parte da avaliação parcial.	82
FIGURA 41 – Aluna, no laboratório de informática, desenvolvendo as atividades no caderno e após verificando o resultado com o uso do GeoGebra.	84
FIGURA 42 – Localização dos pontos coletados no espaço externo escolar.	86
FIGURA 43 – Polígono formado pela união dos pontos coletados no espaço externo escolar.	86
FIGURA 44 – Imagem do polígono e a informação da sua área.	86
FIGURA 45 – Local onde a área do polígono aparece no GeoGebra.	86
FIGURA 46 – Imagem final dos trabalhos desenvolvidos após a atividade prática, com o uso dos recursos tecnológicos: GPS e <i>software</i> GeoGebra.	87
FIGURA 47 – Resultados obtidos na primeira pergunta do questionário.	90
FIGURA 48 – Resultados obtidos na segunda pergunta do questionário.	91
FIGURA 49 – Resultados obtidos na terceira pergunta do questionário.	92
FIGURA 50 – Resultados obtidos na quarta pergunta do questionário.	92
FIGURA 51 – Resultados obtidos na quinta pergunta do questionário.	93

LISTA DE TABELAS

TABELA 1	–	Conceitos da prova parcial de Geometria Analítica.	88
TABELA 2	–	Conceitos da prova final de Geometria Analítica.	89
TABELA 3	–	Respostas dos alunos para a questão aberta do questionário.	94

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	11
2	A PESQUISA SITUADA	13
2.1	JUSTIFICATIVA, OBJETIVOS E QUESTÕES DE ESTUDO	13
2.2	METODOLOGIA E PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS	14
3	CONSIDERAÇÕES SOBRE A PROBLEMÁTICA DA PESQUISA	16
3.1	O ENSINO DA MATEMÁTICA E AS TECNOLOGIAS DA INFORMAÇÃO E COMUNICAÇÃO	16
3.1.1	<i>software</i> GeoGebra	19
3.1.1.1	Menu ponto	20
3.1.1.2	Menu reta-ponto	21
3.1.1.3	Menu polígono	22
3.1.1.4	Menu cálculo	23
3.1.2	Global Positioning System	23
3.2	O ENSINO DA GEOMETRIA ANALÍTICA E AS TECNOLOGIAS DA INFORMAÇÃO E COMUNICAÇÃO	26
3.3	PROEJA, ENSINO DE GEOMETRIA ANALÍTICA E TECNOLOGIAS	29
4	UMA PROPOSTA DE ENSINO PARA A GEOMETRIA ANALÍTICA EM UMA TURMA DE PROEJA	33
4.1	A SEQUENCIA DE ENSINO	33
4.2	ATIVIDADES E FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA	34
4.2.1	Primeiro encontro: Sistema Cartesiano Ortogonal	34
4.2.1.1	Fundamentação Teórica	34
4.2.1.2	Considerações Sobre o Encontro	35
4.2.2	Segundo encontro: Distância Entre Dois Pontos	40
4.2.2.1	Fundamentação Teórica	40
4.2.2.2	Considerações Sobre o Encontro	43
4.2.3	Terceiro encontro: Coordenadas do Ponto Médio de Um Segmento de Reta	46
4.2.3.1	Fundamentação Teórica	46
4.2.3.2	Considerações Sobre o Encontro	48
4.2.4	Quarto encontro: Avaliação	48
4.2.4.1	Fundamentação Teórica	48
4.2.4.2	Considerações Sobre o Encontro	49
4.2.5	Quinto encontro: Condição de Alinhamento Entre Três Pontos	50
4.2.5.1	Fundamentação Teórica	50
4.2.5.2	Considerações Sobre o Encontro	53
4.2.6	Sexto encontro: Equação da Reta	54
4.2.6.1	Fundamentação Teórica	54
4.2.6.2	Considerações Sobre o Encontro	58
4.2.7	Sétimo encontro: Área da Região Triangular	60
4.2.7.1	Fundamentação Teórica	60

4.2.7.2	Considerações Sobre o Encontro	63
4.2.8	Oitavo encontro: Aula de Revisão	65
4.2.8.1	Fundamentação Teórica	65
4.2.8.2	Considerações Sobre o Encontro	66
4.2.9	Nono encontro: Aula Prática - GPS	67
4.2.9.1	Fundamentação Teórica	67
4.2.9.2	Considerações Sobre o Encontro	68
4.2.10	Décimo encontro: Avaliação Final e Aplicação do Questionário	69
4.2.10.1	Fundamentação Teórica	69
4.2.10.2	Considerações Sobre o Encontro	69
5	RESULTADOS E DISCUSSÕES	73
5.1	SOBRE OS ENCONTROS REALIZADOS	73
5.2	SOBRE AS AVALIAÇÕES	88
5.3	SOBRE O QUESTIONÁRIO	90
6	CONSIDERAÇÕES FINAIS	95
	REFERÊNCIAS	97
	Apêndice A – DIÁRIO DE CAMPO	99
	Apêndice B – RESOLUÇÃO DAS ATIVIDADES PROPOSTAS	106
	Apêndice C – AVALIAÇÃO PARCIAL DE UM ALUNO	131
	Apêndice D – ALGUMAS QUESTÕES RESOLVIDAS DA AVALIAÇÃO FINAL	133
	Apêndice E – QUESTIONÁRIO COMPLETO	135

1 INTRODUÇÃO

Boa parte dos alunos apresentam dificuldades na compreensão dos assuntos referentes à Matemática. Experiências de sala de aula e relatos de colegas sugerem que esse índice é alto, independentemente da região e contexto que se encontram. Ao considerarmos um contexto com alunos adultos que há um bom tempo estão fora da escola, esse índice é ainda maior.

Vivemos um momento em que os recursos tecnológicos estão muito presentes nas nossas vidas, sejam eles ferramentas de trabalho ou apenas instrumentos de lazer. Um destes recursos é o computador que em seus diversos modelos e tamanhos se tornou indispensável. No trabalho executa funções exclusivas dele, na escola pode auxiliar no processo de ensino e aprendizagem e no lar, serve como meio de comunicação e entretenimento contemplando todos os públicos e idades.

Explorar e usar os recursos tecnológicos existentes para uma educação mais interessante e significativa, é trazer para dentro da escola as descobertas e criações do homem, na busca de um ensino mais atraente e eficaz. Muitos *softwares* foram criados pensando num ensino mais dinâmico e atrativo que pudesse obter melhores resultados na aprendizagem. É o caso do *software* GeoGebra, que vem sendo usado por muitos professores de Matemática.

Na busca da obtenção de resultados mais satisfatórios na aprendizagem da Matemática, para um público da Educação de Jovens e Adultos (EJA), pensamos em usar novas tecnologias como o *software* GeoGebra e o Global Positioning System (GPS). O GeoGebra pode tornar as aulas mais dinâmicas e significativas, apresentando o conteúdo de forma mais clara, precisa e imediata e o GPS visa o uso de dados reais e a aplicação dos conteúdos trabalhados na Geometria Analítica.

O presente trabalho, portanto, relata uma experiência ocorrida no Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de Santa Catarina (IFSC), Câmpus Chapecó, com uma turma do curso Técnico de Nível Médio em Eletromecânica, do Programa Nacional de Integração da Educação Profissional com a Educação Básica na Modalidade de Educação de Jovens e Adultos (PROEJA) apresentando a forma como foram planejadas e executadas as aulas de Geometria

Analítica com o uso do *software* GeoGebra e apresentando uma aplicação prática de alguns conteúdos estudados com o uso do GPS.

O trabalho foi organizado em seis capítulos e cinco apêndices.

O presente capítulo introduz o trabalho e sua organização. O segundo capítulo traz a justificativa e a motivação de nossa pesquisa, situando os objetivos e apresentando a metodologia utilizada para sua realização. O terceiro capítulo apresenta a fundamentação teórica, seguindo três eixos: a) o Ensino da Matemática e as Tecnologias da Informação e Comunicação; b) o Ensino da Geometria Analítica e as Tecnologias da Informação e Comunicação; e, c) o PROEJA, Ensino da Geometria Analítica e Tecnologias. O quarto capítulo apresenta a proposta da sequência de ensino que foi elaborada para ocorrer em dez encontros, com a fundamentação teórica dos assuntos trabalhados e as considerações sobre cada encontro. No quinto capítulo traz o relato das aulas desenvolvidas, segundo a sequência de ensino proposta, para uma turma de PROEJA do curso técnico em Eletromecânica do IFSC, Câmpus Chapecó, que ocorreu no segundo semestre de 2013. Traz também, análise e discussões sobre os resultados das avaliações parcial e final, e do questionário aplicado aos alunos como forma de avaliar a proposta de trabalho desenvolvida para o ensino da Geometria Analítica. E por fim, o sexto capítulo encerra com as considerações finais.

No apêndice A apresentamos o diário de campo da professora que participou e atuou na elaboração e execução da sequência de ensino. No apêndice B encontram-se resolvidos os exercícios propostos para serem feitos pelos alunos nos cadernos de aula. O apêndice C mostra uma prova parcial resolvida por um dos alunos, apresentando a parte escrita e a parte realizada no GeoGebra. O apêndice D traz algumas questões resolvidas da prova final por dois alunos. Para finalizar, o apêndice E apresenta um questionário resolvido por um dos alunos.

Ao socializar e refletir sobre o trabalho desenvolvido espera-se contribuir com colegas das áreas afins, mostrando uma experiência com o intuito de tornar as aulas de Matemática mais dinâmicas e interessantes e pretendendo obter melhores resultados na aprendizagem de nossos alunos.

2 A PESQUISA SITUADA

2.1 JUSTIFICATIVA, OBJETIVOS E QUESTÕES DE ESTUDO

Com o acúmulo de experiências em sala de aula e relatos de colegas, tem-se observado que as dificuldades encontradas pelos alunos na aprendizagem da Matemática são consideráveis. Isso pode ser notado, principalmente quando nos referimos a alunos da EJA, que tem suas limitações atreladas ao contexto de suas realidades.

Pensando nesse público seletivo, no governo do presidente Luiz Inácio Lula da Silva, foi instituído o decreto nº 5.840, de 13 de julho de 2006, em âmbito federal, o Programa Nacional de Integração de Educação Profissional à Educação Básica na Modalidade de Educação de Jovens e Adultos (PROEJA). O programa visa trabalhar com a formação inicial e continuada de trabalhadores e educação profissional técnica de nível médio, articulando o ensino profissional técnico de nível médio com a educação geral, assim propondo uma forma de ensino mais integrada.

Pesquisadores como (FRIGOTTO et al., 2005) afirmam que “o ensino médio, concebido como educação básica e articulado ao mundo do trabalho, da cultura e da ciência, constitui-se em direito social e subjetivo e, portanto, vinculado a todas as esferas e dimensões da vida.” Dessa forma, o currículo do curso de Eletromecânica na modalidade EJA, do IFSC, Câmpus Chapecó, foi elaborado tentando satisfazer as condições de integração entre a parte técnica e a educação geral. Para isso foi preciso selecionar e dar prioridade a alguns conteúdos, tanto da parte técnica como da educação geral. Frente a isso, os conteúdos de Matemática foram selecionados, de forma que o estudo da Geometria Analítica ficou centrado nos tópicos: plano cartesiano, localização de pontos no plano cartesiano, distância entre pontos, ponto médio de um segmento, condição de alinhamento de três pontos, estudo da reta e cálculo de área de um triângulo no plano cartesiano.

A presente pesquisa tem por objetivo contribuir para melhoria da aprendizagem de alunos do PROEJA por meio da aplicação de uma sequência de atividades para o ensino da Geometria Analítica no curso técnico de Nível Médio em Eletromecânica na Modalidade de

Educação de Jovens e Adultos do IFSC, Câmpus Chapecó, baseada na utilização de recursos tecnológicos, especialmente o *software* GeoGebra e o GPS, na busca de tornar o ensino da Matemática mais atrativo e significativo para um público de EJA.

Neste sentido, considerando a inserção dos recursos tecnológicos nas aulas de Matemática, a questão de investigação se configura nas seguintes perguntas:

1. Despertará maior interesse pelas aulas de Matemática?
2. Despertará maior interesse pelo conteúdo?
3. Promoverá melhoria na aprendizagem?
4. Aproximará o conteúdo à realidade do aluno?

O *software* GeoGebra foi escolhido por ser um *software* livre, simples e de fácil acesso. Ele traz muitas vantagens em relação ao traçado no papel e no quadro. Além da precisão e agilidade é possível movimentar as figuras em diversas posições, comparar e voltar ao aspecto inicial sem muito trabalho nem perda de informações. A outra tecnologia utilizada, o GPS, é um sistema de posicionamento geográfico que fornece as coordenadas de um lugar na Terra a partir do recebimento de informações fornecidas por satélites. O seu uso foi uma forma de aplicar o conteúdo estudado em situações reais, concretizando alguns conceitos estudados.

2.2 METODOLOGIA E PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS

A metodologia que orientou o trabalho pode ser classificada como mista, uma vez que analisa dados quantitativos como os resultados das avaliações e questionário, como também utiliza as observações da pesquisadora no decorrer da pesquisa.

Quanto aos procedimentos técnicos, classificamos nosso trabalho como Pesquisa-ação que tem como característica realizar uma estreita associação com uma ação, no qual o pesquisador e participantes representativos da situação estão envolvidos de modo participativo. O pesquisador fez parte do ambiente de estudo, não só para observá-lo e compreendê-lo, mas sobretudo para mudá-lo de forma que seja permitido a melhoria das práticas e maior liberdade de ação e de aprendizagem dos participantes. (FIORENTINI; LORENZATO, 2006) Neste sentido, as ações da pesquisadora no desenvolvimento da sequência de atividades foram sendo modificadas de acordo com as inserções, discussões e necessidades dos participantes da pesquisa.

Em relação aos procedimentos metodológicos o trabalho foi desenvolvido seguindo algumas etapas:

1ª Etapa: Estudos teóricos sobre o ensino da Matemática, as TIC e o PROEJA. Buscou-se inicialmente, no referencial teórico, suporte para nos orientarmos na elaboração de uma sequência de ensino. Além de fazermos uso de experiências anteriores com outras turmas de PROEJA, nas quais foi desenvolvido esse assunto usando ferramentas tecnológicas, no caso, *software* GeoGebra e GPS, e observando o desempenho dos alunos.

2ª Etapa: Elaboração da sequência de ensino fundamentada nos estudos realizados.

3ª Etapa: Aplicação do trabalho que ocorreu conforme o cronograma seguinte:

- 1º encontro: 14/10/2013
- 2º encontro: 14/10/2013
- 3º encontro: 21/10/2013
- 4º encontro: 29/10/2013
- 5º encontro: 04/11/2013
- 6º encontro: 11/11/2013
- 7º encontro: 18/11/2013
- 8º encontro: 25/11/2013
- 9º encontro: 02/12/2013
- 10º encontro: 09/12/2013

4ª Etapa: Na quarta etapa realizamos a análise e discussão dos resultados encontrados com a aplicação da sequência de ensino. Os dados utilizados para análise vieram dos seguintes instrumentos: a) diário de campo e imagens registradas; b) avaliações tanto escritas como realizadas com o *software* GeoGebra; e, c) questionário.

3 CONSIDERAÇÕES SOBRE A PROBLEMÁTICA DA PESQUISA

3.1 O ENSINO DA MATEMÁTICA E AS TECNOLOGIAS DA INFORMAÇÃO E COMUNICAÇÃO

A tecnologia se faz presente na maioria dos espaços em que vivemos, seja no trabalho, no shopping, na escola, em nossas casas. Há uma variedade delas, por esta razão se faz necessário refletir sobre o conceito de tecnologia. Segundo (ESCOLA, 2014), as Tecnologias da Informação e Comunicação (TIC) correspondem a todas as tecnologias que interferem e mediam os processos informacionais e comunicativos dos seres. Elas podem ser entendidas como um conjunto de recursos tecnológicos integrados entre si, que proporcionam, por meio das funções de hardware, *software* e telecomunicações, a automação e comunicação dos processos de negócios, da pesquisa científica e de ensino e aprendizagem. As TIC são utilizadas em diversas maneiras e em vários ramos de atividades. Na área da educação, as TIC vêm aos poucos ocupando lugar de destaque nas várias áreas do conhecimento, atuando como item básico na elaboração das sequências de ensino e auxiliando os professores na sala de aula, inclusive nas aulas de Matemática. Para (GONÇALVES, 2004) o uso dos recursos tecnológicos na área da educação não consiste apenas em ser mais um recurso para professores motivarem os seus alunos, mas também um recurso que proporciona a inclusão social e leva o aluno à cidadania.

Deste modo, a presença de computadores nas escolas, em especial, dentro das salas de aula está aumentando. O que mostra um acompanhamento da evolução das tecnologias, também na educação. Esse novo contexto de sala de aula exige posturas diferentes a serem assumidas, em especial no que se refere ao ensino de Matemática:

Esse impacto da tecnologia, cujo instrumento mais relevante é hoje o computador, exigirá do ensino de Matemática um redirecionamento sob uma perspectiva curricular que forneça o desenvolvimento de habilidades e procedimentos com os quais o indivíduo possa se reconhecer e se orientar nesse mundo do conhecimento em constante movimento.(BRASIL, 2006b)

Nesse sentido, é importante possibilitar um ensino mais rico de informações onde o

aluno possa interagir mais com o professor e com os conteúdos mediados, permitindo assim, uma aprendizagem mais atrativa.

Os computadores são parte do nosso dia a dia, em casa, no trabalho, na escola. O ambiente interativo torna diferente e excitante o ensino realizado através do computador; gera um novo envolvimento com a aprendizagem e faz com que surjam novos desafios, novas ideias, novos caminhos de construção do conhecimento e desenvolvimento do pensamento e uma revitalização nos debates educacionais. (FAINGUELERNT, 1999)

É importante ofertar ao aluno momentos de interação com as tecnologias, disponibilizando o acesso a esses recursos já que, ainda hoje, muitos não tem acesso a essas tecnologias fora do ambiente escolar ou do trabalho. Dessa forma, possibilitar e permitir acesso a internet para realizar pesquisas, trabalhos, bem como apresentar e disponibilizar *softwares* educativos, são tarefas que o professor pode realizar e que contribuem tanto no desenvolvimento dos conteúdos, quanto na formação de habilidades necessárias para viver em sociedade. Ensinar utilizando essas ferramentas pode proporcionar ao aluno uma posição mais ativa, ele passa a atuar como autor de suas construções de aprendizagem, passando a interagir de forma mais dinâmica, otimizando a aprendizagem dos conteúdos.

Considera-se que o uso das tecnologias traz grandes vantagens para a aprendizagem:

- Os alunos que têm dificuldades de concentração, ou que se distraem facilmente, “poderão concentrar-se nas atividades realizadas no computador de forma mais intensa”;
- Os alunos que têm dificuldades de organização “poderão ser beneficiados pelas restrições impostas pelo ambiente de trabalho informático”;
- Os alunos com dificuldades de procedimentos básicos “poderão desenvolver e demonstrar outros conhecimentos [...] que poderão conduzir à aprendizagem desses procedimentos”.(NCTM, 2007)

Utilizar formas variadas para transmitir o conteúdo, possibilita uma aprendizagem mais ampla, pois cada pessoa aprende de uma forma diferente. Explorar essas modalidades, geralmente, possibilita obter melhores resultados.

O mundo das tecnologias nos coloca frente a uma diversidade de opções para o ensino da Matemática, onde muitas vezes, conteúdos que antes eram difíceis de serem visualizados e

mostrados com detalhes, agora são possíveis, proporcionando diferentes compreensões, oportunizando melhor exploração dos conteúdos.

Aulas e livros, contudo, em nenhuma hipótese resumem a enorme diversidade de recursos didáticos, meios e estratégias que podem ser utilizados no ensino das Ciências e da Matemática. O uso dessa diversidade é de fundamental importância para o aprendizado por que tabelas, gráficos, desenhos, fotos, vídeos, câmeras, computadores e outros equipamentos não são só meios. Dominar seu manuseio é também um dos objetivos do próprio ensino das Ciências, Matemática e suas Tecnologias. Determinados aspectos exigem imagens e, mais vantajosamente, imagens dinâmicas; outros necessitam cálculos ou tabelas de gráficos; outros podem demandar expressões analíticas, sendo sempre vantajosa a redundância de meios para garantir confiabilidade de registro e/ou reforço no aprendizado. (BRASIL, 2006b)

O que reforça a importância de fazer uso desses recursos, visto que é de fundamental importância para o aprendizado de conteúdos específicos, os quais exigem abstrações que seriam difíceis de serem vistos sem tais recursos. Daí a importância de conhecer e fazer uma boa opção pelo recurso a ser utilizado, o que vai permitir a qualidade da aula.

No uso de tecnologia para o aprendizado da Matemática, a escolha de um programa torna-se um fator que determina a qualidade do aprendizado. É com a utilização de programas que oferecem recursos para a exploração de conceitos e ideias matemáticas que está se fazendo um interessante uso de tecnologia para o ensino da Matemática.(BRASIL, 2006a)

Hoje existem vários *softwares* livres disponíveis para o ensino da Matemática. Dentre eles o *software* Trigonometria que possibilita explorar os conceitos relacionados à trigonometria; o *software* Círculo Trigonométrico, que proporciona trabalhar com a circunferência trigonométrica e as funções trigonométricas; o *software* Graft que explora a representação gráfica de problemas de programação linear; o *software* Winplot que aborda a análise algébrica e geométrica das soluções de sistemas lineares; o Cabri, utilizado para representações geométricas e o GeoGebra, usado para uma diversidade de conteúdos matemáticos desde os mais simples do ensino médio, como localização de pontos no plano cartesiano, até o cálculo de uma integral para o ensino superior, dentre muitos outros.

Destaco aqui o *software* GeoGebra que, por ser livre, iterativo, simples e de fácil acesso tem sido assunto para vários relatos de experiências e pesquisas. O seu uso traz muitas vanta-

gens em relação ao traçado no papel e no quadro; dá precisão e agilidade nos resultados, possibilita movimentar figuras em diversas posições, comparar e voltar ao aspecto inicial sem muito trabalho nem perda de informações. Faz deste, um dos *softwares* mais utilizados no momento pelos matemáticos. Segundo (VALÉRIO; SOUZA, 2013), o *software* GeoGebra é um facilitador no ensino da Geometria Analítica, não requerendo conhecimento avançado de informática. Sua estrutura é bem dinâmica suprimindo algumas dificuldades dos alunos. Além disso, destaca que o programa não vem a substituir o ensino tradicional, e sim auxiliar no desenvolvimento dos conteúdos.

Segundo (BRASIL, 2006b), a evolução tecnológica trouxe uma nova visão social com relação a maneira de aprender, socializar e produzir. O mundo globalizado requer que o indivíduo renove diariamente seu aprendizado. Essa transformação contribui para que o aluno deixe de construir seu conhecimento através da memorização.

O papel do professor é fundamental para que ocorra uma boa mediação no uso das tecnologias, o (NCTM, 2007) coloca que “a tecnologia não deverá ser usada como uma substituição para a compreensão e intuição elementar; pelo contrário, poderá e deverá ser usada para estimular essa compreensão e intuição”.

Neste estudo, em particular, utilizaremos como aporte tecnológico, o *software* GeoGebra e o GPS para desenvolver conceitos no ensino da Geometria Analítica por tecnologias.

3.1.1 SOFTWARE GEOGEBRA

O *software* GeoGebra foi criado pelo austríaco Markus Hohenwater em 2001, no seu curso de mestrado, o qual segue seus estudos no projeto GeoGebra no Centro de Pesquisas em Ciências, Tecnologia e Educação Matemática (FCR-STEM) na Flórida, até hoje (FARIAS, 2013). Este *software* pode ser utilizado como um facilitador do ensino, pois contém uma série de ferramentas que permitem visualizar conceitos matemáticos e fazer animações gráficas, todas fáceis de serem executadas, com a vantagem de diminuir o tempo de execução a mão livre, ele une a álgebra, o cálculo e a geometria.

O *software* GeoGebra possui três áreas de trabalho: janela de álgebra, janela de visualização e planilha, conforme mostra a figura 1.

A janela de álgebra ou zona algébrica serve para armazenar a lei das funções que são inseridas na entrada de comandos ou dos objetos inseridos na janela de visualização. Os objetos (comandos) inseridos na janela de álgebra são classificados como objetos livres e dependentes. Os objetos livres são os valores, objetos que permanecerão inalterados, ou seja fixos. Os depen-

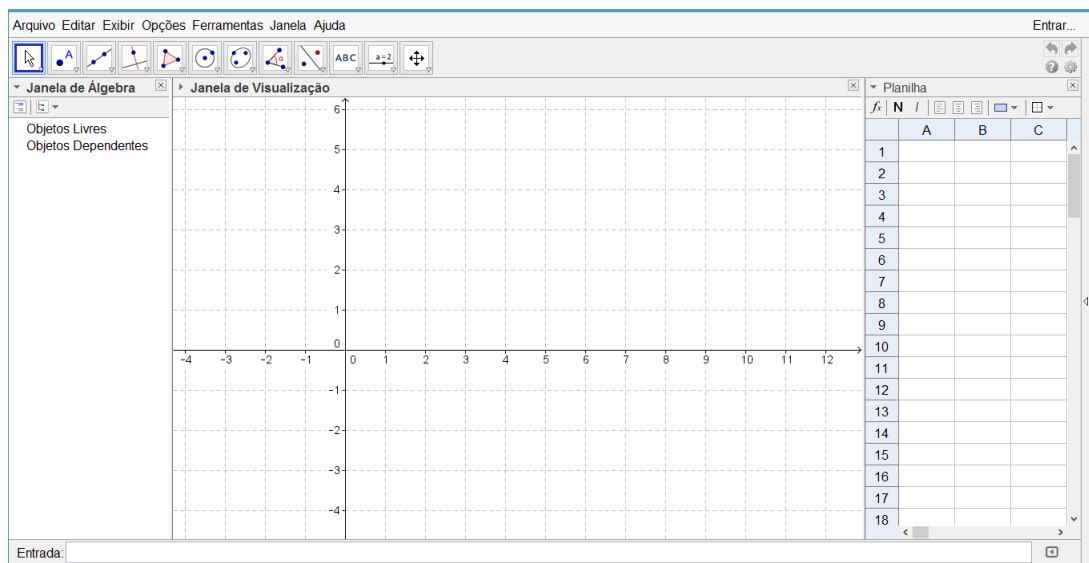


Figura 1: Áreas de trabalho do GeoGebra.

dependentes são os que dependem dos objetos livres.

A janela de visualização ou zona gráfica tem a função de apresentar as imagens: retas, gráficos de funções, ângulos, figuras geométricas e pontos. Estas podem ser inseridas diretamente na própria janela, a partir da barra de ferramentas, ou serem inseridas na entrada de comandos. Um modo de confeccionar as figuras geométricas é utilizar a barra de ferramentas que é composta de 12 janelas, conforme mostra a figura 2. Cada janela proporciona várias ferramentas de uso, para isso basta clicar na flecha localizada no canto inferior direito e fazer a escolha.



Figura 2: Barra de ferramenta do GeoGebra.

A planilha ou folha de cálculo serve para gravar os resultados, as seqüências das contas utilizadas e as coordenadas dos pontos.

No nosso trabalho foram utilizadas algumas ferramentas, as quais descreveremos aqui.

3.1.1.1 MENU PONTO

Este menu se encontra na segunda janela da barra de ferramentas representada na figura 2. Todos os comandos relacionados à ponto serão encontrados nesse menu estendido, conforme é possível visualizar na figura 3. Trabalhamos com as ferramentas ponto e ponto médio ou centro.

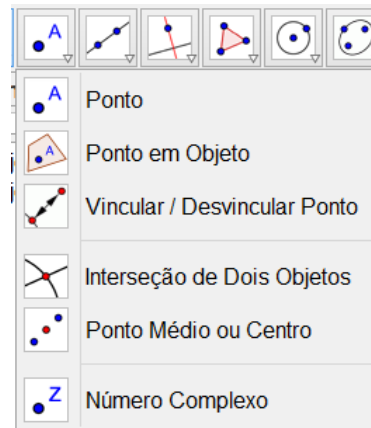


Figura 3: Menu ponto estendido.

- **Ponto:** serve para colocar um novo ponto no local onde for clicado com o botão esquerdo do mouse, na janela de visualização. Quando for criado um novo ponto, na janela de álgebra aparecerá o nome do ponto e suas coordenadas.
- **Ponto médio ou centro:** define um ponto médio entre dois pontos, estes dois pontos podem ser os focos de uma elipse, os vértices de uma figura geométrica, dois pontos de uma reta ou simplesmente, dois pontos.

3.1.1.2 MENU RETA-PONTO

Este menu se encontra na terceira janela da barra de ferramentas representada na figura 2. Os comandos deste menu, permitem que se desenhe retas, segmentos de retas, vetores e caminhos poligonais, sempre a partir de pontos. O menu reta-ponto está representado na forma estendida na figura 4. Trabalhamos com as ferramentas reta definida por dois pontos e segmento definido por dois pontos.

- **Reta definida por dois pontos:** essa ferramenta cria reta a partir de dois pontos selecionados. Para utilizá-la há duas maneiras:
 1. Quando os dois pontos já existirem, basta selecioná-los.
 2. Quando não existem, nesse caso, clica no local que deverá aparecer o primeiro ponto e depois no segundo.
- **Segmento definido por dois pontos:** define um segmento de reta formado a partir de dois pontos. Utiliza-se das duas maneiras, conforme descrito acima.



Figura 4: Menu reta-ponto estendido.

3.1.1.3 MENU POLÍGONO

Este menu se encontra na quinta janela da barra de ferramentas representada na figura 2. Este menu contém ferramentas que permitem criar polígonos a partir de pontos. O menu polígono estendido está representado na figura 5. Trabalhamos com a ferramenta polígono.

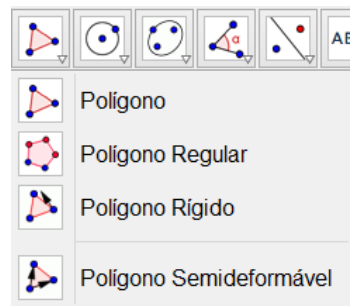


Figura 5: Menu polígono estendido.

- Polígono: Essa ferramenta cria na janela de visualização um polígono, a partir de pontos. Mas para isso:
 1. Clique no local onde deseja iniciar a figura que será o vértice inicial;
 2. Continue clicando nos demais vértices;
 3. Para finalizar seu polígono clique novamente no vértice inicial.

Ao traçar um polígono, na janela de álgebra irá aparecer o nome do polígono (identificação) com a respectiva área delimitada por ele.

Para nosso estudo fizemos uso das ferramentas acima citadas porém, é possível usar outras ferramentas para obter o cálculo da área de um polígono e a distância entre dois pontos.

A oitava janela da barra de ferramentas representada na figura 2 também nos fornece essas informações, a qual chamaremos de menu cálculo.

3.1.1.4 MENU CÁLCULO

Este menu contém ferramentas que permitem calcular automaticamente ângulos, distâncias, comprimentos, perímetros, áreas, inclinação, etc. O menu cálculo estendido está representado na figura 6.

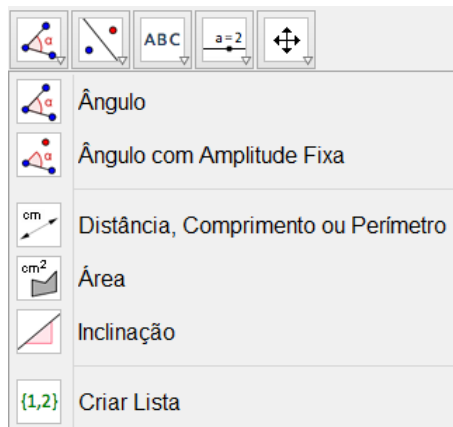


Figura 6: Menu cálculo estendido.

Para obter a informação desejada, selecione a ferramenta e o objeto que será calculado e clique sobre ele. O valor procurado irá aparecer na janela de álgebra e também sobre o objeto selecionado.

3.1.2 GLOBAL POSITIONING SYSTEM

O Global Positioning System - Sistema de Posicionamento Global (GPS) é um sistema de posicionamento via satélite, usado para determinar a posição de um receptor. Foi criado pelo Departamento de Defesa dos Estados Unidos da América, para inicialmente ser usado pelo exército. Hoje, o acesso a esse recurso é aberto para uso civil, sendo encontrado no mercado vários tipos de GPS. Segundo (GARRASTAZU et al., 2011) o GPS funciona com Estimated Position Error - Erro Estimado de Posição (EPE), que corresponde ao erro entre a posição fornecida pelo GPS e posição real. Alguns fatores podem afetar a precisão como: qualidade do aparelho de GPS usado como receptor, erro de relógio no GPS, quantidade e níveis dos sinais recebidos, fatores causados pelas camadas da atmosfera, troposfera e ionosfera, além do multicanhamento (reflexão/deslocamento) da onda portadora do sinal, devido a obstáculos naturais ou artificiais. Atualmente esse erro tem reduzido bastante, graças as novas tecnologias

existentes no mercado. Para nosso trabalho fizemos uso do GPS eTrex 20 da Garmin, ilustrado na figura 7, que pode ser usado em vários segmentos, além de oferecer boa precisão de informações.



Figura 7: Aparelho de GPS etrex 20.

Trabalhamos com o sistema Universal Transversa de Mercator (UTM) que é um sistema que projeta a terra numa superfície plana, o qual é adotado para mapeamento sistemático brasileiro. Este sistema é baseado no plano cartesiano (x,y) e usa o metro como unidade de medida.

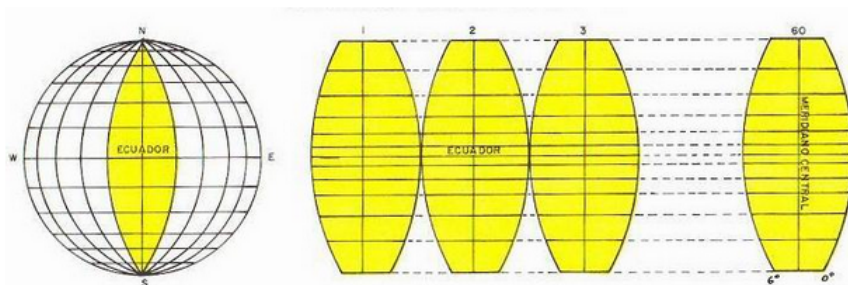


Figura 8: Sistema Universal Transversa de Mercator.

Os fusos do sistema UTM indicam em que parte do globo as coordenadas obtidas se aplicam, uma vez que o mesmo par de coordenadas pode se repetir nos 60 fusos diferentes, já que a Terra é dividida em 60 fusos, onde cada um se estende por 6° de longitude. Cada fuso é gerado a partir de uma rotação do cilindro, de maneira que o meridiano de tangência divide o fuso em duas partes iguais de 3° de amplitude. A cada 8° de latitude, associa-se uma letra. Assim, cada fuso UTM terá um número, que corresponde a longitude e uma letra, que corresponde a latitude. A figura 8 ilustra o sistema UTM.

Outra característica do sistema de Mercator é que não há coordenadas negativas e apenas dois eixos: $E(x)$ e $N(y)$, indicando, respectivamente, Longitude e Latitude. No hemisfério

sul, as distâncias do eixo $N(y)$ iniciam em 10000000 na linha do Equador e decrescem para o sul até 0; enquanto o eixo $E(x)$ começa em 500000 aumentando para o Leste e decrescendo para Oeste. No hemisfério Norte, as coordenadas de eixo $E(x)$ se comportam da mesma maneira, enquanto que as do eixo $N(y)$, tem sua origem no Equador e aumentam para o Norte (GARRASTAZU et al., 2011). A figura 9 ilustra as coordenadas UTM.

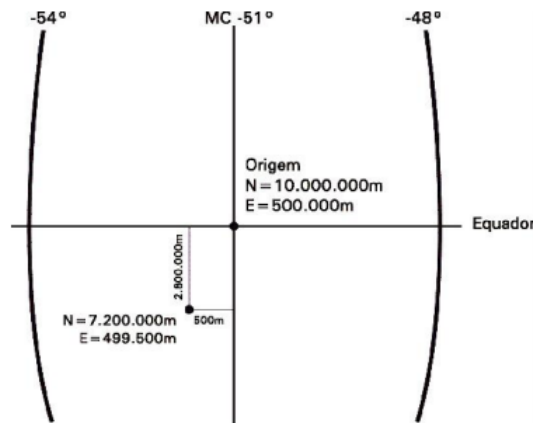


Figura 9: Coordenadas Universal Transversa de Mercator.

Por termos uma grande extensão territorial, nosso país, segundo (FRANCISCO, 2005), possui oito fusos UTM que vai do fuso 18, situado no extremo oeste, ao fuso 25, situado no extremo leste do território, conforme é possível visualizar na figura 10. Ainda, é possível observar que o estado de Santa Catarina está compreendido entre os fusos 21 e 22.



Figura 10: Fusos UTM que atravessam o território brasileiro.

Na próxima seção procuramos realizar uma breve revisão de literatura sobre trabalhos que exploram a relação do ensino e aprendizagem da Geometria Analítica com a tecnologia e situar as principais ferramentas tecnológicas trabalhadas.

3.2 O ENSINO DA GEOMETRIA ANALÍTICA E AS TECNOLOGIAS DA INFORMAÇÃO E COMUNICAÇÃO

Por volta do séc. XVII René Descartes relacionou a geometria com a álgebra, dando início à Geometria Analítica, como é conhecida hoje. Ela se faz presente em várias situações do nosso cotidiano, podemos citar como exemplo, nas artes, na escrita e na arquitetura.

A Geometria Analítica é uma parte da Matemática que exige do aluno habilidades de percepção, concepção, construção e representação de figuras geométricas planas e espaciais, servindo de apoio para resoluções de problemas em seu cotidiano. Segundo (BRASIL, 2006b) a Geometria Analítica proporciona aos alunos do Ensino Médio a oportunidade de tratar algebricamente as propriedades dos elementos geométricos, desenvolvendo uma forma de pensar que transforma problemas geométricos em resolução de equações, inequações e sistemas de equações, mostrando a importância desse conteúdo para a formação do aluno.

A Geometria Analítica é uma das quatro unidades temáticas que segundo (BRASIL, 2006b) desenvolve o tema geometria e medidas. No que se refere à representações no plano cartesiano e equações; intersecção e posições relativas de figuras, quer-se desenvolver no aluno habilidades de:

- Interpretar e fazer uso de modelos para a resolução de problemas geométricos.
- Reconhecer que uma mesma situação pode ser tratada com diferentes instrumentais matemáticos, de acordo com suas características.
- Associar situações e problemas geométricos a suas correspondentes forma algébricas e representações gráficas e vice-versa.
- Construir uma visão sistemática das diferentes linguagens e campos de estudo da Matemática, estabelecendo conexões entre eles.(BRASIL, 2006b)

É importante que o aluno perceba que um mesmo problema pode ser abordado com diferentes focos na área da Matemática. Pois, mais importante do que memorizar diferentes equações para um mesmo ente geométrico, é necessário compreender o que a Geometria Analítica propõe.

O que se percebe, com frequência, é a dificuldade dos alunos em entender os conteúdos de Geometria Analítica, por ser uma área da Matemática que normalmente requer o estabelecimento de relações entre representações gráficas e algébricas. Pensar em alternativas que ve-

nam contribuir para a exploração desses conceitos possibilitando a interação dos alunos com as informações de forma dinâmica e atrativa, proporcionando vantagens em relação ao ensino baseado apenas nos livros e cadernos, é o que se pretende. Relatos de experiências em artigos científicos, dissertações de mestrado e teses de doutorado, vêm sendo socializados, mostrando formas diferenciadas de se trabalhar a Geometria Analítica, na busca de um aprendizado mais eficaz. Focamos em alguns trabalhos que envolvem o ensino da Geometria Analítica e algumas ferramentas tecnológicas, para nos apoiar na organização, elaboração e análise da sequência de ensino que será proposta.

Os *softwares* Cabri-Géomètre e Cabri 3D são citados por (BARROS; KARRER, 2011) que sugerem para o ensino da Geometria Analítica e da Álgebra Linear. Salientam que o *software* Cabri-Géomètre não fornece a programação de análise das relações entre as representações algébrica e gráfica das transformações lineares planas, apenas contém comandos básicos com os quais é possível criar macroconstruções, o que permite transformar objetos em novos recursos, os quais podem ficar disponíveis em situações futuras de aprendizagem, podendo evoluir na medida que o estudante vai ampliando seus conceitos matemáticos. Já o *software* Cabri 3D é citado para o estudo dos vetores da Geometria Analítica, sendo usado numa abordagem exploratória, permitindo ao estudante a elaboração e a validação experimental de conjecturas.

Para explorar os conceitos de Geometria Analítica (VENTURINI, 2009) apresenta o *software* GeoGebra como uma ferramenta perfeita e coloca “[...] um bom recurso didático serve não simplesmente para facilitar, iniciar ou completar a explicação de determinado assunto, mas também para atender ao número e às necessidades de aprendizagem dos educandos.”

O *software* FORMEL é citado por (GONÇALVES, 2004) pois propicia um ambiente de ensino aprendizagem rico para trabalhar temas relacionados a construções geométricas, rotação, translação e diagonal de figuras geométricas de forma reflexiva e investigativa em sala de aula.

Outro *software* citado é o Geometricks que, segundo (RICHIT, 2005), permite uma certa autonomia na interação com os recursos da mídia, visto que uma construção qualquer pode ser executada de diversas maneiras, dependendo da criatividade e habilidade de cada pessoa.

A abordagem de Geometria Analítica com o Geometricks, na linha deste estudo, pode fomentar a aprendizagem de conceitos novos ou o aprofundamento de outros, em função de que o indivíduo pode explorar propriedades inerentes aos conceitos representados ou visualizados no *software*, ou então, a partir destas propriedades coordenar a representação algébrica e geométrica dos mesmos. (RICHIT, 2005)

Outro exemplo é o *software* gráfico Grafequation que segundo (SANTOS, 2008) apresenta uma interface apurada e didática quanto à disponibilidade de equações e sinais algébricos, comparando com os *softwares* como Maple ou o Derive, que funcionam como ferramentas computacionais para Matemática e estão distantes, na sua forma, dos alunos do ensino médio.

O PROFMAT também tem, em suas publicações vários trabalhos que abordam essa linha de pesquisa, podemos citar alguns exemplos:

O *software* GeoGebra apresenta uma alternativa interessante para o ensino da Geometria Analítica, que segundo (GUEDES, 2013) destaca a possibilidade de um objeto matemático ser visto de três maneiras.

O GeoGebra fornece três diferentes vistas dos objetos matemáticos: a Zona Gráfica, a Zona Algébrica, ou numérica, e a Folha de Cálculo. Elas permitem mostrar os objetos matemáticos em três diferentes representações: graficamente (e.g., pontos, gráficos de funções), algebricamente (e.g., coordenadas de pontos, equações) e nas células da folha de cálculo. Assim, todas as representações do mesmo objeto estão ligadas dinamicamente e adaptam-se automaticamente às mudanças realizadas em qualquer delas, independentemente da forma como esses objetos foram inicialmente criados.(GUEDES, 2013)

Novamente o *software* GeoGebra aparece como uma proposta de ensino para a Geometria Analítica em que (PAULA, 2013) salienta que as dificuldades encontradas para ensinar geometria são históricas, e afirma:

As tecnologias no ensino, que possuem computadores como principais ferramentas, deverão possibilitar que o aluno continue aprendendo. Para isso, as competências irão além do simples manusear das máquinas. Levando em consideração que o mundo está em constante movimento, o uso dessa tecnologia no ensino da Matemática deve desenvolver habilidades e procedimentos para possibilitar que o aluno se reconheça e se oriente no espaço em que vive. (PAULA, 2013)

Seguindo a linha do ensino das geometrias, (OLIVEIRA, 2013) traz o uso do *software* CALQUES 3D para explorar e construir sólidos espaciais, que pode ser usado para construir desde elementos simples, como ponto e reta, até a construção de sólidos diversos. Além disso, podem ser feitas operações de rotação e deslocamento de figuras mantendo as relações

geométricas existentes. Permite fazer animações com figuras produzidas. É um programa indicado para o ensino da Geometria Espacial, pois facilita a visualização e construção das figuras em 3D.

Outro *software* citado para o ensino da Matemática nos trabalhos do PROFMAT é o Winplot, usado para o estudo das funções afim, quadrática e equações polinomiais. Podendo ser executável com o Windows ou Linux, favorecendo com o sistema operacional de muitos laboratórios de informática das instituições públicas.

O Winplot tem uma interface de fácil compreensão e permite que as funções sejam inseridas na forma explícita, implícita, paramétrica ou polar, o que possibilita muitas interações, uso de vários conteúdos matemáticos e nas mais diversas séries e níveis de ensino. Também é possível fazer animações ao definir parâmetros das funções estudadas. (JESUS, 2013)

Estes trabalhos são apenas indicativos de tantos outros já desenvolvidos, mas que mostram a importância de se trabalhar a Geometria Analítica com o uso de *softwares*.

Em seguida tratamos sobre algumas características específicas do PROEJA e os objetivos do ensino da Geometria Analítica para este público em especial, procurando traçar relações ao se trabalhar Geometria Analítica para o PROEJA com uso de ferramentas tecnológicas.

3.3 PROEJA, ENSINO DE GEOMETRIA ANALÍTICA E TECNOLOGIAS

Um novo olhar é dado para as pessoas que não tiveram acesso a educação em tempos “normais”, novos investimentos do poder público são direcionados para esse fim, numa perspectiva diferente de formação; um ensino integrado articulando o ensino profissional técnico com a educação geral, o qual é voltado para um público especial, que havia sido esquecido. Esses jovens e adultos que fazem parte da EJA que deixaram a escola por vários motivos e que precisam de uma formação profissional para se inserir no mundo do trabalho, o que, na maioria dos casos, representa a permanência nesse espaço com aumento de salário motivado pela qualificação profissional.

Esse olhar diferente para a educação foi apresentado pelo governo do Presidente Luiz Inácio Lula da Silva, o qual instituiu o decreto nº 5.840, de 13 de julho de 2006, em âmbito federal, o Programa Nacional de Integração de Educação Profissional à Educação Básica na Modalidade de Educação de Jovens e Adultos (PROEJA). Um programa que trabalha com a formação inicial e continuada de trabalhadores e educação profissional técnica de nível médio,

articulando o ensino profissional técnico com a educação geral, propondo uma forma de ensino mais integrada. Essa nova política prevê uma educação para todos num processo contínuo, o qual deve se desenvolver ao longo da vida.

Depois do decreto no 5.840, de 13 de julho de 2006, foi elaborado o Documento Base do PROEJA, esclarecendo essa nova política de educação, a qual coloca os alicerces aos quais o PROEJA está constituído.

O PROEJA tem seus alicerces na convergência de três campos da Educação que consideram: a formação para a atuação no mundo do trabalho (EPT); o modo próprio de fazer a educação, considerando as especificidades dos sujeitos jovens e adultos (EJA); e a formação para o exercício da cidadania (Educação Básica). (BRASIL, 2007)

Buscando contemplar essa nova política de educação, o projeto do Curso Técnico de Nível Médio em Eletromecânica na Modalidade EJA, elaborado pelo IFSC, Câmpus Chapecó, em 2008, procurou atender a demanda de jovens e adultos, excluídos da educação básica, com a oferta de um curso técnico profissional, atendendo duas demandas: o ensino técnico e o ensino médio. Tendo como objetivo oferecer aos jovens e adultos possibilidade de cursarem e/ou concluírem o ensino médio com profissionalização em técnico em Eletromecânica, possibilitando, aos egressos, condições de exercício da cidadania responsável, capacitação para o mundo do trabalho, socialização do conhecimento, colocando-os a serviço de uma sociedade mais ética, justa e igualitária.

Para atender essa proposta é preciso uma reorganização curricular, já que esse público é diferenciado e retorna a sala de aula com sede do “saber escolar”. As áreas do conhecimento que são divididas em disciplinas clássicas, como a Matemática, são vistas:

como meios capazes de permitir ao aluno uma melhor compreensão de si, do outro, do mundo natural e social e do momento histórico em que está inserido. Nessa perspectiva, permite-se que o aluno se aproprie de informações, desenvolva habilidades e posturas que lhe possibilitem melhor qualidade de vida e inserção positiva na sociedade. (BRASIL, 2007)

Permitindo que os alunos atuem e tenham uma melhor compreensão dos problemas sociais, políticos, econômicos e ambientais vividos na atualidade. Dessa forma, a perspectiva de currículo, presente no Projeto do Curso de Eletromecânica, ficou expressa com as seguintes expectativas:

... na busca de uma educação não-tecnicista e fragmentada e de uma escola mais inclusiva, capaz de permitir o acesso e permanência àqueles que dela foram historicamente excluídos. [...] Para a integração dos diferentes saberes, considerou-se também que o currículo deve ser dinâmico, contextualizado, flexível e significativo e que o fim não deve ser as disciplinas e seus conteúdos isolados, mas os objetivos a serem alcançados nas diferentes etapas formativas [...] Isso não significa a negação dos saberes e conteúdos específicos, mas a sua utilização a partir de uma forma diferenciada de organização e contextualização. (IFSC, 2008)

A Geometria Analítica se faz presente no currículo do curso, nos conteúdos selecionados dentro da Matemática para o curso de Eletromecânica. Por ser um curso que oferece o Ensino Médio, alguns conteúdos são essenciais para a formação do ser humano. Oportunizar os conhecimentos de geometria relacionados com a álgebra, permite ao aluno uma visão de localização e um conhecimento mais amplo do seu cotidiano, contribuindo com a inserção dos alunos ao mundo do conhecimento.

Além da seleção dos conteúdos a serem trabalhados, é preciso ter um cuidado com a forma como estes serão trabalhados. Em tempos em que a tecnologia se faz presente, em praticamente, todos os espaços, não podemos privá-los dessa realidade. É importante permitir a eles o acesso a esses meios, inserindo-os nesse “novo universo” que para muitos é desconhecido, ainda mais que estamos nos referindo ao público da EJA, que é constituído basicamente,

por pessoas com diferente quantitativo de anos de permanência na escola, com diferentes níveis de conhecimento e de estágios de desenvolvimento intelectual, além de comportamentos, valores e atitudes diferenciados. Diante dessa diversidade, é importante promover intercâmbios de saberes e a resolução de problemas através de atividades cooperativas e colaborativas. (BRASIL, 2007)

Uma atividade que pode ser considerada cooperativa, colaborativa e que requer a resolução de problemas é justamente o uso de *softwares* educativos para o ensino da Matemática.

Diante do desenvolvimento tecnológico observado nas últimas décadas, novas demandas surgem na formação do trabalhador em tempos atuais. A introdução de novas tecnologias e técnicas de gestão, segundo (BRASIL, 2007) são fundamentais para a formação integral dos trabalhadores, não somente para sua inserção ao mundo do trabalho, mas para sua permanência. Além disso, o documento destaca que estas estratégias devem considerar e favorecer:

- Maior conhecimento científico e tecnológico;
- Raciocínio lógico e capacidade de abstração;
- Capacidade de redigir e compreender textos;
- Maior iniciativa, sociabilidade e liderança;
- Maior capacidade de lidar com problemas novos, criatividade e inovação;
- Solidariedade, capacidade de organização e de atuação em grupo, consciência dos próprios direitos; e
- Capacidade de tomar decisões. (BRASIL, 2007)

Pensando neste público e na proposta do curso de Eletromecânica é que se elaborou a proposta desta pesquisa, pensando em metodologias diferenciadas com a inserção de tecnologias para o ensino da Geometria Analítica na busca de um ensino mais motivador (GONÇALVES, 2004), despertando habilidades que serão úteis para a vida escolar como também para a vida em sociedade.

4 UMA PROPOSTA DE ENSINO PARA A GEOMETRIA ANALÍTICA EM UMA TURMA DE PROEJA

4.1 A SEQUENCIA DE ENSINO

A sequência de ensino teve como finalidade elaborar atividades sobre os seguintes conteúdos de Geometria Analítica: sistema cartesiano ortogonal, distância entre dois pontos, coordenadas do ponto médio de um segmento de reta, condição de alinhamento entre três pontos, equação da reta e área da região triangular. Propomos trabalhar os conteúdos em dez encontros de 1h 40min cada, o que corresponde a 20 horas/aula, no período normal das aulas que ocorreram de 14/10/2013 a 09/12/2013.

Os conteúdos foram elaborados com o auxílio do *software* GeoGebra, contribuindo na organização das ideias e definições dos conteúdos, proporcionando uma melhor compreensão e tendo um papel importante para a visualização dos conceitos matemáticos. A professora fez uso do GeoGebra em todos os encontros a partir do 2º, que foi o encontro de apresentação do *software* educativo para os alunos. Os alunos utilizaram sempre que foram ao laboratório ou tiveram acesso em outros espaços, usando-o para visualizar os dados e verificar os resultados calculados. A sua inserção no ensino da Geometria Analítica foi uma forma adicional e alternativa de estudo, oportunizando momentos fora do ambiente da sala de aula. Ao final dos encontros realizamos uma aula prática, coletando pontos do espaço externo escolar, com o uso do GPS, para aplicar os conhecimentos matemáticos estudados.

Salientamos que a proposta foi elaborada para ser aplicada a uma turma de PROEJA, portanto a fundamentação teórica apresentada neste capítulo não foi exatamente a abordada em sala de aula, visto que o tempo não permite demonstrar as fórmulas matemáticas relatando sua construção e fundamentação teórica, além de não contemplar a proposta do curso de Eletromecânica para o público em questão. No entanto se fez necessária para o aprofundamento matemático da professora-pesquisadora e também para possíveis professores que venham fazer uso desta dissertação como material de consulta para suas aulas.

Por trabalharmos com um público de PROEJA e tendo a preocupação de tornar as

informações mais claras e próximas do real, por exemplo, obtemos o valor aproximado das raízes, quando essas não foram exatas. Nesses casos, consideramos uma casa decimal, usando as regras de arredondamento. Quando trabalhamos com números racionais, deixamos na forma decimal. Assim, o resultado obtido fica fácil de ser compreendido e, se for o caso, de ser localizado.

Nos casos em que, pelo menos uma das coordenadas do ponto for decimal, adotamos a notação americana, usando ponto no lugar da vírgula para não confundirmos a vírgula decimal com a vírgula que separa as coordenadas, evitando duplas interpretações.

4.2 ATIVIDADES E FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

4.2.1 PRIMEIRO ENCONTRO: SISTEMA CARTESIANO ORTOGONAL

4.2.1.1 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

Um sistema cartesiano ortogonal em um plano é constituído por duas retas orientadas X e Y , perpendiculares entre si, cuja interseção O é chamada origem do sistema e ocorre na origem comum das retas, conforme mostra na figura 11.

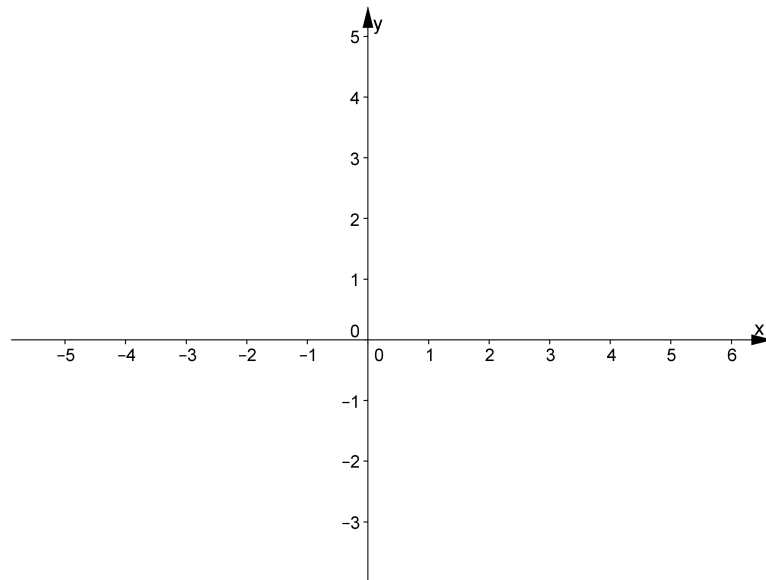


Figura 11: Plano cartesiano ortogonal.

A reta X é chamada eixo das abscissas e a reta Y é chamada eixo das ordenadas.

Os dois eixos dividem o plano em quatro regiões chamadas quadrantes, cuja identificação é feita como mostra na figura 12.

Definido o sistema, podemos identificar qualquer ponto do plano por meio de um par

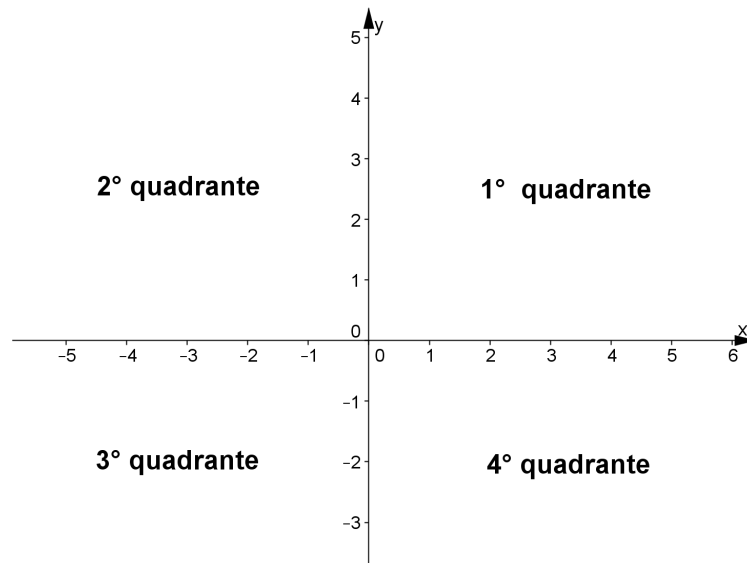


Figura 12: Quadrantes do plano cartesiano ortogonal.

ordenado de números reais (x,y) da seguinte maneira. Dado um ponto P do plano:

- Traçamos por P uma perpendicular ao eixo X , tal reta intersesta o eixo X em um único ponto x , chamado abscissa do ponto P .
- Traçamos por P uma perpendicular ao eixo Y , tal reta intersesta o eixo Y em um único ponto y , chamado ordenada do ponto P .

Por meio destas operações associamos ao ponto P o par ordenado (x,y) e escrevemos $P = (x,y)$.

Reciprocamente, ao par ordenado (x,y) associamos o ponto P dado pela interseção da perpendicular ao eixo X que passa pelo ponto de abscissa x , com a perpendicular ao eixo Y que passa pelo ponto de ordenada y . Como exemplo, a figura 13 apresenta dois pontos localizados no plano cartesiano: $A = (-3,4)$ e $B = (3,-2)$.

4.2.1.2 CONSIDERAÇÕES SOBRE O ENCONTRO

Neste primeiro encontro será realizada a brincadeira da batalha naval, chamando a atenção para a relação de ordem num par ordenado. Após, será trabalhado a localização de pontos no plano cartesiano concreto, proporcionando uma forma concreta e dinâmica de localização de pontos, salientando novamente a ordem no par ordenado. Depois disso é que será trabalhado o desenho do plano cartesiano e a localização de pontos nesse plano, usando papel quadriculado para facilitar o traçado, a precisão das medidas e a identificação dos pontos.

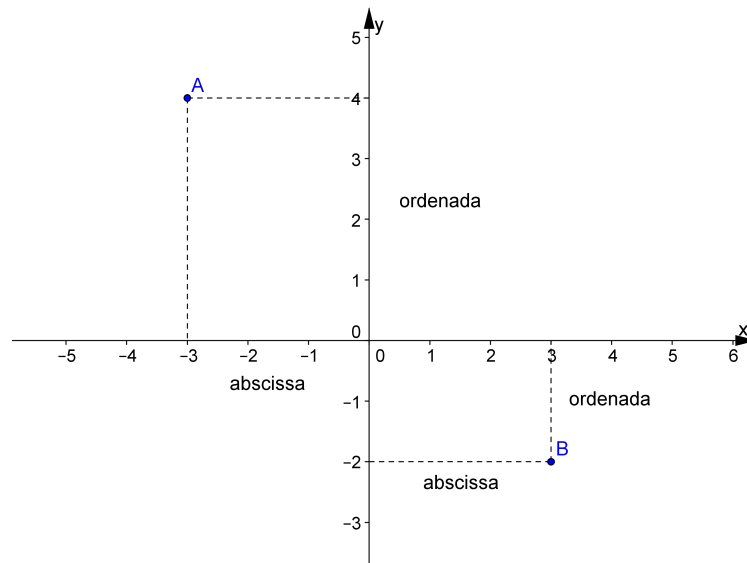


Figura 13: Coordenadas de um ponto $P(x,y)$.

Objetivo da atividade 1:

Intuir os conceitos de par ordenado e localização de pontos no plano cartesiano através de um jogo lúdico, a batalha naval, que aplica estas ideias de forma implícita e explícita. Motivar o estudo formal dos conceitos de par ordenado e localização de pontos.

Atividade 1: Batalha naval.

Os alunos irão formar duplas para jogar. Cada aluno irá receber dois planos, um para marcar as suas embarcações e outro para registrar os palpites dados para tentar afundar as embarcações do seu adversário, conforme mostra a figura 14. Ao final da brincadeira, será entregue um bombom para o ganhador da dupla no jogo, como forma de motivação e descontração.

REGRAS DO JOGO

Embarcações disponíveis:

- 5 Hidroaviões
- 4 Submarinos
- 3 Cruzadores
- 2 Encouraçados
- 1 Porta-aviões

Preparação do jogo:

1. Cada jogador distribui suas armas pelo tabuleiro. Isso é feito marcando-se no reticulado intitulado “Seu jogo” os quadradinhos referentes às suas embarcações.

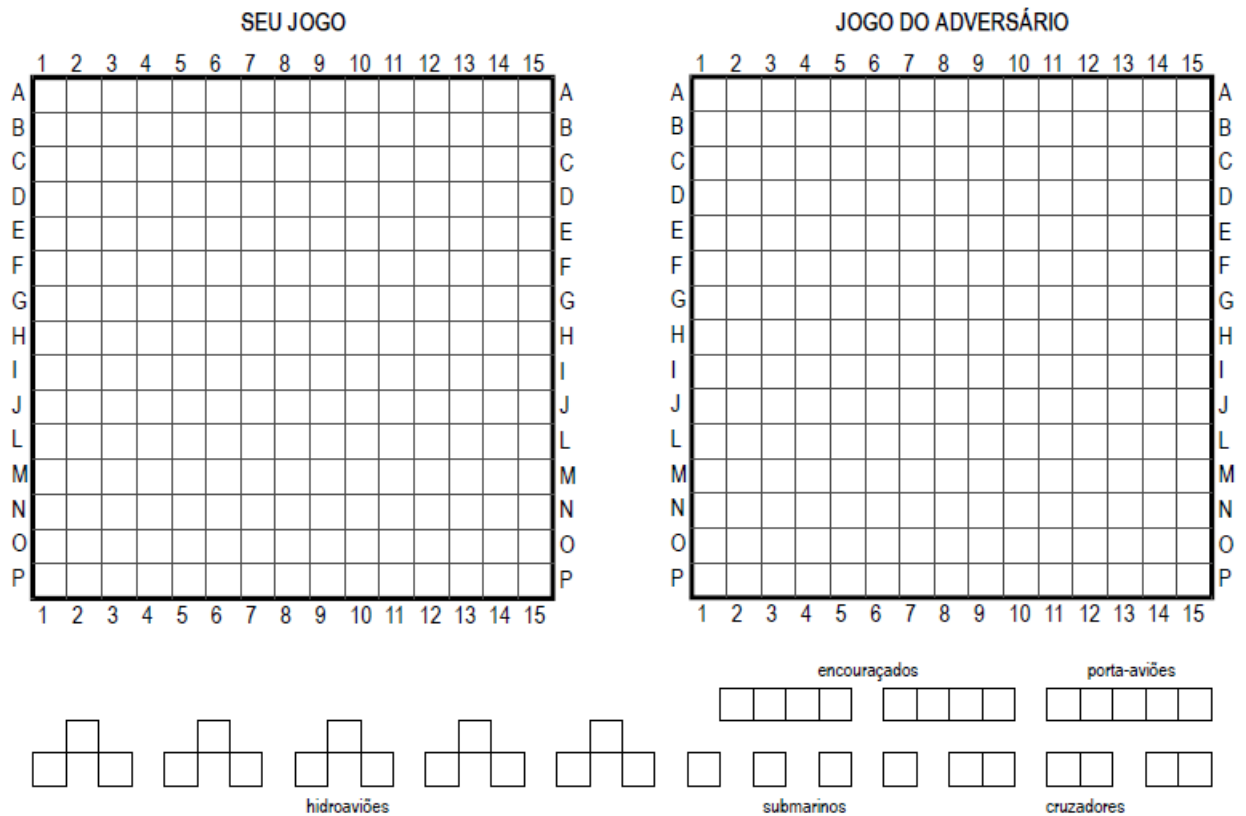


Figura 14: Jogo batalha naval.

2. Não é permitido que 2 embarcações se toquem.
3. O jogador não deve revelar ao oponente as localizações de suas embarcações.

Jogando:

Cada jogador, na sua vez de jogar, seguirá o seguinte procedimento:

1. Disparará 3 tiros, indicando as coordenadas do alvo através do número da coluna e da letra da linha que definem a posição. Para que o jogador tenha o controle dos tiros disparados, deverá marcar cada um deles no reticulado intitulado “Jogo do adversário”.
2. Após cada um dos tiros, o oponente avisará se acertou e, nesse caso, qual a embarcação foi atingida. Se ela for afundada (ver item 4), esse fato também deverá ser informado.
3. A cada tiro acertado em um alvo, o oponente deverá marcar em seu tabuleiro para que possa informar quando a arma for afundada.
4. Uma embarcação é afundada quando todas as casas que formam essa arma forem atingidas.

5. Após os 3 tiros e as respostas do oponente, passa a vez para o outro jogador.

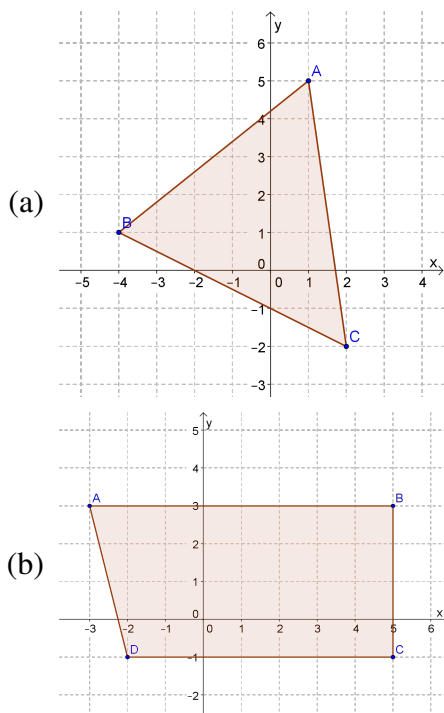
O jogo termina quando um dos jogadores afundar todas as embarcações do seu oponente.

Objetivo da atividade 2: Mostrar os quadrantes e disposição das retas horizontais e verticais, no plano cartesiano. Localizar pontos usando um material mais ilustrativo, permitindo uma participação mais ativa dos alunos. Perceber, após vermos marcações no plano cartesiano concreto o fato que sobre uma reta paralela ao eixo X , todos os pontos tem a mesma ordenada e que os pontos sobre uma reta paralela ao eixo Y tem a mesma abscissa.

Atividade 2: Plano cartesiano concreto.

Os alunos irão marcar no plano cartesiano concreto os pontos propostos pela professora, conforme item 1. Caso achar necessário, pode ser proposto outros pontos permitindo a participação de todos os alunos. Após, com linhas coloridas, a professora irá construir polígonos e pedir que identifiquem as coordenadas dos vértices, conforme item 2. Podendo, também sugerir outros polígonos, caso achar necessário.

1. Localize no plano cartesiano os pontos: $A = (5,7)$, $B = (-4,6)$, $C = (-3,-4)$, $D = (2,-5)$, $E = (6,0)$ e $F = (0,-1)$.
2. Observe os polígonos traçados no plano e identifique as coordenadas de seus vértices:



Após esse momento a professora irá definir o sistema cartesiano ortogonal.

Objetivo da atividade 3:

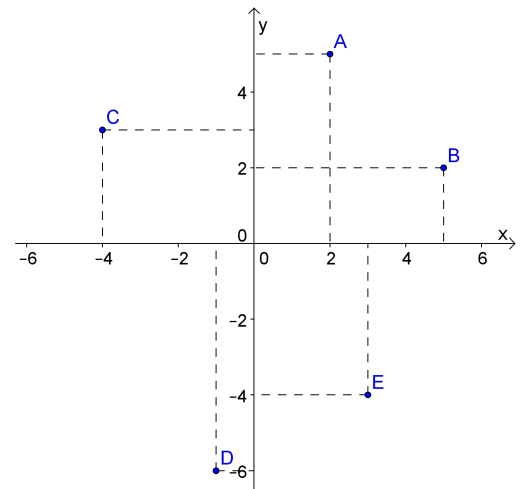
Exercitar os conceitos definidos e trabalhados durante a aula. Identificar e aprender a nomenclatura das coordenadas dos pontos.

Atividade 3: Uso de papel quadriculado para localizar pontos e escrever as coordenadas de pontos já marcados.

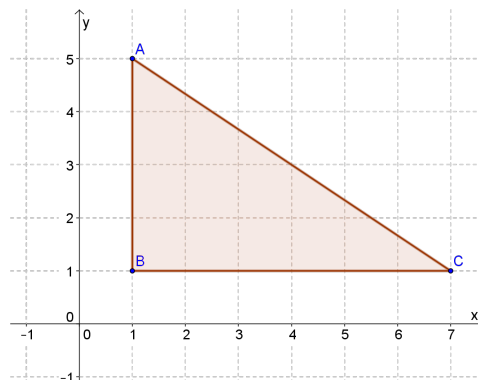
1. Faça o plano cartesiano ortogonal e localize os pontos: $A = (-1, 4)$, $B = (3, 2)$, $C = (2, -5)$, $D = (-4, -6)$, $E = (4, 1)$, $F = (0, -3)$, $G = (7, 0)$, $H = (0, 0)$, $I = (-5, -1)$ e $J = (-6, 4)$.

2. Observe a figura, associe V ou F a cada uma das seguintes afirmações:

- (a) O ponto A tem abscissa 2;
- (b) O ponto A tem abscissa 5;
- (c) O ponto A tem ordenada 5;
- (d) O ponto B tem coordenadas $(5, 2)$;
- (e) A abscissa de B é 2;
- (f) O ponto C tem coordenadas $(-4, 3)$;
- (g) A abscissa de C é -4 ;
- (h) O ponto D tem coordenadas $(-1, -6)$;
- (i) O ponto D tem ordenada -4 ;
- (j) O ponto E tem coordenadas $(-4, 3)$.



3. Observe o triângulo ABC da figura seguinte e responda:



- (a) Como você classificaria esse triângulo quanto aos ângulos?
- (b) Quais as coordenadas dos vértices desse triângulo?
- (c) Quantas unidades de comprimento tem o lado AB ?
- (d) Quantas unidades de comprimento tem o lado AC ?
- (e) Qual a área da região limitada por esse triângulo?

4.2.2 SEGUNDO ENCONTRO: DISTÂNCIA ENTRE DOIS PONTOS

4.2.2.1 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

Dados dois pontos distintos A e B , a distância entre eles é a medida do segmento AB dada em uma certa unidade de comprimento. A distância entre esses pontos é indicada por $d(A, B)$. Se o segmento que une dois pontos $A = (x_A, y_A)$ e $B = (x_B, y_B)$ é paralelo ao eixo X então a distância entre estes dois pontos é igual ao módulo da diferença entre suas abscissas ($d(A, B) = |x_B - x_A|$), já se o segmento for paralelo ao eixo Y a distância entre os pontos é igual ao módulo da diferença entre as ordenadas ($d(A, B) = |y_B - y_A|$).

Obs.: Quando os pontos são coincidentes, a distância entre eles é nula.

Se o segmento AB não é paralelo a nenhum dos eixos, a distância entre os pontos A e B corresponde à hipotenusa do triângulo ABC , que é retângulo em C , conforme podemos visualizar na figura 15.

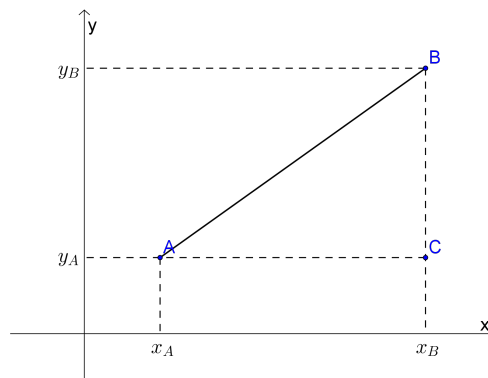


Figura 15: Segmento definido por dois pontos não paralelo a nenhum dos eixos coordenados.

Como $d(A, C) = |x_C - x_A|$, $d(B, C) = |y_B - y_C|$, $x_B = x_C$ e $y_A = y_C$. Segue do Teorema de Pitágoras que:

$$\begin{aligned}
 d(A,B)^2 &= d(A,C)^2 + d(B,C)^2 \\
 d(A,B)^2 &= (x_C - x_A)^2 + (y_B - y_C)^2 \\
 d(A,B)^2 &= (x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2 \\
 d(A,B) &= \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2}.
 \end{aligned} \tag{1}$$

Ex.: Vamos calcular a distância entre os pontos $A = (2, -1)$ e $B = (4, 6)$.

Temos,

$$\begin{aligned}
 d(A,B) &= \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2} \\
 d(A,B) &= \sqrt{(4 - 2)^2 + (6 + 1)^2} \\
 d(A,B) &= \sqrt{(2)^2 + (7)^2} \\
 d(A,B) &= \sqrt{53} \\
 d(A,B) &\cong 7,3.
 \end{aligned}$$

Observemos que a fórmula (1) também é válida se o segmento determinado pelos pontos A e B for paralelo a um dos eixos. Assim, dados dois pontos A e B , independente da disposição destes no plano sempre podemos calcular a distância entre A e B , isto é, o comprimento do segmento AB , utilizando a fórmula (1).

De fato vejamos o que ocorre nos casos particulares.

1º caso: Na figura 16, os pontos A e B têm a mesma ordenada e abscissas diferentes, assim o segmento AB é paralelo ao eixo X . Nesse caso, a distância entre os dois pontos é o módulo da diferença entre suas abscissas.

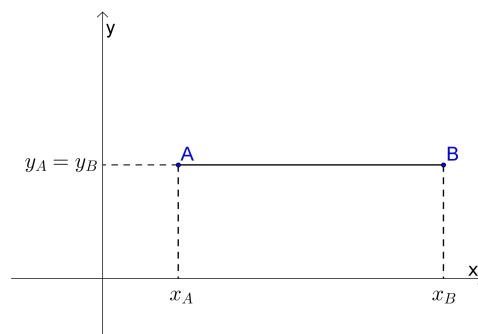


Figura 16: Segmento definido por dois pontos paralelo ao eixo X .

Considerando os pontos A e B da figura 16 e aplicando a fórmula (1), temos:

$$\begin{aligned} d(A,B) &= \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2} \\ d(A,B) &= \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_A - y_A)^2} \\ d(A,B) &= \sqrt{(x_B - x_A)^2} \\ d(A,B) &= |x_B - x_A|. \end{aligned}$$

Ex.: Se $A = (2,3)$ e $B = (5,3)$, usando a fórmula (1), temos:

$$\begin{aligned} d(A,B) &= \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2} \\ d(A,B) &= \sqrt{(2 - 5)^2 + (3 - 3)^2} \\ d(A,B) &= \sqrt{(2 - 5)^2} \\ d(A,B) &= |2 - 5| \\ d(A,B) &= 3. \end{aligned}$$

2º caso: Na figura 17, os pontos A e B têm a mesma abscissa e ordenadas diferentes, assim o segmento AB é paralelo ao eixo Y . Nesse caso, a distância entre os dois pontos é o módulo da diferença entre suas ordenadas.

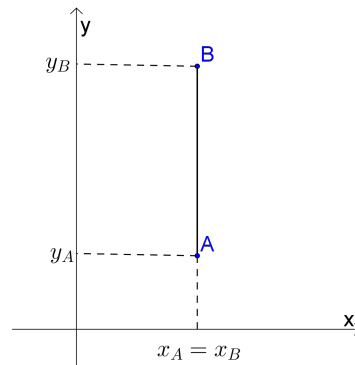


Figura 17: Segmento definido por dois pontos paralelo ao eixo Y .

Considerando os pontos A e B da figura 17 e aplicando a fórmula (1), temos:

$$\begin{aligned} d(A,B) &= \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2} \\ d(A,B) &= \sqrt{(x_A - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2} \\ d(A,B) &= \sqrt{(y_B - y_A)^2} \\ d(A,B) &= |y_B - y_A|. \end{aligned}$$

Ex.: Se $A = (2, -1)$ e $B = (2, 3)$, usando a fórmula (1), temos:

$$\begin{aligned}
 d(A,B) &= \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2} \\
 d(A,B) &= \sqrt{(2 - 2)^2 + (-1 - 3)^2} \\
 d(A,B) &= \sqrt{(-1 - 3)^2} \\
 d(A,B) &= |-1 - 3| \\
 d(A,B) &= 4.
 \end{aligned}$$

4.2.2.2 CONSIDERAÇÕES SOBRE O ENCONTRO

A aula se dará no laboratório de informática. Inicialmente a professora irá comentar sobre o *software* GeoGebra, apresentando as principais ferramentas que ele oferece. Irá retomar as ideias trabalhadas no encontro anterior e propor o uso do GeoGebra para localizar e marcar pontos no plano cartesiano.

Objetivo da atividade 1: Conhecer o *software* GeoGebra fazendo uso das ferramentas localização de pontos e segmento definido por dois pontos.

Atividade 1: Localização de pontos com o uso do *software* GeoGebra.

Localize os pontos $A = (1, 4)$, $B = (6, 2)$, $C = (-4, 4)$, $D = (6, -4)$, $E = (-2, 0)$ e $F = (0, -4)$ no GeoGebra. Após, usando a ferramenta segmento definido por dois pontos, trace os segmentos: AC , BD e EF , conforme mostra a figura 18.

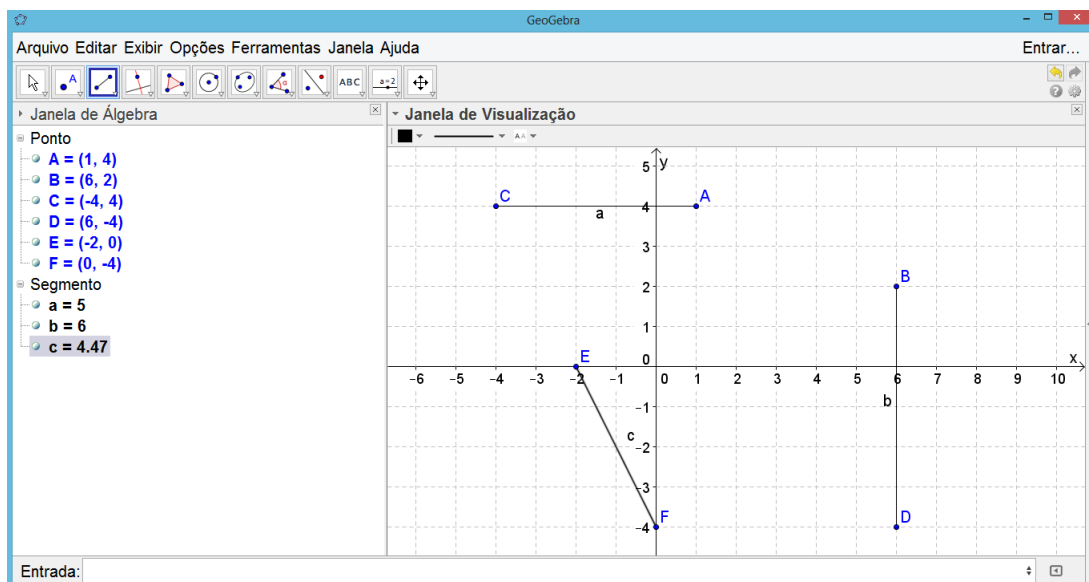


Figura 18: Visualização da atividade 1 proposta para o 2º encontro, no GeoGebra.

Você seria capaz de determinar o comprimento desses segmentos?

A professora ouve as respostas e chama a atenção para a janela de álgebra, em obje-

tos dependentes, e mostra onde esses resultados aparecem. Esclarece que o comprimento do segmento determina a distância entre os pontos que define o segmento e que:

- Quando o segmento de reta que une os dois pontos é paralelo a um dos eixos a distância é obtida pelo módulo da diferença entre as coordenadas dos pontos que não se anulam. No caso do segmento ser paralelo ao eixo X , faz-se a projeção desse segmento sobre o eixo X e calcula-se o módulo da diferença entre as abscissas desses pontos. Se o segmento for paralelo ao eixo Y , faz-se a projeção do segmento sobre o eixo Y e calcula-se o módulo da diferença entre as ordenadas dos pontos.
- Quando o segmento de reta que une os dois pontos não é paralelo a nenhum dos eixos, a distância é calculada usando o Teorema de Pitágoras.

Para reforçar esse comentário, mostrar a distância entre A e B nos seguintes exemplos:

- $A = (1, 1)$ e $B = (5, 1)$;
- $A = (-2, -1)$ e $B = (3, -1)$;
- $A = (1, 2)$ e $B = (1, -4)$;
- $A = (-2, 4)$ e $B = (-2, 1)$;
- $A = (4, 1)$ e $B = (1, 6)$;
- $A = (-2, 2)$ e $B = (1, -3)$.

Após esse momento, a professora irá definir a fórmula da distância entre dois pontos.

Objetivo da atividade 2: Exercitar a fórmula da distância entre dois pontos e usar o GeoGebra como ferramenta de verificação.

Atividade 2: Essa atividade será realizada em duas etapas, a primeira, manualmente, no caderno e em seguida com o uso do GeoGebra.

1. Calcular a distância entre os pontos:

(a) $A = (3, 7)$ e $B = (1, 4)$;

(b) $C = (-2, -5)$ e $D = (-2, 1)$;

(c) $E = (5, -1)$ e $F = (4, -5)$;

(d) $G = (-1, 8)$ e $H = (-3, -6)$;

(e) $I = (6, 4)$ e $J = (1, 4)$.

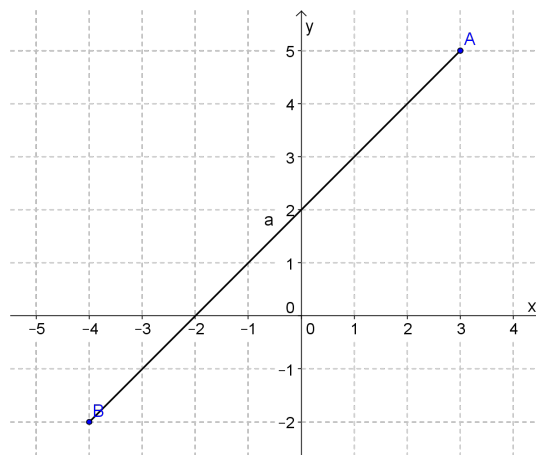
Após realizados os cálculos, cada aluno irá fazer a correção dos seus resultados com o uso do GeoGebra, monitorados pela professora.

A professora irá propor para os alunos que possuem computador que baixem o *software* GeoGebra para irem praticando em casa e poderem estudar sozinhos, elaborando, calculando e corrigindo seus próprios exercícios.

Objetivo da atividade 3: Exercitar os conceitos trabalhados durante a aula.

Atividade 3: Exercícios para serem feitos individualmente ou em duplas, no caderno.

1. Observando a figura seguinte, dê:



(a) as coordenadas dos pontos A e B ;

(b) a distância entre esses pontos.

2. Dizemos que um triângulo é equilátero quando as medidas dos seus três lados são iguais, isósceles se dois de seus lados possuem a mesma medida e escaleno se nenhum dos lados tem a mesma medida. Calcule o perímetro do triângulo de vértices $A = (0, 5)$, $B = (3, -2)$ e $C = (-3, -2)$ e classifique-o em equilátero, isósceles ou escaleno.

4.2.3 TERCEIRO ENCONTRO: COORDENADAS DO PONTO MÉDIO DE UM SEGMENTO DE RETA

4.2.3.1 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

Dados os pontos $A = (x_A, y_A)$ e $B = (x_B, y_B)$, vamos determinar as coordenadas de M , o ponto médio do segmento AB . O ponto médio divide o segmento em duas partes iguais.

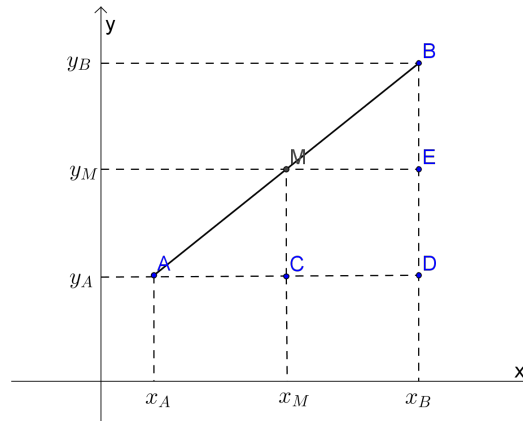


Figura 19: Ilustração para deduzir as coordenadas do ponto médio de um segmento.

Seja $M = (x_M, y_M)$ o ponto médio do segmento AB .

Observemos que na figura 19 os triângulos ACM e MEB são semelhantes pelo caso LAA_0 , pois:

- $\widehat{A} \cong \widehat{M}$ (ângulos correspondentes);
- $\widehat{C} \cong \widehat{E}$ (ângulos retos);
- $\overline{AM} = \overline{BM}$ (M é ponto médio).

Logo:

$$d(A, C) = d(M, E) \quad (3)$$

$$d(C, M) = d(E, B) \quad (4)$$

Assim, de (3), temos: $|x_M - x_A| = |x_B - x_M|$.

De acordo com a figura 19:

$$\begin{aligned}x_M - x_A &= x_B - x_M \\2x_M &= x_A + x_B \\x_M &= \frac{x_A + x_B}{2}.\end{aligned}$$

De (4), temos: $|y_M - y_A| = |y_B - y_M|$.

Conforme a figura 19:

$$\begin{aligned}y_M - y_A &= y_B - y_M \\2y_M &= y_A + y_B \\y_M &= \frac{y_A + y_B}{2}.\end{aligned}$$

Portanto, $M = (x_M, y_M) = \left(\frac{x_A + x_B}{2}, \frac{y_A + y_B}{2}\right)$.

Ex.1: Determine o ponto médio do segmento determinado pelos pontos $A = (-4, 5)$ e $B = (6, -7)$.

Temos,

$$\begin{aligned}M &= \left(\frac{x_A + x_B}{2}, \frac{y_A + y_B}{2}\right) \\M &= \left(\frac{-4 + 6}{2}, \frac{5 - 7}{2}\right) \\M &= \left(\frac{2}{2}, \frac{-2}{2}\right) \\M &= (1, -1).\end{aligned}$$

Ex.2: Uma das extremidades de um segmento é o ponto $A = (7, 3)$ e a outra é o ponto $B = (x, y)$. Se $M = (-3, 4)$ é o ponto médio do segmento AB quais são as coordenadas da extremidade B ?

De acordo com a fórmula para o cálculo do ponto médio de um segmento, temos:

$$(-3, 4) = \left(\frac{7 + x}{2}, \frac{3 + y}{2}\right).$$

Assim, $\frac{7 + x}{2} = -3$ e $\frac{3 + y}{2} = 4$.

Resolvendo cada uma das equações, temos:

$$7 + x = -6 \Rightarrow x = -13 \text{ e}$$

$$3 + y = 8 \Rightarrow y = 5.$$

Portanto, $B = (-13, 5)$.

4.2.3.2 CONSIDERAÇÕES SOBRE O ENCONTRO

A professora irá trabalhar na sala de aula com o GeoGebra, projetando suas atividades para que todos os alunos possam acompanhar. Irá mostrar, no GeoGebra, a ferramenta ponto médio ou centro, que é utilizada para obter as coordenadas do ponto médio de um segmento definido por dois pontos, indicando que o resultado desse segmento aparece na janela de álgebra.

Objetivo da atividade 1: Motivar o aluno a pensar e raciocinar formas de se obter o ponto médio de um segmento, a partir das coordenadas dos pontos que definem esse segmento.

Atividade 1: Projetar, no GeoGebra, os segmentos de reta e questionar os alunos para que identifiquem, visualmente, o ponto médio nos seguintes casos:

1. $A(2,3)$ e $B(6,8)$;
2. $C(-1,4)$ e $D(5,2)$;
3. $E(-5,-2)$ e $F(2,4)$.

Após esse momento, a professora irá definir como se calcula as coordenadas do ponto médio de um segmento.

Objetivo da atividade 2: Exercitar os conceitos trabalhados durante a aula.

Atividade 2: Exercícios para serem resolvidos individualmente ou em duplas. Caso tenham o computador, usar o GeoGebra para verificar a veracidade dos cálculos.

1. Determine o ponto médio do segmento de extremidades:
 - (a) $A = (1, -7)$ e $B = (3, -5)$;
 - (b) $C = (-1, 5)$ e $D = (8, -2)$;
 - (c) $E = (-1, 6)$ e $F = (-5, 4)$.
2. Uma das extremidades de um segmento é o ponto $A = (3, 2)$. Sendo $M = (-1, 3)$ o ponto médio desse segmento, determine as coordenadas da outra extremidade do segmento.

4.2.4 QUARTO ENCONTRO: AVALIAÇÃO

4.2.4.1 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

A fundamentação matemática desse encontro foi desenvolvida no decorrer dos encontros anteriores, já que se trata de um encontro para avaliação.

4.2.4.2 CONSIDERAÇÕES SOBRE O ENCONTRO

Com o objetivo de diagnosticar como os alunos estão compreendendo os conteúdos abordados até o momento sobre Geometria Analítica, será realizada uma avaliação diagnóstica.

Esta avaliação contém quatro questões, as três primeiras questões deverão ser resolvidas, primeiramente pelos alunos manualmente, em sala de aula, e após isto, no laboratório, os alunos irão fazer a atividade 2 usando o GeoGebra, questão 4 da avaliação. Foi escolhida somente uma questão para ser refeita no GeoGebra devido ao tempo e por ela usar todas as ferramentas trabalhadas no GeoGebra, até o momento. A primeira questão é para calcular a distância entre dois pontos, sem a representação cartesiana; a segunda, já começa com a localização de pontos e então pede que se calcule a distância entre dois pontos, perímetro e ponto médio, permitindo a visualização e indicação dos resultados; a terceira, pede que se encontre uma das extremidades de um segmento, conhecendo o ponto médio desse segmento e um extremo. Para concluir, a questão quatro é para refazer a questão dois, usando a ferramentas trabalhadas no GeoGebra.

Objetivo da atividade 1: Observar como os alunos estão trabalhando a localização de pontos no plano cartesiano, o cálculo de distância entre dois pontos e ponto médio de um segmento e quais são os seus principais erros.

Atividade 1: Os alunos irão resolver os exercícios 1, 2 e 3 da avaliação na sala de aula, manualmente, sem o uso do computador.

1. Calcule a distância entre os pontos:
 - (a) $A = (6, 1)$ e $B = (2, 4)$;
 - (b) $C = (-5, 3)$ e $D = (4, 3)$.

2. Dados os seguintes pontos: $A = (-5, 6)$, $B = (-3, -4)$, $C = (4, -4)$ e $D = (4, 3)$. Faça o que se pede:
 - (a) localize os pontos no plano cartesiano e trace o polígono $ABCD$;
 - (b) calcule o perímetro do polígono $ABCD$. Considere como unidade de comprimento o centímetro e uma casa decimal para aproximação;
 - (c) determine o ponto médio dos lados do polígono $ABCD$ e localize-os no item (a).

3. Uma das extremidades de um segmento é o ponto $A = (5, 2)$ e a outra é o ponto $B = (x, y)$. Sabendo que $M = (3, -1)$ é o ponto médio do segmento AB , determine as coordenadas do ponto B .

Objetivo da atividade 2: Observar se os alunos sabem usar o GeoGebra para validar suas respostas manuais. Esse momento será também para avaliar as habilidades dos alunos com o GeoGebra.

Atividade 2: Os alunos irão para o laboratório trabalhar com o *software* GeoGebra.

4) Refazer o exercício 2 usando o *software* GeoGebra. Salvar o arquivo e encaminhar para e-mail da professora. Identifique-o como avaliação (nome do aluno).

4.2.5 QUINTO ENCONTRO: CONDIÇÃO DE ALINHAMENTO ENTRE TRÊS PONTOS

4.2.5.1 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

A figura 20 mostra três pontos, $A = (x_1, y_1)$, $B = (x_2, y_2)$ e $C = (x_3, y_3)$, que estão alinhados, ou seja, são pontos de uma mesma reta.

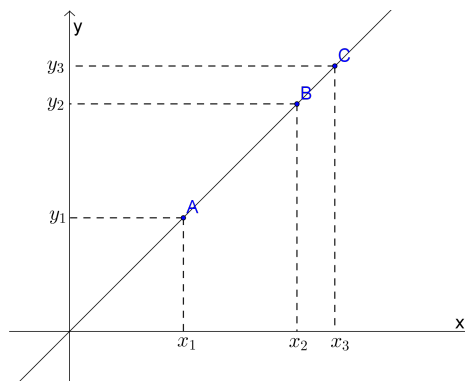


Figura 20: Três pontos alinhados sobre uma reta.

Vejamos a condição, em função das coordenadas, para que os três pontos estejam alinhados.

Consideremos a figura 21, obtida a partir da figura 20 para ilustrar a demonstração da condição de alinhamento entre três pontos.

Temos: $D = (x_2, y_1)$ e $E = (x_3, y_1)$.

Na figura 21 os triângulos ACE e ABD são semelhantes pelo caso AA, pois:

- $\hat{A} = \hat{A}$ (mesmo ângulo);
- $\hat{D} = \hat{E}$ (ângulo reto).

$$\text{Daí, podemos escrever: } \frac{\overline{AE}}{\overline{AD}} = \frac{\overline{EC}}{\overline{DB}} \Rightarrow \frac{x_3 - x_1}{x_2 - x_1} = \frac{y_3 - y_1}{y_2 - y_1}.$$

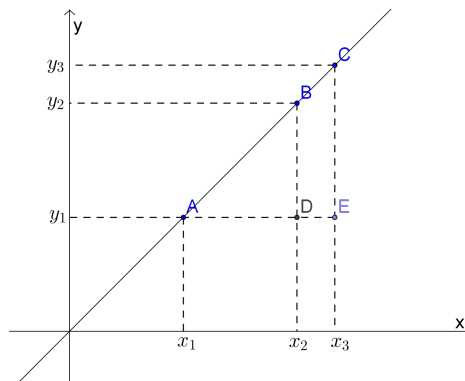


Figura 21: Ilustração para demonstrar a condição de alinhamento entre três pontos.

Ou ainda: $\frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{y_3 - y_1}{x_3 - x_1}$, de onde segue que:

$$\begin{aligned} (y_2 - y_1)(x_3 - x_1) - (x_2 - x_1)(y_3 - y_1) &= 0 \\ \Leftrightarrow y_2x_3 - y_2x_1 - y_1x_3 + y_1x_1 - (x_2y_3 - x_2y_1 - x_1y_3 + x_1y_1) &= 0 \\ \Leftrightarrow y_2x_3 - y_2x_1 - y_1x_3 + y_1x_1 - x_2y_3 + x_2y_1 + x_1y_3 - x_1y_1 &= 0 \\ \Leftrightarrow y_2x_3 + x_2y_1 + x_1y_3 - (y_2x_1 + y_1x_3 + x_2y_3) &= 0. \end{aligned}$$

Essa igualdade pode ser escrita na forma $\begin{vmatrix} x_3 & y_3 & 1 \\ x_2 & y_2 & 1 \\ x_1 & y_1 & 1 \end{vmatrix} = 0$.

Nas operações acima trabalhamos com três pontos alinhados cujo segmento que os contém não é paralelo a nenhum dos eixos coordenados. No caso dos três pontos estarem sobre

uma reta que é paralela a um dos eixos o determinante $\begin{vmatrix} x_3 & y_3 & 1 \\ x_2 & y_2 & 1 \\ x_1 & y_1 & 1 \end{vmatrix}$ é nulo (igual a zero) pois

a matriz tem duas colunas múltiplas ($x_1 = x_2 = x_3$) ou ($y_1 = y_2 = y_3$). Assim, independente da posição relativa aos eixos, de três pontos $A = (x_1, y_1)$, $B = (x_2, y_2)$ e $C = (x_3, y_3)$ alinhados

sempre teremos $D = \begin{vmatrix} x_3 & y_3 & 1 \\ x_2 & y_2 & 1 \\ x_1 & y_1 & 1 \end{vmatrix} = 0$.

Fazendo o caminho inverso, podemos verificar que se, $D = \begin{vmatrix} x_3 & y_3 & 1 \\ x_2 & y_2 & 1 \\ x_1 & y_1 & 1 \end{vmatrix} = 0$ então,

$A = (x_1, y_1)$, $B = (x_2, y_2)$ e $C = (x_3, y_3)$ são pontos colineares.

Na prática, para verificarmos se três pontos $A = (x_1, y_1)$, $B = (x_2, y_2)$ e $C = (x_3, y_3)$

estão alinhados, basta verificarmos se $D = \begin{vmatrix} x_3 & y_3 & 1 \\ x_2 & y_2 & 1 \\ x_1 & y_1 & 1 \end{vmatrix} = 0$.

Ex.1: Verifique se os pontos $A = (-3, 5)$, $B = (1, 1)$ e $C = (3, -1)$ estão alinhados.

Temos,

$$D = \begin{vmatrix} -3 & 5 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 3 & -1 & 1 \end{vmatrix} = -3 - 1 + 15 - (3 + 3 + 5) = 11 - 11 = 0.$$

Portanto, os pontos estão alinhados.

Ex.2: Verifique se os pontos $A = (1, 3)$, $B = (4, 5)$ e $C = (2, -4)$ estão alinhados.

Temos,

$$D = \begin{vmatrix} 1 & 3 & 1 \\ 4 & 5 & 1 \\ 2 & -4 & 1 \end{vmatrix} = 5 + 6 - 16 - (10 - 4 + 12) = -5 + 18 = 13.$$

Portanto, os pontos não estão alinhados.

Ex.3: Calcule o valor de a sabendo que os pontos $A = (a, -4)$, $B = (-1, -2)$ e $C = (2, 1)$ são colineares.

Temos,

$$D = \begin{vmatrix} a & -4 & 1 \\ -1 & -2 & 1 \\ 2 & 1 & 1 \end{vmatrix} = -2a - 8 - 1 - (-4 + 4 + a) = 0.$$

Daí, segue que:

$$-2a - 9 - a = 0$$

$$\Leftrightarrow -3a = 9$$

$$\Leftrightarrow a = -3.$$

Portanto, se $a = -3$, os pontos $A = (a, -4)$, $B = (-1, -2)$ e $C = (2, 1)$ são colineares.

4.2.5.2 CONSIDERAÇÕES SOBRE O ENCONTRO

Inicialmente a professora irá corrigir, com o uso do GeoGebra, os exercícios propostos na aula anterior, caso houver necessidade, fará os cálculos no quadro. Após isto, irá recordar o cálculo de determinante da matriz, usando a regra de Sarrus, conteúdo trabalhado no semestre anterior. Aproveitando um exemplo de ponto médio de um segmento irá propor que se calcule o determinante de uma matriz associado as coordenadas destes pontos. Usando outros exemplos, instigar os alunos a fazer uma relação entre o valor do determinante de uma matriz formado pelas coordenadas dos pontos e disposição destes no plano cartesiano.

Objetivo da atividade 1: Através da visualização do alinhamento dos pontos no GeoGebra e do cálculo do determinante da matriz associado as suas coordenadas, “concluir” que o valor do determinante associado as coordenadas de três pontos deve ser zero para que os pontos estejam alinhados.

Atividade 1: Promover a percepção do aluno a condição necessária para que três pontos estejam alinhados.

Considere o segmento de reta AB , onde $A = (2, 8)$, $B = (6, -4)$ e $M = (4, 2)$, que é o ponto médio de AB . A matriz que associamos aos pontos $A = (2, 8)$, $B = (6, -4)$ e $M = (4, 2)$

é $\begin{bmatrix} 2 & 8 & 1 \\ 6 & -4 & 1 \\ 4 & 2 & 1 \end{bmatrix}$, isto é, na primeira linha colocamos as coordenadas do ponto A (na ordem) e

completamos a linha com a unidade 1, analogamente, forma-se a segunda e a terceira linha com as coordenadas dos pontos B e M . Em geral, pontos $A = (x_1, y_1)$, $B = (x_2, y_2)$ e $C = (x_3, y_3)$ são

associados a matriz $\begin{bmatrix} x_1 & y_1 & 1 \\ x_2 & y_2 & 1 \\ x_3 & y_3 & 1 \end{bmatrix}$.

Será proposto que se calcule o determinante associado aos seguintes pontos após ter sido projetada a localização deles no GeoGebra.

1. $A(-2, 6)$, $B(4, 8)$ e $C(1, 7)$;
2. $A(-1, 3)$, $B(2, 4)$ e $C(-4, 9)$.

Questionar os alunos se, a partir destas informações é possível tirar alguma conclusão.

Após esse momento a professora irá definir a condição de alinhamento de três pontos, formalmente.

Objetivo da atividade 2: Complementar a aprendizagem dos conteúdos trabalhados através da resolução de exercícios.

Atividade 2: Exercícios para serem resolvidos individualmente ou em duplas. Caso tenham o computador, usar o GeoGebra para verificar a veracidade dos cálculos.

1. Verifique se os pontos:

(a) $A = (0, 2)$, $B = (-3, 1)$ e $C = (4, 5)$ estão alinhados;

(b) $A = (-1, 3)$, $B = (2, 4)$ e $C = (-4, 10)$ podem ser os vértices de um triângulo.

2. Determine x de modo que os pontos $A = (-3, 1)$, $B = (x, 2)$ e $C = (-3, -1)$ sejam os vértices de um triângulo.

3. Considerando uma reta r que passa pelos pontos $A = (-1, -2)$ e $B = (4, 2)$. Determine as coordenadas do ponto P , onde P é a interseção de r com o eixo Y .

4.2.6 SEXTO ENCONTRO: EQUAÇÃO DA RETA

4.2.6.1 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

Consideremos no plano cartesiano dois pontos $A = (x_1, y_1)$ e $B = (x_2, y_2)$ fixos, conforme mostra a figura 22.

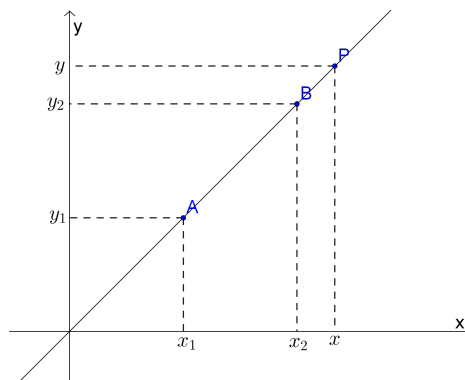


Figura 22: Reta dada por dois pontos conhecidos e um ponto qualquer dessa reta.

Os pontos A e B determinam uma reta r . Seja $P = (x, y)$ um ponto qualquer dessa reta.

Como P , A e B são colineares, temos:

$$\begin{vmatrix} x & y & 1 \\ x_1 & y_1 & 1 \\ x_2 & y_2 & 1 \end{vmatrix} = 0 \Rightarrow y_1x + x_2y + x_1y_2 - x_2y_1 - x_1y - y_2x = 0.$$

Organizando os termos: $(y_1 - y_2)x + (x_2 - x_1)y + (x_1y_2 - x_2y_1) = 0$.

Chamando:

$$y_1 - y_2 = a. \quad (5)$$

$$x_2 - x_1 = b. \quad (6)$$

$$x_1y_2 - x_2y_1 = c. \quad (7)$$

Obtemos a equação geral da reta $r: ax + by + c = 0$ com a, b e c constantes, em que a e b não são ambos nulos.

Ex.1: Determine a equação geral da reta que passa pelos pontos $A = (3, 5)$ e $B = (-3, 4)$.

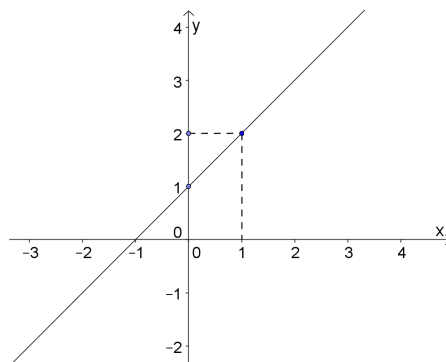
Temos,

$$\begin{vmatrix} x & y & 1 \\ 3 & 5 & 1 \\ -3 & 4 & 1 \end{vmatrix} = 5x - 3y + 12 - (-15 + 4x + 3y) = 0.$$

Daí, segue que:

$$x - 6y + 27 = 0.$$

Ex.2: Escreva a equação geral da reta r representada pelo gráfico abaixo.



Considerando os pontos $A = (0, 1)$ e $B = (1, 2)$, temos:

$$\begin{vmatrix} x & y & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \end{vmatrix} = x + y - (1 + 2x) = 0.$$

Daí, segue que:

$$-x + y - 1 = 0.$$

Existem outras formas de apresentar a equação da reta, formas que podem ser mais úteis para a resolução de problemas.

Equação reduzida da reta

Essa forma é utilizada para obter informações sobre sua inclinação e localização.

Vimos que a equação geral da reta que passa pelos pontos $A = (x_1, y_1)$ e $B = (x_2, y_2)$ é dada por: $ax + by + c = 0$ em que

$$\begin{cases} a = y_1 - y_2 \\ b = x_2 - x_1 \\ c = x_1 y_2 - x_2 y_1. \end{cases}$$

Isolando a variável y na equação geral da reta, temos:

$$\begin{aligned} by &= -ax - c \\ y &= -\frac{a}{b}x - \frac{c}{b}. \end{aligned}$$

Chamando $m = -\frac{a}{b}$ e $n = -\frac{c}{b}$, obtemos: $y = mx + n$.

Essa equação é denominada equação reduzida da reta ou forma reduzida da equação da reta.

Das igualdades (5) e (6), temos que $m = -\frac{a}{b} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$.

O gráfico representado pela figura 23 ilustra melhor essa relação.

Vemos que m expressa a tangente trigonométrica de sua inclinação α , ou seja, $m = \operatorname{tg}\alpha$, onde α é o ângulo que a reta forma com o semi-eixo positivo x . O número real m é chamado coeficiente angular da reta. Ele mede a declividade da reta.

Podemos ter os seguintes casos conforme as figuras 24, 25 e 26.

Podemos observar que o coeficiente angular da reta que passa por A e B é obtido calculando-se o quociente da diferença das ordenadas pela diferença das abscissas desses dois pontos, ou seja: $m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$.

É importante observarmos que na figura 23 o ponto $P = (0, n)$ pertence à reta r . Daí a definição do número real n que é chamado coeficiente linear da reta r , ele define onde a reta r

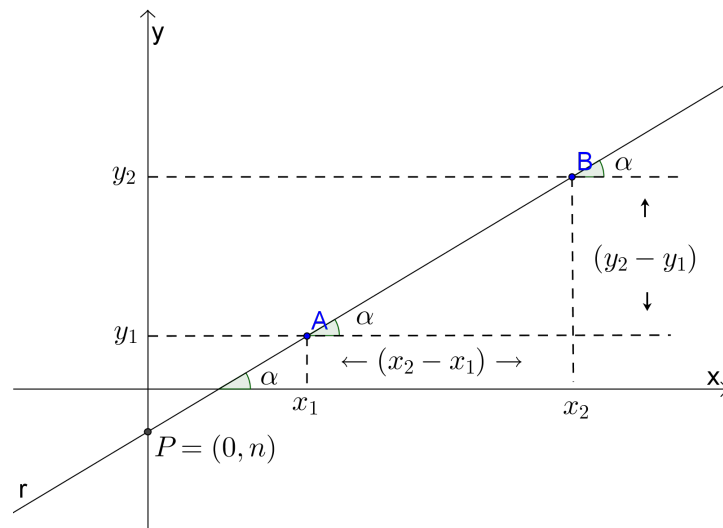


Figura 23: Ilustração do coeficiente angular da reta dada por dois pontos.

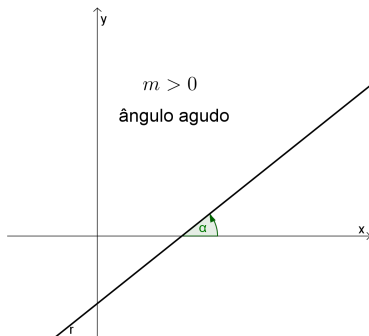


Figura 24: Ângulo agudo entre a reta r e o eixo X .

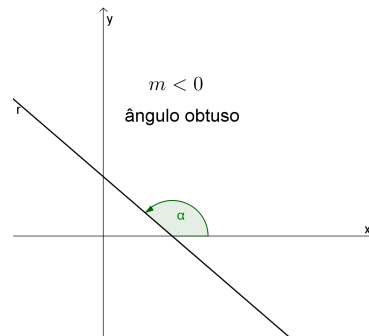


Figura 25: Ângulo obtuso entre a reta r e o eixo X .

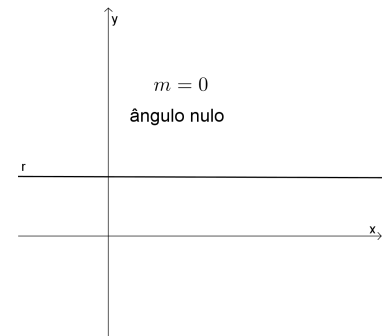


Figura 26: Ângulo nulo entre a reta r e o eixo X .

intercepta o eixo y .

Ex.1: Determine a equação reduzida da reta, sabendo que passa pelos pontos $A = (2, 3)$ e $B = (1, 4)$.

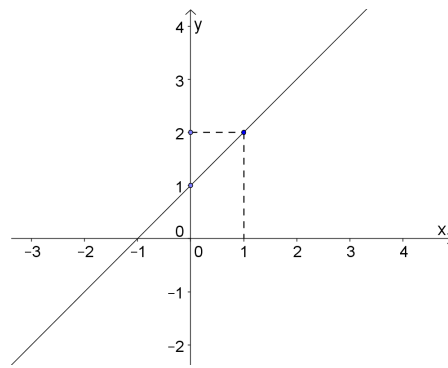
Temos,

$$\begin{vmatrix} x & y & 1 \\ 2 & 3 & 1 \\ 1 & 4 & 1 \end{vmatrix} = 3x + y + 8 - (3 + 4x + 2y) = 0.$$

Daí, segue que:

$$\begin{aligned} -x - y + 5 &= 0 \\ \Leftrightarrow y &= -x + 5. \end{aligned}$$

Ex.2: Determine o coeficiente angular e linear da reta representada no gráfico.



Observando os pontos do gráfico, consideremos $A = (0, 1)$ e $B = (1, 2)$, temos:

$$\begin{vmatrix} x & y & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \end{vmatrix} = x + y - (1 + 2x) = 0.$$

Daí, segue que:

$$\begin{aligned} -x + y - 1 &= 0 \\ \Leftrightarrow y &= x + 1. \end{aligned}$$

Portanto, o coeficiente angular é 1 e coeficiente linear 1.

4.2.6.2 CONSIDERAÇÕES SOBRE O ENCONTRO

O encontro se dará no laboratório de informática. Inicialmente a professora irá retomar as ideias trabalhadas sobre condição de alinhamentos entre três pontos, tirando as dúvidas que ainda tenham ficado nos exercícios trabalhados na aula anterior. Após, irá mostrar como obter a equação da reta dado dois pontos fazendo uso de determinantes. Para isso vai propôr que consideremos para um terceiro ponto P , um ponto qualquer (x, y) e usando a ideia da condição de alinhamento, encontrar a equação da reta que passa pelos dois pontos dados.

Objetivo da atividade 1: Motivar a percepção do aluno sobre a forma de se obter a equação da reta passando por dois pontos.

Atividade 1: No laboratório de informática. Com o uso do GeoGebra, localizar dois pontos $A = (1, 5)$ e $B = (6, 2)$, traçar a reta determinada por eles, usando a ferramenta reta definida por dois pontos, conforme ilustra a figura 27.

Fazendo uso do conteúdo anterior, condição de alinhamento entre três pontos, considerando um ponto qualquer (x, y) para o terceiro ponto e calculando o determinante associado

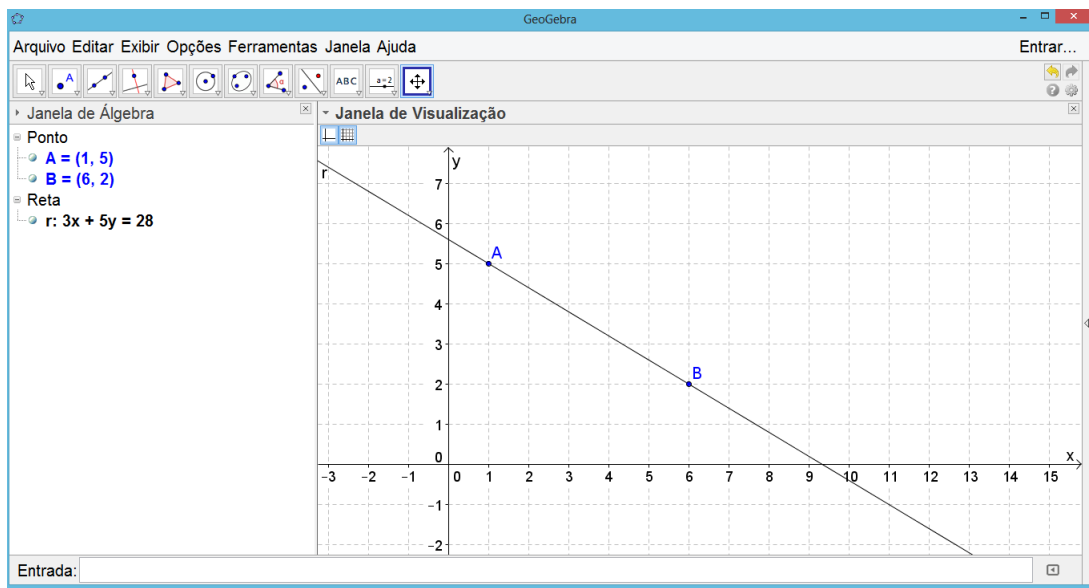


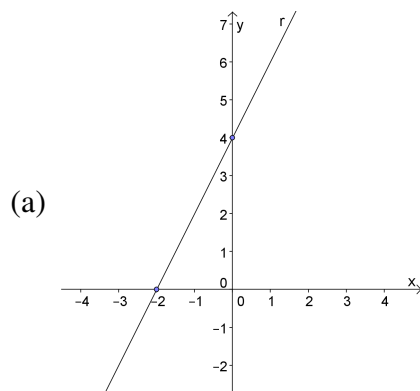
Figura 27: Tela do GeoGebra projetada para a atividade 2 do 6º encontro.

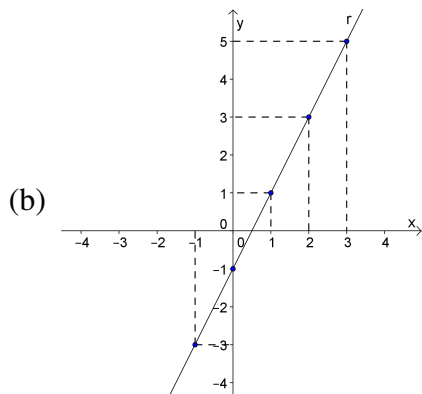
a eles, mostrar que o resultado obtido é o mesmo indicado na janela de álgebra do GeoGebra. Após esse momento, a professora irá mostrar como encontrar a equação geral da reta que passa por dois pontos dados.

Objetivo da atividade 2: Praticar o conteúdo trabalhado, primeiramente no papel e depois no GeoGebra para verificar o resultado.

Atividade 2: Em duplas os alunos irão fazer os seguintes exercícios.

1. Sabendo que as retas AB , AC e BC são as retas suportes dos lados de um triângulo de vértices $A = (1, 2)$, $B = (3, 1)$ e $C = (2, 4)$. Determine a equação geral dessas retas suportes dos lados desse triângulo.
2. Determine a equação reduzida da reta representada nos seguintes gráficos abaixo:





4.2.7 SÉTIMO ENCONTRO: ÁREA DA REGIÃO TRIANGULAR

4.2.7.1 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

Veamos o triângulo ABC da figura 28.

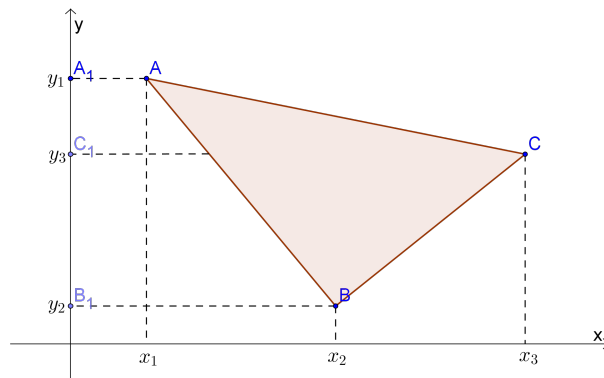


Figura 28: Triângulo ABC no plano cartesiano.

Os vértices do triângulo são os pontos $A = (x_1, y_1)$, $B = (x_2, y_2)$ e $C = (x_3, y_3)$.

Observando a figura 28 e denominando:

- S_1 = área do trapézio retângulo AA_1C_1C ;
- S_2 = área do trapézio retângulo CC_1B_1B ;
- S_3 = área do trapézio retângulo AA_1B_1B ;
- A_{Δ} = área do triângulo ABC .

Para melhor visualização, as áreas consideradas estão representadas nas figuras 29, 30 e 31:

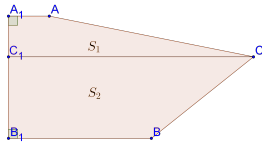


Figura 29: Área S_1 e S_2 .

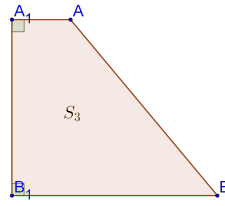


Figura 30: Área S_3 .

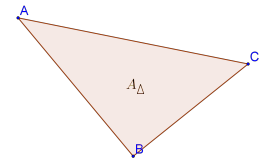


Figura 31: Área A_{Δ} .

A área que estamos procurando corresponde:

$$A_{\Delta} = S_1 + S_2 - S_3. \quad (9)$$

Vamos calcular separadamente cada área:

Considerando as coordenadas dos pontos envolvidos nas figuras correspondentes, temos:

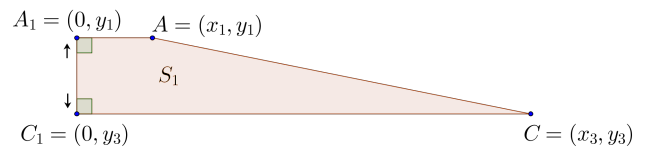
Cálculo de S_1 .

A base maior mede x_3 .

A base menor mede x_1 .

A altura mede $(y_1 - y_3)$.

Então: $S_1 = \frac{x_1 + x_3}{2} \cdot (y_1 - y_3)$.



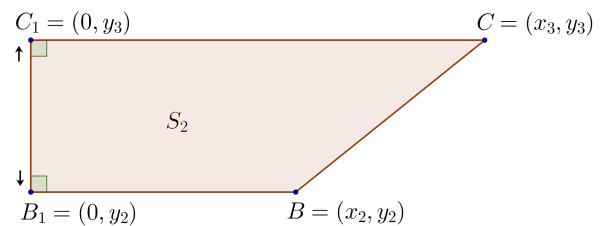
Cálculo de S_2 .

A base maior mede x_3 .

A base menor mede x_2 .

A altura mede $(y_3 - y_2)$.

Então: $S_2 = \frac{x_3 + x_2}{2} \cdot (y_3 - y_2)$.



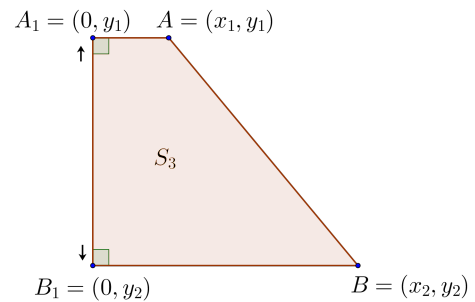
Cálculo de S_3 .

A base maior mede x_2 .

A base menor mede x_1 .

A altura mede $(y_1 - y_2)$.

$$\text{Então: } S_3 = \frac{x_1 + x_2}{2} \cdot (y_1 - y_2).$$



Substituindo S_1, S_2 e S_3 em (9), obtemos:

$$A_{\Delta} = \frac{x_1 + x_3}{2}(y_1 - y_3) + \frac{x_3 + x_2}{2}(y_3 - y_2) - \frac{x_1 + x_2}{2}(y_1 - y_2).$$

$$A_{\Delta} = \frac{1}{2}(x_1y_1 - x_1y_3 + x_3y_1 - x_3y_3 + x_3y_3 - x_3y_2 + x_2y_3 - x_2y_2 - x_1y_1 + x_1y_2 - x_2y_1 + x_2y_2).$$

$$A_{\Delta} = \frac{1}{2}(x_1y_2 + x_3y_1 + x_2y_3 - x_3y_2 - x_2y_1 - x_1y_3). \quad (10)$$

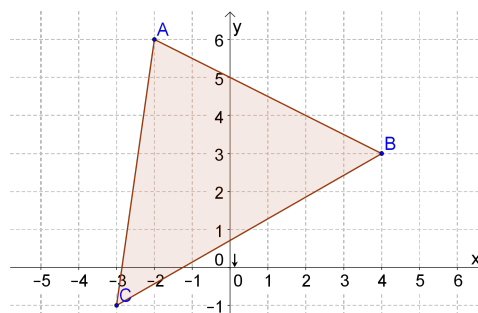
Observemos que a soma entre parênteses é igual ao valor do determinante $\begin{vmatrix} x_1 & y_1 & 1 \\ x_2 & y_2 & 1 \\ x_3 & y_3 & 1 \end{vmatrix}$.

Dessa forma, a área do triângulo, dada pela expressão (10) também é obtida por meio da fórmula:

$$A_{\Delta} = \frac{1}{2}|D|.$$

$$\text{Onde, } D = \begin{vmatrix} x_1 & y_1 & 1 \\ x_2 & y_2 & 1 \\ x_3 & y_3 & 1 \end{vmatrix}.$$

Ex.1: Calcular a área do triângulo representado abaixo.



Considerando os vértices $A = (-2, 6)$, $B = (4, 3)$ e $C = (-3, -1)$, temos:

$$D = \begin{vmatrix} -2 & 6 & 1 \\ 4 & 3 & 1 \\ -3 & -1 & 1 \end{vmatrix} = -6 - 18 - 4 - (-9 + 2 + 24) = -28 - 17 = -45.$$

$$\text{Logo, } A_{\Delta} = \frac{1}{2} |-45| = 22,5u.a.$$

4.2.7.2 CONSIDERAÇÕES SOBRE O ENCONTRO

A aula se dará no laboratório. A professora iniciará a aula retomando os exercícios da aula anterior, fazendo correção e tirando dúvidas dos mesmos. A seguir será trabalhado o assunto de área. Primeiramente será calculada a área dos triângulos usando os conhecimentos de geometria plana, usando a ideia de complementação da figura. Num primeiro caso, trabalhar com o triângulo retângulo, onde será feito a complementação obtendo um retângulo e através da fórmula $A = b.h$ obter a área do triângulo dividindo o resultado por 2. Num segundo caso, trabalhar com um triângulo qualquer, onde teremos que complementar o triângulo dado com outros três triângulos retângulos, formando um retângulo como figura final. Calcular a área do retângulo ou do quadrado, após calcular a dos triângulos retângulos. A área do triângulo dado será obtida pela subtração da área do retângulo ou quadrado pela soma das áreas dos triângulos retângulos. Depois de calculada a área dos triângulos usando a geometria plana, calcular o determinante formado pelas coordenadas dos vértices dos triângulos dados, após fazer $\frac{1}{2}|D|$ e comparar com as áreas obtidas anteriormente.

Objetivo da atividade 1: Mostrar que a área de um triângulo no plano cartesiano pode ser obtida usando os conhecimentos da geometria plana como também da geometria analítica.

Atividade 1: Instigar o aluno como calcular a área de um polígono no plano cartesiano. Para isso será feito no GeoGebra alguns polígonos e discutido com os alunos.

1º caso: Triângulo retângulo. A figura 32 ilustra essa atividade.

2º caso: Triângulo qualquer. A figura 33 ilustra essa atividade.

Neste caso, usa-se a ideia de complementação da figura. Cria-se um retângulo em torno do triângulo descrito, conforme a figura 34 e calcula-se a área desse retângulo, logo depois calcula-se a área dos triângulos retângulos formados.

A área do triângulo ABC é obtida pela diferença das áreas do retângulo $CFDE$ e da soma das áreas dos triângulos retângulos ADB , BEC e CFA .

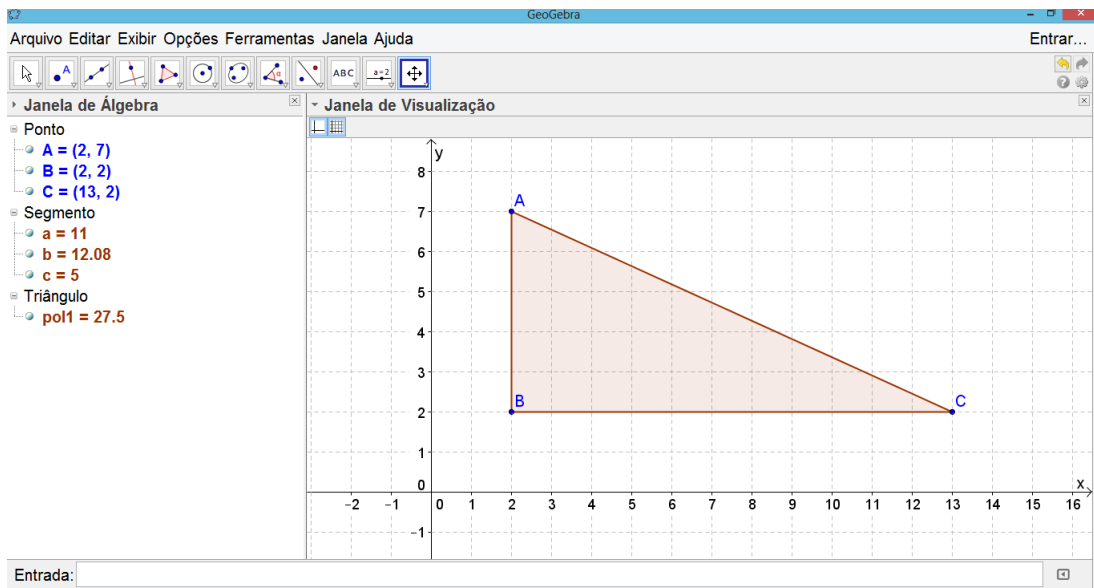


Figura 32: Triângulo retângulo - atividade 1 do 7º encontro.

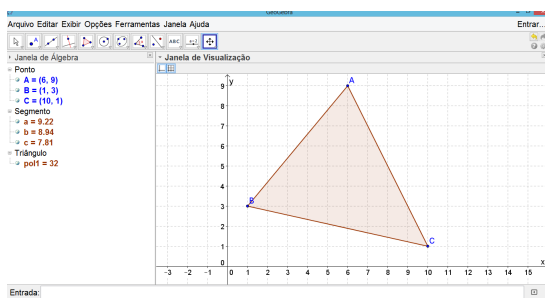


Figura 33: Triângulo qualquer - atividade 1 do 7º encontro.

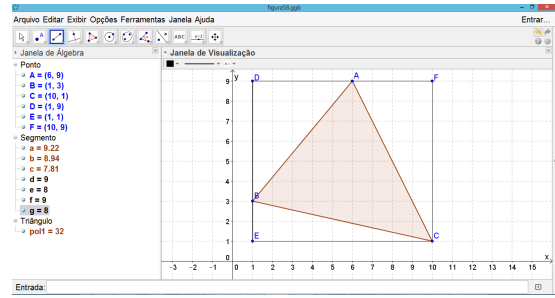


Figura 34: Complementação do triângulo qualquer - atividade 1 do 7º encontro.

Usando o *software* GeoGebra, a professora irá mostrar que a área do polígono aparece na janela de álgebra, como objeto dependente. E que eles podem fazer uso do GeoGebra para obterem a área dos polígonos como forma de verificação dos seus cálculos. Após esse momento a professora irá definir como calcular a área de um triângulo no plano cartesiano.

Objetivo da atividade 2: Perceber que os polígonos são formados por uma “soma” de triângulos e que esses triângulos podem ser obtidos de formas diferentes, sem alterar a área total do polígono.

Atividade 2: Cálculo da área de um polígono qualquer no plano cartesiano.

A professora irá instigar no aluno como fazer para obter a área de um polígono com mais de três lados. Para isso irá usar a figura 35. Se achar necessário, fazer outros polígonos.

Objetivo da atividade 3: Consolidar a aprendizagem dos conteúdos trabalhados através da resolução de exercícios.

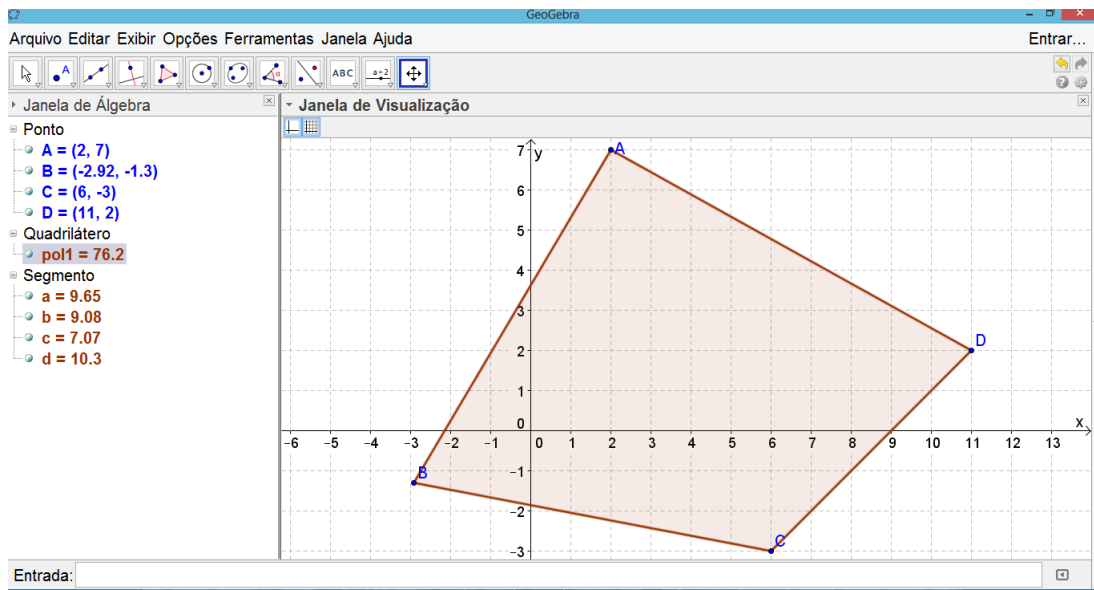
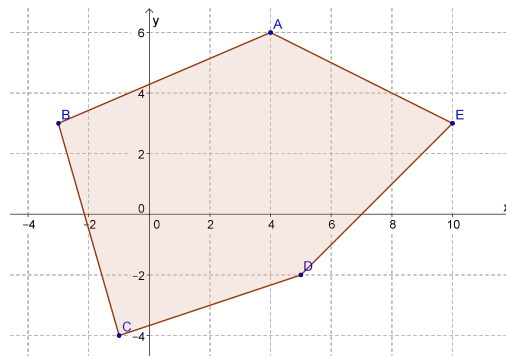


Figura 35: Polígono com mais de três lados - atividade 2 do 7º encontro.

Atividade 3: Exercícios para serem trabalhados em dupla ou individualmente, no caderno.

1. Determine a área do triângulo cujos vértices são os pontos $A = (4, -2)$, $B = (5, 1)$ e $C = (-2, -3)$.
2. Determine a área do quadrilátero $ABCD$, sabendo-se que seus vértices são os pontos $A = (2, 0)$, $B = (5, 2)$, $C = (1, 6)$ e $D = (0, 3)$.
3. Calcule a área do polígono abaixo.



4.2.8 OITAVO ENCONTRO: AULA DE REVISÃO

4.2.8.1 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

A fundamentação matemática desse encontro foi desenvolvida no decorrer dos encontros anteriores, já que trata-se de um encontro de revisão geral.

4.2.8.2 CONSIDERAÇÕES SOBRE O ENCONTRO

Esse encontro ocorrerá no laboratório de informática onde os alunos trabalharão em duplas, primeiramente resolvendo as questões no papel e depois refazendo-as no GeoGebra para verificar as respostas obtidas. A professora intervirá somente se o aluno não conseguir encontrar o resultado apresentado pelo GeoGebra; será um trabalho mais de observação e orientação, permitindo que os alunos explorem por conta própria os assuntos trabalhados.

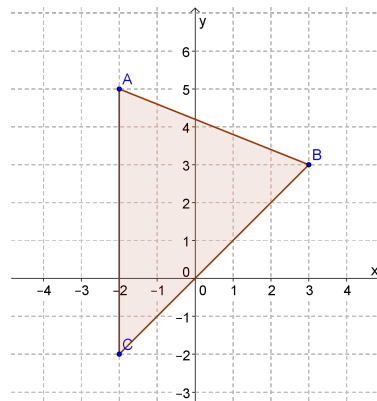
Objetivo da atividade 1: Rever e praticar os conceitos estudados durante as aulas de Geometria Analítica.

Atividade 1: Fazer os exercícios no caderno, usando papel quadriculado, se necessário.

1. Localize os pontos no plano cartesiano e calcule a distância entre eles(folha anexa).

- (a) $A = (-2, 6)$ e $B = (3, 1)$;
- (b) $C = (-4, -1)$ e $D = (-1, 5)$;
- (c) $E = (5, 3)$ e $F = (-3, 3)$.

2. Observe o polígono representado no plano cartesiano:

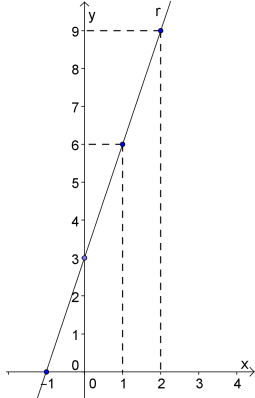


- (a) determine as coordenadas dos vértices do polígono ABC;
 - (b) calcule o perímetro desse polígono ABC.
3. Encontre as coordenadas do ponto médio do segmento determinado pelos pontos:
- (a) $A = (-6, 4)$ e $B = (5, -2)$;
 - (b) $G = (7, -3)$ e $H = (-2, 6)$.
4. Uma das extremidades de um segmento é o ponto $A = (-4, 3)$ e a outra $B = (x, y)$. Sendo $M = (3, -7)$ o ponto médio, determine as coordenadas da extremidade B .

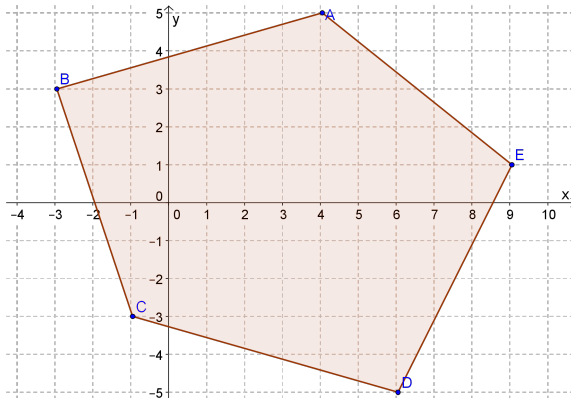
5. Verifique se os pontos estão alinhados:

- (a) $A = (1, -1)$, $B = (3, 3)$ e $C = (5, 7)$;
 (b) $A = (0, 1)$, $B = (2, -4)$ e $C = (-1, -2)$;
 (c) $A = (1, -3)$, $B = (0, -5)$ e $C = (4, 3)$.

6. Determine a equação geral e reduzida da reta representada no gráfico abaixo:



7. Calcule a área do polígono representado no gráfico abaixo.



Objetivo da atividade 2: Praticar o *software* GeoGebra, conhecendo-o melhor, além de verificar se os cálculos foram feitos de forma correta.

Atividade 2: Refazer os exercícios com o *software* GeoGebra.

4.2.9 NONO ENCONTRO: AULA PRÁTICA - GPS

4.2.9.1 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

A fundamentação matemática desse encontro foi desenvolvida no decorrer dos encontros anteriores, já que trata-se de uma aula prática que utiliza todos os conceitos estudados.

4.2.9.2 CONSIDERAÇÕES SOBRE O ENCONTRO

O encontro se dará parte no espaço externo da escola, onde será feita a coleta das coordenadas dos pontos que se vai estudar e parte no laboratório de informática, onde será trabalhado com os dados coletados, calculando a distância entre dois pontos e a área do espaço delimitado pelos pontos. Antes de ir ao espaço externo a professora irá comentar sobre o GPS e seu funcionamento, dando uma ideia das coordenadas UTM.

Objetivo da atividade 1: Aplicar os conceitos estudados em atividades práticas, fazendo uso de dados reais.

Atividade 1: Coleta de pontos no espaço externo da escola com o uso do GPS.

Sob a orientação da professora, os alunos irão para área externa da escola e com o instrumento GPS, coletam as coordenadas de 5 pontos aleatórios, em coordenadas UTM; tendo o cuidado para que estes pontos determinem um polígono convexo. Para cada ponto é atribuído uma letra A, B, C, D e E , associando a ele a localização respectiva. Após este momento cada aluno faz uma estimativa (dá um palpite) da distância entre dois pontos consecutivos e da área delimitada pelos pontos A, B, C, D e E . Anotam as coordenadas obtidas pelo GPS e os palpites. Depois, em sala, utilizando os conhecimentos de Geometria Analítica, irão calcular e verificar qual teve o melhor palpite. Para finalizar, retornarão ao espaço externo com uma fita métrica para medir a distância entre os pontos determinados e comparar com os resultados calculados.

Objetivo da atividade 2: Usar dados reais para aplicar os conhecimentos matemáticos vistos em sala de aula utilizando o *software* GeoGebra.

Atividade 2: No laboratório com o uso do *software* GeoGebra.

A professora anota no quadro os dados reais e a partir daí reduz-se as coordenadas desses pontos para facilitar os cálculos. As coordenadas obtidas pelo GPS são georeferenciadas no sistema UTM (Universal Transversa de Mercator), expressas em metros, que geralmente são dadas em valores muito altos, dependendo da posição geográfica em que se está adotando. Para facilitar os cálculos e melhorar a representação no plano cartesiano, faz-se uma translação nos eixos. Subtrai-se de todas as abscissas o menor valor de x encontrado, fazendo o mesmo para as ordenadas. Dessa forma, a menor abscissa e a menor ordenada passam a ser zero, obtendo pontos sobre os eixos cartesianos e os demais tem coordenadas com valores menores. Considerando as novas coordenadas para esses pontos e sob a orientação da professora, os alunos irão utilizar os conteúdos trabalhados durante as aulas de Geometria Analítica e com o auxílio do *software* GeoGebra:

1. Localizar os pontos coletados, com as novas coordenadas, no plano cartesiano;
2. Obter a distância entre os pontos consecutivos;
3. Obter a área do polígono ABCDE cujo os vértices são 5 pontos localizados no espaço externo.

Objetivo da atividade 3: Observar que a Matemática se faz presente em atividades do cotidiano e que os números calculados condizem com os valores reais.

Atividade 3: Retornar ao espaço externo com uma fita métrica.

Com uma fita métrica, os alunos irão retornar ao espaço externo para que, através de medições comprovem os valores obtidos anteriormente com o uso do *software* GeoGebra.

4.2.10 DÉCIMO ENCONTRO: AVALIAÇÃO FINAL E APLICAÇÃO DO QUESTIONÁRIO

4.2.10.1 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

A fundamentação matemática desse encontro foi desenvolvida no decorrer dos encontros anteriores, já que se trata de um encontro para avaliação.

4.2.10.2 CONSIDERAÇÕES SOBRE O ENCONTRO

Num primeiro momento será aplicada a avaliação que consiste de oito questões, as quais serão trabalhadas somente em sala de aula, focando a resolução manual dos conteúdos estudados. A primeira questão é de localização de pontos no plano cartesiano, a segunda e terceira questões, são para calcular a distância entre dois pontos, com e sem a representação cartesiana; a quarta questão é para calcular o ponto médio, conhecendo os extremos já a quinta questão pede que se encontre uma das extremidades de um segmento, conhecendo o ponto médio desse segmento e um extremo. A sexta questão é sobre a condição de alinhamento de três pontos; seguindo o uso de determinantes, a sétima questão pede a equação geral da reta conhecendo dois pontos e para concluir, a oitava questão é para calcular a área de um polígono, no caso, quadrilátero, descrito no plano cartesiano.

Nesta última avaliação não será resolvido nenhuma questão no GeoGebra, por já termos trabalhado durante os outros encontros as ferramentas do *software* GeoGebra, para compreensão dos assuntos estudados, visualização e representação dos dados, como também, usado como ferramenta para verificar a veracidade dos cálculos realizados. Esse momento será para

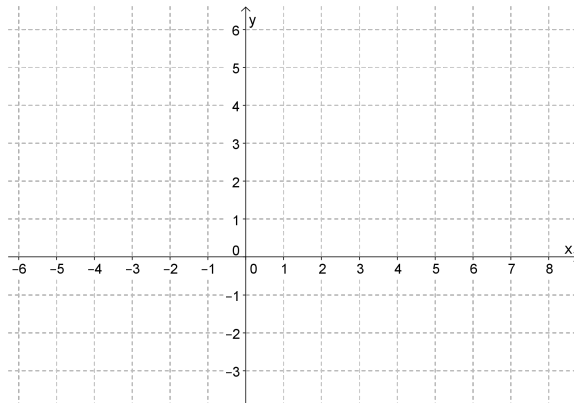
avaliar os conteúdos estudados em Geometria Analítica com a resolução dos cálculos, somente no papel.

Num segundo momento, será entregue o questionário com cinco questões, quatro fechadas e uma aberta, para que os alunos respondam sobre o que acharam das aulas de Geometria Analítica com o uso das tecnologias: *software* GeoGebra e GPS.

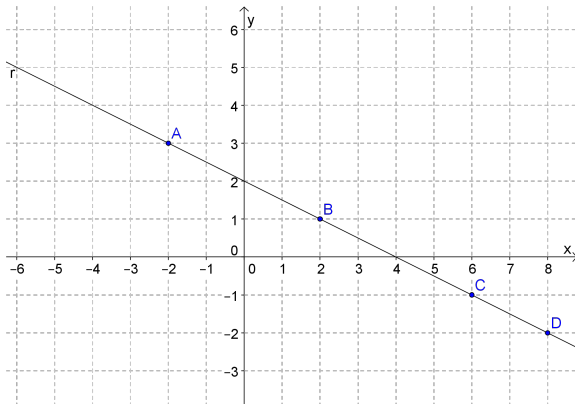
Objetivo da atividade 1: Diagnosticar como os alunos compreenderam os conteúdos abordados em Geometria Analítica.

Atividade 1: Avaliação diagnóstica.

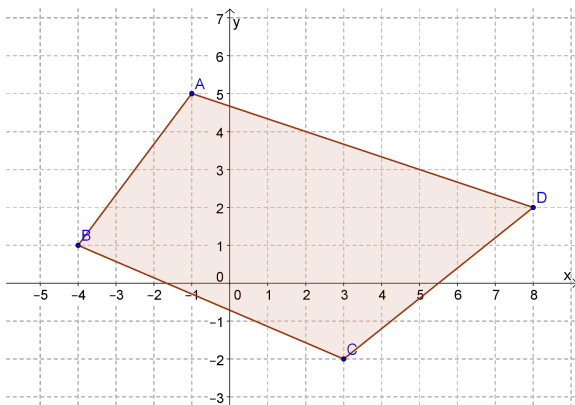
1. Localize os pontos $A = (-2, 1)$, $B = (3, 5)$, $C = (4, -2)$ e $D = (-1, -3)$ no plano cartesiano.



2. Considerando os pontos no item (1), calcule a distância entre A e B .
3. Calcule a distância entre os pontos:
 - (a) $A = (2, 7)$ e $B = (6, 4)$;
 - (b) $C = (-3, 5)$ e $D = (7, 5)$.
4. Determine o ponto médio do segmento determinado pelos pontos $P = (6, 1)$ e $Q = (2, -5)$.
5. Uma das extremidades de um segmento AB é o ponto $A = (7, 1)$. Sendo $M = (6, -1)$ o ponto médio desse segmento, determine as coordenadas do ponto B que corresponde a outra extremidade do segmento.
6. Verifique se os pontos $A = (2, 1)$, $B = (5, 7)$ e $C = (-3, -9)$ estão alinhados.
7. Determine a equação reduzida da reta representada no gráfico abaixo.



8. Calcule a área do quadrilátero representado no gráfico abaixo.



Objetivo da atividade 2: Avaliar a sequência de ensino proposta com a inserção dos recursos tecnológicos na percepção dos alunos.

Atividade 2: Questionário.

1. Idade:
2. O que achou das aulas de Matemática com o uso de ferramentas tecnológicas para o ensino?
 - ótimas muito boas boas regulares
3. O fato de usar o *software* GeoGebra, ajudou você na aprendizagem dos conteúdos abordados?
 - muito pouco quase nada nada
4. Você já conhecia algum desses instrumentos tecnológicos?
 - GPS GeoGebra Matlab Outro

Qual deles já havia trabalhado?

5. O fato de ter trabalhado com dados reais, no caso, pontos do espaço externo escolar, permitiu a você uma clareza maior dos conteúdos estudados em sala de aula?
- muito pouco quase nada nada
6. O que mais te ajudou a apreender os conteúdos trabalhados durante as aulas de Geometria Analítica?

5 RESULTADOS E DISCUSSÕES

A sequência de ensino foi realizada em onze encontros, um a mais do programado. Tivemos uma boa frequência e participação da maioria dos alunos da turma do Curso de Eletromecânica do IFSC, Câmpus Chapecó, do segundo semestre de 2013. A turma começou com quatorze alunos matriculados, porém, no decorrer das aulas houve a desistência de um aluno, concluindo a disciplina, os treze alunos restantes. Iniciamos a pesquisa em outubro e concluímos em dezembro de 2013.

A proposta era para ser feita em dez encontros de 1h 40 min, um em cada semana. Porém, por motivo de algumas trocas de horários, ocorreram algumas alterações no cronograma. O primeiro e o segundo encontros ocorreram numa mesma noite e o nono encontro foi trabalhado durante a noite toda, o que correspondeu a uma aula a mais, totalizando onze encontros no total. Além disso, por ser aplicada a uma turma de PROEJA, cujo perfil de alunos apresentam maior dificuldade no desenvolvimento das atividades propostas e não costumam fazer tarefas em casa, a proposta se desenvolveu em ritmo lento e não necessariamente na ordem pré-determinada, conforme a proposta inicial.

5.1 SOBRE OS ENCONTROS REALIZADOS

1º encontro: Parte da proposta para o 1º encontro.

A aula começou com as explicações sobre o projeto que seria desenvolvido durante as aulas de Geometria Analítica. Foram tomadas as assinaturas nos documentos para a autorização do uso da imagem para a pesquisa e do termo de consentimento livre e esclarecido. Devido ao número reduzido de alunos no início da aula, não foi feita a atividade da batalha naval.

Foram apresentados os objetivos e os assuntos a serem estudados dentro da Geometria Analítica, relacionando com o estudo de funções, assunto já estudado no segundo semestre do curso. Para tornar a aula mais dinâmica, a professora colocou o plano cartesiano concreto na frente da sala, próximo ao quadro, conforme é possível ver na figura 36 e solicitou que os

alunos, um a um fossem marcar no plano os pontos pré-estabelecidos. Apenas um dos alunos se sentiu intimidado em ir para o quadro, mas depois de ver os demais, tomou coragem e também participou. A maioria acertou a localização dos pontos, somente dois alunos inverteram a ordem das coordenadas e localizaram os pontos de forma errada, erro que foi corrigido pelos próprios colegas.

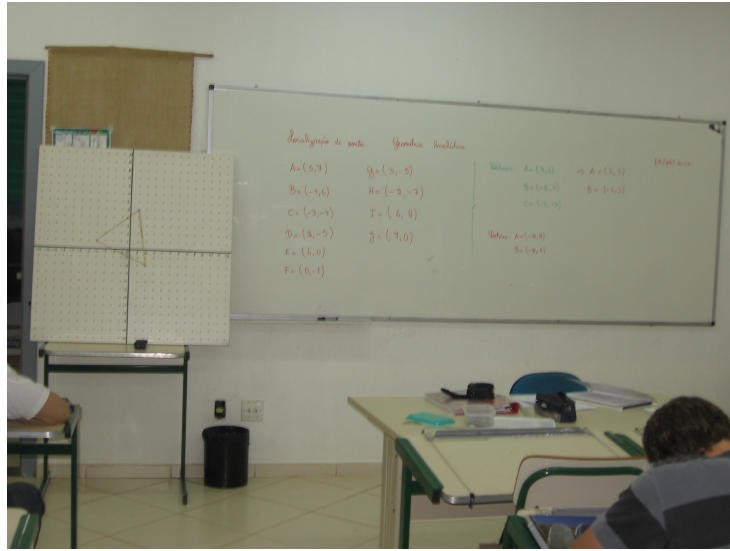


Figura 36: Sala de aula durante a realização da atividade proposta aos alunos com o uso do plano cartesiano concreto.

A partir desse momento o trabalho foi individualizado, cada aluno trabalhou no seu material, usando papel quadriculado para fazer as atividades propostas. Por conta do tempo, muitos não conseguiram concluir as atividades propostas na sala de aula, então foi solicitado que finalizassem em casa, pois no segundo horário as atividades iriam ocorrer no laboratório de informática.

Comentários: Não foi possível desenvolver a atividade da batalha naval, como também todas as atividades propostas para o encontro.

Os atrasos na entrada da aula ocorrem com frequência no curso, o que prejudica o bom andamento das atividades. Isso ocorre devido ao perfil do público que se trabalha. Muitos saem do trabalho e vão direto para a sala de aula. Esses atrasos dificultam a sequência das atividades, uma vez que o grande grupo não se faz presente na hora das explicações e é preciso retomar várias vezes para que tenhamos a compreensão dos conteúdos por todos.

Os alunos se sentiram parte de um processo de ensino diferenciado por fazerem parte de uma pesquisa, até fizeram uma brincadeira dizendo: “vamos cobrar cachê”. Gostaram das atividades e ficaram empolgados por participar desse projeto.

2º encontro: Parte da proposta para o 2º encontro na mesma noite do 1º encontro.

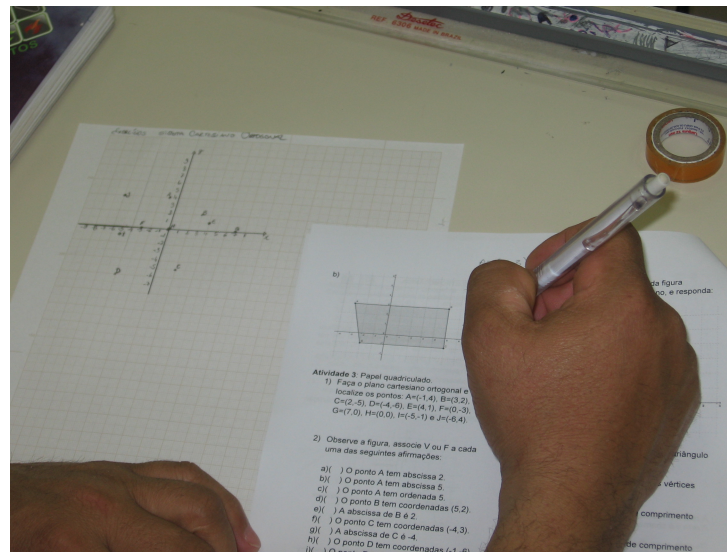


Figura 37: Aluno desenvolvendo as atividades propostas do 1º encontro.

Após o intervalo, a professora aguardou a chegada dos alunos ao laboratório. Era a primeira vez que iam ao laboratório de informática com a professora de Matemática. A professora perguntou a turma se conheciam algum *software* educativo matemático e a resposta foi unânime, não. Então a professora comentou e apresentou o *software* GeoGebra. Disse que ele poderia ser facilmente baixado nos computadores, citando algumas das vantagens em usá-lo para o ensino da Geometria Analítica e mostrando os caminhos para abri-lo nas máquinas, uma vez que já estavam baixados. Nesse momento foi preciso dar um atendimento individualizado, algumas máquinas apresentavam problemas, além de termos alguns alunos com pouca familiaridade com o computador. Quando todos estavam com a tela do GeoGebra aberta, foram orientados a conhecer algumas ferramentas para configurar a tela e trabalhar nas aulas. Foi solicitado que localizassem dois pontos no plano cartesiano e que determinassem o comprimento do segmento que une esses dois pontos. Após visualizar a localização dos pontos o professor questionou se era possível determinar o comprimento do segmento que os unia. Após as sugestões (palpites) dos alunos, foi usada a ferramenta segmento definido por dois pontos e obtido o valor questionado, comparando com o valor fornecido pelos alunos. Foram feitos vários exemplos, inicialmente com segmentos paralelos aos eixos coordenados e depois com segmentos não paralelos aos eixos coordenados. Quando o segmento não era paralelo aos eixos coordenados, recordou-se o Teorema de Pitágoras e aplicando-o, foi calculado o comprimento do segmento.

Nesse momento buscou-se salientar com ênfase que a medida de um dos catetos correspondia ao módulo da diferença das abscissas e do outro cateto o módulo da diferença das ordenadas dos pontos extremos do segmento. A professora buscou no GeoGebra a ferramenta

necessária para obter o resultado, após mostrou na lousa, usando a fórmula e comparando a solução com a apresentada pelo GeoGebra. Foi realizado outro exemplo, projetando a imagem no GeoGebra e depois calculando a distância do segmento no quadro e comparando os resultados. Além disso, foi mostrado que a fórmula era válida para os dois casos, segmentos paralelos e não paralelos aos eixos coordenados. A aula terminou sem completar todas atividades propostas para esse segundo encontro. Então a professora sugeriu que baixassem o GeoGebra em seus computadores para irem praticando e conhecendo melhor as ferramentas do *software*.



Figura 38: Laboratório de informática utilizado para as aulas de Matemática usando o *software* GeoGebra.

Comentários: Há três laboratórios na instituição, porém, o *software* GeoGebra está instalado somente em um deles. Nesse laboratório há 32 máquinas, há pouco espaço entre elas, dificultando o trabalho nos cadernos.

Houve mais dispersão dos alunos, saindo muitas vezes da página do GeoGebra e entrando em outras, principalmente os que são mais familiarizados com o máquina, não focando a atenção nas explicações da professora.

É difícil conduzir a aula num ambiente fora da sala de aula, concorrendo com atrativos que fogem do nosso alcance.

3º encontro: Parte da proposta para o 1º e 2º encontros.

Apesar de ter o laboratório reservado, a professora optou em ficar na sala de aula para poder acompanhar mais de perto o aprendizado dos alunos e manter o controle. Levou o kit

multimídia para a sala para projetar o GeoGebra na tela, o que não foi possível. A aula começou com a realização das atividades que haviam ficado do segundo encontro. Nenhum aluno havia tentado resolver os exercícios, mesmo os que restaram do primeiro encontro.

A aula se deu trabalhando os exercícios pendentes do primeiro e segundo encontros. Os alunos sentaram em duplas e resolveram os problemas que estavam pendentes. Interessante ressaltar, que os exercícios sobre distância entre dois pontos eram resolvidos em duas etapas e na seguinte ordem: primeiro, resolviam usando a fórmula (1) e em segundo, para visualizar e comprovar o resultado, faziam o desenho no plano cartesiano, sem muita precisão no traçado, somente para comprovação e compreensão dos resultados. Após ter dado um tempo para que a maioria dos alunos concluísse as atividades, a professora fez a correção dos exercícios no quadro. A aula se deu em ritmo lento, mas pautada nos objetivos da aprendizagem. A professora observou individualmente o trabalho de cada aluno. Todos trabalharam muito bem e desenvolveram as atividades sem muitas dificuldades. A aula terminou sem que pudéssemos jogar a batalha naval, novamente.

Comentários: Dificilmente os alunos realizam atividades em casa, já é um perfil observado no público do PROEJA, o que faz com que a aula “renda” menos do que se programa, mesmo assim, a professora saiu da sala satisfeita com os resultados, mesmo que não tenha seguido o roteiro proposto, o primeiro e segundo encontros se deram em três aulas.

Importante observar que a postura da professora de não ir ao laboratório, mesmo sendo o contrário do que se esperava, já que na proposta de sequência de atividades estava prevista a ida, é o grande desafio a ser vencido. Tanto pela professora pesquisadora, quanto pela grande maioria dos professores, ao se depararem com novas possibilidades de ensino que envolvam a mudança de paradigmas, como o uso de ferramentas tecnológicas e a mudança do tradicional ambiente da sala de aula para o de um laboratório. Administrar e conduzir uma aula nesse contexto passa a ser uma tarefa desafiadora e que requer perspectivas diferentes por parte do professor. (BATISTA, 2004), afirma que “ para o uso consciente das TIC é preciso reconhecer que as mesmas não são isentas de problemas”. Dentre estes problemas, identificamos em nossa pesquisa por exemplo a distração e a desatenção dos alunos, ao trabalharem com o *software* GeoGebra no laboratório de informática no segundo encontro. Tal comportamento por parte dos alunos deixou a professora insegura, fazendo com que optasse em trabalhar na sala de aula. Este é justamente um dos obstáculos a serem ultrapassados pelos professores para a inserção de novas tecnologias no ensino da Matemática.

Ressalto que foi a primeira turma no PROEJA, das que trabalhei em que os alunos resolveram os exercícios usando, primeiramente, a fórmula (1) e só depois fazendo o desenho no

plano cartesiano, apenas como uma forma de compreensão do resultado. Nas turmas anteriores o desenho era feito em primeiro lugar, traçavam um triângulo retângulo, calculavam a distância entre os dois pontos usando o Teorema de Pitágoras. Os catetos eram obtidos pela contagem dos quadradinhos, não pelo módulo da diferença entre as ordenadas e das abscissas dos pontos em questão.

4º encontro: Proposta para o 3º encontro.

Neste encontro foi utilizado o kit multimídia na sala de aula. Para recordarem o *software* GeoGebra, a professora começou refazendo os exercícios sobre distância entre dois pontos da aula anterior. Os pontos eram localizados no plano cartesiano do GeoGebra e usando a ferramenta “segmento definido por dois pontos” era determinado o comprimento do segmento que une esses dois pontos. Após observado o valor correspondente mostrado na janela de álgebra, os alunos conferiam com os calculados nos seus cadernos. Como alguns alunos haviam faltado a aula anterior, houve vários questionamentos, então alguns exercícios foram refeitos no quadro, usando a fórmula da distância entre dois pontos. A professora, novamente, chamou a atenção sobre o fato de que a medida dos catetos do triângulo retângulo correspondia ao módulo da diferença entre as abscissas e as ordenadas dos pontos extremos desse segmento.

A correção dos exercícios encerrou no terceiro exercício, que apresentou um grau de dificuldade maior dos demais, pois os alunos não o fizeram. A professora precisou descrever os passos a serem seguidos para a sua resolução. Por conta do tempo, aproveitou-se o traçado do triângulo no GeoGebra e explicou o significado do ponto médio de um segmento. Para facilitar o resultado e a visualização, foi perguntado aos alunos as coordenadas do ponto médio dos catetos do triângulo retângulo projetado.

Para dar a ideia de como obter esse resultado, a professora propôs que se fizesse a projeção desses lados sobre os eixos, onde para isso, bastava que se fizesse uma movimentação do cateto vertical para o eixo Y e do cateto horizontal para o eixo X . Dessa forma, seria mais visível a obtenção das coordenadas dos pontos médios dos segmentos referente aos catetos desse triângulo. Foram propostos outros segmentos e questionado sobre o ponto médio desses segmentos.

As respostas dadas pelos alunos não foram muito imediatas, mas percebeu-se que haviam compreendido a ideia de ponto médio de um segmento, como também a forma de se calcular esse resultado. Por não estarem no laboratório, as atividades foram realizadas somente no caderno. Depois da realização dos exercícios com aplicação direta da fórmula do ponto médio com a supervisão da professora, foi explicado o segundo exemplo. Inicialmente a professora mostrou a ideia do que se queria no GeoGebra, buscando obter a resposta usando a visualização

no plano cartesiano. Após terem chegado a um possível resultado, foram feitos os cálculos para comprovar. Usando as fórmulas já conhecidas e fazendo o caminho de volta, obteve-se a comprovação. O tempo da aula terminou e as atividades restantes foram solicitadas para serem feitas em casa.

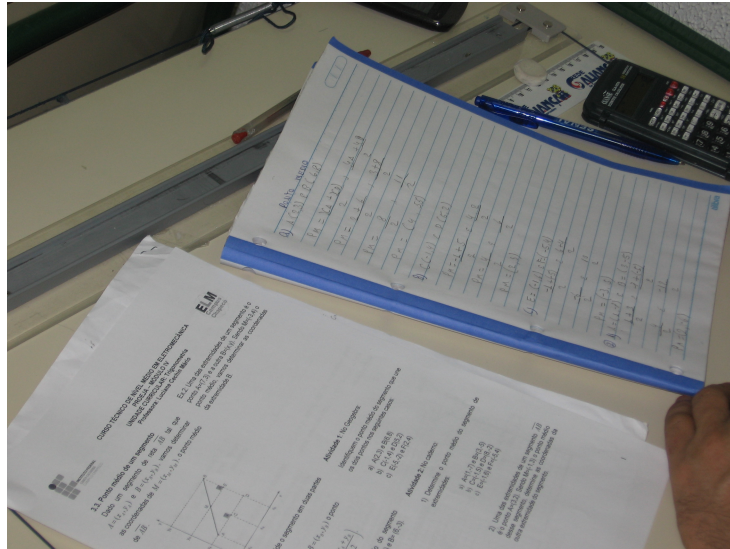


Figura 39: Aluno resolvendo, no caderno, as atividades referente ao tópico ponto médio de um segmento.

Comentários: É muito comum, nas turmas de PROEJA, as atividades serem realizadas num tempo maior das turmas ditas regulares, pois o público trabalha num ritmo mais lento. Procura-se respeitar os ritmos individuais, priorizando o aprendizado. Em (BRASIL, 2007) é citado o perfil desse público, que deve ser respeitado e trabalhado pensando em formas de permitir um aprendizado significativo.

5º encontro: Proposta do 4º encontro.

Por questão de espaço, dinâmica e facilidade de locomoção da professora até as carteiras dos alunos, a aula começou no ambiente da sala de aula. A proposta era realizar inicialmente a primeira parte da avaliação em sala, depois ir ao laboratório fazer a segunda parte.

A aula iniciou com a correção dos dois exercícios que haviam ficado da aula anterior, poucos alunos haviam resolvido em casa, o que demandou um período de tempo maior do que o esperado. Após esse momento, a avaliação foi entregue aos alunos. Foi dito aos alunos que poderiam fazer uso do seu material, caso precisassem fazer alguma consulta. A grande maioria resolveu os exercícios observando o seu material e ainda assim, alguns chamaram a professora para alguns esclarecimentos. A resolução dos exercícios ocorreu em ritmo muito lento, o que contribuiu para a não conclusão total da avaliação proposta. Somente a primeira parte da avaliação foi feita nesse encontro e teve cinco alunos que não conseguiram concluir

nem mesmo a primeira etapa. A professora recolheu as avaliações, dizendo que iriam concluir no próximo encontro.

Comentários: Nas turmas de PROEJA, geralmente é realizada uma breve revisão antes de se dar uma avaliação, tirando algumas dúvidas que ainda tenham ficado dos conteúdos trabalhados. Muitos dos alunos chegam na sala sem ter olhado no material desde o último encontro, então esse momento faz muita diferença na hora de realizar a avaliação. Pensando ainda nesse público, muitas vezes é permitido o uso do material para a realização dessas avaliações.

A professora optou em seguir o ritmo dos alunos, adaptando a proposta à realidade da turma mesmo estando com um encontro em atraso e o calendário limitado de aulas, pois era final de semestre.

6º encontro: Proposta do 5º encontro.

Devido ao mau tempo, o acesso ao laboratório ficou inviável. A professora alterou a ordem das atividades, deixou que a avaliação fosse concluída no próximo encontro e trabalhou em sala de aula, com o uso do kit multimídia, a condição de alinhamento entre dois pontos. Antes de falar sobre o assunto de Geometria Analítica foi feita uma breve revisão do cálculo de determinantes associado a uma matriz de ordem 2 e 3, usando a regra de Sarrus, colocando que esse conhecimento seria usado no assunto seguinte de Geometria Analítica. Retomando uma situação de ponto médio de um segmento, onde os três pontos ficam alinhados, foi proposto que calculassem o determinante formado pelas coordenadas desses pontos, atribuindo 1 para a terceira coluna. Foram realizadas outras situações, onde os pontos ficavam alinhados. Como os resultados sempre davam zero, foi questionado se isso sempre iria acontecer. Então foram colocadas situações em que os pontos não estavam alinhados para calcular o determinante. Os resultados foram diferentes de zero. Através da análise dos resultados a professora mencionou que para os pontos estarem alinhados o determinante formado pelas coordenadas dos pontos deveria ser zero.

Na resolução dos exercícios, os alunos optaram por resolver o determinante ao invés de desenhar os pontos no plano cartesiano. A aula seguiu com os alunos calculando o determinante formado pela matriz das coordenadas dos pontos e a professora conferia o resultado localizando os pontos no GeoGebra. Quando os pontos não estavam alinhados e haviam contradições no resultado do determinante, a professora calculava o determinante desses pontos, sanando as dúvidas de cálculo ocorridas, o que era muito comum.

A professora disse que é possível concluir se três pontos estão alinhados, observando a representação deles no plano cartesiano, porém, os cálculos eram mais indicados e proporci-

onam rigor matemático na sua justificativa. Mas que num momento de esquecimento, o importante era realizar a atividade, mesmo que não fosse de uma maneira mais formal.

Comentários: Considera-se qualquer esforço que se faça, por menor que ele seja; dessa forma, mostrar que existem caminhos simples de se chegar a uma conclusão, mesmo que este não seja o caminho ideal do ponto de vista do rigor matemático, mas que dá a ideia do que se quer, pode ser mais significativo do que descrever grandes fórmulas, que em muitas vezes, não dizem muito para a realidade deles.

7º encontro: Proposta do 6º encontro e conclusão da segunda parte da avaliação referente a proposta do 4º encontro.

A professora esperou os alunos no laboratório. Deu início a aula relembrando os conteúdos estudados usando o GeoGebra, dessa forma os alunos teriam contato com o *software*, revendo as ferramentas usadas nas aulas anteriores. Depois desse momento, foi entregue a segunda parte da avaliação; os cinco alunos que não haviam terminado a primeira etapa tiveram a oportunidade de concluí-la. Quando os alunos terminaram, a professora chamou a atenção para o novo assunto que seria abordado, lembrando da condição de alinhamento entre três pontos, cujo determinante deveria zerar. Para isso, fez no GeoGebra uma reta qualquer. Levando em consideração que para uma reta ser determinada bastam dois pontos, adotou-se para o terceiro ponto as coordenadas (x, y) e calcularam o determinante, usando a condição de alinhamento. Após obter a equação geral da reta, foi mostrado que era igual ou equivalente a apresentada na janela de álgebra do GeoGebra. Além disso, foi trabalhado com os termos da equação geral, para chegar a sua forma reduzida, salientando as vantagens em escrevê-la dessa forma, estabelecendo relações com o estudo da função afim vista no segundo semestre do curso. Foi possível fazer dois exemplos e o tempo da aula terminou.

Os alunos acharam muita informação para uma só aula. A professora comentou que não era tanto quanto parecia, no momento que iriam resolver os exercícios iriam perceber que não era demais. Foi solicitado que fizessem os exercícios que estavam na folha em casa e que na próxima aula iríamos tirar as dúvidas.

A professora não ficou muito satisfeita com o desenvolvimento da aula, pois teve que explicar de forma mais rápida o conteúdo, o qual não ficou claro para os alunos.

Comentários: É comum a professora apresentar o conteúdo fazendo relações com outros conteúdos já estudados, pensando em facilitar o aprendizado e mostrar que os conteúdos matemáticos não se dão de forma isolada. Existem formas diferentes de abordar e aplicar um mesmo ente matemático, mas muitas vezes essa nossa intensão se torna, o que eles dizem



Figura 40: Aluno, no laboratório de informática, realizando a segunda parte da avaliação parcial.

“confusão na cabeça”.

Os alunos reclamam quando trabalhamos várias informações numa mesma aula, pedem sempre que tenhamos calma e paciência, dizem: “calma professora, senão não consigo acompanhar.”

8º encontro: Trabalhamos parte do 6º e 7º encontros e foi entregue os exercícios propostos para o 8º encontro.

A aula se deu na sala. A professora entregou as avaliações e fez alguns comentários sobre as questões, além de citar os nomes dos alunos que haviam enviado a segunda parte da avaliação e que por algum motivo não chegou a seu e-mail, foi solicitado que refizessem e que enviassem assim que tivessem a oportunidade. Os conceitos foram bons, na grande maioria, não sendo necessário corrigir as questões em sala. A professora retomou o assunto da equação da reta, fazendo um exemplo qualquer que fosse revisto todos os passos apresentados na aula anterior. Aos poucos os alunos foram se acalmando e percebendo que não era tão difícil quanto parecia. Acharam fantástico, a rapidez dessa informação obtida pelo GeoGebra, pois eles levavam um bom tempo para calcular e ainda assim, alguns erros aconteciam. Foi dado um tempo para que eles realizassem as atividades propostas. Eles calculavam no caderno e após um tempo, a professora fazia no GeoGebra para compararem os resultados. Muitas vezes os alunos achavam que tinham errado, pois no GeoGebra a equação é apresentada com as variáveis no primeiro membro e o termo independente no segundo membro, forma essa, que os alunos não

estão acostumados a trabalhar. A professora precisou mostrar que as equações são equivalentes, após alguns ajustes na equação apresentada ou calculada. Mesmo que não houvessem feito todas as atividades, mas percebendo que haviam compreendido o assunto, a professora propôs que finalizassem as atividades em casa e que por conta do tempo dariam sequência a um novo assunto.

A professora trabalhou o cálculo da área de um triângulo no plano cartesiano usando os conhecimentos de geometria plana, conforme a proposta da sequência de ensino. Após, usou as coordenadas dos pontos correspondentes aos vértices do triângulo e calculou o determinante associado a matriz desses pontos, considerou o módulo desse valor e na sequência calculou a metade dele. Comparou com o resultado obtido anteriormente e constataram que os valores eram iguais. Os alunos acharam muito interessante essa forma de se obter a área e puderam perceber que alguns conteúdos matemáticos tem mais aplicação do que imaginavam, foi o caso dos determinantes. Foi questionado como calcular a área de um quadrilátero. A professora foi conduzindo para as divisões, então surgiram propostas de divisões diferentes, o que foi interessante. Através dos cálculos puderam comprovar que indiferente da forma onde delimitavam os triângulos, desde que não houvesse sobreposição, a área do polígono se mantinha. O raciocínio foi estendido para os demais polígonos, pentágonos, hexágonos e assim por diante. Foi proposto que se formassem duplas para resolver os exercícios propostos. Houveram contradições nos resultados calculados entre as duplas. Sob a orientação da professora essas contradições em relação aos resultados das áreas foram recalculadas e apresentadas ao grande grupo. Além de calcular a área dos polígonos que os alunos não encontravam um único valor, a professora também resolvia no GeoGebra para que os alunos visualizassem o polígono no plano cartesiano, além de confirmar o resultado calculado no quadro.

Por uma questão de tempo, foi entregue a lista de revisão, proposta para o oitavo encontro, assim eles poderiam ir fazendo em casa e as dúvidas irem tirando durante as aulas ou em outros momentos fora de sala, podendo usar o tempo de atendimento, que corresponde a duas horas semanais. O que foi uma atitude elogiada e muito bem vista por parte dos alunos.

Comentários: Apesar de sabermos que muitos dos alunos não fazem atividades em casa, acreditamos ser importante oferecer e oportunizar para aqueles que conseguem dedicar um tempo para os estudos. Esse pequeno tempo faz muita diferença no aprendizado.

9º encontro: Realizado o 8º e 9º encontros em uma noite, o que corresponde a quatro aulas.

A aula se deu no laboratório, o que favoreceu a realização das atividades propostas já que estávamos com um encontro atrasado. Nas primeiras aulas, a professora deixou os alunos

em suas máquinas onde inicialmente resolviam as atividades no caderno e verificavam os resultados usando o GeoGebra. Foi um trabalho de orientação, onde cada aluno andava no seu ritmo e a professora apenas assessorava nas dúvidas. Do grupo todo, apenas um aluno havia feito as atividades em casa, então este apenas refez elas no GeoGebra e deu suporte aos colegas que estavam com dificuldades. Foi uma aula muito boa, os alunos estavam empolgados e empenhados na resolução das atividades. A grande maioria conseguiu realizar as atividades.



Figura 41: Aluna, no laboratório de informática, desenvolvendo as atividades no caderno e após verificando o resultado com o uso do GeoGebra.

No segundo momento, foi realizada a aula prática. A professora, mais o grupo de alunos foram para o espaço externo escolar coletar as coordenadas de cinco pontos. Foi deixado livre a localização deles. A professora conduzia o GPS e dois alunos faziam as anotações. Todos davam suas opiniões quanto a distância e área do polígono delimitado. Retornamos a sala de aula e colocamos os pontos no quadro.

Observou-se que havia algo de errado, pois os pontos não estavam posicionados conforme observado no espaço externo escolar. Isso é comum ocorrer, pois segundo (GARRAS-TAZU et al., 2011) alguns fatores podem contribuir para ocorrer esse erro.

A professora retornou ao espaço externo com os alunos e foi refeita a marcação, ficando um tempo maior em cada ponto para que o GPS captasse mais satélites, obtendo a informação mais precisa. Retornando para a sala de aula com os novos referenciais, as coordenadas foram recalculadas.

Para dar uma clareza melhor do trabalho realizado, citaremos os passos em detalhes.

As coordenadas dos pontos coletados foram:

$$A = (0341589, 6997374)$$

$$B = (0341597, 6997363)$$

$$C = (0341582, 6997356)$$

$$D = (0341567, 6997361)$$

$$E = (0341579, 6997377)$$

Como as coordenadas dos pontos correspondentes estão no sistema UTM e conforme (GARRASTAZU et al., 2011) esses valores podem ser elevados dependendo da posição geográfica, podendo chegar a valores próximos de $10000000m$ o que dificultaria a localização no plano cartesiano e a realização dos cálculos. Conforme dados coletados no espaço externo, os valores das coordenadas localizadas em Chapecó, no estado de Santa Catarina foram elevados e a proposta era determinar a distância entre os pontos e a área do polígono delimitada por eles, dessa forma, foi desconsiderada a localização geográfica reduzindo os pontos ao menor eixo, através da subtração de cada abscissa e de cada ordenada pelo menor valor correspondente localizado e atribuindo a esse o valor de zero. Dos pontos coletados, o de menor abscissa foi o ponto D e o de menor ordenada foi o ponto C. Fazendo a redução das coordenadas dos pontos, temos:

$$A = (22, 18)$$

$$B = (30, 7)$$

$$C = (15, 0)$$

$$D = (0, 5)$$

$$E = (12, 21)$$

Os pontos foram lançados no GeoGebra, onde os alunos puderam observar a sua localização no plano cartesiano. Após, a professora usou a ferramenta do GeoGebra, segmento definido por dois pontos para obter a distância entre os pontos.

A professora chamou a atenção para os resultados apresentados na janela de álgebra, onde apresentavam os valores de nosso interesse. As distâncias:

$$\text{Ponto } B \text{ e } C - 16,55m$$

$$\text{Ponto } C \text{ e } D - 15,81m$$

$$\text{Ponto } D \text{ e } E - 20m$$

$$\text{Ponto } E \text{ e } A - 10,44m$$

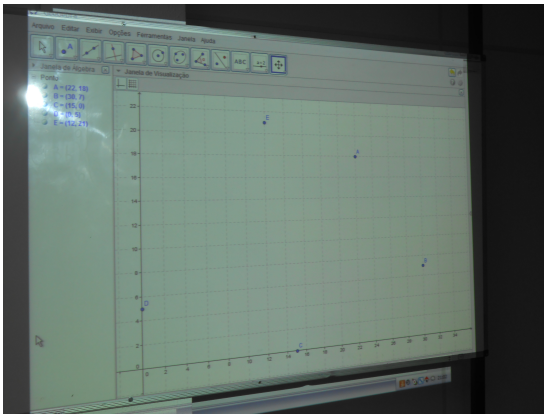


Figura 42: Localização dos pontos coletados no espaço externo escolar.

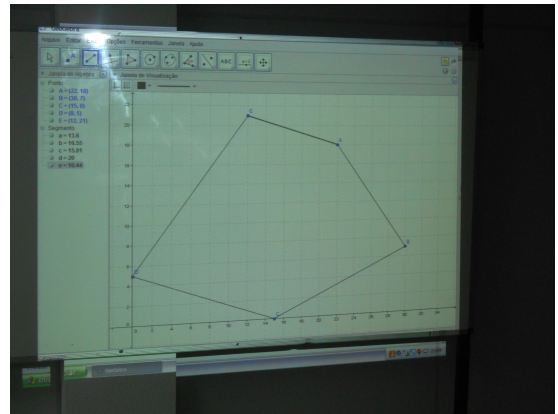


Figura 43: Polígono formado pela união dos pontos coletados no espaço externo escolar.

Na sequência foi usado a ferramenta do GeoGebra, polígono para determinar a área delimitada pelo polígono formado. A professora chamou a atenção para a informação obtida na janela de álgebra, onde mostrava a medida da área do polígono considerado, $361m^2$.

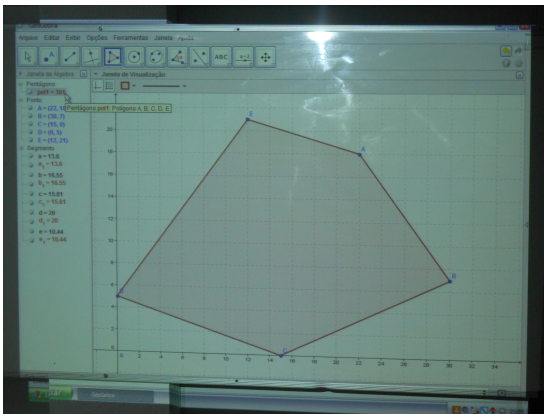


Figura 44: Imagem do polígono e a informação da sua área.

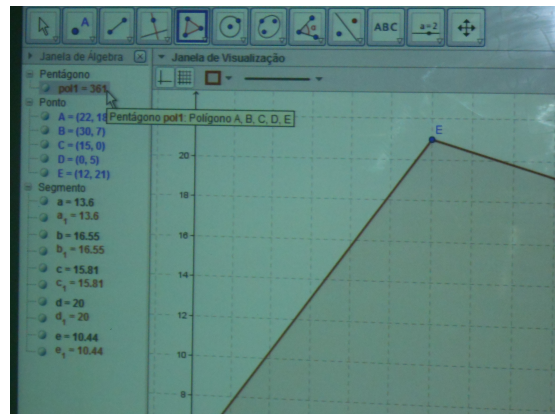


Figura 45: Local onde a área do polígono aparece no GeoGebra.

Alguns ficaram satisfeitos com os valores, outros ficaram meio duvidosos, pois seus palpites estavam muito distantes dos apresentados. Para tirar essas dúvidas, retornaram ao espaço externo e com o uso de uma fita métrica mediram as distâncias entre os pontos, comprovando os valores calculados com medidas muito próximas. Foi salientado que as medidas obtidas pela fita métrica são aproximadas, devido as margens de erro pelo próprio manuseio do material e que as obtidas pelo GPS tem os fatores de erro ao qual está sujeito.

Com o tempo já ultrapassando o horário de encerramento, a aula se deu por encerrada. A professora ficou satisfeita por ter conseguido realizar a aula de revisão e a aula prática, conforme proposta. Os alunos pareciam ter gostado da experiência de sair da sala de aula e realizar uma atividade prática usando tecnologias. Conforme os resultados apareciam no Geo-

Gebra e os valores eram próximos dos encontrados por eles, era clara a satisfação e entusiasmo demonstrado.

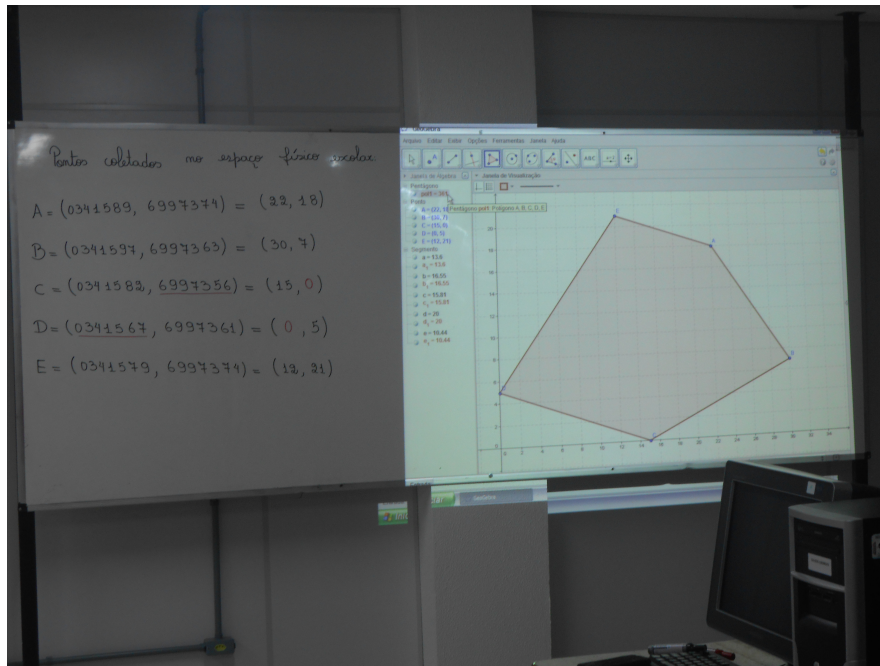


Figura 46: Imagem final dos trabalhos desenvolvidos após a atividade prática, com o uso dos recursos tecnológicos: GPS e *software* GeoGebra.

Comentários: Quando saímos da sala de aula a sensação de proximidade com o aluno foi muito maior. Com esta atividade foi possível perceber coisas que dentro da sala não nos damos conta. Geralmente não há mais professor e alunos, mas sim, um grupo de colegas em busca de conhecimentos em comum.

10º encontro: Realizada a proposta do 10º encontro, mesmo que esse fosse o 11º encontro, em tempo de aula.

Todos ansiosos para concluir o semestre na disciplina de Matemática, a turma optou em fazer a avaliação sem fazer uma revisão, pois a maioria estava presente no horário de atendimento, que se deu trinta minutos antes de começar a aula. Foi entregue a avaliação e eles foram fazendo, cada um no seu ritmo. Porém foi alertado que não teriam outro momento para realizá-la, caso não concluíssem no tempo determinado. Conforme concluíam, a professora recolhia e entregava o questionário para ser preenchido. O tempo foi suficiente para a maioria dos alunos realizarem as atividades. A aula encerrou como também o semestre, para os alunos que não precisaram de recuperação.

Comentários: Essa turma teve um desempenho muito bom nos conceitos, nenhum aluno reprovou na Unidade Curricular – Matemática.

5.2 SOBRE AS AVALIAÇÕES

No IFSC não atribuí-se nota, mas conceitos. Cada professor adota um referencial para dar esses conceitos. A professora tem como padrão a seguinte relação:

Conceito I (Insuficiente) - notas menores que 5,0.

Conceito S (Suficiente) - notas de 5,0 a 7,0, sendo $5,0 \leq N < 7,0$.

Conceito P (Proficiente) - notas de 7,0 a 9,0, sendo $7,0 \leq N \leq 9,0$.

Conceito E (Excelente) - notas acima de 9,0.

Os conceitos obtidos na prova parcial de Geometria Analítica, foram:

Conceitos	Número de alunos
I	0
S	5
P	5
E	3

Tabela 1: Conceitos da prova parcial de Geometria Analítica.

Conforme observamos na tabela (1), todos alunos obtiveram conceito maior que I, o que mostra que os alunos tiveram uma boa compreensão dos assuntos abordados até o momento. Eles puderam explorar os conceitos no papel e no *software* GeoGebra, o que permitiu uma clareza maior dos conteúdos estudados.

Os erros mais frequentes ocorreram por falta de atenção na hora de resolver os cálculos, o que é muito comum, mesmo durante a realização das atividades em sala de aula. A maioria dos alunos optaram em resolver as questões do cálculo da distância entre dois pontos pela fórmula (1), inclusive na segunda questão que tinha que localizar os pontos no plano cartesiano. Essa maneira de calcular a distância entre dois pontos difere das turmas anteriores, que apesar de conhecerem a fórmula (1), preferiam localizar os pontos no plano cartesiano, traçar o triângulo retângulo e aplicar o Teorema de Pitágoras. Teria sido o uso do *software* GeoGebra o causador dessa mudança? Talvez. O fato de poder fazer os cálculos e verificar a veracidade dos resultados no GeoGebra deu uma autonomia maior, isso pode ter contribuído na aceitação e compreensão da fórmula (1), dando a eles mais segurança e confiança para usá-la.

Nas questões que envolviam o conceito de ponto médio, a terceira questão foi a que teve maior índice de erros. Isso ocorreu por exigir a aplicação do conceito de ponto médio, recaindo em duas equações do 1º grau. Para muitos alunos, a percepção e resolução de uma equação do 1º grau é algo em construção, apesar de ter sido assunto já estudado em módulos

anteriores.

A quarta questão, que era para ser feita no computador, com o uso do *software* GeoGebra correspondeu a 20% do conceito total. Todos desenvolveram essa atividade sem apresentar dificuldades no manuseio do *software*. A dificuldade apresentada nessa questão foi no envio do arquivo para o e-mail da professora. Alguns alunos tiveram que refazer essa atividade por mais de uma vez, mesmo assim, não acharam ruim, o que mostrou uma simpatia pelo uso do *software* GeoGebra.

Os conceitos obtidos na prova final de Geometria Analítica, foram:

Conceitos	Número de alunos
I	2
S	5
P	4
E	2

Tabela 2: Conceitos da prova final de Geometria Analítica.

Conforme observamos na tabela (2), os conceitos não foram tão bons quanto na prova parcial, mas isso já era de se esperar, visto que a prova abordava todos a tópicos estudados em Geometria Analítica. Mesmo assim dá para considerá-los bons, comparado com turmas anteriores que, em média, metade da turma ficava em recuperação.

Aqui também foi possível observar que a opção em usar a fórmula da distância entre dois pontos prevaleceu diante da localização dos pontos no plano cartesiano e aplicação do Teorema de Pitágoras. A questão dois foi elaborada procurando observar se os alunos iriam usar o desenho do item um para resolvê-la. O que percebeu-se é que, a grande maioria não usou. Resolveram usando a fórmula (1), como se o desenho não existisse. Na questão três, no item (b), apesar dos pontos terem a mesma ordenada, poucos alunos usaram a fórmula $d(A,B) = |x_A - x_B|$. Isso demonstra que a maioria dos alunos aprendeu calcular a distância entre dois pontos sem precisar da representação geométrica.

A quarta e quinta questões que envolviam o ponto médio de um segmento, a que apresentou maior índice de erros foi a quinta. Semelhante a prova parcial, os alunos ainda apresentam muitas dificuldades em desenvolver cálculos algébricos.

Na sexta questão que perguntava se os três pontos estavam alinhados, teve alunos que resolveram localizando os pontos no plano cartesiano, outros fizeram o cálculo do determinante e teve quem apresentou os dois casos. O cálculo do determinante foi o mais usado, apesar de apresentarem erros, principalmente nos sinais dos números. As questões que foram resolvidas apresentando apenas os pontos localizados no plano cartesiano e unindo-os por uma reta, foram

consideradas corretas.

Resolver exercícios que envolvem os cálculos algébricos são, no geral, as que apresentam maior índice de erros. Na questão sete, que foi solicitado encontrar a equação reduzida da reta representada no gráfico, foi a que apresentou maior índice.

A última questão, em que os alunos deveriam dividir o quadrilátero em dois triângulos para obter a área total, poucos conseguiram concluí-la corretamente. Muitos calcularam a área de um triângulo de forma correta e erraram do outro, não obtendo o resultado esperado para a área do quadrilátero. Mesmo assim, foi considerado parte da questão para quem organizou a divisão e calculou, pelo menos, a área de um dos triângulos corretamente.

Os dois alunos que ficaram com conceito I na prova final tiveram a oportunidade de fazer a recuperação e obtiveram conceitos S e P, sendo aprovados na disciplina.

5.3 SOBRE O QUESTIONÁRIO

O questionário foi elaborado com seis questões, duas abertas e quatro fechadas para ser aplicado após a realização da sequência de ensino com o objetivo de diagnosticar a visão dos alunos quanto a proposta desenvolvida sobre “O Uso de Recursos Tecnológicos nas Aulas de Matemática no PROEJA: uma Experiência no IFSC, Câmpus Chapecó”. Foi aplicado no último encontro, conforme proposto. Foi respondido por todos os alunos que restaram da turma, treze alunos.

1) Idade

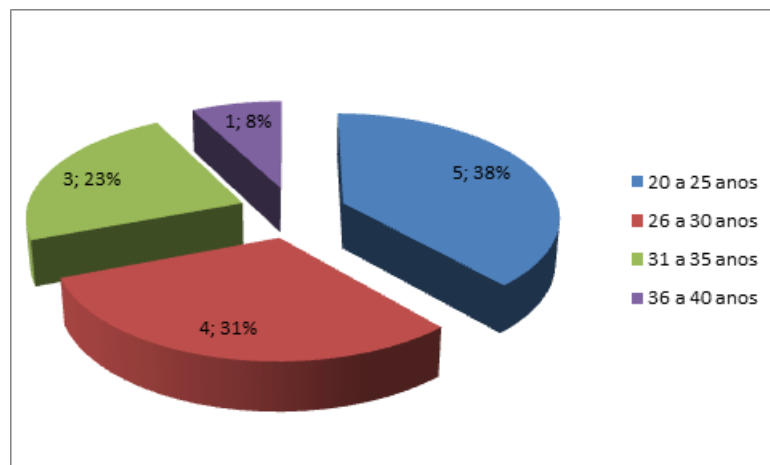


Figura 47: Resultados obtidos na primeira pergunta do questionário.

As idades variaram de vinte a quarenta anos, conforme é possível visualizar na figura 47 sendo que a média ficou em torno de vinte e oito anos. Segundo comentários dos alunos,

todos trabalham e a maioria tem família, sendo esses os fatores pelos quais eles atribuem o fato de não realizar as atividades propostas em casa, “não tem tempo”. O fator tempo para esse público é o mais citado, pois é visto como um entrave para estudar mais. O ritmo das aulas é muito lento, ainda mais que os encontros são semanais e a cada encontro é preciso retomar os assuntos das aulas anteriores, pois a grande maioria só vê os materiais quando retornam a sala de aula.

2) O que achou das aulas de Matemática com o uso de ferramentas tecnológicas para o ensino?

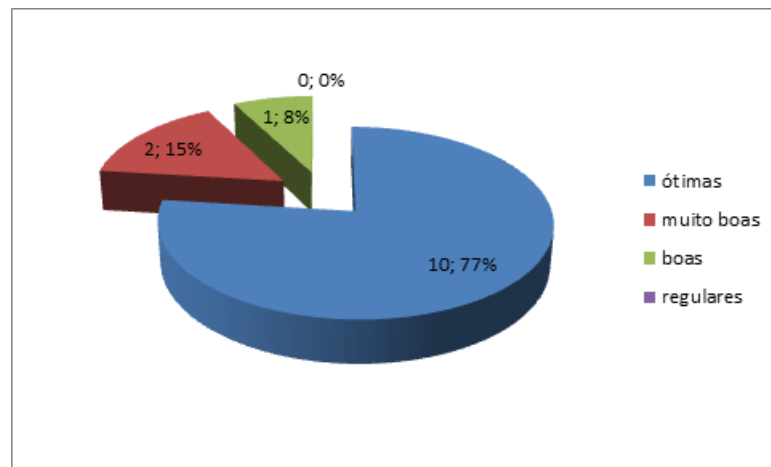


Figura 48: Resultados obtidos na segunda pergunta do questionário.

Observamos, conforme mostra a figura 48 que 77 % dos alunos acharam ótimas, 15 % muito boas e 8 % boas. Esses índices apontam que o uso de ferramentas alternativas teve repercussão na aprendizagem dos alunos. As aulas se tornaram mais dinâmicas e atrativas. Os alunos puderam interagir mais e atuar como protagonistas da sua própria aprendizagem, uma vez que manipular o GeoGebra de forma correta dava a eles os resultados que antes eram obtidos pela resolução da professora. Puderam ser mais independentes e autônomos. Para aqueles que resolveram os exercícios em casa e fizeram uso do *software* GeoGebra fora do laboratório escolar conseguiram sentir isso melhor.

3) O fato de usar o *software* GeoGebra , ajudou você na aprendizagem dos conteúdos abordados?

Podemos observar, conforme mostra a figura 49 que 92 % da turma achou que o fato de usar o GeoGebra no desenvolvimento das aulas de Geometria Analítica contribuiu muito para a aprendizagem dos conteúdos. Usar esse *software* colaborou com a visualização e compreensão dos conteúdos abordados, pois era possível observar o efeito e o resultado dos cálculos solicitados. Trouxe mais agilidade e imediatismo para as soluções das questões, apesar de depois os

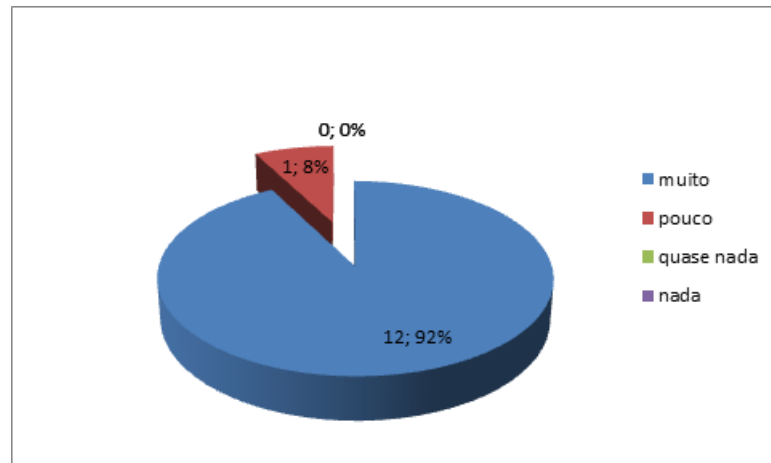


Figura 49: Resultados obtidos na terceira pergunta do questionário.

alunos terem feito no papel, no seu ritmo.

4) Você já conhecia algum desses instrumentos tecnológicos?

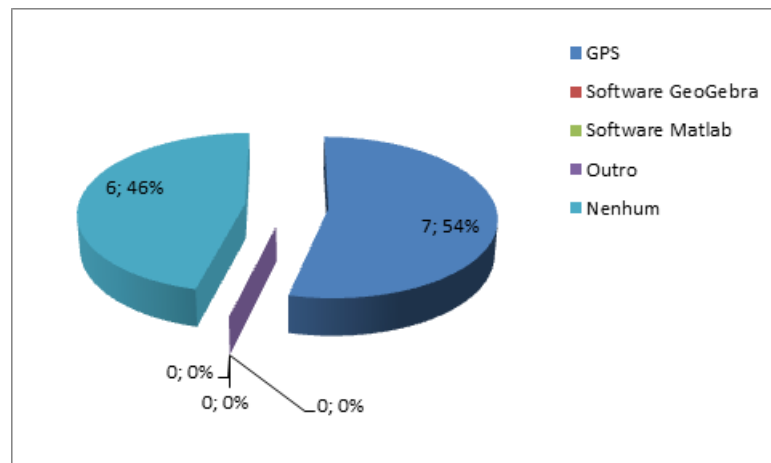


Figura 50: Resultados obtidos na quarta pergunta do questionário.

Mais da metade da turma sinalizou o GPS como único instrumento tecnológico que já conheciam, conforme é possível observar na figura 50. Salientamos que o GPS que eles sinalizaram não foi o usado para a realização das atividades, conforme mostramos na figura 7, um aparelho com mais funções que os GPS automobilísticos que normalmente são colocados nos carros como guia de localização e deslocamento, não apresentando a função utilizada na nossa aula prática.

Os *softwares* não foram citados, o que mostra um desconhecimento dessas ferramentas, apesar de conhecerem o computador e terem acesso a eles. Isso reforça ainda mais o papel do professor em apresentá-los e usá-los como recursos adicionais à aprendizagem.

5) O fato de ter trabalhado com dados reais, no caso, pontos do espaço externo escolar,

permitiu a você uma clareza maior dos conteúdos estudados em sala de aula?

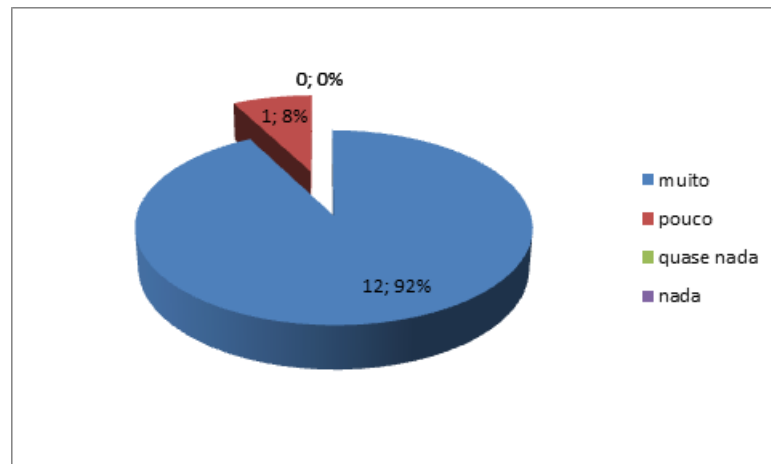


Figura 51: Resultados obtidos na quinta pergunta do questionário.

Aqui também tivemos um forte índice de aprovação em usar dados reais, 92 %, conforme mostra a figura 51. O trabalho desenvolvido com informações reais, onde é possível aplicar os conteúdos estudados, proporciona bons resultados na aprendizagem, pois o ensino torna mais significativo e “marcante”, dificilmente esquecem.

6) O que mais te ajudou a apreender os conteúdos trabalhados durante as aulas de Geometria Analítica?

Classificamos as respostas em quatro categorias para facilitar a leitura e compreensão, conforme apresenta a tabela 3.

Através das respostas dadas pelos alunos percebe-se que o uso de ferramentas tecnológicas para o ensino da Matemática, aqui em especial no ensino da Geometria Analítica fez diferença na aprendizagem dos alunos.

É importante ressaltar que em trabalhos como estes, que envolvem atividades práticas e o uso de tecnologias, requerem um envolvimento e comprometimento por parte do professor ainda maior, onde essa dedicação e comprometimento são fundamentais para que ocorra a aprendizagem. As falas dos alunos, classificadas na categoria GeoGebra e explicações reforça essa afirmação, bem como as considerações que encontramos em (NCTM, 2007) que lembram que “a tecnologia não deverá ser usada como uma substituição para a compreensão e intuição elementar; pelo contrário, poderá e deverá ser usada para estimular essa compreensão e intuição”.

Categoria	Respostas
Uso do <i>software</i> GeoGebra	<p>O programa GeoGebra.</p> <p>Foi o GeoGebra, pois você resolvia o exercício e podia ver se estava correto.</p> <p>Fazer os exercícios e poder corrigir ao mesmo tempo no <i>software</i> GeoGebra.</p> <p>Os recursos tecnológicos ajudam na praticidade quando não é necessário os cálculos e para conferência dos mesmos.</p>
GeoGebra e explicações	<p><i>Software</i> GeoGebra ajudou e também foram muito bem explicadas pela professora.</p> <p>O trabalho com o GeoGebra juntamente com as explicações claras da professora e também, as aulas com o GPS.</p> <p>A boa explicação da professora e o <i>software</i> GeoGebra.</p>
Teoria e prática	<p>Todas as etapas reunidas ajudam muito, pois você aprende a teoria e a prática.</p> <p>As aulas práticas e em laboratório ajudaram muito no esclarecimento do assunto.</p> <p>O que ajudou foi os trabalhos na sala e nos computadores.</p> <p>Associação teoria e prática.</p>
Exercícios	<p>Exercícios para fixação dos conteúdos e exemplos passados para o caderno ajudaram muito a entender os conteúdos.</p>

Tabela 3: Respostas dos alunos para a questão aberta do questionário.

6 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Em tempos atuais a inserção dos recursos tecnológicos no ensino da Matemática se faz necessária. Não há como privar nossos alunos, nem mesmo, nós professores podemos fechar os olhos para esse mundo de opções tecnológicas desenvolvidas para auxiliar o processo de ensino e aprendizagem.

Nossa proposta de pesquisa foi aplicada na segunda etapa do semestre onde tivemos que fazer algumas trocas de horário para garantir a efetivação de sua realização. Somado a isso, foi preciso fazer alguns ajustes na proposta, buscando respeitar as diversidades desse público, conforme (BRASIL, 2007) coloca e garantir o bom andamento das aulas e a aprendizagem dos alunos, visto que aplicamos para uma turma de PROEJA, que geralmente chegam atrasados nas aulas, faltam com frequência e tem um ritmo mais lento na aprendizagem.

Durante o desenvolvimento do projeto foi possível perceber um entusiasmo e um encantamento por parte dos alunos em ver os resultados obtidos no papel projetados de maneira rápida e precisa, ainda mais que ninguém conhecia o *software* GeoGebra e nenhum outro programa educativo matemático, apesar da idade avançada deles. Com a aplicação dessa proposta as aulas de Matemática se tornaram mais dinâmicas, pois foi alternado quadro, projeções e atividades no GeoGebra, atividades no papel, explicações, comentários, idas ao laboratório..., o que deixou a aula mais “leve” e descontraída. Mesmo que em alguns desses momentos os alunos tenham ficado muito dispersos envolvidos com as variadas interfaces que o computador proporciona.

O *software* GeoGebra proporcionou uma visualização melhor dos conteúdos abordados no estudo da Geometria Analítica, o que permitiu uma compreensão e conseqüentemente um aprendizado diferente. O fato de poder resolver os exercícios e poder fazer a correção sem a intervenção da professora, possibilitou uma autonomia maior, o que gerou mais confiança e segurança no desenvolvimento dos cálculos.

Ter trabalhado com dados reais aproximou o conteúdo da realidade, dando mais significado ao que se estudou. Além disso, o fato de irem ao espaço externo escolar, saindo do

ambiente sala de aula, gerou uma aproximação maior entre alunos e professora, permitindo abertura para um diálogo mais informal e a troca de ideias.

Deste modo, ao final desta investigação podemos dizer que as respostas das questões de pesquisa: a) despertará maior interesse pelas aulas de Matemática? b) despertará maior interesse pelo conteúdo? c) promoverá melhoria na aprendizagem? d) aproximará o conteúdo à realidade do aluno? foram encontradas, pois as aulas de Matemática se tornaram mais dinâmicas e participativas, levando a um interesse maior pelas aulas e pelo conteúdo, resultando em um aprendizado mais significativo e diferente, aproximando a Matemática da sua realidade.

Além das considerações feitas dos alunos é importante observar as mudanças de atitude da professora, causadas pelo desenvolvimento do projeto: a mesma se encontra mais adaptada e segura das suas ações ao usar o *software* GeoGebra, que para ela também era novidade e um desafio. Ir para a sala de aula com computador, retroprojektor, fios de extensão, além dos materiais corriqueiros, já faz parte da sua rotina na hora de planejar e executar suas aulas.

Muitos paradigmas são quebrados quando se propõe a fazer algo diferente e percebe-se que não é tão difícil assim inovar, ser desafiado a conhecer coisas novas. O mais difícil é começar. Os medos do fracasso em ousar algo diferente, sair do tradicional, lápis e papel e mostrar para nós mesmos que temos muito a apreender.

As tecnologias estão aí, não para substituir o professor, mas para auxiliá-lo no processo de ensino e aprendizagem de nossos alunos, como também fazem parte da formação continuada dos educadores, ainda mais em tempos como os de hoje. Segundo (NCTM, 2007) “a tecnologia não deverá ser usada como uma substituição para a compreensão e intuição elementar; pelo contrário, poderá e deverá ser usada para estimular essa compreensão e intuição”, reforçando o papel importante do professor nesse processo de uso de tecnologias para a educação.

REFERÊNCIAS

- BARROS, L.; KARRER, M. **Inovações Tecnológicas no Processo de Ensino-Aprendizagem de Geometria Analítica e Álgebra Linear**. 2011. Disponível em: <<http://www2.ifsp.edu.br/edu/prp/sinergia2011n3/pdfs/segmentos/artigo07v12n3.pdf>>. Acesso em: 20 de fevereiro de 2014.
- BATISTA, S. C. F. **SOFTMAT: um Repositório de Softwares para Matemática do Ensino Médio - um Instrumento em Prol de Posturas mais Conscientes na Seleção de Softwares Educacionais**. Campos dos Goytacazes: Dissertação de Mestrado – UENF, 2004.
- BRASIL. **Orientações Curriculares para o Ensino Médio**. 2006a. Disponível em: <<http://www.letras.ufmg.br/profs/reinildes/dados/arquivos/ocem.pdf>>. Acesso em: 10 de janeiro de 2014.
- BRASIL. **Parâmetros Curriculares Nacionais Ensino Médio**. 2006b. Disponível em: <<http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/ciencian.pdf>>. Acesso em: 20 de janeiro de 2014.
- BRASIL. **Documento Base - Programa Nacional de Integração da Educação Profissional com a Educação Básica na Modalidade de Educação de Jovens e Adultos - PROEJA**. Brasília: SETEC, 2007.
- ESCOLA, I. **Tecnologias da Informação e Comunicação**. 2014. Disponível em: <<http://www.infoescola.com/informatica/tecnologia-da-informacao-e-comunicacao/>>. Acesso em: 18 de maio de 2014.
- FAINGUELERNT, E. **Educação Matemática: Representação e Construção em Geometria**. Porto Alegre: Artes Médicas Sul, 1999.
- FARIAS, J. V. **A Matemática e o Lúdico: Trabalhando Funções com o Geogebra**. Mossoró: Dissertação de Mestrado - Universidade Federal Rural do Semi-Árido, 2013.
- FIORENTINI, D.; LORENZATO, S. **Investigações em Educação Matemática: Percursos Teóricos e Metodológicos**. Campinas: Autores Associados, 2006.
- FRANCISCO, C. N. **Estudo Dirigido em SIG - Cartografia**. 2005. Disponível em: <<http://www.professores.uff.br/cristiane/Estudodirigido/Cartografia.htm>>. Acesso em: 12 de junho de 2014.
- FRIGOTTO, G.; CIAVATTA, M.; RAMOS, M. **Ensino Médio Integrado: Concepção e Contradições**. SP: Cortez, 2005.
- GARRASTAZU, M. C.; ROSOT, M. A. D.; OLIVEIRA, Y. M. M. **Manual de Orientação e Uso do GPS de Navegação**. 2011. Disponível em: <<http://www.infoteca.cnptia.embrapa.br/bitstream/doc/921241/1/Doc.229finalizado.pdf>>. Acesso em: 10 de junho de 2014.

GONÇALVES, J. **Reflexões Sobre os Processos de Ensino/Aprendizagem de Matemática Baseados no Software Educativo FORMEL**. 2004. Disponível em: <<http://bibliotecadigital.sbc.org.br>>. Acesso em: 02 de fevereiro de 2014.

GUEDES, P. C. C. **Algumas Aplicações do Software GeoGebra ao Ensino da Geometria Analítica**. Vitória: Dissertação de Mestrado - UFES, 2013.

IFSC. **Projeto do Curso de Eletromecânica na Modalidade EJA**. Chapecó: IFSC, 2008.

JESUS, S. M. C. **Estudo das Funções Afins, Quadráticas e Equações Polinomiais com o Auxílio do Software Winplot no Ensino Médio**. Vitória da Conquista: Dissertação de Mestrado – UFSBA, 2013.

NCTM. **Principles and Standards for School Mathematics**. Estados Unidos da América: National Council of Teachers of Mathematics, 2007.

OLIVEIRA, J. W. S. **Uma Abordagem no Ensino da Geometria Espacial**. São Luís: Dissertação de Mestrado – UFMA, 2013.

PAULA, T. O. **O Ensino de Geometria Analítica com o uso do GeoGebra**. Seropédica: Dissertação de Mestrado – UFRRJ, 2013.

RICHIT, A. **Projetos em Geometria Analítica usando Software de Geometria Dinâmica: Repensando a Formação Inicial Docente em Matemática**. Rio Claro: Dissertação de Mestrado – UEP, 2005.

SANTOS, R. d. S. **Tecnologias Digitais na Sala de Aula para Aprendizagem de Conceitos de Geometria Analítica: Manipulações no Software Grafequation**. Porto Alegre: Dissertação de Mestrado – UNIFRA, 2008.

VALÉRIO, A. A. V.; SOUZA, L. F. R. **Ensino da Geometria Analítica com o uso do Software GeoGebra**. 07-14. ed. Avaré: Revista Eletrônica de Educação e Ciência, 2013.

VENTURINI, D. M. **Geometria Analítica e GeoGebra: uma Combinação Perfeita na Exploração de Conceitos e Propriedades**. Santa Maria: Trabalho de Conclusão da Graduação – UNIFRA, 2009.

APÊNDICE A – DIÁRIO DE CAMPO

1^o encontro:

A aula começou com a assinatura dos documentos para a autorização do uso da imagem para a pesquisa. Como a aula é nas duas 1^a aulas, os alunos chegaram atrasados, não foi feita a 1^a atividade: batalha naval; pensou-se em fazer no final da aula. A professora explicou sobre os objetivos de se estudar a geometria analítica; fez um comentário sobre os assuntos que serão estudados dentro do tema geral e fazendo uma ligação com o estudo de funções, lembrou do plano cartesiano e da localização de pontos usando o plano cartesiano concreto que havia levado para sala de aula. Conforme a atividade proposta, os alunos, um a um foram localizando os pontos solicitados pela professora. A maioria dos alunos acertaram, teve dois alunos que inverteram as coordenadas e localizaram os pontos de forma errada. Os próprios colegas chamaram a atenção para o erro e eles imediatamente corrigiram. Após esse momento foi a hora de trabalharem no papel quadriculado. Fizeram as atividades propostas. Por conta do tempo, não puderam jogar batalha naval no final da aula.

Os alunos gostaram da ideia de fazer parte da pesquisa e fizeram brincadeiras do tipo: vamos cobrar um cachê.

2^o encontro:

A aula se deu no laboratório de informática. Inicialmente a professora comentou sobre o *software* GeoGebra, do por que de sua escolha e mostrou como abrir ele nas máquinas e mostrou algumas ferramentas. Começaram localizando pontos, determinando o segmento que une dois pontos. Antes que eles obtivessem o comprimento do segmento apresentado pelo GeoGebra, a professora questionava, pela observação do desenho se era possível determinar o comprimento do segmento. Eles davam suas sugestões, após era traçado no GeoGebra e obtido o valor do comprimento, comprovando com o valor dado dos alunos. Foram feitos vários exemplos, inicialmente com segmentos paralelos aos eixos coordenados e depois com segmentos não paralelos aos eixos coordenados. Nesse caso, foi investigado os conhecimentos sobre o Teorema de Pitágoras e aplicado, mostrando e comprovando que os catetos correspondiam ao

módulo diferença das abscissas e das ordenadas dos pontos extremos do segmento. A professora mostrou no GeoGebra o resultado e mostrou na lousa calculando a distância entre os pontos usando a fórmula da distância e salientando que esta servia para todos os casos. Foram feitos vários exemplos. Quando foi dado por conta, a aula terminou sem termos feito todas atividades propostas para esse segundo encontro. Então a professora sugeriu que baixassem o GeoGebra em seus computadores para irem praticando e conhecendo as ferramentas do GeoGebra. Esse laboratório é muito grande, porém há pouco espaço entre as máquinas para colocar os materiais. Há muita dispersão por parte de alguns alunos. A professora não gostou do ambiente, se sentiu distante dos alunos. Há 3 laboratórios, mas com o GeoGebra instalado, somente um. O melhor laboratório para trabalhar com os alunos seria o 1, pois tem menos máquinas e mais espaço entre elas, favorecendo os alunos trabalharem com o caderno e o computador. Além disso, tem um aluno com muletas, é difícil o acesso para ir até o laboratório, é no último prédio e no 5^o andar; tem somente um elevador e nesse dia o elevador não estava funcionando.

Os alunos se sentiram bem a vontade no laboratório. Comentaram que o fato de estarem no laboratório de informática em uma aula de Matemática era algo estranho, diferente do que estavam acostumados a fazer e que gostaram.

3^o encontro:

Apesar de ter o laboratório reservado, a professora optou em fazer a aula na sala de aula. Queria a proximidade da turma e sentir como estava sendo o aprendizado deles, além de pensar no aluno com dificuldade em caminhar. Levou o kit multimídia para sala para projetar o GeoGebra na tela e trabalhar. Foram muitas tentativas para fazer funcionar, mas não conseguiram. Tanto que os alunos disseram, desista professora, vamos estudar assim mesmo. Parecia que a ferramenta principal estava funcionando “a professora”, então a aula se deu com a realização das atividades que haviam ficado do 2^o encontro, todas feitas no caderno. Os alunos resolviam usando a fórmula e para comprovar faziam o desenho no gráfico, mesmo que fosse no caderno, sem muita precisão no traçado, somente para visualização e compreensão dos resultados. A professora também corrigiu os exercícios seguindo essa ordem, 1^o uso da fórmula, após o desenho para comprovar. Pela 1^a vez, depois de tantas turmas de experiência, os alunos optaram em usar a fórmula da distância entre dois pontos e o desenho veio em 2^o plano. Antes usavam o desenho para calcular e aplicavam o Teorema de Pitágoras contando os espaços para encontrar os catetos. Todos os alunos trabalharam muito bem e desenvolveram as atividades sem muitas dificuldades. A professora ficou observando aluno por aluno e acompanhou nas carteiras. A aula terminou sem ter tido tempo de jogar batalha naval, novamente. A professora saiu da sala satisfeita com os resultados, conseguiu sentir os alunos e perceber o aprendizado

deles.

Os alunos gostaram de terem ficado na sala de aula e de terem apreendido o conteúdo. A satisfação era possível perceber no jeito e nas atitudes deles, mencionavam: pode fazer uma prova hoje, professora. Tô matando a pau!

4^o encontro:

Também fez a opção de usar o kit multimídia, só que dessa vez se certificou se havia pego o retroprojetor bom, testou e tudo ok. A aula foi ótima. Começou corrigindo os exercícios de distância entre dois pontos feitos no caderno, na aula anterior com o GeoGebra. Ela localizava os pontos, determinava o segmento que une esses dois pontos e observava o valor do comprimento, escrevia na lousa e os alunos conferiam com os dos seus cálculos. Alguns foram refeitos no quadro, usando a fórmula da distância e novamente reforçado que os catetos correspondiam ao módulo da diferença entre as abscissas e das ordenadas dos pontos extremos a esses segmentos. O exercício do perímetro do triângulo nenhum aluno havia feito, então foi dado tempo para que fizessem. Usando a correção do exercício, foi aproveitado para explicar o significado do ponto médio de um segmento. Usou-se o segmento paralelo ao eixo x , para facilitar a visualização e obtenção das coordenadas do ponto; após foi feito o mesmo com um dos lados. A resposta não foi tão imediata, mas compreenderam a ideia. Então foram usados outros exemplos. Como não estavam no laboratório, os alunos fizeram todas as atividades somente no caderno. Foi explicado o exemplo 2 depois de terem feito as atividades diretas de obtenção das coordenadas do ponto médio. Para isso usou-se o GeoGebra para visualização e compreensão da ideia do que se queria, observaram e determinaram as coordenadas do ponto extremo ao segmento, conhecendo uma extremidade e o ponto médio. A professora mostrou através dos cálculos como obter esse ponto; salientando que se está fazendo a volta, operações contrárias as feitas no exemplo 1. Ficaram 2 exercícios para serem feitos em casa.

A maioria dos alunos gostaram da ideia de ficar na sala de aula, pois tem consciência que o laboratório dispersa eles, além de ficar longe da sala de aula deles.

5^o encontro:

A professora não levou o kit multimídia para sala de aula, pois a proposta era que fizessem inicialmente os exercícios em sala, depois fossem ao laboratório fazer a atividade 2. Foi feita a correção dos dois exercícios que haviam ficado como tema; poucos alunos haviam resolvido em casa. Após esse momento os alunos receberam os exercícios de avaliação, onde cada aluno poderia fazer uso do seu material para resolver. Cinco alunos não conseguiram concluir a atividade 1 nessa aula; e a atividade 2 foi deixada para ser realizada em outra aula.

Os alunos estavam empenhados em resolver os exercícios, houveram poucas perguntas durante a resolução da 1ª parte da avaliação. Os que não concluíram ficaram tristes e preocupados por não terem feito no tempo estabelecido.

6º encontro:

Devido ao mau tempo, muita chuva; a professora alterou a ordem das atividades. O laboratório fica em outro prédio, onde não tem cobertura para ir até ele; além de pensar no aluno que possui muletas para se locomover. Foi trabalhado com os alunos em sala de aula a condição de alinhamento entre dois pontos com o kit multimídia em sala de aula, conforme proposto.

Os alunos acharam ótimo não terem ido ao laboratório devido ao mau tempo e não reclamaram o fato de aprenderem um conteúdo novo sem ter concluído o conteúdo anterior.

7º encontro:

A professora esperou os alunos no laboratório. Deu início a aula trabalhando com o GeoGebra, para isso determinou quatro pontos e revisou o conteúdo estudado: localização de pontos, distância entre dois pontos e ponto médio de um segmento. Os alunos refizeram para relembrar as ferramentas do GeoGebra. Depois desse momento, fizeram a atividade 2 da avaliação que havia ficado para ser feita. Quando os alunos terminaram, a professora retomou a condição de alinhamento entre três pontos, cujo determinante deveria zerar para satisfazer essa condição. Considerando que uma reta é determinada por dois pontos e que poderíamos adotar qualquer ponto dessa reta para um terceiro ponto, generalizamos para esse ponto coordenadas (x,y) e calculamos seu determinante explicou como determinar a equação da reta dada por dois pontos usando determinante. Salientou também a importância de escrever a equação na forma reduzida para obter informações sobre a localização e inclinação da reta, fazendo referência com o estudo da função do 1º grau vista no 2º semestre do curso, portanto a 1 ano atrás. Solicitou que fizessem os exercícios que estavam na folha em casa e que na próxima aula iriam tirar as dúvidas.

Os alunos acharam muita informação para uma única aula e disseram: calma professora, assim vou confundir tudo. Não entendi nada! É demais para minha cabeça!

8º encontro:

A aula se deu na sala. A professora entregou as avaliações e fez alguns comentários. Os conceitos foram bons. A professora retomou o assunto da equação da reta, refazendo uma situação e revendo todos os passos apresentados na aula anterior. Os alunos foram se acalmando; ficaram impressionados com a rapidez e agilidade em obter a equação da reta no GeoGebra. Eles erravam bastante os cálculos. Tem muitas dificuldade em cálculos algébricos.

Eles calculavam no caderno e após um tempo, a professora fazia no GeoGebra e verificavam os resultados. Muitas vezes os alunos achavam que tinham errado, pois no GeoGebra a equação se apresentava diferente. A professora mostrou que as equações são equivalentes. Mesmo sem ter feito todas as atividades, mas percebendo que haviam compreendido o assunto, foi proposto que finalizassem as atividades em casa e que por conta do tempo dariam sequência a um novo assunto.

A professora trabalhou o cálculo da área de um triângulo conforme a proposta da sequência de ensino. Os alunos acharam muito interessante essa forma de se obter a área, comentaram que nunca imaginavam que poderiam calcular a área usando determinante. Foi trabalhado o cálculo da área de um quadrilátero, surgiram divisões diferentes (foram feitos os cálculos usando as divisões diferentes e comprovado que chegavam num mesmo resultado). O raciocínio foi estendido para os demais polígonos. Formaram-se duplas para resolver os exercícios propostos. Houveram contradições nos resultados calculados entre as duplas. Essas contradições foram recalculadas no quadro e no GeoGebra e apresentadas ao grande grupo. No final da aula foi entregue a lista de revisão, proposta no 8^o encontro, para eles irem fazendo em casa.

Os alunos gostaram de ficar na sala de aula e acompanharam com atenção as explicações da professora. Tiveram dificuldades em trabalhar os cálculos, o que é normal. Um aluno comentou que o fato de entregar uma lista de exercícios para irem fazendo em casa, era muito bom.

9^o encontro:

A aula se deu no laboratório durante a noite toda. Nas primeiras aulas, os alunos ficaram em suas máquinas resolvendo as atividades no caderno e comprovavam os resultados no GeoGebra. Foi um trabalho mais de orientação. Do grupo todo, apenas um aluno havia feito as atividades em casa (não foi o aluno que comentou na aula anterior que era bom ofertar atividades para casa), então este apenas refez elas no GeoGebra e deu suporte aos colegas que estavam com dificuldades.

Os alunos estavam empolgados e empenhados na resolução das atividades. A grande maioria conseguiu realizar todas as atividades. Aqueles que sabiam mais, auxiliavam os que estavam com mais dificuldades.

No segundo momento, foi realizada a aula prática. Foi deixado livre a localização deles. Todos davam suas opiniões quanto a distância e área do polígono delimitado. Na primeira tentativa os pontos não fecharam. A professora retornou com os alunos ao espaço físico para

refazerem as marcações.

Pontos coletados:

$$A = (0341589, 6997374) = (22,18)$$

$$B = (0341597, 6997363) = (30,7)$$

$$C = (0341582, 6997356) = (15,0)$$

$$D = (0341567, 6997361) = (0,5)$$

$$E = (0341579, 6997374) = (12,21)$$

Distância entre os pontos obtida no GeoGebra:

Ponto B e C – 16,55m

Ponto C e D – 15,81m

Ponto D e E – 20m

Ponto E e A – 10,44m

A área do polígono foi 361m².

Alguns ficaram satisfeitos com os valores, outros não, pois seus palpites estavam muito distantes dos apresentados. Retorno ao espaço físico e com o uso de uma fita métrica mediram as distâncias entre os pontos, comprovando os valores calculados com medidas muito próximas.

A professora ficou satisfeita por ter conseguido realizar a aula de revisão e a aula prática, conforme proposta. Percebeu uma aproximação entre os alunos, como também os alunos da professora.

Os alunos pareciam ter gostado da experiência de sair da sala de aula e realizar uma atividade prática usando tecnologias. Conforme os resultados iam aparecendo no GeoGebra e os valores eram próximos dos encontrados por eles, era visível a satisfação e entusiasmo demonstrado. Também chamou a atenção deles o GPS utilizado, que era desconhecido por eles, este foi motivo de curiosidade.

10^o encontro:

Os alunos estavam ansiosos para fazer a avaliação final do semestre, nem foi feita revisão durante a aula. A maioria dos alunos estavam presentes no horário de atendimento, que ocorreu 30 minutos antes de começar a aula. Foi entregue a avaliação e eles foram fazendo, cada um no seu ritmo. Foi alertado que não teriam outro momento para realizá-la, caso não con-

cluísem no tempo determinado. Conforme iam concluindo, a professora recolhia e entregava o questionário para ser preenchido. O tempo foi suficiente para a maioria dos alunos realizarem as atividades. A aula encerrou como também o semestre, para os alunos que não precisaram de recuperação.

A avaliação foi resolvida sem muitas perguntas feitas pelos alunos. Estavam felizes por concluir mais essa etapa.

APÊNDICE B – RESOLUÇÃO DAS ATIVIDADES PROPOSTAS

Será apresentado apenas a resolução das atividades propostas no caderno.

Aqui seguimos os mesmos critérios do capítulo quatro: raízes não exatas será obtido o valor aproximado, usando as regras de arredondamento e considerando uma casa decimal; números racionais, deixamos na forma decimal. Nos casos em que, pelo menos uma das coordenadas do ponto for decimal, adotaremos a notação americana, usando ponto no lugar da vírgula para não confundirmos a vírgula decimal com a vírgula que separa as coordenadas.

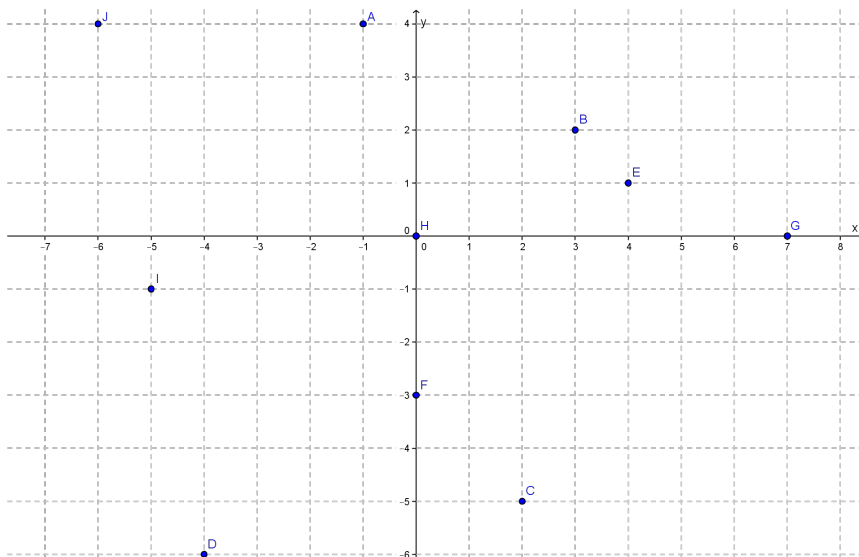
Atividades propostas para o primeiro encontro:

Atividade 1: Batalha naval.

Atividade 2: Plano cartesiano concreto.

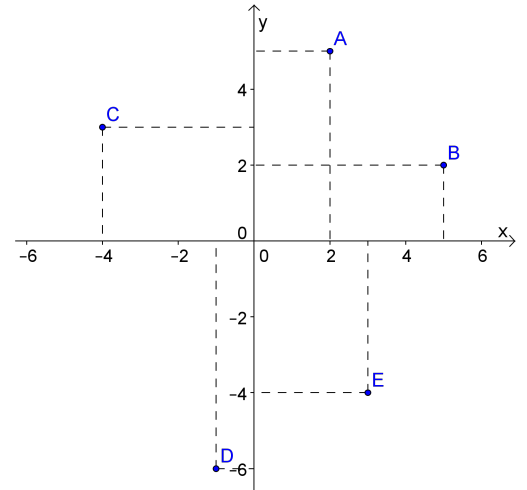
Atividade 3: Realizada no caderno.

1. Faça o plano cartesiano ortogonal e localize os pontos: $A = (-1, 4)$, $B = (3, 2)$, $C = (2, -5)$, $D = (-4, -6)$, $E = (4, 1)$, $F = (0, -3)$, $G = (7, 0)$, $H = (0, 0)$, $I = (-5, -1)$ e $J = (-6, 4)$.

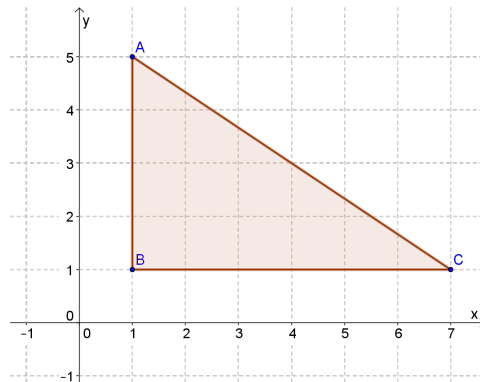


2. Observe a figura, associe V ou F a cada uma das seguintes afirmações:

- (a)(V) O ponto A tem abscissa 2;
 (b)(F) O ponto A tem abscissa 5;
 (c)(V) O ponto A tem ordenada 5;
 (d)(V) O ponto B tem coordenadas $(5, 2)$;
 (e)(F) A abscissa de B é 2;
 (f)(V) O ponto C tem coordenadas $(-4, 3)$;
 (g)(V) A abscissa de C é -4 ;
 (h)(V) O ponto D tem coordenadas $(-1, -6)$;
 (i)(F) O ponto D tem ordenada -4 ;
 (j)(F) O ponto E tem coordenadas $(-4, 3)$.



3. Observe o triângulo ABC da figura seguinte e responda:



- (a) Como você classificaria esse triângulo quanto aos ângulos?
 É um triângulo retângulo.
- (b) Quais as coordenadas dos vértices desse triângulo?
 $A = (1, 5)$, $B = (1, 1)$ e $C = (7, 1)$.
- (c) Quantas unidades de comprimento tem o lado AB ?
 Lado $AB = 4u.c.$
- (d) Quantas unidades de comprimento tem o lado AC ?

Como o lado $BC = 6$ e $AB = 4$ pelo Teorema de Pitágoras, temos:

$$(AC)^2 = (AB)^2 + (BC)^2$$

$$(AC)^2 = (4)^2 + (6)^2$$

$$(AC)^2 = 16 + 36$$

$$AC = \sqrt{52}$$

$$AC \cong 7,2.$$

(e) Qual a área da região limitada por esse triângulo?

Como $A = \frac{b.h}{2}$, temos:

$$A = \frac{b.h}{2} = \frac{6.4}{2} = \frac{24}{2} = 12u.a.$$

Atividades propostas para o segundo encontro:

Atividade 1: Uso do *software* GeoGebra.

Atividade 2: Realizada no caderno.

1. Calcular a distância entre os pontos:

Usando a aplicação direta da fórmula em cada item, temos:

(a) $A = (3, 7)$ e $B = (1, 4)$;

$$d(A, B) = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2}$$

$$d(A, B) = \sqrt{(1 - 3)^2 + (4 - 7)^2}$$

$$d(A, B) = \sqrt{(-2)^2 + (-3)^2}$$

$$d(A, B) = \sqrt{4 + 9}$$

$$d(A, B) = \sqrt{13}$$

$$d(A, B) \cong 3,6.$$

(b) $C = (-2, -5)$ e $D = (-2, 1)$;

$$d(C, D) = \sqrt{(x_D - x_C)^2 + (y_D - y_C)^2}$$

$$d(C, D) = \sqrt{(-2 + 2)^2 + (1 + 5)^2}$$

$$d(C, D) = \sqrt{0^2 + 6^2}$$

$$d(C, D) = \sqrt{36}$$

$$d(C, D) = 6.$$

(c) $E = (5, -1)$ e $F = (4, -5)$;

$$\begin{aligned}
 d(E,F) &= \sqrt{(x_F - x_E)^2 + (y_F - y_E)^2} \\
 d(E,F) &= \sqrt{(4 - 5)^2 + (-5 + 1)^2} \\
 d(E,F) &= \sqrt{(-1)^2 + (-4)^2} \\
 d(E,F) &= \sqrt{1 + 16} \\
 d(E,F) &= \sqrt{17} \\
 d(E,F) &\cong 4,1.
 \end{aligned}$$

(d) $G = (-1, 8)$ e $H = (-3, -6)$;

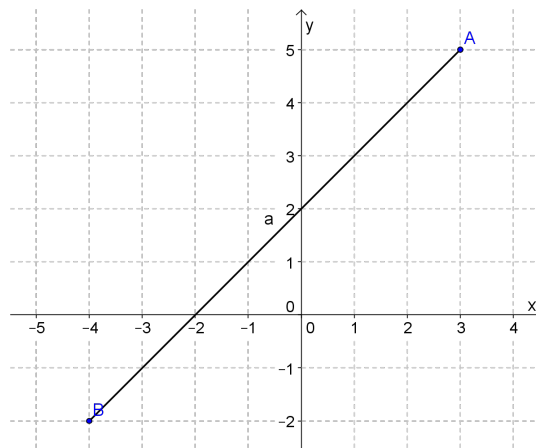
$$\begin{aligned}
 d(G,H) &= \sqrt{(x_H - x_G)^2 + (y_H - y_G)^2} \\
 d(G,H) &= \sqrt{(-3 + 1)^2 + (-6 - 8)^2} \\
 d(G,H) &= \sqrt{(-2)^2 + (-14)^2} \\
 d(G,H) &= \sqrt{4 + 196} \\
 d(G,H) &= \sqrt{200} \\
 d(G,H) &\cong 14,1.
 \end{aligned}$$

(e) $I = (6, 4)$ e $J = (1, 4)$.

$$\begin{aligned}
 d(I,J) &= \sqrt{(x_J - x_I)^2 + (y_J - y_I)^2} \\
 d(I,J) &= \sqrt{(1 - 6)^2 + (4 - 4)^2} \\
 d(I,J) &= \sqrt{(-5)^2 + 0^2} \\
 d(I,J) &= \sqrt{25} \\
 d(I,J) &= 5.
 \end{aligned}$$

Atividade 3: Realizada no caderno.

1. Observando a figura seguinte, dê:



(a) as coordenadas dos pontos A e B ;

$$A = (3, 5) \text{ e } B = (-4, -2).$$

(b) a distância entre esses pontos.

A aplicação direta da fórmula nos dá:

$$d(A, B) = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2}$$

$$d(A, B) = \sqrt{(-4 - 3)^2 + (-2 - 5)^2}$$

$$d(A, B) = \sqrt{(-7)^2 + (-7)^2}$$

$$d(A, B) = \sqrt{49 + 49}$$

$$d(A, B) = \sqrt{98}$$

$$d(A, B) \cong 9,9.$$

2. Dizemos que um triângulo é equilátero quando as medidas dos seus três lados são iguais, isósceles se dois de seus lados possuem a mesma medida e escaleno se nenhum dos lados tem a mesma medida. Calcule o perímetro do triângulo de vértices $A = (0, 5)$, $B = (3, -2)$ e $C = (-3, -2)$ e classifique-o em equilátero, isósceles ou escaleno.

Vamos calcular a distância entre dois pontos correspondentes aos vértices:

Distância entre A e B .

$$d(A, B) = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2}$$

$$d(A, B) = \sqrt{(3 - 0)^2 + (-2 - 5)^2}$$

$$d(A, B) = \sqrt{3^2 + (-7)^2}$$

$$d(A, B) = \sqrt{9 + 49}$$

$$d(A, B) = \sqrt{58}$$

$$d(A, B) \cong 7,6.$$

Distância entre B e C .

$$d(B, C) = \sqrt{(x_C - x_B)^2 + (y_C - y_B)^2}$$

$$d(B, C) = \sqrt{(-3 - 3)^2 + (-2 + 2)^2}$$

$$d(B, C) = \sqrt{(-6)^2 + 0^2}$$

$$d(B, C) = \sqrt{36}$$

$$d(B, C) = 6.$$

Distância entre A e C.

$$\begin{aligned}d(A,C) &= \sqrt{(x_C - x_A)^2 + (y_C - y_A)^2} \\d(A,C) &= \sqrt{(-3 - 0)^2 + (-2 - 5)^2} \\d(A,C) &= \sqrt{(-3)^2 + (-7)^2} \\d(A,C) &= \sqrt{9 + 49} \\d(A,C) &= \sqrt{58} \\d(A,C) &\cong 7,6.\end{aligned}$$

Logo, $d(A,B) = d(A,C)$ diferente de $d(B,C)$, portanto o triângulo é isósceles e seu perímetro é, aproximadamente, $7,6 + 6 + 7,6 = 21,2 u.c.$

Atividades propostas para o terceiro encontro:

Atividade 1: Atividades feitas no GeoGebra.

Atividade 2: Exercícios resolvidos no caderno.

1. Determine o ponto médio do segmento de extremidades:

Aplicando a fórmula do ponto médio para cada item, temos:

(a) $A = (1, -7)$ e $B = (3, -5)$;

$$\begin{aligned}M &= \left(\frac{x_A + x_B}{2}, \frac{y_A + y_B}{2} \right) \\M &= \left(\frac{1 + 3}{2}, \frac{-7 - 5}{2} \right) \\M &= \left(\frac{4}{2}, \frac{-12}{2} \right) \\M &= (2, -6).\end{aligned}$$

(b) $C = (-1, 5)$ e $D = (8, -2)$;

$$\begin{aligned}M &= \left(\frac{x_C + x_D}{2}, \frac{y_C + y_D}{2} \right) \\M &= \left(\frac{-1 + 8}{2}, \frac{5 - 2}{2} \right) \\M &= \left(\frac{7}{2}, \frac{3}{2} \right) \\M &= (3.5, 1.5).\end{aligned}$$

(c) $E = (-1, 6)$ e $F = (-5, 4)$.

$$\begin{aligned}
 M &= \left(\frac{x_E + x_F}{2}, \frac{y_E + y_F}{2} \right) \\
 M &= \left(\frac{-1 + 5}{2}, \frac{5 + 4}{2} \right) \\
 M &= \left(\frac{-6}{2}, \frac{9}{2} \right) \\
 M &= (-3, 4.5).
 \end{aligned}$$

2. Uma das extremidades de um segmento é o ponto $A = (3, 2)$. Sendo $M = (-1, 3)$ o ponto médio desse segmento, determine as coordenadas da outra extremidade do segmento.

De acordo com a fórmula para o cálculo do ponto médio de um segmento temos,

$$(-1, 3) = \left(\frac{3+x}{2}, \frac{2+y}{2} \right).$$

$$\text{Assim, } \frac{3+x}{2} = -1 \text{ e } \frac{2+y}{2} = 3.$$

Resolvendo cada uma das equações, temos:

$$3 + x = -2 \Rightarrow x = -5 \text{ e}$$

$$2 + y = 6 \Rightarrow y = 4.$$

Portanto, a outra extremidade é o ponto de coordenadas $(-5, 4)$.

Atividades propostas para o quarto encontro:

Avaliação parcial:

Atividade 1: Resolução manual dos exercícios.

1. Calcule a distância entre os pontos:

Usando a aplicação direta da fórmula em cada item, temos:

$$(a) A = (6, 1) \text{ e } B = (2, 4);$$

$$d(A, B) = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2}$$

$$d(A, B) = \sqrt{(2 - 6)^2 + (4 - 1)^2}$$

$$d(A, B) = \sqrt{(-4)^2 + (3)^2}$$

$$d(A, B) = \sqrt{16 + 9}$$

$$d(A, B) = \sqrt{25}$$

$$d(A, B) = 5.$$

(b) $C = (-5, 3)$ e $D = (4, 3)$.

$$d(C, D) = \sqrt{(x_D - x_C)^2 + (y_D - y_C)^2}$$

$$d(C, D) = \sqrt{(4 + 5)^2 + (3 - 3)^2}$$

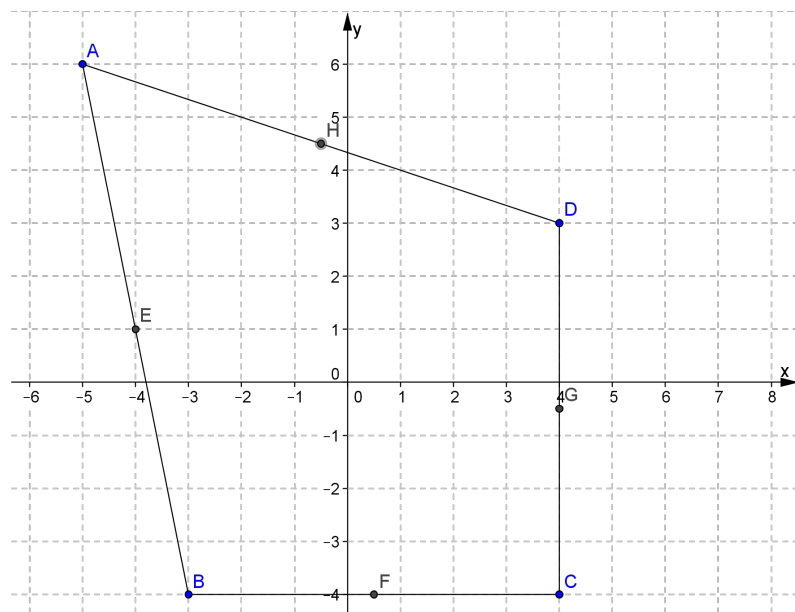
$$d(C, D) = \sqrt{9^2 + 0^2}$$

$$d(C, D) = \sqrt{81}$$

$$d(C, D) = 9.$$

2. Dados os seguintes pontos: $A = (-5, 6)$, $B = (-3, -4)$, $C = (4, -4)$ e $D = (4, 3)$. Faça o que se pede:

(a) localize os pontos no plano cartesiano e trace o polígono $ABCD$;



(b) calcule o perímetro do polígono $ABCD$. Considere como unidade de comprimento o centímetro e uma casa decimal para aproximação;

Vamos calcular a distância entre os vértices:

Distância entre A e B .

$$d(A, B) = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2}$$

$$d(A, B) = \sqrt{(-3 + 5)^2 + (-4 - 6)^2}$$

$$d(A, B) = \sqrt{(2)^2 + (-10)^2}$$

$$d(A, B) = \sqrt{4 + 100}$$

$$d(A, B) = \sqrt{104}$$

$$d(A, B) \cong 10,2.$$

Distância entre B e C .

$$\begin{aligned}d(B,C) &= \sqrt{(x_C - x_B)^2 + (y_C - y_B)^2} \\d(B,C) &= \sqrt{(4+3)^2 + (-4+4)^2} \\d(B,C) &= \sqrt{7^2 + 0^2} \\d(B,C) &= \sqrt{49} \\d(B,C) &= 7.\end{aligned}$$

Distância entre C e D .

$$\begin{aligned}d(C,D) &= \sqrt{(x_D - x_C)^2 + (y_D - y_C)^2} \\d(C,D) &= \sqrt{(4-4)^2 + (3+4)^2} \\d(C,D) &= \sqrt{0^2 + 7^2} \\d(C,D) &= \sqrt{49} \\d(C,D) &= 7.\end{aligned}$$

Distância entre A e D .

$$\begin{aligned}d(A,D) &= \sqrt{(x_D - x_A)^2 + (y_D - y_A)^2} \\d(A,D) &= \sqrt{(4+5)^2 + (3-6)^2} \\d(A,D) &= \sqrt{(9)^2 + (-3)^2} \\d(A,D) &= \sqrt{81+9} \\d(A,D) &= \sqrt{90} \\d(A,D) &\cong 9,5.\end{aligned}$$

Portanto, o perímetro do quadrilátero $ABCD$ é, aproximadamente, $10,2 + 7 + 7 + 9,5 = 33,7\text{cm}$.

(c) determine o ponto médio dos lados do polígono $ABCD$ e localize-os no item (a).

Calculando o ponto médio de cada lado do polígono:

Lado AB , temos:

$$\begin{aligned}M &= \left(\frac{x_A + x_B}{2}, \frac{y_A + y_B}{2} \right) \\M &= \left(\frac{-5-3}{2}, \frac{6-4}{2} \right) \\M &= \left(\frac{-8}{2}, \frac{2}{2} \right) \\M &= (-4, 1).\end{aligned}$$

Lado BC , temos:

$$\begin{aligned} M &= \left(\frac{x_B + x_C}{2}, \frac{y_B + y_C}{2} \right) \\ M &= \left(\frac{-3 + 4}{2}, \frac{-4 - 4}{2} \right) \\ M &= \left(\frac{1}{2}, \frac{-8}{2} \right) \\ M &= (0.5, -4). \end{aligned}$$

Lado CD , temos:

$$\begin{aligned} M &= \left(\frac{x_C + x_D}{2}, \frac{y_C + y_D}{2} \right) \\ M &= \left(\frac{4 + 4}{2}, \frac{-4 + 3}{2} \right) \\ M &= \left(\frac{8}{2}, \frac{-1}{2} \right) \\ M &= (4, -0.5). \end{aligned}$$

Lado AD , temos:

$$\begin{aligned} M &= \left(\frac{x_A + x_D}{2}, \frac{y_A + y_D}{2} \right) \\ M &= \left(\frac{-5 + 4}{2}, \frac{6 + 3}{2} \right) \\ M &= \left(\frac{-1}{2}, \frac{9}{2} \right) \\ M &= (-0.5, 4.5). \end{aligned}$$

3. Uma das extremidades de um segmento é o ponto $A = (5, 2)$ e a outra é o ponto $B = (x, y)$. Sabendo que $M = (3, -1)$ é o ponto médio do segmento AB , determine as coordenadas do ponto B .

Pelas informações dadas,

$$(3, -1) = \left(\frac{5 + x}{2}, \frac{2 + y}{2} \right).$$

$$\text{Assim, } \frac{5 + x}{2} = 3 \text{ e } \frac{2 + y}{2} = -1.$$

Resolvendo cada uma das equações, temos:

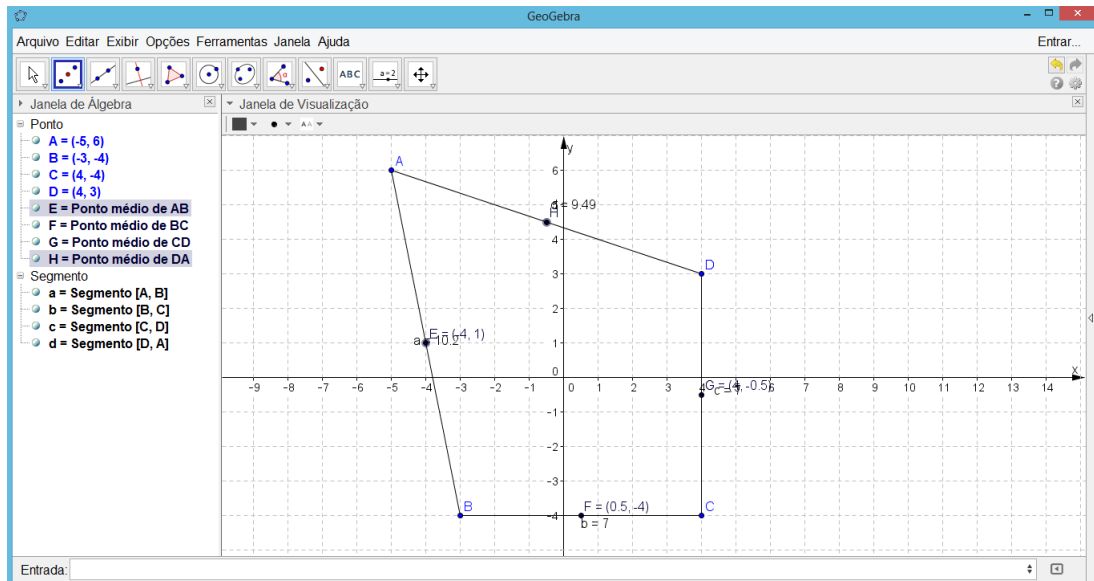
$$5 + x = 6 \Rightarrow x = 1 \text{ e}$$

$$2 + y = -2 \Rightarrow y = -4.$$

Portanto, as coordenadas do ponto B são $(1, -4)$, ou seja, $B = (1, -4)$.

Atividade 2: Com o *software* GeoGebra.

4) Refazer o exercício 2 usando o *software* GeoGebra. Salvar o arquivo e encaminhar para e-mail do professor: luciane.mario@ifsc.edu.br. Identifique-o como avaliação (nome do aluno).



Atividades propostas para o quinto encontro:

Atividade 1: No GeoGebra.

Atividade 2: No caderno.

1. Verifique se os pontos:

(a) $A = (0, 2)$, $B = (-3, 1)$ e $C = (4, 5)$ estão alinhados;

Temos,

$$D = \begin{vmatrix} 0 & 2 & 1 \\ -3 & 1 & 1 \\ 4 & 5 & 1 \end{vmatrix} = 0 + 8 - 15 - (4 + 0 - 6) = -7 + 2 = -5.$$

Portanto, os pontos não estão alinhados.

(b) $A = (-1, 3)$, $B = (2, 4)$ e $C = (-4, 10)$ podem ser os vértices de um triângulo.

Temos,

$$D = \begin{vmatrix} -1 & 3 & 1 \\ 2 & 4 & 1 \\ -4 & 10 & 1 \end{vmatrix} = -4 - 12 + 20 - (-16 - 10 + 6) = 4 + 20 = 24.$$

Portanto, os pontos podem ser vértices de um triângulo.

2. Determine x de modo que os pontos $A = (-3, 1)$, $B = (x, 2)$ e $C = (-3, -1)$ sejam os vértices de um triângulo.

Para que os pontos dados sejam vértices de um triângulo o determinante associado a tais pontos deve ser diferente de zero, isto é,

$$D = \begin{vmatrix} -3 & 1 & 1 \\ x & 2 & 1 \\ -3 & -1 & 1 \end{vmatrix} = -6 - 3 - x - (-6 + 3 + x) \neq 0.$$

De onde segue,

$$\begin{aligned} \Leftrightarrow -9 - x + 3 - x &\neq 0 \\ \Leftrightarrow -2x &\neq 6 \\ \Leftrightarrow x &\neq -3. \end{aligned}$$

Portanto, se $x \neq -3$ os pontos $A = (-3, 1)$, $B = (x, 2)$ e $C = (-3, -1)$ serão vértices de um triângulo.

3. Considerando uma reta r que passa pelos pontos $A = (-1, -2)$ e $B = (4, 2)$. Determine as coordenadas do ponto P , onde P é a interseção de r com o eixo Y .

Como P é a interseção de r com o eixo Y , temos que $P = (0, y)$. Assim:

$$D = \begin{vmatrix} -1 & -2 & 1 \\ 4 & 2 & 1 \\ 0 & y & 1 \end{vmatrix} = -2 + 0 + 4y - (0 - y - 8) = 0.$$

Daí, segue que:

$$\begin{aligned} \Leftrightarrow -2 + 4y + y + 8 &= 0 \\ \Leftrightarrow 5y &= -6 \\ \Leftrightarrow y &= \frac{-6}{5} \\ \Leftrightarrow y &= -1,2. \end{aligned}$$

Portanto, $P = (0, -1,2)$.

Atividades propostas para o sexto encontro:

Atividade 1: No GeoGebra.

Atividade 2: No caderno.

1. Sabendo que as retas AB , AC e BC são as retas suportes dos lados de um triângulo de vértices $A = (1, 2)$, $B = (3, 1)$ e $C = (2, 4)$. Determine a equação geral dessas retas suportes dos lados desse triângulo.

Vamos calcular as retas de cada lado:

Reta suporte do lado AB :

Temos,

$$D = \begin{vmatrix} x & y & 1 \\ 1 & 2 & 1 \\ 3 & 1 & 1 \end{vmatrix} = 2x + 3y + 1 - (6 + x + y) = 0.$$

Daí, segue que:

$$\begin{aligned} \Leftrightarrow 2x + 3y + 1 - 6 - x - y &= 0 \\ \Leftrightarrow x + 2y - 5 &= 0. \end{aligned}$$

Reta suporte do lado BC :

Temos,

$$D = \begin{vmatrix} x & y & 1 \\ 3 & 1 & 1 \\ 2 & 4 & 1 \end{vmatrix} = x + 2y + 12 - (2 + 4x + 3y) = 0.$$

Daí, segue que:

$$\begin{aligned} \Leftrightarrow x + 2y + 12 - 2 - 4x - 3y &= 0 \\ \Leftrightarrow -3x - y + 10 &= 0. \end{aligned}$$

Reta suporte do lado AC :

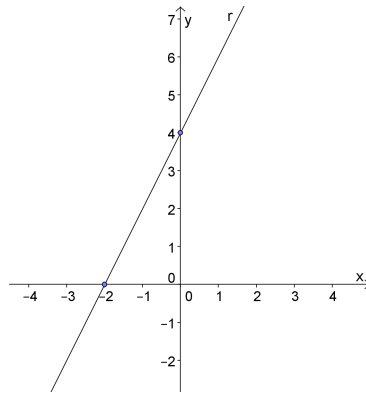
Temos,

$$D = \begin{vmatrix} x & y & 1 \\ 1 & 2 & 1 \\ 2 & 4 & 1 \end{vmatrix} = 2x + 2y + 4 - (4 + 4x + y) = 0.$$

Daí, segue que:

$$\begin{aligned} \Leftrightarrow 2x + 2y + 4 - 4 - 4x - y &= 0 \\ \Leftrightarrow -2x + y &= 0. \end{aligned}$$

2. Determine a equação reduzida da reta representada nos seguintes gráficos abaixo:



(a) Considerando os pontos da reta $(-2, 0)$ e $(0, 4)$, temos:

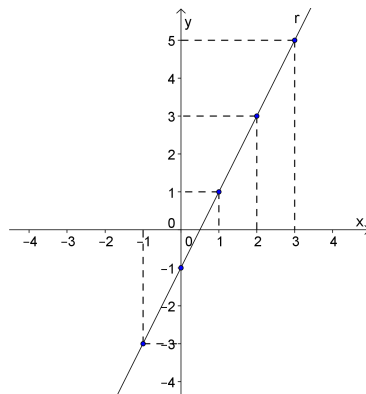
$$D = \begin{vmatrix} x & y & 1 \\ -2 & 0 & 1 \\ 0 & 4 & 1 \end{vmatrix} = -8 - (4x - 2y) = 0.$$

Daí, segue que:

$$\Leftrightarrow -8 - 4x + 2y = 0$$

$$\Leftrightarrow 2y = 4x + 8$$

$$\Leftrightarrow y = 2x + 4.$$



(b) Considerando os pontos da reta $(0, -1)$ e $(1, 1)$, temos:

$$D = \begin{vmatrix} x & y & 1 \\ 0 & -1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{vmatrix} = -x + y - (-1 + x) = 0.$$

Daí, segue que:

$$\Leftrightarrow -x + y + 1 - x = 0$$

$$\Leftrightarrow y = 2x - 1.$$

Atividades propostas para o sétimo encontro:

Atividade 1: No Geogebra.

Atividade 2: Dinâmica.

Atividade 3: No caderno.

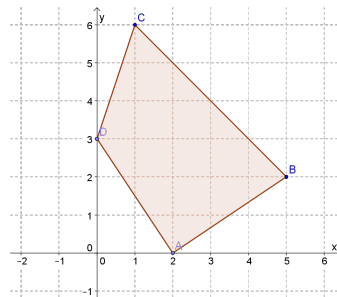
1. Determine a área do triângulo cujos vértices são os pontos $A = (4, -2)$, $B = (5, 1)$ e $C = (-2, -3)$.

Como,

$$D = \begin{vmatrix} 4 & -2 & 1 \\ 5 & 1 & 1 \\ -2 & -3 & 1 \end{vmatrix} = 4 + 4 - 15 - (-2 - 12 - 10) = -7 + 24 = 17.$$

Segue que, $A_{\Delta} = \frac{1}{2}|17| = 8,5u.a.$

2. Determine a área do quadrilátero $ABCD$, sabendo-se que seus vértices são os pontos $A = (2, 0)$, $B = (5, 2)$, $C = (1, 6)$ e $D = (0, 3)$.



Considerando o ΔABC , temos:

$$D = \begin{vmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 5 & 2 & 1 \\ 1 & 6 & 1 \end{vmatrix} = 4 + 30 - (2 + 12) = 34 - 14 = 20.$$

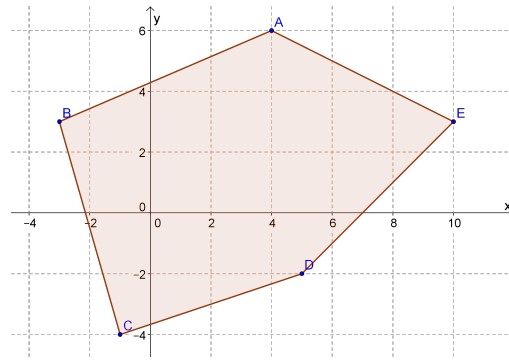
Logo, $A_{\Delta} = \frac{1}{2}|20| = 10u.a.$

Considerando o ΔACD , temos:

$$D = \begin{vmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 1 & 6 & 1 \\ 0 & 3 & 1 \end{vmatrix} = 12 + 3 - (6) = 15 - 6 = 9.$$

Logo, $A_{\Delta} = \frac{1}{2}|9| = 4,5u.a.$

Portanto, a área do quadrilátero $ABCD$ é $10 + 4,5 = 14,5u.a.$



3. Calcule a área do polígono abaixo.

Os vértices do polígono são $A = (4, 6)$, $B = (-3, 3)$, $C = (-1, -4)$, $D = (5, -2)$ e $E = (10, 3)$. Dividindo o polígono em triângulos:

Considerando o ΔABC , temos:

$$D = \begin{vmatrix} 4 & 6 & 1 \\ -3 & 3 & 1 \\ -1 & -4 & 1 \end{vmatrix} = 12 - 6 + 12 - (-3 - 16 - 18) = 18 + 37 = 55.$$

$$\text{Logo, } A_{\Delta} = \frac{1}{2}|55| = 26,5u.a.$$

Considerando o ΔACD , temos:

$$D = \begin{vmatrix} 4 & 6 & 1 \\ -1 & -4 & 1 \\ 5 & -2 & 1 \end{vmatrix} = -16 + 30 + 2 - (-20 - 8 - 6) = 16 + 34 = 50.$$

$$\text{Logo, } A_{\Delta} = \frac{1}{2}|50| = 25u.a.$$

Considerando o ΔADE , temos:

$$D = \begin{vmatrix} 4 & 6 & 1 \\ 5 & -2 & 1 \\ 10 & 3 & 1 \end{vmatrix} = -8 + 60 + 15 - (-20 + 12 + 30) = 67 - 22 = 45.$$

$$\text{Logo, } A_{\Delta} = \frac{1}{2}|45| = 22,5u.a.$$

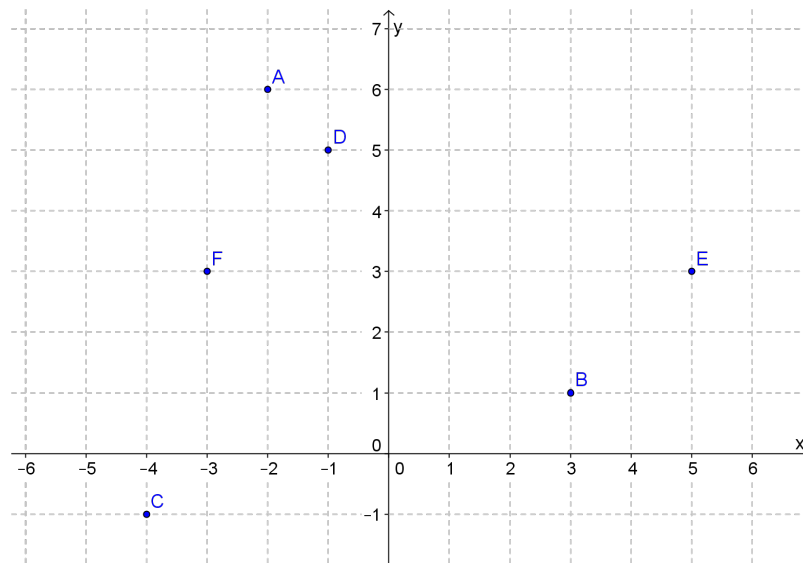
Portanto, a área do polígono $ABCDE$ é $26,5 + 25 + 22,5 = 74u.a.$

Atividades propostas para o oitavo encontro:

Atividade 1: No caderno.

1. Localize os pontos no plano cartesiano e calcule a distância entre eles (folha anexa).

Aplicando a fórmula direta da distância entre dois pontos para cada item, temos:



(a) $A = (-2, 6)$ e $B = (3, 1)$;

$$d(A, B) = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2}$$

$$d(A, B) = \sqrt{(3 + 2)^2 + (1 - 6)^2}$$

$$d(A, B) = \sqrt{5^2 + (-5)^2}$$

$$d(A, B) = \sqrt{25 + 25}$$

$$d(A, B) = \sqrt{50}$$

$$d(A, B) \cong 7,1.$$

(b) $C = (-4, -1)$ e $D = (-1, 5)$;

$$d(C, D) = \sqrt{(x_D - x_C)^2 + (y_D - y_C)^2}$$

$$d(C, D) = \sqrt{(-1 + 4)^2 + (5 + 1)^2}$$

$$d(C, D) = \sqrt{3^2 + 6^2}$$

$$d(C, D) = \sqrt{9 + 36}$$

$$d(C, D) = \sqrt{45}$$

$$d(C, D) \cong 6,7.$$

(c) $E = (5, 3)$ e $F = (-3, 3)$.

$$d(E, F) = \sqrt{(x_F - x_E)^2 + (y_F - y_E)^2}$$

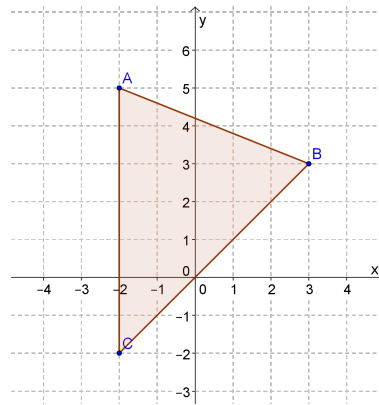
$$d(E, F) = \sqrt{(-3 - 5)^2 + (3 - 3)^2}$$

$$d(E, F) = \sqrt{(-8)^2 + 0^2}$$

$$d(E, F) = \sqrt{64}$$

$$d(E, F) = 8.$$

2. Observe o polígono representado no plano cartesiano:



(a) Determine as coordenadas dos vértices do polígono ABC.

$$A = (-2, 5), B = (3, 3) \text{ e } C = (-2, -2).$$

(b) Calcule o perímetro desse polígono ABC.

Vamos calcular a distância entre dois vértices do polígono.

Distância entre os pontos AB:

$$d(A, B) = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2}$$

$$d(A, B) = \sqrt{(3 + 2)^2 + (3 - 5)^2}$$

$$d(A, B) = \sqrt{5^2 + (-2)^2}$$

$$d(A, B) = \sqrt{25 + 4}$$

$$d(A, B) = \sqrt{29}$$

$$d(A, B) \cong 5,4.$$

Distância entre os pontos BC:

$$d(B, C) = \sqrt{(x_C - x_B)^2 + (y_C - y_B)^2}$$

$$d(B, C) = \sqrt{(-2 - 3)^2 + (-2 - 3)^2}$$

$$d(B, C) = \sqrt{(-5)^2 + (-5)^2}$$

$$d(B, C) = \sqrt{25 + 25}$$

$$d(B, C) = \sqrt{50}$$

$$d(B, C) \cong 7,1.$$

Distância entre os pontos AC:

$$d(A, C) = \sqrt{(x_C - x_A)^2 + (y_C - y_A)^2}$$

$$d(A, C) = \sqrt{(-2 + 2)^2 + (-2 - 5)^2}$$

$$d(A, C) = \sqrt{0^2 + (-7)^2}$$

$$d(A, C) = \sqrt{49}$$

$$d(A, C) = 7.$$

Portanto, o perímetro do polígono ABC é, aproximadamente, $5,4 + 7,1 + 7 = 19,5u.c.$

3. Encontre as coordenadas do ponto médio do segmento determinado pelos pontos:

Usando a fórmula do ponto médio de um segmento em cada item, temos:

(a) $A = (-6, 4)$ e $B = (5, -2)$;

$$\begin{aligned} M &= \left(\frac{x_A + x_B}{2}, \frac{y_A + y_B}{2} \right) \\ M &= \left(\frac{-6 + 5}{2}, \frac{4 - 2}{2} \right) \\ M &= \left(\frac{-1}{2}, \frac{2}{2} \right) \\ M &= (-0.5, 1). \end{aligned}$$

(b) $G = (7, -3)$ e $H = (-2, 6)$.

$$\begin{aligned} M &= \left(\frac{x_G + x_H}{2}, \frac{y_G + y_H}{2} \right) \\ M &= \left(\frac{7 - 2}{2}, \frac{-3 + 6}{2} \right) \\ M &= \left(\frac{5}{2}, \frac{3}{2} \right) \\ M &= (2.5, 1.5). \end{aligned}$$

4. Uma das extremidades de um segmento é o ponto $A = (-4, 3)$ e a outra $B = (x, y)$. Sendo $M = (3, -7)$ o ponto médio, determine as coordenadas da extremidade B .

Pelas informações dadas,

$$(3, -7) = \left(\frac{-4 + x}{2}, \frac{3 + y}{2} \right).$$

Assim, $\frac{-4 + x}{2} = 3$ e $\frac{3 + y}{2} = -7$.

Resolvendo cada uma das equações, temos:

$$-4 + x = 6 \Rightarrow x = 10 \text{ e}$$

$$3 + y = -14 \Rightarrow y = -17.$$

Portanto, $B = (10, -17)$.

5. Verifique se os pontos estão alinhados:

(a) $A = (1, -1)$, $B = (3, 3)$ e $C = (5, 7)$;

Temos,

$$D = \begin{vmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 3 & 3 & 1 \\ 5 & 7 & 1 \end{vmatrix} = 3 - 5 + 21 - (15 + 7 - 3) = 19 - 19 = 0.$$

Portanto, os pontos estão alinhados.

(b) $A = (0, 1)$, $B = (2, -4)$ e $C = (-1, -2)$;

Temos,

$$D = \begin{vmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 2 & -4 & 1 \\ -1 & -2 & 1 \end{vmatrix} = -1 - 4 - (4 + 2) = -5 - 6 = -11.$$

Portanto, os pontos não estão alinhados.

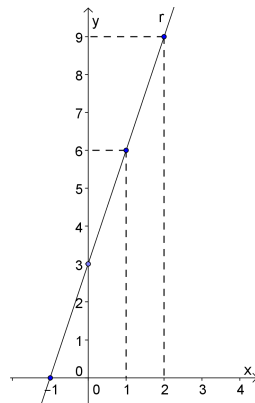
(c) $A = (1, -3)$, $B = (0, -5)$ e $C = (4, 3)$.

Temos,

$$D = \begin{vmatrix} 1 & -3 & 1 \\ 0 & -5 & 1 \\ 4 & 3 & 1 \end{vmatrix} = -5 - 12 - (-20 + 3) = -17 + 17 = 0.$$

Portanto, os pontos estão alinhados.

6. Determine a equação geral e reduzida da reta representada no gráfico abaixo:



Considerando os pontos da reta $(-1, 0)$ e $(1, 6)$, temos:

$$D = \begin{vmatrix} x & y & 1 \\ -1 & 0 & 1 \\ 1 & 6 & 1 \end{vmatrix} = y - 6 - (6x - y) = 0.$$

Daí, segue que:

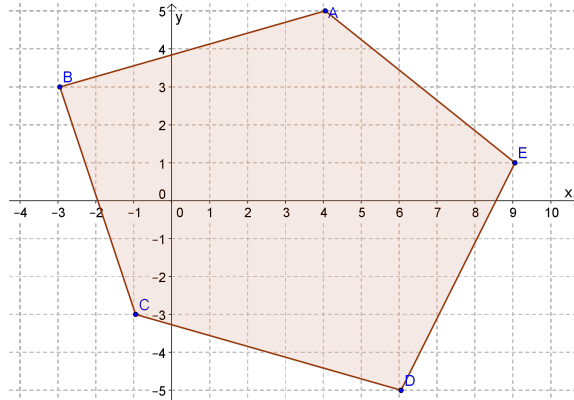
$$\Leftrightarrow -6x + 2y - 6 = 0$$

$$\Leftrightarrow 2y = 6x + 6$$

$$\Leftrightarrow y = 3x + 3.$$

Portanto, a equação geral da reta é $-6x + 2y - 6 = 0$ e a equação reduzida é $y = 3x + 3$.

7. Calcule a área do polígono representado no gráfico abaixo.



Os vértices do polígono são $A = (4, 5)$, $B = (-3, 3)$, $C = (-1, -3)$, $D = (6, -5)$ e $E = (9, 1)$. Dividindo o polígono em triângulos:

Considerando o ΔABC , temos:

$$D = \begin{vmatrix} 4 & 5 & 1 \\ -3 & 3 & 1 \\ -1 & -3 & 1 \end{vmatrix} = 12 - 5 + 9 - (-3 - 12 - 15) = 16 + 30 = 46.$$

$$\text{Logo, } A_{\Delta} = \frac{1}{2}|46| = 23u.a.$$

Considerando o ΔACD , temos:

$$D = \begin{vmatrix} 4 & 5 & 1 \\ -1 & -3 & 1 \\ 6 & -5 & 1 \end{vmatrix} = -12 + 30 + 5 - (-18 - 20 - 5) = 23 + 43 = 66.$$

$$\text{Logo, } A_{\Delta} = \frac{1}{2}|66| = 33u.a.$$

Considerando o ΔADE , temos:

$$D = \begin{vmatrix} 4 & 5 & 1 \\ 6 & -5 & 1 \\ 9 & 1 & 1 \end{vmatrix} = -20 + 45 + 6 - (-45 + 4 + 30) = 31 + 11 = 42.$$

$$\text{Logo, } A_{\Delta} = \frac{1}{2}|42| = 21u.a.$$

Portanto, a área do polígono $ABCDE$ é $23 + 33 + 21 = 77u.a.$

Atividade 2: No GeoGebra.

Atividades propostas para o nono encontro:

Atividade 1: Coleta de pontos no espaço.

Atividade 2: No GeoGebra.

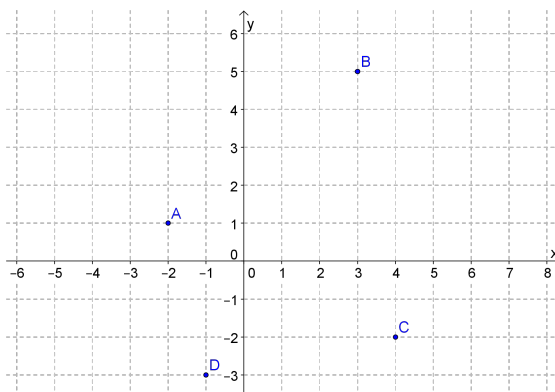
Atividade 3: Medição com fita métrica.

Todas as atividades foram apresentadas no corpo do trabalho por dependerem dos pontos coletados no espaço físico.

Atividades propostas para o décimo encontro:

Atividade 1: Avaliação diagnóstica.

1. Localize os pontos $A = (-2, 1)$, $B = (3, 5)$, $C = (4, -2)$ e $D = (-1, -3)$ no plano cartesiano.



2. Considerando os pontos no item (1), calcule a distância entre A e B :

Temos,

$$d(A, B) = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2}$$

$$d(A, B) = \sqrt{(3 + 2)^2 + (5 - 1)^2}$$

$$d(A, B) = \sqrt{5^2 + 4^2}$$

$$d(A, B) = \sqrt{25 + 16}$$

$$d(A, B) = \sqrt{41}$$

$$d(A, B) \cong 6,4.$$

3. Calcule a distância entre os pontos:

Aplicando a fórmula direta da distância entre dois pontos, temos:

(a) $A = (2, 7)$ e $B = (6, 4)$;

$$\begin{aligned}
 d(A,B) &= \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2} \\
 d(A,B) &= \sqrt{(6 - 2)^2 + (4 - 7)^2} \\
 d(A,B) &= \sqrt{4^2 + (-3)^2} \\
 d(A,B) &= \sqrt{16 + 9} \\
 d(A,B) &= \sqrt{25} \\
 d(A,B) &= 5.
 \end{aligned}$$

(b) $C = (-3, 5)$ e $D = (7, 5)$.

$$\begin{aligned}
 d(C,D) &= \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2} \\
 d(C,D) &= \sqrt{(7 + 3)^2 + (5 - 5)^2} \\
 d(C,D) &= \sqrt{10^2 + 0^2} \\
 d(C,D) &= \sqrt{100} \\
 d(C,D) &= 10.
 \end{aligned}$$

4. Determine o ponto médio do segmento determinado pelos pontos $P = (6, 1)$ e $Q = (2, -5)$.

Usando a fórmula do ponto médio de um segmento, temos:

$$\begin{aligned}
 M &= \left(\frac{x_P + x_Q}{2}, \frac{y_P + y_Q}{2} \right) \\
 M &= \left(\frac{6 + 2}{2}, \frac{1 - 5}{2} \right) \\
 M &= \left(\frac{8}{2}, \frac{-4}{2} \right) \\
 M &= (4, -2).
 \end{aligned}$$

5. Uma das extremidades de um segmento AB é o ponto $A = (7, 1)$. Sendo $M = (6, -1)$ o ponto médio desse segmento, determine as coordenadas do ponto B que corresponde a outra extremidade do segmento.

Pelas informações dadas,

$$(6, -1) = \left(\frac{7 + x}{2}, \frac{1 + y}{2} \right).$$

$$\text{Assim, } \frac{7 + x}{2} = 6 \text{ e } \frac{1 + y}{2} = -1.$$

Resolvendo cada uma das equações, temos:

$$7 + x = 12 \Rightarrow x = 5 \text{ e}$$

$$1 + y = -2 \Rightarrow y = -3.$$

Portanto, $B = (5, -3)$.

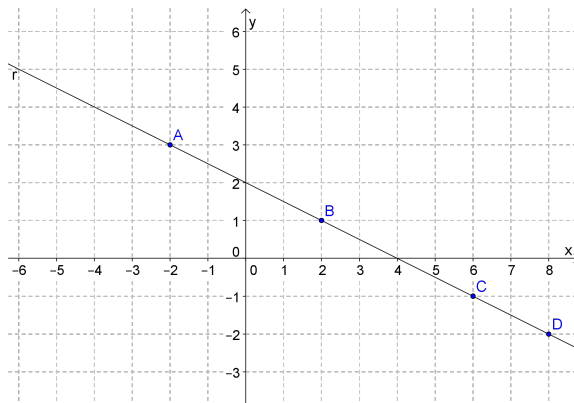
6. Verifique se os pontos $A = (2, 1)$, $B = (5, 7)$ e $C = (-3, -9)$ estão alinhados.

Temos,

$$D = \begin{vmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 5 & 7 & 1 \\ -3 & -9 & 1 \end{vmatrix} = 14 - 3 - 45 - (-21 - 18 + 5) = -34 + 34 = 0.$$

Portanto, os pontos estão alinhados.

7. Determine a equação reduzida da reta representada no gráfico abaixo.



Considerando os pontos $A = (-2, 3)$ e $B = (2, 1)$, temos:

$$D = \begin{vmatrix} x & y & 1 \\ -2 & 3 & 1 \\ 2 & 1 & 1 \end{vmatrix} = 3x + 2y - 2 - (6 + x - 2y) = 0.$$

Daí, segue que:

$$\Leftrightarrow 2x + 4y - 8 = 0$$

$$\Leftrightarrow 4y = -2x + 8$$

$$\Leftrightarrow y = \frac{-1}{2}x + 2.$$

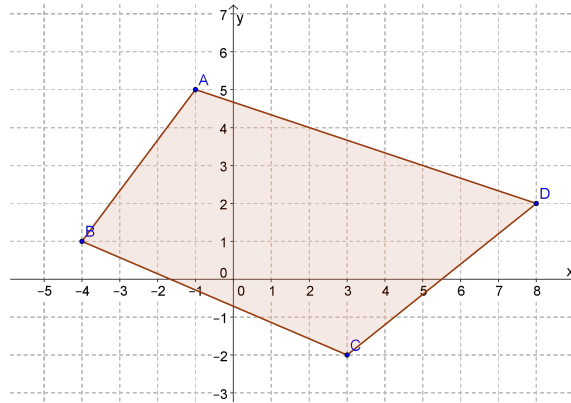
Portanto, a equação reduzida da reta é $y = \frac{-1}{2}x + 2$.

8. Calcule a área do quadrilátero representado no gráfico abaixo.

Os vértices do polígono são $A = (-1, 5)$, $B = (-4, 1)$, $C = (3, -2)$ e $D = (8, 2)$. Dividindo o polígono em triângulos:

Considerando o ΔABC , temos:

$$D = \begin{vmatrix} -1 & 5 & 1 \\ -4 & 1 & 1 \\ 3 & -2 & 1 \end{vmatrix} = -1 + 15 + 8 - (3 + 2 - 20) = 22 + 15 = 37.$$



$$\text{Logo, } A_{\Delta} = \frac{1}{2}|37| = 18,5u.a.$$

Considerando o ΔACD , temos:

$$D = \begin{vmatrix} -1 & 5 & 1 \\ 3 & -2 & 1 \\ 8 & 2 & 1 \end{vmatrix} = 2 + 40 + 6 - (-16 - 2 + 15) = 48 + 3 = 51.$$

$$\text{Logo, } A_{\Delta} = \frac{1}{2}|51| = 25,5u.a.$$

Portanto, a área do quadrilátero $ABCD$ é $18,5 + 25,5 = 44u.a.$

APÊNDICE C – AVALIAÇÃO PARCIAL DE UM ALUNO



CURSO TÉCNICO DE NÍVEL MÉDIO EM ELETROMECÂNICA
PROEJA – MÓDULO IV
UNIDADE CURRICULAR: Trigonometria
Professora: Luciane Cechin Mário



AVALIAÇÃO DE TRIGONOMETRIA – Geometria Analítica

Nome: _____

Data: 03/11/2013

Obs.: As questões somente serão consideradas mediante apresentação dos cálculos – justificativa.

1) Calcule a distância entre os pontos:

a) $A = (6,1)$ e $B = (2,4)$

$$d^2_{AB} = (x_a - x_b)^2 + (y_a - y_b)^2$$

$$d^2_{AB} = (6 - 2)^2 + (1 - 4)^2$$

$$d^2_{AB} = 4^2 + (-3)^2$$

$$d^2_{AB} = 16 + 9$$

$$d_{AB} = \sqrt{25}$$

$$d_{AB} = 5 // e$$

b) $C = (-5,3)$ e $D = (4,3)$

$$d_{CD} = |x_a - x_b|$$

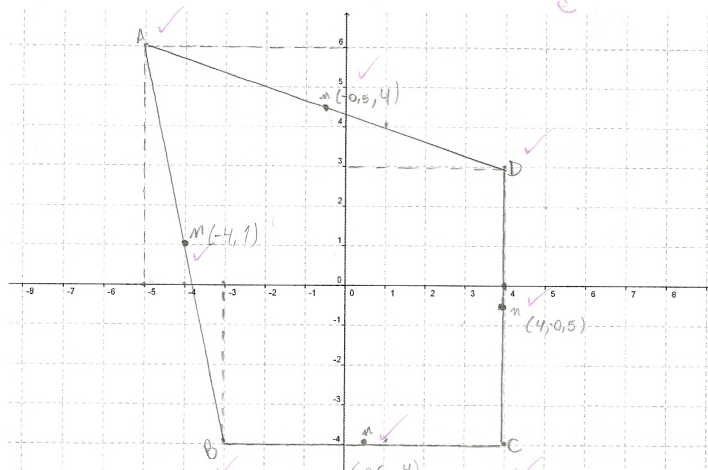
$$= |-5 - 4|$$

$$= |-9|$$

$$= 9 // e$$

2) Dados os seguintes pontos: $A = (-5,6)$, $B = (-3,-4)$, $C = (4,-4)$ e $D = (4,3)$. Faça o que se pede:

a) Localize os pontos no plano cartesiano abaixo e trace o polígono ABCD. e



b) Calcule o perímetro do polígono ABCD. Considere como unidade de comprimento o centímetro e uma casa decimal para aproximação.

$$d_{AB}^2 = (-5 - (-3))^2 + (6 - (-4))^2 = (-2)^2 + 10^2 = 4 + 100 = 104$$

$$d_{AB} = \sqrt{104} \approx 10,2$$

$$d_{BC}^2 = (-3 - 4)^2 + (-4 - (-4))^2 = (-7)^2 + 0^2 = 49$$

$$d_{BC} = \sqrt{49} = 7$$

$$d_{CD}^2 = (4 - 4)^2 + (4 - 3)^2 = 0^2 + 1^2 = 1$$

$$d_{CD} = \sqrt{1} = 1$$

$$d_{AD}^2 = (-5 - 4)^2 + (6 - 3)^2 = (-9)^2 + 3^2 = 81 + 9 = 90$$

$$d_{AD} = \sqrt{90} \approx 9,48$$

$$P = AB + BC + CD + AD = 10,2 + 7 + 1 + 9,48 = 33,68 \text{ m}$$

c) Determine o ponto médio dos lados do polígono ABCD e localize-os no item (a).

$A = (-5, 6)$ $B = (-3, -4)$ $C = (4, -4)$ $D = (4, 3)$
 $M_{AB} = \left(\frac{-5 + (-3)}{2}, \frac{6 + (-4)}{2} \right) = \left(-4, 1 \right)$
 $M_{BC} = \left(\frac{-3 + 4}{2}, \frac{-4 + (-4)}{2} \right) = \left(0,5, -4 \right)$
 $M_{CD} = \left(\frac{4 + 4}{2}, \frac{4 + 3}{2} \right) = \left(4, 3,5 \right)$
 $M_{AD} = \left(\frac{-5 + 4}{2}, \frac{6 + 3}{2} \right) = \left(-0,5, 4,5 \right)$

3) Uma das extremidades de um segmento é o ponto $A = (5, 2)$ e a outra é o ponto $B = (x, y)$. Sabendo que $M = (3, -1)$ é o ponto médio do segmento AB, determine as coordenadas do ponto B.

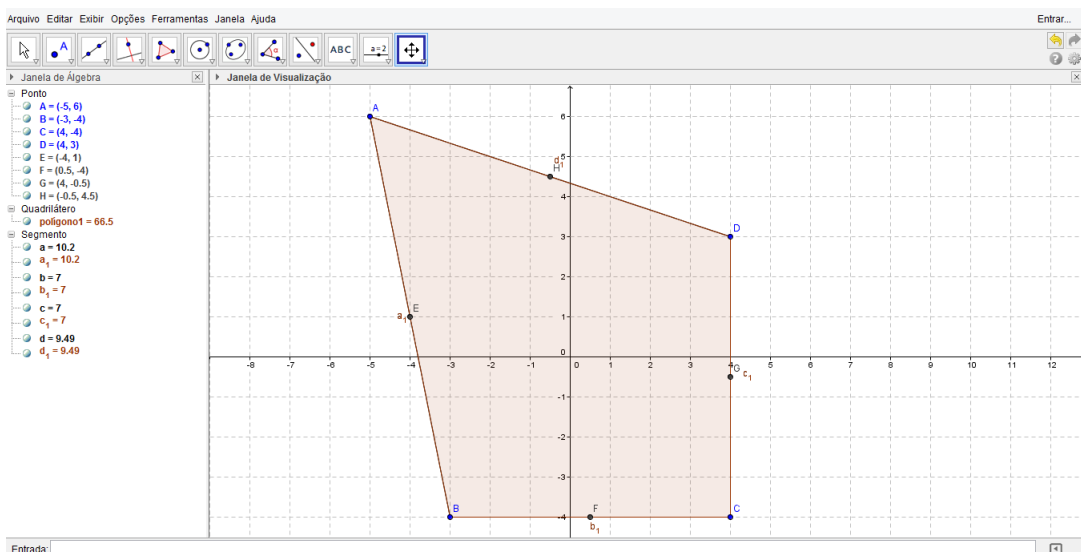
$$x_m = \frac{x_a + x_b}{2} \text{ ou } y_m = \frac{y_a + y_b}{2}$$

$$3 = \frac{5 + x_B}{2} \Rightarrow 6 = 5 + x_B \Rightarrow x_B = 1$$

$$-1 = \frac{2 + y_B}{2} \Rightarrow -2 = 2 + y_B \Rightarrow y_B = -4$$

$B = (1, -4)$

4) Refazer o exercício (2) usando o software Geogebra. Salvar o arquivo e encaminhar para e-mail do professor: luciane.mario@ifsc.edu.br. Identifique-o como avaliação(nome do aluno).



APÊNDICE D - ALGUMAS QUESTÕES RESOLVIDAS DA AVALIAÇÃO FINAL

6) $A(2,1)$ $B(5,7)$ $C(-3,-9)$
 $-27 - 18 + 9 = -34$

$$\begin{array}{ccc|cc} 2 & 1 & 1 & 2 & 1 \\ 5 & 7 & 1 & 5 & 7 \\ -3 & -9 & 1 & -3 & -9 \end{array}$$
 $14 - 3 - 45 = -34$
 ? Que conclusão você chegou?

7) $-2 + 3x + 4y - (x - 2y + 6) = 0$
 $-2 + 3x + 4y - x + 2y - 6 = 0$
 $2x + 4y - 8 = 0 \quad :2$
 $x + 2y - 4 = 0$
 $y = \frac{4-x}{2}$ $y = 2 - \frac{x}{2}$ e

8) $A(-2,5)$ $B(4,7)$ $C(8,2)$ Det: $D_1 - D_2$
 $8 \cdot 2 - 20 = -14$ $37 - 14 = 27$

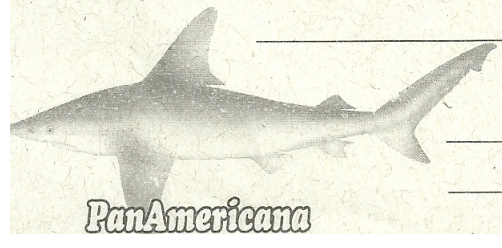
$$\begin{array}{ccc|cc} -2 & 5 & 1 & -2 & 5 \\ -4 & 7 & 1 & -4 & 7 \\ 8 & 2 & 1 & 8 & 2 \end{array}$$
 $-7 + 10 \cdot 8 = 77$
 Área: $\frac{7}{2} | 77 = 8,5$
 x

9) $B(-4,1)$ $C(3,-2)$ $D(8,2)$ Det: $D_1 - D_2$
 $-16 - 8 + 3 = -21$ $22 - 11 = 11$

$$\begin{array}{ccc|cc} -4 & 1 & 1 & -4 & 1 \\ 3 & -2 & 1 & 3 & -2 \\ 8 & 2 & 1 & 8 & 2 \end{array}$$
 $-8 + 8 + 6 = 22$ Área Total: 14 cm^2
 x

6) $-21 - 18 + 5 = -34$ ✓ $\det = d_2 - d_1$
 $\det = 56 - 34$
 22
 \times
 $14 - 3 \cdot 0 + 5 = 56$ \times Não são alinhados

5 $\frac{x_A + x_B}{2}$ $\frac{y_A + y_B}{2}$ $A(9, 1)$
 $m = 6 - 1$
 $6 = \frac{4 + x_B}{2}$ $-1 = \frac{1 + y_B}{2}$
 $6 = \frac{2 + x_B}{2}$ $-1 = \frac{1 + y_B}{2}$
 $6 \cdot 2 = 2 + x_B$ $-1 \cdot 2 = 1 + y_B$
 $12 = 2 + x_B$ $-2 - 1 = y_B$
 $12 - 2 = x_B$ $-3 = y_B$ ✓
 $5 = x_B$ ✓
 $x_B = 5$ $B = (5, -3)$
 $y_B = -3$



APÊNDICE E – QUESTIONÁRIO COMPLETO



Ministério da Educação
Universidade Tecnológica Federal do Paraná
 Pro-Reitoria de Graduação e Educação Profissional
 Pró-Reitoria de Pesquisa e Pós-Graduação
 Mestrado Profissional em Matemática
 Câmpus Pato Branco



Questionário para análise dos resultados do desenvolvimento do Projeto de Pesquisa “O Uso de Recursos Tecnológicos no Ensino da Geometria Analítica no PROEJA do IF-SC, Câmpus Chapecó” do curso de mestrado do PROFMAT da UTFPR – Polo Pato Branco. Desde já, agradeço sua colaboração.

1) Idade: 40

2) O que achou das aulas de Matemática com o uso de ferramentas tecnológicas para o ensino?

ótimas () muito boas () boas () regulares

3) O fato de usar o software Geogebra, ajudou você na aprendizagem dos conteúdos abordados?

muito () pouco () quase nada () nada

4) Você já conhecia algum desses instrumentos tecnológicos?

() GPS () Software Geogebra () Software Matlab () Outro.

Qual deles já havia trabalhado? Não

5) O fato de ter trabalhado com dados reais, no caso, pontos do espaço físico em que estudam, permitiu a você uma clareza maior dos conteúdos estudados em sala de aula?

muito () pouco () quase nada () nada

6) O que mais te ajudou a apreender os conteúdos trabalhados durante as aulas de geometria analítica?

As aulas práticas e em laboratório ajudaram muito no esclarecimento do assunto.

Câmpus Pato Branco

Via do Conhecimento, Km 1
 CEP 85503-390 - Pato Branco - PR – Brasil
 Departamento de Matemática
 Telefone: (46) 3220-2553