Universidade Federal de Mato Grosso

Instituto de Ciências Exatas e da Terra

Departamento de Matemática

O ensino da matemática financeira: entre a teoria e a necessidade prática do cotidiano

Glaucio Antonio Munhos Sanches

Mestrado Profissional em Matemática: PROFMAT/SBM

Orientador: **Prof. Dr. Geraldo Lúcio Diniz**

Trabalho financiado pela Capes

Cuiabá - MT

Março de 2014

O ensino da matemática financeira: entre a teoria e a necessidade prática do cotidiano

Este exemplar corresponde à redação final da dissertação, devidamente corrigida e defendida por Glaucio Antonio Munhos Sanches e aprovada pela comissão julgadora.

Cuiabá, 25 de abril de 2014.

Prof. Dr. Geraldo Lúcio Diniz
Orientador

Banca examinadora:

Prof. Dr. Geraldo Lúcio Dinis
Prof. Dr. André Krindges
Prof. Dr. Edgar Nascimento

Dissertação apresentada ao curso de Mestrado Profissional em Matemática – PROFMAT, da Universidade Federal de Mato Grosso, como requisito parcial para obtenção do título **de Mestre em Matemática**.

Dados Internacionais de Catalogação na Fonte.

S211e Sanches, Glaucio Antonio Munhos.
O ensino da matemática financeira: : entre a teoria e a necessidade prática do cotidiano / Glaucio Antonio Munhos Sanches. -- 2014
xii, 55 f. : il. color. ; 30 cm.

Orientador: Geraldo Lúcio Diniz.
Dissertação (mestrado profissional) - Universidade Federal de Mato Grosso, Instituto de Ciências Exatas e da Terra, Programa de Pós-Graduação em Matemática, Cuiabá, 2014.
Inclui bibliografia.

1. Ensino de matemática. 2. Proposta pedagógica. 3. Atividades didáticas. I. Título.

Ficha catalográfica elaborada automaticamente de acordo com os dados fornecidos pelo(a) autor(a).

Dissertação de Mestrado defendida em _17_ de _Março_ de _2014_. e aprovada pela banca examinadora composta pelos Professores Doutores

____
Prof. Dr. Geraldo Lúcio Diniz

____
Prof. Dr. André Krindges

____
Prof. Dr. Edgar Nascimento

Dedicatória

À minha esposa Solange e minhas filhas Carolaine e Maria Eduarda pela compreensão durante toda a realização deste trabalho, a meus pais Amador e Antonia, que mesmo não tendo estudos me proporcionaram ser um educador.

Agradecimentos

A Deus pela vida e por ter me dado forças para a realização deste trabalho.

Ao meu orientador, professor Doutor Geraldo Lúcio Diniz, pelo apoio e competência. Sua contribuição foi essencial para a realização deste trabalho.

A todos os professores do Mestrado Profissional em Matemática da UFMT, que com seus ensinamentos deram contribuições significativas para a minha formação.

À UFMT (Universidade Federal de Mato Grosso), pela oportunidade de fazer o curso.

À CAPES (Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior) pela concessão da bolsa durante todo o período de realização deste mestrado.

Às minhas filhas amadas Carolaine e Maria Eduarda, que mesmo reclamando, entenderam os momentos de minha ausência.

À minha esposa Solange por ter me apoiado nessa caminhada, incentivando, compartilhando as angústias, os medos e incertezas sempre com palavras de otimismo, ajudando a superar as dificuldades ao longo do caminho.

Ao meu amigo Antutérpio, colega de trabalho e amigo de longa data que muito contribuiu com sua experiência, para a realização deste trabalho.

Aos meus colegas de Mestrado que fizeram parte desses momentos e, em especial ao Adriano M. Pacheco e Aline, pelo companheirismo.

Aos meus irmãos Celso, Edivam, Pedro e Denys por torcerem pelo meu sucesso.

Muito obrigado a todos.

Qualquer trabalho, qualquer descoberta, qualquer invenção é um trabalho universal. Ele está condicionado, em parte, pela cooperação de contemporâneos, em parte, pela utilização do trabalho de seus predecessores.

Karl Marx.

Resumo

Neste trabalho é apresentada uma proposta diferenciada para se ensinar a componente curricular matemática financeira, que essencialmente consiste em cativar a atenção dos alunos, incentivando-os a participarem das explicações. Para isso, utilizamos artimanhas para gerar curiosidades nos alunos sobre o assunto. É feito um breve histórico sobre matemática financeira, o surgimento do comércio, a criação do dinheiro, os primeiros bancos e as primeiras publicações sobre o assunto. Em seguida, é apresentada a proposta, que foi aplicada numa turma inicial do ensino médio, de uma escola pública do município de Rondonópolis, em Mato Grosso. Os resultados obtidos estão relatados no final deste trabalho.

Palavras chave: Ensino de matemática, proposta pedagógica, atividades didáticas.

Abstract

This paper presents a proposal differentiated in order to teach the curriculum component financial mathematics, which essentially consists in captivating students' attention, encouraging them to participate in the explanations. For this, we use tricks to generate curiosity in students on the subject. It made a brief history of financial mathematics, the emergence of trade, the creation of money, the first banks and the first publications on the subject. Then present the proposal, which was applied in the initial class of high school at a public school in the city of Rondonóópolis in Mato Grosso. The results are reported at the end of work.

Keywords: Mathematics teaching, pedagogic proposal, didactic activities.

Sumário

Lista de Figuras

Lista de Tabelas

Introdução

"Educai as crianças e não será necessário punir os homens"
(Pitágoras)

Ao longo das últimas décadas, a educação, e a formação de professores tem merecido um lugar de destaque, tanto na esfera nacional quanto na internacional. Os novos desafios que se colocam à educação no século XXI exigem uma atenção redobrada e um contínuo investimento na formação de professores e na investigação nesta área.

No tocante à formação dos professores de matemática, vários aspetos merecem consideração, tendo em conta a exigência do papel do professor nos diferentes contextos profissionais. Sua formação envolve, na verdade, fatores diversificados como, por exemplo:

- O conhecimento matemático do professor;
- O conhecimento do papel do professor e do aluno no processo de ensino/aprendizagem;
- O conhecimento das orientações curriculares;
- A capacidade para planificar e construir recursos para o processo de ensino/aprendizagem;
- Conhecimento dos processos de aprendizagem;
- O desenvolvimento da capacidade para a resolução de problemas, construção de projetos, desenvolvimento dos projetos;
- A capacidade de refletir sobre a sua prática;

Enquanto educador nos deparamos com um grande desafio: como ensinar matemática? Como transmitir os conteúdos que são pré-requisitos sem desestimular os alunos que apresentam um grau de dificuldade maior que os demais, e àqueles que afirmam não gostarem de matemática?

Partindo deste ponto, o trabalho tem como objetivo desenvolver aplicações práticas como propostas de ensino, inserindo os conteúdos de matemática financeira a serem ministrados, levando-se em conta as experiências acumuladas no cotidiano dos alunos, bem como suas necessidades e curiosidades.

Assim, o papel do educador tem de possibilitar condições necessárias para que o educando se descubra como sujeito social, ativo, crítico e transformador do meio do qual faz parte. Nesta trajetória o professor deve respeitar o educando em suas limitações e em suas particularidades, respeitando o tempo que cada um deles leva para assimilar e interpretar determinados conteúdos.

Para Freire (2009), "O educador que 'castra' a curiosidade do educando em nome da eficácia da memorização mecânica do ensino dos conteúdos, tolhe a liberdade do educando, a sua capacidade de aventurar-se. Não forma, domestica" (p.63). A autonomia, a dignidade e a identidade do educando têm de ser respeitadas, caso contrário, o ensino tornar-se-á "inautêntico, palavreado vazio e inoperante" (p.69).

Para alcançarmos esta meta, foi realizado em sala de aula uma introdução sobre a história da matemática financeira e o que é estudado nesta componente curricular, com os alunos de um dos primeiros anos da Escola Estadual de Ensino Médio Major Otávio Pitaluga, localizada em Rondonópolis-MT, tendo como base norteadora do processo de ensino aprendizagem, a vinculação entre o conteúdo a ser ministrado e o cotidiano dos alunos. Em seguida, solicitamos aos mesmos que fizessem uma pesquisa em seus lares, trouxessem algumas questões sugeridas por seus pais e também suas próprias curiosidades sobre o universo da matemática financeira.

Procuramos com essa prática, identificar as principais necessidades dos alunos, onde será aplicada a proposta, com a finalidade de melhorar a aplicabilidade do conteúdo a ser ministrado no cotidiano da comunidade, de forma a gerar no aluno a expectativa e o desejo de aprender. Pois, dentre os alunos seria raro encontrar algum que nunca tivera uma curiosidade sobre o assunto, ou que não fora questionado pelos pais sobre como fazer uma conta de juros, sobre um financiamento, crediário, título de capitalização, etc. Aqueles que possivelmente, por não terem conseguido realizar esse cálculo, ouviram a famosa frase dita pelos pais "está indo à escola prá quê?" Tendo em vista que a matemática financeira é um dos assuntos com maior aplicabilidade no cotidiano da população e um dos conteúdos mais exigidos dos alunos no dia a dia.

Segundo D'Ambrosio (1997), “Ao professor é reservada alguma coisa mais nobre. Ao professor é reservado o papel de dialogar, de entrar no novo junto com os alunos, e não o de mero transmissor do velho” (p.10). Através dessas questões, foi realizada uma seleção e após a análise do material disponível, observando as dúvidas e curiosidades, montou-se o planejamento das aulas (apêndice A) de forma a proporcionar aos alunos condições para responderem as questões montadas por eles e organizadas de forma mais clara pelo professor.

Pretendemos com estas aulas sobre matemática financeira estimular o aluno com apoio de sua família a se interessar pelo ato de estudar, de ler, de observar e de reconhecer as múltiplas relações entre os objetos, para compreendê-los e interpretá-los com base em uma visão crítica do seu papel na sociedade.

No primeiro capítulo apresentamos um breve resumo histórico sobre matemática financeira, o surgimento do comércio, a criação do dinheiro, dos primeiros bancos às primeiras publicações sobre o assunto. Abordamos também a justificativa para a escolha do tema e as dificuldades encontradas para se ensinar matemática financeira.

No segundo capítulo, mostramos como pretendemos levar para os alunos um pouco da história da matemática financeira, com exemplos práticos do passado da humanidade, bem como onde se aplica a matemática financeira, e como foram coletados argumentos para gerar curiosidades e prender a atenção dos mesmos durante as explicações. Neste capítulo, também apresentamos como foi montado o material a ser utilizado na aplicação da proposta.

No terceiro e último capítulo relatamos o trajeto pedagógico percorrido para a aplicação da proposta, algumas experiências positivas e outras nem tanto, algumas surpresas que ocorreram, como o desenvolvimento espontâneo do cálculo mental feita por alunos que normalmente ficavam alheios durante as aulas.

Capítulo 1

Um breve histórico sobre matemática financeira

Neste capítulo abordaremos o surgimento da matemática financeira, ou seja, as primeiras formas de comércio, desde sua origem, provavelmente com as trocas realizadas entre os homens das cavernas, bem como sua evolução, passando pelo uso de equivalência nas trocas, à criação de moedas, o surgimento dos banqueiros e com eles os bancos. Faremos também alguns comentários a respeito das primeiras publicações sobre matemática financeira e uma caracterização da escola, onde será realizada a proposta metodológica, bem como a justificativa para a escolha do tema, acompanhada das principais dificuldades encontradas no ensino da matemática financeira.

1.1 Surgimento do comércio

Historicamente, a origem da matemática financeira está ligada diretamente ao surgimento do comércio, tendo em vista que a maioria das obras que tratam deste assunto é denominada Matemática Comercial e Financeira.

Teoricamente, as primeiras formas de comércio surgiram nas civilizações primitivas, possivelmente a partir do momento em que os homens das cavernas, começaram a se comunicar, quando havia um excedente de um determinado gênero, eram trocados por outro gênero sem se preocuparem com o valor do que estava sendo trocado. Segundo (Carvalho e Cylleno, 1971, p.3), "a história do comércio é a própria história da civilização", bem como "o comércio é o sangue da economia" (p.3).

Neste contexto, o primeiro tipo de troca comercial foi o *escambo*, forma segundo a qual se trocam diretamente e, portanto, sem a intervenção de uma "moeda" no sentido moderno da palavra, gêneros e mercadorias correspondentes a matérias primas, ou a objetos de grande necessidade.

Com o passar do tempo e, pela necessidade, surgiram unidades para serem usadas como padrão de equivalência, como o boi na Grécia pré-helênica, e o sal no Império Romano, cujo valor era decorrente de sua utilização na conservação de alimentos.

No Egito, na época dos faraós, as mercadorias eram pagas com metais como cobre, bronze e, por vezes, ouro e prata, divididos em pepitas ou palhetas, ou, ainda, na forma de lingotes e anéis, cujo valor era determinado pelo peso.

Em relação ao surgimento do dinheiro, faremos um breve comentário sobre a sua suposta origem, tendo em vista que antigamente todas as mercadorias eram trocadas, e o valor a ela atribuído era de acordo com o tempo gasto pela sua produção, incluindo a força de trabalho e, finalmente, o grau de interesse pela troca, o que hoje chamamos de lei da oferta e da procura. Por isso, houve a necessidade de se criar um sistema mais estável de avaliação e equivalência, com unidades chamadas de "moeda-mercadoria" ou "padrões fixos". Segundo Ifrah (1997),

> a primeira unidade de escambo admitida na Grécia pré-helênica foi o boi. No século VIII a.C., na Ilíada de Homero (XXIII, 705, 749-751 e VI, 236), uma mulher hábil para mil trabalhos é assim avaliada em 4 bois, a armadura em bronze de Glauco em 9 bois e a de Diomedes (que era de ouro) em 100 bois; ademais, numa lista de recompensas, vêem-se suceder-se, na ordem dos valores decrescentes, uma copa de prata cinzelada, um boi e um meio talento de ouro (Ifrah, 1997, p. 146).

Com o surgimento do dinheiro, na forma de moeda, o valor do produto não dependia mais da força de trabalho empregado na sua produção, o dinheiro passa a ser a própria mercadoria a ser trocada entre as pessoas.

Foi assim que ocorreu a criação de uma moeda metálica com valor estipulado pelo Estado denominado de dinheiro. De acordo com Ifrah (1997),

> A invenção desse sistema ideal de troca comercial, segundo a opinião da maioria dos especialistas, foi atribuída à Grécia da Ásia (ou Ásia Menor) e à Lídia, no século VII antes da era cristã. Em razão das múltiplas vantagens que comportava, seu uso teria se espalhado rapidamente por Grécia, Fenícia, Roma e entre inúmeros outros povos, inclusive na China (Ifrah, 1997, p. 152).

Na moeda era costume gravar as características da nação, simbolizada pelos seus soberanos e cabia aos mestres fabricar artesanalmente as moedas, um exemplo típico é o rosto de Alexandre - o grande. Acredita-se que este tenha sido o primeiro rosto gravado em moeda.

1.2 Surgimento dos banqueiros

Com o passar do tempo, as pessoas adquiriram o hábito de guardar suas riquezas em ouro, prata e pedras preciosas em ourives, mestre cujo ofício era a produção de jóias em ouro e prata, e este emitia um papel manuscrito, denominado recibo, o qual passa a ser trocado por mercadorias, ou seja, o recibo é utilizado como forma de dinheiro para o pagamento de mercadorias, dando origem assim ao dinheiro em papel. Concomitantemente ao crescimento do comércio, surge uma nova atividade, o comércio do próprio dinheiro e como este ocorria entre diversos países, conforme nos diz Robert (1989),

> ... mas, ao passar as fronteiras, a questão – quantidade de ouro em cada moeda – se torna muito importante, pois o país comprador paga com sua moeda, uma soma equivalente à quantidade de ouro contida na moeda do país vendedor (Robert, 1989, p. 31).

Alguns comerciantes, conhecendo muito essas moedas estrangeiras (ouro e prata), começaram a interessar-se por acumular grandes quantidades para, então, se dedicar à atividade de troca ou câmbio de dinheiro, daí o surgimento dos “cambistas”, ocorrendo rapidamente o acúmulo de fantásticas somas em dinheiro nas mãos dos cambistas.

Paulatinamente, os cambistas foram se ocupando de uma nova atividade: guardar e emprestar dinheiro. Imaginemos um cambista qualquer que tenha acumulado, em seus cofres, imensa quantidade de dinheiro. Era natural que a seguinte idéia lhe ocorresse: porque estas grandes somas de dinheiro haverão de permanecer em nosso poder sem qualquer lucro para mim?

> ... emprestarei parte deste dinheiro a quem pedir, sob a condição de que seja devolvido num prazo determinado. E como meu devedor empregará o dinheiro como quiser durante este período – talvez em transações comerciais – é natural que eu obtenha alguma vantagem. Por isso, além do dinheiro emprestado, deverá entregar-me, no vencimento do prazo estipulado, uma soma adicional. (Robert, 1989, p. 55-56).

É natural ao homem o interesse em obter vantagem nas negociações realizadas. Assim, além do dinheiro emprestado, o credor passa estipular um valor adicional agregado ao valor emprestado, o qual denominamos atualmente de ágio.

Da prática da cobrança do ágio é que vem o lucro, o ganho ou, então, os juros, ficando caracterizadas, ainda que de uma forma bastante rudimentar, o que seriam as primeiras operações de crédito. Segundo Schneider (2008),

> Outra curiosidade é o modo como os cambistas exerciam sua profissão, sentados num banco de madeira em algum lugar do mercado, local onde faziam o intercâmbio de sua mercadoria específica, o dinheiro, dando origem à palavra "banqueiro" e, também, "banco" (Schneider, 2008, p. 29).

1.3 As primeiras instituições bancárias

Dentre os escolhidos para serem os guardadores do ouro acumulado pelos mais abastados na época, estavam os sacerdotes. Neste contexto, os primeiros bancos teriam sido criados pelos sacerdotes, que realizavam operações financeiras. Mas a Igreja Católica, ao perceber o que estaria ocorrendo, resolveu proibir os sacerdotes de exercerem as atividades financeiras, ela assumiu o negócio, criando o Banco do Espírito Santo, este iniciou suas atividades com um enorme capital.

O objetivo do Banco do Espírito Santo era cobrar impostos, dízimos e indulgências de seus fiéis, porém também realizavam empréstimos. A Igreja usava seu grande poder na época para manter-se única na atividade, proibindo ou condenando quem emprestasse dinheiro a juros.

Na prática, como escreveu (Robert, 1989, p. 57) "esta proibição era motivada por um interesse econômico muito *mundano*: a Igreja ambicionava assegurar para si o monopólio absoluto na exação [cobrança] de juros."

Apesar das ameaças e maldições, a Igreja não conseguiu manter este monopólio por muito tempo, pois com o próprio crescimento do comércio, se fazia necessário uma rede bancária mais ampla. Assim, uma das primeiras instituições a exercerem atividades financeiras por todo mundo conhecido na época, foram as cidades-estado da Itália, conforme nos diz Schneider (2008),

> o primeiro banco privado foi fundado em Veneza, pelo duque Vitali, no ano de 1157. Nos séculos XIII, XIV e XV, houve a criação de toda uma rede bancária e a Igreja teve de aceitar a nova realidade, de que não estava mais sozinha nesse ramo de negócio (Schneider, 2008, p. 29).

1.4 Primeiras publicações sobre matemática financeira

Posteriormente ao desenvolvimento das atividades comerciais no Renascimento e o crescente interesse pela educação, foram elaborados os primeiros escritos populares sobre aritmética, tendo sido impressas várias obras na Europa até o século XVII, de acordo com Eves (2004),

> Essas obras eram de dois tipos, basicamente aquelas escritas em latim por intelectuais de formação clássica, muitas vezes, ligados a escolas da Igreja, e outras escritas no vernáculo por professores práticos interessados em preparar jovens para carreiras comerciais (Eves, 2004, p. 299).

Veja o que Gonçalves (2013) escreveu sobre a obra considerada a mais antiga aritmética impressa, anônima e, muito rara, denominada Aritmética de Treviso, publicada na cidade de Treviso em 1478,

> ... trata-se de uma aritmética amplamente comercial, dedicada a explicar a escrita dos números, a efetuar cálculos com eles e que contém aplicações envolvendo sociedades e escambo. Como os algoritmos iniciais do século XIV, ela também inclui questões recreativas. Foi o primeiro livro de matemática a ser impresso no mundo ocidental (Gonçalves, 2013, p. 6).

Devemos citar também outras publicações pela sua relevância, como a aritmética comercial escrita em 1484, por Piero Borghi, em Veneza, e que alcançou dezessete edições até 1557; e a de Adam Riese considerada "a mais influente de todas as aritméticas comerciais alemãs, segundo (Eves, 2004, p. 299) [...] este trabalho conseguiu uma reputação tão alta que, ainda hoje na Alemanha, *nach Adam Riese* significa cálculo correto."

1.5 Histórico e caracterização da E.E.E.M. Major Otávio Pitaluga

A Escola Estadual de Ensino Médio Major Otávio Pitaluga, foi criada pelo Decreto nº 973 em 01/07/65, autorização nº 050/86, e localiza-se na área urbana do município de Rondonópolis, Mato Grosso.

A escola busca correlacionar o projeto pedagógico, o currículo à realidade da cidade, acompanhando as mudanças exigidas pelo mercado de trabalho, procura adequar o ensino à qualificação profissional, promovendo elevação do nível de escolaridade e qualidade na formação profissional.

A prática educacional ocorrerá no interior da escola, contribuindo de forma efetiva para a formação integral do educando. Neste sentido, o Projeto Político Pedagógico (PPP) é quem norteará todas as ações da escola, para que o processo de ensino aprendizagem se dê, de fato e de direito, tendo o aluno como foco de todo o processo, levando em consideração o seu êxito educacional.

Vale ressaltar que os alunos da E.E. Major Otávio Pitaluga, são oriundos de diversos bairros da cidade, inclusive da zona rural.

Esta comunidade escolar é heterogênea, possuindo um grupo de professores capacitados e habilitados para atender as diversidades culturais, de modo que o aluno saiba aprender a conhecer, aprender a fazer, aprender a conviver com os outros e aprender a ser, dentro de uma sistemática dinâmica que diz respeito ao processo ensino aprendizagem.

1.6 Justificativas para escolha do tema

A escolha do tema matemática financeira ocorreu, primeiramente, em virtude dos vinte e três anos de experiência do autor, como professor de matemática, atuando no ensino fundamental e no ensino médio, observando ao longo desse tempo, os comentários dos alunos sobre compras, financiamentos e empréstimos realizados pelos seus pais.

É possível notar que, muitas vezes, os pais nem sempre optavam pelas propostas mais vantajosas para eles, certamente este fato ocorria em virtude da pouca noção que os pais possuem sobre matemática financeira.

Outro motivo relevante pela escolha do tema foi o aperfeiçoamento do assunto trabalhado durante as aulas no mestrado Programa de Pósgraduação em Matemática em Rede Nacional da Sociedade Brasileira de Matemática (PROFMAT-SBM), onde tivemos contato com o assunto nas aulas da disciplina Matemática Discreta e em Recursos Computacionais no Ensino de Matemática, e ainda tivemos a oportunidade de assistir aos vídeos do saudoso Augusto César Morgado.

Ao ver o prazer de ensinar matemática financeira demonstrado no vídeo pelo Morgado, acendeu-nos o desejo de procurar ensinar este conteúdo de uma forma que pudesse realmente fazer a diferença na vida dos nossos alunos.

A proposta metodológica será aplicada em uma das turmas do 1º ano do Ensino Médio da escola citada, em função da componente curricular matemática financeira fazer parte do planejamento anual e em concordância ao que consta no núcleo comum dos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCNS) do Ensino Médio, Bases Legais.

> Aprender a fazer
> O desenvolvimento de habilidades e o estímulo ao surgimento de novas aptidões tornam-se processos essenciais, na medida em que criam as condições necessárias para o enfrentamento das novas situações que se colocam. Privilegiar a aplicação da teoria na prática e enriquecer a vivência da ciência na tecnologia e destas no social passa a ter uma significação especial no desenvolvimento da sociedade contemporânea. (MEC-Brasil, 1999, p. 15)

Veja também o que diz as orientações curriculares de Mato Grosso,

> **Matemática Financeira e Estatística:** A tentativa do ser humano de compreender e gerenciar seu modo de vida, torna imprescindível a todos considerar e se utilizar de estudos da denominada Matemática Financeira, que, com suas ferramentas e possibilidades de análise e aplicações, possibilita ao homem buscar formas de controlar e desenvolver, seja individualmente ou socialmente, seu modo de vida (SEDUC–MT, 2012, P. 147).

Outro ponto que devemos destacar é o fato de considerarmos a matemática financeira um dos assuntos com maior aplicabilidade no cotidiano das pessoas, auxiliando-as a tomarem decisões mais favoráveis na administração de seus recursos financeiros, proporcionando, com isso, um melhor aproveitamento dos seus recursos, oriundo na maioria das vezes, como fruto do seu trabalho, propiciando-lhes com essa atitude uma vida mais feliz. Veja o que afirma D'Ambrosio (2008),

> Esse deve ser o sonho do ser humano. Essa é a essência de ser humano. É o ser [substantivo] humano procurando ser [verbo] humano. Repito o que disseram dois eminentes matemáticos Albert Einstein e Bertrand Russell, no Manifesto Pugwash de 1955: "Esqueçam-se de tudo e lembrem-se da humanidade." Procuro, nas minhas propostas de educação matemática, seguir os ensinamentos desses dois grandes mestres, dos quais aprendi muito de matemática, mas, sobretudo, de humanidade.
> Minha proposta é fazer uma educação para a paz e em particular uma educação matemática para a paz. (D'Ambrosio, 2008, p. 11).

Conversando informalmente com vendedores de lojas, constatamos que o importante para o consumidor no momento da compra é se o valor da prestação cabe no seu orçamento mensal. O próprio governo, muitas vezes, com a intenção de conter a inflação, reduzindo o consumo, aumenta as taxas de juros, porém, grande parte da população, não faz os devidos cálculos, para decidir por comprar a prazo pagando juros, ou se pode ser mais vantajoso, poupar para comprar à vista depois.

Com isto, ao comprar no crediário, algumas vezes, acaba pagando por dois produtos, tendo levado apenas um, devido às altas taxas de juros.

1.7 Dificuldades de aprendizagem da matemática financeira

Uma das dificuldades encontradas para ensinar a componente curricular matemática financeira no ensino médio, acontece porque o educando deveria trazer do ensino fundamental uma noção razoável sobre matemática financeira, o que não ocorre com a maioria dos alunos. Com isto, mesmo com pouco tempo disponível, para se trabalhar este conteúdo, precisamos iniciar o assunto com uma revisão básica.

Porém, acreditamos que a maior dificuldade para se ensinar Matemática Financeira, bem como qualquer outro assunto, seja que para se ensinar, é necessário que o sujeito queira ser ensinado, pois grande parte dos alunos da educação básica, a maioria mesmo, normalmente não se interessa em aprender matemática, dizem ainda que detestam a matéria. Veja o que nos diz Freire (2009),

> Antes de qualquer tentativa de discussão de técnicas, de materiais, de métodos para uma aula dinâmica assim, é preciso, indispensável mesmo, que o professor se ache "repousado" no saber de que a pedra fundamental é a curiosidade do ser humano. É ela que me faz perguntar, conhecer, atuar, mais perguntar, re-conhecer (Freire, 2009, p.86).

Neste contexto, cabe ao educador a tarefa de instigar o educando a querer aprender, criando situações que provoquem no educando, o desejo de aprender.

Capítulo 2

Enfrentando o problema

Neste segundo capítulo apresentaremos uma proposta para se trabalhar matemática financeira de uma maneira diferenciada. Pretendemos, na introdução do assunto, começar com um breve histórico sobre a matemática financeira, incentivando a imaginação dos alunos, fazendo com que eles usem a imaginação e criem uma história sobre o surgimento do comércio e dos bancos, conduzida pelo professor para que os comentários tomem o rumo desejado, ou seja, de acordo com a própria história da matemática financeira.

2.1 Apresentando a proposta

A abordagem do estudo sobre a matemática financeira consistirá em gerar curiosidade nos alunos, fazer com que os mesmos se reconheçam como agentes na própria formação, que os tornem cidadãos críticos, aptos para atuarem na sociedade, colaborando para o desenvolvimento da mesma.

Neste contexto, a sugestão é deixar que o aluno navegue em seu mundo imaginário, criando uma idéia da suposta origem do problema levantado. Assim, a realidade educativa o favorecerá, valorizará o conhecimento prévio que o aluno possui do mundo em que vive, corroborando com argumentos sólidos e consistentes do professor acerca do mesmo. Sobre esse conhecimento prévio, veja o que afirma (Sanches e Leivas, 2002, p. 21-22):

> ... Os nossos contadores de casos que geralmente são raizeiros, castradores de animais, são os que detêm a sabedoria, pois são as pessoas procuradas, de um modo geral, para resolverem os problemas mais complicados que surgem na comunidade. Muito embora analfabetos, possuem uma capacidade de desenvolver cálculos mentais muito grandes, verdadeiras estratégias são elaboradas na resolução de problemas.
> Precisamos valorizar essa cultura, pois talvez por causa da imposição da cultura do livro didático, geralmente elaborado para uma determinada realidade de uma região, fora do contexto onde é aplicado, essa cultura é ignorada e o conhecimento perdido.

A valorização cultural do aluno é uma ferramenta que possibilitará a realização da proposta de ensino, sendo possível acessar e compreender os conceitos teóricos relacionando-os com a prática, contribuindo para autonomia, valorização da identidade, dos valores partilhados entre o grupo.

Contudo, ao valorizar a cultura escolar, implica, também em analisar não somente a coesão e a unidade, mas também analisar os conflitos e tensões que permeam o processo de formação e desenvolvimento da proposta.

A este respeito, Williams (2000), ao analisar o papel do pesquisador em relação aos estudos culturais, afirma que seus objetos de estudos são:

> ... o que o sociólogo da cultura ou o historiador cultural estudam são as práticas sociais e relações culturais que produzem não só "uma cultura" ou "uma ideologia", mas, coisa muito mais significativa, aqueles modos de ser e aquelas obras dinâmicas e concretas em cujo interior não há apenas continuidades e determinações constantes, mas também tensões, conflitos, resoluções e irresoluções, inovações e mudanças reais (Williams, 2000, p. 29).

2.2 Explicando o surgimento do comércio para os alunos

De acordo com a maioria dos historiadores, o comércio teve sua gênese no **escambo**, que é a troca de um objeto por outro, sem a intermediação do dinheiro. Na pré-história os homens não precisavam de dinheiro, pois moravam em cavernas, consumindo aquilo que caçavam ou pescavam.

No Brasil foi intensamente empregado o escambo, logo após a sua descoberta. Seu uso se deu nas relações entre europeus e indígenas, para o carregamento de pau-brasil.

Os índios cortavam a madeira e a deixavam na praia, para ser colocada nos navios e em troca recebiam, facas, espelhos e bugigangas de fabricação européia.

No Brasil, após a chegada dos portugueses, o pau-brasil passou a ser a principal mercadoria utilizada como elemento de troca. Posteriormente, o pano de algodão, o açúcar e o fumo também foram utilizados como moeda-mercadoria.

O sal também foi usado como dinheiro em determinada época da história. Os soldados romanos eram pagos em sal – daí a origem da palavra **salário**.

Considerando a realidade de Mato Grosso, onde há várias tribos indígenas, o professor pode delimitar uma certa etnia e propor um estudo sobre possíveis operações comerciais, existentes entre os membros da comunidade. No caso de Rondonópolis, onde existe a tribo dos Bororos, este estudo pode ser feito *in loco*.

As discussões devem promover a interação e a troca de informações entre os alunos. O ideal é que o professor seja apenas um mediador, direcionando as discussões de forma a atingirem os objetivos determinados. Acreditamos que quando há uma participação maior dos alunos, a aula se torna mais atraente e, com isso, mais produtiva.

2.3 Para entender o surgimento e a importância dos bancos

A proposta agora está direcionada a propiciar que alunos percebam que, havendo o enriquecimento de alguns comerciantes ao longo dos tempos, haveria também a necessidade dos bancos para guardar o dinheiro, como ocorrera no passado com as práticas comerciais.

Em seguida, os alunos seriam direcionados a imaginar que, no momento da partida para uma viagem de negócios, caso o comerciante da época não quisesse levar consigo todas as "moedas-mercadorias" acumulados pelas trocas, temendo roubos, este comerciante escolheria, dentre as pessoas de confiança, alguém para ser o guardador de parte desta moeda acumulada (é importante neste momento, que o professor aponte que dentre os escolhidos, poderiam estar os padres para ir direcionando o assunto para o surgimento do Banco do Espírito Santo), e quando regressassem de suas viagens, teriam algo para depositar, e na sua partida para uma nova viagem, retiravam uma parte deste dinheiro, mas nunca tudo.

Neste ponto, é que se deve sugerir que o guardador, embora honesto, porém, observando que o negociante nunca retirava tudo que deixara guardado, passaria a oferecer, emprestado, parte desta moeda guardada, a outros, que também, começariam a se aventurar no comércio, mas ainda com poucos recursos acumulados. Este novo comerciante, no seu retorno, devolveria o que pegou emprestado com um adicional, que chamamos hoje de juros.

Com o tempo, vários comerciantes poderiam ter criado sua própria moeda de troca ou "moeda-mercadoria", a qual também estaria nas mãos do guardador (banqueiro), e este para dar garantias ao depositário, emitiria um comprovante de valor equivalente à "moeda-mercadoria" que fora depositada. Tal comprovante pode ter dado origem ao papel moeda como o conhecemos hoje.

Desta forma, direcionaremos os alunos para o surgimento de uma figura muito importante no mundo das finanças, o banqueiro.

2.4 Gerando curiosidades sobre a matemática financeira

Em outro momento, abordaremos sobre a matemática financeira, sendo que a mesma pode ser analisada a partir do sétimo ano, com o uso de razões e proporções, divisão em partes proporcionais, regras de três simples e composta, porcentagem.

Ressaltamos que o professor deve fazer uma sondagem, ou seja, ficar atento para perceber se diante de tais conteúdos citados, todos os alunos estariam acompanhando o raciocínio destacado, ou se alguém está com dificuldade de acompanhar as aulas, em virtude do aluno não ter visto o assunto nas séries anteriores.

Esta observação se faz necessária, pois queremos gerar no aluno, curiosidade e expectativa, não medo e terror. Caso o professor perceba a ocorrência deste fato, é aconselhável que interrompa os comentários, e tranquilize-os, dizendo para não se preocuparem, pois estariam revisando o assunto, tendo em vista sua importância no desenrolar do conteúdo e que aprenderiam também sobre aumento, desconto, juros simples e compostos, financiamentos e crediários.

Além disso, tudo que envolvesse de alguma forma, comércio ou finanças, faria parte do assunto matemática financeira.

Após os alunos terem sido informados do assunto a ser tratado e o que poderia ser estudado, bem como suas aplicações no cotidiano, deveremos sugerir aos alunos que façam uma pesquisa com seus familiares e tragam as curiosidades, sobre as quais gostariam de aprofundar seus conhecimentos.

Esperamos com isto tornar as aulas mais atrativas, gerar expectativas, curiosidades sobre matemática financeira nos alunos, durante as explicações.

2.5 Ensinando razão, proporção e porcentagem

Após analisarmos as questões e levando-se em consideração as reações durante a introdução, o assunto deverá ter início com o tema razão entre dois números, com alguns exemplos utilizados em outras disciplinas, sendo complementado com proporção.

Neste momento, seria interessante começar a responder algumas das curiosidades trazidas, isto seria bom para acender a curiosidade dos alunos. Acreditamos que, mostrar aplicações na prática do que está sendo ensinado, é uma ótima maneira de cativar a atenção dos alunos durante as explicações.

Em outra aula trabalharemos divisão em partes diretamente proporcionais e inversamente proporcionais, deixando claro que dependendo da situação, como decidir se a divisão seria diretamente ou inversamente proporcional.

Em seguida, a regra de três simples, regra de três composta, aproveitando os detalhes trabalhados na regra de três simples, bem como o que já fora visto em razões e proporções, culminando a etapa com porcentagem.

Estaremos sempre relacionando o conteúdo já trabalhado, com o que viria em seguida, acreditamos ser bom fazer essa relação entre os assuntos, para que os alunos percebam a necessidade de acumular conhecimentos, desvinculando a idéia de conteúdos fragmentados, o famoso “decoreba”, aprende, faz a prova e esquece. Assim, com esta prática estaríamos aplicando a “Transposição dos saberes” da didática francesa, conforme afirma Pais (2008),

> A noção de transposição pode ser analisada no domínio mais específico da aprendizagem para caracterizar o fluxo cognitivo relativo à evolução do conhecimento, restrita ao plano das elaborações subjetivas, pois é nesse nível que ocorre o núcleo do fenômeno. A conveniência em destacar essa dimensão da transposição está associada à necessária aplicação de conhecimentos anteriores para a aprendizagem de um novo conceito. Na síntese de uma nova ideia, cada um desses momentos não subsiste sem uma base anterior. Este é o sentido estrito da cognição normal, ou seja, nenhum conceito surge sem a existência de um precedente. Assim, quando se trata da produção de um conhecimento, existe um processo que caracteriza a ideia de transposição (Pais, 2008, p. 18).

Esta primeira parte, a que tratamos como sendo revisão, incluindo a introdução, deverá ser trabalhada em oito aulas, com mais três aulas extras em outros horários com listas de exercícios, trabalhados em grupos, após a fixação desta primeira etapa, aplicaremos uma avaliação escrita.

Apesar dos alunos estarem sendo avaliados através das participações durante as aulas, acreditamos que a aplicação através de uma prova escrita seja necessária, para uma melhor verificação do aprendizado. Após a aplicação da avaliação escrita, será feita a correção com os devidos comentários, sobre erros e acertos.

2.6 Ensinando juros simples e juros compostos

Continuaremos os trabalhos com juros simples e, em seguida, juros compostos, fazendo um comparativo entre a fórmula tradicional para se calcular juros compostos e a fórmula do termo geral de uma P.G. finita, faremos isto para relacionar o novo conhecimento com o já aprendido, pois P.G., em geral, é ensinado antes de matemática financeira.

Pretendemos citar exemplos de aplicações no cotidiano dos alunos, usando também como exemplo, algumas das curiosidades que foram solicitadas aos alunos e procurando, sempre que possível, fazer um comparativo entre as modalidades de juros simples e juros compostos.

Acreditamos que é possível trabalhar esta segunda fase em oito aulas. Além de trabalhar o assunto com exemplos e exercícios de aplicação, será oferecido uma lista de exercícios, que deverão ser feitos em grupos, com aulas extras em outro horário, finalizando as atividades com outra avaliação escrita.

Para concluir o assunto, os alunos tomarão ciência sobre o sistema Price[1], e também sobre o sistema SAC[2], a título de curiosidade, sem uma cobrança maior, pois estes sistemas, geralmente, são trabalhados em cursos específicos que envolvam matemática financeira, como cursos técnicos ou superiores.

Os alunos também serão levados ao laboratório de informática da escola, farão algumas simulações utilizando o programa Microsoft Excel® (ou BR Office®, Libre Office®, entre outros, que são gratuitos).

Queremos ressaltar também que em todas as fases do processo será permitido o uso da calculadora simples, pois a maioria não dispõe de calculadora científica, porém, pretendemos mostrar como este processo se realiza com a calculadora científica.

[1] O sistema francês de amortização, também chamado Tabela Price é um sistema em que as prestações são fixas, ou seja, sempre o mesmo valor.

[2] O sistema SAC é o sistema em que as prestações não são fixas, ela é composta pela prestação, adicionada com o total de juros da dívida, calculada sobre o saldo devedor até a data da referida prestação (as prestações vão diminuindo de valor).

Capítulo 3

Conclusões sobre a aplicação da proposta

Nesse capítulo apresentaremos o relato da aplicação da proposta, junto com alguns resultados da utilização deste método e algumas considerações sobre os resultados obtidos de sua aplicação.

3.1 Iniciando os trabalhos com os alunos

Durante a apresentação das notas históricas sobre a matemática financeira, sugerimos que os alunos imaginassem os homens das cavernas, eles caçavam e pescavam para sobreviver, assim que conseguissem se comunicar de alguma forma, seria natural que aqueles que tivessem pescado e os que haviam caçado, propusessem uma troca de alimentos, carne de algum animal por peixe e, por que não, por frutas, grãos ou sementes.

Neste momento um dos alunos comentou que ninguém iria querer trocar carne por frutas, pois a coleta de frutas seria bem mais fácil do que caçar, logo outro aluno argumentou que depois de comer a carne o caçador poderia estar com preguiça, necessitando de uma sobremesa, e como a carne havia sobrado mesmo, ele poderia aceitar a troca de carne por frutas, comentou-se ainda que entre eles pudessem existir alguns vegetarianos.

Houve também alguns comentários sobre a possível troca da pele da caça por lenha, ou até mesmo por um lugar mais próximo da fogueira, e assim o assunto fluiu com vários outros comentários.

Posteriormente, indagamos sobre como seria esta ação na época dos descobrimentos, os europeus faziam trocas com os nativos, utilizando para isto enfeites, espelhos, etc. Desta forma, chegamos à conclusão de que o artesanato funcionaria como uma moeda de troca. Daí, fomos direcionando o assunto de forma que os alunos fossem percebendo como teria surgido naturalmente a matemática financeira.

3.2 Preparando os alunos para colher as curiosidades

Num segundo momento, comentamos sobre o que os alunos poderiam ter estudado de matemática financeira, provavelmente na sexta série ou atual sétimo ano. Em geral, se estuda razão e proporção, divisão em partes proporcionais, regra de três.

Neste momento, notamos que alguns alunos não estariam entendendo do que estávamos falando, enquanto outros interagiam normalmente. Percebendo isto, ainda durante a introdução, para tranquilizar esses alunos, e sem direcionar para nenhum deles, falamos que se alguém ainda não tivesse visto sobre a matemática financeira, não haveria problema, pois começaríamos o assunto com uma revisão, começando com o que chamamos início do assunto, ou seja, razão e proporção.

Continuamos os comentários dizendo que, veríamos também regra de três simples e composta. Neste momento, notamos pelos comentários que além dos alunos que não tinham visto regra de três, outros só tinham visto regra de três simples. Completamos os comentários dizendo que aprenderíamos também sobre porcentagem, aumento e desconto, juros simples e compostos, e que falaríamos sobre algumas formas de financiamento e crediário.

Após darmos uma noção sobre o que poderia ser tratado em matemática financeira, fora sugerido aos alunos que pesquisassem em casa, e trouxessem algumas curiosidades a respeito do assunto.

3.3 Curiosidades trazidas pelos alunos

A seguir, apresentamoss algumas questões trazidas pelos alunos, com algumas adaptações que fizemos, mas com a preocupação de não interferir na essência da curiosidade:

1. Sabendo que o carro do meu pai, faz 10 km com um litro de gasolina, e 7 km com

um litro de etanol, como devemos fazer para decidir se é mais vantajoso abastecer com gasolina ou com etanol?

2. No extrato bancário do meu pai, aparece para cheque especial 5,20% ao mês, e 85,36% ao ano. Para saber ao ano não seria apenas multiplicar a taxa mensal por 12?

3. Quero comprar um telefone celular, pretendo fazer em dez vezes só para me garantir que pagarei uma prestação menor, mas sempre que possível pretendo pagar duas prestações de uma vez, as duas prestações terão o mesmo valor?

4. Vou completar 15 anos no próximo mês, quanto devo depositar por mês na poupança, para poder comprar uma moto que custa R$ 5.000,00 quando eu completar 18 anos?

5. Minha mãe quer comprar uma máquina de lavar roupas, esta máquina custa R$ 1.000,00, e a loja oferece 10% de desconto para pagamento a vista, ou faz em dez prestações mensais de R$ 100,00 sem entrada. O que é mais vantajoso para ela, se o dinheiro está aplicado a 1% ao mês, e ela pode ir retirando mensalmente para pagar as prestações?

6. Uma empresa acrescenta 30% ao preço de custo de seu produto. Sabendo que um vendedor recebe 10% de comissão sobre o lucro, qual é o percentual que o vendedor recebe, do preço de venda do produto?

7. Quando eu nasci, meu pai abriu uma caderneta de poupança para mim, e foi depositando alguns valores de tempos em tempos, quando meu irmão nasceu, 5 anos depois, meu pai fez a mesma coisa para ele. Hoje estou com 15 anos, e tenho R$ 3.600,00 em minha caderneta de poupança, para ser justo, com relação às idades, quanto meu irmão deveria ter na caderneta dele?

8. Ao tomar um dinheiro emprestado por um mês a 5% de juros, a pessoa que emprestou, descontou os juros para entregar o dinheiro. O que isso significa?

9. Se o governo aumentar em 10% o salário mínimo, para saber quanto minha mãe irá receber após o aumento, tenho que pegar o novo salário e subtrair os descontos, ou basta aumentar 10% no salário líquido que ela está recebendo antes do aumento?

10. Estava comprando uma TV, o vendedor perguntou se poderia conceder um desconto de 10%, o gerente autorizou, mas recomendou ao vendedor, que fizesse dois descontos de 5%. Um desconto de 10% ou dois descontos de 5% não dá no mesmo?

As questões trazidas pelos alunos foram sendo utilizadas, para estimular a curiosidade nos alunos, sendo resolvidos sempre que o conteúdo estudado proporcionasse condições.

3.4 Trabalhando a matemática financeira (1ª etapa)

Iniciamos os trabalhos seguindo o roteiro conforme apêndice A. Ao comentarmos que o conceito de razão tinha aplicações em escala de desenhos, plantas de construções, mapas; e que eles certamente teriam visto nas aulas de geografia e também em biologia, os alunos interagiram com o assunto e teceram alguns comentários.

Dentre estes, relatamos o depoimento de um dos alunos cujo o pai, por ser pedreiro, utilizava o conceito de razão no dia a dia, manipulando as plantas das casas que construía.

Continuamos as explicações falando sobre proporção e suas propriedades. Neste momento, aproveitamos para mostrar uma das aplicações de razão, resolvendo uma das questões trazidas - curiosidade 1 (pg. 21), decidir sobre etanol ou gasolina na hora de abastecer - comentamos que, basta montar a razão entre o preço do etanol e o preço da gasolina, depois montamos a razão entre o consumo do veículo com etanol e o consumo utilizando gasolina, se a primeira razão for menor que a segunda, compensa usar etanol, caso contrário, compensa usar gasolina.

A seguir, fizemos duas simulações, apresentadas na tabela 3.1:

Tabela 3.1: Comparação das razões de preço e consumo entre os combustíveis, montada para orientar a resolução. Fonte: o próprio autor.

Simulação	Combustível	Preço	Consumo	Razões
1ª situação	**Etanol**	2,00	7	$\frac{2,00}{3,00} \approx 0,66 < 0,70 = \frac{7}{10}$
	Gasolina	3,00	10	
2ª situação	**Etanol**	2,15	7	$\frac{2,15}{3,00} \approx 0,72 > 0,70 = \frac{7}{10}$
	Gasolina	3,00	10	

Com base nos resultados apresentados na tabela 3.1, se pode concluir que na $1^{\underline{a}}$ situação é mais vantajoso abastecer com etanol, enquanto na $2^{\underline{a}}$ situação é mais vantajoso abastecer com gasolina.

Em seguida, aplicamos proporção para responder a curiosidade 7 (pg. 22), que traz a curiosidade sobre idade e valor depositado na poupança:

Montamos uma proporção utilizando a razão entre as idades, e a razão entre os valores depositados e usamos uma incógnita (x), para o quarto número, uma vez que este é desconhecido, conforme apresentado na tabela 3.2.

Tabela 3.2: Obtendo valores proporcionais (curiosidade 7), montada para identificar as grandezas. Fonte: O próprio autor.

Filhos	**idades**	**valor depositado**
minha	15	R$ 3.600,00
meu irmão	10	x

Pela propriedade da proporção, o produto dos extremos é igual ao produto dos meios. Assim, com base nos valores apresentados na tabela 3.2, se chega a

$$\frac{15}{10} = \frac{3.600,00}{x} \Rightarrow 15x = 10 \times 3.600,00 \Rightarrow x = \frac{36.000,00}{15} \Rightarrow x = 2.400,00$$

Portanto, concluímos que, para ser justo meu irmão deveria ter R$ 2.400,00 na poupança.

Em seguida, aproveitamos para dizer que esta questão seria um exemplo sobre regra de três, decidimos então, alterar a ordem do roteiro, passando para regra de três antes de divisão em partes proporcionais, fizemos esta alteração por acreditarmos que o momento era mais propício para regra de três, por acreditarmos que cabe ao educador montar sempre um planejamento para ser executado de maneira versátil e, sempre que possível, aproveitar as melhores oportunidades para ensinar de forma mais agradável e prazerosa.

3.5 Cálculo mental com porcentagem

Na sequência das atividades, ao trabalhar porcentagem, ocorreu um fato interessante durante as explicações. No momento em que comentávamos sobre o assunto, falávamos que por cento significava a cada cem, por exemplo, vinte por cento significa que de cada cem objetos pego vinte, é o mesmo que separar os objetos em montes de cem, depois pegamos vinte de cada monte.

Foi muito gratificante quando alguns alunos interferiram, dizendo: "então é assim que algumas pessoas fazem essas contas de cabeça!", confirmamos que esta seria uma das maneiras e, na sequência, propomos cálculos mentais sobre porcentagem, primeiramente com centenas fechadas (100, 200, 300,...), e após vários exercícios semelhantes a estes, fomos diversificando e os alunos ficavam maravilhados, comemorando cada acerto como se comemora um gol no futebol.

Ao passar por momentos como estes é que percebemos o quanto é gratificante nossa profissão, ser um educador, poder levar o conhecimento até as pessoas, como se tivéssemos desvendando mistérios, repassando segredos. Nestes momentos também nos sentimos maravilhados, com uma sensação de dever cumprido, é como diz (D'Ambrosio, 2008, p. 13-14):

> Vejo-me *sim* como um educador que tem matemática como sua área de competência e seu instrumento de ação, mas *não* como um matemático que utiliza a educação para a divulgação de suas habilidades e de suas competências.
> Fazendo um paralelo, não de todo descabido, com o ensino religioso, vejo-me mais próximo àqueles que professam e praticam o amor à humanidade e à natureza que àqueles que professam e praticam uma catequese. Minha ciência e meu conhecimento estão subordinados ao meu humanismo. Como educador matemático procuro utilizar aquilo que aprendi como matemático para realizar minha missão de educador. Divulgar essa mensagem é o meu propósito como formador de formadores. Em termos muito claros e diretos: o aluno é mais importante que os programas e conteúdos. Vejo a educação como a estratégia mais importante para levar o indivíduo a estar em paz consigo e com seu entorno social, cultural, natural e a se localizar numa realidade cósmica.

Ao concluir esta 1ª etapa, preparamos uma lista de exercícios de fixação, onde os alunos se organizaram em grupos para resolvê-la,. Neste momento, já foi possível verificar os primeiros resultados, pois notamos que os alunos estavam mais confiantes durante a resolução e discussão dos exercícios. Estes resultados foram confirmados na prova escrita (ver Anexo A), aplicada após sanarmos as dúvidas da lista. Ao corrigirmos estas provas, notamos que a média desta turma fora superior às médias das turmas onde utilizávamos métodos tradicionais, isto é, apenas seguindo o livro didático.

Queremos ressaltar que não estamos condenando o uso do livro didático nas aulas, mesmo porque este esteve presente na aplicação da segunda etapa da nossa proposta, após os exemplos do cotidiano, incluindo a resolução das curiosidades. Utilizamos também os exercícios do livro didático adotado pela escola, para uma melhor fixação da aprendizagem, tendo em vista que os exercícios contidos no livro são nos moldes dos concursos, vestibulares e das avaliações nacionais. Além disso, o mesmo é fornecido aos alunos gratuitamente pelo Ministério da Educação e Cultura (MEC).

Portanto, a nosso ver as explicações na introdução do assunto é que deverão ser feitas de maneira diferenciada, contemplando exemplos do cotidiano da comunidade. Ressaltamos que os exercícios do livro didático só foram utilizados, a partir de porcentagem, mesmo porque como a maioria dos livros didáticos do ensino médio, bem como o livro adotado não traz a parte de revisão, que julgamos tão necessária.

Assim, acreditamos que essa melhora no aprendizado tenha ocorrido, principalmente, em virtude da confiança gerada nos alunos durante as explicações. O diferencial foi a introdução do assunto, as explicações, a ordem dos conteúdos, e os exemplos e aplicações do cotidiano dos alunos.

Em seguida, entregamos as provas e fizemos a correção da mesma, dando ênfase maior nas questões em que os alunos apresentaram maior dificuldade. A correção também funcionou como revisão para darmos sequência no conteúdo com juros simples e juros compostos.

Durante as explicações desta 2ª etapa, procuramos sempre envolver os alunos, respondendo algumas questões trazidas por eles. Entretanto, isto só acontecia quando o conteúdo já havia sido visto e os mesmos tinham subsídios teóricos para fazê-lo.

Neste momento, propomos a resolução da curiosidade 4 (pg. 22), poupar para comprar uma moto, resolvemos aplicando soma dos termos de uma P.G.(Progressão Geométrica) finita (Ver resolução – pg. 51 deste trabalho), com isso procuramos fazer um comparativo entre juros compostos e P.G.

Ainda nesta etapa, e após a resolução dos exercícios do livro didático, propomos como revisão a resolução de uma lista de exercícios de fixação, os quais foram resolvidos em grupo, e após sanarmos as dúvidas ainda pendentes, aplicamos outra prova escrita (Anexo B). Os alunos novamente apresentaram um nível de aprendizagem superior, quando comparados com os alunos ensinados da maneira tradicional.

Para concluir o assunto, após a devolução das avaliações, e feito os devidos comentários sobre as mesmas, conversamos sobre os sistemas de amortização de financiamentos mais utilizados, o sistema SAC e o sistema francês.

O sistema francês de amortização, também chamado Tabela Price, é um sistema em que as prestações são fixas, ou seja, sempre o mesmo valor, e para uma melhor compreensão desse sistema utilizamos um dos exemplos de um dos livros adotado nas aulas do mestrado Profmat-SBM. A tabela foi confeccionada passo a passo na lousa, com acompanhamento e participação dos alunos.

O sistema francês de amortização, também chamado Tabela Price é um sistema caracterizado por prestações constantes. Veja a seguir (Lima et al., 2006, p. 56-57)[1].

> **Exemplo 21**.Uma dívida de 150 é paga, em 4 meses, pelo sistema francês, com juros de 8% ao mês. Faça a planilha de amortização.
> No sistema francês, as prestações são constantes. Pelo Teorema 4 (ver Lima et al., 2006, p. 56-57), cada prestação vale
> $P = D_0 \dfrac{i}{1-(1+i)^{-n}} = 150 \dfrac{0,08}{1-1,08^{-4}} = 45,29$
> A planilha é apresentada na tabela 3.3, a seguir.

Tabela 3.3: Exemplo de amortização de uma dívida

K	P_k	A_k	J_k	D_k
0	-	-	-	150,00
1	45,29	33,29	12,00	116,71
2	45,29	35,95	9,34	80,76
3	45,29	38,83	6,46	41,93
4	45,29	41,93	3,35	-

Para facilitar a compreensão, olhe cada linha na ordem A_k, D_k, J_k e P_k.

Na tabela 3.3 temos que:

$\boldsymbol{K}$ representa o número da prestação.

$\boldsymbol{P_k}$ representa o valor da prestação, e é calculada pela fórmula:
$P_k = D_0 \dfrac{i}{1-(1+1)^{-n}}$

$\boldsymbol{A_k}$ é a parcela de amortização, é obtida pela fórmula: $A_k = P_k - J_k$

$\boldsymbol{J_k}$ é a parcela de juros, obtida pela fórmula: $J_k = i.D_{k-1}$

$\boldsymbol{D_k}$ representa o estado da dívida ou saldo devedor, obtida por:
$D_k = D_0 \dfrac{1-(1+i)^{-(n-k)}}{1-(1+i)^{-n}}$
ou, simplesmente, $D_k = D_{k-1}.(1+i) - P_k$.

Vejamos agora um exemplo de empréstimo pelo sistema SAC:

O sistema SAC é o sistema de amortização, em que as prestações não são constantes. Veja a seguir (Lima et al., 2006, p. 55-56)[2].

[1]Sem unidades monetárias, conforme o texto apresentado em (Lima et al., 2006, p. 56-57)
[2]Sem unidades monetárias, conforme o texto apresentado em (Lima et al., 2006, p. 56-57)

Exemplo 20. Uma dívida de 100 é paga, com juros de 15% ao mês, em 5 meses, pelo sistema SAC. Faça a planilha de amortização.
Solução. Como as amortizações são iguais, cada amortização será de $\frac{1}{5}$ da dívida inicial.
A planilha é apresentada na tabela 3.4, a seguir.

Tabela 3.4: Outro exemplo de amortização de uma dívida

K	P_k	A_k	J_k	D_k
0				100
1	35	20	15	80
2	32	20	12	60
3	29	20	9	40
4	26	20	6	20
5	23	20	3	-

Para facilitar a compreensão, olhe cada linha na ordem A_k, D_k, J_k e P_k.

Na tabela 3.4:

$\boldsymbol{K}$ representa o número da prestação.

$\boldsymbol{P_k}$ representa o valor da prestação, calculada por: $P_k = A_k + J_k$

$\boldsymbol{A_k}$ representa a parcela de amortização, calculada por: $A_k = \frac{D_0}{n}$

$\boldsymbol{J_k}$ representa a parcela de juros, calculada por $J_k = i.D_{k-1}$

$\boldsymbol{D_k}$representa o estado da dívida ou o saldo devedor, calculada por $D_k = \frac{n-k}{n}D_0$

Obs. D_0 representa a dívida total inicial, e i é a taxa de juros.

Após os devidos comentários sobre ambos os sistemas, os alunos seguiram para o laboratório de informática e lá fizemos algumas simulações sobre financiamentos, utilizando o programa Microsoft Excel (poderia ser utilizado outra plana eletrônica, como as disponíveis pelos softwares gratuitos BR Office® ou Open Office®).

3.6 Desafios enfrentados durante a aplicação da proposta

Um dos desafios a serem enfrentados é a necessidade do professor ter um bom domínio de sala, pois ao permitir que os alunos se envolvam com o conteúdo, alguns tendem a fugir do objetivo proposto, tentando desviar o assunto. Este fato poderá causar certo tumulto e, com isto, dispersar a sala.

Outro desafio é que o professor deve estar atento e procurar interagir também com os alunos mais tímidos e, principalmente, com os alunos que dizem não gostar de matemática.

Observamos que os alunos que possuem facilidade com cálculos, tendem a "roubar a cena". É claro que precisamos incentivar estes talentos, pois certamente eles serão futuros profissionais da área e ensiná-los é muito fácil. Eles geralmente não necessitariam de métodos ou maneiras diferenciadas para aprender, embora também respondam bem a estas práticas.

Porém, devemos estar atentos para fazer destes alunos que apresentam facilidade, parceiros na hora de ensinar, tendo em vista que eles aprendem mais rapidamente.

Nós professores que atuamos na educação básica, sabemos que, infelizmente, a grande maioria dos nossos alunos, são aqueles que dizem não gostar de matemática e conseguir ensiná-los, é o nosso maior desafio.

Considerações finais

Antes da nossa participação no mestrado PROFMAT-SBM, tínhamos a convicção de que nossa prática como educador, era separada em dois momentos distintos. O primeiro momento, como recém formado e inexperiente, porém com muitas expectativas e vontade de ensinar, de transmitir os conteúdos de matemática, tratando-os como indispensáveis para vida dos alunos. O segundo momento, quando nos tornamos pai, ainda com muita vontade de ensinar matemática, porém com um olhar mais paterno, tratando os alunos como filhos de algum pai, que aguardaria ansioso em casa o retorno de seu filho, com uma palavra de carinho, perguntando-lhe o que havia aprendido de novo. Tivemos a confirmação deste fato quando durante a aplicação da proposta, alguns alunos continuaram trazendo curiosidades, sobre aplicação da matemática financeira, solicitadas pelos pais.

Mediante nossa passagem pelo PROFMAT-SBM, que nos trouxe a oportunidade de retorno ao meio acadêmico, o contato com os professores do mestrado "os formadores de formadores", a troca de experiências com os demais colegas professores da educação básica e, principalmente, o fato de nos tornarmos alunos novamente, nos fez refletir sobre os anseios de nossos alunos e o nosso papel enquanto educadores.

Assim, acreditamos que durante esta etapa, aprendemos muito e esta aprendizagem nos proporcionou uma evolução profissional e pessoal, complementando nossa transformação inicial. Entretanto, devemos ressaltar, que a transformação não se limitou somente ao profissionalismo, e sim, ao novo olhar para a educação e a nova postura que assumimos, uma postura mais humana e solidária para com os alunos.

Neste contexto, é importante destacar que a universidade, em parceria com os órgãos estatais, deveria gerenciar a formação continuada dos professores, garantindo a constante discussão e aprimoramento dos quadros docentes. Todavia, por vários motivos, entre os quais financeiros e geográficos, a grande maioria dos professores brasileiros perde o vínculo com a instituição de ensino onde se graduou.

Além disso, somado aos programas de capacitação insuficientes, ou mesmo inexistentes, da maioria das secretarias de educação, surge um quadro de isolamento e estagnação dos professores espalhados pelos rincões do Brasil, cujas consequências desastrosas deste processo são evidenciadas nos exames nacionais e internacionais, aplicados em todos os níveis de ensino.

É esta conjuntura que justifica a importância e necessidade de programas de capacitação como o PROFMAT. Sendo um curso semipresencial, o programa pode atender os professores de matemática de diversas localidades de uma região aprimorando a formação, sem prejuízo para suas atividades docentes.

Para a grande maioria dos matriculados, as condições oferecidas pelo programa representaram, talvez, uma oportunidade única de concluir um curso de mestrado. O programa literalmente "resgatou" os professores da inércia na qual se encontravam, despertando-os para a necessidade de estarem se qualificando continuamente.

Com relação ao presente trabalho, queremos ressaltar que ele não tem a pretensão de oferecer uma fórmula infalível para o ensino da matemática financeira, mas fornecer mais uma maneira diferenciada de apresentar o referido conteúdo. Ressaltamos que os resultados a serem obtidos podem apresentar variações dependendo da turma onde será aplicada e do professor que a estiver aplicando. Certamente, é mais uma tentativa que pretende levar o conhecimento de maneira mais prazerosa ao aluno.

É nosso desejo que este trabalho sirva de incentivo para que outros colegas também procurem fugir um pouco da educação tradicional. Elaborando propostas inovadoras, sempre com a intenção de melhorar os índices de aprendizagem dos nossos alunos, apesar de tão criticados, mas muitas vezes sem tanta culpa assim, pois são vítimas de uma sociedade que os atropelam, não lhes dando chance para se reerguerem. Cabe a nós educadores, agirmos com carinho e amor, e caso os objetivos não sejam totalmente atingidos, sigam o lema do que disseram os poetas: Raul Seixas / Marcelo Motta / Paulo Coelho, na música Tente Outra Vez. "...Tente! (Tente!), E não diga que a vitória está perdida, Se é de batalhas que se vive a vida, Han! Tente outra vez!..."

Para finalizar gostaríamos de citar uma frase muito utilizada para justificar os erros e acertos dos pais na educação dos filhos, "Não existe receita pronta que ensine como educar nossos filhos", acreditamos que o mesmo se aplica ao ato de ensinar, pois segundo

Freire (2009) “ensinar é um ato de amor”.

Referências Bibliográficas

Carvalho, T. M. e Cylleno, P. E. (1971). *Matemática comercial e financeira*, volume 2 de *Complementos de matemática*. Fename, Rio de Janeiro.

Crespo, A. A. (2002). *Matemática financeira fácil*. Saraiva, São Paulo.

D'Ambrosio, U. (1997). *A era da consciência*. Editora Fundação Petrópolis, São Paulo.

D'Ambrosio, U. (2008). *Educação matemática: Da teoria à prática*. Coleção Perspectivas em Educação Matemática. Papirus, Campinas, 16 ed. edição.

Eves, H. (2004). *Introdução à história da matemática*. Editora da Unicamp, Campinas.

FC-UL (2012). Gafanhoto em escala. Disponível em: http://www.educ.fc.ul.pt/icm/icm2002/icm106/images/gafanhoto%202,1.jpg Acesso em: 12/11/2012.

Freire, P. (2009). *Pedagogia da Autonomia: Saberes Necessários Práticos Educativos*. Paz e Terra, São Paulo.

Giovanni, J. R. e Parente, E. (1988). *Matemática – 6a. série*. FTD, São Paulo.

Gonçalves, J. P. (2013). A história da matemática comercial e financeira. Disponível em: http://www.somatematica.com.br/historia/matfinanceira4.php Acesso em: 12/01/2013.

Grupo Escolar (2012). Mapas em escala. Disponível em: http://www.grupoescolar.com/a/b/E14AB.jpg, Acesso em: 12/11/2012.

Grupo Virtuos (2012). Só matemática. Disponível em: http://www.somatematica.com.br/fundam/propor1.php, Acesso em 12/11/2012.

Iezzi, G. (2010). *Matemática, ciência e aplicações*, volume 1. Ed. Saraiva, São Paulo, 6ª ed. edição.

Ifrah, G. (1997). *História universal dos algarismos: a inteligência dos homens contada pelos números e pelo cálculo.* Nova Fronteira, Rio de Janeiro.

IMPA (2010). Video aula sobre Progressões (PAPMEM, JUL/2010 – Prof. Luciano). Disponível em http://video.impa.br/index.php?page=janeiro-de-2010-2. Acesso em: 12/03/2013.

Lima, E. L., Carvalho, P., Wagner, E., e Morgado, A. C. (2006). *A matemática do ensino médio*, volume 2 de *Coleção do Professor de Matemática.* SBM, Rio de Janeiro.

MEC-Brasil (1999). *Parâmetros curriculares nacionais: Ensino Médio; bases legais.* Secretaria de Educação Média e Tecnológica – MEC/SEMTEC, Brasília. Disponível em: http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/blegais.pdf Acesso em: 17/01/2013.

Pais, L. C. (2008). *Didática da Matemática; uma análise da influência francesa.* Autêntica, Belo Horizonte, 2ª ed. edição.

Robert, J. (1989). *A origem do dinheiro.* Global, São Paulo, 2ª ed. edição.

Sanches, G. A. M. e Leivas, J. C. P. (2002). Um estudo etnomatemático. In *Educação Matemática em Revista*, volume Nº 4, páginas 17–22. SBEM – RS.

Schneider, I. J. (2008). Matemática financeira: um conhecimento importante e necessário para a vida das pessoas. Disponível em: www.ppgedu.upf.br/index.php?option=com_docman&task...

SEDUC–MT (2012). *Orientações curriculares: Área de Ciências da Natureza e Matemática: Educação Básica.* Secretaria de Estado de Educação de Mato Grosso, Cuiabá.

Williams, R. (2000). *Cultura.* Paz e Terra, Rio de Janeiro, 2ª ed. edição.

Apêndice A

Material montado para trabalhar matemática financeira

A.1 Razão

A razão entre dois números inteiros é o quociente do primeiro pelo segundo, ou seja, uma divisão, sendo o segundo diferente de zero, com $a \leq b$ ou $a \geq b$. A razão de $\boldsymbol{a}$ para $\boldsymbol{b}$ pode ser representada por $\frac{a}{b}$ ou $a : b$, onde $\boldsymbol{a}$ é o antecedente e $\boldsymbol{b}$ o consequente.

Podemos dizer que razão é um comparativo entre duas grandezas, um dos exemplos é a escala onde comparamos o desenho com o tamanho real, é comum usar $\boldsymbol{d}$ para antecedente e $\boldsymbol{p}$ para consequente, $d : p$ (desenho está para peça), desenho aparecendo primeiro.

Figura A.1: Mapas com a indicação de escala. Fonte: FC-UL (2012).

Um bom exemplo de razão aparece nas aulas de geografia, note que no mapa do Brasil (figura A.1), a razão entre desenho e tamanho real é 1: 25000000 (uma parte do desenho representa vinte e cinco milhões de partes do tamanho real). Já no mapa do estado do Rio de Janeiro, que foi ampliado, a razão passa a ser 1: 4000000 (uma parte do desenho representa quatro milhões de partes do tamanho real). Este é um exemplo de escala de redução.

Um exemplo de escala de ampliação pode ser encontrado nas aulas de biologia, veja figura A.2, onde o desenho representa o dobro do tamanho real.

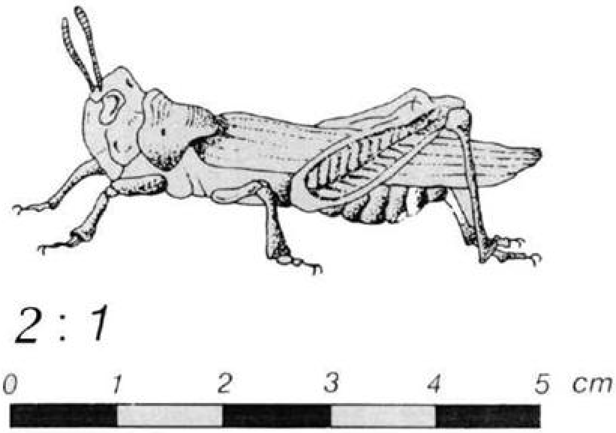

Figura A.2: Desenho com a indicação de escala. Fonte: Grupo Escolar (2012).

No nosso dia a dia um exemplo de razão pode ser o de tinta para parede, que para ser aplicada normalmente, deve ser diluída em água, sendo cinco partes de tinta para uma parte de água, ou seja, 5 : 1, entre muitos outros exemplos.

A.2 Proporção

Dados quatro números racionais a, b, c, d, não nulos, nessa ordem, dizemos que eles formam uma proporção quando a razão do 1º para o 2º for igual à razão do 3º para o 4º. Assim:

$$\frac{a}{b} : \frac{c}{d} \text{ ou } a : b = b : c$$

(lê-se "*a* está para *b* assim como *c* está para *d*´´)

Os números a, b, c e d são os termos da proporção (ver figura A.3), onde

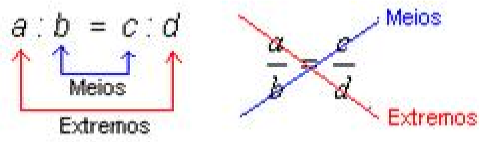

Figura A.3: Representação de uma proporção. Fonte: Grupo Virtuos (2012).

- b e c são os **meios** da proporção.
- a e d são os **extremos** da proporção.

A.2.1 Propriedade fundamental

Sejam **a**, **b**, **c** e **d** números reais diferentes de zero, tais que:

$$\mathbf{\frac{a}{b} : \frac{c}{d}}$$

Multiplicando os dois membros da igualdade por **bd** (produto dos consequentes da proporção), obtemos:

$$\mathbf{\frac{a}{b}.bd : \frac{c}{d}.bd}$$

Simplificando, temos:

$$\mathbf{a.d = c.d}$$

Daí, podemos concluir a propriedade fundamental da proporção: "Em toda proporção, o produto dos extremos é igual ao produto dos meios" (Crespo, 2002, p. 14). Essa propriedade será utilizada na resolução de problemas envolvendo regra de três e no cálculo de porcentagem, que serão estudados mais adiante.

A.3 Série de razões iguais ou proporção múltipla

São razões que, na forma irredutível (simplificada), apresentam os mesmos antecedentes e os mesmos consequentes, veja o exemplo a seguir:

$\frac{2}{3} = \frac{4}{6} = \frac{10}{15} = \frac{18}{27}$ fazendo as devidas simplificações teremos: $\frac{2}{3} = \frac{2}{3} = \frac{2}{3} = \frac{2}{3}$

Em símbolos:

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = \cdots = \frac{p}{q} \text{ com } a = c = \cdots = p \neq 0 \text{ e } b = d = \cdots = q \neq 0$$

A.3.1 Propriedade fundamental

Seja a série de razões iguais:

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = \cdots = \frac{p}{q}$$

Considerando uma razão comum igual a **r**, obtemos:

$$\frac{a}{b} = \mathbf{r}, \frac{c}{d} = \mathbf{r}, \cdots, = \frac{p}{q} = \mathbf{r}$$

Assim,

$$\begin{cases} a = b\mathbf{r} \\ c = d\mathbf{r} \\ \cdots \\ p = q\mathbf{r} \end{cases}$$

Somando estas igualdades membro a membro, teremos:

$$a + c + \cdots + p = b\mathbf{r} + d\mathbf{r} + \cdots + q\mathbf{r}$$

Colocando **r** em evidência, obtemos:

$$a + c + \cdots + p = \mathbf{r}(b + d + \cdots + q)$$

Dividindo ambos os membros por $(b + d + ... + q)$, com $(b + d + ... + d \neq 0)$, obtemos:

$$\frac{a + c + \cdots + p}{b + d + \cdots + q} = \mathbf{r}$$

Podemos então escrever:

$$\frac{a + c + \cdots + p}{b + d + \cdots + q} = \frac{a}{b} = \frac{c}{d} = \cdots = \frac{p}{q}$$

Assim, podemos concluir que em uma série de razões iguais, a soma dos antecedentes está para a soma dos consequentes assim como qualquer antecedente está para seu respectivo consequente. Esta propriedade será utilizada para resolver problemas envolvendo divisão em partes proporcionais.

A.4 Divisão proporcional

Em (Crespo, 2002, p. 36) vemos que "Dividir um número em partes proporcionais a vários outros números dados é decompô-lo em parcelas proporcionais a esses números." É a forma utilizada para se dividir o lucro ou prejuízo de uma empresa, entre seus acionistas, saber como poderia ser feita a divisão da participação dos lucros entre os empregados, etc.

A.4.1 Divisão em partes diretamente proporcionais

Por convenção, chamamos simplesmente de divisão proporcional, onde a divisão é feita de modo que quem teve uma participação maior, receberá uma quantia maior do que será dividido.

Exemplo: Um fazendeiro resolveu aumentar o fornecimento diário de ração para suas três vacas leiteiras, dividindo entre elas 6 kg de ração por dia, mas pretende fazer isso, de forma que as que produzem mais leite recebam mais ração. Quantos kg de ração cada vaca deverá receber se a produção diária das vacas é: Vaca m 10 litros, vaca n 15 litros e a vaca p 5 litros?

Observação: Dadas duas grandezas diretamente proporcionais, a razão entre dois valores de uma delas é igual à razão entre dois valores correspondentes da outra.

Assim: dadas as sequências de números reais não nulos $(d_1, d_2, ..., d_n)$ e $(q_1, q_2, \cdots, q_n)$ eles são diretamente proporcionais se, e somente se,

$$\frac{d_1}{q_1} = \frac{d_2}{q_2} = \cdots = \frac{d_n}{q_n} = r$$

Resolução:

Chamaremos de (m, n, p) os valores que caberão, respectivamente, a vaca m, vaca n e vaca p, que deverão ser diretamente proporcionais a 10, 15 e 5 que são as quantidades de litros de leite produzidas diariamente por cada vaca.

Assim,

$$\begin{cases} m + n + p = 6 \text{ (a soma das partes deve dar o valor a ser dividido)} \\ \dfrac{m}{10} = \dfrac{n}{15} = \dfrac{p}{5} = r \end{cases}$$

Aplicando a propriedade: $\dfrac{a + c + \cdots + p}{b + d + \cdots + q} = r$:

$$\frac{m + n + p}{10 + 15 + 5} = \frac{6}{30} = 0,2$$

Com isso obtemos nossa razão comum $r = 0,2$

Aplicando as igualdades: $\dfrac{m}{10} = \dfrac{n}{15} = \dfrac{p}{5} = r$,

$\dfrac{m}{10} = 0,2 \Longrightarrow m = 2$

$\dfrac{n}{15} = 0,2 \Longrightarrow n = 3$

$\dfrac{p}{5} = 0,2 \Longrightarrow p = 1$

Concluímos que a distribuição da ração deverá ser feita de forma que a vaca m receba 2kg, a vaca n receba 3kg e a vaca p receba 1kg de ração por dia.

A.4.2 Divisão em partes inversamente proporcionais

É uma divisão feita de maneira que quem mais contribuiu, receba menos (pois, neste caso, a contribuição é sobre algo indesejável).

Exemplo: Um empresário resolveu dividir R$ 450,00, para seus três funcionários, de forma a incentivá-los a não cheguarem atrasados no serviço, pois observou que durante o mês, os atrasos de Armando somaram 30 minutos, os atrasos de Bete somaram 60 minutos e os de Claudio somaram 80 minutos. Quanto cada um deverá receber?

Observação: Dadas duas grandezas inversamente proporcionais, a razão entre dois valores de uma delas é igual ao inverso da razão entre os dois valores correspondentes da outra.

Assim, dadas as sequências de números reais não nulos $(d_1, d_2, ..., d_n)$ e $(q_1, q_2, ..., q_n)$ são inversamente proporcionais se, e somente se,

$d_1.q_1 = d_2.q_2 = \cdots = d_n.q_n = \mathbf{r}$ (sendo $\mathbf{r}$ a constante de proporcionalidade) ou

$$\frac{d_1}{1/q_1} = \frac{d_2}{1/q_2} = \cdots = \frac{d_n}{1/q_n} = r$$

Observação: Pelo enunciado, podemos observar facilmente que se trata de uma divisão inversamente proporcional, pois quem se atrasou mais, deverá receber menos, para que procure não se atrasar no mês seguinte.

Resolução:

Chamaremos de (a, b, c) os valores que caberão a respectivamente a Armando, Bete e Claudio, que deverão ser inversamente proporcionais à soma de seus atrasos que foram 30, 60 e 80 minutos, respectivamente.

Assim,

$$\begin{cases} a + b + c = 450 \text{ (a soma das partes deve dar o valor a ser dividido)} \\ \frac{a}{\frac{1}{30}} = \frac{b}{\frac{1}{60}} = \frac{c}{\frac{1}{80}} = r \end{cases}$$

Aplicando a propriedade, $\dfrac{a + c + \cdots + p}{b + d + \cdots + q} = r$, $\dfrac{a + c + c}{\frac{1}{30} + \frac{1}{60} + \frac{1}{80}} = \dfrac{450}{\frac{15}{240}} = 7200.$

Assim, obtemos nossa razão comum $r = 7200$.

Aplicando as igualdades, vem

$$\frac{a}{\frac{1}{30}} = \frac{b}{\frac{1}{60}} = \frac{c}{\frac{1}{80}} = r$$

$30a = 7200 \Longrightarrow a = 240$

$60b = 7200 \Longrightarrow b = 120$

$80c = 7200 \Longrightarrow c = 90$

Concluímos que Armando receberá R\$ 240,00, Bete receberá R\$ 120,00 e Claudio receberá R\$ 90,00.

A.4.3 Exercícios propostos:

1. Um pai ao receber o boletim de seus filhos observou que Pedro havia faltado cinco vezes, Antônio 4 e Carlinhos 2 vezes, decidiu, então, dividir R$190,00 proporcionalmente a fim de incentivá-los a diminuir suas faltas. Dessa forma quanto cada um recebeu?

2. Após realizarem um trabalho João, Paulo e Benedito receberam R$168,00. Resolveram dividir o dinheiro proporcionalmente de acordo com as horas trabalhadas. Quanto cada um recebera se João trabalhou 4 horas, Paulo trabalhou 7 horas e Benedito trabalhou 10 horas?

3. Um pai distribuiu R$500,00 para suas três filhas em partes diretamente proporcionais as suas idades. Quanto cada uma recebera se: Melissa tem 4 anos, Carol 7 anos e Sofia 9 anos?

4. Três amigos compraram juntos uma cartela de bingo. Caso ganhem R$10000,00, quanto cada um receberia se, Arnaldo colaborou com R$10,00, Sebastião com R$15,00 e Pedro com R$25,00, sabendo que o premio seria repartido proporcionalmente ao dinheiro gasto?

5. Decomponha o número 6322 em partes diretamente proporcionais a $\frac{2}{3}$, $\frac{4}{5}$ e $\frac{7}{8}$.

A.5 Regra de três simples e composta

Definição: Damos o nome de regra de três, aos problemas que envolvem uma grandeza que é direta ou inversamente proporcional a uma ou mais grandezas.

A.5.1 Regra de três simples

Nos problemas de regra de três simples, são dados dois valores de uma grandeza e um valor de outra, valor este que corresponde a um dos valores da primeira grandeza. Assim, a resolução do problema será feita com a obtenção desse valor da segunda grandeza correspondente ao valor da primeira.

Observação: O nome regra de três se deve ao fato de conhecermos três elementos do problema.

Exemplo 1: Se 8 metros de um determinado tecido custam R$ 20,00. Qual deverá ser o valor de 20 metros?

Resolução:

Devemos identificar as grandezas, que são duas, comprimento de tecido e preço. Depois organizamos as grandezas em colunas, com os valores correspondentes em linhas, usaremos x para representar o valor procurado.

Comprimento (metros)	preço (R$)
8	20
20	x

Depois analisamos se as grandezas são diretamente ou inversamente proporcionais, verificamos que se aumentarmos a quantidade de tecido aumentará o valor a ser pago e, se diminuirmos a quantidade de tecido o valor a ser pago diminuirá, concluímos, assim, que se tratam de duas grandezas diretamente proporcionais. Portanto, estas razões permanecerão na posição que se encontram, quando montarmos a proporção, caso contrário devemos inverter uma das grandezas, dando preferência em manter a posição da razão onde está a incógnita.

Comprimento (metros)	preço (R$)
8	20
20	x

Armamos a proporção,

$$\frac{8}{20} = \frac{20}{x}$$

Aplicando a propriedade fundamental da proporção temos:

$8x = 20.20 \Longrightarrow x = \dfrac{400}{8} \Longrightarrow x = 50$

Logo, o preço procurado é R$ 50,00.

Exemplo 2: Para colher uma determinada área de lavoura, 5 colheitadeiras levam 72 horas. Quantas colheitadeiras, com a mesma eficiência das primeiras seriam necessárias para colher a referida área em 40 horas?

Resolução:

Primeiramente, observaremos as grandezas, que são duas: quantidade de colheitadeiras e tempo gasto para colher. Vale ressaltar que neste caso a área não será tratada como grandeza, pois sua quantidade não varia no problema. Depois organizamos as grandezas em colunas, com os valores correspondentes em linhas, usaremos x para representar o valor procurado.

colheitadeiras	tempo gasto
5	72 horas
x	40 horas

Depois analisamos se as grandezas são diretamente ou inversamente proporcionais, verificando que se aumentarmos a quantidade de colheitadeiras, o tempo gasto diminuirá, e se diminuirmos a quantidade de colheitadeiras o tempo gasto aumentará. Podemos, então, concluir que se tratam de duas grandezas inversamente proporcionais. Portanto, inverteremos uma das razões e, como já foi citado anteriormente, manteremos a razão onde está a incógnita.

Comprimento (metros)	Preço (R$)
5	40
x	72

Montamos a proporção,

$$\frac{5}{x} = \frac{40}{72}$$

Aplicando a propriedade fundamental da proporção,

$$40x = 5 \times 72 \Longrightarrow x = \frac{360}{40} \Longrightarrow x = 9$$

Seriam necessárias 9 colheitadeiras, para colher a referida área em 40 horas.

A.5.2 Regra de três composta

São problemas que envolvem mais de duas grandezas.

Exemplo: Sabe-se que 5 pedreiros trabalhando 8 horas por dia, constroem 100 m^2 de paredes em 4 dias. Quantos dias, 8 pedreiros com a mesma eficiência dos primeiros, trabalhando 9 horas por dia, levarão para construir 270 m^2 de paredes?

Resolução:

Devemos identificar as grandezas, que agora são quatro, número de pedreiros, horas de trabalho por dia, metros quadrados de paredes e dias trabalhados. Depois organizamos as grandezas em colunas, com os valores correspondentes em linhas, usaremos x para representar o valor procurado.

pedreiros	horas por dia	m^2 de paredes	dias trabalhados
5	8	100	4
8	9	270	x

Em seguida, devemos analisar cada grandeza com relação à grandeza que possui a incógnita, para verificar se a mesma se manterá na posição ou se devemos invertê-la quando montarmos a proporção.

pedreiros	horas por dia	m^2 de paredes	dias trabalhados
8	9	100	4
5	8	270	x

Montaremos a proporção com a razão que possui a incógnita no primeiro membro, e um produto das outras razões no segundo membro.

$\frac{4}{x} = \frac{8}{5}\frac{9}{8}\frac{100}{270}$

Fazendo as devidas simplificações teremos,

$\frac{4}{x} = \frac{2}{3} \Longrightarrow 2x = 12 \Longrightarrow x = 6$

Portanto, os 8 pedreiros levarão 6 dias para construírem os 270 m^2 de paredes.

A.5.3 Exercícios propostos

Os exercícios a seguir foram escolhidos de Giovanni e Parente (1988).

1. Comprei 20 litros de um certo combustível e paguei R$ 58,00. Quanto pagarei por 55 litros deste mesmo combustível?

2. Para realizar um serviço, 6 máquinas levam 20 dias. Em quantos dias 8 máquinas realizarão o mesmo serviço?

3. Uma máquina trabalhando durante 40 minutos produz 100 peças. Quantas peças iguais a estas serão produzidas pela mesma máquina em 2 horas e 30 minutos?

4. Três pedreiros constroem um muro de 20 metros de comprimento em 10 dias. Quantos dias levarão 5 pedreiros para construírem 30 metros de um muro do mesmo tipo?

5. Quinze pessoas, trabalhando 3 horas por dia, durante 20 dias, produzem 300 peças. Quantas pessoas serão necessárias para fazer 600 peças iguais a estas, em 30 dias, com 4 horas de trabalho por dia?

6. Uma olaria fabrica 1500 telhas em 6 horas. Quantas telhas ela pode fabricar em 10 horas?

7. Uma família composta de 6 pessoas tem na dispensa alimentos suficientes para o seu consumo durante 20 dias, mas recebeu inesperadamente 2 hóspedes. Supondo

que todos se alimentem com quantidades iguais, em quanto tempo os alimentos se esgotarão?

8. Um relógio atrasa 32 segundos em 72 horas. Quantos segundos atrasará em 8 dias?

9. Dois operários produzem, em 5 dias, 320 peças de um certo produto. Quantas peças deste mesmo produto serão produzidos por 5 operários em 8 dias?

10. Um automóvel, com velocidade de 60 km/h, rodando 5 horas por dia, faz certo percurso em 12 dias. Se sua velocidade fosse de 75 km/h e se rodasse 6 horas por dia, em quantos dias ele faria o mesmo percurso?

A.6 Porcentagem

A utilização de porcentagem não está restrita apenas às ciências exatas, é utilizada também nas ciências humanas e biológicas. No nosso dia a dia, é comum utilizarmos porcentagem quando falamos das chances do nosso time no campeonato, quando ouvimos a previsão do tempo, nas reportagens sobre o nível de preparação dos atletas, e até mesmo nos resultados das avaliações dos alunos. Enfim, está presente na nossa vida.

A.6.1 Calculando porcentagem

A palavra por cento, significa a cada cem, ou seja, ao invés de compararmos com o todo, tomamos uma amostra de cem para fazermos o comparativo, com isto fica mais fácil a visualização do comparativo, quanto extraímos e quanto fica, assim porcentagem é uma grandeza centesimal. Vejamos alguns exemplos:

"Cerca de 70% da superfície terrestre é ocupada por água, dessa água 97% é salgada, então o restante 3% é água doce".

"Aproximadamente 70% do corpo humano é constituído por água", isso significa que uma pessoa de 100 kg possui 70 kg de água.

Quando trabalhamos com cálculo mental de porcentagem, geralmente, o que fazemos é separar a quantidade, de onde será extraída a porcentagem, em grupos de cem e, quando tivermos uma quantidade menor que uma centena, separamos em grupos de dez. Por exemplo, se procuramos 20% de alguma quantia, pego 20 de cada 100 e 2 de cada 10, depois basta somar as quantias que peguei nos grupos de cem, com as quantias que peguei nos grupos de dez, para termos o percentual total. Mas como nem todos possuem facilidade para o cálculo mental, vamos montar uma proporção para resolvermos problemas envolvendo porcentagens.

$$\frac{\begin{array}{c}\text{Porcentagem}\\ 100\end{array}}{\%procurada} = \frac{\begin{array}{c}\text{quantidade}\\ valor\ inicial\end{array}}{resultado}$$

Na verdade se trata de regra de três simples, onde as grandezas serão sempre diretamente proporcionais, a incógnita substituirá a % procurada, o valor inicial ou o resultado, vamos aplicar primeiramente no exemplo da água no corpo humano:

Exemplo 1: "Aproximadamente 70% do corpo humano é constituído por água". Isto significa que uma pessoa de 65 kg possui quantos quilos de água?

$$\frac{100}{70} = \frac{65}{x} \Longrightarrow 100x = 70 \times 65 \Longrightarrow x = \frac{4550}{100} \Longrightarrow x = 45,5kg$$

Significa que uma pessoa que pesa 65 kg possui 45,5 kg de água.

Exemplo 2: O pai de Victor pretende receber R$ 1.350,00 de comissão na venda de um veículo, sabendo que ele recebe 5 % de comissão sobre o preço de venda. Qual deverá ser o preço de venda do veículo?

Resolução: Neste problema queremos saber o valor inicial, portanto, é este que será substituído pela incógnita.

$$\frac{100}{5} = \frac{x}{1.350,00} \Longrightarrow 5x = 100 \times 1.350,00 \Longrightarrow x = \frac{135.000,00}{5} \Longrightarrow x = 27.000,00$$

O preço de venda deverá ser R$ 27.000,00

A.6.2 Aumento e desconto

Quando pretendemos calcular o valor final de alguma quantidade após um aumento percentual, partimos da ideia que o valor inicial é 100%. Portanto, o valor após o aumento será $(100 + x)\%$, onde x está representando quanto queremos aumentar. De modo semelhante, fazemos para desconto, cujo valor final será $(100 - x)\%$. Vejamos alguns exemplos:

Exemplo 1: Quanto pagarei por uma conta atrasada de R$750,00, sabendo que o valor da multa é de 6%?

Resolução: O valor percentual da conta é 100%, e após o atraso passará para $100\% + 6\% = 106\%$, assim:

$$\frac{100}{106} = \frac{750}{x} \Longrightarrow 100 \cdot x = 106 \cdot 750 \Longrightarrow x = \frac{79500}{100} \Longrightarrow x = \text{R\$}795,00$$

Exemplo 2: A escola de inglês oferece um desconto de 8% na mensalidade, caso seja paga até o 5º dia do mês de vencimento. Quanto pagarei com desconto por uma mensalidade de R$ 155,00?

Resolução: O valor percentual da conta é 100%, e após o desconto passará para $100\% - 8\% = 92\%$, assim:

$$\frac{100}{92} = \frac{155}{x} \Longrightarrow 100 \cdot x = 92 \cdot 155 \Longrightarrow x = \frac{14260}{100} \Longrightarrow x = \text{R\$}142,60$$

Pagarei R$ 142,60 pela mensalidade.

A.6.3 Aumentos sucessivos e descontos sucessivos

Quando temos aumentos sucessivos não basta somar os percentuais pois, teremos também um aumento sobre o aumento anterior. Portanto, devemos somar diretamente o primeiro aumento e calcular os demais. De forma semelhante, devemos proceder para descontos sucessivos, subtraímos o primeiro desconto e calculamos os demais. Vejamos alguns exemplos.

Exemplo 1: Qual será o aumento percentual final de uma mercadoria após um aumento de 15% e outro de 20%?

Resolução: Após o primeiro aumento passará custar $100\% + 15\% = 115\%$, para o segundo aumento teremos $100\% + 20\% = 120\%$ de 115%, ou seja,

$$\frac{100}{120} = \frac{115}{x} \Longrightarrow 100 \cdot x = 120 \cdot 115 \Longrightarrow x = \frac{13800}{100} \Longrightarrow x = 138\%$$

Como o valor inicial era 100%, o aumento final foi de $138\% - 100\% = 38\%$, portanto o aumento percentual final foi de 38%.

Exemplo 2: Qual será o desconto percentual final de uma mercadoria após dois descontos consecutivos um desconto de 15% e outro de 20%?

Resolução: Após o primeiro desconto passará custar $100\% - 15\% = 85\%$, para o segundo desconto teremos $100\% - 20\% = 80\%$ de 85%, ou seja,

$$\frac{100}{80} = \frac{85}{x} \Longrightarrow 100 \cdot x = 80 \cdot 85 \Longrightarrow x = \frac{6800}{100} \Longrightarrow x = 68\%$$

Como o valor inicial era 100%, o desconto final foi de $100\% - 68\% = 32\%$. Portanto, o desconto percentual final foi de 32%.

A.6.4 Exercícios propostos

Como exercícios propostos, sugerimos aos alunos que solucionassem os problemas apresentados no livro didático adotado pela escola (Iezzi, 2010, pags. 222–223 e 226–227).

A.7 Juros simples e juros compostos

Juro (do latim *jure*) é a remuneração paga pelo uso do dinheiro, tomada como empréstimo.

A.7.1 Juros simples

Juros simples é uma modalidade de empréstimo, onde só o capital rende juros, esta modalidade é mais utilizada no nosso dia a dia para se calcular juros de mora.

A fórmula usada para o cálculo de juros simples é $j = c.i.t$ se usarmos i como decimal ($5\% = 0,05$; $12\% = 0,12; \cdots$) ou $j = \dfrac{c.i.t}{100}$ se usarmos i como percentual ($5\% = 5$, $12\% = 12$, $\cdots$), onde

– c representa o um valor monetário, que se empresta ou que se toma emprestado,

– j representa juros

– i representa taxa de juros, normalmente indicada a.d. (ao dia), a.m. (ao mês), a.a. (ao ano), etc.

– t representa o tempo de aplicação.

Temos também M que significa montante, é o capital emprestado mais os juros:

$$M = c + j$$

Exemplo 1: Calcule os juros simples produzidos por um capital de R$ 350,00, aplicado a uma taxa de 3% a.m. durante quatro meses:

Resolução:

Separando os dados:

$j = ?$

$c = \text{R\$}350,00$

$i = 3\%$ a.m.

$t = 4$ meses

Pela fórmula $j = \dfrac{c.i.t}{100}$ temos:

$j = \dfrac{350 \cdot 3 \cdot 4}{100} \Rightarrow j = \text{R\$}42,00$

Os juros produzidos serão de R$ 42,00.

Exemplo 2: Vejamos agora um exemplo de juros de mora.

Vamos calcular os juros de mora que deverão ser pagos em uma prestação de R$ 1.000,00 com dez dias de atraso, sabendo que a taxa de juros de mora são de 15% ao mês:

Resolução:

Encontrando a taxa diária $\dfrac{15\%}{30} = 0,5\%$ ad, temos:

$j = ?$

$c = \text{R\$}1.000,00$

$i = 0,5\%$ a.d.

$t = 10$ dias

$j = \dfrac{1000.0,5.10}{100} = 50$

Os juros de mora serão R$ 50,00 pelos dez dias.

A.7.2 Juros compostos

Juros compostos são os rendimentos calculados sempre sobre o último montante (capital mais juros), é como se fosse juros simples calculados a cada período, se for a.d. calcularíamos a cada dia, se for ao mês calculamos a cada mês e assim por diante. Podemos comparar o cálculo de juros compostos com progressão geométrica (P.G.). Vamos resolver a curiosidade 4, a de comprar uma moto com 18 anos, usando soma de P.G. finita:

Vou completar 15 anos no próximo mês, quanto devo depositar por mês na poupança, para poder comprar uma moto que custa $\text{R\$}\,5.000,00$, quando eu completar 18 anos?

Resolução, com base no vídeo IMPA (2010):

Vamos denotar as variáveis do problema da seguinte forma:

- P parcela a ser depositada;
- M valor a ser resgatado (R\$ $5000,00$);
- i taxa de juros, da poupança (0,5% ao mês);
- n número de meses, como são 3 anos temos 36 meses;
- $S_0 =$ é a parcela que será depositada P;
- $S_1 =$ é a parcela que será depositada mais a anterior com os juros $(P + P(1+i))$;
- $S_2 =$ é a parcela a ser depositada mais o acumulado, mais os juros $(P + P(1+i) + P(1+i)^2) \cdots$
- $S_n =$ seguindo o mesmo raciocínio temos:

$$P + P(1+i) + P(1+i)^2 + \cdots + P(1+i)^{n-1} + P(1+i)^n$$

Podemos notar que as parcelas formam uma P.G. cujo primeiro termo é P e sua razão é (1+i) e, essa P.G. é finita, pois conhecemos o número de parcelas, o que estamos procurando é o valor da parcela. Vale ressaltar que nossa P.G. está invertida, pois P é a última parcela a ser depositada, ela é a única que não possui rendimentos, P(1+i) é a penúltima e assim por diante, até que a primeira é a parcela que possui maior rendimento.

Aplicando a fórmula da soma dos n termos de uma P.G. finita, vem
$S_n = \dfrac{P[(1+i)^{n+1} - 1]}{(1+i) - 1}$. Daí, substituindo os valores dados, obtemos
$5000 = \dfrac{P[(1+0,005)^{36+1} - 1]}{(1+0,005) - 1} \Rightarrow 5000 \times 0,005 = P[(1,005)^{37} - 1] \Rightarrow 25 = P \cdot 0,2026619$

logo,
$P = \dfrac{25}{0,2026619} \Rightarrow P = 123,36$

Portanto, deverá depositar R\$ 123,36 por mês, porém devemos ressaltar que o montante pode sofrer variações dependendo da taxa de juros, pois nesta abordagem consideramos-a como sendo fixa em 0,5% ao mês.

Para o cálculo de juros compostos usa-se a fórmula $j = c \cdot [(1+i)^t - 1]$, porém a fórmula mais utilizada é calcular o montante por ser mais prática, caso se queira saber os juros basta fazer $j = M - C$, para o cálculo do montante utilizamos a fórmula $M = C \cdot (1+i)^t$, em ambos os casos i deve aparecer na forma decimal.

Para comparar vamos recordar a fórmula do termo geral da P.G. $a_n = a_1 \cdot q^{n-1}$. Lembramos que no exemplo anterior, usamos a fórmula da soma dos n termos da P.G. finita porque se tratava de depósitos regulares mais rendimentos, agora estamos tratando apenas de rendimentos em uma única aplicação.

$a_n = a_1 \cdot q^{n-1}$, onde

- a_n seria o montante;
- a_1 seria o capital;
- q seria, como já vimos em A.6.2, $100\% + i\%$ ou, na forma decimal, $1 + i$;
- n representaria o tempo, neste caso, a_1 seria substituído por a_0, pois o primeiro termo está no tempo zero. Assim, em a_1 t seria 0, em a_2 t seria 1, ou seja, em a_n o tempo seria $(n-1)$. Daí, teríamos $n - 1 = t$ ou $n = t + 1$.

Substituindo, temos

$M = C \cdot (1+i)^{t+1-1}$ ou seja: $M = C.(1+i)^t$

Vejamos alguns exemplos:

Exemplo 1: Paula aplicou R$ 500,00 a juros compostos de 2% ao mês. Quanto ela terá ao final de três meses?

Resolução:

Separando os dados, se obtém

$M = ?$ $\quad C =$ R$ $500,00$ $\quad i = 2\%\, a.m. = (0,02)$ $\quad t = 3$ meses.

Como $M = C.(1+i)^t$, temos

$M = 500.(1 + 0,02)^3 \Rightarrow M = 500.1,061208 \Rightarrow M = 530,60$

Portanto, ela terá R$ $530,60$.

Para encontrar os juros faríamos $J = M - C$, ou seja, $J = 530,60 - 500 = 30,60$.

Assim, os juros foram de R$ $30,60$.

Exemplo 2: Michele aplicou R$ 10000,00 em um fundo que rende 1% a.m., a juros compostos. Qual será o tempo mínimo necessário para que esta aplicação renda R$ 510,10 de juros?

Resolução:

Separando os dados:

- $M =$ R\$ $10.000,00 +$ R\$ $510,10 =$ R\$ $10.510,10$;

- $C =$ R\$ $10.000,00$;

- $i = 1\% \; a.m. = (0,01)$;

- $t = ?$

Como $M = C \cdot (1+i)^t$, temos

$10.510,10 = 10.000,00 \times (1+0,01)^t \Rightarrow (1,01)^t = \dfrac{10.510,10}{10.000,00} \Rightarrow (1,01)^t = 1,05101$

Agora, para encontrar o valor de t utilizaremos outro conteúdo já visto, estamos falando de logarítmos. Assim, temos

$\log(1,01)^t = \log(1,05101) \Rightarrow t \cdot \log(1,01) = \log(1,05101) \Rightarrow t \cdot 0,004321 = 0,021189 \Rightarrow t = \dfrac{0,021189}{0,004321} \Rightarrow t = 4,9$

Portanto, o tempo mínimo para esta aplicação deverá ser de cinco meses.

A.7.3 Exercícios propostos

Como exercícios propostos, sugerimos aos alunos que solucionassem os problemas apresentados no livro didático adotado pela escola (Iezzi, 2010, pags. 230-231 e 233-234).

ANEXO A – Primeira prova escrita aplicada

ESCOLA ESTADUAL DE ENSINO MÉDIO MAJOR OTAVIO PITALUGA

PROVA DE MATEMÁTICA

Prof. Gláucio

Nome:____ nº ________ 1º ________

1) Dividir o número 90 em partes diretamente proporcionais aos números 1, 3 e 6.

2) Um trem percorre 240 km em 3 horas. Mantendo a mesma velocidade, em quantas horas percorrerá 400 km?

3) Se 25 operários trabalhando 10 horas por dia, abriram um canal de 238 metros de comprimento em 17 dias, quantos operários serão precisos para abrir 686 metros do mesmo canal em 25 dias, trabalhando 7 horas por dia?

4) Três trabalhadores devem dividir R$ 1.200,00, referentes ao pagamento por um serviço realizado. Eles trabalharam 2, 3 e 5 dias respectivamente e devem receber uma quantia diretamente proporcional ao número de dias trabalhados. Quanto deverá receber cada um?

5) Num acampamento avançado, 30 soldados dispõem de víveres para 60 dias. Se mais 90 soldados chegam ao acampamento, então, por quanto tempo o acampamento estará abastecido?

6) (FAAP) Uma impressora a laser, funcionando 6 horas por dia, durante 30 dias, produz 150000 impressões. Em quantos dias 3 dessas mesmas impressoras, funcionando 8 horas por dia, produzirão 100000 impressões?

7) Uma destilaria abastece 35 bares, dando a cada um deles 12 litros por dia, durante 30 dias. Se os bares fossem 20 e se cada um deles recebesse 15 litros, durante quantos dias a destilaria poderia abastecê-los?

8) Uma empresa de asfaltamento possui 80 funcionários, que trabalhando 8 horas por dia, faz 50 Km de asfalto em 6 dias. Quantos funcionários com a mesma eficiência, trabalhando 10 horas por dia, serão necessários para fazer 200 Km de asfalto em 16 dias?

a) 98 b) 120 c) 96 d) 48 e) 148

9) Dividindo 280 em partes diretamente proporcionais a 2; 5 e 7 obtemos:

a) 40; 100 e 140 b) 50; 90 e 140 c) 40; 90 e 150 d) 30; 100 e 150 e) n.d.a.

ANEXO B – Segunda prova escrita aplicada

ESCOLA ESTADUAL DE ENSINO MÉDIO MAJOR OTAVIO PITALUGA

PROVA DE MATEMÁTICA

Prof. Gláucio

Nome:____ nº ________ 1º ________

1) Se 4% de um número é igual a 15, quanto é 20% deste número?

a) 375 b) 100 c) 75 d) 50 e) 500

2) Dos 28 bombons que estavam na minha gaveta, já comi 75%. Quantos bombons ainda me restam?

3) De 150 candidatos que participaram de um concurso, 60 foram aprovados. Isso significa que a porcentagem dos candidatos reprovados é de:

a) 20% b) 30% c) 40% d) 50% e) 60%

4) Comprei uma tv por R$ 736,00 sabendo que seu preço era de R$ 800,00. Qual foi o percentual de desconto que obtive?

5) Após um aumento de vinte por cento, um livro passa a custar R$ 210,00. Qual era o preço antes do aumento?

6) Qual é o tempo em que o capital de R$ 6500,00, a 12% ao ano, rende, a juros simples, a quantia de R$ 2340,00?

a) 2 anos b) 15 meses c) 3 anos d) 24 meses e) 5 anos.

7) Calcular os juros simples produzidos pela aplicação de R$ 5600,00 à taxa de 15% ao ano, durante 6 meses.

a) R$ 2500,00 b) R$ 1680,00 c) R$ 560,00 d) R$ 950,00 e) R$ 1593,00

8) Aplicando R$ 20000,00 a juros compostos, a 2% a.m. durante 3 meses, qual o valor do montante e dos juros adquiridos?

9) Qual o capital que aplicado a juros compostos á taxa de 3% a.m. produz em 2 meses um montante de R$ 3182,70?

10) Um capital de R$ 500000,00 aplicado a juros compostos à taxa de 5% a.m. produz em 3 meses um montante de:

a) R$598231,00 b) R$693031,18 c) R$531000,00 d) R$578812,50 e) R$500100,00