Mauricio Osmall Jung

Questionário Virtual Para o Ensino de Probabilidade

Rio Grande, Rio Grande do Sul, Brasil

Março, 2013

Mauricio Osmall Jung

Questionário Virtual Para o Ensino de Probabilidade

Dissertação submetida por Mauricio Osmall Jung como requisito parcial para obtenção do grau de Mestre em Matemática, pelo Curso de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional - PROFMAT junto ao Instituto de Matemática, Estatística e Física da Universidade Federal do Rio Grande.

Orientador: Me. André Meneghetti

Coorientador: Dra. Cristiana Andrade Poffal

Universidade Federal do Rio Grande - FURG

Instituto de Matemática, Estatística e Física - IMEF

Curso de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional - PROFMAT

Rio Grande, Rio Grande do Sul, Brasil

Março, 2013

Este trabalho possui a colaboração do aluno, do curso Física Bacharelado da Universidade Federal do Rio Grande, Thiago Alves Teixeira que foi responsável pelo desenvolvimento dos aplicativos “QVL.swf” e “QVF.swf”.

Colaboradores

Universidade Federal do Rio Grande
http://www.furg.br

Instituto de Matemática, Estatística e Física
http://www.imef.furg.br

Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional
http://www.profmat-sbm.org.br

Sociedade Brasileira de Matemática
http://www.sbm.org.br

Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior
http://www.capes.gov.br

J951q Jung, Mauricio Osmall.
Questionário virtual para o ensino de probabilidade / Mauricio Osmall Jung. – 2013.
56 f. : il.

Dissertação (mestrado) – Universidade Federal do Rio Grande/FURG, Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional - PROFMAT, Instituto de Matemática, Estatística e Física, Rio Grande/RS.

Orientador: Me. André Meneghetti
Coorientador: Drª. Cristiana Andrade Poffal

1. Jogos. 2. Tecnologia. 3. Probabilidade. I. Meneghetti, André. II. Poffal , Cristiana Andrade. III. Título.

CDU: 519.2

Catalogação na fonte: Bibliotecária Alessandra de Lemos CRB10/1530

Mauricio Osmall Jung

Questionário Virtual Para o Ensino de Probabilidade

Dissertação submetida por Mauricio Osmall Jung como requisito parcial para obtenção do grau de Mestre em Matemática, pelo Curso de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional - PROFMAT junto ao Instituto de Matemática, Estatística e Física da Universidade Federal do Rio Grande.

Trabalho aprovado. Rio Grande, 09 de Março de 2013:

Me. André Meneghetti
(Orientador - FURG)

Dra. Cristiana Andrade Poffal
(Coorientadora - FURG)

Me. Alexandre Sacco de Athayde
(Avaliador - UFPel)

Dr. Leandro Sebben Bellicanta
(Avaliador - FURG)

Rio Grande, Rio Grande do Sul, Brasil
Março, 2013

Este trabalho é dedicado àqueles que amo e àqueles que respeito,
pois amo alguns, mas respeito a todos.

Agradecimentos

Numa ordem cronológica, inicio agradecendo à Silvana Letícia Pires Wanke e o finado José Luis Costa pelo incentivo a participar do exame de seleção do PROFMAT-FURG. Depois, agradeço também a CAPES, pela bolsa de incentivo a professores da rede pública.

Além disso, durante o curso, surgiram dificuldades nas quais tive o apoio de Tiago da Silva Gonçalves que, com bom humor e irreverência, sempre esteve disposto a ajudar. Esse momento também não chegaria se não fosse pela equipe de Professores do PROFMAT-FURG, em especial o Me. André Meneghetti por me surpreender sempre, positivamente, com sua orientação. Agradeço também a Thiago Alves Teixeira, que desenvolveu a programação virtual dessa proposta.

Por fim, mas não menos importante, agradeço aos meus pais e meus irmãos; em especial, à minha esposa Daniela Monteiro Machado Jung e aos meus filhos, Néftali Maibi Jung e Pedro Augusto Machado Jung que souberam entender meus momentos de reclusão e estudo, bem como as ausências de sábado.

A todos vocês, agradeço, pois de outra forma eu não estaria aqui.

"Estou comprometido com a vida até o último dos meus dias,
e me esforço para mudar as coisas, e, para isso,
não tenho outro remédio que não seja
fazer o que faço e dizer o que sou."
(José Saramago)

Resumo

Considerando que o conceito de probabilidade é fundamental para a formação do indivíduo devido à forma de raciocínio, aplicabilidade e também ao campo profissional promissor, apresentamos uma proposta que sugere, num primeiro momento, uma problematização para, depois, conceituar e definir os termos que envolvem a Probabilidade. Segue-se essa metodologia, uma vez que a história da probabilidade acontece nessa ordem: primeiro surgem os problemas, depois, os conceitos e definições. Para isso, utiliza-se a tecnologia através de um questionário virtual e interativo. Assim, aproxima-se o educando do assunto, já que este participa da construção dos conceitos e definições.

Palavras-chaves: Jogos. Probabilidade. Tecnologia.

Abstract

As the concept of probability is fundamental to the formation of the individual due to its form of reasoning and applicability to a promessing professional field, we present a proposal that suggests, first, a problematization then the definition of the probability jargon. It follows that methodology, since the history occurs in this order: first the problems arise, then the concepts and definitions. So, we use the technology in a virtual and interactive quiz, since playing an important role during the constrution of the concepts and definitions, the student becomes easily closer to the whole subject.

Key-words: Games. Probability. Technology.

Lista de ilustrações

Sumário

Introdução

A probabilidade teve origem por volta do século XVII com Pascal e Fermat que resolveram questões relacionadas a jogos de azar e “em sua histórica correspondência de 1654, refletiram sobre outros problemas relacionados com o problema dos pontos [...]. Foi esse trabalho de Pascal e Fermat que lançou as bases da teoria matemática da probabilidade.”(EVES, 2002). A partir disso, segundo Boyer “Huygens em 1657 publicou um pequeno folheto, *De ratiociniis in ludo aleae* (Sobre o raciocínio em jogos de dados)”(BOYER, 1974). Nos dois séculos seguintes, estudiosos como Bernoulli, Moivre, Euler, Lagrange, Laplace, entre outros, formalizaram os conceitos.

A ideia de nossa proposta é a mesma no que se refere a construção do conhecimento. Incentivar o aluno a entender a probabilidade informalmente com atividades não tradicionais e, logo após, inserir os conceitos tradicionais formais. Tivemos como inspiração os trabalhos: Uma proposta para o estudo de probabilidade no ensino médio (LOPES; TEODORO; REZENDE, 2011), Uma Proposta Didático-Pedagógica para o estudo da Concepção Clássica de Probabilidade (LOPES, 2011) e Jogo dos Discos (CAETANO; PATERLINI, 2010).

Estamos vivendo um momento de ascensão tecnológica em especial no mundo da informática. Atualmente é raro um jovem não dispor de um aparelho de celular, computador, *tablet*, entre outros. Mesmo aqueles que possuem baixa renda, que não possuem aparelhos eletrônicos como esses, acabam tendo oportunidades de aprender a utilizar tais aparelhos, seja na sua escola, seja numa *lan house*, na casa de um amigo, entre outras possibilidades. No mercado de trabalho vemos cada vez mais a exigência de conhecimentos básicos na área. A inserção da tecnologia nos dias atuais vai muito além de um simples lazer, já é, sem dúvida, uma necessidade.

A escola deve participar desse aprendizado. Noções básicas de informática podem ser aplicadas para o aprendizado dos conteúdos da ementa escolar. Algumas práticas já são usadas e, a cada dia, aperfeiçoadas. Podemos citar como exemplo o uso de editores de textos, uso de *softwares* como Cabri e Geogebra (no estudo de geometria), uso de ferramentas html, entre outros.

Uma das formas de diversão dos jovens são os jogos *on-line*. Tais jogos costumam ser feitos no formato swf (*shock wave flash*) e possuem uma interface amigável que prende a atenção dos usuários. Com conhecimento básico em programação e criatividade é possível desenvolver um jogo nesse formato. A quantidade de memória requerida para funcionamento e execução desses jogos é pequena, na ordem de um Mb, o que o torna executável na maioria dos aparelhos eletrônicos com capacidade computacional.

Nossa proposta visa usar esse formato para desenvolver um questionário que ao mesmo tempo prenda a atenção do estudante e estimule a construção do conhecimento em probabilidade, pois segundo Corbalán (CORBALÁN, 2002) esses conteúdos são de grande dificuldade para o alunado do Ensino Médio, por motivos intrínsecos e por eles ainda, em geral, não terem um contato anteriormente e por isso ele considera que deveria ser feito um grande esforço para apresentar esses assuntos de forma lúdica.

Assim, uma vez que se entenda a probabilidade de maneira informal, será natural a formalização dos conceitos.

Além disso, com a **Proposta Pedagógica para o Ensino Médio Politécnico e Educação Profissional Integrada ao Ensino Médio - 2011-2014** do governo do Rio Grande do Sul, a Organização Curricular do Ensino Médio sofreu mudanças. Assim, os três anos do Ensino Médio ficaram divididos em Formação Normal e Parte Diversificada. Conforme essa proposta

> entende-se por formação geral (núcleo comum), um trabalho interdisciplinar com as áreas de conhecimento com o objetivo de articular o conhecimento universal sistematizado e contextualizado com as novas tecnologias, com vistas à apropriação e integração com o mundo do trabalho [...] entende-se por parte diversificada (humana – tecnológica – politécnica), a articulação das áreas do conhecimento, a partir de experiências e vivências, com o mundo do trabalho, a qual apresente opções e possibilidades para posterior formação profissional nos diversos setores da economia e do mundo do trabalho.((ESTADO), 2011-2014)

Na prática, significa que no primeiro ano do Ensino Médio acrescentam-se dois períodos semanais, no turno normal, de Seminário Integrado referentes a Parte Diversificada, já no segundo ano são acrescidos três períodos de Seminário Integrado e no terceiro quatro períodos. Devido ao acréscimo desses períodos, a carga horária semanal de algumas disciplinas tem sido reduzida. É o que acontece com as disciplinas de Matemática e de Língua Portuguesa, pois possuem um número maior de períodos semanais. Por exemplo, se o primeiro ano possuía quatro períodos de Matemática semanalmente, passará a ter somente três.

Nesse contexto, o presente trabalho mostra-se de grande interesse, pois, geralmente, o professor leva cerca de 12 aulas para ensinar Probabilidade e com a nova Proposta Pedagógica para o Ensino Médio, o professor terá menos tempo em sala de aula e atividades extra classe serão, mais do que nunca, essenciais. A proposta de nossa atividade pode ser realizada integral ou parcialmente na escola, sendo assim, o professor compensa a redução da carga horária semanal, uma vez que a atividade proporcionará a construção prévia dos conhecimentos pelos alunos. Portanto, se essa proposta for aplicada parcialmente na escola, serão necessárias bem menos do que 12 aulas para o ensino de Probabilidade.

Apresentaremos no primeiro capítulo uma caracterização a quem nossa proposta se destina e os recursos mínimos necessários para sua aplicação. No segundo capítulo faremos uma descrição geral com atividades detalhadas aula por aula. No terceiro capítulo relacionaremos as questões da atividade virtual com os conceitos de Probabilidade. Em um quarto momento, apresentaremos uma contextualização comentada da Probabilidade na vida real. Por último, vamos sugerir e supor possíveis continuações dessa proposta.

Objetivos

Nosso principal objetivo consiste em propor atividades para que os estudantes de Ensino Fundamental ou Médio compreendam probabilidade na concepção clássica de Laplace. Além disso, conforme os Planos Curriculares Nacionais (PCN), a principal finalidade do estudo de probabilidade

> é a de que o aluno compreenda que grande parte dos acontecimentos do cotidiano são de natureza aleatória e é possível identificar prováveis resultados desses acontecimentos. As noções de acaso e incerteza, que se manifestam intuitivamente, podem ser exploradas na escola, em situações nas quais o aluno realiza experimentos e observa eventos (BRASIL, 1997).

Para alcançar esse objetivo naturalmente outras habilidades serão desenvolvidas. Propomos que sejam elaborados aplicativos que interajam com o estudante de forma agradável, que prendam sua atenção e estimulem o processo de aprendizagem.

Nesse trabalho será usado um questionário virtual que possui um mascote que fará a interação entre questões e estudantes. Observamos que no momento em que aparelhos eletrônicos são usados para estimular o interesse do educando no processo de aprendizagem estamos, automaticamente, promovendo a interação virtual que é, sem dúvida, uma tendência da atualidade. Problemas envolvendo probabilidade, mesmo quando apresentados de maneira informal, requerem leitura e interpretação de textos, habilidades nas quais muitos alunos possuem dificuldades mesmo após a conclusão do Ensino Médio, razão pela qual devem ser estimuladas.

E ainda, conforme o artigo intitulado "Uma proposta para o estudo de probabilidade no ensino médio":

> Os PCN elegem a resolução de problemas como peça central para o ensino da Matemática, pois o pensar e o fazer se mobilizam e se desenvolvem quando o indivíduo está engajado ativamente no enfrentamento de desafios. O tratamento de situações complexas e diversificadas oferece ao aluno a oportunidade de pensar por si mesmo, construir estratégias de resolução e argumentações, relacionar diferentes conhecimentos e, enfim, perseverar na busca da solução; e, para isso, os desafios devem ser reais.(LOPES; TEODORO; REZENDE, 2011)

Ao deparar-se com um problema, além de ler e entender o que está sendo pedido, para resolvê-lo é necessário modelar o problema. Em probabilidade não é diferente. Na resolução das questões propostas no questionário, no momento em que o aluno for modelar o problema, inevitavelmente, serão necessárias operações elementares sobre o conjunto dos números racionais $\mathbb{Q}$, assim como conceitos envolvendo análise combinatória.

Uma vez finalizada, podemos questionar o resultado obtido. Por exemplo, será que na resolução de um problema envolvendo probabilidade faz sentido obtermos um resultado que seja maior que um? Interpretar e questionar resultados também são tarefas necessárias ao resolver problemas sobre probabilidade e acrescentam à formação pessoal e profissional de qualquer indivíduo.

Assim, teremos inicialmente uma problematização na forma de um jogo eletrônico e de acordo com Huizinga

> no jogo existe alguma coisa "em jogo" que transcende às necessidades imediatas e confere um sentido à ação. Todo jogo significa alguma coisa.[...] O jogo é "tenso", como se costuma dizer. É este elemento de tensão e solução que domina em todos os jogos solitários de destreza e aplicação[...] e quanto mais estiver presente o elemento competitivo mais apaixonante se torna o jogo.(HUIZINGA, 2004)

Portanto, como é de conhecimento que jovens usam aparelhos eletrônicos com capacidade computacional, propomos um jogo de problemas com o objetivo de instigar o raciocínio matemático dos estudantes. Logo, no geral, Huizinga percebe o jogo como algo que precede a cultura

> Não quer isto dizer que ela nasça do jogo, como um recém-nascido se separa do corpo da mãe. Ela surge no jogo, e enquanto jogo, para nunca mais perder esse caráter.(HUIZINGA, 2004)

Outro aspecto importante se refere à aplicação dessa proposta. Uma forma seria aplicar a proposta totalmente na escola. A outra poderia ser realizada parcialmente na escola; assim, a atividade virtual poderia ser feita pelo aluno à distância, isso também colaboraria com o desenvolvimento das aulas teóricas na escola, pois com a nova Proposta Pedagógica para o Ensino Médio Politécnico e Educação Profissional Integrada ao Ensino Médio ((ESTADO), 2011-2014) houve uma redução na carga horária das aulas teóricas. Portanto, o professor pode utilizar dessa aplicação para ganhar tempo para formalização dos conceitos.

Tal metodologia pode despertar no aluno o interesse pelo assunto probabilidade. Como motivação é válido informar aos alunos que atualmente o mercado de trabalho está carente de profissionais para as áreas de Probabilidade e Estatística e se sabe que os jovens estão sendo obrigados a escolher seu futuro profissional cada vez mais cedo, não sendo essa uma tarefa simples. Além disso, esse é um mercado que está em ascensão devido a sua grande relevância. Pesquisas recentes tais como em (SANCHOTENE, 2006) confirmam que profissionais nesta área possuem, em sua grande maioria, altas remunerações e satisfação profissional, sendo que a renumeração é igual ou superior à de um médico.

Em nossa proposta mencionamos a grande oportunidade profissional que a Probabilidade e Estatística pode proporcionar. Conforme Trompler

> o ensino de probabilidade em ciclos anteriores à graduação é de fundamental relevância porque representa uma maneira de pensar, desconhecida em outros ramos da matemática, embora subjacente em todas as ciências experimentais. Confronta o estudante com resultados menos absolutos do que este está acostumado, mostra que ele pode conduzir um rigoroso raciocínio mesmo sabendo que está cometendo erros e o ensina a como enfrentar tais erros. Humaniza a matemática pela ligação a problemas do cotidiano, já que relaciona ciências experimentais, naturais, econômicas e sociais de todos os tipos, como ferramentas de trabalho, à matemática. (TROMPLER, 1982)

A procura dos jovens pelo curso de Probabilidade e Estatística ainda é baixa. Para exemplificar essa situação, podemos citar o vestibular da UFRGS de 2012, no qual foram ofertadas 40 vagas e apenas 102 candidatos se inscreveram para disputá-las. É um índice baixo comparado à medicina com quase 52 candidatos por vaga. Veja em (DENSIDADE..., 2012).

Muito desse desinteresse se deve à falta de entendimento sobre o assunto e seu futuro profissional. Nesse sentido, o presente trabalho possui, além do caráter educacional, uma proposta interessante à medida que mostra para os jovens uma possibilidade de inclusão no mercado de trabalho.

1 Caracterização

Neste capítulo apresentaremos os recursos mínimos necessários ao bom desenvolvimento da atividade proposta.

1.1 Público alvo

Essa proposta é destinada para professores que lecionam para alunos entre 15 e 18 anos, turmas do Segundo Ano do Ensino Médio, mas podendo ser de outro nível. Visto que nessa faixa etária os alunos têm grande contato com jogos, principalmente os eletrônicos, essa atividade virtual será bem familiar a eles.

1.2 Pré-requisitos

Nessa atividade é indispensável que os alunos já tenham estudado Análise Combinatória, operações entre conjuntos como união, interseção e diferença, bem como operações com números racionais.

Além disso, facilitaria a aplicação da atividade virtual na escola se essa possuísse um profissional responsável pela sala de informática, que poderia auxiliar o professor e os alunos com os computadores.

1.3 Materiais e tecnologias

Considerando a modalidade que a atividade virtual é realizada à distância e a modalidade que essa atividade é realizada no colégio, temos que na primeira não é necessária a sala de Informática.

Materiais

1. Sala de Informática com computadores (preferencialmente um para cada aluno);
2. Sala de aula com lousa;

Tecnologias

Computadores com *software* necessário para executar o aplicativo com as questões (basta arrastar o aplicativo *.swf para qualquer navegador). Cabe salientar que em todos os sistemas operacionais (Windows, Linux, etc) existem vários *softwares* com essa finalidade.

1.4 Recomendações metodológicas

Primeiramente, sem explorar conceitos e definições dos termos que envolvem a Probabilidade, o aluno será desafiado a responder questões relativas uma moeda e às cartas de baralho através de um Questionário Virtual e Lúdico (QVL). Isso poderá ser feito à distância ou na sala de informática da escola.

Numa segunda aula, no ambiente escolar, as questões, antes virtuais, estarão impressas e, em grupos, será proposto aos alunos que as resolvam novamente. Depois de destinar alguns minutos para essa tarefa, o professor discute tais questões para que sejam conceituados e definidos os termos que a Probabilidade envolve. Isso, sempre com a mediação e orientação do professor.

Em um terceiro momento, podem ser aprofundadas a história da Probabilidade, as árvores de possibilidades e a Lei de Bayes, bem como o professor pode sugerir um banco de questões para que os alunos fixem bem esse assunto. Como livro de apoio, o professor pode usar (MORGADO et al., 2004).

1.5 Dificuldades previstas

Caso a atividade virtual seja realizada na escola, devemos considerar a possibilidade de um computador ser utilizado por mais de um aluno.

Se a atividade virtual for realizada à distância, será necessário disponibilizar o *software* com tal atividade e verificar se todos os alunos têm pelo menos um aparelho no qual o programa pode ser executado. Caso contrário, pode ser sugerido aos alunos que visitem um colega que tenha.

Além disso, alguns alunos terão mais facilidade para responder ao QVL, outros levarão mais tempo para respondê-lo. Isso gera um desconforto para quem ainda está respondendo. Nesse momento, o professor pode sugerir que refaçam essa atividade ou então indicar um trecho do filme "Quebrando a Banca" para aqueles que já concluíram o questionário.

2 Descrição geral: Atividades

Nesse capítulo descreveremos a sequência de realização das atividades para a construção dos conceitos de Probabilidade. Sugerimos seis atividades com duração variável devido à característica específica de cada uma delas.

2.1 Atividade 1: Aplicação do QVL

- Tempo requerido: um período de 50 min caso seja aplicado na escola.
  Observação: a previsão é de que o aluno não leve todo esse tempo para responder, mas o professor já sabe que é preciso de tempo para acomodação dos mesmos na sala de informática.

Para a aplicação da primeira atividade, os alunos serão encaminhados a uma sala com computadores, ou então, serão incentivados a executar essa atividade à distância. Nesse momento, sem explorar os conceitos da Probabilidade, o educando será orientado a responder um questionário virtual que possui um formato lúdico.

O QVL é composto por 15 questões de múltipla escolha. À medida que o aluno vai respondendo, ele vai obtendo a resposta e avançando o nível, inclusive podendo, automaticamente, elevar o grau de dificuldade. De certa forma, o questionário, na forma em que é apresentado, é um jogo, pois ao término das quinze questões, o aluno se depara com um *score*. Nesse instante, o estudante pode iniciar novamente, caso queira melhorar seu aproveitamento e, essa repetição, não deixa de ser uma forma de estudo na busca por uma melhor pontuação.

Segundo Moura,

> A união entre o jogo e a resolução de problemas está intimamente vinculada à intencionalidade do professor, que é um dos arquitetos do projeto pedagógico do trabalho coletivo da escola. Este projeto tem começo – a cultura primeira – e um fim – a cultura elaborada, sendo ambos móveis; trata-se do conhecimento em movimento. Aquele conhecimento que é síntese de um processo passa a ser começo de outros, num movimento crescente [...] combinar jogo e resolução de problemas [...] é muito mais que uma simples atitude, é uma postura que deve ser assumida na condução do ensino. [...] fazer isto é dar um sentido humano ao jogo, à resolução de problemas e, sendo assim, à Educação Matemática.(MOURA, 1992)

Outra característica dessa atividade acontece que a cada questão, o aluno verifica se acertou e, nesse caso, pode passar imediatamente para a próxima. Porém, caso erre, há uma revisão com a resposta comentada. Dessa forma, tanto o aluno que acertou, quanto aquele que errou, tem as mesmas condições de passar para a questão seguinte.

Além disso, a correção instantânea estimula a sequência desse desafio. Nesse sentido, segundo Van de Walle,

> os estudantes devem resolver problemas não para aplicar matemática, mas para aprender nova matemática. Quando os alunos se ocupam de tarefas bem escolhidas baseadas na resolução de problemas e se concentram nos métodos de resolução, o que resulta são novas compreensões da matemática embutida na tarefa.(WALLE, 2009)

A seguir, apresentamos algumas imagens que compoem o QVL no formato swf. As questões desse questionário encontram-se, na íntegra, em anexo.

2.1.1 Imagens ilustrativas do questionário virtual

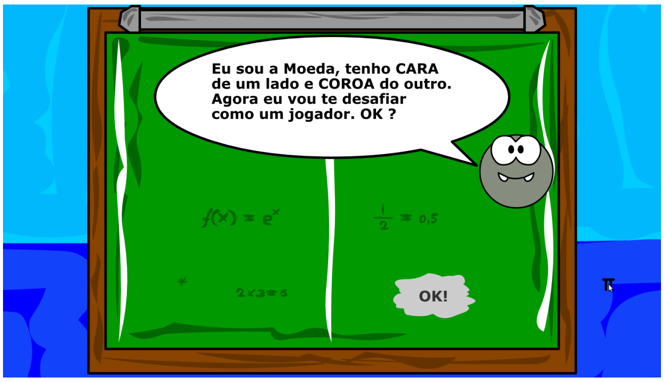

Figura 1 – Tela inicial do jogo

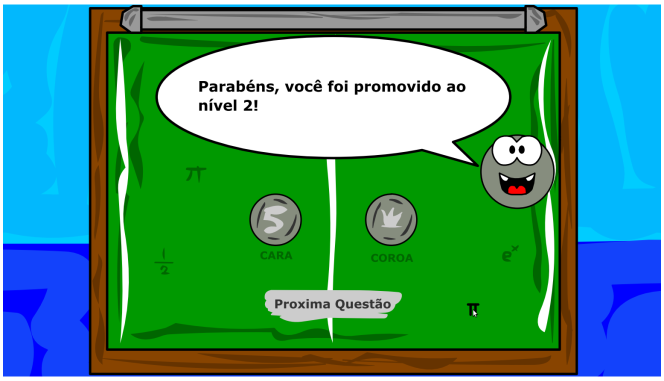

Figura 2 – Exemplo de *Feedback* para acerto

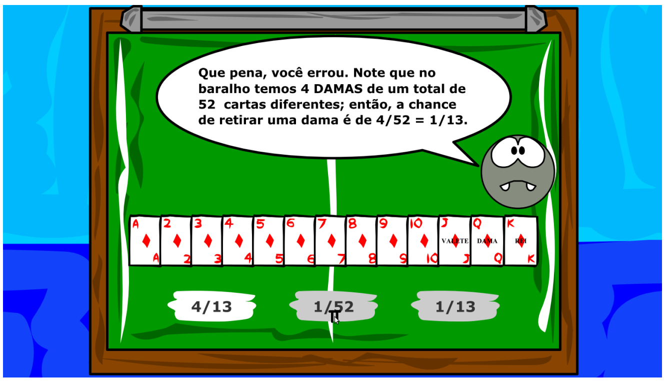

Figura 3 – Exemplo de *Feedback* para erro

2.2 Atividade 2: Discussão do QVL

- Tempo requerido: um período de 50 min.

Assim, na segunda aula, formam-se pequenos grupos com o intuito de que os alunos respondam novamente às questões que antes apareciam de forma virtual. No entanto, as questões serão fornecidas impressas em papel (anexo D). Isso retoma o assunto e prepara os alunos para a próxima etapa. No momento em que os alunos trabalham em grupo outras habilidades são desenvolvidas, tais como capacidade de cooperar, articulação da linguagem, sociabilidade, etc.

Nessa mesma aula, após a resolução das questões pelos alunos, o professor orientará e escolherá uma questão para discutir, instigando a reflexão e incentivando que os alunos formem conceitos e consequentemente surjam as definições de Probabilidade. É nesse momento que passamos a empregar o vocábulo Probabilidade.

Conforme as Orientações Curriculares para o Ensino Médio

> ao estudar probabilidade e chance, os alunos precisam entender conceitos e palavras relacionadas à chance, incerteza e probabilidade, que aparecem na nossa vida cotidiana, particularmente na mídia. Outras ideias importantes incluem a compreensão de que a probabilidade é uma medida de incerteza, que os modelos são úteis para simular eventos, para estimular probabilidades, e que algumas vezes nossas intuições são incorretas e podem nos levar a uma conclusão equivocada no que se refere à probabilidade e à chance.(BRASIL, 2006)

2.3 Atividade 3: Construção dos conceitos de Probabilidade

- Tempo requerido: dois períodos de 50 min. cada.

Na terceira aula, seguimos discutindo e definindo experiência aleatória, espaço amostral, evento, eventos mutuamente excludentes, união e intersecção entre eventos, bem como a Probabilidade Condicional. Para tal, o professor utiliza novamente as questões do QVL conforme capítulo 3 (Construção dos conceitos e definições de probabilidade).

Para essa atividade, recomendamos que o professor assuma a forma de trabalho tradicional, utilizando a lousa.

2.4 Atividade 4: Aplicação do Questionário Virtual Formal

- Tempo requerido: um período de 50 min.

Nessa aula, o professor deve explorar atividades que exercitem os novos conceitos e definições. Para isso recomendamos o Questionário Virtual Formal (QVF). Esse questionário possui a mesma disposição do QVL. No entanto, mudam apenas as questões que serão feitas de maneira tradicional (anexo B).

Mesmo com a formalidade, acreditamos que o questionário irá prender a atenção dos alunos. Isso se deve ao fato de que cada educando já já possuirá ferramentas teóricas e estará desenvolvendo a atividade em um aplicativo que cativa a atenção desses estudantes.

Novamente, essa aula pode ser realizada como uma atividade à distância. É a sugestão para as escolas que seguem a proposta Pedagógica do Ensino Médio Politécnico. ((ESTADO), 2011-2014)

2.5 Atividade 5: Trabalho em grupo

- Tempo requerido: pode ser à distância.

O professor pode solicitar trabalhos individuais ou em grupos, propor exercícios a serem entregues posteriormente. Esses exercícios ficam a critério do professor, mas podem ser encontrados nas seguintes indicações: (IEZZI et al., 2010), (SOUZA, 2010) e (DANTE, 2011).

2.6 Atividade 6: Avaliação da Atividade

- Tempo requerido: pode ser à distância ou 15 min.

Como o QVL é uma atividade diferente daquelas que os alunos possuem em suas rotinas de aulas, sugere-se que o professor faça uma avaliação. Mais precisamente, recomendamos uma lista de questões (anexo E) que serão respondidas pelos alunos, na qual o professor questione e avalie a aceitação deste projeto perante os alunos.

Essa avaliação é importante uma vez que o aluno ao contribuir se sente valorizado. Acreditamos que ao valorizar o aluno estamos contribuindo indiretamente para a sua formação pessoal.

No próximo capítulo, sugerimos uma forma para definir os termos formais relacionados ao QVL.

3 Construção dos conceitos e definições de probabilidade

A intenção nesse momento é conceituar e definir os termos que são relacionados à Probabilidade e que são desenvolvidos durante a aplicação do QVL. Tais conceitos e definições serão absorvidos de forma mais natural pelos alunos, uma vez que estes já possuem o conhecimento informal.

Recomendamos aproveitar esse momento e comentar a resolução e as respostas das questões. O professor fica à vontade para utilizar suas ideias também, porém usaremos as questões já trabalhadas e outras, que podem facilitar a compreensão dos conceitos e das definições.

Além disso, a ordem dos termos a serem definidos pode ser alterada e as questões de apoio serão lidas em voz alta.

3.1 Experiências aleatórias

Para conceituar **experiências aleatórias**, vamos usar a Questão 2.

Conforme você pode observar abaixo, um naipe de baralho é composto por 13 cartas distintas. Sendo assim, a chance de retirar ao acaso (sem olhar) uma ***dama****, dessas 13 cartas, é de:*

Interagir da seguinte forma:

- **Comentar:** Quando estamos retirando uma carta entre essas 13 por diversas vezes, estamos fazendo .... (Esperar para ver se eles sugerem a palavra **experiências**). Caso contrário, o professor pode sugerir o termo e passar para o próximo item.

- **Perguntar:** Se, por diversas vezes retirarmos uma carta dessas 13, o resultado será sempre o mesmo? Esperar pelas respostas e, então, escrever na lousa:

  Experiências aleatórias *são resultados diferentes obtidos quando repetimos procedimentos sob as mesmas condições.*

3.2 Espaço amostral e evento

Para conceituar **espaço amostral e evento**, usa-se a Questão 3.

*De um naipe, pense que você quer retirar uma carta; então, a chance de retirar uma **figura** (dama, valete, rei) é de:*

- **Perguntar:** As 13 cartas seriam o **espaço amostral** ou o **evento**?

Podemos escrever que **espaço amostral** é o conjunto de todos os resultados possíveis de uma **experiência aleatória**.

Já o **evento** pode ser definido como um subconjunto do **espaço amostral**. Em nossa questão, retirar uma figura seria um **evento**.

3.3 Probabilidade

Sugestão: A questão 5 pode ser utilizada para definir **probabilidade** na concepção clássica de Laplace.

*A chance de retirar ao acaso uma **figura** (dama, valete, rei), entre as 52 cartas é de:*

- **Perguntar:** Quantas cartas temos a nosso favor?
- **Perguntar:** Qual é o **espaço amostral**?

Podemos dizer que, conforme Laplace, **probabilidade** é igual ao número de casos favoráveis sobre o número de casos possíveis. Porém, essa definição somente é válida quando o espaço amostral possui um número finito de elementos.

3.4 Eventos mutuamente excludentes

Para conceituar **eventos mutuamente excludentes**, usaremos novamente a Questão 5.

*A chance de retirar ao acaso uma **figura** (dama, valete, rei), entre as 52 cartas é de:*

- **Perguntar:** Se retiramos uma única carta do baralho, podemos obter uma figura e um número ao mesmo tempo?

Então podemos afirmar que **eventos mutuamente excludentes** são aqueles que não podem ocorrer simultaneamente.

3.5 União entre eventos mutuamente excludentes

Sugestão: A **união entre eventos mutuamente excludentes** será definida através da questão 10.

*A chance de aparecer uma **dama** ou um **rei**, ao retirar apenas uma carta do baralho é de:*

- Anotar na lousa:

  Evento A: retirar uma **dama**;

  Evento B: retirar um **rei**.

- **Perguntar:** podemos retirar uma **dama** que seja ao mesmo tempo um **rei**? Os alunos devem responder **não**. Afirmar: Ou seja, a interseção é vazia. Esperamos pela resposta para concluir que A e B são **eventos mutuamente excludentes** .

Assim, a probabilidade de A união B é igual a probabilidade de A mais a probabilidade de B, ou seja, $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$.

3.6 União entre eventos

Para definir **união entre eventos**, vamos usar a Questão 13.

*A chance de retirar uma **dama** ou uma **carta vermelha** do baralho é de:*

- Anotar na lousa:

  Evento A: retirar uma **dama**;

  Evento B: retirar uma **carta vermelha**.

- **Perguntar:** Podemos retirar uma **dama** que seja ao mesmo tempo uma **carta vermelha**? Após a resposta dos alunos, podemos complementar que a intersecção entre A e B é diferente de vazio.

Assim, a probabilidade de A união B é igual a probabilidade de A mais a probabilidade de B menos a probabilidade de A intersecção B, ou seja, $P(A \cup B) = P(A) +$

$P(B) - P(A \cap B)$. Isso porque quando contamos as **damas**, obtemos as duas damas vermelhas, que também foram incluídas nas vermelhas; logo, elas precisam ser subtraídas, já que foram consideradas duas vezes.

3.7 Probabilidade entre 0 e 1

Para definir a **probabilidade entre 0 e 1** não utilizaremos uma questão específica, mas sim analisaremos os resultados de diversas questões.

- **Perguntar:** Qual é o menor e qual é o maior resultado entre as respostas das questões? Esperamos que surja uma resposta e então complementamos com o que segue.
- Anotar na lousa:

  S: espaço amostral;

  A: evento qualquer.

Podemos definir que 0 é menor ou igual a probabilidade de A ($P(A)$) que é menor igual a 1 ($0 \leq$P(A)≤ 1). Que 0 (zero) significa que o evento nunca acontece e que 1 (um) é a certeza de que o evento acontece. Portanto, afirmar que a probabilidade de que S ocorre certamente é o mesmo que escrever $P(S) = 1$.

3.8 Probabilidade condicional

Para definir **probabilidade condicional**, usaremos a Questão 14 nesse momento e a Questão 15 na próxima seção, observando suas consequências.

*Sabendo que a carta retirada foi uma **figura**, a chance de ser um **valete** é de:*

- Afirmar: Temos, assim, um espaço amostral reduzido a 12 figuras diferentes das quais queremos um Valete, que são 4. Logo, a resposta é $\frac{1}{3}$. Sabendo da resposta vamos analisar o seguinte:
- Anotar na lousa:

  A: retirar um **valete**: $P(A)= \frac{1}{13}$;

  B: retirar uma **figura**: $P(B) = \frac{3}{13}$;

  A e B: $P(\text{A}\cap\text{B}) = \frac{1}{13}$.
- **Perguntar:** Com esses dados, como chegar a $\frac{1}{3}$?

Temos duas possibilidades, uma é $\dfrac{P(A)}{P(B)}$ ou $\dfrac{P(A \cap B)}{P(B)}$.

Note que $P(A \cap B)$ é diferente de $P(A) \times P(B)$. Isso caracteriza eventos dependentes.

3.9 Eventos independentes

Para definir **eventos independentes**, utilizaremos a Questão 15.

Sabendo que um rei foi retirado, a chance de ser de copas é de:

- Anotar na lousa:

  A: retirar uma **carta de copas**: $P(A) = \frac{1}{4}$;

  B: retirar um **rei**: $P(B) = \frac{1}{13}$;

  A e B: $P(\text{A}\cap\text{B}) = \frac{1}{52}$.

- **Perguntar:** Com esses dados, como chegar a $\frac{1}{4}$? Temos assim, também dois casos: $P(A)$ ou $\dfrac{P(A \cap B)}{P(B)}$. Logo, notamos que a segunda apareceu na seção anterior e também nessa.

Note que $P(A \cap B)$ é igual de $P(A) \times P(B)$. Isso caracteriza **eventos independentes**. E, nesse caso, temos $P(A|B) = \dfrac{P(A \cap B)}{P(B)} = \dfrac{P(A) \times P(B)}{P(B)} = P(A)$.

Portanto, das últimas duas seções, segue que a **probabilidade condicional** pode ser expressa por $P(A|B) = \dfrac{P(A \cap B)}{P(B)}$.
Observação: $P(A|B)$ lemos a probabilidade de A na certeza de B.

Vimos, assim, uma forma de relacionar as questões do QVL com os conceitos e definições formais da Probabilidade.

No próximo capítulo, ilustramos uma situação real de aplicação da Probabilidade.

4 A Probabilidade na vida real

4.1 O País dos Raios (Reportagem exibida pelo Fantástico)

(FANTÁSTICO, 2013)

Iniciou no dia 17.02.2013, no programa Fantástico, exibido pela rede Globo de televisão, uma série de reportagens sobre a incidência de descargas elétricas durante as tempestades em nosso País. Isso porque o Brasil é o país que mais sofre essas descargas. Conforme já foi utilizado nas questões 14 e 15 do QVF, o programa comparou o lançamento de dados com a probabilidade de uma pessoa ser atingida por um raio. Notamos que em tal comparação parecia ser difícil um raio atingir uma pessoa. Consideramos que a reportagem seria mais compreensível, caso o telespectador tivesse conhecimento sobre probabilidade.

O apresentador comenta que, numa determinada parte da região amazônica, a chance de um raio atingir uma pessoa é a mesma de no lançamento de um dado, obter o mesmo número três vezes seguidas, considerando que o número deve ser escolhido antes do primeiro lançamento. Na reportagem, o número escolhido foi o dois.

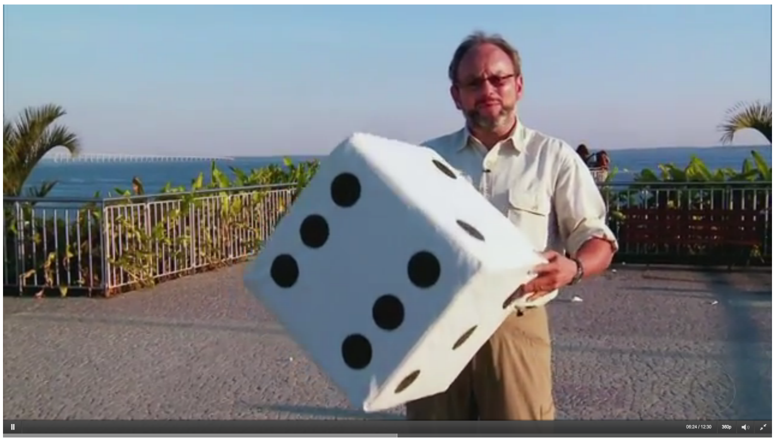

Figura 4 – Repórter Ernesto Paglia jogando o dado na série "País dos Raios"

Portanto, a probabilidade de uma pessoa ser atingida é de $\frac{1}{6^3} = \frac{1}{216}$, aproximadamente $0,0046$, ou seja $0,46\%$; ou ainda, a cada cerca 200 pessoas, uma pode ser vítima fatal de um raio.

Por outro lado, o repórter comenta que no território nacional, a chance de ser atingido por um raio é semelhante a de escolher um número do dado e conseguir esse

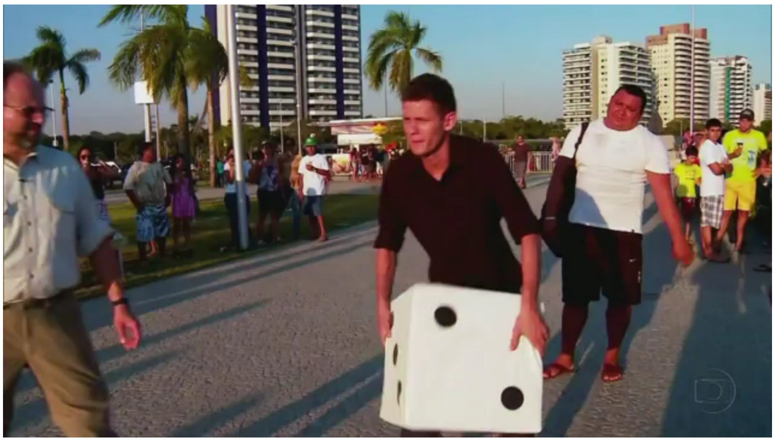

Figura 5 – Pessoas interagindo com o repórter tentando o mesmo número três vezes seguidas

mesmo número oito vezes seguidas e acrescenta: o que é quase impossível. Sim, quase impossível porque existe uma pequena probabilidade desse fato acontecer: $\frac{1}{6^8} = \frac{1}{1.679.616}$ $= 0,000000595 = 0,0000595\%$.

Contudo, mesmo a probabilidade sendo pequena, ela existe. Mas, o bom crítico pode se perguntar de onde o repórter tirou a comparação com os dados. Aí então passamos a uma esfera de dados estatísticos. Observando a reportagem, notamos que é informado que, por ano, cerca de 130 pessoas morrem atingidas por raios. Ora, consultando o sítio do IBGE (IBGE, 2013) temos que a população brasileira é de 198.360.943 habitantes. Logo, temos uma probabilidade de $\frac{130}{198.360.943}$ que é aproximadamente $0,000000655 = 0,0000655\%$. Concluímos assim que os "dados" foram usados apenas para uma comparação, mas que seus resultados são aproximados com erro de cerca de $0,00000006$. Porém, se fosse usada a comparação com o mesmo número em nove ou em sete jogadas de dado, o erro seria bem maior. Portanto, esse fato justifica a escolha da comparação de ser atingido por um raio como retirar oito vezes seguidas o mesmo número no lançamento de um dado.

5 Possíveis continuações ou desdobramentos

Nossa proposta consiste de uma atividade virtual (jogo, por assim dizer), seguida de conceitos e conhecimento Matemático, podendo seguir adiante, pois poderá ser usado em celulares, *ipod*, *tablet*, entre outros, além da possibilidade de ser disponibilizado em comunidades da internet, socializando potencialmente seu conteúdo. Com conteúdo matemático intrigante e lógico, gostaríamos de prever os jovens "curtindo" e "compartilhando" com seus amigos e parentes. Não parando por aí, ainda contando que o formato pode ser melhorado significativamente, aproximando Matemática e jogo.

Outra possível continuação é a de que por ter o jogo um formato simples, a ideia poderá também alcançar outros professores. Nesse sentido, acreditamos que também professores de disciplinas distintas poderão desenvolver programas semelhantes a partir dessa proposta. Não que ela seja a única, mas vem para se somar às demais e para subsidiar uma carência na educação: a falta de diversificação na forma de abordar conteúdos. Pois, por muitas vezes, parece que as aulas tradicionais não estão atingindo efetivo sucesso. Assim, esse modelo pode servir de inspiração e de apoio para aqueles profissionais com certa insegurança ou que pretendem melhorá-la ou ainda, que buscam construir um modelo menos tradicional do que aqueles geralmente aplicados em sala de aula.

Essas atividades que podem ser realizadas à distância ajudam no aprendizado e até são indispensáveis devido à Proposta Pedagógica do Ensino Médio Politécnico feita pela Secretaria de Educação do Estado do Rio Grande do Sul.

Para finalizar é recomendado, depois da prática dessa proposta, que o professor aborde o modelo frequencial e a árvore de possibilidades, não trabalhadas até então nessa proposta. Além disso, a Lei de Bayes pode ser explorada. Para tudo isso, sugerimos como essencial a leitura de César Morgado (MORGADO et al., 2004).

6 Considerações finais

Inicialmente, a proposta de apresentar ao aluno o conteúdo informalmente para depois formalizá-los, utiliza os problemas para ensinar Matemática e utiliza a Matemática para resolver problemas. Portanto, estamos alicerçados nos PCN, pois esses elegem a resolução de problemas como peça central no ensino da Matemática.

Ao longo dessa proposta, apresentamos uma alternativa de estudo sobre a Probabilidade não contemplada nos livros didáticos. Associando o jogo com a resolução de problemas, o aprendizado se torna mais proveitoso e incorpora o aluno como sujeito que colabora na construção do seu próprio conhecimento.

Disponibilizamos, em anexo, os questionários que podem ser impressos e aplicados em sala de aula, isso para que o professor esteja bem amparado na aplicação dessa proposta.

Por fim, de acordo com os PCN, utilizar a estratégia do jogo motiva os alunos desencadeando o aprendizado, ainda mais unindo a resolução de problemas. Por tudo isso, consideramos nossa proposta viável, consciente de que não existe um único caminho, mas que existem diversas possibilidades para o ensino da Matemática. Isso, pode e deve ser explorado pelos professores, acrescentando à qualidade de ensino e, simultaneamente, ao conhecimento do indivíduo.

Referências

BOYER, C. B. *História da Matemática*. São Paulo: Edgard Blucher, 1974. 265 p. Citado na página 14.

BRASIL. *Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática*. Brasília, 1997. 57 p. Citado na página 17.

BRASIL. *Orientações Curriculares para o Ensino Médio: Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologias*. Brasília: Ministério da Educação, 2006. 80 p. Citado na página 25.

CAETANO, P. A. S.; PATERLINI, R. R. Matemática na prática: Jogo dos discos. 2010. Citado na página 14.

CORBALÁN, F. *Juegos Matemáticos para secundaria y Bachillerato*. Madri: São Paulo, Editorial Síntesis, 2002. Citado na página 15.

DANTE, L. R. *Matemática Contexto & Aplicações*. São Paulo: Ática, 2011. Citado na página 26.

DENSIDADE de Candidatos por curso-UFRGS. UFRGS, 2012. Disponível em: <http://www.ufrgs.br/coperse/cv2012/DENSIDADE_2012.HTM>. Acesso em: 26.1.2013. Citado na página 19.

(ESTADO), R. G. do S. *Proposta Pedagógica para o Ensino Médio Politécnico e Educação Profissional integrada ao Ensino Médio - 2011-2014*. Porto Alegre, 2011–2014. 23 p. Disponível em: <http://www.educacao.rs.gov.br/dados/ens_med_proposta.pdf>. Citado 3 vezes nas páginas 15, 18 e 26.

EVES, H. *Introdução à História da Matemática*. Campinas: UNICAMP, 2002. 394 p. Citado na página 14.

FANTÁSTICO. *O País dos Raios: Raios matam 130 pessoas e deixam mais de 200 feridas por ano no Brasil*. Rede Globo de Televisão, 2013. Disponível em: <http://g1.globo.com/fantastico/noticia/2013/02/raios-matam-130-pessoas-e-deixam-200-feridas-por-ano-no-brasil.html>. Acesso em: 22.2.2013. Citado 3 vezes nas páginas 32, 48 e 53.

HUIZINGA, J. *Homo Ludens: o jogo como elemento da cultura*. São Paulo: Perspectiva, 2004. 4, 14, 193 p. Citado na página 18.

IBGE. *Paises*. 2013. Disponível em: <http://www.ibge.gov.br/paisesat/>. Acesso em: 26.2.2013. Citado na página 33.

IEZZI, G. et al. *Matemática Ciência e Aplicações*. São Paulo: Saraiva, 2010. Citado na página 26.

LOPES, J. M. Uma proposta didático-pedagógica para o estudo da concepção clássica de probabilidade. 2011. Citado na página 14.

LOPES, J. M.; TEODORO, J. V.; REZENDE, J. de C. Uma proposta para o estudo de probabilidade no ensino médio. 2011. Citado 2 vezes nas páginas 14 e 17.

MORGADO, A. C. de O. et al. *Análise Combinatória e Probabilidade*. Rio de Janeiro: SBM, 2004. Citado 2 vezes nas páginas 21 e 34.

MOURA, M. O. de. *O Jogo e a Construção do Conhecimento Matemático*. São Paulo: FDE, 1992. 51-52 p. Citado na página 22.

SANCHOTENE, M. *Estatísticos são poucos e bem pagos*. Gazeta do Povo, 2006. Disponível em: <http://www.famat.ufu.br/sites/famat.ufu.br/files/Anexos/Bookpage-/Anexos_EstatisticosBemPagosGazetaPovo2006.pdf>. Acesso em: 26.1.2013. Citado na página 18.

SOUZA, J. R. de. *Matemática: Novo Olhar*. São Paulo: FTD, 2010. Citado na página 26.

TROMPLER, S. Statistics and probability before the age of 15 at decroly school. *Teaching Statistics*, v. 4, n. 1, p. 5–8, 1982. Citado na página 19.

WALLE, J. A. V. de. *Matemática no ensino fundamental: formação de professores e aplicação em sala de aula*. Porto Alegre: Artmed, 2009. 57 p. Citado na página 23.

Anexos

ANEXO A – QVL

Seja Bem Vindo!

Eu sou a Moeda, tenho CARA de um lado e COROA do outro. Agora eu vou te desafiar como um jogador. Para isso, perceba que se você me lançar para o alto, é bem provável que quando eu cair, fique virado para cima, ou minha CARA, ou minha COROA. Então, se você escolher CARA, você tem 50% de chance de acertar, ou seja $\frac{1}{2}$; 1 CARA que você escolheu para as 2 possibilidades diferentes que há em mim (CARA OU COROA). Agora será sua vez de escolher respostas. Bom jogo!!!

1. Quando somamos a chance de obter cara $\frac{1}{2}$ com a chance de obter coroa $\frac{1}{2}$, temos:

   a) $\frac{2}{4}$ b) 1 c) $\frac{3}{2}$

   Feedback

   Acerto: Parabéns, você foi promovido ao nível 2!

   Erro: Que pena, você errou. Note que $\frac{1}{2} + \frac{1}{2} = \frac{2}{2} = 1$.

2. Conforme você pode observar abaixo, um naipe de baralho é composto por 13 cartas distintas. Sendo assim, a chance de retirar ao acaso (sem olhar) uma **dama**, dessas 13 cartas, é de:

   a) $\frac{1}{13}$ b) $\frac{1}{12}$ c) $\frac{2}{13}$

   Feedback

   Acerto: Excelente, você foi promovido ao nível 3!

   Erro: Que dó, que dó. Note que você quer 1 **dama** em um conjunto de 13 cartas diferentes; então, sua chance seria de $\frac{1}{13}$.

3. De um naipe, pense que você quer retirar uma carta; então, a chance de retirar uma **figura** (dama, valete, rei) é de:

   a) $\frac{1}{13}$ b) $\frac{3}{13}$ c) $\frac{3}{10}$

   Feedback

   Acerto: Bem pensado e assim você foi promovido ao nível 4!

   Erro: Não foi dessa vez. Note que você quer uma figura, como temos 3 figuras dentre as 13 cartas, então, a chance de retirarmos uma figura é de $\frac{3}{13}$.

4. Vamos agora aumentar o número de cartas. Considere um baralho de 4 naipes, isto é, com 52 cartas; a chance de retirar uma **dama** qualquer é de:

   a) $\frac{4}{13}$ b) $\frac{1}{52}$ c) $\frac{1}{13}$

   Feedback

   Acerto: Bom trabalho, você foi promovido ao nível 5!

   Erro: Tente de novo, mas note que no baralho temos 4 **damas** em um total de 52 cartas diferentes; então, a chance de retirar uma dama é de $\frac{4}{52} = \frac{1}{13}$.

5. A chance de retirar ao acaso uma **figura** (dama, valete, rei), entre as 52 cartas é de:

   a) $\frac{3}{13}$ b) $\frac{3}{52}$ c) $\frac{1}{13}$

   Feedback

   Acerto: Isso mesmo, você foi promovido ao nível 6!

   Erro: Que pena, sua resposta está incorreta. Note que no baralho temos 3 figuras em cada um dos 4 naipes. Então, temos 12 **figuras** entre as 52 cartas do baralho; logo, a chance de retirar uma **figura** é de $\frac{12}{52} = \frac{3}{13}$.

6. Se a chance de retirar uma figura é de $\frac{3}{13}$, então a chance de não retirar uma figura é de:

   a) $\frac{10}{3}$ b) $\frac{10}{52}$ c) $\frac{10}{13}$

   Feedback

   Acerto: Perfeito, você foi promovido ao nível 7!

   Erro: Que pena, não foi desta vez. Note que no baralho temos 10 cartas em cada um dos 4 naipes que **não** são **figuras**. Então, temos 40 **não figuras** entre as 52 cartas do baralho; logo, a chance de retirar uma **não figura** é de $\frac{40}{52} = \frac{10}{13}$.

7. Quando somamos a chance de ter **figura** $\frac{3}{13}$ com a chance de **não** ter **figura** $\frac{10}{13}$, obtemos:

   a) 1 b) $\frac{13}{26}$ c) $\frac{7}{13}$

   Feedback

   Acerto: Parabéns, você foi promovido ao nível 8!

   Erro: Que dó, que dó, não estava certa sua resposta. Note que $\frac{3}{13} + \frac{10}{13} = \frac{13}{13} = 1$.

8. A chance de retirar a **dama de paus** das 52 cartas é de:

   a) $\frac{1}{13}$ b) $\frac{1}{52}$ c) $\frac{1}{51}$

   Feedback

   Acerto: Excelente, você foi promovido ao nível 9!

   Erro: Que pena, não foi dessa vez. Note que você quer a única **dama de paus** que está entre as 52 cartas; então, sua chance seria de $\frac{1}{52}$.

9. A chance de retirar uma **dama** de um naipe **vermelho** é de:

   a) $\frac{2}{13}$ b) $\frac{1}{26}$ c) $\frac{2}{50}$

   Feedback

   Acerto: Perfeito e assim você foi promovido ao nível 10!

   Erro: Tente de novo. Note que você quer uma **dama vermelha**; como há 2 **damas vermelhas** entre as 52 cartas; portanto, sua chance seria de $\frac{2}{52} = \frac{1}{26}$.

10. A chance de aparecer uma **dama** ou um **rei**, ao retirar apenas uma carta do baralho é de:

    a) $\frac{2}{13}$ b) $\frac{1}{26}$ c) $\frac{2}{50}$

    Feedback

    Acerto: Isso mesmo, você foi promovido ao nível 11!

    Erro: Que pena, você errou. Note que a chance de sair uma **dama** é de $4/52$, para ser um **rei** a chance é também de $4/52$. Nesse caso, somamos as duas chances $\frac{4}{52} + \frac{4}{52} = \frac{8}{52} = \frac{2}{13}$. Ou ainda, podemos pensar que temos 4 **damas** e 4 **reis**, isto é, temos 8 cartas entre as 52, ou seja, $\frac{8}{52} = \frac{2}{13}$.

11. A chance de sair uma **dama preta** ou um **rei vermelho**, ao pegar uma carta do baralho, pode ser expressa por:

    a) $\frac{2}{13}$ b) $\frac{1}{26}$ c) $\frac{1}{13}$

    Feedback

    Acerto: Bom trabalho, você foi promovido ao nível 12!

    Erro: Que pena, não foi dessa vez. Note que temos 2 **damas pretas** e 2 **reis vermelhos** no conjunto de 52 cartas. Logo, temos $\frac{4}{52} = \frac{1}{13}$.

12. A chance de sair uma **dama preta** ou um **rei** qualquer, ao se retirar uma carta do baralho, pode ser expressa por:

    a) $\frac{6}{13}$ b) $\frac{3}{26}$ c) $\frac{5}{52}$

    Feedback

    Acerto: Parabéns, você foi promovido ao nível 13!

    Erro: Que pena, você errou. Note que temos 2 **damas pretas** e 4 **reis**. Logo, temos uma chance de $\frac{6}{52} = \frac{3}{26}$.

13. A chance de retirar uma **dama** ou uma **carta vermelha** do baralho é de:

    a) $\frac{15}{26}$ b) $\frac{7}{13}$ c) $\frac{8}{13}$

    Feedback

    Acerto: Excelente, você foi promovido ao nível 14!

    Erro: Que dó, não foi dessa vez. Note que temos 2 **damas pretas**, já que as outras duas damas fazem parte das 26 **cartas vermelhas**. Logo, temos $\frac{28}{52} = \frac{7}{13}$.

14. Sabendo que a carta retirada foi uma **figura**, a chance de ser um **valete** é de:

    a) $\frac{3}{13}$ b) $\frac{2}{3}$ c) $\frac{1}{3}$

    Feedback

    Acerto: Bom trabalho, você foi promovido ao nível 15!

    Erro: Tente de novo. Note que queremos **valete** e temos 4 deles no baralho. Já sabemos que saiu **figura** e que há 12 dessas no baralho. Logo, temos $\frac{4}{12} = \frac{1}{3}$.

15. Sabendo que um rei foi retirado, a chance de ser de copas é de:

    a) $\frac{1}{4}$ b) $\frac{1}{13}$ c) $\frac{1}{3}$

    Feedback

    Acerto: Isso mesmo, veja agora qual foi seu desempenho!

    Erro: Que pena, você errou. Note que queremos um **rei de copas** e temos 1 no baralho. Já sabemos que saiu um **rei**, há 4 desses no baralho. Logo, a chance de ser um **rei de copas** é de $\frac{1}{4}$.

ANEXO B – QVF

Apresentamos também este questionário virtual que pode ser aplicado de forma lúdica e que poderá ter ou não a finalidade de avaliar o aproveitamento dos alunos, computando o seu desempenho individual. Seguem as questões baseadas no lançamento de dados.

1. A probabilidade de conseguir um **quatro** ao lançar um dado é de:

   a) $\frac{2}{3}$ b) 1 c) $\frac{1}{6}$

   Feedback

   Acerto: Parabéns, você foi promovido ao nível 2!

   Erro: Não foi dessa vez. Note que queremos um **quatro** entre 6 números diferentes. Logo, a probabilidade é $\frac{1}{6}$.

2. A probabilidade de obter um número **par** ao lançar um dado é de:

   a) $\frac{2}{3}$ b) $\frac{1}{2}$ c) $\frac{1}{3}$

   Feedback

   Acerto: Excelente, você foi promovido ao nível 3!

   Erro: Que pena, você errou. Note que queremos um número **par**, há 3 números que são pares entre 6 números diferentes. Logo, a probabilidade é $\frac{3}{6} = \frac{1}{2}$.

3. A probabilidade de conseguir um número menor do que **três** ao lançar um dado é de:

   a) $\frac{1}{3}$ b) 2 c) $\frac{1}{2}$

   Feedback

   Acerto: Perfeito, você foi promovido ao nível 4!

   Erro: Quase acertou, tente outra vez. Note que queremos um número menor que **três**, isto é, o 2 e o 1, entre 6 números diferentes. Logo, a probabilidade é $\frac{2}{6} = \frac{1}{3}$.

4. A probabilidade de obter um número maior do que **três** ao lançar um dado é de:

   a) $\frac{1}{3}$ b) $\frac{1}{2}$ c) $\frac{2}{3}$

   Feedback

   Acerto: Isso mesmo, você foi promovido ao nível 5!

   Erro: Tente outra vez. Note que queremos um número maior que **três**, que são o 4, o 5 e o 6 entre 6 números diferentes. Logo, a probabilidade é $\frac{3}{6} = \frac{1}{2}$.

5. A probabilidade do número ser **ímpar**, sabendo que o número é primo é de:

   a) $\frac{2}{3}$ b) 1 c) $\frac{1}{2}$

   Feedback

   Acerto: Bom trabalho, você foi promovido ao nível 6!

   Erro: Não foi dessa vez. Note que já sabemos que o número é primo e queremos um número **ímpar**. Assim, os primos são três (2, 3 e 5) e os **ímpares** nesses são dois (3 e 5). Logo, a probabilidade é $\frac{2}{3}$.

6. A probabilidade do número ser **par**, sabendo que o número é primo é de:

   a) $\frac{2}{3}$ b) 1 c) $\frac{1}{3}$

   Feedback

   Acerto: Bem pensado, você foi promovido ao nível 7!

   Erro: Que pena, você errou. Note que já sabemos que o número é primo e queremos um número **par**. Assim, os primos são três (2, 3 e 5) e apenas o 2 é par. Logo, a probabilidade é $\frac{1}{3}$.

7. Agora suponha que você vai lançar o dado duas vezes. O número de combinações possíveis é:

   a) 12 b) 18 c) 36

   Feedback

   Acerto: Parabéns, você foi promovido ao nível 8!

   Erro: Que dó, que dó. Temos o seguinte espaço amostral: $\{(1,1)$, $(1,2)$, $(1,3)$, $(1,4)$, $(1,5)$, $(1,6)$, $(2,1)$, $(2,2)$, $(2,3)$, $(2,4)$, $(2,5)$, $(2,6)$, $(3,1)$, $(3,2)$, $(3,3)$, $(3,4)$, $(3,5)$, $(3,6)$, $(4,1)$, $(4,2)$, $(4,3)$, $(4,4)$, $(4,5)$, $(4,6)$, $(5,1)$, $(5,2)$, $(5,3)$, $(5,4)$, $(5,5)$, $(5,6)$, $(6,1)$, $(6,2)$, $(6,3)$, $(6,4)$, $(6,5)$, $(6,6)\}$. Logo, são 36 possíveis resultados diferentes. Ou ainda, usando combinatória, temos 6 possibilidades para o primeiro dado e 6 possibilidades para o segundo dado; logo, $6 \times 6 = 36$.

8. Considerando o espaço amostral, referente ao lançamento de um dado duas vezes, $\{(1,1), (1,2), (1,3), (1,4), (1,5), (1,6), (2,1), (2,2), (2,3), (2,4), (2,5), (2,6), (3,1), (3,2), (3,3), (3,4), (3,5), (3,6), (4,1), (4,2), (4,3), (4,4), (4,5), (4,6), (5,1), (5,2), (5,3), (5,4), (5,5), (5,6), (6,1), (6,2), (6,3), (6,4), (6,5), (6,6)\}$, a probabilidade de ocorrerem resultados iguais nos dois lançamentos é de:

   a) $\frac{5}{36}$ b) $\frac{1}{6}$ c) $\frac{1}{2}$

   Feedback

   Acerto: Perfeito, você foi promovido ao nível 9!

   Erro: Não foi dessa vez. Note que queremos resultados iguais, então temos $(1,1)$, $(2,2)$, $(3,3)$, $(4,4)$, $(5,5)$ e $(6,6)$ entre os 36 possíveis resultados diferentes. Logo, a probabilidade é de $\frac{6}{36} = \frac{1}{6}$.

9. Considerando o espaço amostral, referente ao lançamento de um dado duas vezes, $\{(1,1), (1,2), (1,3), (1,4), (1,5), (1,6), (2,1), (2,2), (2,3), (2,4), (2,5), (2,6), (3,1), (3,2), (3,3), (3,4), (3,5), (3,6), (4,1), (4,2), (4,3), (4,4), (4,5), (4,6), (5,1), (5,2), (5,3), (5,4), (5,5), (5,6), (6,1), (6,2), (6,3), (6,4), (6,5), (6,6)\}$, a probabilidade de sair um número menor no primeiro lançamento é de:

   a) $\frac{5}{12}$ b) $\frac{1}{2}$ c) $\frac{7}{12}$

   Feedback

   Acerto: Isso mesmo, você foi promovido ao nível 10!

   Erro: Quase acertou, tente de novo. Note que queremos que o primeiro resultado seja menor que o segundo. Temos 15 ocorrências entre os 36 possíveis. Logo, a probabilidade é de $\frac{15}{36} = \frac{5}{12}$.

10. Considerando o espaço amostral, referente ao lançamento de um dado duas vezes, $\{(1,1), (1,2), (1,3), (1,4), (1,5), (1,6), (2,1), (2,2), (2,3), (2,4), (2,5), (2,6), (3,1), (3,2), (3,3), (3,4), (3,5), (3,6), (4,1), (4,2), (4,3), (4,4), (4,5), (4,6), (5,1), (5,2), (5,3), (5,4), (5,5), (5,6), (6,1), (6,2), (6,3), (6,4), (6,5), (6,6)\}$, a probabilidade da soma dos resultados dos dois lançamentos do dado ser ÍMPAR é de:

    a) $\frac{5}{12}$ b) $\frac{1}{2}$ c) $\frac{7}{12}$

    Feedback

    Acerto: Escolheu direitinho, você foi promovido ao nível 11!

    Erro: Que pena, você errou. Note que queremos como resultado soma **ímpar** e contando, temos 18 somas assim. Logo, a probabilidade é de $\frac{18}{36} = \frac{1}{2}$.

11. Considerando o espaço amostral, referente ao lançamento de um dado duas vezes, $\{(1,1),\ (1,2),\ (1,3),\ (1,4),\ (1,5),\ (1,6),\ (2,1),\ (2,2),\ (2,3),\ (2,4),\ (2,5),\ (2,6),\ (3,1),\ (3,2),\ (3,3),\ (3,4),\ (3,5),\ (3,6),\ (4,1),\ (4,2),\ (4,3),\ (4,4),\ (4,5),\ (4,6),\ (5,1),\ (5,2),\ (5,3),\ (5,4),\ (5,5),\ (5,6),\ (6,1),\ (6,2),\ (6,3),\ (6,4),\ (6,5),\ (6,6)\}$, a probabilidade da soma dos resultados dos dois lançamentos de dados ser igual a sete é de:

    a) $\frac{5}{36}$ b) $\frac{1}{6}$ c) $\frac{7}{36}$

    Feedback

    Acerto: Excelente, você foi promovido ao nível 12!

    Erro: Não foi dessa vez. Note que a soma sete aparece em $(1,6)$, $(2,5)$, $(3,4)$, $(4,3)$, $(5,2)$, $(6,1)$ o que resulta em 6 somas assim. Logo, a probabilidade é de $\frac{6}{36} = \frac{1}{6}$.

12. Considerando o espaço amostral, referente ao lançamento de um dado duas vezes, $\{(1,1),\ (1,2),\ (1,3),\ (1,4),\ (1,5),\ (1,6),\ (2,1),\ (2,2),\ (2,3),\ (2,4),\ (2,5),\ (2,6),\ (3,1),\ (3,2),\ (3,3),\ (3,4),\ (3,5),\ (3,6),\ (4,1),\ (4,2),\ (4,3),\ (4,4),\ (4,5),\ (4,6),\ (5,1),\ (5,2),\ (5,3),\ (5,4),\ (5,5),\ (5,6),\ (6,1),\ (6,2),\ (6,3),\ (6,4),\ (6,5),\ (6,6)\}$, a probabilidade da soma dos resultados do lançamento dos dois dados ser igual a sete, sabendo que num dos dados saiu o número 3 é:

    a) $\frac{11}{36}$ b) $\frac{1}{6}$ c) $\frac{2}{11}$

    Feedback

    Acerto: Bom trabalho, você foi promovido ao nível 13!

    Erro: Tente de novo. Note que já sabemos que saiu o 3 em um dos dados; temos assim 11 casos com 3 em pelo menos um dos dados. E, queremos nesses a soma sete, que aparece em $(3,4)$ e em $(4,3)$. Logo, a probabilidade é de $\frac{2}{11}$.

13. Considerando o espaço amostral, referente ao lançamento de um dado duas vezes, $\{(1,1),\ (1,2),\ (1,3),\ (1,4),\ (1,5),\ (1,6),\ (2,1),\ (2,2),\ (2,3),\ (2,4),\ (2,5),\ (2,6),\ (3,1),\ (3,2),\ (3,3),\ (3,4),\ (3,5),\ (3,6),\ (4,1),\ (4,2),\ (4,3),\ (4,4),\ (4,5),\ (4,6),\ (5,1),\ (5,2),\ (5,3),\ (5,4),\ (5,5),\ (5,6),\ (6,1),\ (6,2),\ (6,3),\ (6,4),\ (6,5),\ (6,6)\}$, a probabilidade de se obter o número 2 num dado, sabendo que a soma dos resultados dos dois lançamentos é igual a sete é:

    a) $\frac{1}{3}$ b) $\frac{7}{11}$ c) $\frac{6}{7}$

    Feedback

    Acerto: Isso mesmo, você foi promovido ao nível 14!

    Erro: Que dó, que dó, você passou perto. Note que já sabemos a soma sete aparece em $(1,6),(2,5),(3,4),(4,3),(5,2),(6,1)$. Assim, queremos as somas onde o 2 aparece $(2,5)$ e $(5,2)$. Logo, a probabilidade é de $\frac{2}{6}=\frac{1}{3}$.

14. Em uma reportagem exibida no programa Fantástico, em 17.02.2013, foi afirmado que a probabilidade de um raio atingir uma pessoa numa determinada região amazônica é como escolher um número de um dado e o lançando, obter três vezes seguidas esse mesmo número (FANTÁSTICO, 2013). Assim, a probabilidade de uma pessoa receber tal descarga elétrica é de:

    a) $\frac{1}{18}$ b) $\frac{1}{216}$ c) $\frac{1}{1000}$

    Feedback

    Acerto: Parabéns, você foi promovido ao nível 15!

    Erro: Que pena, tente outra vez. Note que para um determinado número do dado sair, a probabilidade é de $\frac{1}{6}$; como os eventos são independentes, a probabilidade é a mesma para cada lançamento. Logo $\frac{1}{6}\times\frac{1}{6}\times\frac{1}{6}=\frac{1}{216}$.

15. Mas não se desespere, segundo a mesma reportagem, nas demais regiões do país a probabilidade, em média, de uma pessoa receber uma descarga elétrica de um raio é como escolher um número de um dado e o lançando, obter oito vezes seguidas esse mesmo número (FANTÁSTICO, 2013). Nesse caso, a chance de ser atingido por um raio é de:

    a) $\frac{1}{6^8}$ b) $\frac{1}{48}$ c) $\frac{1}{600000000}$

    Feedback

    Acerto: Muito bem, você foi perseverante!

    Erro: Que pena, você errou. Conforme a questão anterior, $\frac{1}{6}\times\frac{1}{6}\times\frac{1}{6}\times\frac{1}{6}\times\frac{1}{6}\times\frac{1}{6}\times\frac{1}{6}\times\frac{1}{6}=\frac{1}{6^8}$.

ANEXO C – QVL para impressão

1. Quando somamos a chance de obter cara $\frac{1}{2}$ com a chance de obter coroa $\frac{1}{2}$, temos:

   a) $\frac{2}{4}$ b) 1 c) $\frac{3}{2}$

2. Conforme você pode observar abaixo, um naipe de baralho é composto por 13 cartas distintas. Sendo assim, a chance de retirar ao acaso (sem olhar) uma **dama**, dessas 13 cartas, é de:

   a) $\frac{1}{13}$ b) $\frac{1}{12}$ c) $\frac{2}{13}$

3. De um naipe, pense que você quer retirar uma carta; então, a chance de retirar uma **figura** (dama, valete, rei) é de:

   a) $\frac{1}{13}$ b) $\frac{3}{13}$ c) $\frac{3}{10}$

4. Vamos agora aumentar o número de cartas. Considere um baralho de 4 naipes, isto é, com 52 cartas; a chance de retirar uma **dama** qualquer é de:

   a) $\frac{4}{13}$ b) $\frac{1}{52}$ c) $\frac{1}{13}$

5. A chance de retirar ao acaso uma **figura** (dama, valete, rei), entre as 52 cartas é de:

   a) $\frac{3}{13}$ b) $\frac{3}{52}$ c) $\frac{1}{13}$

6. Se a chance de retirar uma figura é de $\frac{3}{13}$, então a chance de não retirar uma figura é de:

   a) $\frac{10}{3}$ b) $\frac{10}{52}$ c) $\frac{10}{13}$

7. Quando somamos a chance de ter **figura** $\frac{3}{13}$ com a chance de **não** ter **figura** $\frac{10}{13}$, obtemos:

   a) 1 b) $\frac{13}{26}$ c) $\frac{7}{13}$

8. A chance de retirar a **dama de paus** das 52 cartas é de:

   a) $\frac{1}{13}$ b) $\frac{1}{52}$ c) $\frac{1}{51}$

9. A chance de retirar uma **dama** de um naipe **vermelho** é de:

   a) $\frac{2}{13}$ b) $\frac{1}{26}$ c) $\frac{2}{50}$

10. A chance de aparecer uma **dama** ou um **rei**, ao retirar apenas uma carta do baralho é de:

    a) $\frac{2}{13}$ b) $\frac{1}{26}$ c) $\frac{2}{50}$

11. A chance de sair uma **dama preta** ou um **rei vermelho**, ao pegar uma carta do baralho, pode ser expressa por:

    a) $\frac{2}{13}$ b) $\frac{1}{26}$ c) $\frac{1}{13}$

12. A chance de sair uma **dama preta** ou um **rei** qualquer, ao se retirar uma carta do baralho, pode ser expressa por:

    a) $\frac{6}{13}$ b) $\frac{3}{26}$ c) $\frac{5}{52}$

13. A chance de retirar uma **dama** ou uma **carta vermelha** do baralho é de:

    a) $\frac{15}{26}$ b) $\frac{7}{13}$ c) $\frac{8}{13}$

14. Sabendo que a carta retirada foi uma **figura**, a chance de ser um **valete** é de:

    a) $\frac{3}{13}$ b) $\frac{2}{3}$ c) $\frac{1}{3}$

15. Sabendo que um rei foi retirado, a chance de ser de copas é de:

    a) $\frac{1}{4}$ b) $\frac{1}{13}$ c) $\frac{1}{3}$

ANEXO D – QVF para impressão

1. A probabilidade de conseguir um **quatro** ao lançar um dado é de:

   a) $\frac{2}{3}$ b) 1 c) $\frac{1}{6}$

2. A probabilidade de obter um número **par** ao lançar um dado é de:

   a) $\frac{2}{3}$ b) $\frac{1}{2}$ c) $\frac{1}{3}$

3. A probabilidade de conseguir um número menor do que **três** ao lançar um dado é de:

   a) $\frac{1}{3}$ b) 2 c) $\frac{1}{2}$

4. A probabilidade de obter um número maior do que **três** ao lançar um dado é de:

   a) $\frac{1}{3}$ b) $\frac{1}{2}$ c) $\frac{2}{3}$

5. A probabilidade do número ser **ímpar**, sabendo que o número é primo é de:

   a) $\frac{2}{3}$ b) 1 c) $\frac{1}{2}$

6. A probabilidade do número ser **par**, sabendo que o número é primo é de:

   a) $\frac{2}{3}$ b) 1 c) $\frac{1}{3}$

7. Agora suponha que você vai lançar o dado duas vezes. O número de combinações possíveis é:

   a) 12 b) 18 c) 36

8. Considerando o espaço amostral, referente ao lançamento de um dado duas vezes, $\{(1,1)$, $(1,2)$, $(1,3)$, $(1,4)$, $(1,5)$, $(1,6)$, $(2,1)$, $(2,2)$, $(2,3)$, $(2,4)$, $(2,5)$, $(2,6)$, $(3,1)$, $(3,2)$, $(3,3)$, $(3,4)$, $(3,5)$, $(3,6)$, $(4,1)$, $(4,2)$, $(4,3)$, $(4,4)$, $(4,5)$, $(4,6)$, $(5,1)$, $(5,2)$, $(5,3)$, $(5,4)$, $(5,5)$, $(5,6)$, $(6,1)$, $(6,2)$, $(6,3)$, $(6,4)$, $(6,5)$, $(6,6)\}$, a probabilidade de ocorrerem resultados iguais nos dois lançamentos é de:

   a) $\frac{5}{36}$ b) $\frac{1}{6}$ c) $\frac{1}{2}$

9. Considerando o espaço amostral, referente ao lançamento de um dado duas vezes, $\{(1,1), (1,2), (1,3), (1,4), (1,5), (1,6), (2,1), (2,2), (2,3), (2,4), (2,5), (2,6), (3,1), (3,2), (3,3), (3,4), (3,5), (3,6), (4,1), (4,2), (4,3), (4,4), (4,5), (4,6), (5,1), (5,2), (5,3), (5,4), (5,5), (5,6), (6,1), (6,2), (6,3), (6,4), (6,5), (6,6)\}$, a probabilidade de sair um número menor no primeiro lançamento é de:

   a) $\frac{5}{12}$ b) $\frac{1}{2}$ c) $\frac{7}{12}$

10. Considerando o espaço amostral, referente ao lançamento de um dado duas vezes, $\{(1,1), (1,2), (1,3), (1,4), (1,5), (1,6), (2,1), (2,2), (2,3), (2,4), (2,5), (2,6), (3,1), (3,2), (3,3), (3,4), (3,5), (3,6), (4,1), (4,2), (4,3), (4,4), (4,5), (4,6), (5,1), (5,2), (5,3), (5,4), (5,5), (5,6), (6,1), (6,2), (6,3), (6,4), (6,5), (6,6)\}$, a probabilidade da soma dos resultados dos dois lançamentos do dado ser ÍMPAR é de:

   a) $\frac{5}{12}$ b) $\frac{1}{2}$ c) $\frac{7}{12}$

11. Considerando o espaço amostral, referente ao lançamento de um dado duas vezes, $\{(1,1), (1,2), (1,3), (1,4), (1,5), (1,6), (2,1), (2,2), (2,3), (2,4), (2,5), (2,6), (3,1), (3,2), (3,3), (3,4), (3,5), (3,6), (4,1), (4,2), (4,3), (4,4), (4,5), (4,6), (5,1), (5,2), (5,3), (5,4), (5,5), (5,6), (6,1), (6,2), (6,3), (6,4), (6,5), (6,6)\}$, a probabilidade da soma dos resultados dos dois lançamentos de dados ser igual a sete é de:

   a) $\frac{5}{36}$ b) $\frac{1}{6}$ c) $\frac{7}{36}$

12. Considerando o espaço amostral, referente ao lançamento de um dado duas vezes, $\{(1,1), (1,2), (1,3), (1,4), (1,5), (1,6), (2,1), (2,2), (2,3), (2,4), (2,5), (2,6), (3,1), (3,2), (3,3), (3,4), (3,5), (3,6), (4,1), (4,2), (4,3), (4,4), (4,5), (4,6), (5,1), (5,2), (5,3), (5,4), (5,5), (5,6), (6,1), (6,2), (6,3), (6,4), (6,5), (6,6)\}$, a probabilidade da soma dos resultados do lançamento dos dois dados ser igual a sete, sabendo que num dos dados saiu o número 3 é:

   a) $\frac{11}{36}$ b) $\frac{1}{6}$ c) $\frac{2}{11}$

13. Considerando o espaço amostral, referente ao lançamento de um dado duas vezes, $\{(1,1), (1,2), (1,3), (1,4), (1,5), (1,6), (2,1), (2,2), (2,3), (2,4), (2,5), (2,6), (3,1), (3,2), (3,3), (3,4), (3,5), (3,6), (4,1), (4,2), (4,3), (4,4), (4,5), (4,6), (5,1), (5,2), (5,3), (5,4), (5,5), (5,6), (6,1), (6,2), (6,3), (6,4), (6,5), (6,6)\}$, a probabilidade de se obter o número 2 num dado, sabendo que a soma dos resultados dos dois lançamentos é igual a sete é:

   a) $\frac{1}{3}$ b) $\frac{7}{11}$ c) $\frac{6}{7}$

14. Em uma reportagem exibida no programa Fantástico, em 17.02.2013, foi afirmado que a probabilidade de um raio atingir uma pessoa numa determinada região amazônica é como escolher um número de um dado e o lançando, obter três vezes seguidas esse mesmo número (FANTÁSTICO, 2013). Assim, a probabilidade de uma pessoa receber tal descarga elétrica é de:

    a) $\frac{1}{18}$ b) $\frac{1}{216}$ c) $\frac{1}{1000}$

15. Mas não se desespere, segundo a mesma reportagem, nas demais regiões do país a probabilidade, em média, de uma pessoa receber uma descarga elétrica de um raio é como escolher um número de um dado e o lançando, obter oito vezes seguidas esse mesmo número (FANTÁSTICO, 2013). Nesse caso, a chance de ser atingido por um raio é de:

    a) $\frac{1}{6^8}$ b) $\frac{1}{48}$ c) $\frac{1}{600000000}$

ANEXO E – Questionário Avaliativo

Caro aluno, lembre-se que QVL significa o Questionário Virtual e Lúdico e que sua participação pode melhorar essa proposta.

1. A sua primeira impressão ao se deparar com o QVL foi:

   a) boa b) regular c) ruim

2. Depois de ter respondido o QVL, você o define como uma atividade:

   a) boa b) regular c) ruim

3. Você se achou preparado para responder o QVL:

   a) sim b) "mais ou menos" c) não

4. Você considera o nível das questões do QVL:

   a) fácil b) médio c) difícil

5. Sobre o assunto Probabilidade, você considera que aprendeu:

   a) muito b) satisfatoriamente c) pouco

6. Considere a hipótese de o professor ter definido os termos de probabilidade sem ter aplicado o QVL. Você acredita que teria aproveitado:

   a) menos b) igualmente c) mais

7. Você considera o assunto sobre Probabilidade:

   a) importante b) indiferente c) desnecessário

8. Se algo chamou sua atenção ao responder o QVL, escreva abaixo:
   ....
   ....
   ....

9. Se você teve alguma dificuldade ao responder o QVL, pode descrevê-la abaixo:
   ....
   ....
   ....

10. Na sua opinião, descreva abaixo aquilo que poderia melhorar o QVL:
    ....
    ....
    ....
11. No espaço abaixo você pode fazer um comentário que considerar necessário e que não foi contemplado nas questões acima:
    ....
    ....
    ....
    ....
    ....
    ....

Obrigado por sua avaliação!