



**UNIVERSIDADE FEDERAL DO ACRE - UFAC**  
**MESTRADO PROFISSIONAL EM MATEMÁTICA**  
**EM REDE NACIONAL - PROFMAT**



**PROFMAT**

**PROPOSTA DE UM SOFTWARE DE BANCO DE ITENS  
CALBRADOS PELA TEORIA DA RESPOSTA AO ITEM (TRI),  
PARA USO DE PROFESSORES DE MATEMÁTICA DA  
EDUCAÇÃO BÁSICA**

**MARCIO DOS SANTOS SOARES**

MARCIO DOS SANTOS SOARES

**PROPOSTA DE UM SOFTWARE DE BANCO DE ITENS  
CALIBRADOS PELA TEORIA DA RESPOSTA AO ITEM (TRI),  
PARA USO DE PROFESSORES DE MATEMÁTICA DA  
EDUCAÇÃO BÁSICA**

Dissertação apresenta na Universidade Federal do Acre, como parte das exigências do Programa de Pós-Graduação do Mestrado Profissional e Matemática em Rede Nacional, para obtenção do título de *Mestre em Ciências*.

Orientador:

Professor Dr. Edcarlos Miranda de Souza

RIO BRANCO,  
ACRE - BRASIL

2014

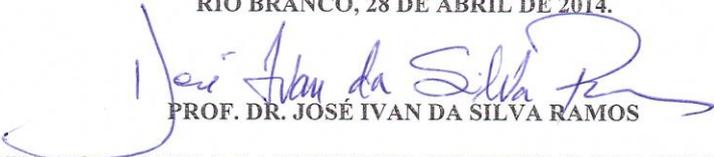
## **FICHA CATALOGRÁFICA**

MARCIO DOS SANTOS SOARES

PROPOSTA DE UM SOFTWARE DE BANCO DE ITENS CALIBRADOS PELA TEORIA DA RESPOSTA AO ITEM (TRI), PARA USO DE PROFESSORES DE MATEMÁTICA DA EDUCAÇÃO BÁSICA.

ESTE TRABALHO FOI JULGADO E APROVADO PARA A OBTENÇÃO DO TÍTULO DE MESTRE EM MATEMÁTICA NO PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional da Sociedade Brasileira de Matemática, Polo da Universidade Federal do Acre.

RIO BRANCO, 28 DE ABRIL DE 2014.

  
PROF. DR. JOSÉ IVAN DA SILVA RAMOS

COORDENADOR NO POLO DA UNIVERSIDADE FEDERAL DO ACRE DO Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional – PROFMAT/UFAC

COMISSÃO EXAMINADORA

  
PROF. DR. EDCARLOS MIRANDA DE SOUZA (ORIENTADOR)  
Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional –  
PROFMAT/UFAC

  
PROF. DR. MANOEL DOMINGOS FILHO (MEMBRO INTERNO)  
Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional –  
PROFMAT/UFAC

  
PROF. DR. TOMÁS DANIEL MENÉNDEZ RODRÍGUEZ (MEMBRO EXTERNO)  
Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional –  
PROFMAT/UNIR

## **Dedico esta dissertação**

*À Deus, minha família, em especial a minha mãe Albertina e a meu pai Antonio (IN MEMORIAN), aos filhos Sarah, Lucas e Karen Júlia, pois sem eles nada disso seria possível.*

## **AGRADECIMENTOS**

*Primeiramente a Deus por me dá conforto nos momentos difíceis, me dar persistência para superar as dificuldades, mostrar o rumo quando das incertezas e me suprir em todas as minhas necessidades.*

*Ao meu orientador Professor Dr. Edcarlos Miranda de Souza por acreditar em mim, me mostrar a direção para atingir aos meus objetivos neste trabalho.*

*As Coordenações Nacional e Local do PROFMAT, em nome do Professor Dr José Ivan, que não mediu esforços para à conclusão deste curso e a, CAPES, pelo apoio financeiro ao programa.*

*Aos professores locais do programa que prestaram, com dedicação, serviços de excelência.*

*Aos colegas que juntos fizemos este caminho e, aqueles que não chegaram conosco.*

*À minha família, a qual amo muito, agradeço pelos carinhos, paciência e incentivos os quais foram fundamentais nesta jornada.*

## LISTA DE FIGURAS

Figura 1 : Curva Característica do Item (CCI)	... 9
Figura 2 : Curva característica do item (CCI) e seus respectivos valores para os parâmetros de discriminação ( $a$ ), dificuldade ( $b$ ) e acerto ao acaso ( $c$ )	... 11
Figura 3 : Curva CCI, construída com o auxílio do Software Geogebra a partir de valores simulados para os parâmetros $a$ , $b$ e $c$ , mantendo o parâmetro de discriminação fixado.	... 15
Figura 4 : Curva CCI, construída com o auxílio do Software Geogebra a partir de valores simulados para os parâmetros $a$ , $b$ e $c$ , mantendo o parâmetro de discriminação fixado.	... 16
Figura 5 : Curva CCI, construída com o auxílio do Software Geogebra a partir de valores simulados para os parâmetros $a$ , $b$ e $c$ , mantendo o parâmetro de discriminação fixado.	... 17
Figura 6 : Curvas CCI e CII, construída com auxílio do Software Geogebra	... 19
Figura 7 : Curvas CCI e CII, construída com auxílio do Software Geogebra	... 19
Figura 8 : Curvas CCI e CII, construída com auxílio do Software Geogebra	... 20
Figura 9 : Curvas CCI e CII, construída com auxílio do Software Geogebra	... 20
Figura 10 : Gráfico do total dos escores e proporção de acertos para os itens	... 31
Figura 11 : CCI dos 17 itens avaliados na pesquisa, construídas com auxílio do software Geogebra.	... 33
Figura 12 : CII dos 17 itens avaliados na pesquisa, construídas com auxílio do software R.	... 34

Figura 13 : CCI e CII para o item 5 construída a partir dos resultados da Tabela 2 e com auxílio do software GeoGebra.	... 35
Figura 14 : CCI e CII para o item 11 construída a partir dos resultados da Tabela 2 e com auxílio do software GeoGebra.	... 35
Figura 15 : CCI e CII para o item 12 construída a partir dos resultados da Tabela 2 e com auxílio do software GeoGebra.	... 36
Figura 16 : CCI e CII para o item 14 construída a partir dos resultados da Tabela 2 e com auxílio do software GeoGebra.	... 36
Figura 17 : CCI e CII para o item 15 construída a partir dos resultados da Tabela 2 e com auxílio do software GeoGebra.	... 37
Figura 18 : CCI e CII para o item 2 construída a partir dos resultados da Tabela 2 e com auxílio do software GeoGebra.	... 37
Figura 19 : CCI e CII para o item 6 construída a partir dos resultados da Tabela 2 e com auxílio do software GeoGebra.	... 38
Figura 20 : CCI e CII para o item 8 construída a partir dos resultados da Tabela 2 e com auxílio do software GeoGebra.	... 38
Figura 21 : CCI e CII para o item 9 construída a partir dos resultados da Tabela 2 e com auxílio do software GeoGebra.	... 39
Figura 22 : CCI e CII para o item 16 construída a partir dos resultados da Tabela 2 e com auxílio do software GeoGebra.	... 39
Figura 23 : CCI e CII para o item 7 construída a partir dos resultados da Tabela 2 e com auxílio do software GeoGebra.	... 40
Figura 24 : CCI e CII para o item 10 construída a partir dos resultados da	

Tabela 2 e com auxílio do software GeoGebra.	... 40
Figura 25 : CCI e CII para o item 17 construída a partir dos resultados da Tabela 2 e com auxílio do software GeoGebra.	... 41
Figura 26 : CCI e CII para o item 1 construída a partir dos resultados da Tabela 2 e com auxílio do software GeoGebra.	... 41
Figura 27 : CCI e CII para o item 3 construída a partir dos resultados da Tabela 2 e com auxílio do software GeoGebra.	... 42
Figura 28 : CCI e CII para o item 4 construída a partir dos resultados da Tabela 2 e com auxílio do software GeoGebra.	... 42
Figura 29 : CCI e CII para o item 13 construída a partir dos resultados da Tabela 2 e com auxílio do software GeoGebra.	... 43
Figura 30 : Página inicial do BIMat	... 47
Figura 31 : Cadastro de novo item	... 48
Figura 32 : Modalidade de Ensino	... 49
Figura 33 : Eixos temáticos do ensino de matemática Ensino Fundamental	... 50
Figura 34 : Temas do ensino de matemática do ensino médio	... 50
Figura 35 : Conteúdo, opção disponível apenas, para temas do ensino médio	... 51
Figura 36 : Visualizar e Gerar PDF	... 52
Figura 37 : Seleção dos itens para o teste	... 52
Figura 38 : Seleção dos itens para visualizar	... 53
Figura 39 : Visualização do item selecionado	... 53
Figura 40 : Gráfico das Curvas CCI e CII do item selecionado	... 54

**LISTA DE TABELAS**

Tabela 1 : Escala de dificuldades utilizada como referência no trabalho	... 30
Tabela 2 : Percentual de acertos e erros dos itens referente aos 216 respondentes que participaram da pesquisa.	... 30
Tabela 3 : Estimativa dos parâmetros dos itens com erro inferior a $10^{-4}$ após a aplicação da rotina R elaborada do Apêndice B.	... 32

## RESUMO

SOARES, Marcio dos Santos. **Proposta de um software de banco de itens calibrados pela teoria da resposta ao item (TRI), para uso de professores de matemática da Educação Básica.** 2014. 90p. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática - PROFMAT) - Universidade Federal do Acre, Rio Branco, AC.<sup>1</sup>

Este trabalho foi desenvolvido para fundamentar a Teoria de Resposta ao Item, suas características e modelos, principalmente o modelo logístico unidimensional de três parâmetros, enfatizando as características inerentes ao indivíduo, seu traço latente  $\theta$ , as características apresentadas do item, os parâmetros de discriminação  $a$ , dificuldade  $b$  e acerto ao acaso  $c$ , além das curvas características (CCI) e de informação (CII) do item, de forma a possibilitar a análise e a calibração dos itens  $\theta$ , do teste. Como resultado desta pesquisa, foi desenvolvido um software, denominado BIMat, que apresenta como principais aplicações o armazenamento e a seleção de itens que, dentro dos conceitos e fundamentos da TRI, objetiva a construção de um instrumento que possa auxiliar o educador da disciplina de matemática da educação básica, especificamente nos anos finais do ensino fundamental e todo o ensino médio na tarefa de elaboração de testes que contribuam para uma avaliação mais precisa de seus alunos, seu aprendizado e as habilidades alcançadas, contribuindo de forma efetiva para a construção de uma avaliação mais eficiente no processo de ensino-aprendizagem.

**PALAVRAS-CHAVES:** BIMat, banco de itens de matemática, software gerador de testes de matemática, construtor de provas de matemática.

---

<sup>1</sup> **Orientador:** Edcarlos Miranda de Souza

## ABSTRACT

Soares , Marcio dos Santos . Proposal of a software item bank calibrated by item response theory ( IRT) , for use of mathematics teachers of basic education. 2014. 90p . Dissertation ( Professional Master in Mathematics - PROFMAT ) - Federal University of Acre , Rio Branco , AC.<sup>1</sup>

This work was developed to support the Theory of Response to the Item, its characteristics and models, mainly the logistic model with one dimension with three parameters, emphasizing the inherent characteristics of the individual, its latent trait and the shown characteristics of item, the parameters of discrimination A, difficulty of B and the correct random of C , besides the characteristic curves ( ICC ) and information ( CII) of the item , in order to enable the analysis and item and test calibration. As a result of this research , it was developed a software called BIMAT , which has as main applications the storage and the selection of items within the concepts and fundamentals of TRI , aims to build a tool that can assist the educator in mathematics of basic education , especially in the final years of primary school and also high school in the task of developing tests that contribute to a more accurate assessment of the students , their learning and skills achieved , contributing effectively to the building of a more efficient evaluation in the process of teaching learning.

**KEYWORDS :** BIMAT , stock items , math generator software math tests , math tests builder .

---

<sup>1</sup> Adviser: Edcarlos Miranda de Souza

## SUMÁRIO

LISTA DE FIGURAS .....	i
LISTA DE TABELAS .....	iv
RESUMO .....	v
ABSTRACT .....	vi
1 INTRODUÇÃO .....	1
1.1 - Objetivos.....	2
1.2 – Estrutura do trabalho.....	2
2 REFERENCIAL TEÓRICO .....	3
2.1 Medições de Traços Latente e Teoria de Resposta ao Item.....	3
2.2 Modelos da TRI .....	7
2.2.1 Modelos Unidimensionais Dicotômicos ou Dicotomizados .....	7
2.2.2 Curva Característica do Item - CCI.....	9
2.2.3 Função de Informação do Item – FII.....	17
2.3 Escala de Habilidades na TRI.....	21
2.4 Estimação dos parâmetros do item e as habilidades do indivíduo na TRI .....	21
2.5.1 O Programa R .....	22
2.5.2 O Ambiente R.....	23
2.5.3 Calibração.....	24
3 METODOLOGIA .....	26
3.1 Estudos introdutórios de Estatística Inferencial.....	26
3.2 Conceitos da Teoria de Resposta ao Item .....	26
3.3 Programa R e suas Aplicações na TRI.....	27
3.4 Seleção e Construção de Itens que Atendam aos Critérios da TRI.....	27
3.5 Construção do Software.....	28
3.6 Aplicação de Questionário em Amostra Populacional .....	28
3.7 Estimação e calibração dos itens .....	28
3.8 Análises das curvas CCI e CII, dos itens calibrados.....	29
3.9 Cadastramento dos itens no software BIMat .....	29
4 RESULTADOS E DISCUSSÕES .....	30
4.1 Descrição do Grau de Dificuldade.....	30
4.2 Estimação dos parâmetros e calibração de itens do teste aplicado utilizando o programa R .....	30

4.2.1	Análise dos Gráficos de Curvas CCI e CII dos Itens Avaliados .....	32
5	SOFTWARE BIMat .....	45
5.1	Descrição .....	45
5.2	Operacionalização do Software .....	46
5.2.1	Cadastrando Novo Item .....	47
5.2.2	Visualizando o Banco de Itens e Construção do Teste.....	51
6	CONCLUSÃO .....	55
7	REFERÊNCIAS .....	57
	APÊNDICES E ANEXOS .....	61

## 1 INTRODUÇÃO

Avaliar um indivíduo é e, sempre foi um desafio para educadores e pesquisadores, uma vez que sempre houve a necessidade e a determinação de construir um instrumento capaz de medir com precisão o nível de conhecimento de um indivíduo apropriadamente. Tal busca vem sendo objeto de estudos de uma área da psicologia chamada psicometria, onde o principal objetivo é descrever e quantificar a habilidade de um indivíduo, sua aptidão ou traço latente.

O modelo de avaliação mais utilizado por educadores e pesquisadores até hoje é a chamada Teoria Clássica dos Testes (TCT), neste modelo, o rendimento do indivíduo respondente é determinado a partir da soma dos resultados dos itens avaliados, indistintamente a habilidade avaliada em cada item. Atualmente, há uma enorme tendência de se avaliar um indivíduo a partir de suas competências demonstradas para resolver cada item, neste novo modelo o desempenho é estimado em relação a fatores como dificuldade, discriminação e capacidade de acerto mesmo sem habilidade requerida no item. Tal método surgiu a partir da década de 1950 e hoje é conhecida como Teoria de Resposta ao Item (TRI). No entanto, a operacionalização deste método só foi consolidada, no final da década de 1970, com o desenvolvimento de computadores e softwares capazes de realizar análises complexas de dados.

A TRI é um instrumento de análise formado por um conjunto de métodos estatísticos que, através de processos de estimação de características de cada item aplicados e da aptidão do indivíduo avaliada em um teste, descreve o desempenho e quantifica em uma escala métrica, a habilidade desenvolvida deste indivíduo, sua competência e portanto, seu score. As análises na TRI são feitas através das funções de informação e de características que o item fornece, onde o avaliador através de gráficos e tabelas de dados pode estabelecer comparações e compreender a eficácia do item e, principalmente, sua capacidade de descrever com eficiência, o desempenho do indivíduo respondente.

No Brasil, há aplicação da TRI é mais conhecida quando se refere a avaliações educacionais de larga escala, principalmente, no Exame Nacional do Ensino Médio (ENEM) que desde 1997 vem avaliando o nível de aprendizado dos estudantes egressos

do Ensino Médio e, que além disso, hoje seus resultados são usados através de programas de seleção do MEC, para ingressos de estudantes em faculdades públicas e cursos técnicos no Brasil. Mas existem grupos de pesquisadores, principalmente associados a grandes centros de excelências em Universidades no Brasil, desenvolvendo tecnologias, principalmente ligadas a produção de softwares computacionais e pacotes de função, que favorecem o uso dos modelos da TRI nas mais diversas áreas que necessitem de análise de informações sobre rendimentos e desempenhos.

### **1.1 - Objetivos**

Um dos objetivos deste trabalho é descrever de modo introdutório a Teoria de Resposta ao Item, sua história, fundamentação, conceitos, características e modelos, bem como descrever como esta teoria vem sendo discutida, aplicada e desenvolvida no Brasil. O outro objetivo está relacionado diretamente à avaliação no processo de ensino e aprendizagem dos conteúdos relacionados a disciplina de matemática na educação básica, com ênfase nos anos finais do Ensino Fundamental e no Ensino Médio. Trata-se da construção, descrição e operacionalização de um software computacional com as funções básicas de armazenar e selecionar itens com características inerentes a sua dificuldade e aplicação, tal recurso será construído segundo as características e modelos descritos na TRI.

### **1.2 – Estrutura do trabalho**

No capítulo 2 será apresentado um breve referencial sobre história, os conceitos, fundamentos e modelos da TRI, suas propriedades, aplicações e desenvolvimentos desta teoria no Brasil. Além disso, serão descritos o programa computacional R e as condições de estimação e calibração. O capítulo 3, trará descrição da metodologia aplicada na produção do trabalho. No capítulo 4, será realizada a discussão dos resultados das análises dos dados, segundo a teoria da TRI, de um teste com 17 itens aplicado a uma amostra de 216 indivíduos. O capítulo 5, será destinado a descrição do produto da pesquisa, o software de armazenamento de itens, chamado de Banco de Itens de Matemática – BIMat, seu layout e tutorial e, finalizando serão apresentadas as conclusões pertinentes a estes estudos.

## 2 REFERENCIAL TEÓRICO

### 2.1 Medições de Traços Latente e Teoria de Resposta ao Item

Quando se propõe avaliar um indivíduo ou uma população, deseja-se mensurar os conhecimentos e as capacidades deste(s) indivíduo(s). Tradicionalmente, as avaliações, principalmente do processo de ensino e seleção, são aplicadas utilizando o Método chamado Teoria Clássica das Medidas - TCM, onde a mensuração do resultado de cada indivíduo é dada pela soma dos resultados de sucessos do conjunto de itens que compõe a avaliação (Andrade, Tavares e Valle, 2000).

Na atualidade, métodos que representem instrumentos mais precisos de medição e que descrevam de forma mais precisa a medida, de forma que o indivíduo seja avaliado efetivamente em sua capacidade estão sendo estudados. Segundo Thurstone (1928/1959, p. 547), *apud* Pasquali e Primi, 2003:

“Um instrumento de medida, na sua função de medir, não pode ser seriamente afetado pelo objeto de medida. Na extensão em que sua função de medir for assim afetada, a validade do instrumento é prejudicada ou limitada. Se um metro mede diferentemente pelo fato de estar medindo um tapete, uma pintura ou um pedaço de papel, então nesta mesma extensão a confiança neste metro como instrumento de medida é prejudicada. Dentro dos limites de objetos para os quais o instrumento de medida foi produzido, sua função deve ser independente da medida do objeto”.

Assim, encontrar um instrumento adequado para medir a eficiência de um indivíduo, suas habilidades e competências vem se constituindo em um enorme desafio para avaliadores, estudiosos e, ganhou na Psicologia, uma área ou campo de investigação, a Psicometria.

Um dos grandes dilemas encontrados por pesquisadores, principalmente no campo da avaliação de rendimentos, e que tem exigido esforços e levantado discussões está associado ao interesse de um pesquisador, em relação ao indivíduo avaliado, medir sua habilidade ou aptidão, o chamado de traço latente deste indivíduo. O traço latente é uma variável não observável diretamente no indivíduo. Por exemplo, a habilidade deste indivíduo em matemática. Em situações como esta, estabelecer corretamente o instrumento de medição pode não ser uma tarefa fácil.

Em avaliações educacionais, por exemplo, pretende-se usar como “régua” dos traços latentes, uma avaliação composta por itens que serão respondidos pelo indivíduo. Deve-se destacar que em outras áreas, que também tem interesse nestas medições, outros instrumentos podem ser utilizados como é o caso da biologia que nos ensaios do tipo de dose-resposta, tem interesse de investigar o nível crítico de uma dose de uma determinada droga em um indivíduo. Neste caso, são realizados experimentos que não consistem na aplicação de itens aos indivíduos.

Dentre as alternativas propostas, algumas vem sendo amplamente aplicadas são os modelos derivados da chamada Teoria de Resposta ao Item - TRI, cuja característica principal é a avaliação por item. Assim, as características individuais e habilidades, bem como as características do item são os objetos para mensuração.

Para Andrade, Tavares e Valle (2000), a grande vantagem da TRI em relação aos modelos tradicionalmente instalados não está restrito ao processo de medir, mas também na comparação de eficiência, já que enquanto na TCM só se pode comparar com segurança, competências de indivíduos que fizeram exatamente a mesma avaliação, além de serem, os resultados, suscetíveis a influência de fatores externos, como localização geográfica e costumes, outros modelos como por exemplo a TRI ou seus derivados, podem ser utilizados para avaliar populações, indistintamente a fatores externos e, nem mesmo que tenham sido submetido a mesma avaliação, desde que haja itens comuns.

A Teoria de Resposta ao Item, TRI, foi concebida como um conjunto de modelos para a probabilidade de uma pessoa responder de forma correta um dado item, tendo como parâmetros, a habilidade do indivíduo e as características do item avaliado. Dentre as características do item destacam-se a dificuldade imposta ao indivíduo pelo item, o seu poder de discriminação e a probabilidade de acerto deste item, sem que o indivíduo tenha a habilidade necessária. Neste contexto, as habilidades do indivíduo são características próprias, independem do tipo de avaliação, da mesma forma os parâmetros ou características do item também não dependem do indivíduo respondente. Tais propriedades são definidas como Invariância dos parâmetros do item em uma determinada população, conforme Baker (2001), *apud* Lourdes (2006).

Para aplicação de modelos da TRI deve-se considerar aspectos relevantes, Couto e Primi (2011) afirma que alguns critérios são fundamentais entre eles a unidimensionalidade e a independência local. A unidimensionalidade se refere à

circunstância em que a avaliação de uma característica psicológica depende unicamente desta característica, no caso de itens, a resposta correta depende exclusivamente da habilidade exigida. Já a independência local acontece quando a resposta dada a um item por um indivíduo não causa influência a resposta dada a outros itens.

Para Hambleton, Swaminathan e Rogers (1991), *apud* Pasquali e Primi (2003), há grandes inovações que foram trazidas na TRI em relação aos modelos já existentes e destas, três tem maiores ênfases e relevâncias:

- I. A medida da aptidão do indivíduo independe da amostra do item utilizado;
- II. O cálculo dos parâmetros de dificuldade e discriminação do item independem da amostra de indivíduos ou da população utilizada;
- III. A possibilidade de discriminar itens adequados ao nível de aptidão do indivíduo.

Historicamente, o início dos estudos e, portanto o berço da TRI remota dos primeiros anos da década de 1950, onde inicia-se um processo de construção de instrumentos que apresentassem maiores eficiências nas medições de habilidades de um indivíduo. Alguns pesquisadores seguem em seus estudos para aplicações dos conceitos fundamentados por Lazarsfeld (1950), até então conhecido como Teoria do Traço Latente. Tais estudos tiveram dentre seus precursores, Frederic Lord (1952,1953), apresentado na literatura como um dos primeiros pesquisadores que iniciaram os estudos do que fundamentou o que hoje, chama-se Teoria de Resposta ao Item. Outros trabalhos bastante citados na literatura foram apresentados por Rash (1960), Birbaum (1968), Wright (1968), Samejima (1969, 1972), sendo Birbaum e Wright responsáveis por mudanças significativas nos modelos de análises dos dados.

A TRI, por apresentar modelos que necessitam de estimações, análises múltiplas e complexas, teve seu desenvolvimento teórico intenso nas décadas de 1950 e 1960, mas apenas no final da década de 1970 e início da década de 1980, a operacionalização destes modelos tiveram maior aplicação, principalmente pela implantação de computadores com melhores qualidades e maiores capacidade de processamento e, impulsionados com a elaboração e implementação de softwares capazes de fazer as leituras, cálculos, estimações e análises de informações necessárias. Para Pasquali e Primi (2003), um dos primeiro softwares utilizados para as análises da TRI surgiu somente em 1979, o BICAL

de Wright, Mead e Bell, seguidos pelo LOGIST (Wingersky, Barton e Lord, 1982) e pelo BILOG (Mislevy e Bock, 1984).

No Brasil, a Teoria de Resposta ao Item, tomou notoriedade com o advento do Exame Nacional do Ensino Médio – ENEM, do Governo Federal, principalmente após sua utilização como resultados para processo de acesso a Universidades Federais, Institutos Federais e escolas técnicas. As primeiras aplicações da TRI no país, segundo Gatti (1996), *apud* Moreira Junior (2010), são referenciadas ao Programa de Avaliação da Secretaria de Estado de Educação do Estado de São Paulo em 1993, mas com limitações na aplicação. Em 1995, com a retomada do Sistema de Avaliação do Rendimento Escolar do Estado de São Paulo (SARESP), do Governo de São Paulo e do o Sistema de Avaliação da Educação Básica (SAEB) do INEP/MEC, do Governo Federal, a TRI começa a ter maior desenvolvimento em pesquisas e aplicações.

As primeiras referências bibliográficas nacionais sobre TRI, segundo Moreira Júnior (2010), são as publicações: TEORIA E MÉTODOS EM CIÊNCIAS DO COMPORTAMENTO, de Luiz Pasquali e TEORIA DE RESPOSTA AO ITEM: CONCEITOS E APLICAÇÕES, de Dalton Francisco de Andrade, Heliton Ribeiro Tavares e Raquel da Cunha Valle (2000), sendo o último o primeiro a tratar exclusivamente sobre a TRI.

Ainda, segundo Moreira Júnior (2010), há no Brasil diversas publicações tratando da TRI, além de pesquisas em diversas linhas, citando entre elas: pesquisas no campo educacional, grau de satisfação, gestão em vários campos, avaliação de atitudes, intenções comportamentais, sistemas depressivos e ansiedades, nível sócio econômico, usabilidades de sites, em áreas da saúde, medicina, genética, marketing, entre outras. Mas também há estudos e pesquisas voltados no campo teórico como método de estimação, desenvolvimentos de modelos e teorias, desenvolvimentos de pacotes computacionais, etc.

Os centros que mais se destacam em pesquisas sobre TRI são em geral vinculados às universidades públicas brasileiras: UFSC (Santa Catarina), UFPR (Paraná), UnB (Distrito Federal), USP (São Paulo), UFCG (Mato Grosso), UFBA (Bahia), para citar algumas.

## 2.2 Modelos da TRI

Os modelos da TRI dependem do tipo de item e do tipo de processo de resposta. Eles podem ser acumulativos ou não acumulativos (Araújo, Andrade e Bortolotti 2009). A diferença fundamental entre os dois tipos de modelos está na relação da probabilidade de resposta certa dada por um indivíduo ao item em relação às características do mesmo, uma vez que, nos modelos acumulativos, o crescimento desta probabilidade está condicionada ao crescimento do traço latente e a as características dos parâmetros deste item. Já para os modelos não acumulativos, em alguns casos esta probabilidade está, por exemplo, em função da distância entre os parâmetros e o item na escala e, não exatamente depende diretamente dos parâmetros e traço latente.

Neste trabalho serão referenciados e aplicados somente os modelos acumulativos, os quais Andrade, Tavares e Valle (2000), enfatizam três fatores principais destes na TRI:

- I. A natureza do item - dicotômicos ou não dicotômicos;
- II. O número de populações – apenas uma ou mais de uma;
- III. A quantidade de traços latentes ou habilidades a serem avaliadas – apenas um ou mais de um.

No desenvolvimento deste trabalho, serão discutidos apenas os modelos relacionados com avaliação de apenas um traço latente ou habilidade, unidimensionais e dicotômicos.

### 2.2.1 Modelos Unidimensionais Dicotômicos ou Dicotomizados

Diz-se que um modelo é dicotômico ou dicotomizado quando é aplicado a itens que tenham como resultado de correção somente as opções certo ou errado. Segundo Andrade, Tavares e Valle (2000), tais modelos podem ser utilizados tanto para análise de itens de múltipla escolha, quanto para análise de itens abertos, desde que em ambas as situações, os itens sejam avaliados de forma dicotomizados, isto é, cada item seja avaliado a resposta dada apenas como certa ou errada. A classificação destes modelos estão relacionados a quantidade de parâmetros envolvidos na análise.

- I. Somente o parâmetro de dificuldade – 1 parâmetro;
- II. Apresentam parâmetros de dificuldade e discriminação – 2 parâmetros;

- III. Apresentam tanto parâmetros de dificuldades, discriminação e também a possibilidade de acerto casual – 3 parâmetros.

Dos modelos descritos, somente o modelo com 3 parâmetros será aplicado neste trabalho, uma vez que além de preservar as características dos modelos de um e dois parâmetros, acrescenta o parâmetro do acerto ao acaso, o que torna mais adequado a este estudo. Mas o que são os parâmetros da TRI e como medir o traço latente de um indivíduo?

A TRI considera em suas análises para avaliar o desempenho de um indivíduo, quando submetido a um teste, tanto as características do indivíduo, suas habilidades, aptidões, o chamado traço latente que pode ser definido como sendo a capacidade que este indivíduo tem para responder o item de forma correta, quanto as características do item respondido pelo indivíduo, as dificuldades, discriminação, probabilidade de acertos casuais, definem-se como parâmetros do item.

Na psicometria, o traço latente é a medida da habilidade ou aptidão que um indivíduo se apropriou para responder de forma correta o item de um teste. Segundo Pasquali e Primi (2003), o traço latente relaciona através de modelos matemáticos, variáveis observáveis e traços hipotéticos não observáveis ou aptidões, os quais determinam a resposta dada pelo indivíduo ao item a ele submetido.

Não é incomum, nos estudos da TRI, entender que o indivíduo responde de acordo com o seu nível de traço latente em relação a habilidade que o item exige, ou seja, o desempenho é obtido em consequência da aptidão que o indivíduo tem àquele conhecimento.

Quanto aos parâmetros do item, para o modelo unidimensional dicotômico de 3 parâmetros, tem-se:

- a) *Acerto ao acaso*, indicado por  $c$ , representa a probabilidade do indivíduo com habilidade mais baixa que a exigida pelo item, responder forma correta o item avaliado.
- b) *Dificuldade*, usualmente indicado por  $b$ , é expresso na mesma escala do traço latente e, representa a habilidade adequada para o indivíduo responder com conhecimento necessário e de forma correta o item avaliado.

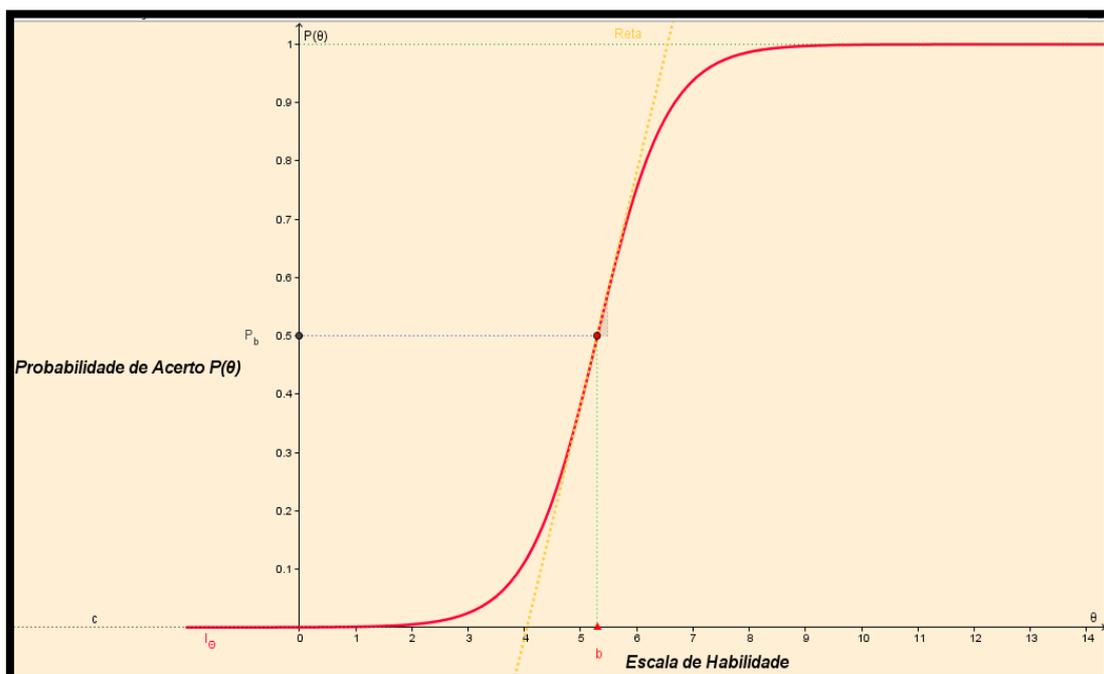
- c) *Discriminação*, indicado em geral por  $a$ , representa o quanto o item pode apresentar característica discriminativa, isto é, a clareza do nível de conhecimento apropriado que o indivíduo necessita para resolver o item.

Para descrever matematicamente os parâmetros utiliza-se uma *curva sigmoide*, em geral, na Teoria de Resposta ao Item, adota-se a curva logística como aplicação. Tal curva, aqui chamada Curva Característica do Item - CCI, descreve a relação entre os parâmetros do item no modelo e as probabilidades de acerto.

### 2.2.2 Curva Característica do Item - CCI

A CCI ideal é uma representação não linear e monótona crescente que descreve a relação entre a habilidade de um indivíduo e a probabilidade de acerto ao item proposto. Pode-se considerar que um item apresenta características importantes de discriminação quando o traço da CCI assume a forma de “S”. Quando um item apresenta CCI decrescente, há necessidade de reavaliação do item ou descartá-lo como instrumento de avaliação.

Para Couto e Primi (2011), a curva característica do item CCI, conceitualmente é uma propriedade da TRI e, representa a forma como os parâmetros dos itens são apresentados pelas curvas no gráfico.



**Figura 1:** Curva Característica do Item (CCI)

A CCI tem orientação referenciada na escala de habilidade ou aptidão, sendo definida pela relação entre o traço latente, os valores dos parâmetros do item e a probabilidade de acerto que esta habilidade impõe ao indivíduo respondente.

O coeficiente  $c$  indica na CCI, a probabilidade de um indivíduo acertar o item casualmente tem seu valor descrito como a assíntota horizontal inferior e equivale ao valor da translação vertical, desta forma o conjunto imagem da função que expressa a curva CCI varia no intervalo de  $(c, 1)$ .

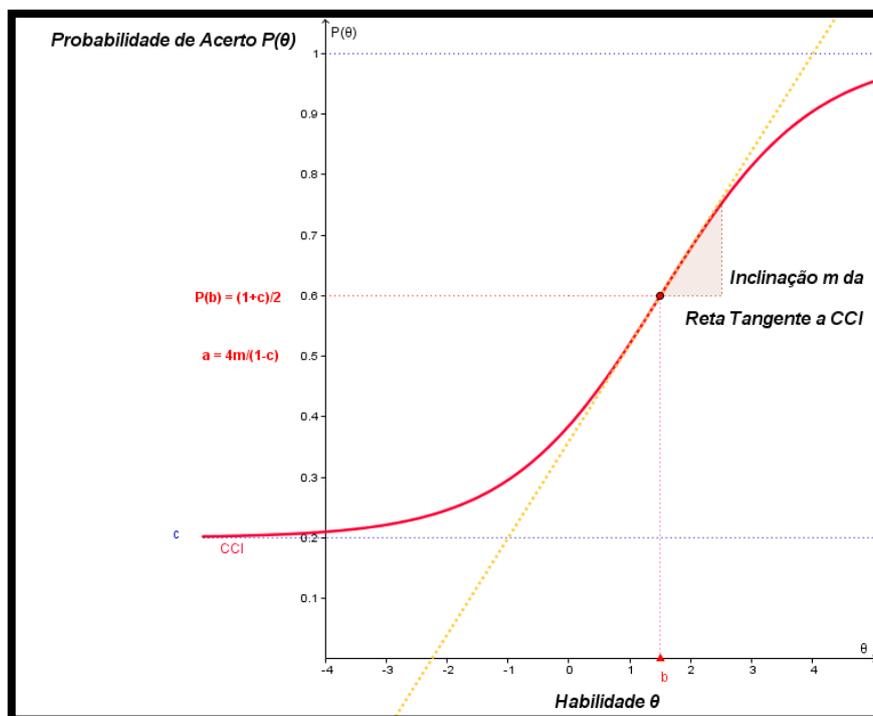
Seguindo o modelo logístico unidimensional de 3 parâmetros, define-se a função característica do item  $P(U_{ij} = 1|\theta_j)$  como a probabilidade de um indivíduo  $j$  com habilidade  $\theta_j$ , acertar o item  $i$  e, expressa-se tal probabilidade por:

$$P(U_{ij} = 1|\theta_j) = c_i + (1 - c_i) \frac{1}{1 + e^{-Da_i(\theta_j - b_i)'}}$$

com  $i = 1, 2, 3, \dots, I$ , e  $j = 1, 2, 3, \dots, n$ , onde:

- $U_{ij}$  é uma variável dicotômica que assume os valores 1, quando o indivíduo  $j$  responde corretamente o item  $i$ , ou 0 quando o indivíduo  $j$  não responde corretamente ao item  $i$ .
- $\theta_j$  representa a habilidade (traço latente) do  $j$ -ésimo indivíduo.
- $P(U_{ij}=1|\theta_j)$  é a probabilidade de um indivíduo  $j$  com habilidade  $\theta_j$  responder corretamente o item  $i$  e é chamada de Função de Resposta do Item – FRI.
- $b_i$  é o parâmetro de dificuldade (ou de posição) do item  $i$ , medido na mesma escala da habilidade.
- $a_i$  é o parâmetro de discriminação (ou de inclinação) do item  $i$ , com valor proporcional à inclinação da Curva Característica do Item — CCI no ponto cuja a abscissa é  $b_i$ .
- $c_i$  é o parâmetro do item que representa a probabilidade de indivíduos com baixa habilidade responderem corretamente o item  $i$  (muitas vezes referido como a probabilidade de acerto casual).
- $D$  é um fator de escala, constante e igual a 1 para o caso em que será discutido neste trabalho. Utiliza-se o valor 1,7 quando deseja-se que a função logística forneça resultados semelhantes ao da função ogiva normal.

A Figura 2, construída como o auxílio do software *Geogebra*<sup>1</sup>, descreve situação hipotética, sobre uso e interpretação de uma CCI referente ao item descrito e as relações do modelo logístico de 3 parâmetros, seus parâmetros, habilidade do indivíduo respondente e a probabilidade de acerto, nestas condições:



**Figura 2:** Curva característica do item (CCI) e seus respectivos valores para os parâmetros de discriminação ( $a$ ), dificuldade ( $b$ ) e acerto ao acaso ( $c$ )

Neste exemplo, a Curva Característica do Item (CCI) para itens dicotômicos do modelo logístico de três parâmetros indica a probabilidade de resposta certa a um dado item, descrita no eixo vertical, em função da intensidade do traço latente do indivíduo, representado no eixo horizontal. A inclinação da curva no ponto de inflexão é proporcional ao parâmetro de discriminação do item, indicado por  $a$  e representa a capacidade que o item tem de diferenciar a aptidão do indivíduo em relação a competência exigida. Assim, quanto mais inclinada à curva estiver em relação ao eixo das aptidões ou traço latente, com orientação crescente no sentido de formar um ângulo reto, maior será o valor da discriminação, o coeficiente  $a$ .

<sup>1</sup> O Geogebra é um software de matemática dinâmica gratuito e multi-plataforma para todos os níveis de ensino, que combina geometria, álgebra, tabelas, gráficos, estatística e cálculo em um único sistema. Ele em recebido vários prêmios na Europa e EUA. Disponível para download no site: [http://www.geogebra.org/cms/pt\\_BR/download/](http://www.geogebra.org/cms/pt_BR/download/)

O coeficiente de dificuldade representa, qual habilidade é mais representativa para a avaliação da eficiência do item aplicado em relação à discriminação. Como o parâmetro  $b$  é a abscissa do ponto de inflexão, então a melhor discriminação do item ocorre em intervalos mínimos onde o valor de  $b$  é ponto médio, ou seja, o intervalo aonde o item é mais discriminativo.

De fato, seja  $P(U_{ij} = 1|\theta_j) = c_i + (1 - c_i) \frac{1}{1 + e^{-Da_i(\theta_j - b_i)}}$ , tem-se que:

$$\frac{dP}{d\theta} = (1 - c_i) \cdot \frac{Da_i e^{-Da_i(\theta_i - b_i)}}{(1 + e^{-Da_i(\theta_i - b_i)})^2}$$

$$\frac{d^2P}{d\theta^2} = D^2 a_i^2 \cdot e^{-Da_i(\theta_i - b_i)} \cdot (1 - c_i) \cdot \frac{e^{-Da_i(\theta_i - b_i)} - 1}{(1 + e^{-Da_i(\theta_i - b_i)})^3}$$

Tomando  $\frac{d^2P}{d\theta^2} = 0$ , obtém-se:

$$D^2 a_i^2 \cdot e^{-Da_i(\theta_i - b_i)} \cdot (1 - c_i) \cdot \frac{e^{-Da_i(\theta_i - b_i)} - 1}{(1 + e^{-Da_i(\theta_i - b_i)})^3} = 0$$

Como  $D$ ,  $a_i$  são reais positivos e  $c_i \in ]0,1[$ , então:

$$\begin{aligned} \Rightarrow e^{-Da_i(\theta_i - b_i)} - 1 = 0 &\Rightarrow e^{-Da_i(\theta_i - b_i)} = 1 \Rightarrow \\ \Rightarrow -Da_i(\theta_i - b_i) = 0 &\Rightarrow \theta_i - b_i = 0 \Rightarrow \\ \Rightarrow \theta_i = b_i & \end{aligned}$$

Assim, o parâmetro  $b$  representa, quando  $\theta_j = b_i$ , a habilidade exigida para que um indivíduo responda de forma correta o item, tendo como probabilidade de acerto o valor  $P(U_{ij} = 1|\theta_j = b) = \frac{1+c}{2}$ . Por exemplo, se a probabilidade de acerto casual é de 40%, então o parâmetro  $b$  é a habilidade exigida para que um indivíduo responda de forma correta o item tendo como probabilidade de acerto o valor  $(0,4 + 1)/2 = 0,7 = 70\%$ , ou seja, é a habilidade para o qual o indivíduo terá 70% de probabilidade de responder corretamente o item.

De fato, tomando  $\theta_j = b_i$ , na  $P(U_{ij} = 1|\theta_j) = c_i + (1 - c_i) \frac{1}{1 + e^{-Da_i(\theta_j - b_i)}}$ , tem-se:

$$\begin{aligned} P(b_i) &= c_i + (1 - c_i) \frac{1}{1 + e^{-Da_i(b_i - b_i)}} = \\ &= c_i + (1 - c_i) \frac{1}{1 + e^0} = c_i + (1 - c_i) \frac{1}{1+1} = \\ &= c_i + (1 - c_i) \frac{1}{2} = \frac{2c_i + (1 - c_i)}{2}. \end{aligned}$$

Logo,

$$P(b_i) = \frac{1 + c_i}{2}$$

A relação de proporcionalidade entre o parâmetro de discriminação do item e o coeficiente de inclinação da reta tangente a curva da CCI, determina que o valor de  $a$  seja dado por  $a = \frac{4m}{1-c}$ . De fato, considerando no modelo logístico de 3 parâmetros, que a inclinação  $m$  da reta tangente à CCI em um ponto especificado é determinada a partir da aplicação deste à derivada da função que descreve a curva, então:

$$\frac{d}{d\theta_j} [(P(U_{ij} = 1|\theta_j))] = P'(U_{ij} = 1|\theta_j) = \frac{Da(1-c)e^{-Da_i(\theta_j-b_i)}}{(1 + e^{-Da_i(\theta_j-b_i)})^2}$$

Basta tomar  $D = 1$ , esta estratégia é comumente utilizada para que apenas os parâmetros e a características do indivíduo tenham influências na função e, fazendo  $\theta_j = b_i$ , obtém-se:

$$\begin{aligned} P'(b_i) &= \frac{a(1-c)e^{-a_i(b_i-b_i)}}{(1 + e^{-a_i(b_i-b_i)})^2} = \\ &= \frac{a(1-c)e^0}{(1 + e^0)^2} = \\ &= \frac{a(1-c)}{4}. \end{aligned}$$

Assim, a inclinação da curva no ponto de inflexão é  $m = \frac{a(1-c)}{4}$ .

Segundo Couto e Primi (2011), o parâmetro  $c$ , denominado probabilidade de acerto casual, admite  $c = P(\theta_j)$ , para algum  $\theta_j$  quando  $\theta_j \rightarrow -\infty$ . Isso significa que mesmo que um sujeito tenha uma habilidade menor que a exigida para responder de forma adequada o item, sua probabilidade de acerto é considerada.

De fato, sendo  $P(U_{ij} = 1|\theta_j)$ , a função de probabilidade, o parâmetro  $c$ , representada na CCI, a assíntota horizontal que margeia a curva inferiormente, ou seja, a assíntota horizontal da CCI é a reta  $P(U_{ij} = 1|\theta_j) = c$ . Da mesma forma, a reta  $P(U_{ij} = 1|\theta_j) = 1$ , representa a assíntota horizontal que margeia a curva superiormente. Tais fatos podem ser facilmente compreendidos quando se aplica os limites quando os valores de  $\theta$ , tendem a  $-\infty$  ou  $+\infty$ , como descritos a seguir.

Tomando,  $\theta_j$  tendendo a  $-\infty$  obtém-se:

$$\lim_{\theta_j \rightarrow -\infty} P(U_{ij} = 1 | \theta_j) = \lim_{\theta_j \rightarrow -\infty} (c_i + (1 - c_i) \frac{1}{1 + e^{-Da_i(\theta_j - b_i)}}) =$$

Aplicando as propriedades de limites da soma e do produto:

$$\lim_{\theta_j \rightarrow -\infty} c_i + \lim_{\theta_j \rightarrow -\infty} (1 - c_i) \cdot \lim_{\theta_j \rightarrow -\infty} \frac{1}{1 + e^{-Da_i(\theta_j - b_i)}}$$

Como  $c_i$  é constante e  $\lim_{\theta_j \rightarrow -\infty} e^{-Da_i(\theta_j - b_i)} = +\infty$ , tem-se que:

$$\lim_{\theta_j \rightarrow -\infty} P(U_{ij} = 1 | \theta_j) = c_i + (1 - c_i) \cdot 0 = c_i$$

Analogamente, tomando,  $\theta_j \rightarrow +\infty$ :

$$\lim_{\theta_j \rightarrow +\infty} P(U_{ij} = 1 | \theta_j) = \lim_{\theta_j \rightarrow +\infty} (c_i + (1 - c_i) \frac{1}{1 + e^{-Da_i(\theta_j - b_i)}})$$

Aplicando as propriedades de limites da soma e do produto:

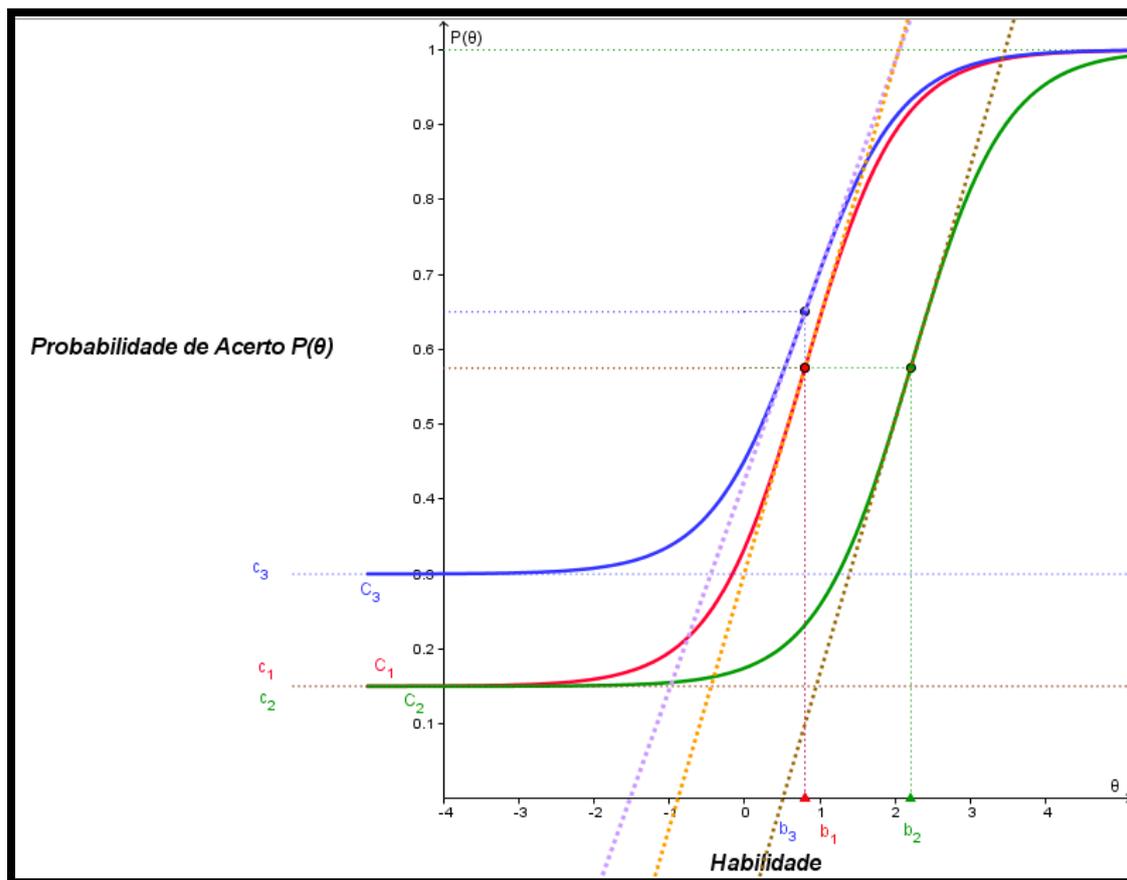
$$\lim_{\theta_j \rightarrow +\infty} P(U_{ij} = 1 | \theta_j) = \lim_{\theta_j \rightarrow +\infty} c_i + \lim_{\theta_j \rightarrow +\infty} (1 - c_i) \cdot \lim_{\theta_j \rightarrow +\infty} \frac{1}{1 + e^{-Da_i(\theta_j - b_i)}}$$

Como  $c_i$  é constante e  $\lim_{\theta_j \rightarrow +\infty} e^{-Da_i(\theta_j - b_i)} = 0$ , tem-se que:

$$\lim_{\theta_j \rightarrow +\infty} P(U_{ij} = 1 | \theta_j) = c_i + (1 - c_i) \cdot 1 = c_i + 1 - c_i = 1$$

Nas simulações a seguir, são consideradas três curvas  $C_1$ ,  $C_2$  e  $C_3$ , representando cada uma, a análise fictícia de um item e, que na sobreposição das curvas observa-se que em que um dos parâmetros é coincidente para os três itens e, os outros dois são não. Para melhor análise considera-se novamente o valor da constante de correção  $D$  igual a 1 e, toma-se os valores destes parâmetros conveniente para as ilustrações do que foi proposto independentemente de critérios ou análises de dados ou validações de testes, levando em consideração apenas que os parâmetros de discriminação  $a$ , dificuldade  $b$  e acerto ao acaso  $c$ , atendessem aos critérios postos em cada uma das situações:

**Situação 1.** Na curva  $C_1$  os parâmetro  $a = 1,60$ ,  $b = 0,80$  e  $c = 0,15$ , na curva  $C_2$ , os parâmetros assumem os valores  $a = 1,60$ ,  $b = 1,40$  e  $c = 0,15$  e, na  $C_3$ , valores dos parâmetros são  $a = 1,60$ ,  $b = 0,80$  e  $c = 0,30$  (Figura 3).

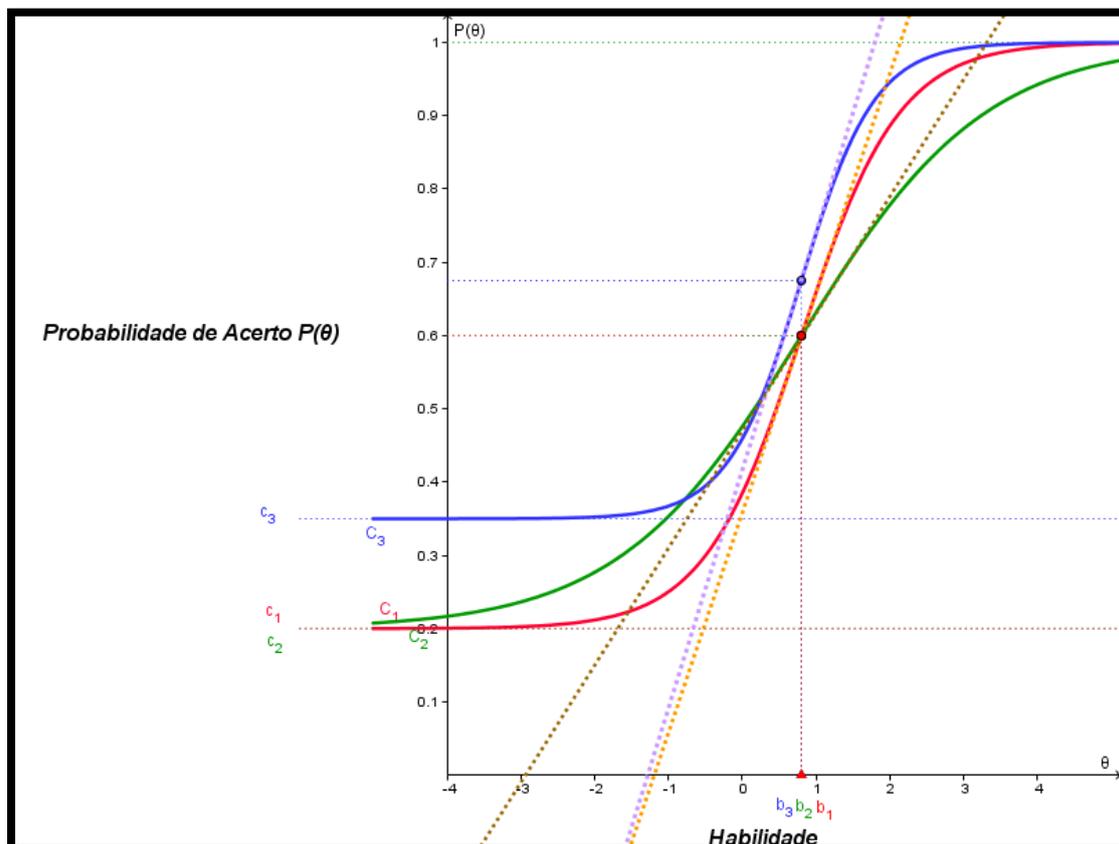


**Figura 3:** Curva CCI, construída com o auxílio do Software Geogebra a partir de valores simulados para os parâmetros  $a$ ,  $b$  e  $c$ , mantendo o parâmetro  $a$  de discriminação fixado.

Analisando a Figura 3, observa-se nesta situação, que os itens apresentam a mesma inclinação no ponto de inflexão e com a variação apenas dos parâmetros de dificuldade e acerto ao acaso. As mudanças foram na  $C_2$  em relação a  $C_1$ , apenas no deslocamento horizontal do ponto de inflexão, isto é, o item apresenta mesma discriminação  $a$ , mesma probabilidade de acerto ao acaso  $c$ , mas com um maior nível de dificuldade. Analogamente, se comparado à curva  $C_3$  em relação a  $C_1$ , observa-se que a habilidade correspondente à dificuldade dos itens é a mesma, isto é, os itens apresentam o mesmo valor para parâmetro de *dificuldade*  $b$ , no entanto apresentam probabilidade diferentes de acertos nesta habilidade, fato este, justificado pela variação do parâmetro  $c$  de acerto ao acaso o que torna a inclinação das curvas no ponto  $b$  diferentes, mesmo apresentando igual parâmetro de discriminação  $a$ . É fácil ver que neste caso, o parâmetro discriminação  $a$  não interfere nesta probabilidade. Na comparação de  $C_3$  em relação a  $C_2$ , observa-se que a probabilidade de acerto no ponto de inflexão, depende exclusivamente

no valor do parâmetro  $c$ , mesmo sendo descritos como o valor da imagem do parâmetro  $b$ .

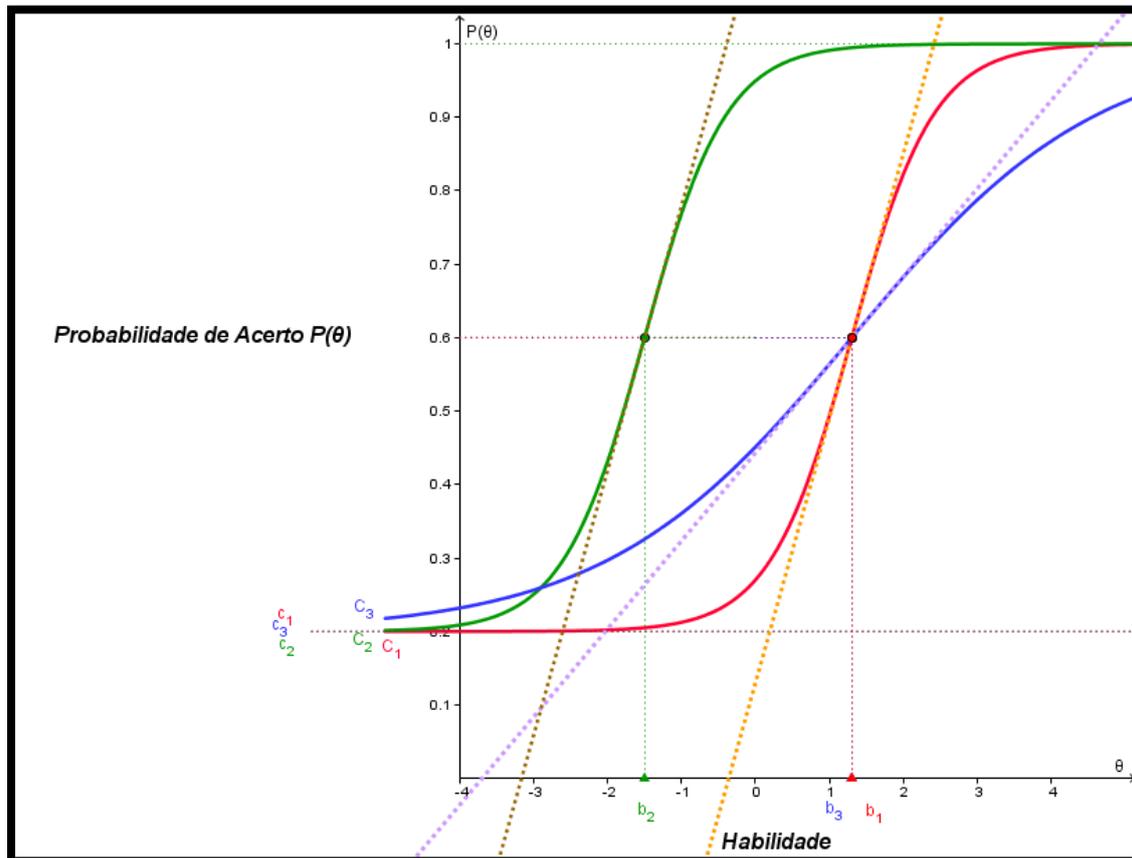
**Situação 2.** Na curva  $C_1$  os parâmetros  $a = 1,40$ ,  $b = 0,80$  e  $c = 0,20$ , na curva  $C_2$ , os parâmetros assumem os valores  $a = 0,80$ ,  $b = 0,80$  e  $c = 0,20$  e, na  $C_3$ , valores dos parâmetros são  $a = 2,00$ ,  $b = 0,80$  e  $c = 0,35$  (Figura 4).



**Figura 4:** Curva CCI, construída com o auxílio do Software Geogebra a partir de valores simulados para os parâmetros  $a$ ,  $b$  e  $c$ , mantendo o parâmetro  $b$  de dificuldade fixado.

Na Figura 4, observa-se que as Curvas  $C_1$ ,  $C_2$  e  $C_3$ , apresentam o parâmetro de dificuldade  $b$  tendo as variações dos parâmetros de discriminação  $a$  e acerto ao acaso  $c$ . Analisando as curvas  $C_1$  e  $C_2$ , observa-se que apenas a variação do parâmetro de discriminação torna o item com maior valor de  $a$ , como é esperado, mais discriminativo. Fato similar observa-se ao se comparar as funções  $C_1$  e  $C_3$  ou  $C_2$  e  $C_3$ , com o acréscimo da informação de que com a variação do parâmetro  $c$ , a probabilidade de acerto no ponto  $\theta = b$  é maior para o item representado na curva  $C_3$ , fato justificado pela variação do parâmetro  $c$ .

**Situação 3.** Na curva  $C_1$  os parâmetro  $a = 1,80$ ,  $b = 1,30$  e  $c = 0,20$ , na curva  $C_2$ , os parâmetros assumem os valores  $a = 1,80$ ,  $b = -1,50$  e  $c = 0,20$  e, na  $C_3$ , valores dos parâmetros são  $a = 0,60$ ,  $b = 1,30$  e  $c = 0,20$  (Figura 5).



**Figura 5:** Curva CCI, construída com o auxílio do Software Geogebra a partir de valores simulados para os parâmetros  $a$ ,  $b$  e  $c$ , mantendo o parâmetro  $c$  de acerto casual fixado.

Na Figura 5, o parâmetro de acerto ao acaso permaneceu constante nas curvas CCI dos itens, um resultado facilmente visível, também esperado, é que a probabilidade de acerto no ponto  $\theta = b$  é o mesmo para os três itens representados e, que as curvas recebem a inclinação proporcional a variação do parâmetro  $a$ .

### 2.2.3 Função de Informação do Item – FII

O erro de medida é um dos grandes desafios para cálculos que envolvem estimações de valores e, é comum o uso do desvio padrão na definição de tal erro. Na TRI não seria diferente, chama-se *Função de Informação de Item*, a função que estima a

variabilidade do traço latente em relação a quantidade de informação que o item apresenta, que segundo Baker(2001) *apud* Couto e Primi (2011), é individual pois depende do valor do traço latente e, portanto não se pode definir um desvio padrão para toda escala pois depende do traço latente de cada indivíduo avaliado.

Ainda para Baker(2001) *apud* Couto e Primi (2011), a função de informação diz o quão melhor cada nível de habilidade pode ser estimado, usando-se um conjunto de itens específico, isto é, a função de informação é um indicador de precisão.

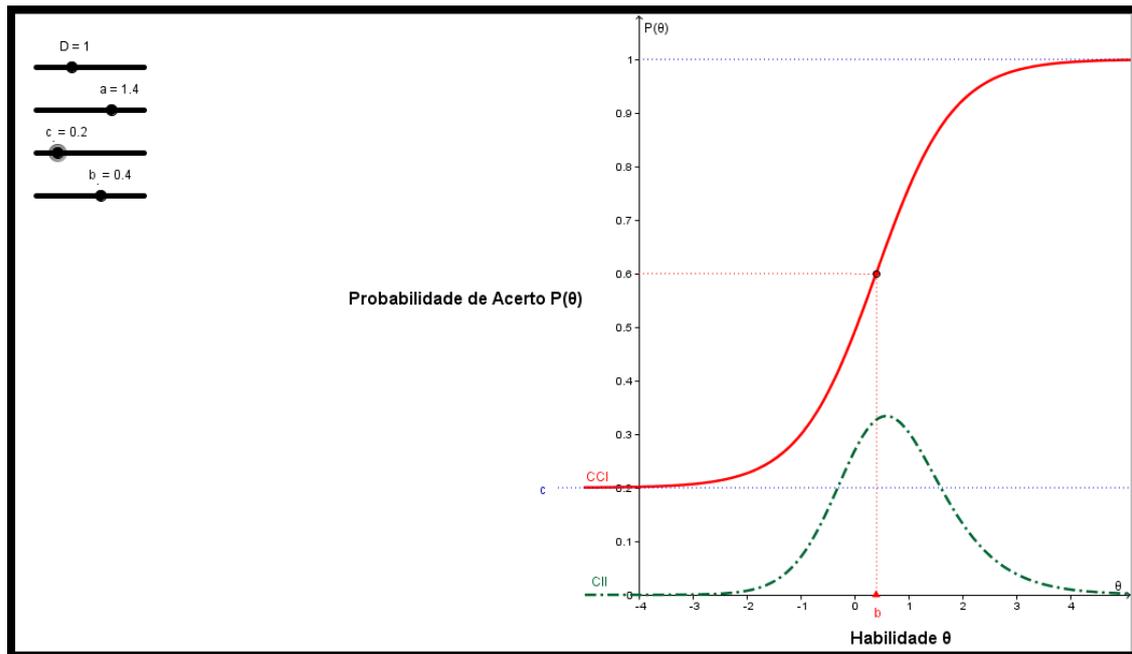
Para Couto e Primi (2011), a função de informação do item, representa um importante instrumento descritivo para um item, pois possibilita a determinação de qual valor de  $\theta$  o item apresenta maior quantidade de informações, ou ainda, a quantidade de informações que um item apresenta em determinado valor de  $\theta$ .

Para o modelo logístico unidimensional de 3 parâmetros, a função de informação de item  $I_i(\theta)$  é descrita, segundo Andrade, Tavares e Valle (2000), como:

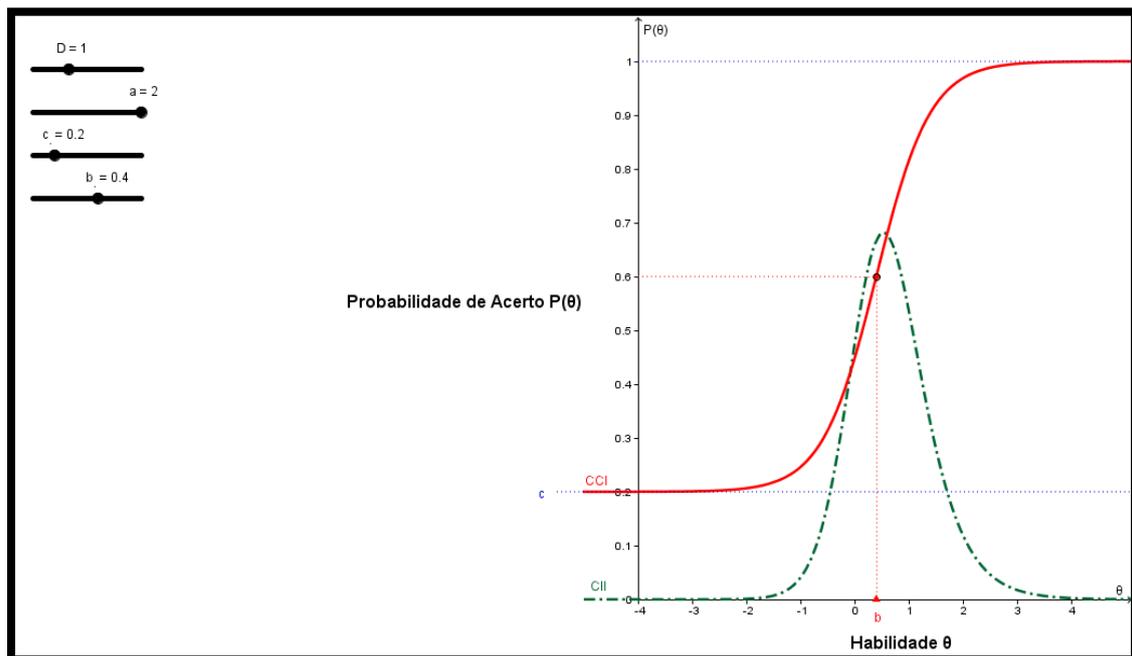
$$I_i(\theta) = D^2 a^2 \frac{(1 - P(\theta))}{P(\theta)} \left[ \frac{P(\theta) - c_i}{1 - c_i} \right]^2$$

A Função de Informação do Item fica bem representada quando traçada a Curva de Informação do Item – CII, e ainda quando comparada em conjunto com a Curva Característica do Item descreve o valor de  $\theta$  que apresenta a quantidade ótima de informações deste item.

Quando construídas juntas, as curvas características do item, de informação do item e, a análise dos parâmetros permitem uma melhor interpretação, principalmente quanto a qualidade que o item possui. Neste sentido, observa-se que uma curva CII, tem variação em seu crescimento associado diretamente a variação do parâmetro de discriminação  $a$ , bem como de forma inversa a variação de acerto ao acaso  $c$ , não sendo percebido alteração desta curva quanto a variação do parâmetro de dificuldade  $b$ . Neste sentido, Andrade, Tavares e Valle (2000), destacam que um item apresenta maior quantidade de informações quando tem um alto índice discriminativo e baixo índice de acerto ao acaso. As Figuras 6, 7, 8 e 9 descrevem bem, quando comparadas entre si, pois fica visível as relações entre a qualidade do item, sua discriminação e a quantidade de informação que este item apresenta.

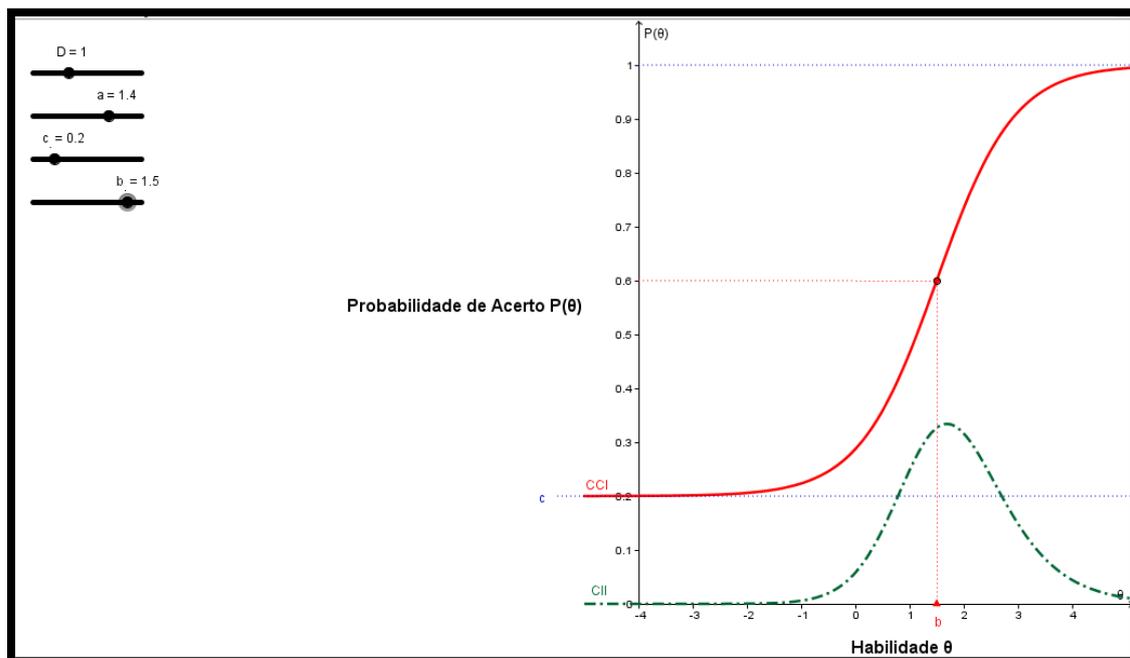


**Figura 6:** Curvas CCI e CII, construída com auxílio do Software Geogebra



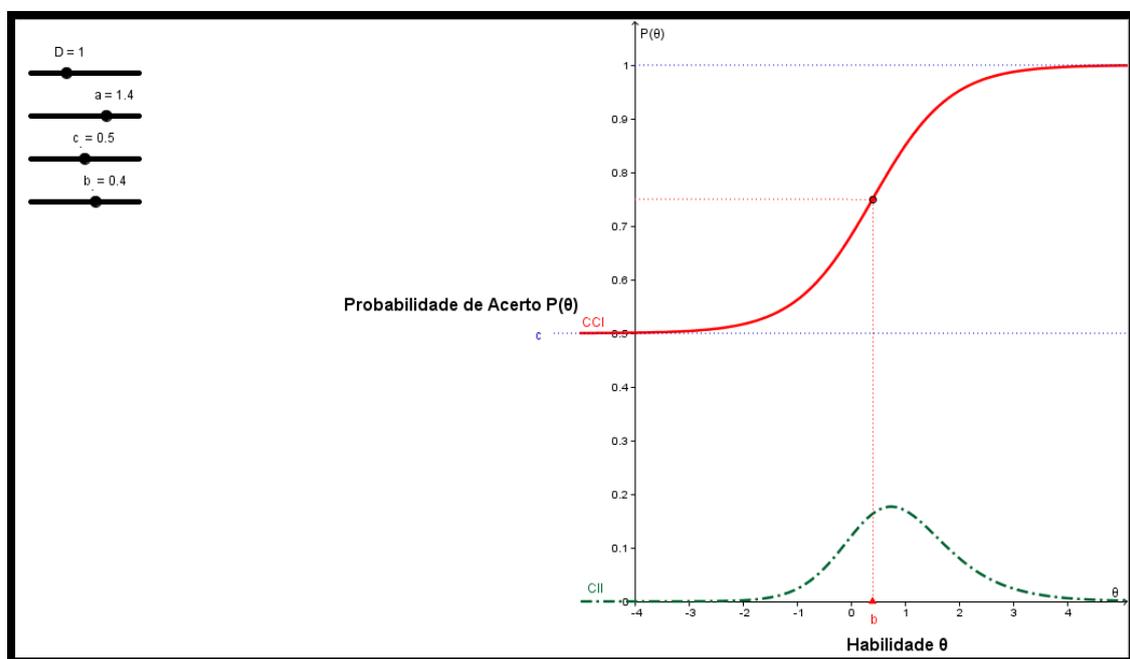
**Figura 7:** Curvas CCI e CII, construída com auxílio do Software Geogebra

A figura 7, quando comparada a figura 6, descreve um aumento considerado de informação da curva CII, com a variação para maior do parâmetro de discriminação  $a$ .



**Figura 8:** Curvas CCI e CII, construída com auxílio do Software Geogebra

De modo análogo a análise anterior, a figura 8, quando comparada a figura 6, descreve que a curva CII não foi afetada pela variação do parâmetro  $b$ .



**Figura 9:** Curvas CCI e CII, construída com auxílio do Software Geogebra

Assim como na figura 9, quando comparada com a figura 6, percebe-se uma acentuada redução na intensidade de informações expressas pela curva CII, com a variação para maior do parâmetro  $c$ .

### 2.3 Escala de Habilidades na TRI

Na TRI, a habilidade em teoria pode assumir qualquer valor real, desta forma como afirma Andrade, Tavares e Valle (2000), há necessidade de se estabelecer uma origem e uma unidade de medida para definição da escala de habilidade. Tais valores são atribuídos de modo a representar, respectivamente, o valor médio e o desvio-padrão das habilidades dos indivíduos da população em estudo. Os autores concluem afirmando que não faz sentido a análise de itens a partir de seus parâmetros sem que se conheça a unidade de medida que estes foram determinados.

### 2.4 Estimação dos parâmetros do item e as habilidades do indivíduo na TRI

A estimação das habilidades do indivíduo respondente e dos parâmetros do item aplicado a este indivíduo, que na TRI é chamada de Calibração dos parâmetros do item, representa uma das etapas determinantes no processo de análise e interpretação dos resultados.

Andrade, Tavares e Valle (2000), destacam que nesta etapa há dois conjuntos de parâmetros a serem analisados: as habilidades do indivíduo respondente e os parâmetros do item aplicado e, destaca três situações que ocorrem no processo de estimação:

- I- Conhecido as habilidades do indivíduo respondente, tem-se que estimar ou calibrar os parâmetros do item;
- II- Conhecidos os parâmetros do item, tem-se que estimar as habilidades do indivíduo;
- III- Conjuntamente tem-se que estimar as habilidades do indivíduo e os parâmetros do item.

Em qualquer uma das situações citadas acima, geralmente a estimação é feita pelo Método da Máxima Verossimilhança (ver MOOD, GRAYBILL e BOES, 1974) através da aplicação de algum processo iterativo, como o algoritmo *Newton-Raphson* ou “*Scoring*” de Fisher. Alguns procedimentos bayesianos também são aplicados com bastante frequência.

Na situação em que desejamos estimar tanto os parâmetros dos itens, quanto as habilidades, há duas abordagens usuais: estimação conjunta, parâmetros dos itens e

habilidades, ou em duas etapas, primeiro a estimação dos parâmetros dos itens e, posteriormente, das habilidades (Andrade, Tavares e Valle, 2000).

Neste trabalho será realizada a estimação tanto dos parâmetros dos itens, quanto da habilidade do indivíduo respondente através de pacotes computacionais aplicados no Programa R.

## **2.5 Programa R, Estimação e Calibração**

O software R é uma importante ferramenta no auxílio ao desenvolvimento deste trabalho, nesta seção, será descrito o software R, um pouco de sua história, linguagem utilizada e, suas aplicações específicas no tratamento e análise de informações de dados tabulados, estimação dos parâmetros dos itens e traço latente, além da construção das curvas características e de informação de itens e do teste, através dos pacotes de aplicações a psicometria, principalmente relacionadas a TRI.

### **2.5.1 O Programa R**

A história da TRI, seu desenvolvimento e aplicação, está diretamente relacionada ao desenvolvimento e uso de software capazes de realizar processamentos, calcular, estimar valores e parâmetros.

Segundo Pasquali e Primi (2003), os primeiros softwares a serem utilizados na TRI, foram BICAL, LOGIST e BILOG, todos datando do final da década de 1970 e início da década de 1980. Atualmente diversos softwares de licenças restritas ou livres, podem ser utilizadas em aplicações da TRI. Neste trabalho, será descrito e utilizado o software de licença livre chamado Programa R.

Segundo informações constantes no site do programa, acessado pelo link <http://www.r-project.org/>, R é uma linguagem e ambiente para computação estatística e gráficos. É um projeto GNU que é similar à linguagem e ambiente S, que foi desenvolvido nos Laboratórios Bell (ex- AT & T, agora Lucent Technologies) por John Chambers e colegas. O R pode ser considerado como uma implementação diferente do S. Existem algumas diferenças importantes, mas a quantidade de código escrito para S é executado inalterado sob R.

O software R fornece uma ampla variedade de estatística e técnicas gráficas (modelagem linear e não linear, testes estatísticos clássicos, análise de séries temporais,

classificação, clustering, ...), e é altamente extensível. A linguagem S é muitas vezes o veículo de escolha para a pesquisa em metodologia estatística e o R fornece uma rota Open Source para participação nessa atividade.

O R está disponível como software livre sob os termos da GNU General Public License em forma de código - fonte da Free Software Foundation. Ele compila e roda em uma ampla variedade de plataformas UNIX e sistemas similares (incluindo FreeBSD e Linux), Windows e MacOS.

### 2.5.2 O Ambiente R

R é um conjunto integrado de facilidades de software para manipulação de dados, cálculo e apresentação gráfica, inclui:

- ✓ Uma manipulação de dados eficaz e instalação de armazenamento;
- ✓ Um conjunto de operadores para cálculos em matrizes;
- ✓ Uma grande coleção, coerente e integrado de ferramentas intermediárias para análise de dados;
- ✓ Instalações gráficas para análise de dados e visualização, quer na tela ou em cópia impressa e,
- ✓ Uma linguagem de programação simples e eficaz bem desenvolvida que inclui condicionais, loops, funções recursivas definidas pelo usuário e recursos de entrada e saída.

O termo "meio ambiente" tem a intenção de caracterizá-lo como um sistema totalmente planejado e coerente, em vez de um acréscimo incremental de ferramentas muito específicas e inflexíveis, como é frequentemente o caso com outros softwares de análise de dados.

R, como S, é projetado em torno de uma linguagem de computador verdadeiro, e que permite aos usuários adicionar funcionalidades definindo assim novas funções. Grande parte do sistema é a própria escrita no dialeto R da S, que torna mais fácil para os usuários a seguir as escolhas feitas pelos algorítmicos. Para tarefas computacionalmente intensivas, as linguagens C, C++ e código Fortran podem ser ligadas e chamadas em tempo de execução. Usuários avançados podem escrever código C para manipular objetos R diretamente.

O R pode ser estendido (facilmente) por meio de pacotes. Há cerca de oito pacotes fornecidos com a distribuição R e muitos mais estão disponíveis através da família CRAN de sites na Internet que cobrem uma gama muito ampla de estatísticas modernas.

A linguagem R é interpretativa e, se faz necessário o uso de comandos em inglês com funções específicas, o que exige do usuário o domínio de códigos preestabelecidos, facilitado pela ferramenta ajuda disponível no programa e do manual de uso.

Na página do programa também se tem acesso ao manual de uso, bem como aplicações. Após realizar download e instalação é possível baixar pacotes específicos para diversas aplicações.

Neste trabalho, foi utilizado o Programa R, versão R-3.0.2.tar.gz de (2013-09-25, Frisbee Sailing), obtido no site, <http://cran-r.c3sl.ufpr.br/> e para o uso do programa nas aplicações da psicometria, serão utilizados pacotes do R, que podem ser encontrados em <http://cran-r.c3sl.ufpr.br/web/views/> aonde se obtém um conjunto de pacotes organizados na área de Psicometria chamado Psychometrics, ou acessando diretamente o link do pacote em <http://cran-r.c3sl.ufpr.br/web/views/Psychometrics.html>.

Para atender os objetivos propostos neste trabalho, foram baixados e instalados os seguintes pacotes:

1. ltm (RIZOPOULOS, 2006);
2. irtoys (PARTCHEV, 2010);
3. CTT (WILLSE; SHU, 2008).

### **2.5.3 Calibração**

Segundo Couto e Primi (2011), um dos problemas da estimação dos parâmetros dos itens na TRI se dá pelo fato de que tanto o valor de  $\theta$  dos indivíduos quanto os valores dos parâmetros dos itens aplicados são desconhecidos, conhece-se apenas as respostas dadas aos itens. Neste contexto, é necessário fazer uso de métodos de estimação, aonde interações são realizadas para estimar e re-estimar os parâmetros dos itens e habilidades dos indivíduos sucessiva e interativamente até que não se consiga melhorar mais os ajustes das curvas teóricas aos dados empíricos. Tais processos podem ocorrer de forma conjunta, calculando ao mesmo tempo os parâmetros dos itens e habilidades dos respondentes ou, fixando valores para os parâmetros e estimando a habilidade dos indivíduos.

Neste trabalho a calibração ou estimação dos itens, será realizada através do método de Máxima Verossimilhança Marginal. Tal método busca através de interações com as respostas dadas pelos indivíduos respondentes, maximizar a probabilidade de sucesso, isto é, de acerto do item. Para obtenção dos parâmetros dos itens, habilidades dos indivíduos respondentes e demais informações de análise dos dados tabulados após a aplicação dos itens, serão utilizados os recursos computacionais do programa R, em especial a função chamada *est()*, utilizada para a calibração dos itens do teste. Esta função faz parte do pacote *irtoys*, o qual foi aplicado, juntamente com os pacotes *ltm* e *CTT*, através de uma rotina adaptada do modelo apresentado em Anjos e Andrade (2012).

### **3 METODOLOGIA**

Quando foi pensado quais os objetivos deste trabalho, ficou delineado que sua execução dependeria da realização de uma série de etapas, sendo algumas concomitantes e, outras sequenciais. Assim, para se alcançar os conhecimentos necessários sobre TRI e, as condições adequadas para a construção do software que possibilite o armazenamento de itens calibrados pela TRI foi necessário:

- 1- Estudos introdutórios de Estatística Inferencial;
- 2- Compreensão dos conceitos e fundamentos da Teoria de Resposta ao Item – TRI;
- 3- Estudo do programa R e suas aplicações na TRI;
- 4- Seleção e construção de itens que atendem aos critérios da TRI;
- 5- Construção do Software;
- 6- Aplicação de questionário em uma amostra de estudantes;
- 7- Estimação dos parâmetros e Calibração de itens do teste aplicado utilizando o programa R.
- 8- Análise dos gráficos de curvas CCI e CII dos itens avaliados
- 9- Inserção dos itens selecionados no Programa e manipulação dos mesmos pelo software.

#### **3.1 Estudos introdutórios de Estatística Inferencial**

No trato inicial da pesquisa foi realizado estudos para a compreensão de conceitos estatísticos que são utilizados em modelos aplicados na TRI. Para isto, realizou-se estudos dirigidos aos conceitos introdutórios de análises estatísticas, para melhor entendimento dos métodos de estimação, as distribuições de probabilidades e outras análises do ponto de vista da Estatística Inferencial, tomando para isso a obra de Mood, Graybill e Boes (1974), como referência.

#### **3.2 Conceitos da Teoria de Resposta ao Item**

O estudo dos conceitos da Teoria de Resposta ao Item – TRI foi realizado através de pesquisa bibliográfica, com base em livros de publicações nacionais, artigos publicados e, teses de mestrados e doutorados, tendo como principal material de pesquisa

os livros publicados como resultados do SINAPE<sup>2</sup>, com ênfase as publicações de 2000 e 2012.

### **3.3 Programa R e suas Aplicações na TRI**

Os estudos da linguagem e funcionalidade do programa R foram direcionados para aplicação na TRI, no entanto o processo de instalação do programa e dos pacotes necessários, bem como simulações foram realizados seguindo os roteiros descritos no livro Teoria da Resposta ao Item com uso do R de Anjos e Andrade (2012) apresentado no 20.º Simpósio Nacional de Probabilidade e Estatística (SINAPE/2012) realizado na cidade de João Pessoa, PB, Brasil.

### **3.4 Seleção e Construção de Itens que Atendam aos Critérios da TRI**

O processo tanto de construção, quanto de seleção e adaptação de itens foi norteada pelo estudo realizado sobre a TRI. Para este projeto foi realizado a formação do banco de questões baseado em apenas um dos grandes eixos do ensino de matemática da escola básica, *Análise de Dados*, que inclui os tópicos relacionados a Análise Combinatória, Probabilidade e Estatística Descritiva conforme consta no livro PCN+ Ensino Médio (PCNEM) - Orientações Educacionais Complementares aos Parâmetros Curriculares Nacionais (Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologias), MEC/SEMT, 2000, p. 126/127. A pesquisa para a formação do banco de itens foi realizada junto a questionários de vestibulares faculdades públicas e particulares, OBMEP – Olimpíadas Brasileira de Matemática de Escolas Públicas - IMPA, Avaliações do ENEM – Exame Nacional do Ensino Médio – INEP/MEC, além de contribuições de professores voluntários, que disponibilização seus itens para compor o referido banco.

As construções e adaptações de itens para compor o banco, foram realizadas observando as condições postas pela TRI, uma vez que os itens foram submetidos a aplicação em testes a alunos voluntários e, após a tabulação dos dados foram analisados e, apenas os itens que apresentaram as características dentro do que a teoria descreve foram considerados adequados para composição do banco de itens.

---

<sup>2</sup> SINAPE - **Simpósio Nacional de Probabilidade e Estatística** é a principal reunião científica da comunidade estatística brasileira, sendo organizado pela Associação Brasileira de Estatística (ABE).

### **3.5 Construção do Software**

O programa Banco de Itens de Matemática, que será denotado por BIMat foi desenvolvido com a finalidade de auxiliar o docente da disciplina de matemática nas séries finais do ensino fundamental e no ensino médio na construção de um instrumento de avaliação que atenda as exigências necessárias a um processo de ensino de qualidade. Segundo os referenciais curriculares da Secretaria de Estado de Educação e Esportes do Acre, SEEE-AC (2010), a avaliação de aprendizagem é o processo de verificação do nível de conhecimento demonstrado pelo aluno e do nível de desenvolvimento das capacidades colocadas como objetivos do ensino, com a finalidade de subsidiar o trabalho pedagógico do professor, de possibilitar que ele ajuste as propostas de ensino às possibilidades e necessidades de aprendizagem de sua turma. Ou seja, a avaliação de aprendizagem está a serviço do planejamento do ensino.

### **3.6 Aplicação de Questionário em Amostra Populacional**

Para calibração do banco de itens foi realizado a aplicação de um teste contendo questões variadas do banco de itens, o qual foi construído com itens com diferentes níveis de dificuldades seguindo a opinião prévia dos pesquisadores. Com um total de 17 itens, o teste continha 6 itens cuja habilidade requerida era conhecimento em Análise Combinatória, 5 itens que exigiam habilidade em conhecimentos de probabilidade e 6 itens relacionados a habilidade em Estatística Descritiva e leituras de Gráfico e Tabelas (ver Apêndice).

A amostra para a aplicação dos testes foi seletiva e aplicada em turmas do Colégio de Aplicação – CAP/UFAC, Escola Estadual Professora Clícia Gadelha, Instituto Federal do Acre – IFAC e Universidade Federal do Acre – UFAC, todas localizadas na cidade Rio Branco, capital do Estado do Acre perfazendo um total de 216 respondentes participantes. Os estudantes participaram de forma voluntária da pesquisa, tendo um tempo de resolução em torno de 1h30min para o teste todo.

### **3.7 Estimação e calibração dos itens**

Após a aplicação do teste para os 216 alunos voluntários, foi realizado a correção e tabulação dos resultados, o que possibilitou a utilização no software R de uma rotina

construída para análise das informações obtidas e, que possibilitou dentre outros resultados:

- Estimação do percentual de acertos por Item;
- Estimação dos parâmetros dos itens aplicados;
- Estimação do traço latente;
- Construção das Curvas CCI e CII.

### **3.8 Análises das curvas CCI e CII, dos itens calibrados**

A análise das curvas características dos itens e de informação dos itens, associados as informações dos parâmetros dos itens proporcionou a validação dos itens considerados satisfatórios segundo as características da TRI, bem como a exclusão ou reavaliação dos itens considerados fora destas condições, os quais em sua maioria apresentavam curvas CCI decrescentes, pouca informação e/ou alta probabilidade de acerto casual.

### **3.9 Cadastramento dos itens no software BIMat**

O armazenamento dos itens considerados aceitáveis foi realizado no software BIMat e, ocorreu como etapa final da conclusão do trabalho, onde os 7 itens considerados adequados foram cadastrados.

## 4 RESULTADOS E DISCUSSÕES

### 4.1 Descrição do Grau de Dificuldade

Para uma análise precisa das informações foi criada uma escala de dificuldades tomando como referência a distribuição logística com parâmetros de dificuldade igual a zero e discriminação 1 (logística padrão). Neste sentido foram considerados os quantis a 20%, 40%, 60% e 80%. Na Tabela 1 seguem os resultados que serão usados no decorrer do trabalho.

**Tabela 1:** Escala de dificuldades utilizada como referência no trabalho.

Valor do parâmetro $b$ (dificuldade)	Grau de dificuldade
$b < -1,38$	Muito fácil
$-1,38 \leq b < -0,41$	Fácil
$-0,41 \leq b < 0,41$	Intermediário
$0,41 \leq b < 1,38$	Difícil
$b \geq 1,38$	Muito difícil

Fonte: Resultado da análise dos dados do teste aplicado no programa R

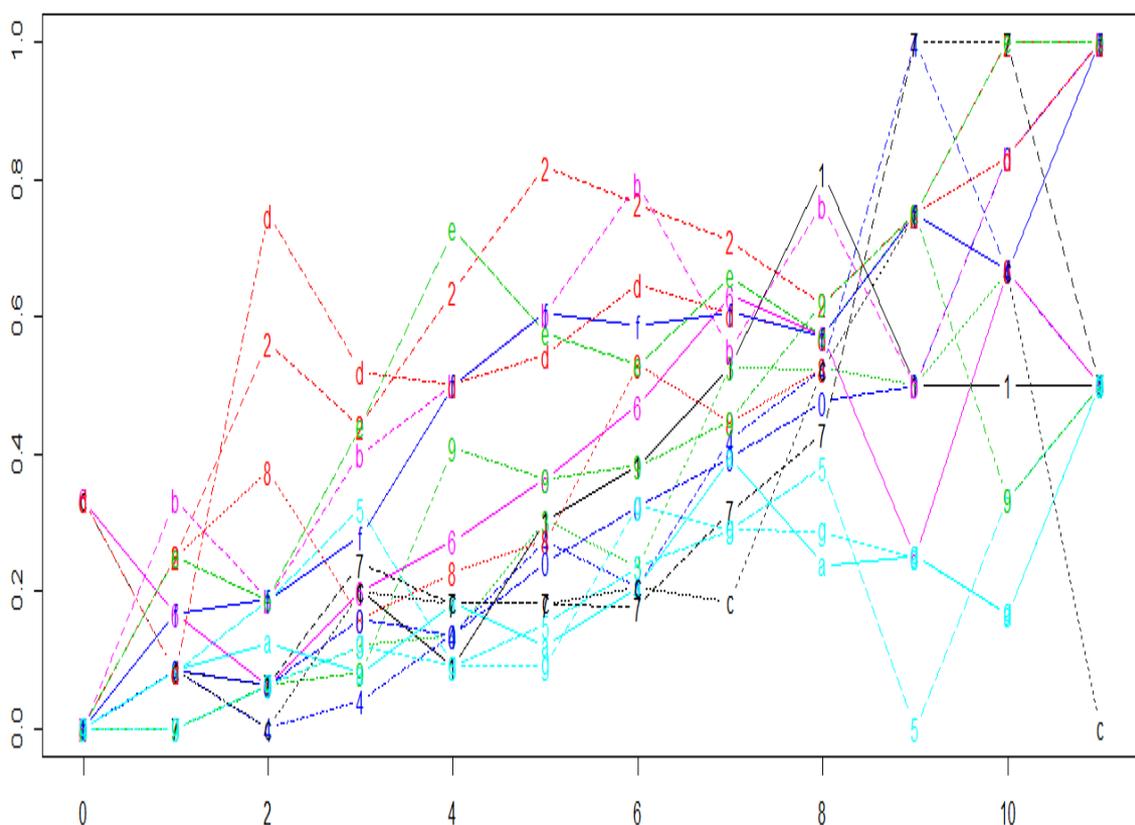
### 4.2 Estimação dos parâmetros e calibração de itens do teste aplicado utilizando o programa R

Após a aplicação do teste, a tabulação dos dados foi realizada, e um rotina R foi executada (ver Apêndice) obtendo-se diversos resultados sobre os itens e os respondentes. Uma análise descritiva dos itens foi realizada conforme Tabela 2.

**Tabela 2:** Percentual de acertos e erros dos itens referente aos 216 respondentes que participaram da pesquisa.

PORCENTAGEM DE RESPOSTAS POR ITEM		
ITEM	ACERTOS (%)	ERROS (%)
1	34,72	65,28
2	65,28	34,72
3	29,63	70,37
4	26,39	73,61
5	22,69	77,31
6	39,35	60,65
7	25,46	74,54

8	37,96	62,04
9	33,80	66,20
10	28,70	71,30
11	19,91	80,09
12	56,02	43,98
13	22,69	77,31
14	56,94	43,06
15	54,63	45,37
16	49,54	50,46
17	18,52	81,48



**Figura 10:** Gráfico do total dos escores e proporção de acertos para os itens

A Figura 10 e a Tabela 2 descrevem a proporção de acertos por item, mas a interpretação dada a estes resultados representam modelos diferenciados, pois enquanto na Tabela 2, a relação é estabelecida em termos do total de itens avaliados, a Figura 10 descreve a relação *score versus* percentual dos valores que dentre os indivíduos que apresentaram um dado score, qual o percentual de acertos que cada item representa. Assim, por exemplo, considerando o score igual a 4, pode-se dizer que aproximadamente

40% dos indivíduos que apresentaram este resultado final acertaram o item 9, aproximadamente, 25% acertaram o item 6, aproximadamente 62% acertaram o item 2.

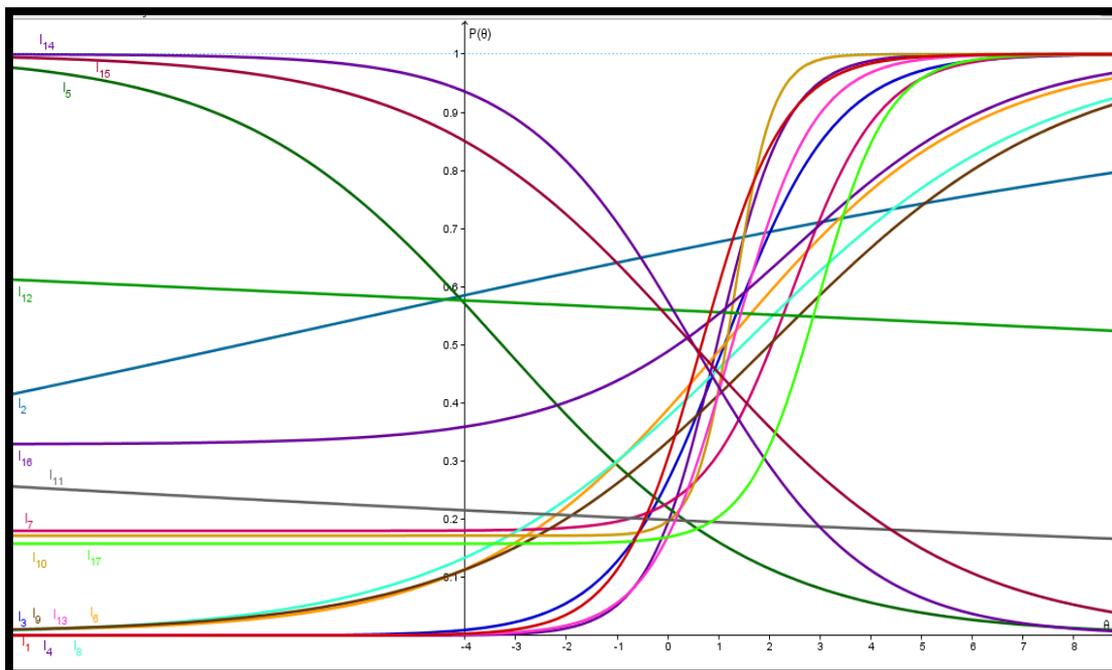
O resultado da estimação dos parâmetros dos itens, Tabela 3, apresenta para cada item aplicado no teste as informações dos parâmetros de dificuldade, discriminação e acerto ao acaso com erro inferior a  $10^{-4}$ , o que representa um alto grau de precisão. Com os dados da tabela foi possível a análise das curvas CCI e CII, o que permitiu a descrição de cada item e quais serão considerados adequados para composição do banco de itens.

**Tabela 3:** Estimativa dos parâmetros dos itens com erro inferior a  $10^{-4}$  após a aplicação da rotina R elaborada do Apêndice B.

ESTIMATIVA DOS PARÂMETROS DOS ITENS			
ITENS	DISCRIMINAÇÃO	DIFICULDADE	ACERTO ACASO
1	1,2356	0,6633	0,0000
2	0,0817	-7,0610	0,0353
3	0,9095	1,1134	0,0001
4	1,4718	0,9667	0,0000
5	-0,3877	-3,2706	0,0003
6	0,4107	1,1410	0,0070
7	1,1406	2,4383	0,1801
8	0,3426	1,4903	0,0021
9	0,3483	2,0311	0,0049
10	2,6598	1,3105	0,1718
11	-0,0275	-54,8422	0,0216
12	-0,0174	7,5294	0,0587
13	1,2515	1,2660	0,0008
14	-0,5930	0,5082	0,0002
15	-0,3863	0,4924	0,0009
16	0,4724	2,4615	0,3289
17	1,4481	2,9646	0,1580

#### 4.2.1 Análise dos Gráficos de Curvas CCI e CII dos Itens Avaliados

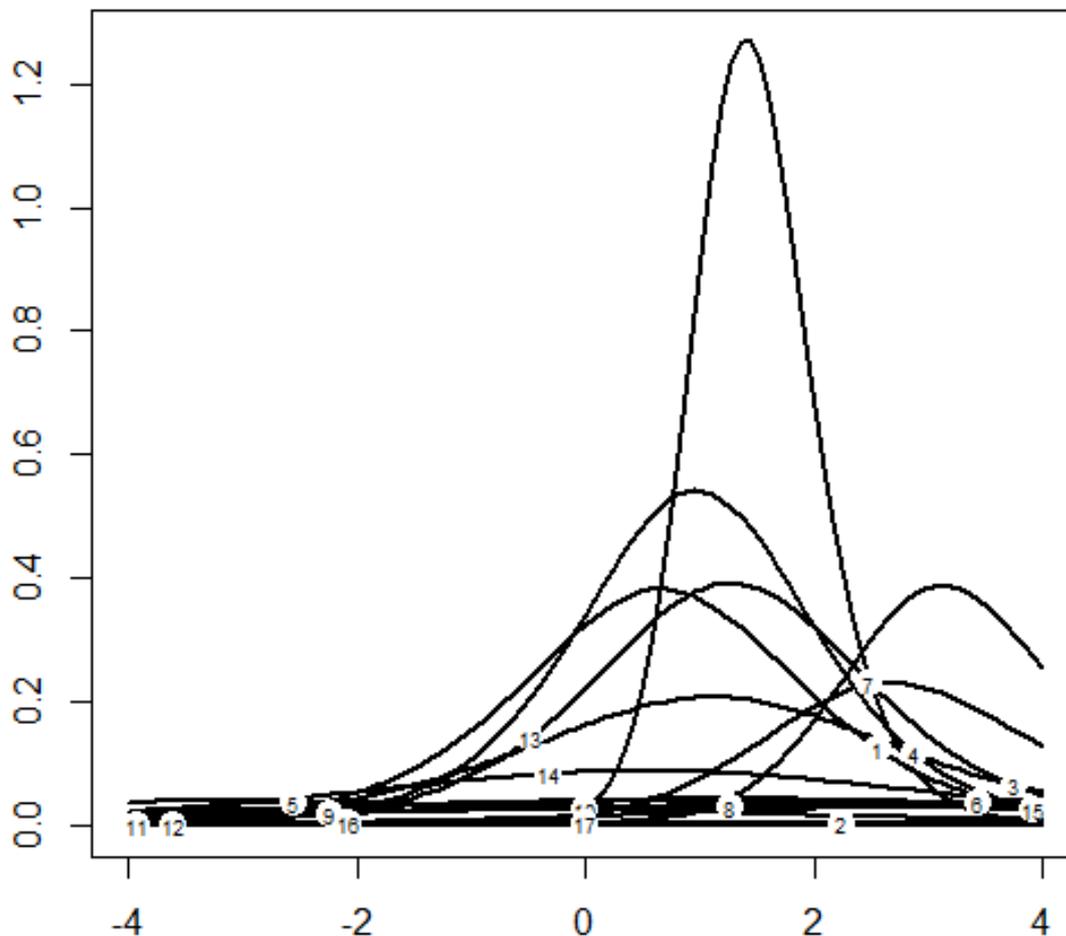
Com base nos parâmetros estimados na Tabela 2, foram construídas as Curvas Características do Item (CCI) para cada um dos itens avaliados, segundo o Software Geogebra (Figura 11).



**Figura 11:** CCI dos 17 itens avaliados na pesquisa, construídas com auxílio do software Geogebra.

Pode-se observar que alguns itens claramente não servirão para o banco de dados pois apresentam comportamento que destoa do que preconiza a teoria, apresentando comportamentos decrescente com relação a habilidade dos participantes. Por exemplo, os itens 5, 14 e 15 apresentam tal comportamento, o que indicaria que a medida que habilidade dos indivíduos aumenta a probabilidade de acerto dos mesmos diminuiria (Figura 11).

Alguns itens apresentam baixo índice de discriminação, não sendo razoáveis para a pesquisa, como é o caso, por exemplo dos itens 2 e 11. Enquanto outros demonstraram atender as condições para serem aplicados como instrumentos com alta capacidade avaliativa, como por exemplo os itens 1 e 13, entre outros (Figura 11). Uma análise individual de cada item foi realizada para se obter àqueles com as melhores descrições com relação aos parâmetros de dificuldade, discriminação e acerto casual, conforme Figuras 13 à 29.

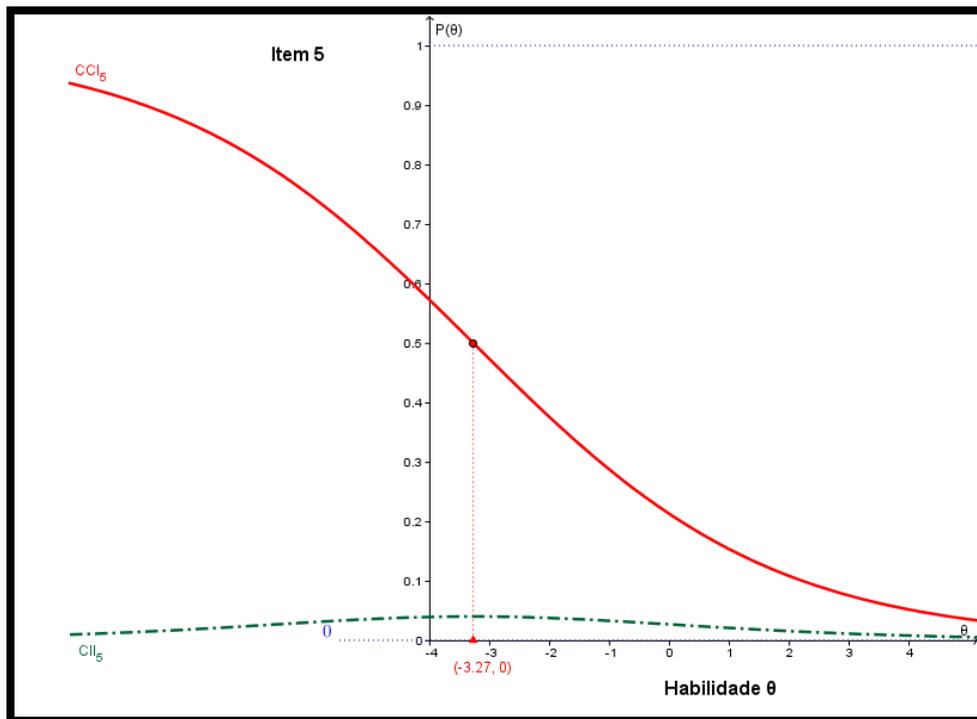


**Figura 12:** CII dos 17 itens avaliados na pesquisa, construídas com auxílio do software R.

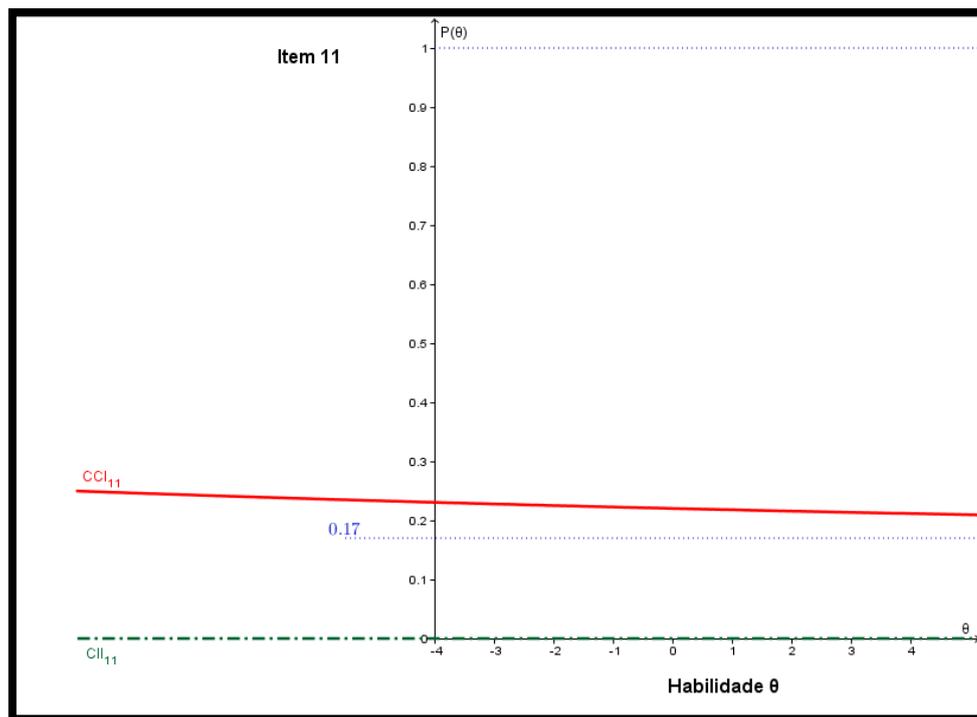
Em uma análise das informações apresentadas, percebe-se que alguns itens demonstram serem poucos eficientes como instrumentos avaliativo. Para uma análise mais precisa foi feita uma divisão dos itens analisados em quatro grupos:

### **1- Itens que após análise foram considerados fora dos padrões da TRI**

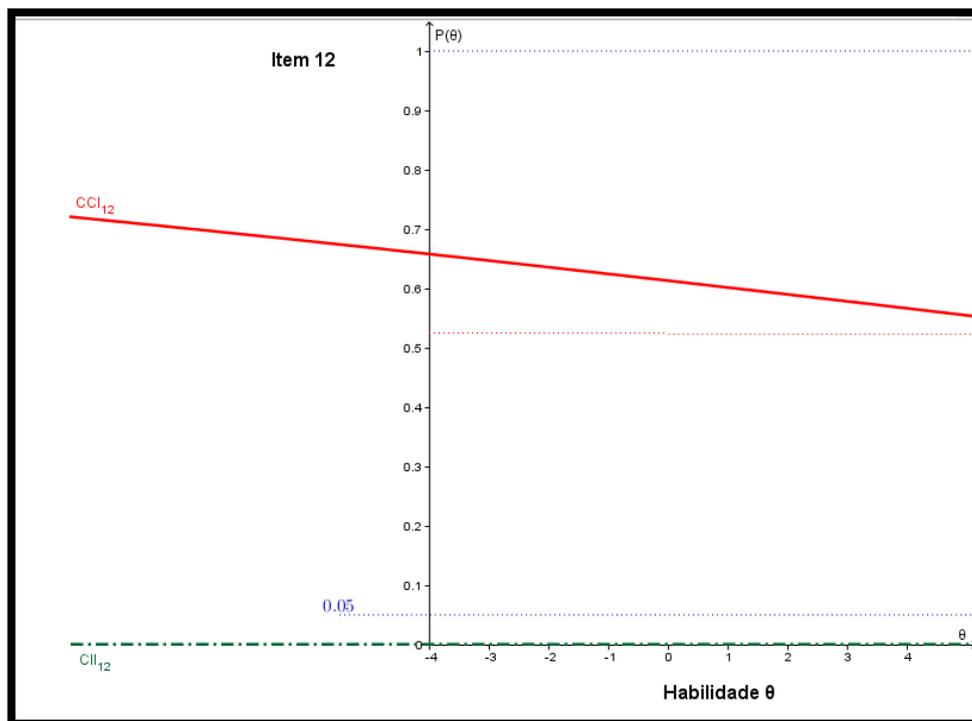
Para este critério foi considerado todos os itens apresentavam a curva CCI, com traço de uma função monótona decrescente.



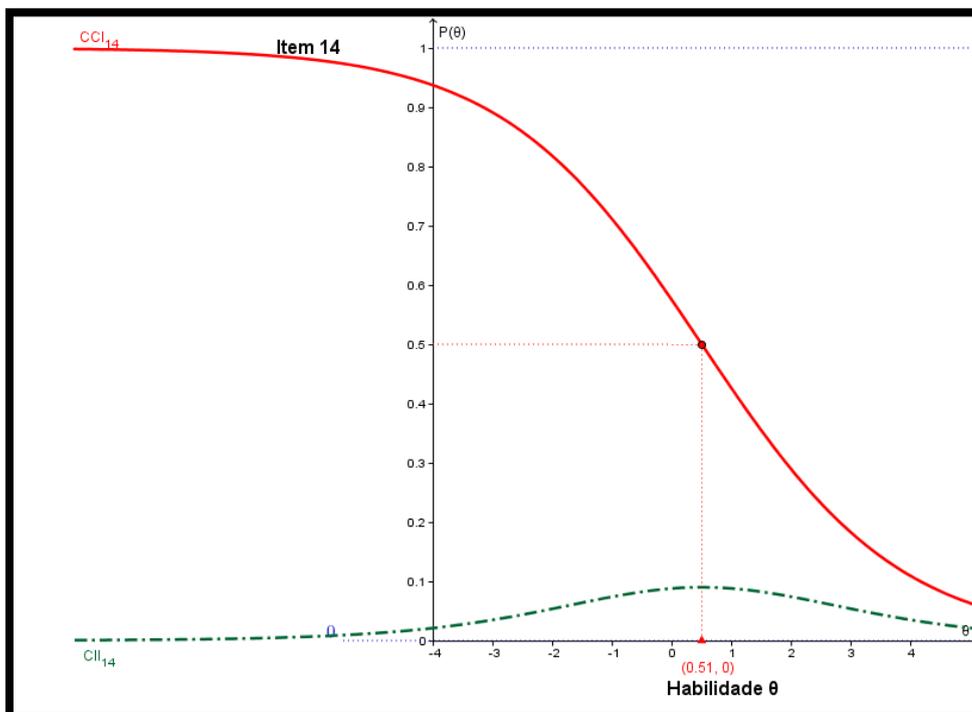
**Figura 13:** CCI e CII para o item 5 construída a partir dos resultados da Tabela 2 e com auxílio do software GeoGebra.



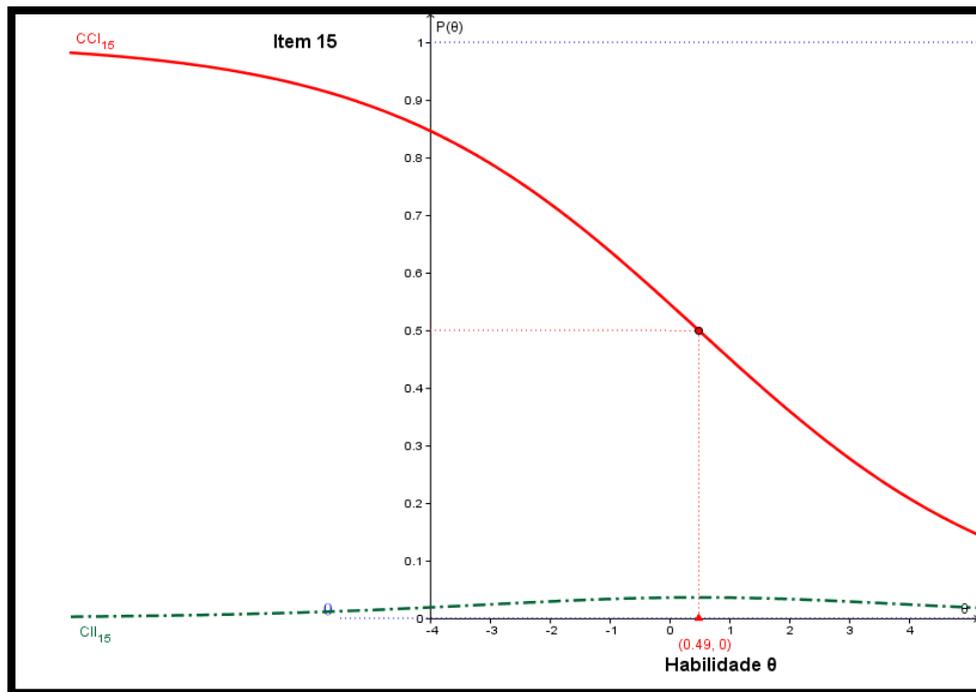
**Figura 14:** CCI e CII para o item 11 construída a partir dos resultados da Tabela 2 e com auxílio do software GeoGebra.



**Figura 15:** CCI e CII para o item 12 construída a partir dos resultados da Tabela 2 e com auxílio do software GeoGebra.



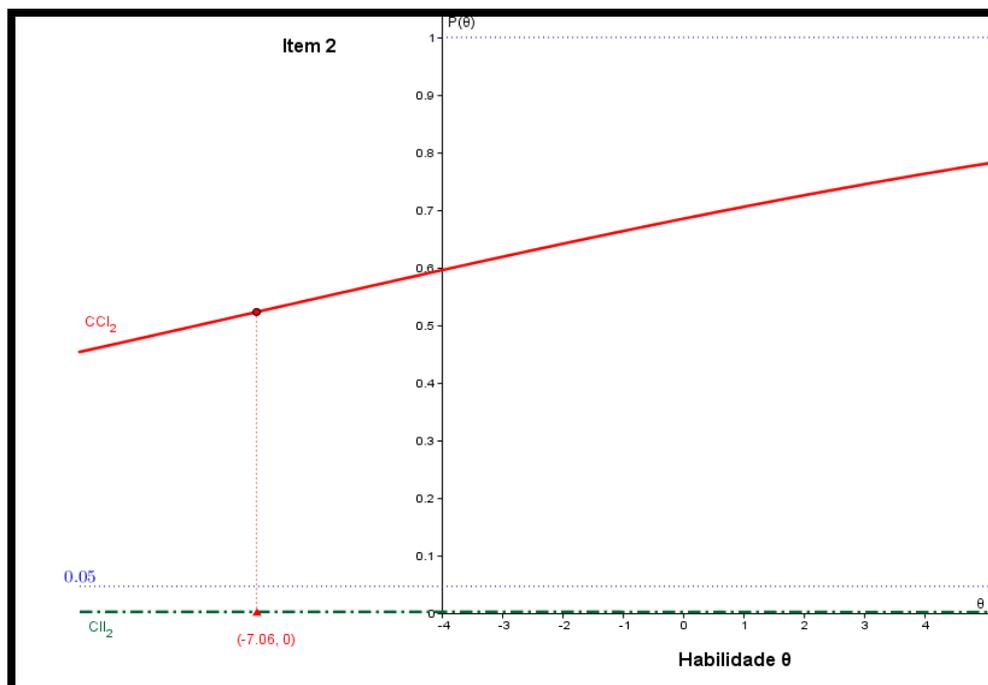
**Figura 16:** CCI e CII para o item 14 construída a partir dos resultados da Tabela 2 e com auxílio do software GeoGebra.



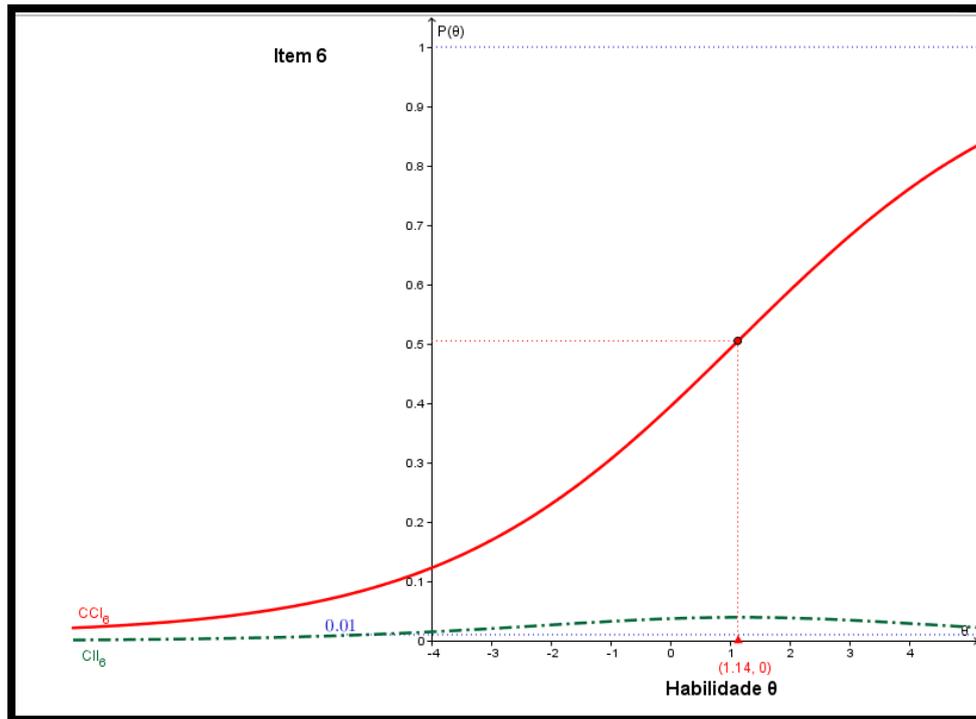
**Figura 17:** CCI e CII para o item 15 construída a partir dos resultados da Tabela 2 e com auxílio do software GeoGebra.

## 2- Pouca informação e baixa discriminação

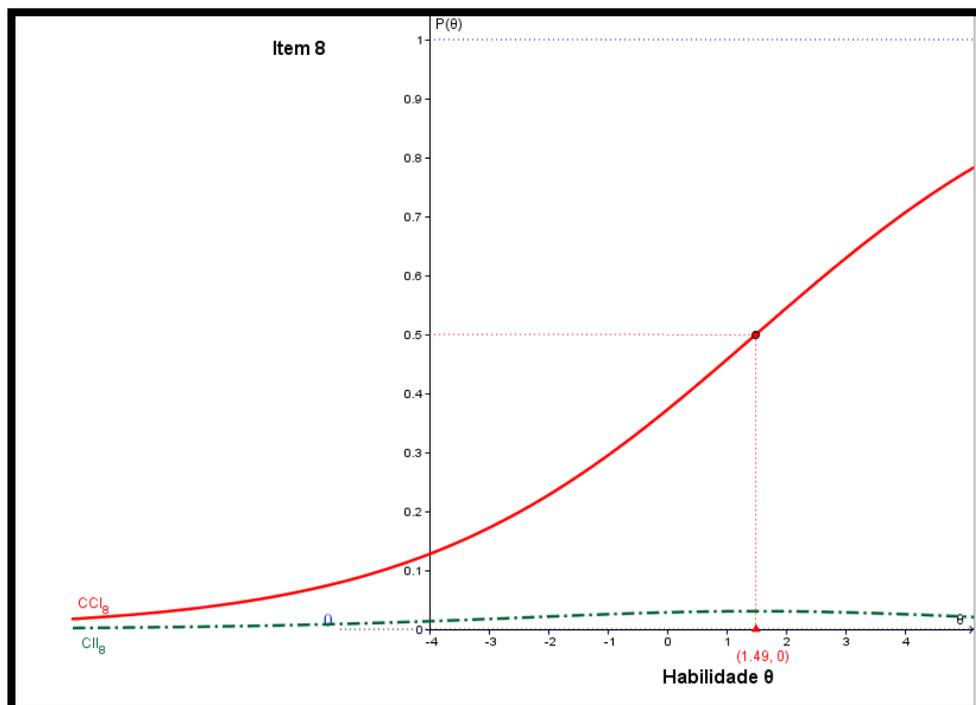
Neste critério foi selecionado os itens que apresentação um curva CII sem informação ou com pouca informação e mesmo apresentando uma curva CCI monótona crescente, o item apresenta pouca discriminação.



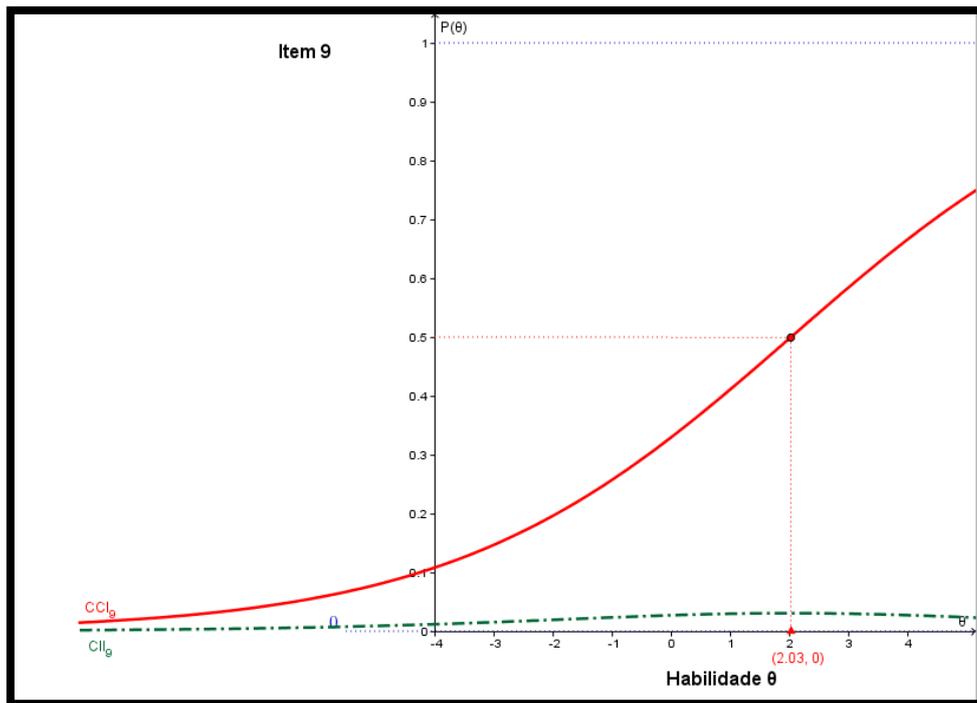
**Figura 18:** CCI e CII para o item 2 construída a partir dos resultados da Tabela 2 e com auxílio do software GeoGebra.



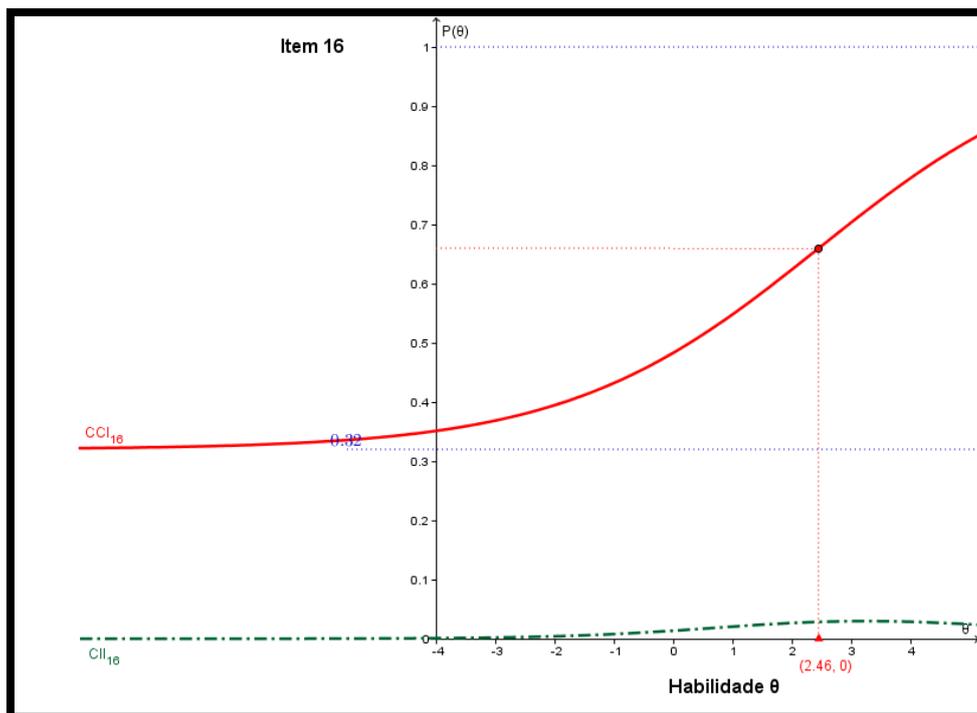
**Figura 19:** CCI e CII para o item 6 construída a partir dos resultados da Tabela 2 e com auxílio do software GeoGebra.



**Figura 20:** CCI e CII para o item 8 construída a partir dos resultados da Tabela 2 e com auxílio do software GeoGebra.



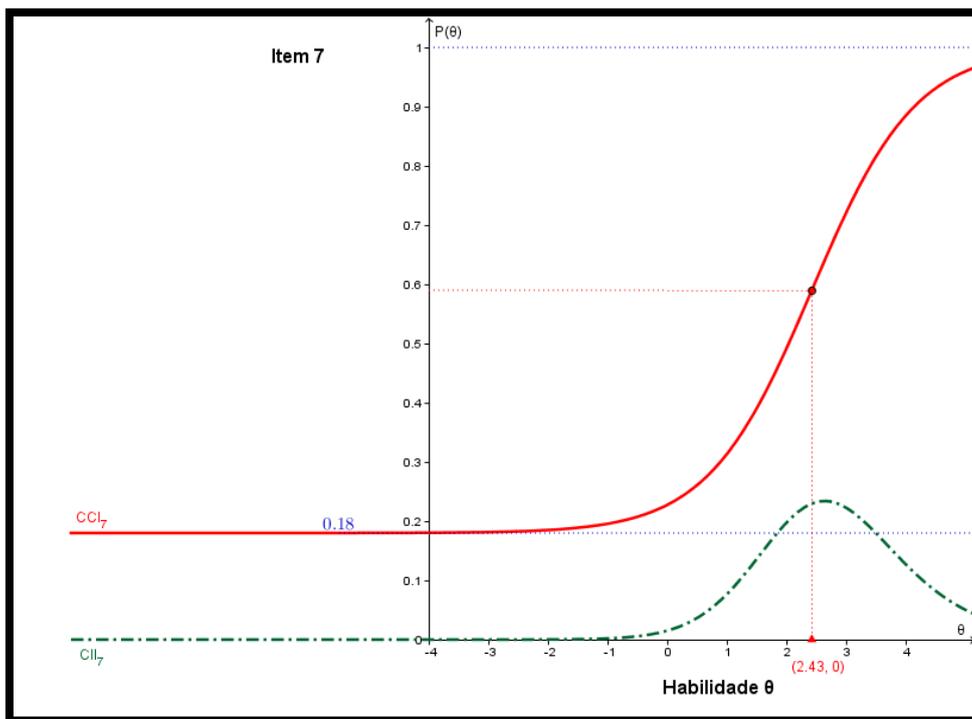
**Figura 21:** CCI e CII para o item 9 construída a partir dos resultados da Tabela 2 e com auxílio do software GeoGebra.



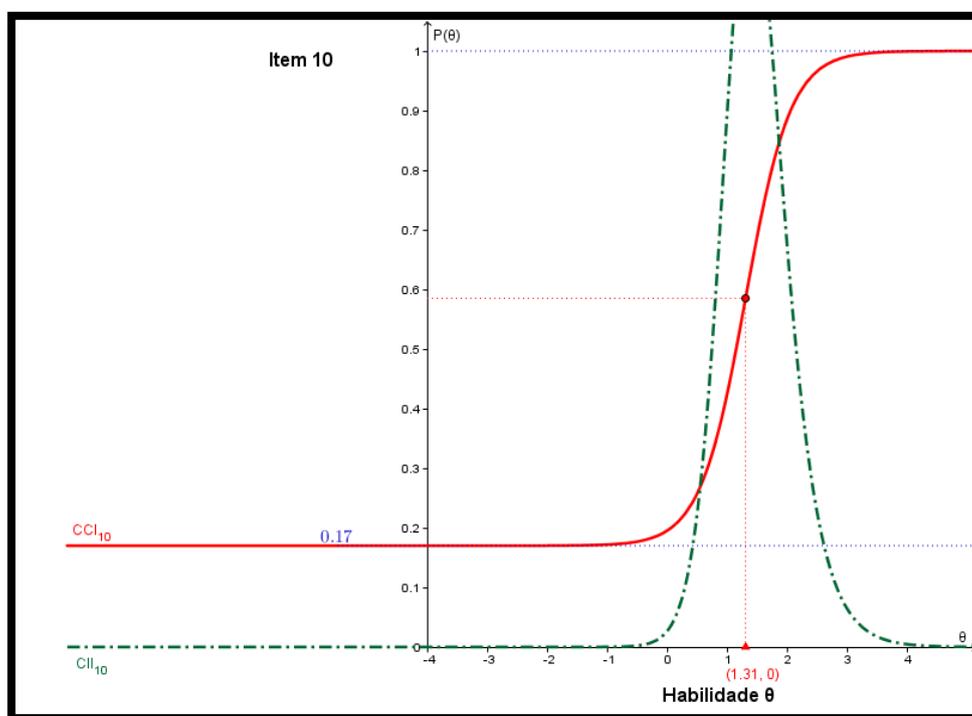
**Figura 22:** CCI e CII para o item 16 construída a partir dos resultados da Tabela 2 e com auxílio do software GeoGebra.

### 3- Boa informação, pouca discriminação e probabilidade de acerto casual aceitável

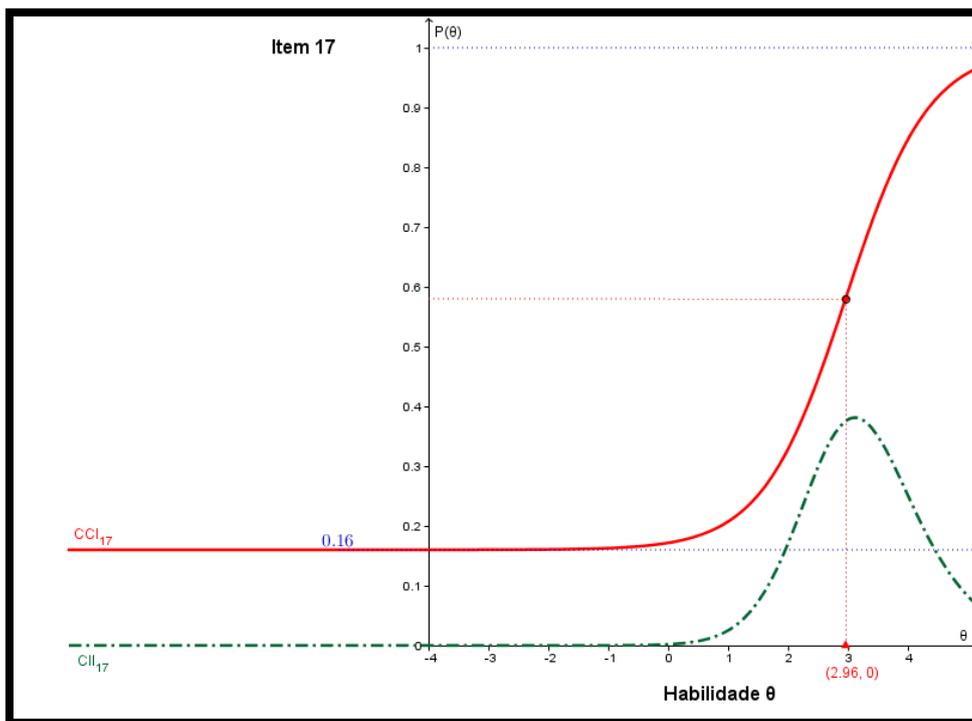
Neste caso os itens foram considerados bons itens.



**Figura 23:** CCI e CII para o item 7 construída a partir dos resultados da Tabela 2 e com auxílio do software GeoGebra.



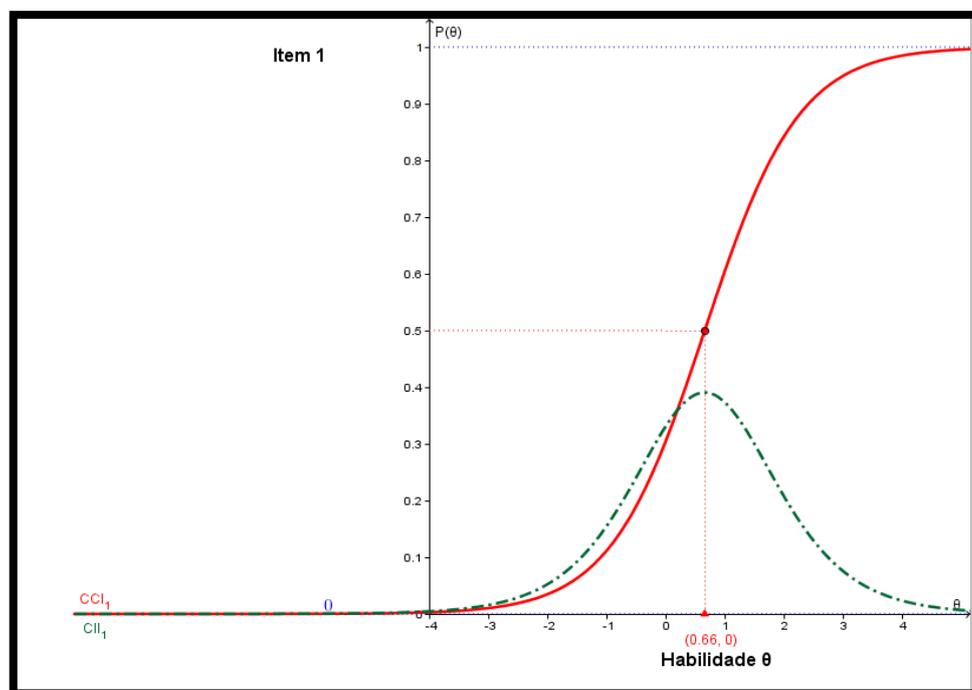
**Figura 24:** CCI e CII para o item 10 construída a partir dos resultados da Tabela 2 e com auxílio do software GeoGebra.



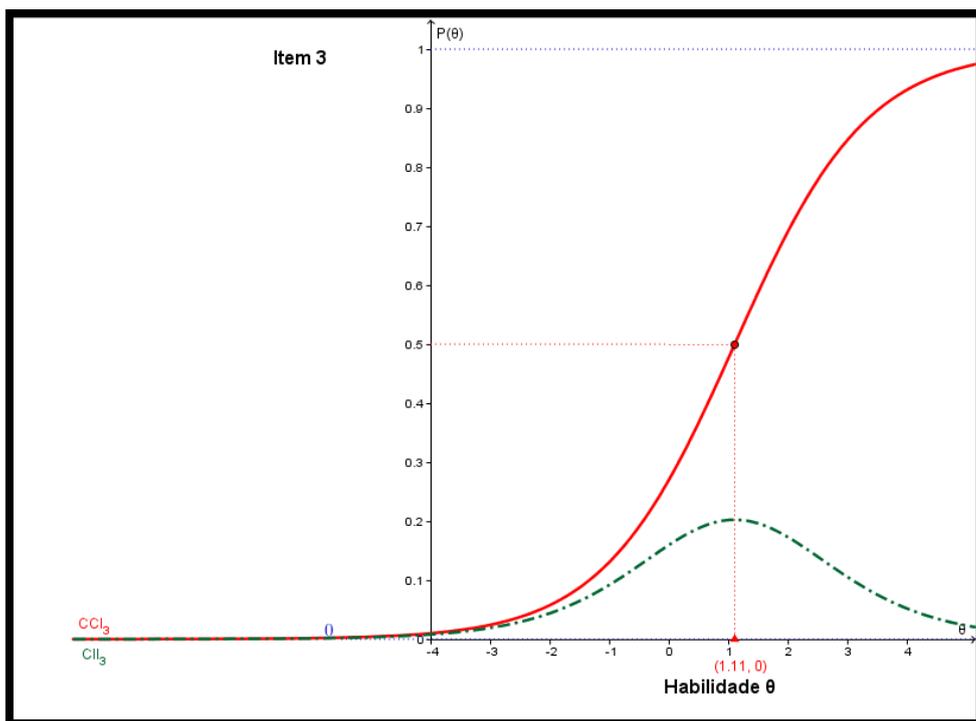
**Figura 25:** CCI e CII para o item 17 construída a partir dos resultados da Tabela 2 e com auxílio do software GeoGebra.

#### 4- Muita informação, alta discriminação e baixa probabilidade de acerto ao acaso

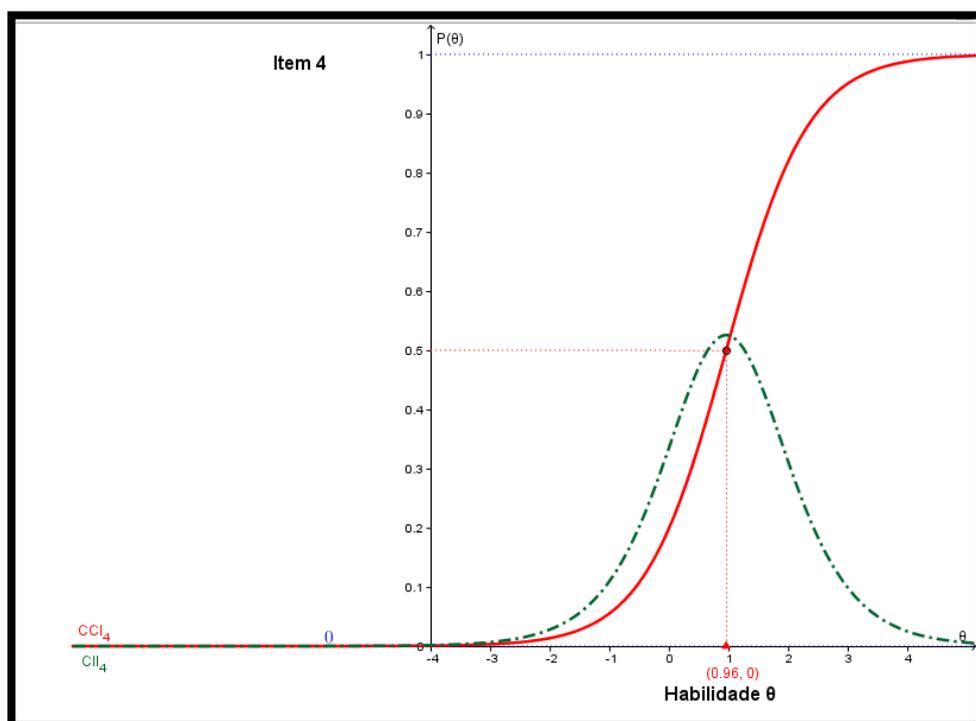
Estes itens foram os considerados mais adequados dentro da análise realizada.



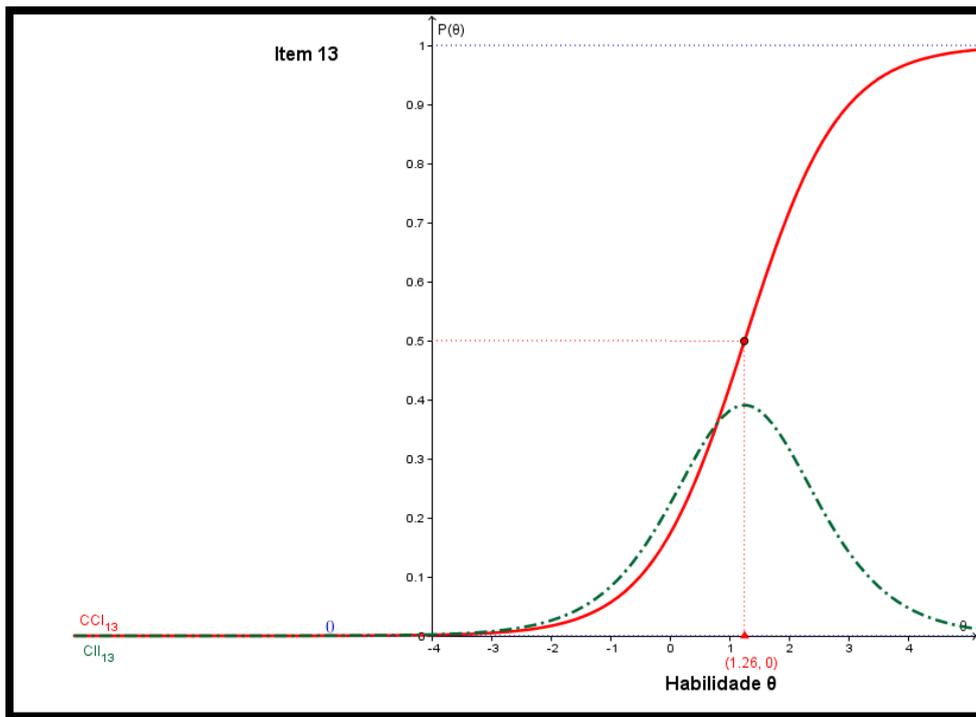
**Figura 26:** CCI e CII para o item 1 construída a partir dos resultados da Tabela 2 e com auxílio do software GeoGebra.



**Figura 27:** CCI e CII para o item 3 construída a partir dos resultados da Tabela 2 e com auxílio do software GeoGebra.



**Figura 28:** CCI e CII para o item 4 construída a partir dos resultados da Tabela 2 e com auxílio do software GeoGebra.



**Figura 29:** CCI e CII para o item 13 construída a partir dos resultados da Tabela 2 e com auxílio do software GeoGebra.

Como citado anteriormente, na seção 2.2.3, Andrade, Tavares e Valle (2000), destacam que um item apresenta maior quantidade de informações quando tem um alto índice discriminativo e baixo índice de acerto ao acaso.

Em análise das curvas CCI e CII dos itens aplicados é possível construir uma classificação dos itens em relação à quantidade de informação e discriminação. Assim, destacam-se os itens que apresentam:

- ✓ Padrões fora de avaliação pela TRI: 5, 11, 12, 14 e 15;
- ✓ Pouca informação e baixa discriminação: 2, 6, 8, 9 e 16;
- ✓ Boa informação, boa discriminação e probabilidade de acerto ao acaso razoável: 7, 10 e 17;
- ✓ Muita informação, alta discriminação e baixa probabilidade de acerto ao acaso: 1, 3, 4 e 13.

Nestas condições serão considerados itens com características avaliativas, segundo os pilares da TRI: 1, 3, 4, 7, 10, 13 e 17.

Para os demais itens há necessidade de reavaliar suas elaborações, com vistas à correção de problemas como coesão, clareza da habilidade exigida, correção das

alternativas ou até mesmo, layout e disposição do item no teste. Em última análise o descarte do item se faz necessário, uma vez que não atingiu a aos critérios exigidos.

Neste contexto, se faz necessário um instrumento que contribua com a construção e análise dos resultados obtidos de sorte que se possa ter confiança e garantias que os resultados obtidos foram os mais representativos da verdadeira habilidade dos indivíduos em estudo, refletindo o rendimento dos mesmos na avaliação. O BIMat é um software de fácil utilização e que tem entre suas aplicações, fornecer através de um banco de itens em matemática, elementos para construção de um teste que tem como referência os parâmetros da TRI.

Com o objetivo de tornar o software BIMat um instrumento acessível aos docentes da disciplina de matemática será descrito nos resultados, um tutorial do programa, demonstrando as características do mesmo, os procedimentos para pesquisa, seleção de itens no banco, geração do teste e gabarito, inserção de novos itens e exclusão, bem como os procedimentos para análise dos dados obtidos a partir da aplicação do teste ao público alvo.

## 5 SOFTWARE BIMat

### 5.1 Descrição

O software BIMat é um programa local e roda nos sistemas operacionais mais usados, tais como: Windows, Linux e iOS. Para leitura do teste o BIMat, necessita que haja instalado um programa de leitura de arquivos no formato (.PDF).

O BIMat foi desenvolvido usando a linguagem orientada a objetos denominada Java. Segundo informações disponíveis e de uso no link [http://pt.wikipedia.org/wiki/Java\(linguagem\\_de\\_programa%C3%A7%C3%A3o\)](http://pt.wikipedia.org/wiki/Java(linguagem_de_programa%C3%A7%C3%A3o)) do site Wikipédia (11.02.2014), **Java** é uma linguagem de programação orientada a objeto desenvolvida na década de 1990 por uma equipe de programadores chefiada por James Gosling, na empresa Sun Microsystems. Diferentemente das linguagens convencionais, que são compiladas para código nativo, a linguagem Java é compilada para um *bytecode* que é executado por uma máquina virtual.

A plataforma de desenvolvimento através do software Eclipse, segundo informações encontradas no link, [http://pt.wikipedia.org/wiki/Eclipse\\_\(software\)](http://pt.wikipedia.org/wiki/Eclipse_(software)), do site Wikipédia (11.02.2014), **Eclipse** é um programa de computador que reúne características e ferramentas de apoio ao desenvolvimento de *software* com o objetivo de agilizar este processo e é utilizado para desenvolvimento Java, porém suporta várias outras linguagens a partir de plugins como C/C++, PHP, ColdFusion, Python, Scala e plataforma Android. Ele foi feito em Java e segue o modelo open source de desenvolvimento de software.

A Construção do software foi idealizada quanto da pesquisa inicial sobre a Teoria de Resposta ao Item – TRI, cujo o objetivo é desenvolver um software que permita a construção de testes, em que o elaborador possa discriminar o nível de dificuldade das questões com base na TRI. A ideia é fornecer ao usuário a possibilidade de elaboração de um teste em que os itens sejam selecionados conforme a TRI, sem exigir do usuário conhecimentos específicos sobre a mesma. Neste sentido, o banco de dados será alimentado por itens que tenham alto valor de discriminação e baixo valor de probabilidade acerto casual. É interessante que no BIMat tenham-se itens percorrendo todos os níveis de dificuldade.

Esta pesquisa é preliminar, sendo necessário um aumento do banco de itens em trabalhos futuros para que o mesmo possibilite ao usuário a construção de testes bem

elaborados. Deve-se notar que o número de itens que esta pesquisa está focada ainda é muito pequeno, além disso, restrito a um único eixo temático da matemática do Ensino Fundamental e Médio. Nada impede que em trabalhos futuros questões relacionadas a outras áreas do conhecimento ou a componentes curriculares sejam facilmente adaptados ao programa.

Para projetar o programa houve necessidade de buscar parceria técnica sobre programação. Nesta busca foi discutida a proposta com a acadêmica do curso de Sistemas de Informação da UFAC, Sarah Cristina dos Santos Soares, que aceitou realizar auxílio no desenvolvimento do software.

Para o processo inicial foi realizado um tratamento de arquivo para cadastro das questões, onde armazena as informações no banco de dados, logo após foi tratado o processo de consulta do banco de questões para que sejam apresentados todos os dados de acordo com os requisitos para possível discriminação da dificuldade dos itens que contemplem os requisitos.

Após a formação de um banco de itens com uma quantidade de itens satisfatório, o software BIMat será disponibilizado para download através do link que serão vinculado a sites de buscas. Após realizar o download do programa deve-se descompactar a pasta baixada, a qual contém o aplicativo, arquivo tutorial e o banco de itens cadastrados, o usuário deverá copiá-la para o local desejado, em seguida, criar um atalho do aplicativo, usualmente, para área de trabalho (recomendado) ou barra de tarefas.

O software BIMat pode ser baixado na página do Grupo de Pesquisa em Questões Educacionais envolvendo Matemática e Estatística – GEQEME, no endereço eletrônico [www.geqeme.com.br](http://www.geqeme.com.br).

## **5.2 Operacionalização do Software**

Para auxiliar o usuário na operacionalização do software BIMat, será realizado uma descrição tanto de suas características quanto e, principalmente, de suas funções operacionais.

Ao executar o software BIMat aparecerá a tela inicial, Figura 30, com os ícones cadastrar novo item, buscar item/construir teste e sair do programa.



**Figura 30:** Página inicial do BIMat

### 5.2.1 Cadastrando Novo Item

Quando selecionada a opção cadastrar novo item, será aberto a tela para cadastro do novo item, Figura 31, o qual poderá ser inserido por uma ou combinação das principais opções de entradas de dados: digitação do texto, opção copiar e colar texto ou no caso de figuras e imagens, utilizar a opção buscar de imagem em uma pasta do computador, neste caso, recomenda-se criar uma subpasta dentro da pasta do programa, para armazenar as figuras e imagens usadas nos itens.

A tela cadastrar novo item apresenta as opções:

- Parâmetro de discriminação, parâmetro de dificuldade e Parâmetro de acerto casual;
- Modalidade de ensino
- Assunto, Gráfico das curvas CCI e CII do item;
- Texto;
- Enunciado;
- Alternativa;

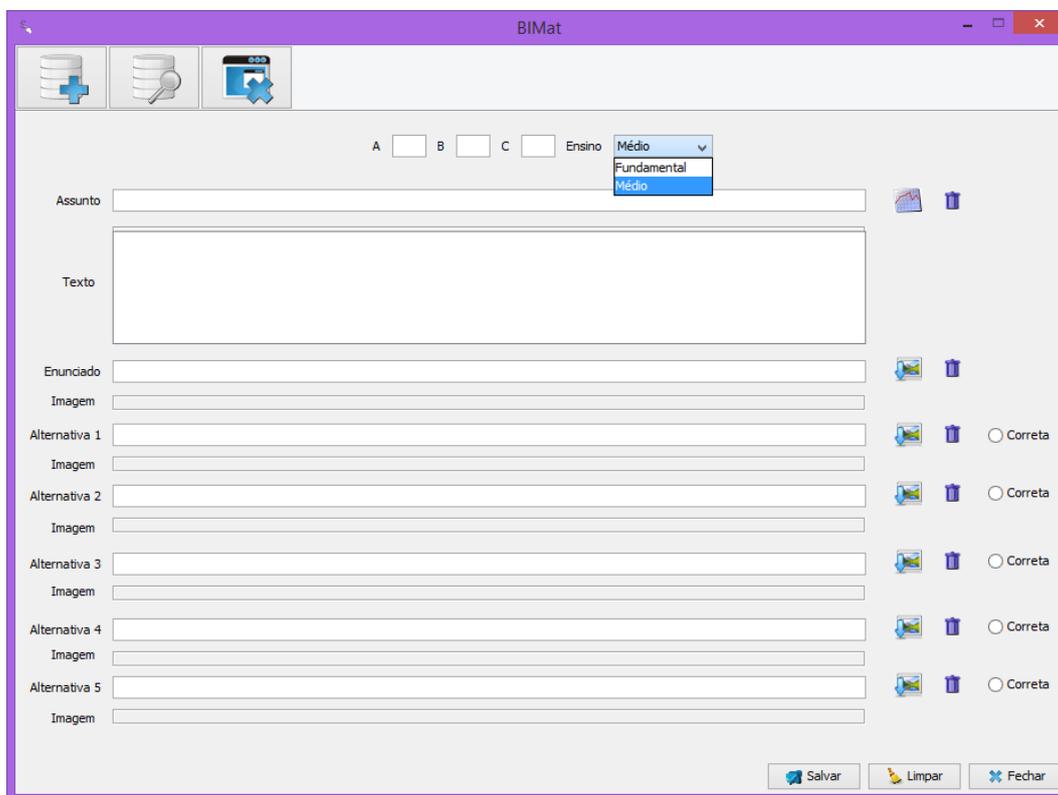
- Imagem;
- Indicação da Alternativa Correta.

Além das teclas de operações: Excluir, Salvar, Limpar e Fechar.

A característica do item será indicada, pelos coeficientes de discriminação  $a$ , de dificuldade  $b$  e probabilidade de acerto ao acaso  $c$ , o usuário deverá inserir os valores e acordo com os resultados obtidos após a tabulação e análises realizadas com o uso do software R, o resultado deste dados serão classificados pelo BIMat em cinco opções: Muito fácil, fácil, médio, difícil ou muito difícil, em acordo com as informações da análise e seleção do item, de acordo com as condições descritas na Tabela 1.

**Figura 31:** Cadastro de novo item

Na opção Modalidade de Ensino, deverá ser escolhido qual a opção do nível de ensino do qual é exigida a habilidade do indivíduo respondente: Ensino Fundamental ou Ensino Médio, Figura 32.



**Figura 32:** Modalidade de Ensino

Após a escolha da modalidade de ensino aparecerá um novo ícone com a opção do eixo temático e, quando escolha do nível ensino médio e seu eixo temático, aparecerá a opção seleção do conteúdo, Figuras 33, 34 e 35, que deve ser selecionado em acordo com as orientações apresentadas nos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN's) da área de Matemática do Ensino Fundamental (1998), p. 50/53, nas quais o ensino de matemática é dividido em quatro eixos: *Números e Operações*, *Grandezas e Medidas*, *Espaços e Formas* e *Tratamento da Informação*. No mesmo sentido, os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN's) da área de Matemática do Ensino Médio (2000), p. 120/132, estabelece três temas: *Álgebra: números e funções*, *Geometria e medidas* e *Análise de dados*. No caso da seleção da Modalidade ensino médio, aparecerá um novo ícone com a opção conteúdo, mas que pode ser ainda mais específico utilizando a opção Assunto.

BIMat

A  B  C  Ensino: Fundamental Eixo/Tema: Números e Operações

Assunto: \_\_\_\_\_

Texto: \_\_\_\_\_

Enunciado: \_\_\_\_\_

Imagem: \_\_\_\_\_

Alternativa 1: \_\_\_\_\_  Correta

Imagem: \_\_\_\_\_

Alternativa 2: \_\_\_\_\_  Correta

Imagem: \_\_\_\_\_

Alternativa 3: \_\_\_\_\_  Correta

Imagem: \_\_\_\_\_

Alternativa 4: \_\_\_\_\_  Correta

Imagem: \_\_\_\_\_

Alternativa 5: \_\_\_\_\_  Correta

Imagem: \_\_\_\_\_

Salvar Limpar Fechar

**Figura 33:** Eixos temáticos do ensino de matemática Ensino Fundamental

BIMat

A  B  C  Ensino: Médio Eixo/Tema: Números, Contagem e Análise de Dados

Assunto: \_\_\_\_\_

Texto: \_\_\_\_\_

Enunciado: \_\_\_\_\_

Imagem: \_\_\_\_\_

Alternativa 1: \_\_\_\_\_  Correta

Imagem: \_\_\_\_\_

Alternativa 2: \_\_\_\_\_  Correta

Imagem: \_\_\_\_\_

Alternativa 3: \_\_\_\_\_  Correta

Imagem: \_\_\_\_\_

Alternativa 4: \_\_\_\_\_  Correta

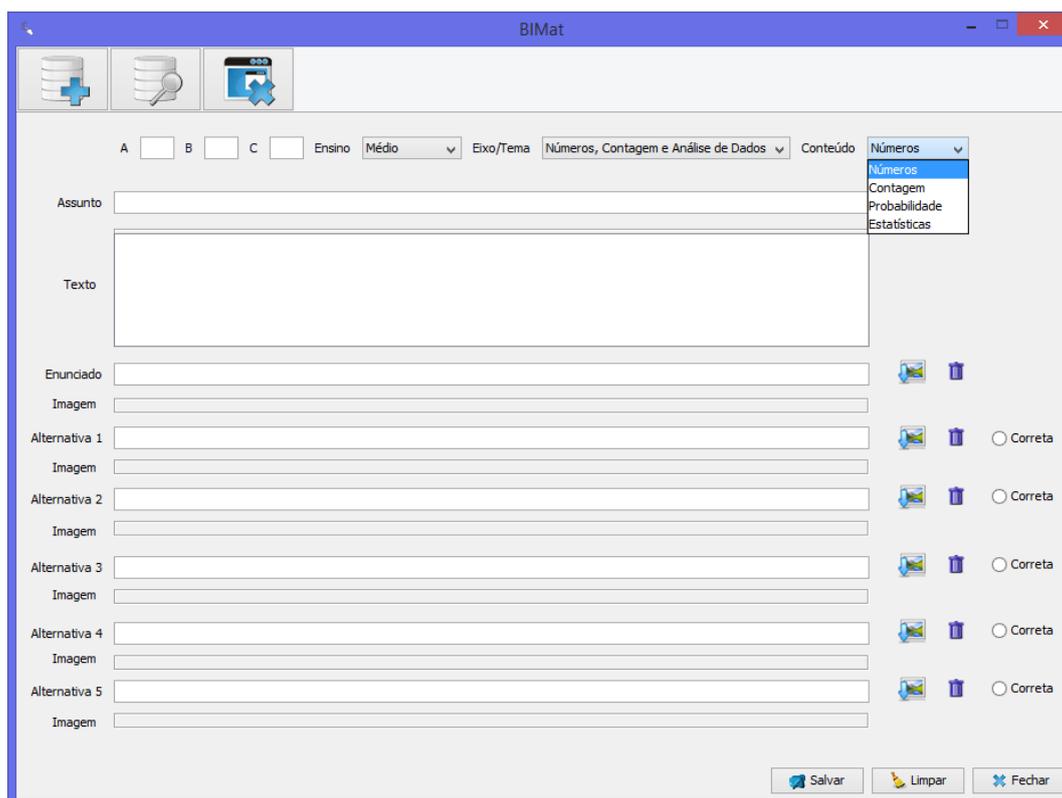
Imagem: \_\_\_\_\_

Alternativa 5: \_\_\_\_\_  Correta

Imagem: \_\_\_\_\_

Salvar Limpar Fechar

**Figura 34:** Temas do ensino de matemática do ensino médio



**Figura 35:** Conteúdo, opção disponível apenas, para temas do ensino médio

As opções:

**Tema:** Deve ser indicado o conteúdo programático que se deseja avaliar.

**Curvas:** Inserir o gráfico que contém as curvas CCI e CII de análise do item

**Texto:** Optativo, mas faz referência ao texto problematizador do item.

**Enunciado:** O questionamento.

**Imagem:** Opcional, inserção de uma imagem ao enunciado.

**Alternativa e imagem:** opcional, escrita do texto ou inserção da imagem nas alternativas

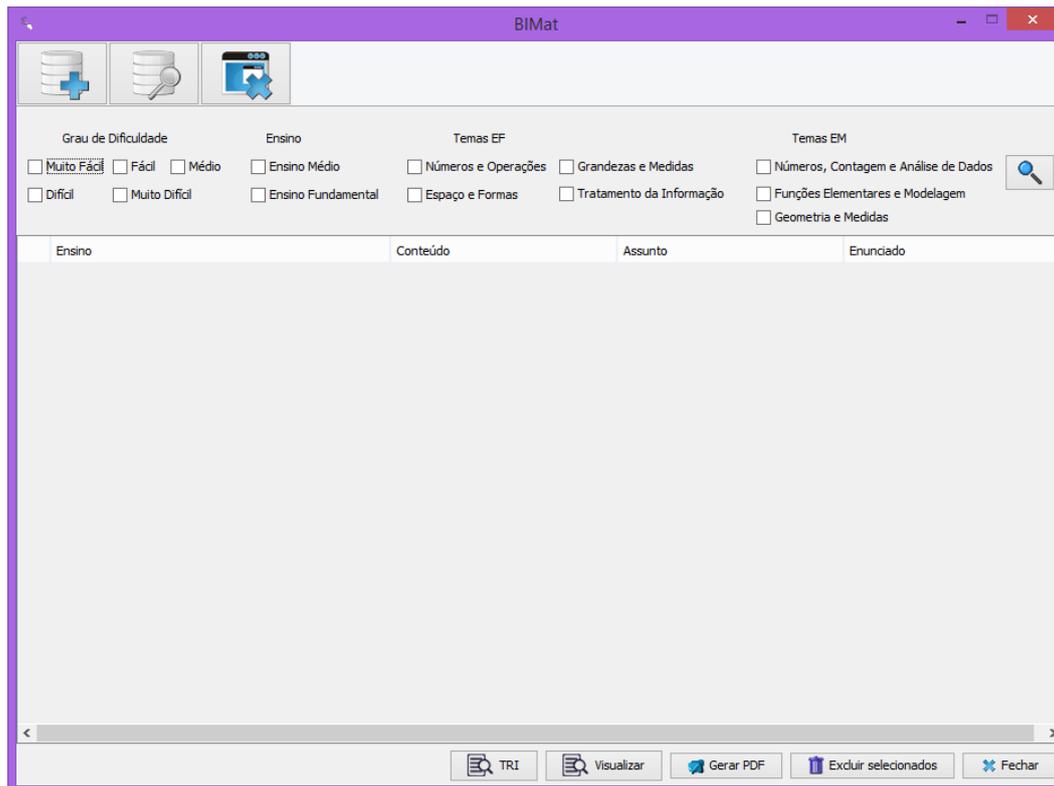
O item podem apresentar até 5 (cinco) alternativas.

**Correta:** opção para construção do gabarito.

**Exclusão:** Exclui a alternativa

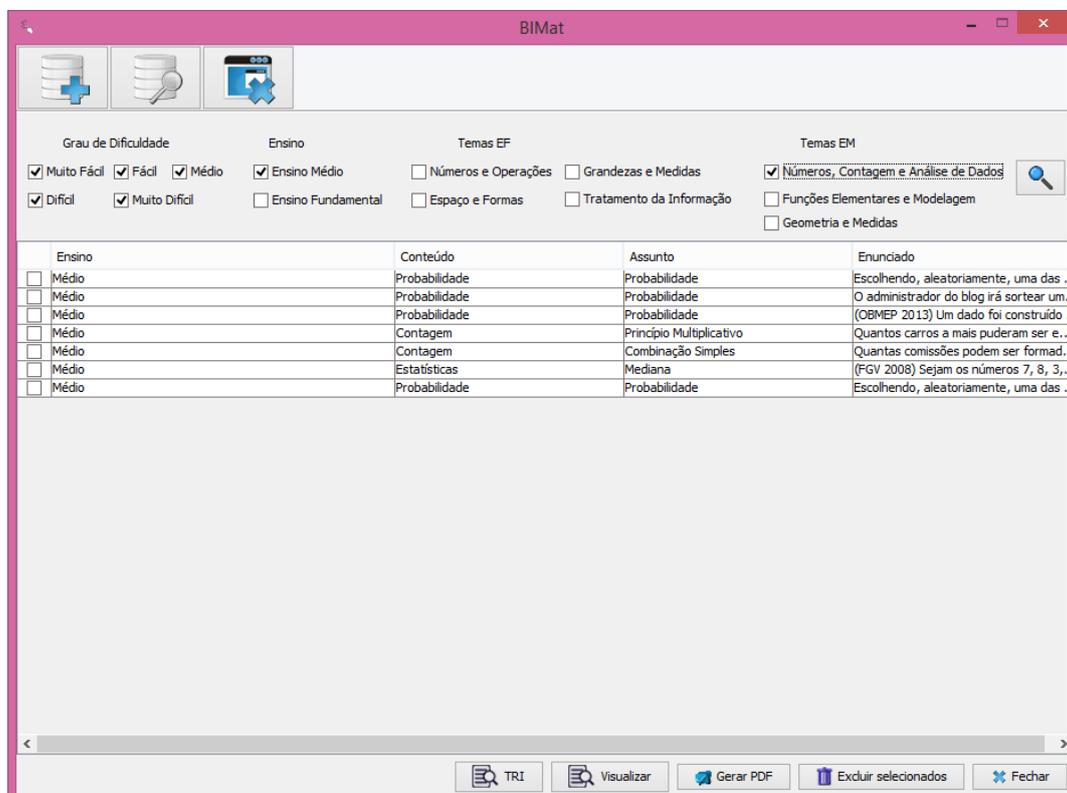
### 5.2.2 Visualizando o Banco de Itens e Construção do Teste

A opção visualizar banco de itens e construir teste, Figura 36, permite a seleção dos itens por grau de dificuldade e modalidade de ensino e eixo/tema. Após a seleção da(s) dificuldade(s) e da modalidade de ensino desejados para o teste, aparecerá a lista de itens cadastrados com estes requisitos.

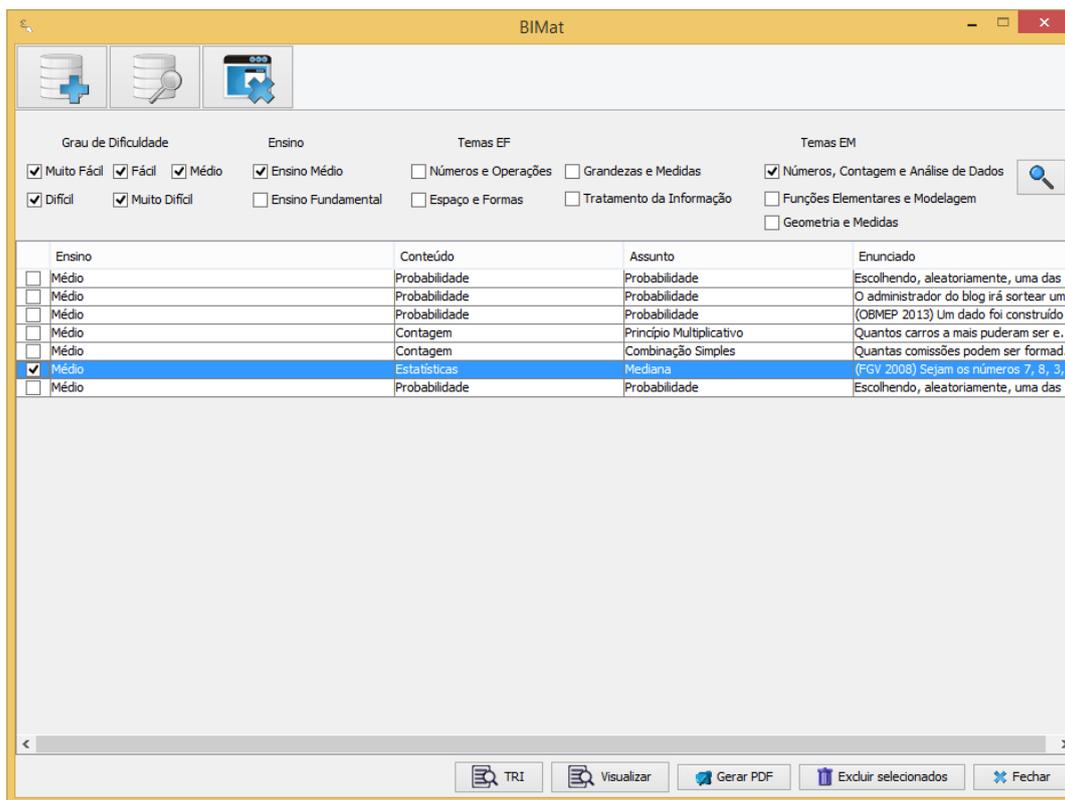


**Figura 36:** Visualizar e Gerar PDF

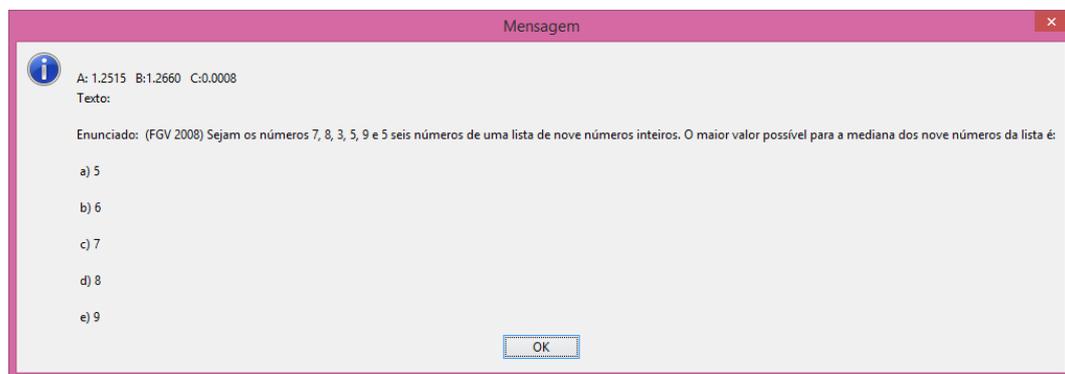
A seleção e visualização do item desejado é possível, com a opção visualizar, Figuras 37 a 39.



**Figura 37:** Seleção dos itens para o teste

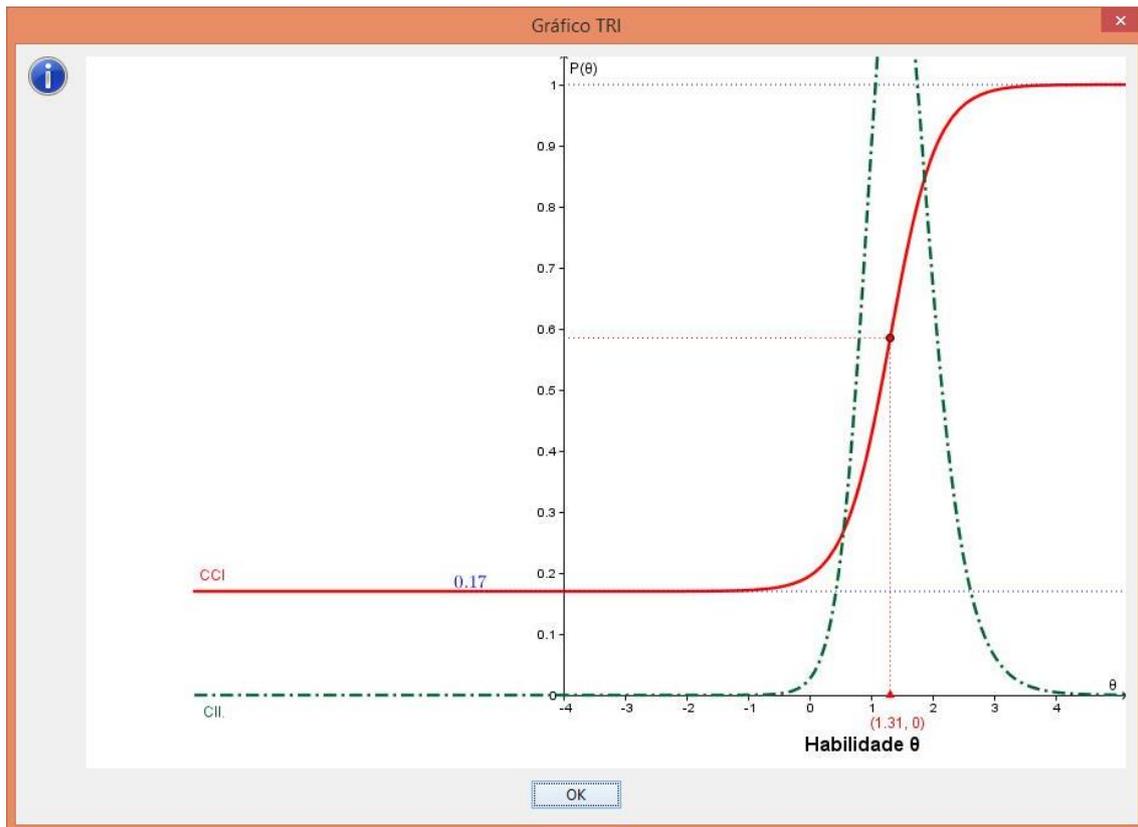


**Figura 38:** Seleção dos itens para visualizar



**Figura 39:** Visualização do item selecionado

Para uma análise visual, existe a opção TRI, que apresenta o gráfico contendo as curvas CCI e CII do item selecionado, o qual dará informações sobre as características que o item apresenta, Figura 40.



**Figura 40:** Gráfico das Curvas CCI e CII do item selecionado

Para gerar o arquivo teste contendo os itens selecionados, deve-se escolher a opção gerar PDF, aonde aparecerá a caixas de texto para preenchimento, cabeçalho do teste: Nome do Arquivo, Instituição, Professor e Data do Teste. O teste será disponibilizado no formato PDF, com fonte Times New Roman, tamanho 12 e, será gerado dois arquivos, o teste e a folha gabarito.

## 6 CONCLUSÃO

O processo de ensino-aprendizagem é constituído por uma série de etapas que tem na avaliação, a mensuração do nível de aprendizagem que os alunos atingem. Esta avaliação deve ser contínua e paralela ao processo, mas também deve descrever quantitativamente e qualitativamente o nível de aprendizagem que os alunos atingiram individualmente. A avaliação não deve ser entendida como o fim das etapas do processo de ensino-aprendizagem, mas deve ser o instrumento que permita ao professor a descrição das habilidades atingidas por cada aluno no conteúdo trabalhado.

A análise dos resultados do teste aplicado como parte integrante deste trabalho a indivíduos voluntários, demonstrou que o uso da Teoria de Resposta ao Item (TRI), nesta análise permite ao avaliador a construção e seleção de itens que apresentem características que permitam ao professor, avaliar de forma segura o nível da habilidade atingida pelo aluno em cada item, uma vez que se sabe qual o nível de habilidade pretendida. Assim, construir uma avaliação apenas com itens que garantam ao professor obter de forma segura o quanto o aluno aprendeu e, que garantam ao aluno uma avaliação de seu desempenho é um grande desafio, em todas as áreas do conhecimento, mas particularmente no ensino de matemática é uma necessidade, haja visto o baixo nível de aprendizado que, historicamente é obtido neste componente curricular.

O software BIMat, produto deste trabalho, foi desenvolvido com a finalidade de ser um instrumento que permita ao professor a construção de um teste com itens que apresentem características conhecidas como nível de dificuldade, discriminação e acerto ao acaso, de forma a permitir ao professor, uma análise precisa do desempenho alcançado pelo aluno. A construção do banco de itens dentro deste processo, deve ser entendido como a etapa em que serão cadastrados itens que foram produzidos por professores, aplicados em testes em amostras e analisados através da TRI, como uso do software R ou outros equivalentes, de tal maneira que seja obtido um banco de itens formado apenas por itens que possam ser utilizados de modo preciso em avaliação de matemática.

Os desafios são imensos, pois alimentar este banco de itens não será tarefa fácil e demandará tempo, mas este trabalho representa o início de um projeto que objetiva construir algo significativo para o ensino de matemática na educação básica e que ao lançá-lo deseja-se que outros pesquisadores e professores possam contribuir com novas

ideias, aperfeiçoar o instrumento, apresentar novos itens e até mesmo melhorias na metodologia.

## 7 REFERÊNCIAS

ANDRADE, D. F.; TAVARES, H. R.; VALLE, R. C. **Teoria da Resposta ao Item: conceitos e aplicações**. São Paulo: ABE, 2000.

ANJOS, A.; ANDRADE, D. F. **Teoria de Resposta ao Item com o uso do R**. In: SIMPÓSIO NACIONAL DE PROBABILIDADE E ESTATÍSTICA, 20.º. 2012., João Pessoa. São Paulo: Associação Brasileira de Estatística, 2012.

ARAUJO, E. A. C.; ANDRADE, D. F.; BORTOLOTTI, S. L. V. **Teoria da Resposta ao Item**. *Revista da Escola de Enfermagem da USP*, São Paulo, v. 43, n. spe, Dec. 2009.

BAKER, F.B. (2001). **The basics of item response theory**. Washington, DC: ERIC Clearinghouse on Assessment and Evaluation. *apud* COUTO, G.; PRIMI, R. TEORIA DE RESPOSTA AO ITEM (ITEM): Conceitos elementares dos modelos para itens dicotômicos. **Boletim de Psicologia**, São Paulo, Vol LXI, N.º 134, 2011.

BIRNBAUM, A. (1968). **Some latent trait models and their use in inferring and examinee's ability**. In F.M. Lord & M.R. Novick, *Statistical theories of mental test scores*. Reading, MA: Addison -Wesley, ch. 17-20.

BRAGION, M. L. L. **Um modelo de Teoria de Teoria de Resposta ao Item para os dados do vestibular 2006-2 da UFLA**. 2007. 88 p. Dissertação (Mestrado) – Universidade Federal de Lavras, Minas Gerais. 2007

BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais : Matemática /Secretaria de Educação Fundamental**. Brasília : MEC /SEF, 1998. 148 p.

BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais- Matemática / Secretaria de Educação Fundamental**. – Brasília : MEC/SEF, 1997. 142p.

COUTO, G.; PRIMI, R. TEORIA DE RESPOSTA AO ITEM (ITEM): Conceitos elementares dos modelos para itens dicotômicos. **Boletim de Psicologia**, São Paulo, Vol LXI, N.º 134, 2011.

GATTI, B. Desenvolvimento de Projetos de Avaliação do Sistema Educacional no Estado de São Paulo. *Estudos em Avaliação Educacional*, Fundação Carlos Chagas, São Paulo, nº 13, p 19-26, jan-jun, 1996 *apud* MOREIRA JÚNIOR, F.J. **Aplicações da Teoria da Resposta ao Item (TRI) no Brasil**. *Rev. Bras. Biom.*, São Paulo, v.28, n.137 4, 2010.

GEOGEBRA. Software de Geometria Dinâmica. Disponível <[http://www.geogebra.org/cms/pt\\_BR/download/](http://www.geogebra.org/cms/pt_BR/download/)> Versão 4.4.(2013). Acessado: 15 de Dez de 2013

HAMBLETON, R.K.; SWAMINATHAN, H., & Rogers, H.J. *Fundamentals of item response theory*. Newbury Park, CA: SAGE Publications, 1991. *apud* PASQUALI, L., PRIMI, R. **Fundamentos da Teoria da Resposta ao Item –TRI**. *Avaliação Psicológica*, Porto Alegre, v. 2, n. 2, 2003.

LAZARUSFELD, P.F. (1950). **The logical and mathematical foundation of latent structure analysis**. In S.A. Stauffer, L. Guttman, E.A. Suchman, P.F. Lazarsfeld, S.A. Star, & J.A. Clausen (Eds.), *Measurement and prediction*. Princeton, NJ: Princeton University Press, 1950.

LORD, F.M. (1952). **The relation of the reliability of multiple choice tests to the distribution or item difficulties**. *Psychometrika*, 17, 181-194.

LORD, F.M. (1953). The relation of test score to the trait underlying the test. *Educational and Psychological Measurement*, 13, 517-549.

MISLEVY, R.J.; BOCK, R.D. (1984). **BILOG: Maximum likelihood item analysis and test scoring logistic models**. Mooresville, IN: Scientific Software.

MOOD, A. M., GRAYBILL, F. A., BOES D. C. **Introduction to the Theory of Statistics**, 3a. edição, McGraw-Hill, Auckland, 1974. 564p.

MOREIRA JÚNIOR, F.J. **Aplicações da Teoria da Resposta ao Item (TRI) no Brasil.** *Rev. Bras. Biom.*, São Paulo, v.28, n.137 4, 2010

PASQUALI, L., PRIMI, R. **Fundamentos da Teoria da Resposta ao Item – TRI.** *Avaliação Psicológica*, Porto Alegre, v. 2, n. 2, 2003.

PARTCHEV, I. irtoys: Simple interface to the estimation and plotting of IRT models. [S.l.], 2010. R package version 0.1.3. Disponível em: <<http://CRAN.R-project.org/package=irtoys>>.

PEREIRA, V. R. **Métodos alternativos no critério Brasil para construção de indicadores sócio-econômico: teoria da resposta ao item.** 2004. 103 p. Dissertação (Mestrado) – Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro. 2004

Professor Candy <http://www.profcardy.com/exercicios/>

R Development Core Team. **R: A language and environment for statistical computing.** Vienna, Austria: R Foundation for Statistical Computing. Versão R-3.0.2.tar.gz de (2013-09-25, Frisbee Sailing). Disponível em <<http://www.r-project.org>>. Acesso em 15 de dez 2013

RASCH, G. (1960). **Probabilistic models for some intelligence and attainment tests.** Chicago, IL: MESA Press.

RIZOPOULOS, D. ltm: An r package for latent variable modelling and item response theory analyses. *Journal of Statistical Software*, v. 17, n. 5, p. 1–25, 2006. Disponível em: <<http://www.jstatsoft.org/v17/i05/>>.

SAMEJIMA, F. A. (1969). **Estimation of latent ability using a response pattern of graded scores.** *Psychometric Monograph*, N.º 17.

SAMEJIMA, F. (1972). **A general model for tree-response data** (*Psychometric Monograph*, No. 18). Psychometric Society.

SECRETARIA DE ESTADO DE EDUCAÇÃO E ESPORTES DO ACRE. **Caderno 1: Matemática no Ensino Médio**. Rio Branco, 2010.

THURSTONE, L.L (1928). **Attitudes can be measured**. *American Journal of Sociology*, 33, 529-554 *apud* PASQUALI, L., PRIMI, R. **Fundamentos da Teoria da Resposta ao Item –TRI**. *Avaliação Psicológica*, Porto Alegre, v. 2, n. 2, 2003.

WILLSE, J. T.; SHU, Z. **CTT: Classical Test Theory Functions**. [S.l.], 2008. R package version 1.0.

WINGRSKY, M.S., Barton, M.A., & Lord, F.M. (1982). **LOGIST user's guide**. Princeton, NJ: Educational Testing Service.

WRIGHT, B. D. (1968). **Sample-free test calibration and person measurement**. Proceedings of the 1967 Invitational Conference on Testing Problems. Princeton, N. J. : Educational Testing Service.

## APÊNDICES E ANEXOS

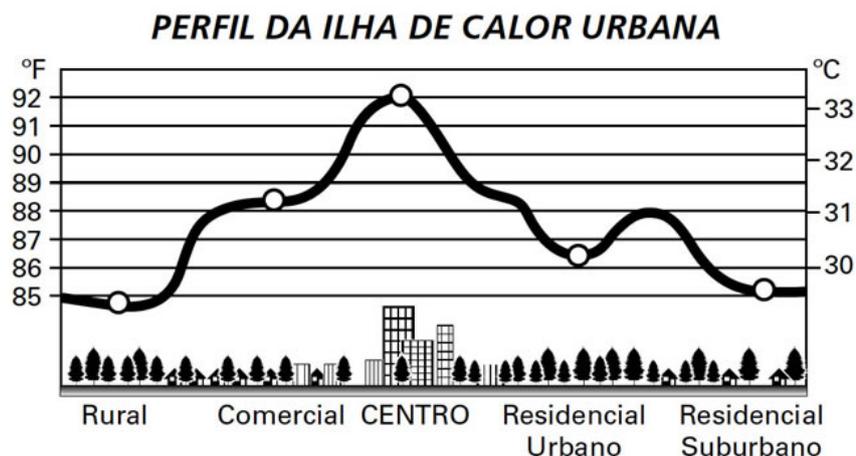
### 1- Questionário aplicado a 216 indivíduos para coleta de dados para o desenvolvimento deste trabalho

## QUESTIONÁRIO PARA AVALIAÇÃO DE CONHECIMENTOS EM MATEMÁTICA

### TEMA: TRATAMENTO DA INFORMAÇÃO

CÓDIGO DO PARTICIPANTE: .....

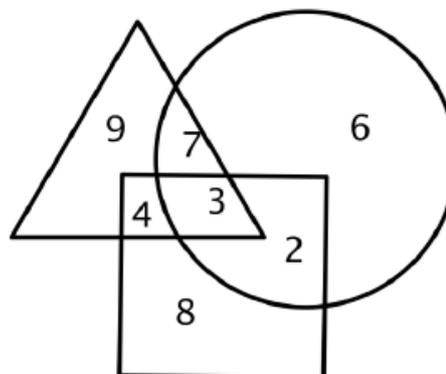
- 1) (Enem 2011) Rafael mora no Centro de uma cidade e decidiu se mudar, por recomendações médicas, para uma das regiões: Rural, Comercial, Residencial Urbano ou Residencial Suburbano. A principal recomendação médica foi com as temperaturas das “ilhas de calor” da região, que deveriam ser inferiores a 31°C. Tais temperaturas são apresentadas no gráfico:



Escolhendo, aleatoriamente, uma das outras regiões para morar, a probabilidade de ele escolher uma região que seja adequada às recomendações médicas é

- a)  $\frac{1}{5}$       b)  $\frac{1}{4}$       c)  $\frac{2}{5}$       d)  $\frac{3}{5}$       e)  $\frac{3}{4}$

- 2) (UNICAMP 2013 - Adaptada) O diagrama ao lado indica a distribuição de alunos matriculados em três cursos de uma escola. Com base nas informações do diagrama, a probabilidade de um aluno escolhido ao acaso estar matriculado em apenas um curso é:



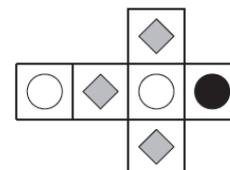
- a)  $\frac{9}{39}$                       d)  $\frac{16}{39}$   
 b)  $\frac{39}{6}$                       e)  $\frac{23}{39}$   
 c)  $\frac{39}{23}$
- 3) (ENEM 2012) Em um blog de variedades, músicas, mantras e informações diversas, foram postados "Contos de Halloween". Após a leitura, os visitantes poderiam opinar, assinalando suas relações em: "Divertido", "Assustador" ou "Chato". Ao final de uma semana, o blog registrou que 500 visitantes distintos acessaram esta postagem. O gráfico a seguir apresenta o resultado da enquete.



O administrador do blog irá sortear um livro entre os visitantes que opinaram na postagem "Contos de Halloween". Sabendo que nenhum visitante votou mais de uma vez, a probabilidade de uma pessoa escolhida ao acaso entre as que opinaram ter assinalado que o conto "Contos de Halloween" é "Chato" é mais aproximada por

- a) 0,09.    b) 0,12.    c) 0,14.    d) 0,15.    E) 0,18.
- 4) (OBMEP 2013) Um dado foi construído usando a planificação da figura. Qual é a probabilidade de obtermos dois resultados diferentes quando jogamos esse dado duas vezes?

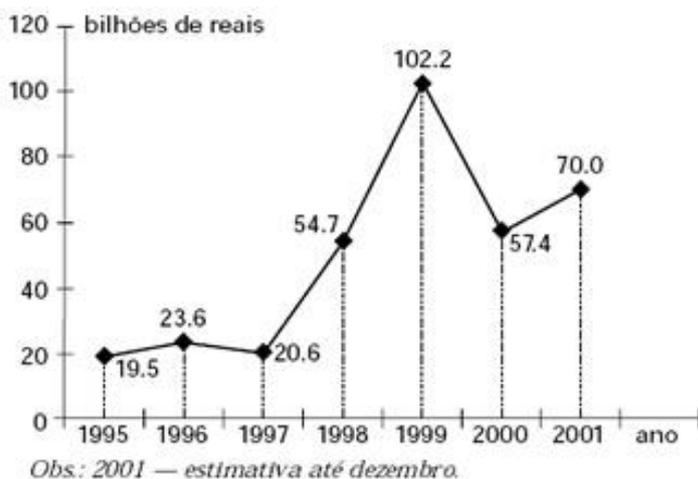
- a)  $\frac{1}{2}$                       c)  $\frac{2}{3}$                       e)  $\frac{31}{36}$   
 b)  $\frac{11}{18}$                       d)  $\frac{5}{6}$



- 5) (FUVEST 2011) Um dado cúbico, não viciado, com faces numeradas de 1 a 6, é lançado três vezes. Em cada lançamento, anota-se o número obtido na face superior do dado, formando-se uma sequência (a, b, c). Qual é a probabilidade de que b seja sucessor de a ou que c seja sucessor de b?

- a)  $\frac{4}{27}$                       b)  $\frac{11}{54}$                       c)  $\frac{7}{27}$                       d)  $\frac{10}{27}$                       e)  $\frac{23}{54}$
- 6) (UFF 2005) Niterói é uma excelente opção para quem gosta de fazer turismo ecológico. Segundo dados da prefeitura, a cidade possui oito pontos turísticos dessa natureza. Certo hotel da região oferece de brinde a cada hóspede a possibilidade de escolher três dos oito pontos turísticos ecológicos para visitar durante sua estada. O número de modos diferentes com que um hóspede pode escolher, aleatoriamente, três destes locais, independentemente da ordem escolhida, é:  
a) 8                      b) 24                      c) 56                      d) 112                      e) 336
- 7) (Guia do Estudante) As antigas placas para automóveis, com duas letras seguidas de quatro algarismos, foram substituídas por novas com três letras seguidas de quatro algarismos. Nestas placas, bem como nas antigas, são utilizadas as 23 letras do alfabeto português, mais as letras K, W, Y. Quantos carros a mais puderam ser emplacados com o novo sistema?  
a)  $17576 \cdot 10^4$                       b)  $17576 \cdot 10^5$                       c)  $676 \cdot 10^5$                       d)  $676 \cdot 10^6$                       e)  $169 \cdot 10^6$
- 8) (UFAM 2006) Uma prova de matemática consta 8 questões das quais o aluno deve escolher 6. De quantas formas ele poderá escolher as 6 questões?  
a) 8                      b) 56                      c) 336                      d) 1680                      e) 28
- 9) (UNESP 2002) Quatro amigos, Pedro, Luísa, João e Rita, vão ao cinema, sentando-se em lugares consecutivos na mesma fila. O número de maneiras que os quatro podem ficar dispostos de forma que Pedro e Luísa fiquem sempre juntos e João e Rita fiquem sempre juntos é  
a) 2.                      b) 4.                      c) 8.                      d) 16.                      e) 24.
- 10) (FUVEST 2007) Em uma classe de 9 alunos, todos se dão bem, com exceção de Andréia, que vive brigando com Manoel e Alberto. Nessa classe, será constituída uma comissão de cinco alunos, com a exigência de que cada membro se relacione bem com todos os outros. Quantas comissões podem ser formadas?  
a) 71                      b) 75                      c) 80                      d) 83                      e) 87
- 11) (FGV 2008 ADAPTADO) Sendo x, y e z três números naturais e, diferentes de 1, tais que  $x \cdot y \cdot z = 2310$ , o número de conjuntos  $\{x, y, z\}$  diferentes é  
a) 32                      b) 36                      c) 40                      d) 43                      e) 45





Pela análise do gráfico, pode-se afirmar que:

- Em 1998, o gasto foi de R\$ 102,2 bilhões.
  - O menor gasto foi em 1996.
  - Em 1997, houve redução de 20% nos gastos, em relação a 1996.
  - A média dos gastos nos anos de 1999 e 2000 foi de R\$ 79,8 bilhões.
  - Os gastos decresceram de 1997 a 1999.
- 16) (ENEM 2010) Marco e Paulo foram classificados em um concurso. Para classificação no concurso o candidato deveria obter média aritmética na pontuação igual ou superior a 14. Em caso de empate na média, o desempate seria em favor da pontuação mais regular. No quadro a seguir são apresentados os pontos obtidos nas provas de Matemática, Português e Conhecimentos Gerais, a média, a mediana e o desvio padrão dos dois candidatos. Dados dos candidatos no concurso

	Matemática	Português	Conhecimentos Gerais	Média	Mediana	Desvio Padrão
Marco	14	15	16	15	15	0,32
Paulo	8	19	18	15	18	4,97

O candidato com pontuação mais regular, portanto mais bem classificado no concurso, é

- Marco, pois a média e a mediana são iguais.
  - Marco, pois obteve menor desvio padrão.
  - Paulo, pois obteve a maior pontuação da tabela, 19 em Português.
  - Paulo, pois obteve maior mediana.
  - Paulo, pois obteve maior desvio padrão.
- 17) (UFU 2008) Um concurso avaliou  $n$  candidatos atribuindo-lhes notas de 0 a 100 pontos. Sabe-se que exatamente 20 deles obtiveram nota máxima e, nesse caso, a média aritmética foi de 80 pontos. Agora, se consideradas apenas as notas inferiores a 100 pontos, a média passa a ser de 70 pontos. Nessas condições, pode-se afirmar que  $n$  é igual a
- 70
  - 60
  - 80
  - 40
  - 50
-

## 2- Tabela dos resultados dos testes

<b>TABULAÇÃO DOS RESULTADOS DOS TESTES</b>																	
<b>PART.</b>	<b>1</b>	<b>2</b>	<b>3</b>	<b>4</b>	<b>5</b>	<b>6</b>	<b>7</b>	<b>8</b>	<b>9</b>	<b>10</b>	<b>11</b>	<b>12</b>	<b>13</b>	<b>14</b>	<b>15</b>	<b>16</b>	<b>17</b>
<b>1</b>	0	1	1	1	0	0	1	0	1	0	0	1	0	0	0	1	1
<b>2</b>	1	1	0	1	0	1	1	0	0	1	0	1	0	0	1	0	1
<b>3</b>	1	1	0	1	0	0	0	1	0	1	0	0	0	0	1	0	0
<b>4</b>	0	1	1	0	0	0	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0
<b>5</b>	1	0	1	0	0	0	0	1	1	0	0	0	1	1	1	1	0
<b>6</b>	1	1	1	1	0	1	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	1
<b>7</b>	1	0	1	1	0	1	0	0	1	1	0	0	1	0	0	1	0
<b>8</b>	0	1	1	0	1	1	0	0	1	0	1	0	0	1	1	1	0
<b>9</b>	0	1	1	0	0	1	1	1	0	0	1	0	0	0	1	0	1
<b>10</b>	1	0	0	1	0	1	0	1	0	0	0	1	1	1	1	1	0
<b>11</b>	1	1	1	0	1	0	0	0	0	1	0	1	0	0	0	1	0
<b>12</b>	0	1	1	0	1	1	0	0	0	0	1	1	0	0	1	1	0
<b>13</b>	1	1	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0	1
<b>14</b>	0	1	0	1	0	1	0	0	0	0	1	0	1	0	1	0	0
<b>15</b>	0	1	0	1	0	0	0	1	1	0	0	1	0	0	0	1	0
<b>16</b>	1	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	1	0
<b>17</b>	1	1	1	0	0	0	0	1	0	0	0	1	0	1	0	0	0
<b>18</b>	1	0	1	1	0	1	0	1	0	0	0	1	0	0	0	0	1
<b>19</b>	0	1	1	0	0	0	1	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0
<b>20</b>	1	1	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0	1	0	1	0	0
<b>21</b>	1	1	1	1	0	0	1	0	0	1	1	0	1	0	0	0	1
<b>22</b>	1	1	0	0	0	0	0	1	1	0	0	1	0	0	1	1	0
<b>23</b>	1	0	1	0	0	0	0	1	0	1	0	1	1	0	0	0	1
<b>24</b>	0	0	1	0	0	1	0	0	1	1	1	1	0	0	1	1	0
<b>25</b>	0	0	0	0	1	1	0	1	1	0	0	0	0	1	1	0	1
<b>26</b>	0	1	1	1	0	1	0	0	1	1	0	0	1	1	0	0	0
<b>27</b>	1	1	0	0	1	0	0	0	1	1	1	0	0	1	1	1	0
<b>28</b>	1	0	1	0	1	1	1	1	0	0	1	0	0	0	1	1	0
<b>29</b>	0	1	1	0	0	1	0	1	0	1	0	0	0	0	0	1	0
<b>30</b>	1	0	1	0	0	1	1	1	1	1	0	1	1	0	0	0	0
<b>31</b>	1	0	0	0	0	1	0	1	1	1	0	1	1	1	0	1	0
<b>32</b>	0	1	1	0	0	1	0	1	0	0	1	0	0	1	1	1	0

<b>33</b>	0	1	0	0	1	1	0	1	1	0	1	0	0	1	1	0	0
<b>34</b>	0	1	1	1	1	0	0	0	1	0	0	1	0	1	1	0	0
<b>35</b>	0	0	1	1	0	0	1	0	1	0	0	1	0	1	1	1	0
<b>36</b>	1	1	0	1	0	1	0	0	0	1	1	1	0	0	0	1	0
<b>37</b>	1	1	0	1	0	1	0	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0
<b>38</b>	0	1	0	0	1	1	0	1	0	1	1	0	0	0	0	1	1
<b>39</b>	0	0	1	0	1	0	0	1	1	1	0	1	0	1	0	0	0
<b>40</b>	1	1	1	1	0	0	1	0	0	1	1	0	0	0	0	1	0
<b>41</b>	1	0	1	1	0	1	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1
<b>42</b>	0	1	1	0	0	1	1	1	0	0	0	1	0	0	1	1	0
<b>43</b>	1	0	0	1	0	0	0	1	1	0	0	1	1	0	0	1	0
<b>44</b>	1	1	0	1	0	1	1	0	0	0	0	0	1	0	0	1	1
<b>45</b>	0	1	1	0	0	1	0	0	1	0	1	0	0	1	0	1	0
<b>46</b>	1	0	1	0	1	0	0	1	1	1	0	1	1	0	0	1	0
<b>47</b>	1	0	0	1	1	0	0	0	1	1	0	1	0	0	1	0	1
<b>48</b>	1	0	0	1	1	1	0	0	1	1	0	1	1	0	0	1	0
<b>49</b>	1	1	1	1	0	1	1	1	0	1	0	1	0	1	1	0	0
<b>50</b>	0	1	1	1	0	1	1	1	0	1	1	1	0	1	1	1	0
<b>51</b>	1	1	1	0	0	1	0	1	0	1	0	0	1	0	0	1	0
<b>52</b>	1	0	0	1	0	0	0	1	1	1	0	1	0	0	0	1	0
<b>53</b>	1	1	0	1	0	0	1	1	1	1	0	0	1	1	0	1	0
<b>54</b>	1	1	1	0	0	1	0	1	0	1	0	0	0	1	1	0	0
<b>55</b>	0	1	0	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0
<b>56</b>	0	1	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	1	0	0	0	1
<b>57</b>	1	0	0	1	1	0	1	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0
<b>58</b>	1	0	1	0	0	1	0	1	1	0	0	1	0	0	0	1	0
<b>59</b>	0	1	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0
<b>60</b>	0	1	1	0	0	0	0	0	1	1	0	0	1	0	0	1	0
<b>61</b>	0	1	0	1	0	1	0	1	1	1	0	0	1	0	0	0	0
<b>62</b>	0	0	1	1	0	0	1	1	0	1	1	1	1	0	1	1	0
<b>63</b>	1	0	1	1	0	1	0	0	1	1	0	1	1	0	0	1	0
<b>64</b>	0	1	0	1	0	1	1	0	0	1	0	1	1	1	0	0	0
<b>65</b>	0	1	1	0	1	1	1	1	0	1	0	1	1	1	1	0	0
<b>66</b>	1	0	1	0	0	1	0	1	1	0	1	1	0	0	0	1	0
<b>67</b>	0	1	0	0	0	0	0	1	1	1	0	1	0	0	0	1	0
<b>68</b>	1	1	1	1	0	0	0	1	0	0	0	1	1	1	1	0	0

<b>69</b>	0	1	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	1	0
<b>70</b>	1	0	1	1	0	0	0	0	1	1	0	1	0	1	1	1	0
<b>71</b>	1	1	1	0	0	1	0	1	1	0	0	0	1	1	1	0	0
<b>72</b>	1	1	1	1	0	1	1	0	0	1	0	0	1	0	1	1	1
<b>73</b>	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	1	0	0
<b>74</b>	0	1	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	0	1	1	0	0
<b>75</b>	0	1	0	0	0	0	0	0	1	0	0	1	0	1	1	1	1
<b>76</b>	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	1	0
<b>77</b>	0	1	0	0	1	0	0	0	1	0	0	1	0	1	1	1	0
<b>78</b>	1	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	0	1	1	1	0
<b>79</b>	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0
<b>80</b>	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	0	0	0
<b>81</b>	0	1	0	0	0	1	0	0	0	0	1	1	0	0	1	0	0
<b>82</b>	0	0	0	0	1	0	1	0	0	0	0	1	0	1	0	0	0
<b>83</b>	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	0
<b>84</b>	0	0	0	0	0	0	0	1	0	1	0	1	0	1	1	1	0
<b>85</b>	0	1	1	0	1	0	1	1	0	0	1	1	0	1	1	0	0
<b>86</b>	1	1	0	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	1	1	1	0
<b>87</b>	0	1	0	1	1	1	1	0	1	1	0	1	0	1	1	1	0
<b>88</b>	1	1	0	1	0	0	1	1	0	0	0	1	1	0	0	1	1
<b>89</b>	0	1	1	1	0	1	1	0	1	0	0	1	0	1	1	0	1
<b>90</b>	1	0	1	0	1	1	1	1	0	0	0	1	0	0	1	0	0
<b>91</b>	1	1	0	1	1	0	1	0	1	0	0	0	0	1	0	1	0
<b>92</b>	1	1	0	0	0	1	1	0	1	0	0	1	1	1	0	1	0
<b>93</b>	0	1	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	0
<b>94</b>	0	1	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	0
<b>95</b>	1	1	0	1	0	1	0	0	0	0	0	1	0	1	1	0	1
<b>96</b>	1	1	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	0	1	1	1	1
<b>97</b>	0	1	1	1	0	0	1	1	0	1	0	1	1	1	1	1	0
<b>98</b>	0	1	0	0	0	0	1	1	0	0	0	1	0	1	1	1	0
<b>99</b>	0	0	0	0	0	1	0	0	0	1	1	0	0	1	0	0	1
<b>100</b>	1	1	0	1	0	0	1	1	0	0	0	1	0	1	0	1	1
<b>101</b>	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0
<b>102</b>	0	1	1	1	0	0	0	1	0	1	0	1	1	0	1	0	0
<b>103</b>	0	1	0	0	0	0	1	1	0	0	0	1	0	1	1	1	0
<b>104</b>	1	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0	1	0	1	1	1	0

<b>105</b>	0	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0	1	0	1	1	1	1
<b>106</b>	0	1	0	1	0	1	1	0	1	1	0	1	0	0	1	0	1
<b>107</b>	0	1	0	0	1	0	0	0	1	1	1	1	0	1	1	0	0
<b>108</b>	1	1	1	1	1	0	0	0	1	0	0	1	0	1	1	0	0
<b>109</b>	0	0	0	0	1	0	1	0	0	1	0	0	0	0	1	0	0
<b>110</b>	0	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	0
<b>111</b>	0	1	0	1	0	0	0	0	1	1	0	1	0	0	0	1	0
<b>112</b>	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	1	0
<b>113</b>	0	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0	1	0	1	1	1	0
<b>114</b>	0	1	0	0	1	0	0	0	0	0	1	0	1	0	0	0	0
<b>115</b>	0	1	1	0	0	0	1	0	1	0	0	1	0	0	0	1	0
<b>116</b>	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0
<b>117</b>	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	0
<b>118</b>	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	1	0	1	0	0	0
<b>119</b>	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0
<b>120</b>	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0	1	1
<b>121</b>	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1
<b>122</b>	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	1	0	1	1	0	1	0
<b>123</b>	0	0	0	1	1	1	0	0	0	0	0	1	0	1	0	1	1
<b>124</b>	1	0	0	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	1	0
<b>125</b>	0	1	0	1	1	0	0	0	0	0	0	1	0	1	1	1	0
<b>126</b>	0	0	0	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	1	1	0	0
<b>127</b>	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	1	0
<b>128</b>	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	1	0
<b>129</b>	1	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	1	0	1	0	0
<b>130</b>	0	1	0	0	0	0	1	0	0	1	0	1	0	1	1	1	0
<b>131</b>	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	0	0
<b>132</b>	0	1	0	0	1	0	0	0	0	0	1	1	0	1	1	1	1
<b>133</b>	1	0	0	0	1	0	1	0	1	0	0	1	0	1	1	1	0
<b>134</b>	0	1	0	0	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0
<b>135</b>	0	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	1	0	1	1	0	0
<b>136</b>	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	1	0	0	1	0	1
<b>137</b>	0	1	0	0	0	0	0	1	0	0	0	1	1	1	1	0	0
<b>138</b>	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0	0	1	1	0
<b>139</b>	0	1	0	0	0	1	1	1	0	0	1	1	0	1	0	0	0
<b>140</b>	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	1	1	1	1

<b>141</b>	0	1	0	0	0	1	0	0	0	1	0	1	1	1	1	0	0
<b>142</b>	0	1	0	0	1	1	0	0	0	0	0	1	0	1	1	0	0
<b>143</b>	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	1	0	1	0
<b>144</b>	0	0	0	0	0	0	1	0	1	0	0	1	0	1	1	0	0
<b>145</b>	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	1	1	0
<b>146</b>	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0
<b>147</b>	0	0	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	1	0
<b>148</b>	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	0	0
<b>149</b>	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	1	0
<b>150</b>	0	1	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1
<b>151</b>	0	0	0	0	0	1	0	0	0	1	0	1	0	0	1	0	0
<b>152</b>	1	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0	1	1	0	1
<b>153</b>	0	1	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	1	0	0	0
<b>154</b>	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
<b>155</b>	1	1	0	0	0	1	1	0	1	0	0	1	0	1	1	0	0
<b>156</b>	0	1	0	0	1	1	0	1	1	0	0	1	0	1	1	0	1
<b>157</b>	0	1	0	0	0	0	0	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0
<b>158</b>	0	1	0	1	0	0	0	1	0	0	1	1	0	1	1	1	0
<b>159</b>	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0
<b>160</b>	0	1	0	1	0	1	1	1	0	0	0	0	0	1	0	1	0
<b>161</b>	0	1	0	0	0	0	0	1	1	1	0	0	0	0	1	0	0
<b>162</b>	0	0	1	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	0	1	0	0
<b>163</b>	1	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	1	1	1
<b>164</b>	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	1	0	0
<b>165</b>	1	1	0	0	0	1	0	1	0	1	0	0	0	0	1	1	0
<b>166</b>	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	0
<b>167</b>	0	0	1	0	0	1	0	1	0	0	1	1	0	1	1	1	0
<b>168</b>	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	1	0	0
<b>169</b>	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	1	1	0	1	0
<b>170</b>	0	1	0	0	1	0	0	1	0	1	0	1	0	1	1	0	0
<b>171</b>	0	1	0	0	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	1	1	0
<b>172</b>	1	1	0	0	1	1	0	1	0	0	0	0	0	1	1	1	0
<b>173</b>	0	0	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
<b>174</b>	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0
<b>175</b>	0	1	0	0	0	1	0	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0
<b>176</b>	1	1	0	0	0	1	0	1	0	0	1	0	1	0	1	0	0

<b>177</b>	1	1	0	1	0	0	1	1	1	0	0	0	1	1	1	1	0
<b>178</b>	1	1	0	0	0	0	1	1	1	0	1	1	1	1	1	1	0
<b>179</b>	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	1	0	1	1	1	0
<b>180</b>	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	1	0	1	1
<b>181</b>	0	1	0	0	0	0	0	1	0	1	0	1	0	1	1	0	1
<b>182</b>	0	0	0	0	0	0	1	1	1	0	0	0	0	1	0	0	0
<b>183</b>	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0
<b>184</b>	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	1	0	0	0
<b>185</b>	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0
<b>186</b>	0	1	1	0	0	1	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0
<b>187</b>	0	1	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	1	1	0	1	0
<b>188</b>	0	0	0	0	0	0	1	1	1	0	0	0	0	1	1	0	0
<b>189</b>	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	1	0	1	1	1	0
<b>190</b>	0	0	0	0	0	0	0	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0
<b>191</b>	0	1	0	0	0	0	1	0	1	0	0	1	0	1	0	1	0
<b>192</b>	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	1	1	0	1
<b>193</b>	0	1	0	1	0	1	0	0	1	0	0	1	0	1	0	0	0
<b>194</b>	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	0	1	0	1	0	0	0
<b>195</b>	0	1	0	0	0	0	0	0	0	1	0	1	0	1	1	1	0
<b>196</b>	0	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0	1	0	1	1	0	0
<b>197</b>	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	1	1	1	0
<b>198</b>	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0
<b>199</b>	0	1	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0
<b>200</b>	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0
<b>201</b>	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	1	1	1	1
<b>202</b>	1	1	0	0	0	1	0	0	0	0	1	1	0	1	0	1	0
<b>203</b>	1	1	1	0	1	0	0	0	0	0	1	0	1	0	0	0	0
<b>204</b>	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0
<b>205</b>	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	1	0	1	1	0	0	0
<b>206</b>	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0
<b>207</b>	1	1	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0
<b>208</b>	0	1	0	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	1	0	1	0
<b>209</b>	1	1	1	0	1	0	0	1	1	1	0	1	0	1	1	1	1
<b>210</b>	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0
<b>211</b>	0	1	0	0	0	1	1	0	0	0	0	1	0	1	1	0	0
<b>212</b>	0	1	0	0	0	0	0	0	1	0	0	1	0	1	1	1	0

<b>213</b>	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	1	0	1	0	1	0
<b>214</b>	0	1	0	0	0	1	0	1	1	1	0	0	0	1	1	0	1
<b>215</b>	0	1	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0	0
<b>216</b>	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0

### 3- Rotina de análise dos dados tabulados com o uso do Programa R

Script para análise de dados para TRI

Mudar diretório: arquivo>mudar diretório>pasta arquivo de dados

Rodar programa:

```
dados=read.table("resultado.txt",header=TRUE)
dados
resultado.itens=dados[,2:18]
resultado.itens
```

Pacote ltm

Rodar programa:

```
library(ltm)

resultado.desc=descript(resultado.itens)
resultado.desc
```

Pacote irtoys

Rodar programa:

```
library(irtoys)
```

Estimação dos parâmetros dos Itens

Rodar programa:

```
resultado.par=est(resultado.itens,model="3PL",engine="ltm",nqp=10)
resultado.par
```

Alterar a resultado.par -> resultado.par\$est

Rodar programa:

```

resultado.par2=resultado.par$est

resultado.sco=eap(resultado.itens,resultado.par2,qu
=normal.qu())
resultado.sco

```

Curva Característica do Item - CII

Plotagem do gráfico dos itens

Rodar programa:

```

plot(irf(resultado.par2),label=TRUE)

```

Plotagem por Item

Rodar programa:

```

plot(irf(resultado.par2[7,]),label=TRUE)

```

Função de Informação do Item

Rodar programa:

```

plot(iif(resultado.par2),label=TRUE)

```

Por Item

Rodar programa:

```

plot(iif(resultado.par2[1,]),label=TRUE)
plot(iif(resultado.par2[2,]),label=TRUE)
plot(iif(resultado.par2[3,]),label=TRUE)
plot(iif(resultado.par2[4,]),label=TRUE)
plot(iif(resultado.par2[5,]),label=TRUE)
plot(iif(resultado.par2[6,]),label=TRUE)
plot(iif(resultado.par2[7,]),label=TRUE)
plot(iif(resultado.par2[8,]),label=TRUE)
plot(iif(resultado.par2[9,]),label=TRUE)
plot(iif(resultado.par2[10,]),label=TRUE)

```

```
plot(iif(resultado.par2[11,]),label=TRUE)
plot(iif(resultado.par2[12,]),label=TRUE)
plot(iif(resultado.par2[13,]),label=TRUE)
plot(iif(resultado.par2[14,]),label=TRUE)
plot(iif(resultado.par2[15,]),label=TRUE)
plot(iif(resultado.par2[16,]),label=TRUE)
plot(iif(resultado.par2[17,]),label=TRUE)
```

Vários gráficos

Rodar programa:

```
par(mfrow=c(2,2))
plot(iif(resultado.par2[1,]),label=TRUE)
plot(iif(resultado.par2[2,]),label=TRUE)
plot(iif(resultado.par2[3,]),label=TRUE)
plot(iif(resultado.par2[4,]),label=TRUE)
plot(iif(resultado.par2[5,]),label=TRUE)
plot(iif(resultado.par2[6,]),label=TRUE)
plot(iif(resultado.par2[7,]),label=TRUE)
plot(iif(resultado.par2[8,]),label=TRUE)
plot(iif(resultado.par2[9,]),label=TRUE)
plot(iif(resultado.par2[10,]),label=TRUE)
plot(iif(resultado.par2[11,]),label=TRUE)
plot(iif(resultado.par2[12,]),label=TRUE)
plot(iif(resultado.par2[13,]),label=TRUE)
plot(iif(resultado.par2[14,]),label=TRUE)
plot(iif(resultado.par2[15,]),label=TRUE)
plot(iif(resultado.par2[16,]),label=TRUE)
plot(iif(resultado.par2[17,]),label=TRUE)
```

Curva de Informação do Teste

Rodar programa:

```
plot(tif(resultado.par2),label=TRUE)
```

Pacote CTT

Rodar programa:

```
library(CTT)
```

Mudanças de Escalas

Rodar programa:

```
novo.score=score.transform(resultado.sco[,1],mu.new
= 500, sd.new =100, normalize = FALSE)
round(head(novo.score$new,n=30),2)
```

Gráfico do total dos escores e proporção de acertos para os itens

```
plot(resultado.desc,type='b',includeFirstLast=TRUE)
```

#### 4- Tabela de score das habilidades, com média 500 e desvio padrão 100 dos 216 indivíduos voluntários referentes ao teste aplicado

Estimativas das habilidades (SCORE)									
AMOSTRA	SCORE	AMOSTRA	SCORE	AMOSTRA	SCORE	AMOSTRA	SCORE	AMOSTRA	SCORE
<b>1</b>	599	<b>2</b>	666	<b>3</b>	612	<b>4</b>	474	<b>5</b>	581
<b>6</b>	670	<b>7</b>	743	<b>8</b>	452	<b>9</b>	517	<b>10</b>	603
<b>11</b>	577	<b>12</b>	466	<b>13</b>	576	<b>14</b>	559	<b>15</b>	546
<b>16</b>	545	<b>17</b>	524	<b>18</b>	628	<b>19</b>	488	<b>20</b>	604
<b>21</b>	772	<b>22</b>	518	<b>23</b>	680	<b>24</b>	540	<b>25</b>	405
<b>26</b>	663	<b>27</b>	473	<b>28</b>	558	<b>29</b>	572	<b>30</b>	717
<b>31</b>	636	<b>32</b>	474	<b>33</b>	404	<b>34</b>	499	<b>35</b>	541
<b>36</b>	645	<b>37</b>	587	<b>38</b>	494	<b>39</b>	481	<b>40</b>	696
<b>41</b>	607	<b>42</b>	522	<b>43</b>	634	<b>44</b>	665	<b>45</b>	495
<b>46</b>	667	<b>47</b>	604	<b>48</b>	693	<b>49</b>	673	<b>50</b>	625
<b>51</b>	690	<b>52</b>	655	<b>53</b>	716	<b>54</b>	572	<b>55</b>	532
<b>56</b>	576	<b>57</b>	566	<b>58</b>	586	<b>59</b>	466	<b>60</b>	618
<b>61</b>	664	<b>62</b>	691	<b>63</b>	743	<b>64</b>	632	<b>65</b>	574
<b>66</b>	585	<b>67</b>	508	<b>68</b>	614	<b>69</b>	583	<b>70</b>	636
<b>71</b>	589	<b>72</b>	791	<b>73</b>	398	<b>74</b>	390	<b>75</b>	397
<b>76</b>	504	<b>77</b>	365	<b>78</b>	494	<b>79</b>	547	<b>80</b>	520
<b>81</b>	423	<b>82</b>	359	<b>83</b>	370	<b>84</b>	400	<b>85</b>	426
<b>86</b>	492	<b>87</b>	545	<b>88</b>	662	<b>89</b>	562	<b>90</b>	547
<b>91</b>	560	<b>92</b>	584	<b>93</b>	456	<b>94</b>	407	<b>95</b>	543

<b>96</b>	493	<b>97</b>	669	<b>98</b>	404	<b>99</b>	427	<b>100</b>	588
<b>101</b>	420	<b>102</b>	654	<b>103</b>	404	<b>104</b>	474	<b>105</b>	401
<b>106</b>	613	<b>107</b>	358	<b>108</b>	554	<b>109</b>	389	<b>110</b>	465
<b>111</b>	580	<b>112</b>	430	<b>113</b>	397	<b>114</b>	472	<b>115</b>	521
<b>116</b>	519	<b>117</b>	401	<b>118</b>	349	<b>119</b>	395	<b>120</b>	478
<b>121</b>	457	<b>122</b>	515	<b>123</b>	489	<b>124</b>	518	<b>125</b>	442
<b>126</b>	403	<b>127</b>	363	<b>128</b>	397	<b>129</b>	551	<b>130</b>	392
<b>131</b>	440	<b>132</b>	339	<b>133</b>	457	<b>134</b>	396	<b>135</b>	493
<b>136</b>	368	<b>137</b>	459	<b>138</b>	423	<b>139</b>	444	<b>140</b>	370
<b>141</b>	491	<b>142</b>	357	<b>143</b>	500	<b>144</b>	385	<b>145</b>	485
<b>146</b>	399	<b>147</b>	428	<b>148</b>	503	<b>149</b>	452	<b>150</b>	450
<b>151</b>	437	<b>152</b>	458	<b>153</b>	408	<b>154</b>	444	<b>155</b>	496
<b>156</b>	409	<b>157</b>	468	<b>158</b>	482	<b>159</b>	385	<b>160</b>	540
<b>161</b>	465	<b>162</b>	447	<b>163</b>	550	<b>164</b>	396	<b>165</b>	568
<b>166</b>	401	<b>167</b>	469	<b>168</b>	392	<b>169</b>	470	<b>170</b>	360
<b>171</b>	432	<b>172</b>	472	<b>173</b>	416	<b>174</b>	462	<b>175</b>	521
<b>176</b>	564	<b>177</b>	623	<b>178</b>	564	<b>179</b>	388	<b>180</b>	400
<b>181</b>	397	<b>182</b>	437	<b>183</b>	490	<b>184</b>	438	<b>185</b>	422
<b>186</b>	497	<b>187</b>	539	<b>188</b>	411	<b>189</b>	388	<b>190</b>	462
<b>191</b>	432	<b>192</b>	363	<b>193</b>	512	<b>194</b>	379	<b>195</b>	379
<b>196</b>	385	<b>197</b>	362	<b>198</b>	380	<b>199</b>	408	<b>200</b>	500
<b>201</b>	363	<b>202</b>	493	<b>203</b>	570	<b>204</b>	357	<b>205</b>	470
<b>206</b>	443	<b>207</b>	441	<b>208</b>	445	<b>209</b>	575	<b>210</b>	379
<b>211</b>	396	<b>212</b>	393	<b>213</b>	362	<b>214</b>	459	<b>215</b>	444
<b>216</b>	420								