UNIVERSIDADE FEDERAL DO MARANHÃO
CENTRO DE CIÊNCIAS EXATAS E TECNOLOGIA
PROGRAMA DE MESTRADO PROFISSIONAL EM MATEMÁTICA EM REDE NACIONAL - PROFMAT

JOSÉ WILSON SILVA COSTA

A CONSTRUÇÃO DE CASA POPULAR COMO RECURSO MOTIVACIONAL PARA O ESTUDO DE PRISMA E PIRÂMIDE

São Luís
2014

JOSÉ WILSON SILVA COSTA

A CONSTRUÇÃO DE CASA POPULAR COMO RECURSO MOTIVACIONAL PARA O ESTUDO DE PRISMA E PIRÂMIDE

Dissertação apresentada ao Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional - PROFMAT, da Universidade Federal do Maranhão, como parte dos requisitos para obtenção do título de Mestre em Matemática.

Orientador: Prof. Dr. Jos Antônio Pires F. Marão

São Luís

2014

Costa, José Wilson Silva.

A construção de casa popular como recurso motivacional para o estudo de prisma e pirâmide/José Wilson Silva Costa. - São Luis, 2014.

52f.

Impresso por computador (fotocópia).

Orientador: José Antônio Pires Ferreira Marão.

Dissertação (Mestrado) - Universidade Federal do Maranhão, Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional, 2014.

1. Geometria espacial métrica 2. Engenharia civil 3. Casa popular - Projeto de construção 4. Sólidos geométricos I.Título.

CDU 514.113.5:624.04

JOSÉ WILSON SILVA COSTA

A CONSTRUÇÃO DE CASA POPULAR COMO RECURSO MOTIVACIONAL PARA O ESTUDO DE PRISMA E PIRÂMIDE

Dissertação apresentada ao Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional - PROFMAT, da Universidade Federal do Maranhão, como parte dos requisitos para obtenção do título de Mestre em Matemática.

Aprovado em de de 2014.

BANCA EXAMINADORA

Prof. Dr. José Antônio Pires Ferreira Marão (Orientador)
UNIVERSIDADE FEDERAL DO MARANHÃO

Prof. Dr. Felix Silva Costa
UNIVERSIDADE ESTADUAL DO MARANHÃO

Prof. Dr. Manoel Ferreira Borges Neto
UNIVERSIDADE ESTADUAL DE SÃO PAULO

AGRADECIMENTOS

A Deus por ter me guiado e me protegido ao longo dos anos de minha vida.

A meus pais, pelo apoio moral, compreensão e sábios ensinamentos.

Aos meus irmãos, que muitas vezes me socorreram e me auxiliaram na caminhada.

Ao Prof. Dr. José Antônio Pires Ferreira Marão, por toda confiança, orientação e inteira disponibilidade.

Aos amigos mestrandos, pelo companheirismo durante todo o curso.

"Tu me dizes, eu esqueço; Tu me ensinas, eu lembro; Tu me envolves, eu aprendo."

Benjamim Franklim

RESUMO

O presente trabalho tem a finalidade apresentar a contextualização, aplicando conhecimentos e métodos matemáticos em situações reais, em especial em outras áreas do conhecimento, ou seja, Aplicação da Geometria Espacial Métrica na Engenharia Civil, o qual será desenvolvido com os alunos do 2º ano do Ensino Médio da Escola C.E. Gonçalves Dias na cidade de São Luís - MA. A proposta didática consiste em utilizar os sólidos geométricos - prisma, pirâmide - para desenvolver o projeto de construção de casa popular com o objetivo de desenvolver as habilidades e competências geométricas. Durante a construção de casas, constantemente, os profissionais da área precisam fazer cálculos de áreas, volumes, para orçar materiais. Por meio desta proposta espera-se que o ensino da geometria espacial métrica possa ser realizado de forma diferenciada e motivadora propiciando um melhor entendimento por parte do discente.

Palavras-chaves: contextualização. Geometria espacial métrica. Engenharia Civil. Casa.

ABSTRACT

This work aims at presenting the context, applying knowledge and mathematical methods in real situations, especially in other areas of knowledge, ie, Application of Spatial Geometry Metric in Civil Engineering, which will be developed with students of the 2nd year of teaching mean C.E. Gonçalves Dias School in São Luís - MA. The didactic proposal is to use the geometric solids - prism, pyramid - to develop the project of construction of public housing with the aim of developing the skills and geometric skills. During construction, constantly homes, healthcare professionals need to make calculations of areas, volumes, to budget materials. Through this proposal is expected that the teaching of geometry metric space can be done differently and motivating way providing a better understanding by the student.

Keywords:: context. Metric space Geometry. Civil Engineering. House.

Sumário

1 INTRODUÇÃO

Os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCNs) são um conjunto de propostas que trazem sugestões, objetivos e fundamentação teórica dentro de cada área, com o intuito de subsidiar o trabalho docente.

Segundo, também, os PCNs a matemática e áreas afins não devem ser vistas apenas pelo papel formativo e caráter instrumental, mas também como ciência; com suas características estruturais específicas. É importante que o aluno perceba que as definições, as demonstrações e os encadeamentos conceituais e lógicos têm a função de construir novos conceitos e estruturas.

Assim, pode-se afirmar que aprender matemática deve ser mais do que memorizar resultados, e que a aquisição do conhecimento matemático deve estar vinculada com o domínio de um saber pensar matemático.

A Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional (LDB) expressa à política e o planejamento educacional do país. Essas diretrizes são embasadas na Constituição Federal, e sua finalidade é ajustar os princípios enunciados no texto constitucional para as situações reais que envolvam várias questões, entre elas o funcionamento das redes escolares.

De acordo com a lei que rege o ensino e a educação brasileira, as escolas devem fornecer um currículo que prepare o aluno para a continuidade dos estudos e os habilite para o exercício de uma profissão. Para que esse objetivo possa ser atingido, a formação básica a ser buscada se realizará pela constituição de competências, habilidades e disposição de condutas do que pela própria quantidade de informação.

> ″Se experimentar prazer com a matemática, não a esquecerá facilmente e haverá, então, uma grande probabilidade de que ela se torne alguma coisa mais: uma ocupação favorita, uma ferramenta profissional, a própria profissão, ou uma grande ambição.″
>
> George Pólya

O aluno deve ser orientado a aprender e a pensar, a relacionar os conhecimentos com dados da experiência cotidiana, a dar significado ao aprendido e a captar o significado do mundo, a fazer a ponte entre teoria e prática, fundamentar críticas, argumentar com base em fatos, a lidar com o sentimento que a aprendizagem desperta.

Assim, tanto os PCNs quanto a LDB indicam como deve ser fomentada a educação básica no contexto sócio-econômico e cultural do Brasil.

Devido a geometria ser um campo de informação e conhecimento necessários para que se compreenda o mundo, pois está presente em nosso cotidiano e em enumeras situações. Os Parâmetros Curriculares Nacionais (1998) tratam da geometria como parte fundamental e importante no *ensino básico*.

> Os conceitos geométricos constituem parte importante do currículo de matemática no *ensino fundamental*, porque, por meio deles, o aluno desenvolve um tipo especial de pensamento que lhe permite compreender, descrever e representar, de forma organizada, o mundo em que vive. O *estudo da geometria* é um campo fértil para trabalhar com situações problema e é um tema pelo qual os alunos costumam se interessar naturalmente. (PCNs; 1998; P. 51).

2 GEOMETRIA E A SUA UTILIZAÇÃO

Tendo a intenção de tornar o *ensino da geometria* mais atrativo e significativo para o aluno, esta proposta de trabalho, aponta alternativas que possibilitam a aplicabilidade desse conteúdo em sala de aula com objetos com os quais os alunos poderão compreender melhor a *noção de área* e *volume* desses objetos.

Grande parte dos professores de matemática busca estimular seus alunos por meio de problemas práticos para que os mesmos encontrem aplicabilidade da matemática ensinada na vida cotidiana. Porém nem sempre acontece essa conexão, seja por falta de tempo ou até conhecimento das aplicações.

Nas escolas, na maioria das vezes, o professor inicia o ensino de um conteúdo partindo diretamente de aulas expositivas, pouco aproveitando as experiências matemática adquiridas pelo aluno na sua realidade. Os alunos como seres ativos inseridos ao ambiente em que vivem, aprendem também matemática fora do ambiente da sala de aula, através de vivências, por isso, o professor deve levar em consideração essas experiências, pois, explorá-las poderá ajudar bastante no seu trabalho.

Segundo Paiva & Carvalho (1998), é no ambiente escolar que essas experiências deverão ser enriquecidas pelo contato com outros alunos, através de conversas formais, pela discussão e reflexão de seus pontos de vista e pelas formas e soluções que cada um apresenta na resolução de problemas. Buscando a aquisição dos conhecimentos matemáticos, os alunos necessitam relatar as suas experiências, explorar materiais, delinear e modelar suas representações mentais, ou seja, precisam transformar essas vivências em linguagem matemática.

Segundo Soares (2009), a escolha de *geometria espacial* justifica-se pela necessidade de verificar na prática, aplicações para os conteúdos trabalhados em sala de aula. Geometria é um campo cheio de possibilidade de interpretações, muitas vezes vinculadas à realidade do aluno.

Sendo assim, a presente proposta problematizará uma situação de engenharia onde os alunos farão parte de um projeto onde seus cálculos, ideias e intuição serão de fundamental importância para a concretização do projeto. Com isso, entende-se que os alunos ficarão mais motivados em relação à matemática ensinada, no caso *geometria espacial métrica* e aprenderão com problemas da vida cotidiana, isto é, em uma construção civil simples.

3 OBJETO DE ESTUDO

O estudo apresentado no trabalho pode ser dividido em dois objetivos a seguir:

3.1 Geral

Em resposta ao desafio propõe-se o projeto: o qual será desenvolvido com os alunos da 2ª série do ensino médio do Centro de Ensino Gonçalves Dias, na cidade de São Luís - MA, e que terá por objetivo promover um envolvimento maior dos alunos nas aulas de geometria, afim de que eles adquiram um conhecimento geométrico espacial mais concreto, através das atividades onde os alunos poderão perceber a importância da Matemática, em especial a Geometria, nesta temática.

3.2 Específico

A proposta didática consiste em utilizar os sólidos geométricos, *prisma e pirâmide*, para desenvolver o projeto de construção de casa popular. Durante a construção de casas, constantemente, os profissionais da área precisam fazer cálculos de áreas, volumes, para orçar materiais.

Numa área predefinida, os alunos irão produzir um projeto de construção de casa popular, com plantas do projeto (definida pelos grupos), cálculo da alvenaria, cálculo do telhado, ou seja, total de material da obra.

Fazendo-os observar a importância da geometria na área da construção civil, em especial para o Engenheiro Civil. Segundo Aurélio, ″Engenharia: ciência, técnica e arte de construção de obras de grande porte, mediante a aplicação de princípios matemáticos e das ciências físicas.″

4 FUNDAMENTOS GEOMÉTRICOS

Buscando a compreensão das atividades é desejável que os alunos conheçam os sólidos geométricos, sua classificação e características principais, que saibam diferenciar figuras planas de sólidos geométricos e que conheçam as terminologias que serão usadas. Neste capítulo será apresentado um breve estudo sobre cálculo de áreas e volumes do paralelepípedo retângulo, prismas, pirâmide, cilindro, que serão os objetos utilizados nas atividades a serem descritas na próxima seção.

Segue, então, a apresentação de alguns sólidos que serão estudados no presente trabalho, além de mostrar a aplicação dos conhecimentos adquiridos para o escopo do estudo (Aplicações à Engenharia Civil).

4.1 Prisma

Um *Prisma* é todo sólido geométrico que possui como base inferior e base superior figuras planas congruentes e paralelas entre si e paralelogramos como faces laterais.

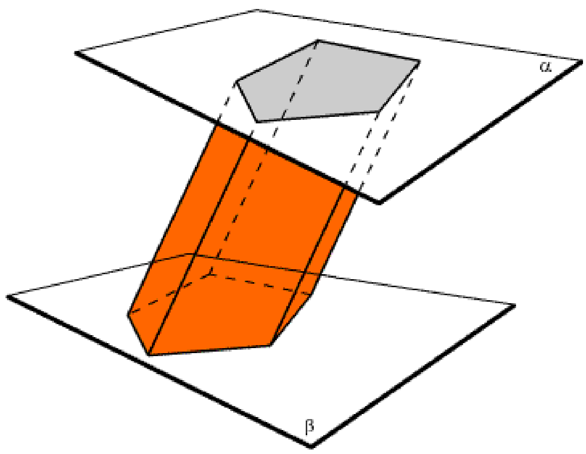

Figura 4.1: *formação de prisma*

1. **Seção reta de um prisma** ou **seção reta de uma superfície prismática:** é a seção determinada por um plano perpendicular às arestas laterais.

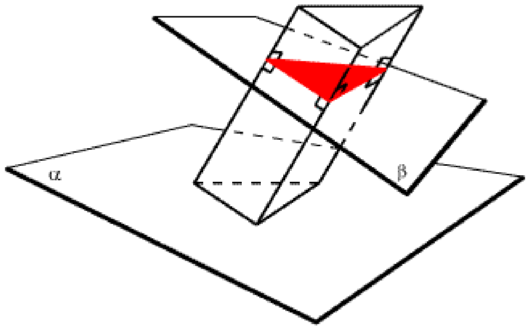

Figura 4.2: *seção reta*

2. **Classificação dos prismas:** os prismas podem ser:

    - **Reto:** quando as retas laterais são perpendiculares às bases.
    - **Oblíquo:** quando as arestas laterais são oblíquas em relação às bases.

3. **Elementos do prisma**

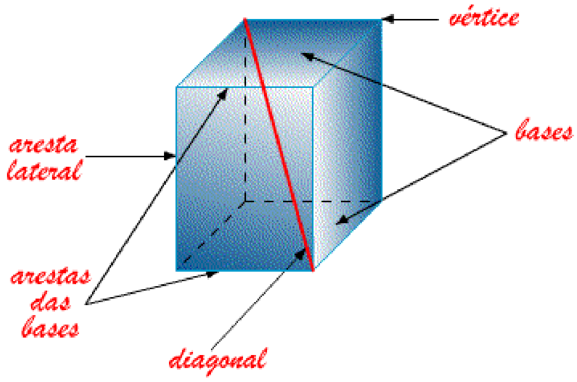

Figura 4.3: *elementos do prisma*

Se n é o número de lados de cada base, então

$A = 3n$ arestas.
$F = n + 2$ faces.
$V = 2n$ vértices.

4. **Prisma regular:** é o prisma reto cujas bases são polígonos regulares.

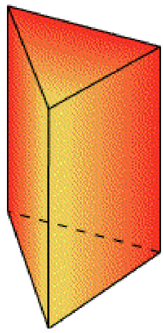

Figura 4.4: *prisma regular*

5. **Paralelepípedo:** é o prisma cujas bases são paralelogramos. Pode ser:

   - **Reto:** possui as arestas laterais perpendiculares às bases.
   - **Oblíquo:** possui as arestas laterias oblíquas em relação às bases.
   - **Retângulo:** quando todas as faces são retângulos.

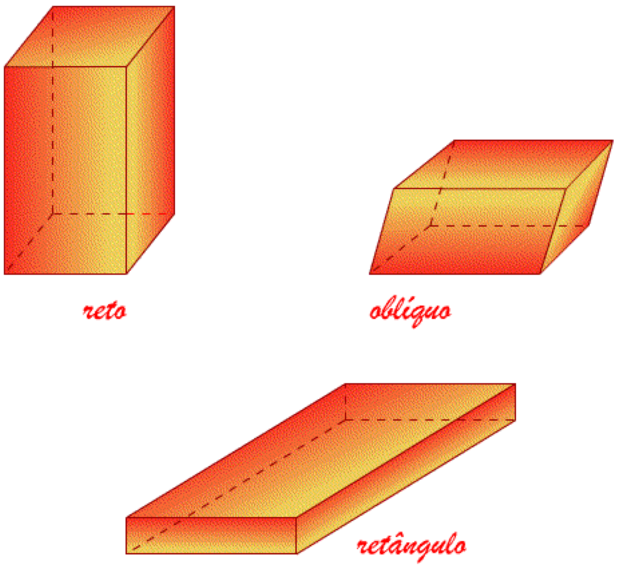

Figura 4.5: *paralelepípedos*

4.1.1 Relações métricas no paralelepípedo retângulo

1. **Diagonal**

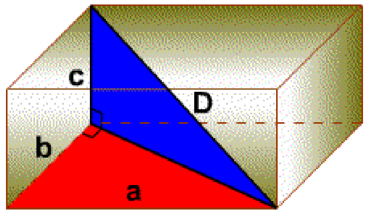

Figura 4.6: *diagonal de um paralelepípedo*

Aplicando o teorema de Pitágoras no triângulo retângulo da base inferior, temos

$$d^2 = a^2 + b^2$$

onde d é a diagonal da base.

Aplicando o teorema de Pitágoras no triângulo retângulo da base inferior, temos

$$D^2 = d^2 + c^2$$

Substituindo o quadrado da diagonal da base (d^2), obtemos

$$D^2 = a^2 + b^2 + c^2$$

2. **Área total**

A planificação constará de dois retângulos de dimensões a e b, dois retângulos de dimensões a e c e dois retângulos de dimensões b e c.

Na figura 3.7 podemos observar a planificação do paralelepípedo retângulo que foi aberto e esticado sobre um plano.

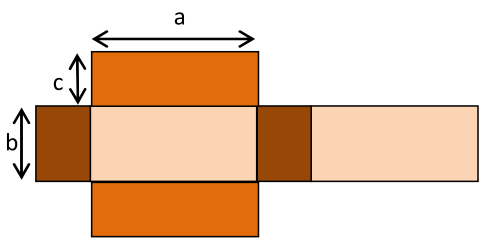

Figura 4.7: *planificação de um paralelepípedo*

Portanto, sabendo que a área de um retângulo é o produto entre as suas dimensões, então a área total da superfície do prisma de base retangular (paralelepípedo) é dada por

$$S_T = 2(ab + ac + bc)$$

Sendo o cubo, um caso particular, do paralelepípedo pode calcular a área de sua superfície (S_C) e a diagonal usando a relação do paralelepípedo.

Portanto, sabendo que a, b e c são as arestas e no cubo as arestas são congruentes, chamaremos de a todas as arestas. Assim,

$$S_C = 2(ab + ac + bc) \Longrightarrow S_C = 2(a^2 + a^2 + a^2) \Longrightarrow \boxed{S_C = 6a^2}$$

e

$$D^2 = a^2 + b^2 + c^2 \Longrightarrow D^2 = a^2 + a^2 + a^2 \Longrightarrow \boxed{D^2 = 3a^2}$$

4.1.2 Área do prisma

- **Área da base** (S_B)**:** é a área do polígono da base.
- **Área Lateral** (S_L)**:** é a soma das áreas de todas as suas faces laterais retangulares.
- **Área Total** (S_T)**:** é a soma de todas as suas áreas.

  Para calcular a área total de um prisma devemos utilizar o mesmo procedimento usado para o calcular a área total do paralelepípedo, ou seja, devemos somar todas as suas áreas. Como todo prisma possui duas bases congruentes e faces laterais retangulares, temos que somar a área lateral com o dobro da área da base. Assim,

$$S_T = S_L + 2S_B$$

4.1.3 Volume do prisma

Segundo *Manuel Paiva*, para conceituar volume, vale a discussão a seguir. ″Quantos cubinhos de $1\,cm$ de aresta, colocados face a face, cabem numa caixa de dimensões $2\,cm \times 3\,cm \times 4\,cm$?″

Tomando um cubo com aresta de $1\,cm$, será apresentado para os estudantes a unidade de volume, ou seja, o cubo que tem volume igual a $1\,cm^3$. A resposta é 24 e é possível fazer isso colocando os cubos dentro do prisma e chegar à conclusão de que o volume é $24\,cm^3$. A segunda pergunta é: como pode-se chegar à resposta de 24 cubos sem utilizar os modelos? Note que o produto das medidas das arestas é $2 \times 3 \times 4$ que é igual a 24. De forma análoga, o volume do paralelepípedo da figura 3.8 é dado por

$$V = a \times b \times c$$

mas se $a \times b$ é a área da base S_B e c é a sua altura h, temos

$$V = S_B \times h$$

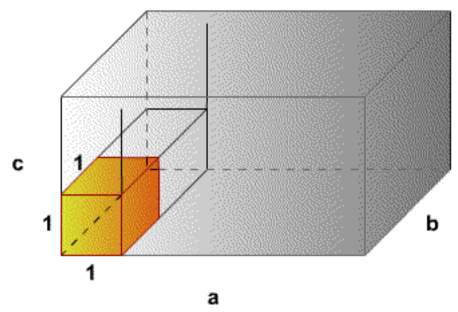

Figura 4.8: *Volume de um prisma*

Para a generalização do cálculo do volume, sejam um prisma e um paralelepípedo retângulo de mesma altura h e bases iguais a S_B contidas no mesmo plano α. Como mostra a figura 3.9.

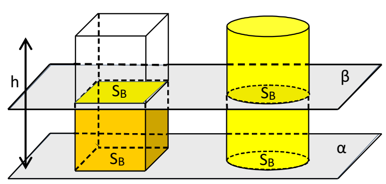

Figura 4.9: *princípio de Cavalieri*

Qualquer plano β paralelo a α, que secciona o prisma hexagonal, também secciona o paralelepípedo, e as secções têm áreas iguais, pois são congruentes às suas respectivas bases.

Princípio de Cavalieri

1. Dois sólidos, nos quais todo plano secante, paralelo a um dado plano, determina superfícies de áreas iguais (superfícies equivalentes), são sólidos de volumes iguais (sólidos equivalentes). (Iezzi, 2005).
2. São dados dois sólidos e um plano. Se todo plano paralelo ao plano dado secciona os dois sólidos segundo figuras de mesma área, então esses sólidos têm mesmo volume. (LIMA, E. 2006).

Pelo *Princípio de Cavalier*, o prisma hexagonal e o paralelepípedo têm volumes iguais. Como o *volume do paralelepípedo retângulo* = *área da base* × *altura*, então o *volume do prisma* = *área da base* × *altura*. Donde,

$$V = A_B h.$$

4.2 Pirâmide

Seja um polígono $ABCDE$ de cinco lados num plano α e um ponto V fora de α. Tomando segmentos de reta, todos com uma extremidade em V e a outra extremidade nos pontos de $ABCDE$. A reunião desses segmentos é um sólido chamado *pirâmide pentagonal*.

1. Elementos de uma pirâmide

$V \rightarrow$ *vértice*

$a_l \rightarrow$ *aresta lateral*

$h \rightarrow$ *altura*

$l \rightarrow$ *aresta da base*

$a \rightarrow$ *apótema*

$\overline{OM} = m \rightarrow$ *apótema da base*

$AVB \rightarrow$ *face lateral*

$ABCD \rightarrow$ *polígono da base*

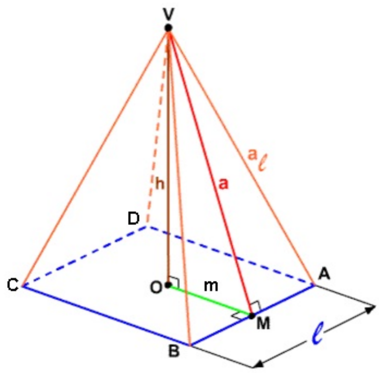

Figura 4.10: *elementos de uma pirâmide*

Denomina-se *apótema* de uma pirâmide regular ao segmento que une o vértice da pirâmide ao ponto médio de qualquer um dos lados do polígono da base, e chama-se *apótema da base* ao segmento que une o centro do polígono da base ao ponto médio de qualquer um de seus lados.

2. Classificação das pirâmides

As pirâmides são classificadas de acordo com o número de lados da base.

- **Pirâmide regular:** quando a base é um polígono regular e o pé da altura coincide com o centro da base. Por exemplo,

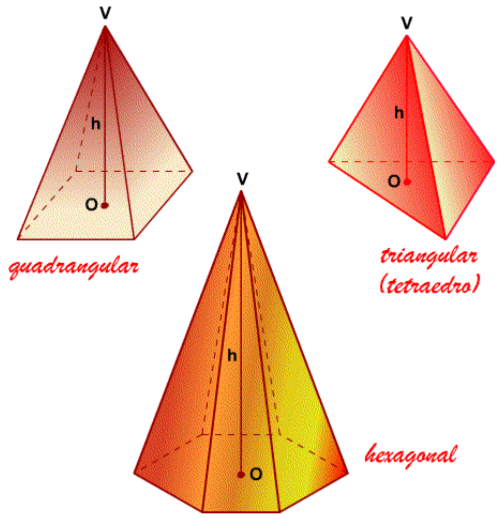

Figura 4.11: *classificação de pirâmide*

Notamos que em qualquer pirâmide regular

$$h^2 = m^2 + a^2$$

h é a altura, m é o apótema da base e a é o apótema da pirâmide.

Observação 1. É imediata a verificação que as arestas laterais das pirâmides regulares são congruentes e, consequentemente, todas as suas faces laterais são triângulos isósceles congruentes, exceto o tetraedro onde todas as arestas são congruentes e as faces triângulos equiláteros congruentes.

4.2.1 Área de uma pirâmide

- **Área da base** (S_b)**:** é a área do polígono da base.
- **Área lateral** (S_l)**:** é a soma de todas as suas faces laterais.
- **Área total** (S_t)**:** é a soma de todas as suas faces, ou seja, é a soma da área lateral com a área da base.

$$S_t = S_l + S_b.$$

4.2.2 Volume de um pirâmide

- **Pirâmide triangular:** é a terça parte do volume de um prisma que possui a mesma base e a mesma altura. Como é sugerido pela figura 3.12, as quais mostram a decomposição de um prisma triangular em três tetraedros de mesmo volume.

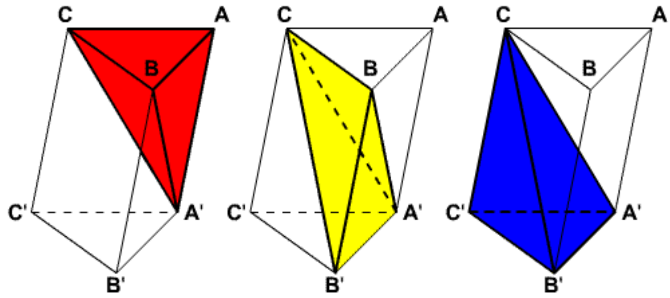

Figura 4.12: *volume de uma pirâmide triangular*

Sendo este procedimento válido para qualquer tipo de pirâmide.

- **Pirâmide qualquer:** suponha que a altura de uma pirâmide seja h e que sua base, de área A, tenha sido divida em n triângulos cujas áreas são

$$S_{b1}, S_{b2}, \ldots, S_{bn}.$$

O *volume da pirâmide* é a soma dos volumes das pirâmides triangulares.

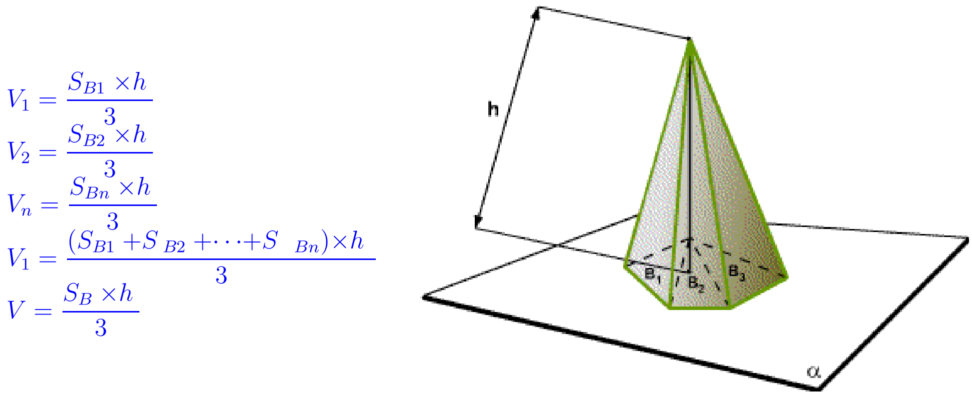

Figura 4.13: *volume de uma pirâmide qualquer*

4.2.3 Tronco de Pirâmide

Chamamos de *Tronco de Pirâmide de bases paralelas* a porção da pirâmide compreendida entre a base e um plano paralelo à base. O *tronco de pirâmide é regular* quando se origina de uma *pirâmide regular*.

1. **Elementos de um tronco de pirâmide**

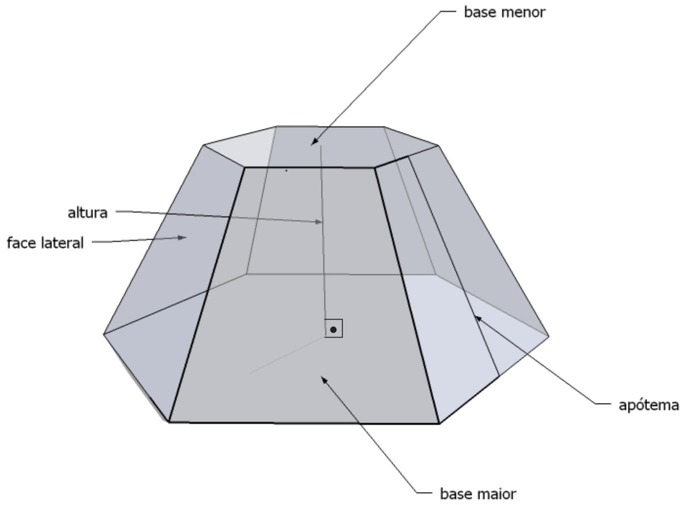

Figura 4.14: *tronco de pirâmide*

2. Pirâmides semelhantes

Duas pirâmides são semelhantes quando possuem as faces respectivamente semelhantes e os ângulos respectivamente iguais.

Se cortarem uma pirâmide por um plano paralelo a base obteremos uma nova pirâmide semelhante à primeira.

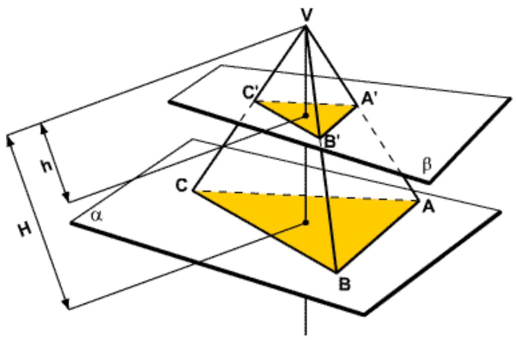

Figura 4.15: *pirâmides semelhantes*

- $\dfrac{\overline{VA'}}{\overline{VA}} = \dfrac{\overline{VB'}}{\overline{VB}} = \dfrac{\overline{VC'}}{\overline{VC}} = \dfrac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = \dfrac{\overline{B'C'}}{\overline{BC}} = \dfrac{\overline{C'A'}}{\overline{CA}} = \cdots = \dfrac{h}{H} = K$
- $\dfrac{S_b}{S_B} = \dfrac{h^2}{H^2} = K^2$
- $\dfrac{v}{V} = \dfrac{h^3}{H^3} = K^3$

3. Área do tronco de uma pirâmide

- **Área da base maior** S_B**:** é a área de um polígono.
- **Área da base menor** S_b**:** é a área de um polígono semelhante à base maior.
- **Área lateral** (S_l)**:** é a soma das áreas das fases laterais.
- **Área total** (S_t)**:** é a reunião da superfície lateral com a base maior e com a base menor, ou seja,

$$S_t = S_l + S_B + S_b.$$

4. Volume do tronco de uma pirâmide

O volume do tronco de uma pirâmide qualquer de bases paralelas é obtido pela *diferença* entre os volumes de duas pirâmides a de base S_B e a de base S_b. Considerando a figura 3.15, onde

- H é a altura da pirâmide original;
- h é a altura da pirâmide nova;
- $h' = H - h$ é a altura do tronco da pirâmide $(H = h' + h)$;
- V é o volume da pirâmide original;
- v é o volume da pirâmide nova;
- $V' = V - v$ é o volume do tronco da pirâmide.

Assim,

$$\begin{aligned} V' &= V - v = \frac{1}{3}S_B H - \frac{1}{3}S_b h \\ &= \frac{1}{3}S_B(h + h') - \frac{1}{3}S_b h \\ &= \frac{1}{3}\left[S_b h' + (S_B - S_b)h\right]. \end{aligned}$$

Cálculo de h em função dos dados

$$\frac{S_B}{S_b} = \left(\frac{H}{h}\right)^2 \Longrightarrow \frac{H}{h} = \frac{\sqrt{S_B}}{\sqrt{S_b}} \Longrightarrow \frac{h + h'}{h} = \frac{\sqrt{S_B}}{\sqrt{S_b}} \Longrightarrow h = \frac{h'\sqrt{S_b}}{\sqrt{S_B} - \sqrt{S_b}}.$$

Substituindo $h = \dfrac{h'\sqrt{S_b}}{\sqrt{S_B} - \sqrt{S_b}}$ na igualdade $V' = \dfrac{1}{3}\left[S_b h' + (S_B - S_b)h\right]$, temos $V' = \dfrac{1}{3}\left[S_B h' + (S_B - S_b)\dfrac{h'\sqrt{S_b}}{\sqrt{S_B} - \sqrt{S_b}}\right]$. Donde,

$$V' = \frac{h'}{3}\left[S_B + (S_B - S_b)\frac{\sqrt{S_b}}{\sqrt{S_B} - \sqrt{S_b}}\right]. \tag{4.1}$$

Considere

$$S_B - S_b = \left(\sqrt{S_B}\right)^2 - \left(\sqrt{S_b}\right)^2 = \left(\sqrt{S_B} + \sqrt{S_b}\right) \times \left(\sqrt{S_B} - \sqrt{S_b}\right).$$

Substituindo $S_B - S_b = \left(\sqrt{S_B} + \sqrt{S_b}\right) \times \left(\sqrt{S_B} - \sqrt{S_b}\right)$ na expressão (3.1), temos

$$\begin{aligned} V' &= \frac{h'}{3}\left[S_B + \left(\sqrt{S_B} + \sqrt{S_b}\right) \times \left(\sqrt{S_B} - \sqrt{S_b}\right) \times \frac{\sqrt{S_b}}{\sqrt{S_B} - \sqrt{S_b}}\right] \\ &= \frac{h'}{3}\left[S_B + \left(\sqrt{S_B} + \sqrt{S_b}\right) \times \sqrt{S_b}\right] \end{aligned}$$

Portanto,

$$V' = \frac{h'}{3}\left[S_B + \sqrt{S_B \times S_b} + S_b\right]$$

é o volume do tronco de uma pirâmide.

5 METODOLOGIA - FUNDAMENTAÇÃO PRÁTICA

Cabe lembrar que o trabalho ficou restrito a algumas partes da *construção civil*, tendo em vista a complexidade e extensão de sua abordagem, ficando então aberto a possibilidade de novas/futuras pesquisas. Acredita-se que este projeto é importante, pois são dadas condições de determinar a quantidade de material necessário para uma construção, evitando assim, o desperdício de material.

Além de focar na *"abertura de novos caminhos"* do aluno ao *ensino médio* uma vez que haverá uma aplicação concreta dos conhecimentos de *geometria espacial métrica.*

5.1 Elaboração da planta

A planta da casa deve apresentar uma modulação de cinco ou seis compartimentos, tendo como divisão: *1 ou 2 dormitório(os), 1 banheiro, 1 sala de estar e copa/cozinha.*

Um projeto consiste nos desenhos, devidamente especificados de cada cômodo que se pretende fazer na casa com suas devidas medidas, divisões, vista de cima, sendo assim, o projeto inicia-se com o *esboço da planta baixa.*

Em primeiro lugar, foi solicitado então aos alunos que fizessem um esboço de uma casa, sem qualquer orientação, consistindo em uma atividade livre, servindo para avaliar os conhecimentos dos conceitos geométricos já assimilados pelos alunos.

Após avaliar o que cada um fez, foi detalhadamente explicado como se procede realmente para realizar o esboço de uma planta baixa. Para se fazer uma planta baixa é necessário que os segmentos que representam as paredes da casa estejam paralelos ou por vezes perpendiculares. Outro item muito importante é que as portas e janelas, ou seja, as aberturas estejam devidamente indicadas. Após discussões e explanações, teve-se então que escolher a planta baixa, nos moldes de uma planta de casa popular de baixo custo. Optou-se, então pela planta da figura 4.1.

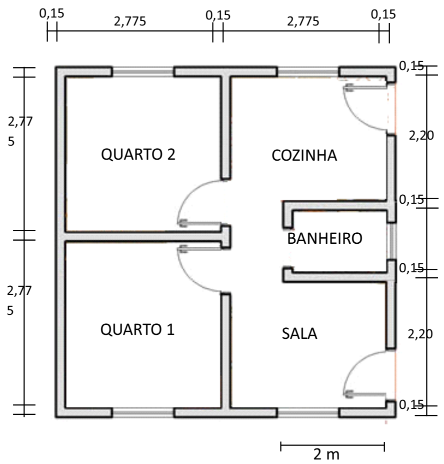

Figura 5.1: *planta baixa da casa*

5.2 Fundação

Fundação é um termo utilizado na engenharia para designar as estruturas responsáveis por transmitir as solicitações das construções ao solo.

Segundo a NBR 6122 (ABNT, 2010), as fundações são convencionalmente separadas em dois grandes grupos:

1. **Fundações rasas ou diretas**

   Tecnicamente, as fundações rasas ou diretas são aquelas em que a profundidade de escavação é inferior a três metros, sendo mais utilizadas em casos de cargas leves, como residências, ou no caso de solo firme. Incluem-se neste tipo de fundação os blocos, as sapatas (isoladas, corridas, associadas, alavancadas, vigads de fundação) e os radiers.

2. **Fundações profundas**

   São mais utilizadas em casos de edifícios altos em que os esforços do vento se tornam consideráveis, e/ou nos casos em que o solo só atinge a resistência desejada em grandes profundidades.

O tipo de fundação utilizada no projeto é *fundação rasa* do tipo sapata isolada. A sapata isolada é pontual, isto é, localiza-se em pontos determinados da parede, necessitando de vigas e pilares para fazer a distribuição e a concentração do peso da parede e do telhado.

Considerando a fundação da casa, conforme a figura 4.2, não irá fazer o cálculo da mesma, mas utilizá-la para a identificação dos tipos de sólidos.

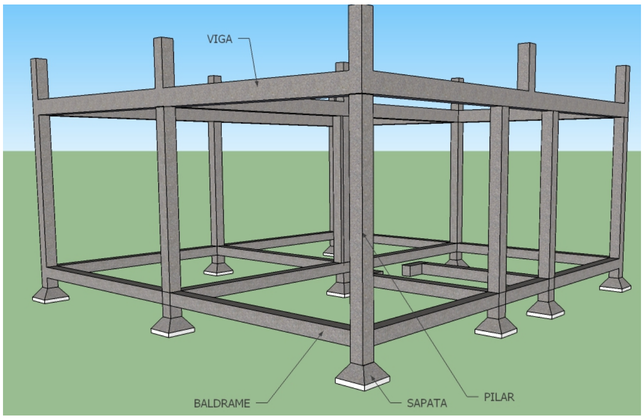

Figura 5.2: *: fundação e estrutura da casa*

Os alunos foram questionados a identificar os elementos da fundação e estrutura da casa, os mesmo chegaram a conclusão que:

- A sapata é um tronco de pirâmide de base quadrangular;
- O baldrame, a viga e o pilar têm a forma de prisma de base quadrangular.

5.3 Alvenaria

A construção em alvenaria nada mais é que uma montagem de blocos (de cerâmica, de vidro ou de concreto e pedra) interligados por massa de cimento.

No projeto os grupos devem fazer o cálculo do custo da alvenaria, para isso, é necessário o cálculo da quantidade de tijolo, de cimento e areia para que essas quantidades sejam multiplicadas pelos seus respectivos valores de mercado.

5.3.1 Cálculo da quantidade de tijolos

Os blocos de concretos estão de certa forma em alta e é muito usado na construção de grandes áreas como galpão, muros e inclusive edifícios de apartamentos. Na cidade de São Luís - MA, pelo menos, é comum observar muito o uso dele em edifícios. É uma boa opção em termos de volume e produtividade, mas ele é reclamado por muitos como tendo pouca eficiência acústica e principalmente térmica.

Os blocos cerâmicos são os preferidos para a construção de casas e graças a uma variedade de modelos é possível encontrar blocos cerâmicos para diversas aplicações. O mais usado até então era o chamado bloco cerâmico de 6 furos, escolhido no projeto pelo baixo custo, este tipo de bloco foi a base para milhares de construções, mas hoje muitos tem substituído o uso dele pelo bloco cerâmico de 9 furos que é um pouco mais largo mas oferece maior resistência à parede, pelo menos para a construção de paredes de casas ele tem sido muito usado. O Bloco de 8 furos ainda é muito usado para muros.

Primeiramente, os alunos foram indagados ao questionamento.

″Como podemos calcular a quantidade de tijolos de uma parede?″ Várias foram as respostas, até que, um aluno motivado a demostrar a sua ideia, solicitou os seguintes matérias: uma trena e uma fita isolante. E com isso, utilizando a própria parede da sala, mediu e marcou com a fita isolante um quadrilátero com os quatros lados iguais, medindo 1 m cada lado. O próximo passo, foi conferir quantos tijolos tinham dentro daquela superfície. Sendo assim, os alunos foram orientados a calcular a quantidade de tijolos em $1m^2$ de área, medindo as dimensões do tipo de tijolo usado no projeto (tijolos de 6 furos com as seguintes dimensões: $19cm$ de comprimento, 141 cm de altura e 91 cm de largura, figura 4.3.

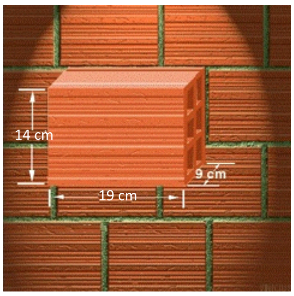

Figura 5.3: *alvenaria com blocos cerâmicos de 06 furos (Fonte: aleciobraz)*

A maneira como planeja colocar os tijolos determinará quantos serão precisos numa área de trabalho de 1 m^2. Por exemplo, se for colocado tijolos em uma parede com seu lado menor virado para fora, serão necessários mais tijolos; já no caso, onde a parte superior do tijolo está exposta, menos deles serão necessários.

Área da face de um tijolo (incluindo junta de 1 cm) é igual a

$$(19 + 1) \times (14 + 1) = 300\ cm^2.$$

Feito o cálculo da área da face exposta do tijolo na parede, agora é só realizar a divisão de 1 m^2 pela área da da face exposta do tijolo na parede.

$$\text{Quantidade de tijolos} = \frac{1\ m^2 = 10000\ cm^2}{\text{área da face de um tijolo (incluindo junta)}}.$$

Portanto, a quantidade de tijolos necessários num metro quadrado é

$$\text{Quantidade de tijolos} = \frac{10000\ cm^2}{300\ cm^2} \cong 33,33 \text{ tijolos}.$$

Para definir agora a quantidade de tijolos necessários para a alvenaria da casa, temos que medir o perímetro da casa e o comprimento das paredes internas. Então,

1. Perímetro da casa, de acordo com a figura 4.4, é igual a

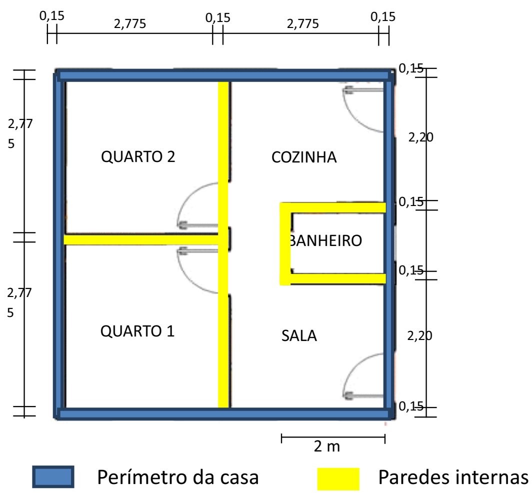

Figura 5.4: *paredes da casa*

2. Comprimento das paredes internas, de acordo com a figura 4.8, temos

$$3 \times 2,775\ m + 0,15\ m + 2 \times 2\ m + 1,00\ m = 13,475\ m \cong 13,50\ m.$$

Somando o perímetro com o comprimetro das paredes internas, obtemos

$$24\ m + 13,50\ m = 37,50\ m \text{ de parede}.$$

Multiplicando a altura do teto pelo comprimetro total das paredes, chegamos ao resultado de

$$2,80\ m \times 37,50\ m = 105\, m^2 \text{ de área.}$$

Deve-se subtrair a área encontrada de $105\, m^2$ pela soma das áreas das 4 portas $(0,70 \times 2,10)$, 1 porta de banheiro $(0,60 \times 2,10)$, 4 janelas $(1,00 \times 1,10)$ e 1 basculante $(0,40 \times 0,40)$ o que corresponde a

$$105 - (4 \times 0,70 \times 2,10 + 1 \times 0,60 \times 2,10 + 4 \times 1,00 \times 1,10 + 0,40 \times 0,40) = 93,30\, m^2.$$

Fazendo, então o cálculo do número de tijolos, para uma área total de $93,30\, m^2$, sendo necessários 33,33 tijolos por metro quadrado. Logo, multiplicando a área pela quantidade de tijolos por metro quadrado, tem-se

$$93,30 \times 33,33 \cong 3.110 \text{ tijolos.}$$

Considerando 10% de perda, no manuseio, tem-se $3.110 \times 1,1 = 3.421$. Logo, serão necessários 3,5 mil tijolos, ou seja, 3,5 milheiros.

5.3.2 Cálculo da quantidade de areia e cimento

1. **Argamassa de assentamento para alvenaria**

   As argamassas de assentamento são usadas para unir os blocos ou tijolos das alvenarias. É composta por diversos materiais, sendo os mais comuns, o cimento, o cal, a areia e a água. A quantidade de cada um destes componentes é chamada de *traço*, e varia de acordo com a finalidade de sua aplicação.

   Para a obtenção de uma argamassa de boa qualidade, deve-se levar em conta a qualidade do cimento, pois é ele o responsável pela "cola"; a areia, que deve apresentar grãos duros e ser limpa, livre de torrões de barro, galhos, folhas e raízes antes; a água, que também deve ser limpa, livre de barro, óleo, galhos, folhas e raízes e a cal, que tem a propriedade de conferir maior plasticidade à argamassa, o que é uma grande vantagem em certas aplicações.

   Atualmente está sendo cada vez mais comum o uso de argamassas industrializadas, ou seja, a mistura dos componentes secos é realizada previamente e na obra acrescenta-se apenas água à mistura.

O consumo de argamassa para assentar alvenaria pode variar bastante em função da quantidade de juntas, do tipo de ferramenta utilizado, do tipo de argamassa e do tipo de bloco ou tijolo.

Vamos verificar a quantidade (volume) de argamassa utilizada por metro quadrado de parede. Tomemos novamente as especificações da alvenaria:

- **Alvenaria:** tijolo de 6 furos $(9 \times 14 \times 19)$ $(L \times A \times C)$;
- **Espessura das juntas:** $1\,cm$;
- **Espessura da parede:** $9\,cm$ sem os revestimentos.

A área de um tijolo sem junta é $0,19 \times 0,14 = 0,027\,m^2$. Como a quantidade de tijolos por m^2 é igual a 33,33 tijolos, tem-se que a área dos 33,33 tijolos é $0,027 \times 33,33 = 0,899\,m^2$. Para saber a área de argamassa em $1\,m^2$, basta subtrair $1\,m^2$ de $0,899\,m^2$, o que corresponde a $0,101\,m^2$.

Como a espessura da parede sem revestimento é de $9\,cm = 0,09\,m$. Logo, o volume de argamassa de assentamento é a área $(0,101\,m^2)$ multiplicado pela espessura da parede $(0,09\,m)$, obtendo, portanto o valor de $0,01\,m^3$.

Assim, são necessários $0,01\,m^3$ de argamassa em $1\,m^2$ de parede. Logo, para $93,30\,m^2$ de parede, temos $0,01 \times 93,30 = 0,933\,m^3$ de argamassa.

O traço utilizado no projeto é 1:5, ou seja, 1 lata de cimento para 5 latas de areia. O que pode-se escrever

$$\frac{V_C}{V_A} = \frac{1}{5}$$

onde, V_C é o volume de cimento e V_A é o volume de areia. Sabendo que

$$V_C + V_A = 0,933\,m^3 \text{ (volume total de argamassa).}$$

Aplicando-se na proporção a propriedade da adição dos termos (em toda proporção), a soma entre os dois primeiros termos está para o primeiro (ou para o segundo) assim como a soma entre os dois últimos está para o terceiro (ou para o quarto) termo. (Amaral. 1999. P.164).

$$\frac{V_C + V_A}{V_C} = \frac{1+5}{1} \Longrightarrow \frac{0,933}{V_C} = \frac{6}{1} \Longrightarrow \frac{0,933}{6} = 0,1555\,m^3 \text{ de cimento.}$$

Substituindo $V_C = 0,1555\,m^3$, na proporção, temos

$$\frac{0,1555}{V_A} = \frac{1}{5} \Longrightarrow V_A = 0,1555 \times 5 = 0,7775\,m^3 \text{ de areia.}$$

2. **Peso específico**

O conceito é definido como o índice que mede o maior peso por unidade de volume de um determinado material. Usando a tabela de peso especifico encontrada no site (http://www.sucrana.com.br/tabelas/peso-especifico-materiais.pdf), tem-se:

- **Cimento:** 1600 kg/m^3.

Para o cálculo da massa de cimento, devemos multiplicar o peso específico pelo volume. Assim, a massa é $0,1555 \times 1600 = 248,80\ kg$. Como um saco de cimento tem 50 kg, então a quantidade de sacos de cimentos é calculada por

$$\text{Quantidade de cimento} = \frac{248,80}{50} = 4,976 \cong 5 \text{ sacos.}$$

3. **Argamassa de revestimento**

A argamassa de revestimento pode ser entendida como a proteção de uma superfície porosa com uma ou mais camadas superpostas, com espessura normalmente uniforme.

As espessuras admissíveis para os revestimentos de argamassa estão apresentadas na Tabela 1, de acordo com a norma NBR 13749 (ABNT, 1996).

Revestimento	**Espessura** (mm)
Parede interna	$5 \leq e \leq 20\, mm$
Parede externa	$20 \leq e \leq 30\, mm$
Tetos internos e externos	$e \leq 20\, mm$

Tabela 5.1: *espessuras admissíveis para o revestimento de argamassa (ABNT, 1996)*

Argamassa de revestimento $(\times 2)$ **- área interna e externa**

Volume de massa única, $e = 20\, mm : 93,30 \times 0,02 \times 2 = 3,732\, m^3$.

Volume de cimento (1 : 4): $3,732/5 = 0,7464\, m^3$.

Volume da areia grossa: $4 \times 0,7464 = 2,9856m^3$.

Massa de cimento, como calculado anteriormente, tem-se

$$0,7464 \times 1600 = 1194,24\ kg.$$

Como um saco de cimento tem 50 kg, então a quantidade de sacos de cimentos é dada por

$$\text{Quantidade de cimento} = \frac{1194,24}{50} = 23,8848 \cong 24 \text{ sacos.}$$

Logo, são necessários 5 sacos de cimentos para levantar as paredes da casa e 24 sacos para fazer o revestimento das mesmas, totalizando 29 sacos de cimentos e um total de $0,7775\, m^3 + 2,9856\, m^3 = 3,7631 \cong 4\, m^3$ de areia.

5.3.3 Telhado

Basicamente, para fazer a escolha da cobertura mais adequada a ser utilizada é necessário fazer uma análise técnica da região a qual ela será usada, assim levando em consideração o clima da região, isto é, a incidência de calor, frio, chuva, granizo e assim por diante.

Baseado em todas essas preocupações existem muitas opções de materiais para fazer a cobertura de tal forma que não se arrependa no futuro.

Entretanto, as coberturas que mais são usadas nos dias atuais, consistem em uma armação, comumente, de madeira e revestido de telhas (material de revestimento).

Esse tipo de cobertura é chamado de telhado. Embora, todos os tipos de coberturas são importantes, mas vamos dar ênfase aos telhados (aplicado ao projeto).

No projeto optou-se por telha de barro com estrutura de madeira, o grupo terá que decidir qual o tipo de telhado, pois existem diversos tipos que poderá ser escolhido, evidentemente, lembrando do projeto arquitetônico e o fator econômico. Para fazer essa escolha, é importante entender como são definidos os telhados, ou seja, por definição, eles têm seus nomes dados pela quantidade de planos inclinados que servem para escorrer a água da chuva, ou seja, têm-se telhados de: uma água, duas águas, três águas, quatro águas e múltiplas águas. Sendo, assim, optou-se pelo telhado de quatro águas cuja forma é de uma pirâmide de base quadrada.

Figura 5.5: *telhado de quatro águas*

A inclinação do telhado depende do tipo de telha escolhida, existem modelos que suportam maiores inclinações e outras que já não suportam por isso há uma norma regulamentadora imposta para cada tipo de telha. A NBR responsável por coberturas é a 5720 NB 344.

As telhas mais usadas em um canteiro de obras é a telha cerâmica que é regulamentada pela NBR 8039, ela suporta até uma inclinação de 36%, maiores inclinações que essas pode acarretar problemas, como por exemplo, goteiras.

A inclinação mínima para qualquer telhado é de 25%, pois essa inclinação é ideal para que não haja problema na cobertura. As telhas podem ser galvanizadas, ecológicas, cerâmica (barro), concreto, fibrocimento, vidro, metálicas e de policarbonato. A telha escolhida no projeto é a cerâmica do tipo canal (figura 4.6).

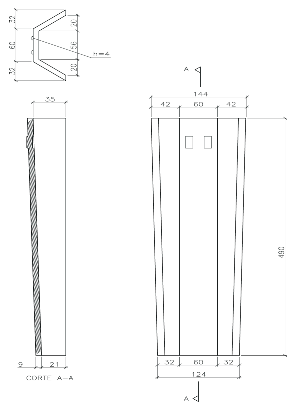

Figura 5.6: *cotas de referência da telha canal*

Fonte: *Centro de Tecnologia de Cerâmica Wildson Gonçalves*

5.3.4 Cálculo da cumeeira de um telhado

Cumeeira, parte superior do telhado. É o divisor de águas do telhado. A telha que vai sobre a cumeeira é chamada de *selote*.

O objetivo de identificar a inclinação do telhado é para determinar qual será a altura da cumeeira. De acordo com a figura 4.7, a inclinação ideal para um comprimento de 3,50 metros é 30% de inclinação.

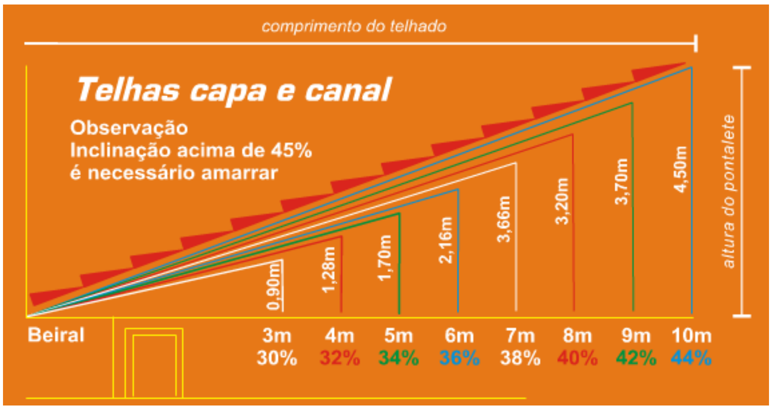

Figura 5.7: *caimento mínimo de telhas canal*

Fonte: *http://www.ceramicauniao.com/dica.php?id=5*

Telhado com 30% **de inclinação:** 30% é igual a 30/100, ou, 30 dividido por 100. Colocando-se a unidade centímetro (cm), tem-se $30\% = 30cm/100\,cm$, ou seja, a cada 100 cm (*1 metro*) na horizontal, o telhado sobe 30 cm na vertical.

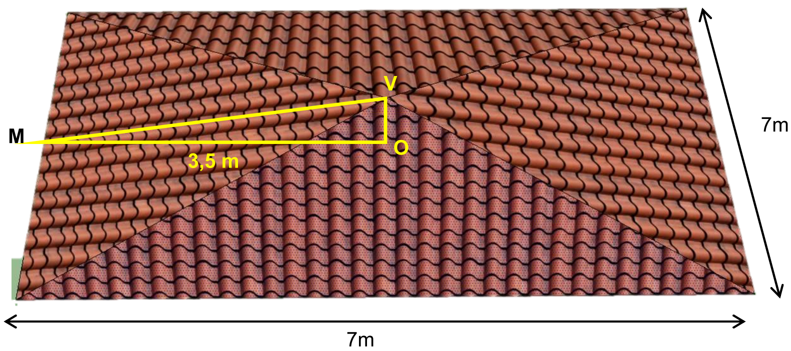

Figura 5.8: *telhado de quatro águas*

Como a casa tem uma base quadrada, então a cumeeira vai ficar localizada no centro do quadrado, ou seja, no ponto O da figura 4.8. Calculando 30% de $3,5m$, obtem-se a altura da cumeeira igual a $OV = 1,05\,m$.

5.3.5 Quantidade de telhas

Para a telha do tipo canal, o fabricante Cerâmica Queiroz (http://www.ceramicaqueiroz.com.br/produtos), tem as dimensões $50 \times 14 \times 12cm$ com 26 unidades por metro quadrado. Então deve-se calcular a área total de cobertura, como o telhado da casa tem o formato de uma pirâmide reta de base quadrada (pirâmide regular), com aresta da base de $7m$, apótema da base $\overline{OM} = 3,5m$, altura $\overline{OV} = 1,05m$. Para calcular a quantidade de telhas, uma das formas é fazendo o cálculo da área lateral da pirâmide, onde precisa-se encontrar o valor do apótema da pirâmide, o que corresponde à medida $\overline{MV}$ (figura 20)????.

Aplicando o Teorema de Pitágoras no triângulo retângulo OMV, obtém-se:

FIGURA

$a^2 = 3,5^2 + 1,05^2 = 13,3525$

$a = 3,65m$

Pelo fato da pirâmide ser regular de base quadrada, tem-se que o cálculo da área lateral é quatro vezes o valor da área de uma face lateral triangular. Então, primeiramente vamos calcular a área de uma face lateral, sendo esta, um triângulo de lado $7m$ e altura (apótema da pirâmide) de $3,65m$. Logo:

$$S_L = 4 \times \frac{7 \times 3,65}{2} = 51,10m^2$$

Podendo ainda, recorrer ao uso da tabela de fator de correção, procedendo da seguinte forma:

Depois de encontrar a área em planta, que corresponde a $7m \times 7m = 49m^2$, deve-se multiplicar pelo fator de correção (F.C.), correspondente à inclinação do telhado para obter a área inclinada.

FIGURA 24

Como o telhado tem 30% de inclinação, pela tabela temos para inclinação 30%, Fator de Correção (F.C.) = 1,044. Desta forma, multiplicamos a área da base pelo fator de correção: $49,00m^2 \times 1,044 = 51,15m^2$ e encontra-se a área inclinada.

Observa-se que pelos dois cálculos, que teve uma diferença mínima de 0,05. O que se leva a considerar o valor de $51,15m^2$.

Utilizando o valor da área de cobertura para calcular o número de telhas, sabendo que o rendimento da telha canal, conforme o fabricante é de 26 telhas por metro quadrado.

Logo a quantidade de telhas a serem utilizadas é $51,15 \times 26 \cong 1330$ telhas. Considerando as perdas com manuseio, tem-se $1330 \times 1,05 = 1396,5$, ou seja, aumento de 5%. Então se deve adquirir 1400 telhas do tipo canal.

5.3.6 Quantidade de madeira

Conhecendo as partes dos telhados de madeira. São muitas peças e nomes, mas é de fácil compreensão quando se observa a figura.

FIGURA 25

Terças: Peças que estão posionadas na longitudinal dos telhados. Responsável por unir as Tesouras do telhado e por receber a carga dos caibros e distribuir para as Tesouras.

FIGURA 26

Para o cálculo da aresta lateral (a_L) da pirâmide de base quadrada de lado $7m$, aplicando Pitágoras, obtém-se:

$$a_L^2 = 3,65^2 + 3,50^2 \Rightarrow a_L^2 = 25,5725 \Rightarrow a_L = 5,05 \cong 5,00m$$

Então, vamos precisar de terças de $6 \times 12cm$, sendo quatro de $5,00m$ e quatro de $6,00m$, o que corresponde a $44,00m$ de comprimento.

Caibros: Tem a posição transversal em todo o telhado. Responsável por receber as cargas das ripas e transferir para as terças. Na medida de $5 \times 6cm$ espaçados de $50cm$ entre os eixos.

FIGURA 27

Calculando o número n de caibros, tem-se n caibros de $5cm$ de largura e $n + 1$ espaçamentos de $50cm$, totalizando $700cm$, logo:

$$5n + (n+1)50 = 700 \Rightarrow 55n = 700 - 50 \Rightarrow n = 11,82 \text{ caibros}$$

Aproximando esse valor tem-se 12 caibros, porém precisa-se de uma quantidade ímpar, pois se tem um elemento central no ponto V, como se observa na figura 28???. Assim, vamos precisar de 13 caibros de $5cm$ de largura e 14 espaçamentos de $t\ cm$, para um retângulo de $700 \times 365cm$. Logo, tem-se:

$$13 \times 5 + 14t = 700 \Rightarrow 14t = 700 - 65 \Rightarrow t = 45,35m$$

FIGURA 28

Conforme a figura 28????? tem-se 13 caibros de $3,65m$. Como no retângulo temos dois triângulos congruentes ($\overline{AB} = \overline{CD}, \hat{C} = \hat{D}$ e $\overline{CV} = \overline{DV} \Longrightarrow^{LAL} \Delta ABV = \Delta CDV$), então para o triângulo AVD, obtém-se:

$$\frac{13 \times 3,65}{2} = 23,725 \cong 24m \text{ de caibros}$$

Como são quatro triângulos, tem-se $2 \times 24 = 96m$ de caibros para a cobertura do telado.

Ripas: Tem a posição longitudinal nos telhados, como as terças. Nas ripas que são apoiadas as telhas cerâmicas. São responsáveis, também, por transferir a carga (peso) das telhas e transferir para os caibros.

GALGA - A distância entre as ripas é de no máximo 32cm. Somente a galga da telha do beiral (galga inicial) deverá ser de 29cm, medindo a distância da face superior da ripa a face inferior da ripa dobrada (figura 25)??????.

FIGURA 29

FIGURA 30

Vamos precisar de n ripas de $5cm$ de largura e $n-2$ espaçamentos de $32cm$ e 1 espaçamento de $29cm$, para um retângulo de $700 \times 365cm$. Como indica a figura 26???. Logo, tem-se:

$$5n + (n-2)32 + 29 = 365 \Rightarrow 37n = 365 + 35 \Rightarrow n = \frac{400}{37} = 10,81 \cong 11 \text{ ripas de } 7m$$

mas como temos que considerar a face inferior da ripa dobrada (figura 21)???, então precisaremos de 12 ripas de $7m$.

A quantidade de ripas para a cobertura do telhado é igual a 4 vezes o comprimento de ripas no triângulo AVD $\left(\dfrac{12 \times 7}{2} = 42m\right)$. Então, tem-se:

$$4 \times 42 = 168m \text{ de ripas}$$

Portanto, segundo o mercado de venda de madeiras precisaremos de 3 dúzias de $5m$.

FIGURA 31

CONSIDERAÇÕES FINAIS

O trabalho aqui exposto mostrou a Geometria Espacial Métrica, em especial, os poliedros: prisma e pirâmide na perspectiva de aplicação à Construção Civil, para tanto o conteúdo foi ministrado nas séries do 2º ano do Ensino Médio abordando a visualização no desenvolvimento da abstração geométrica e foram utilizados, como recursos didáticos, a elaboração de um projeto na construção de casa popular.

Com o intuito de obter a melhoria no ensino-aprendizagem da geometria, foi desenvolvida uma sequência didática possibilitando ao aluno utilizar os novos recursos práticos, tornando o aprendizado mais dinâmico, atrativo e de fácil compreensão e visualização dos elementos a serem estudados, transcendendo a forma tradicional de ensino.

A escolha do tema se deu pela variedade de aplicações e situações em que a mesma aparece e pela dificuldade que os alunos apresentam em relacionar a teoria estudada com o seu cotidiano.

Faz-se importante citar que o trabalho promoveu a interdisciplinaridade (Matemática/Engenharia) além da transdisciplinar idade (Geometria Plana/Geometria Espacial) que pose ser percebido com clareza no cálculo de número de tijolos e telhas por exemplo. Outro ponto importante, e que merece ser enfatizado é o uso e conhecimento por parte dos alunos de termos técnicos da engenharia e o seu significado. Além disso, foi feito o uso de fórmulas físicas também como é o caso da densidade por exemplo.

A metodologia da contextualização da matemática com a construção civil se mostrou eficiente no que diz respeito à associação dos conteúdos curriculares (Geometria Espacial Métrica) com a matemática aplicada na vivência dos alunos. Os mesmos mostraram competência na aplicação dos cálculos de área e volume, para quantificar tijolos, telhas, areia e cimento. Assim, como o uso de medida linear, para quantificar o material do telhado. Foi possível por parte dos alunos o reconhecimentos dos elementos de Prisma e Pirâmides existentes no curso do projeto.

Sendo, o trabalho promoveu e despertou nos alunos a aplicabilidade da Geometria em problemas concretos, da vida cotidiana o que segundo as Orientações Curriculares para o

Ensino Médio (2006) é eficaz no que diz respeito à aprendizagem dos conceitos, além de ser um fator importante no aprimoramento do raciocínio.

Ao analisar o material entregue pelos alunos, e diante do percentual de acerto dos cálculos necessários para o desenvolvimento do Projeto, concluiu-se que o conteúdo desenvolvido foi plenamente assimilado pelos alunos, pois demonstraram domínio total do conteúdo.

Na apresentação os grupos relataram o objetivo do seu Projeto, como se deu o desenvolvimento (cálculo e dimensionamento) e suas conclusões. Cada grupo fez uma breve demonstração do Projeto, alguns grupos surpreenderam, pois apresentaram, além de maquetes, a reprodução da casa utilizando softwares de seu domínio com impressionante riqueza de detalhes, como mostra as figuras a seguir:

FIGURA 32

FIGURA 33

FIGURA 34

BIBLIOGRAFIA

[1] CARVALHO, P.C.P. **Introdução à Geometria Espacial** - Rio de Janeiro: SBM, 2005.

[2] PAIVA, Manoel. **Matemática**. Obra em volume único para alunos do Ensino Médio. Editora Moderna. 1 ed. São Paulo. Ano 1999.

[3] MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO (MEC). **Parâmetros Curriculares Nacionais** - Ensino Médio - Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologias. Brasília, 1999.

[4] AMARAL, JOÃO Tomás do. **MiniManual Compacto de MATEMÁTICA**: teoria e prática, ensino funtamental. Rideel. São Paulo, 1999.

[5] **BRASIL, LEI No 9394/96 de 20 de dezembro de 1996**. Lei de Diretrizes e Bases da Educaçãao Nacional. Estabelece as diretrizes e bases da educação nacional.

[6] IEZZI, G. et al. **Matemática: ciências e aplicações**, 2. 5 ed. São Paulo: Atual, 2010.

[7] DOLCE, Osvaldo. **Fundamentos de Matemática Elementar** - vol.10. 6 ed.

[8] LIMA, E. L. *et al.* **A matemática do ensino médio** - v.2 - SBM 2006.

[9] ABNT NBR 13749. **Espessuras admissíveis para o revestimento de argamassa; classificação** - Rio de Janeiro, 1996.

[10] ABNT NBR 6122. **Projeto e Execução de Fundação**. 2010.

[11] ABNT NBR 13749. **Revestimento de parede e tetos de argamassa inorgânicas**. 1996.

[12] ABNT NBR 5720 nb 344. Coberturas.

[13]SOARES, Luís Havelange. Aprendizagem significativa na Educação. Matemática: uma proposta para a aprendizagem de Geometria Básica. Disponível em http://www.fisica.ufpb.br/ romero/pdf/DissertacaoHavelange.pdf.

[14] http://www.tegula.com.br/site/pdf/tegula-folheto-tecnico-telha.pdf

[15] http://www.ceramicaqueiroz.com.br/produtos

[16] http://www.sucrana.com.br/tabelas/peso-especifico-materiais.pdf

[17] http://www.ceramicauniao.com/dica.php?id=5