

Universidade Federal de Juiz de Fora
Instituto de Ciências Exatas
PROFMAT - Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional

Livia Ferreira Novais

Probabilidade e Genética: Uma Abordagem Interdisciplinar

Juiz de Fora

2014

Livia Ferreira Novais

Probabilidade e Genética: Uma Abordagem Interdisciplinar

Dissertação apresentada ao PROFMAT (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional) na Universidade Federal de Juiz de Fora, na área de concentração em Ensino de Matemática, como requisito parcial para obtenção do título de Mestre em Matemática.

Orientador: Luís Fernando Crocco Afonso

Juiz de Fora

2014

Ficha catalográfica elaborada através do Modelo Latex do CDC da UFJF,
com os dados fornecidos pela autora

Novais, Livia Ferreira.

Probabilidade e Genética : Uma Abordagem Interdisciplinar / Livia
Ferreira Novais. – 2014.

43 f. : il.

Orientador: Luís Fernando Crocco Afonso.

Dissertação (PROFMAT) – Universidade Federal de Juiz de Fora, Ins-
tituto de Ciências Exatas. PROFMAT - Mestrado Profissional em Mate-
mática em Rede Nacional, 2014.

1. Probabilidade. 2. Genética. I. Afonso, Luís Fernando Crocco, orient.
II. Título.

Livia Ferreira Novais

Probabilidade e Genética: Uma Abordagem Interdisciplinar

Dissertação apresentada ao PROFMAT (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional) na Universidade Federal de Juiz de Fora, na área de concentração em Ensino de Matemática, como requisito parcial para obtenção do título de Mestre em Matemática.

Aprovada em: 11 de Abril 2014

Prof. Dr. Luís Fernando Crocco Afonso -
Orientador
Universidade Federal de Juiz de Fora

Prof^a Dra. Beatriz Casulari da Motta
Ribeiro
Universidade Federal de Juiz de Fora

Prof. Dr. Heleno da Silva Cunha
Universidade Federal de Minas Gerais

Dedico este trabalho ao meu filho Pedro que, mesmo com sua pouca idade, soube compreender minhas ausências. E aos meus pais, que sempre me apoiaram na vida e nos estudos.

AGRADECIMENTOS

Ao meu orientador Luís Fernando Crocco Afonso, por ter aceito meu convite e acreditado na minha ideia. À minha amiga Fernanda Chagas Fernandes, por ter me dado inspiração para este trabalho, antes mesmo de eu ter ingressado no mestrado. Aos colegas de trabalho Anelisa Senra de Azevedo e Anderson Marques de Souza, professores de Biologia, e Samuel Nazaré Souza, professor de Inglês, por terem me ajudado prontamente quando os solicitei. À CAPES pela concessão da bolsa de estudos.

“Terei que correr o sagrado risco do acaso. E substituirei o destino pela probabilidade.”

Clarice Lispector

RESUMO

O presente trabalho tem como objetivo trazer uma lista de problemas para o ensino de probabilidade em turmas do segundo ano do ensino médio, usando como base a genética, através da análise de cruzamentos e das características dos descendentes. Os problemas propostos estão sequenciados e divididos de acordo com os seguintes temas: espaço amostral, probabilidade de eventos independentes e probabilidade condicional. Eles foram resolvidos de diferentes modos usando diagrama de árvore, quadro de Punnet, distributividade e as fórmulas de probabilidade, com o objetivo de que os alunos tenham um melhor entendimento do conteúdo, evitando que simplesmente decorem as regras do “e” e a regra do “ou”, quando se trata da probabilidade de ocorrer, simultaneamente, dois ou mais eventos independentes. Espera-se que com este trabalho o professor de matemática possa ensinar probabilidade de uma maneira mais contextualizada e, ao mesmo tempo, possa auxiliar o professor de biologia no ensino da genética. E que o aluno tenha uma real compreensão dos conteúdos por ter em suas mãos diferentes ferramentas.

Palavras-chave: Probabilidade. Genética.

ABSTRACT

This work presents a list of problems for teaching High School students (at their second year) probability, using genetics as the teaching basis through crossing analysis and descendants' characteristics. The problems here proposed are sequenced and divided according to the following themes: sample space, probability of independent events and conditional probability. They were solved in different ways by using tree diagram, Punnet square, distributivity and probability formulas, aiming at giving the students a better understanding of the content and avoiding that they simply memorize the AND and OR rules when it comes to the probability of two or more independent events taking place simultaneously. It is hoped that this work may be helpful to assist the math teacher to teach probability in a more contextualized way and, at the same time, assist the biology teacher in the teaching of genetics. Yet it is expected that the students may have a real understanding of the contents once they have different tools in their hands.

Key-words: Probability. Genetic.

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	9
2	RESUMO DE PROBABILIDADE	12
2.1	CÁLCULO DE PROBABILIDADES	12
2.2	PROBABILIDADE DA UNIÃO DE DOIS EVENTOS	12
2.3	PROBABILIDADE CONDICIONAL	12
3	CONCEITOS BÁSICOS SOBRE GENÉTICA	14
4	PROBLEMAS PROPOSTOS	17
4.1	ATIVIDADE INTRODUTÓRIA	17
4.2	PRIMEIRA PARTE	20
4.3	SEGUNDA PARTE	25
4.4	TERCEIRA PARTE	35
4.5	QUARTA PARTE	38
5	CONCLUSÃO	41
	REFERÊNCIAS	43

1 INTRODUÇÃO

Dentro do objetivo do PROFMAT de dar aos professores do ensino básico uma formação continuada voltada para a sala de aula, apresento uma lista de problemas que unem probabilidade e genética, para serem desenvolvidos com alunos do segundo ou do terceiro ano do ensino médio. O objetivo principal desse trabalho é fazer com que o aluno aprenda probabilidade de uma maneira mais interessante e que guarde essa aprendizagem para aplicá-la, posteriormente, em Biologia ou qualquer outra área do conhecimento.

A ideia para este trabalho veio de duas situações. Cerca de dois anos antes de ingressar no mestrado, uma professora de biologia que lecionava na mesma escola e para as mesmas turmas que eu, procurou-me para dizer que os alunos do terceiro ano do ensino médio não estavam conseguindo identificar nos exercícios de genética, que envolviam probabilidade, se era para somar ou multiplicar as probabilidades de dois ou mais eventos independentes. Em alguns livros de biologia que pesquisei para este trabalho, vi que esta questão é levada ao aluno de uma forma bem direta através da **Regra do “e”** e da **Regra do “ou”**, onde na primeira deve-se multiplicar as probabilidades e na segunda, somá-las. Mas pelo o que a professora me relatou, os alunos não conseguiam fazer esta distinção apenas pelo aparecimento das conjunções “e” ou “ou”. Uma das hipóteses que nós duas levantamos para que os alunos tenham essa dificuldade é que o conteúdo probabilidade é visto em matemática no segundo ano e o conteúdo genética é visto em biologia no terceiro ano. Essa distância no tempo, por várias razões que não serão discutidas neste trabalho, pode atrapalhar a conexão entre estes dois conteúdos.

A outra situação que me motivou a fazer este trabalho ocorreu em 2013, enquanto eu dava uma aula para uma turma do segundo ano do ensino médio, sobre os primeiros conceitos de probabilidade. As ideias iniciais são trazidas, pela maioria dos livros didáticos que já trabalhei, através de questões envolvendo lançamento de moedas ou dados e retiradas de cartas de um baralho. Em outros anos que lecionei esse conteúdo, alguns alunos reclamavam que não entendiam nada de baralho e isso dificultava o entendimento deles. Minha solução era passar no quadro um esquema do baralho, mostrando que as cartas são divididas em cores, naipes e números e figuras. Mas isso não resolvia muita coisa. Porém, neste ano de 2013, já estando no segundo ano do mestrado, resolvi introduzir o assunto de uma maneira diferente. Comecei dizendo: “Vou mostrar para vocês que é mais fácil morrer atingido por um raio do que acertar na Mega Sena”! Só com essa frase consegui prender a atenção da maioria dos alunos. O livro didático de matemática usado na escola em 2013 é da Coleção Novo Olhar – Matemática, do autor Joamir Roberto de Souza. No volume dois há uma questão interessante, na página 257, que traz as probabilidades de uma pessoa morrer por consequência de alguns desastres naturais como queda de raios, terremotos, enchentes, furacões, queda de asteroides ou tsunami. É um livro

que gosto bastante justamente por trazer questões mais contextualizadas e atuais. Comecei explicando sobre como determinar as chances de uma pessoa acertar na Mega Sena jogando apenas um cartão com seis números. Como eles tinham acabado de aprender análise combinatória, fiz junto com eles os cálculos para ver quantos cartões diferentes, com apenas seis números, poderiam ser marcados. Sobre a probabilidade de uma pessoa morrer por ter sido atingida por um raio, expliquei que esse tipo de informação é obtida através de levantamento de dados. Os alunos ficaram surpresos ao verem que a chance de morrer atingido por um raio é mais de 600 vezes maior do que a de acertar na Mega Sena. As aulas seguintes ocorreram com a participação da maioria dos alunos, o que é raro de acontecer. Atribuí essa nova postura deles à aula introdutória e aos outros exercícios mais contextualizados que procurei levar para as aulas seguintes.

Assim, lembrando da conversa que tive com minha colega de trabalho e da aula descrita acima, que me deixou cheia de motivação e questionamentos sobre o ensino de probabilidade, resolvi apresentar um trabalho que mostre uma aplicação prática de probabilidade na genética. Meu objetivo inicial era desenvolver a lista de problemas para que o professor de biologia aplicasse no terceiro ano, com orientações de modo que ele se familiarizasse mais com o conteúdo e levasse os alunos a terem uma compreensão melhor, saindo da regra de que se estiver na pergunta escrito “e”, devemos multiplicar as probabilidades e se estiver escrito “ou”, devemos somá-las. Mas, enquanto eu ia resolvendo os problemas e durante as conversas com meu orientador, o trabalho foi tomando um sentido inverso: O professor de matemática é que irá se utilizar da genética para tornar suas aulas com mais significado, através de conceitos básicos e de fácil entendimento para ele e para os alunos. Assim, prepara-se também o terreno para o professor de biologia voltar ao assunto, com as especificações e detalhes que lhe competem. Porém, a lista de problemas e suas explicações também poderão servir de apoio para o professor de biologia.

A proposta desse trabalho encontra-se em consonância com o que apresentam as diretrizes nacionais de ensino, como o PCN – Parâmetros Curriculares Nacionais, que organizam o aprendizado das disciplinas do Ensino Médio, ao manifestarem a busca de interdisciplinaridade e contextualização. E também para que o Ensino Médio, mesmo sem ser profissionalizante, propicie um aprendizado útil à vida e ao trabalho. É possível notar isso a partir dos trechos abaixo:

O desenvolvimento dos instrumentos matemáticos de expressão e raciocínio, contudo, não deve ser preocupação exclusiva do professor de matemática, mas das quatro disciplinas científico-tecnológicas, preferencialmente de forma coordenada, permitindo-se que o aluno construa efetivamente as abstrações matemáticas, evitando-se a memorização indiscriminada de algoritmos, de forma prejudicial ao aprendizado. A pertinente presença da matemática no desenvolvimento de competências essenciais, envolvendo habilidades de caráter gráfico, geométrico, algébrico, estatístico, probabilístico, é claramente expressa nos objetivos educacionais da Resolução CNE/98 (PCN, p. 9).

O desenvolvimento da Genética e da Biologia Molecular, das tecnologias de manipulação do DNA e de clonagem traz à tona aspectos éticos envolvidos na produção e aplicação do conhecimento científico e tecnológico, chamando à reflexão sobre as relações entre a ciência, a tecnologia e a sociedade. Conhecer a estrutura molecular da vida, os mecanismos de perpetuação, diferenciação das espécies e diversificação intraespecífica, a importância da biodiversidade para a vida no planeta são alguns dos elementos essenciais para um posicionamento criterioso relativo ao conjunto das construções e intervenções humanas no mundo contemporâneo (PCN, p. 14).

É preciso que o aluno relacione os conceitos e processos acima expressos (citologia, embriologia, descrição do material genético em sua estrutura e composição, explicação do processo da síntese proteica e a descrição dos processos de reprodução celular), nos estudos sobre as leis da herança mendeliana e algumas de suas derivações, como alelos múltiplos, herança quantitativa e herança ligada ao sexo. São necessárias noções de probabilidade, análise combinatória e bioquímica para dar significado às leis da hereditariedade, o que demanda o estabelecimento de relações de conceitos aprendidos em outras disciplinas (PCN, p. 19).

No que diz respeito ao caráter instrumental da Matemática no Ensino Médio, ela deve ser vista pelo aluno como um conjunto de técnicas e estratégias para serem aplicadas a outras áreas do conhecimento, assim como para a atividade profissional. Não se trata de os alunos possuírem muitas e sofisticadas estratégias, mas sim de desenvolverem a iniciativa e a segurança para adaptá-las a diferentes contextos, usando-as adequadamente no momento oportuno (PCN, p. 40).

O critério central no ensino da matemática é o da contextualização e da interdisciplinaridade, ou seja, é o potencial de um tema permitir conexões entre diversos conceitos matemáticos e entre diferentes formas de pensamento matemático, ou, ainda, a relevância cultural do tema, tanto no que diz respeito às suas aplicações dentro ou fora da Matemática, quanto à sua importância histórica no desenvolvimento da própria ciência (PCN, p. 43).

2 RESUMO DE PROBABILIDADE

2.1 CÁLCULO DE PROBABILIDADES

Para calcular uma probabilidade devemos saber duas informações:

- Qual é o espaço amostral (conjunto formado por todas as possibilidades de um experimento aleatório) do experimento que estamos realizando.
- Qual subconjunto (ou evento) do espaço amostral iremos observar.

Então, para eventos equiprováveis, sendo E o conjunto espaço amostral e A um subconjunto de E temos que a probabilidade de ocorrer o evento A é dada por:

$p(A) = \frac{n(A)}{n(E)}$, onde $n(A)$ e $n(E)$ indicam o número de elementos de cada conjunto.

2.2 PROBABILIDADE DA UNIÃO DE DOIS EVENTOS

Como vimos acima, a probabilidade é calculada através da razão entre dois conjuntos. Então, podemos usar a relação do número de elementos da união de dois conjuntos na probabilidade da união de dois eventos, isto é, a probabilidade de ocorrer o evento **A** ou o Evento **B**.

Assim, temos:

$$p(A \cup B) = p(A) + p(B) - p(A \cap B)$$

onde A e B são dois eventos distintos.

2.3 PROBABILIDADE CONDICIONAL

Em alguns casos, uma informação sobre o resultado obtido em um experimento, pode nos dar uma condição e restringir as possibilidades do espaço amostral. Assim, podemos calcular a probabilidade do evento que estamos analisando, tendo como novo espaço amostral um subconjunto do espaço amostral relacionado à informação dada. Para calcular uma probabilidade condicional usamos a seguinte relação:

$$p(B|A) = \frac{p(A \cap B)}{p(A)}$$

onde $B|A$ indica a probabilidade de ocorrer o evento B sabendo que o evento A já ocorreu.

Observações

Quando A e B são conjuntos disjuntos, ou seja, $A \cup B = \emptyset$, o que implica $p(A \cap B) = 0$, temos que $p(A \cup B) = p(A) + p(B)$. Nesse caso, a probabilidade de ocorrer o evento A ou o evento B é dada pela soma da probabilidade de ocorrer A e da probabilidade de ocorrer B , conhecida pela **Regra do “ou”**.

Quando os eventos A e B são independentes, ou seja, a ocorrência de um não influencia na ocorrência de outro, temos que $p(B|A) = p(B)$. Assim:

$$\begin{aligned} p(B|A) &= \frac{p(A \cap B)}{p(A)} \\ p(B) &= \frac{p(A \cap B)}{p(A)} \\ p(A \cap B) &= p(A) \cdot p(B) \end{aligned}$$

Nesse caso, a probabilidade de ocorrer o evento A e o evento B é dada pelo produto da probabilidade de ocorrer A e da probabilidade de ocorrer B , conhecido pela **Regra do “e”**.

3 CONCEITOS BÁSICOS SOBRE GENÉTICA

Genética é a área da biologia que estuda os genes. É nos genes que estão localizadas informações sobre as características, visíveis ou não, dos seres vivos. Por exemplo, o tipo sanguíneo e a cor dos olhos nos seres humanos, o tipo de pelo de um animal ou a cor de uma flor.

Os genes estão aos pares no DNA. Na formação dos gametas, espermatozoides e óvulos, responsáveis pela reprodução sexuada, os pares se separam. Assim um gene **A**, que determina uma certa característica, possui dois alelos **A** e **a**. Quando os alelos de um par são iguais, dizemos que há **homozigose**. Caso contrário, dizemos que há **heterozigose**. Os genes responsáveis por diferentes características separam-se de maneira independente, ou seja, uma característica não influencia na outra. Esta é a Segunda lei de Mendel, ou Lei da segregação independente. Quando ocorre a fecundação, ou seja, quando um espermatozoide se funde a um óvulo, os alelos de cada característica se unem, determinando assim as características do novo ser gerado.

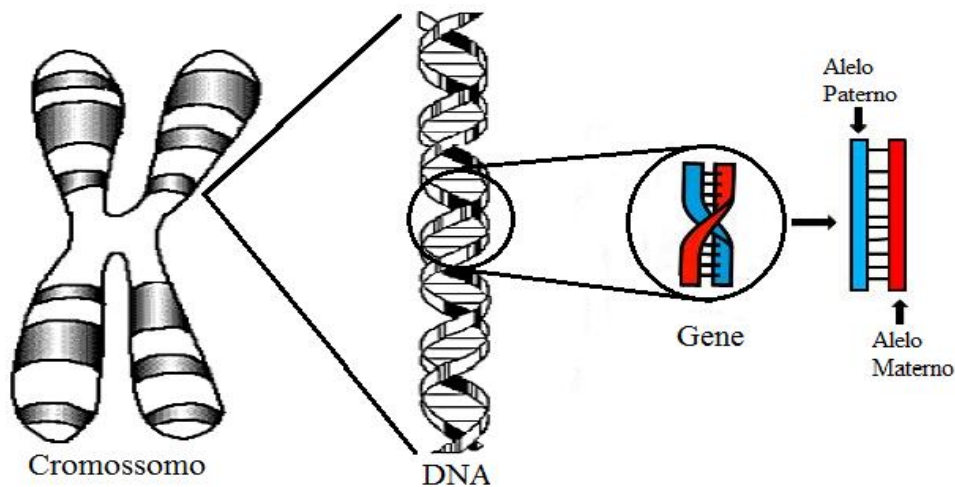


Imagem adaptada

Fontes:

<<http://ataxiadefriedreichbrasil.webnode.com.br/sobre-a-ataxia-de-fridreich/hereditariedade/>> Acesso em 03 de jan. 2014.
<http://flopesbio.blogspot.com.br/2010_03_01_archive.html> Acesso em: 03 de jan 2014.

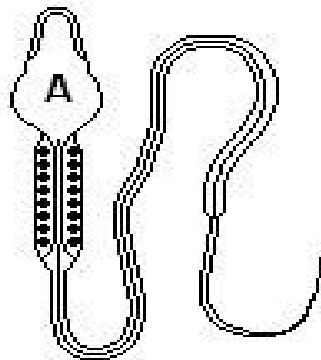
Para exemplificar, vamos ver como é feita a transmissão da característica “cor dos olhos” em seres humanos. Primeiramente, devemos saber que existem alelos dominantes e recessivos. No caso da cor dos olhos, o gene referente à cor escura é dominante e o referente à cor clara, recessivo. Os alelos dominantes são representados por uma letra maiúscula e os recessivos, por uma letra minúscula. Para vermos o que ocorre na transmissão da cor

dos olhos, de pais para filhos, vamos denotar o alelo dominante por **A** e o recessivo por **a**. Vamos analisar as possibilidades para a cor dos olhos dos filhos de um casal heterozigotos, ou seja, cada um possui o par de alelos **Aa**. O pai irá formar gametas (espermatozoides) com o alelo dominante **A** e gametas com o alelo recessivo **a**. A mãe também irá formar gametas (óvulos) com o alelo dominante **A** e gametas com o alelo recessivo **a**.

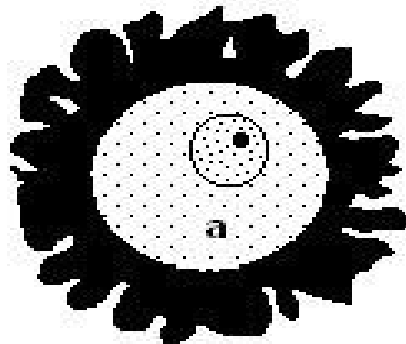
Teremos, então, as seguintes possibilidades:

- Se um espermatozoide que contém o alelo **A** fecundar um óvulo que também contém o alelo **A**, o embrião ficará com o par **AA** e a criança terá olhos de cor escura.
- Se um espermatozoide que contém o alelo **A** fecundar um óvulo que contém o alelo **a**, o embrião ficará com o par **Aa** e a criança terá olhos de cor escura, pois **A** é dominante sobre **a**.
- Se um espermatozoide que contém o alelo **a** fecundar um óvulo que contém o alelo **A**, o embrião ficará com o par **Aa** e a criança terá olhos de cor escura.
- Se um espermatozoide que contém o alelo **a** fecundar um óvulo que também contém o alelo **a**, o embrião ficará com o par **aa** e a criança terá olhos de cor clara.

Espermatozoide



Óvulo



Fonte:

<<http://biologia-no-vestibular.blogspot.com.br/2012/06/unb-df-reproducao-humana.html>> Acesso em 03 de jan. 2014.

O par de alelos é chamado de **genótipo** e a característica que o genótipo determina é o **fenótipo**. No exemplo da cor dos olhos, o genótipo **aa** determina o fenótipo olhos claros.

A situação acima poderia ter sido analisada através de uma tabela, em que cada coluna contém um alelo da mãe e cada linha contém um alelo do pai. Essa tabela é

chamada de quadro de Punnett.

		Mãe	
		A	a
Pai	A	AA	Aa
	a	Aa	aa

Para exercícios de genética em que está sendo analisado um monoibridismo (uma característica) ou diibridismo (duas características ao mesmo tempo, como tipo sanguíneo e formato da orelha em seres humanos), o quadro de Punnett é muito útil. Mas em casos de triibridismo ou poliibridismo, o quadro se torna trabalhoso. Por exemplo, se formos analisar os possíveis genes de um embrião no cruzamento triíbrido de um casal heterozigoto, teríamos 6 linhas e 6 colunas, totalizando 36 células. Neste caso, é mais fácil recorrer à probabilidade de eventos independentes.

Alguns exercícios de genética apresentam as informações através de um esquema chamado heredograma.

No heredograma, o segmento horizontal indica a união do casal e o segmento vertical, os seus descendentes.



4 PROBLEMAS PROPOSTOS

4.1 ATIVIDADE INTRODUTÓRIA

Objetivo: Dar aos alunos uma noção inicial sobre genes dominantes e recessivos sem necessariamente terem algum conhecimento em genética.

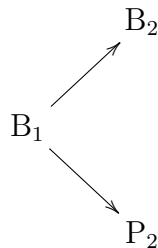
Imaginemos um jogo onde há duas urnas numeradas, 1 e 2, contendo cada uma, uma bola branca e uma bola preta. Um jogador retira uma bola de cada urna e analisa o par obtido, repondo em seguida cada bola na sua respectiva urna. Se as duas bolas forem brancas o jogador ganha um ponto. Se as duas forem pretas ou uma preta e uma branca, ele ganha 5 pontos.

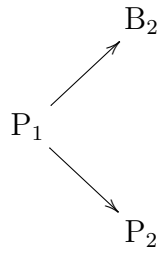
- Qual é a probabilidade do jogador marcar 1 ponto em uma retirada?
- Qual é a probabilidade do jogador marcar 5 pontos em uma retirada?
- Em duas retiradas sucessivas, qual é a probabilidade dele marcar 2 pontos?
- Em duas retiradas sucessivas, qual é a probabilidade dele marcar 10 pontos?
- Em duas retiradas sucessivas, qual é a probabilidade dele marcar 6 pontos?

Solução

Inicialmente, alguns alunos podem achar que há um total de 3 possibilidades: 1 par de bolas brancas, 1 par de bolas pretas e 1 par com uma bola de cada cor. Nesse momento, o professor deve dizer que devemos considerar de qual urna as bolas foram retiradas, já que elas são numeradas. Assim, denominemos \mathbf{B}_1 a bola branca da urna 1, \mathbf{P}_1 a bola preta da urna 1, \mathbf{B}_2 a bola branca da urna 2 e \mathbf{P}_2 a bola preta da urna 2. Para mostrar que são 4 possibilidades e não 3, pode ser usado um diagrama ou uma tabela.

Pelo diagrama temos:



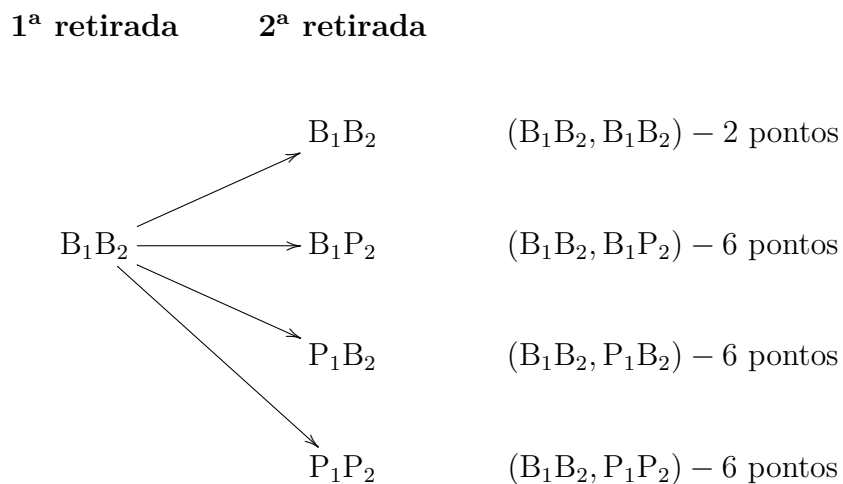


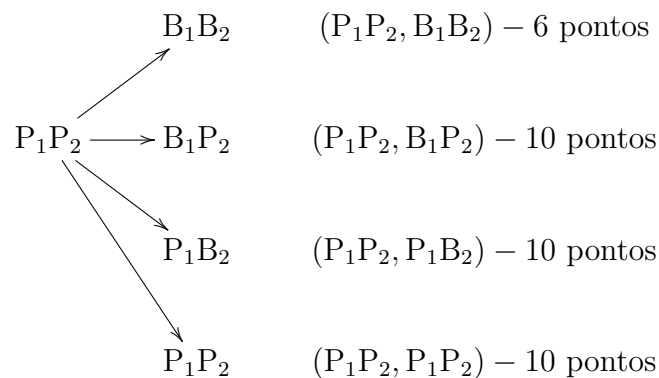
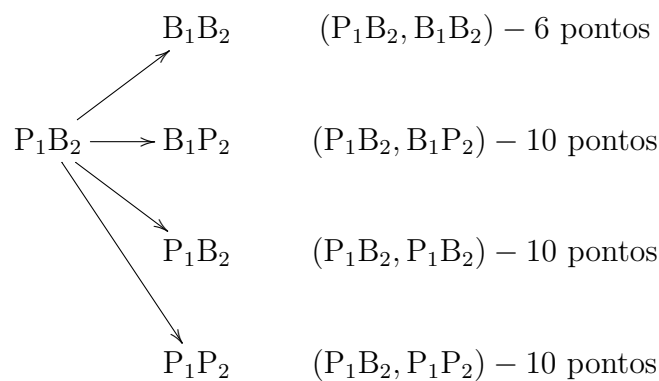
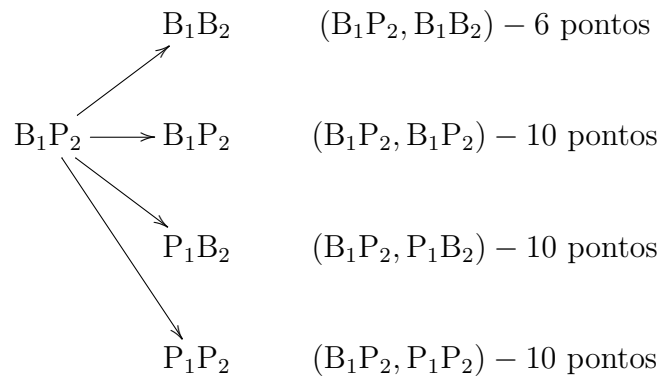
Assim, os pares obtidos foram $\mathbf{B_1B_2}$, $\mathbf{B_1P_2}$, $\mathbf{P_1B_2}$ e $\mathbf{P_1P_2}$.

Usando uma tabela, temos:

		Urna 2	
		B ₂	P ₂
Urna 1	B ₁	B ₁ B ₂	B ₁ P ₂
	P ₁	P ₁ B ₂	P ₁ P ₂

- a) A probabilidade do jogador marcar 1 ponto em uma retirada é de $\frac{1}{4}$.
 b) A probabilidade do jogador marcar 5 pontos em uma retirada é de $\frac{3}{4}$.
 c) Como vimos na letra a), os possíveis pares em cada retirada são $\mathbf{B_1B_2}$ (1 ponto), $\mathbf{B_1P_2}$ (5 pontos), $\mathbf{P_1B_2}$ (5 pontos) e $\mathbf{P_1P_2}$ (5 pontos). Observemos o diagrama abaixo, relativo a duas retiradas.





Há um total de 16 possibilidades. Destas, em apenas uma obtém-se 2 pontos. Portanto, a probabilidade é de $\frac{1}{16}$.

d) Pela árvore acima, das 16 possibilidades, em 9 delas obtém-se 10 pontos. Portanto, a probabilidade é de $\frac{9}{16}$.

e) Pela árvore acima, das 16 possibilidades, em 6 delas obtém-se 6 pontos. Portanto, a probabilidade é de $\frac{6}{16} = \frac{3}{8}$.

Observação

No final da atividade, o professor pode mostrar que como foram analisadas todas as

possibilidades em duas retiradas, a soma das probabilidades deve ser igual a 1. De fato, $\frac{1}{16} + \frac{9}{16} + \frac{3}{8} = 1$

4.2 PRIMEIRA PARTE

Objetivo: Identificar o Espaço Amostral através dos diferentes fenótipos (características físicas). Identificar indivíduos homocigotos (par de alelos iguais) de heterocigotos (par de alelos diferentes).

Exercício 1

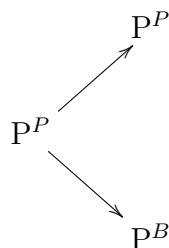
[3] - p. 370, Exercício 3 (Adaptado)

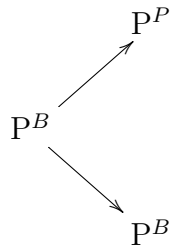
(UFU – MG) Em galinhas da raça Andaluza, a cor da plumagem é determinada pelos genes P^P (plumagem preta) e P^B (plumagem branca). Cruzando aves pretas com aves brancas, obtêm-se em F_1 (geração 1) 100% de descendentes de plumagem azul acinzentada ($P^P P^B$). Aves da geração F_1 , quando cruzadas entre si, produzirão descendentes em qual proporção, quanto a cor da plumagem?

Solução

Como o macho e a fêmea a serem cruzados são da geração F_1 , então ambos têm o genótipo P^B .

Vamos visualizar todas as possibilidades do cruzamento através de um diagrama. Seja o gene doado pelo macho a raiz do diagrama e o gene doado pela fêmea as extremidades:





Assim, os pares formados são: $P^P P^P$, $P^P P^B$, $P^B P^P$ e $P^B P^B$. Ou seja, há 4 possibilidades. Portanto, os descendentes têm $\frac{1}{4}$ ou 25% de chance de terem plumagem preta ($P^P P^P$), $\frac{1}{4}$ ou 25% de chance de terem plumagem branca ($P^B P^B$) e $\frac{1}{2}$ ou 50% de chance de terem plumagem azul acinzentada ($P^P P^B$).

Outra solução

Podemos usar o quadro de Punnett para visualizar os possíveis pares de genes.

		♀	
		P^P	P^B
♂	P^P	$P^P P^P$	$P^P P^B$
	P^B	$P^P P^B$	$P^B P^B$

Exercício 2

[3] - p. 370 - Exercício 5 (Adaptado)

(FMTM – MG) Em certa variedade de camundongos, a herança da cor do pelo é determinada por um par de alelos com relação de dominância completa: **A**, dominante, que condiciona pelo amarelo, e **a**, recessivo, que condiciona pelo aguti. O gene **A** em homozigose (**AA**) é letal, determinando a morte do portador. Qual a proporção, quanto a cor do pelo, esperada nas crias do cruzamento de camundongos amarelos?

Solução

Primeiro devemos observar que camundongos de pelo amarelo têm o par de genes **Aa**, já que **AA** é letal. Vamos usar o quadro de Punnett para visualizar os possíveis pares de genes.

		♀	
		A	a
♂	A	AA	Aa
	a	Aa	aa

Como a homozigose **AA** é letal, há apenas 3 possibilidades genóticas para um descendente: **Aa**, **aA** e **aa**. Portanto, um filhote obtido desse cruzamento tem $\frac{2}{3}$ ou 66,7% de chance de ter pelo amarelo e $\frac{1}{3}$ ou 33,3% de chance de ter pelo aguti.

Exercício 3

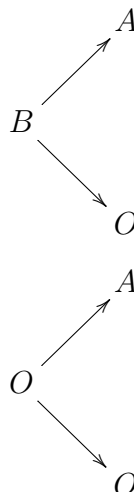
[3] - p. 387 – Exercício 9

(PUC – RS) Antônio, que pertence ao grupo sanguíneo B, casa-se com Renata, que é do grupo A. O primeiro filho desse casal apresenta o grupo sanguíneo O. Qual é a probabilidade de que o próximo filho desse casal seja do grupo sanguíneo A?

Observação: Os tipos sanguíneos são determinados do seguinte modo: **AA** ou **AO** - tipo A; **BB** ou **BO** - tipo B; **AB** - tipo AB; **OO** - tipo O.

Solução

Primeiro devemos identificar o genótipo de Antônio e de Renata. Como eles tiveram um filho do grupo sanguíneo O, ele recebeu um alelo **O** do pai e um alelo **O** da mãe. Logo, Antônio tem o genótipo **BO** e Renata o genótipo **AO**. Vamos fazer um diagrama, sendo a sua raiz o alelo doado pelo pai e as extremidades o alelo doado pela mãe.

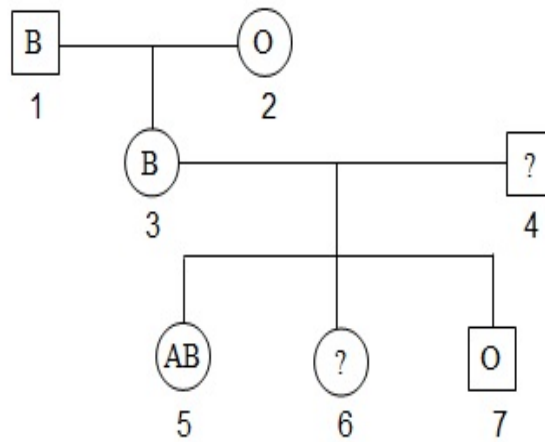


Então os possíveis genótipos dos filhos de Antônio e Renata são: **BA**, **BO**, **AO** e **OO**. Somente o genótipo **AO** determina o tipo sanguíneo A. Portanto, a probabilidade de que o próximo filho do casal seja do grupo sanguíneo A é de $\frac{1}{4}$.

Exercício 4

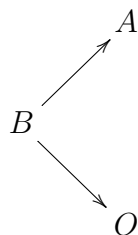
[3] - p. 387 – Exercício 8

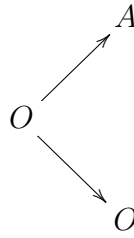
(Unip – SP) Na genealogia a seguir aparecem os grupos sanguíneos do sistema ABO. Qual é a probabilidade de **6** ser heterozigoto?



Solução

Primeiro devemos determinar os genótipos dos indivíduos 3 e 4, que são pais do indivíduo 6. Como 3 é do tipo B e sua mãe é do tipo O, seu genótipo é **BO**. E tendo 3 genótipo **BO** e seu filho 5 genótipo **AB**, o indivíduo 4 tem um gene **A**. Além disso, como 4 é mãe do indivíduo 7, que tem genótipo **OO**, ela tem um gene **O**. Logo o genótipo de 4 é **AO**. Vamos agora montar um diagrama para visualizar todas as pares de genes que podem ser formados na união dos indivíduos 3 e 4.





Os possíveis genótipos formados são: **AB**, **BO**, **AO** e **OO**. Desses, são heterozigóticos **AB**, **BO** e **AO**. Portanto, a probabilidade de 6 ser heterozigoto é de $\frac{3}{4}$.

Exercício 5

[3] - p. 397 – Exercício 7 (Adaptado)

(Vunesp) A altura de uma certa espécie de planta é determinada por dois pares de genes, **A** e **B**, e seus respectivos alelos, **a** e **b**. Os alelos **A** e **B** apresentam efeito aditivo e, quando presentes, cada alelo acrescenta à planta 0,15 m. Verificou-se que as plantas dessa espécie variam de 1,00 m a 1,60 m de altura. Cruzando as plantas **AaBB** e **aabb**, qual é a probabilidade de um descendente ter 1,30 m de altura?

Solução

A primeira planta pode doar os pares **AB** ou **aB** e a segunda planta pode doar apenas o par **ab**. Pelo quadro de Punnett, temos:

		Planta 1	
		AB	aB
Planta 2	ab	AaBb	aaBb

O descendente com genótipo **AaBb** terá um acréscimo de 0,30 m em sua altura, chegando a uma altura de 1,30 m. E o descendente com genótipo **aaBb** terá um acréscimo de 0,15 m em sua altura, chegando a uma altura de 1,15 m. Portanto, a probabilidade de um descendente ter 1,30 m de altura é de $\frac{1}{2}$.

4.3 SEGUNDA PARTE

Objetivo: Trabalhar questões que envolvam a probabilidade de eventos independentes. No caso da genética, a probabilidade de ocorrerem duas ou mais características em um mesmo indivíduo, sendo que uma não influencia a outra, ou da ocorrência de uma mesma característica em dois ou mais descendentes de um cruzamento.

Exercício 6

[4] - p. 40 - Exercício 6 (Adaptado)

A fenilcetonúria é uma doença em que a criança é deficiente de uma enzima chamada fenilalanina-hidroxilase, o que pode causar um retardamento mental se não for estabelecida uma terapia alimentar imediata. A fenilcetonúria é causada por um alelo recessivo **p**. Se um casal heterozigoto (**Pp**) tem quatro filhos, qual é a probabilidade de que:

- todos sejam normais?
- todos sejam afetados?
- três sejam normais e um afetado?
- três sejam afetados e um normal?
- dois sejam normais e dois sejam afetados?

Solução

Pelo quadro de Punnett, temos:

		♀	
		P	p
♂	P	PP	Pp
	p	Pp	pp

- a) A probabilidade de um filho ser normal é de $\frac{3}{4}$. Portanto, a probabilidade dos quatro filhos serem normais é de $\frac{3}{4} \times \frac{3}{4} \times \frac{3}{4} \times \frac{3}{4} = \frac{81}{256}$.

Outra solução

O professor pode mostrar aos alunos que podemos fazer o caminho contrário da solução acima. Podemos primeiro verificar o total de possibilidades, através da análise combina-

tória, para depois apresentarmos a probabilidade. Pelo quadro acima, cada filho tem um total de quatro possibilidades quanto aos genes. Logo, o total de possibilidades para os quatro filhos é dada por $4 \times 4 \times 4 \times 4 = 256$. Para que cada filho seja normal, ele só tem 3 possibilidades apresentadas pelo quadro. Logo, o total de possibilidades para os quatro filhos é $3 \times 3 \times 3 \times 3 = 81$.

Portanto, a probabilidade é de $\frac{81}{256}$.

Observação

Alguns alunos podem questionar por que são 4 possibilidades de pares de genes e não três, já que no quadro o par **Pp** aparece duas vezes. Pode-se então ser estabelecida uma ordem, mostrando que, por exemplo, o primeiro alelo é do pai e o segundo da mãe. Então temos **Pp** e **pP**, diferenciados pelo progenitor doador do alelo.

b) A probabilidade de um filho ser afetado é de $\frac{1}{4}$. Portanto, a probabilidade dos quatro filhos serem afetados é de $\frac{1}{4} \times \frac{1}{4} \times \frac{1}{4} \times \frac{1}{4} = \frac{1}{256}$.

c) Devemos considerar quais dos quatro filhos é afetado. Denominando por A um filho que seja afetado e por N um filho que seja normal, temos as seguintes possibilidades: (A, N, N, N), (N, A, N, N), (N, N, A, N) e (N, N, N, A). Para cada uma das possibilidades apresentadas, a probabilidade de que um seja afetado e 3 sejam normais é de $\frac{3}{4} \times \frac{3}{4} \times \frac{3}{4} \times \frac{1}{4} = \frac{27}{256}$. Portanto a probabilidade de que três filhos sejam normais e um seja afetado é dada por $4 \times \frac{27}{256} = \frac{108}{256}$.

Outra solução

Podemos usar combinação para determinar quais dos quatro filhos são normais.

$$C_{4,3} \times \frac{3}{4} \times \frac{3}{4} \times \frac{3}{4} \times \frac{1}{4} = \frac{4!}{3!1!} \times \frac{27}{256} = \frac{108}{256}$$

d) O raciocínio é análogo ao da letra c).

$$C_{4,3} \times \frac{3}{4} \times \frac{1}{4} \times \frac{1}{4} \times \frac{1}{4} = \frac{4!}{3!1!} \times \frac{3}{256} = \frac{12}{256}$$

e) Aqui, além de multiplicar as probabilidades de cada filho ser normal ou afetado, também devemos considerar quais filhos são normais e quais são afetados. Portanto, a probabilidade de que dois filhos sejam normais e dois sejam afetados é dada por :

$$C_{4,2} \times \frac{3}{4} \times \frac{3}{4} \times \frac{1}{4} \times \frac{1}{4} = \frac{4!}{2!2!} \times \frac{9}{256} = \frac{54}{256}$$

Aprendendo com o erro

Neste exercício, provavelmente alguns alunos não irão considerar quais filhos são os normais e quais são os afetados. O professor pode então mostrar que, como estão sendo consideradas todas as possibilidades (todos normais, todos afetados, dois normais e dois afetados, três normais e um afetado, três afetados e um normal), a soma de todas as probabilidades deve ser igual a 1. Não considerando quais filhos são os afetados e quais são os normais, as soluções apresentadas para os itens a, b, c, d e e seriam, respectivamente, $\frac{81}{256}$, $\frac{1}{256}$, $\frac{27}{256}$, $\frac{3}{256}$ e $\frac{9}{256}$ cuja soma é $\frac{121}{256}$, indicando o erro.

Exercício 7

[3] - p. 380 – Exercício 2

(PUC – SP) Em determinada espécie vegetal foram analisadas duas características com segregação independente: cor da flor e tamanho da folha. Os fenótipos e os genótipos correspondentes a essas características estão relacionados a seguir:

Cor da flor		Tamanho da folha	
Fenótipos	Genótipos	Fenótipos	Genótipos
vermelho	VV	largo	LL
róseo	VB	intermediário	LE
branco	BB	estreito	EE

Se uma planta de flor rósea, com folha de largura intermediária, for cruzada com outra de mesmo fenótipo, qual é a probabilidade de se obterem:

- plantas com flor rósea e folha de largura intermediária?
- plantas simultaneamente homozigotas para as duas características?
- plantas com flor vermelha ou folha larga?

Solução

a) Um planta rósea tem o genótipo **VB**. O quadro de Punnett para essa característica é:

		Planta 1	
		V	B
Planta 2	V	VV	VB
	B	VB	BB

Logo, a probabilidade da planta ter flor rósea é de $\frac{2}{4} = \frac{1}{2}$.

Já para a planta ter folha de largura intermediária, ela deve ter o genótipo **LE**. O quadro de Punnett para essa característica é:

		Planta 1	
		L	E
Planta 2	L	LL	LE
	E	LE	EE

Então, a probabilidade da planta ter folha de largura intermediária é de $\frac{2}{4} = \frac{1}{2}$. Portanto, a probabilidade da planta ter folha rósea e folha de largura intermediária é de $\frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$.

Outra solução

Podemos fazer um único quadro de Punnett para as duas características, evitando que o aluno tenha dúvida sobre se é para multiplicar ou somar as probabilidades.

Neste caso, devemos separar um gene de cada característica para formar os pares. Sendo **VBLE** o genótipo de ambas as flores a serem cruzadas, com **VB** o par de genes responsável pela cor da flor e **LE** o par de genes responsável pela largura da folha, obtemos os seguintes possíveis pares de genes a serem transmitidos: (**V, L**), (**V, E**), (**B, L**), (**B, E**). Assim teríamos:

		Planta 1			
		VL	VE	BL	BE
Planta 2	VL	VVLL	VVLE	VBLL	VBLE
	VE	VVLE	VVEE	VBLE	VBEE
	BL	VBLL	VBLE	BBLL	BBLE
	BE	VBLE	VBEE	BBLE	BBEE

Como para ter flor rósea e folha de largura intermediária o genótipo deve ser **VBLE**, a probabilidade da planta apresentar as duas características é de $\frac{4}{16} = \frac{1}{4}$.

b) Uma planta será simultaneamente homocigota para as duas características se ela tiver os seguintes genótipos: **VVLL**, **VVEE**, **BLL** ou **BLEE**. Portanto, pelo quadro acima, a probabilidade disso acontecer é de $\frac{4}{16} = \frac{1}{4}$.

c) Como a planta deve ter flor vermelha ou folha larga há 7 genótipos possíveis e a probabilidade é de $\frac{7}{16}$.

Aqui, também poderíamos ter feito do seguinte modo:

A probabilidade da planta ter flor vermelha é de $\frac{4}{16}$. De ter folha larga é de $\frac{4}{16}$. E de ter ambas as características é de $\frac{1}{16}$.

Portanto, a probabilidade pedida pode ser dada por $\frac{4}{16} + \frac{4}{16} - \frac{1}{16} = \frac{7}{16}$.

Exercício 8

[3] - p. 388 – Exercício 2 (Adaptado)

(Fuvest – SP) O pai e a mãe de um par de gêmeos dizigóticos têm tipo sanguíneo AB.

- Qual é a probabilidade de ambos os gêmeos terem sangue do tipo AB?
- Qual é a probabilidade de ao menos um dos filhos ter sangue do tipo AB?

Solução

A informação de que os gêmeos são dizigóticos é para sabermos que eles foram formados a partir de 2 óvulos, ou seja, houve dupla fecundação e eles podem ser diferentes em várias características. Como os pais têm genes **AB**, podemos usar a distributividade para sabermos quais os possíveis genes dos filhos: **AB x AB**, nos fornece os pares **AA**, **AB**, **BA** e **BB**.

a) A probabilidade de cada filho ter sangue tipo AB é de $\frac{2}{4} = \frac{1}{2}$. E dos dois filhos terem sangue tipo AB é de $\frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$.

Outra solução

Como são 4 possibilidades totais para cada filho, temos um total de $4 \times 4 = 16$ possibilidades para os dois. Como são 2 possibilidades para cada filho ser do tipo AB, temos

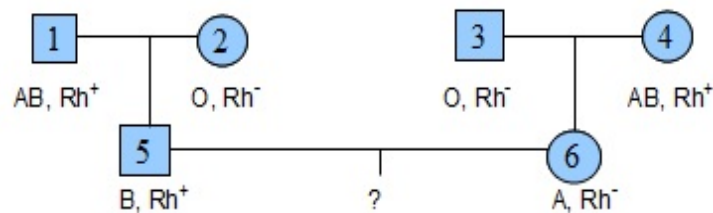
um total de $2 \times 2 = 4$ possibilidades dos dois filhos serem do tipo AB. Portanto, a probabilidade dos dois gêmeos terem sangue tipo AB é de $\frac{4}{16} = \frac{1}{4}$.

b) Podemos ter os seguintes pares de tipos sanguíneos para os gêmeos: (A, A), (A, AB), (A, B), (AB, AB), (AB, B) e (B, B). Portanto, a probabilidade de ao menos um dos filhos ter tipo AB é de $\frac{3}{6} = \frac{1}{2}$.

Exercício 9

[3] - p. 379 – Exercício 4

(Unicamp – SP) Com base no heredograma abaixo:



Qual é a probabilidade de o casal formado por 5 e 6 ter duas crianças com sangue AB/Rh⁺?

Solução

Se um indivíduo tem genótipo **AA** ou **AO**, seu sangue será tipo A. Se o genótipo for **BB** ou **BO**, seu sangue será tipo B. Se o genótipo for **AB**, o sangue será tipo AB. E se o genótipo for **OO**, o sangue será tipo O. Usando os alelos **D** e **d** para determinar o fator Rh, temos que se o genótipo for **DD** ou **Dd**, o fator será Rh⁺. E se o genótipo for **dd**, o fator será Rh⁻.

Vamos determinar como são os genótipos dos indivíduos 5 e 6.

Se o fenótipo de 5 é B mas 2 é O, então o genótipo de 5 é **BO**. Se o fenótipo de 6 é A, mas 3 é O, então o genótipo de 6 é **AO**.

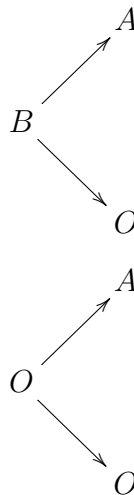
Para o fator Rh, como 5 é Rh⁺ e 2, que é sua mãe, é Rh⁻, então o genótipo de 5 é **Dd**. E como 6 é Rh⁻, seu genótipo é **dd**. Logo o genótipo de 5 é **BODd** e de 6 é **Aodd**. Assim, 5 pode doar os pares de alelos **BD**, **Bd**, **OD** ou **Od** e 6 pode doar os pares de alelos **Ad** ou **Od**. Pelo quadro de Punnett, temos:

		Mulher 6	
		Ad	Od
Homem 5	BD	ABDd	BODd
	Bd	ABdd	BOdd
	OD	AODd	OODd
	Od	AOdd	OOdd

Portanto, a probabilidade do casal formado por 5 e 6 ter uma criança com sangue AB/Rh⁺ é de $\frac{1}{8}$ e de ter duas crianças AB/Rh⁺ é de $\frac{1}{8} \times \frac{1}{8} = \frac{1}{64}$.

Outra solução

Podemos analisar as probabilidades do tipo sanguíneo e do fator Rh separadamente, através de um diagrama, por exemplo. Seja o gene doado pelo pai a raiz do diagrama e o gene doado pela mãe as extremidades:



Assim, os pares formados são **BA**, **BO**, **OA** e **OO**. E a probabilidade de uma criança desse casal ter sangue do tipo AB é de $\frac{1}{4}$.

Para o fator Rh, temos apenas **Dd** ou **dd**, já que a mulher 6 só pode doar **d**. Então a probabilidade de uma criança desse casal ter fator Rh⁺ é de $\frac{1}{2}$.

Portanto a probabilidade de uma criança ter sangue AB/Rh⁺ é de $\frac{1}{4} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{8}$. E de duas crianças terem sangue AB/Rh⁺ é de $\frac{1}{8} \times \frac{1}{8} = \frac{1}{64}$.

Exercício 10

[4] - p. 41 - Exercício 3

(FCC – BA) A polidactilia (presença de mais de cinco dedos em cada membro) é condicionada por um gene dominante **P**. Se um homem com polidactilia, filho de mãe normal,

casa-se com uma mulher normal, qual é a probabilidade de que em sucessivas gestações venham a ter seis filhos sem polidactilia?

Solução

Se o homem tem polidactilia mas sua mãe é normal, ele tem o genótipo **Pp** para esta anomalia. Se a mulher é normal, seu genótipo é **pp**.

Pelo quadro de Punnett, temos:

		♀
		p
♂	P	Pp
	p	pp

Portanto a probabilidade de cada filho não ter polidactilia é de $\frac{1}{2}$ e de 6 filhos não terem polidactilia é de $(\frac{1}{2})^6 = \frac{1}{64}$.

Exercício 11

[2] - p. 627 - Exercício 8

(Unifor – CE) Em certa espécie vegetal, o gene dominante **B** condiciona plantas altas e seu alelo recessivo **b** condiciona plantas baixas. O gene **A** condiciona flores brancas e é dominante sobre o gene **a**, que condiciona flores amarelas. Cruzaram-se entre si plantas altas com flores brancas, heterozigotas para ambos os pares de genes e obtiveram-se 320 descendentes. Desses, qual o número esperado de plantas baixas com flores brancas?

Solução

Se as plantas cruzadas são altas com flores brancas e são heterozigotas para ambos os pares, seus genótipos são **BbAa**. Então, cada planta cruzada pode doar os seguintes pares de genes: **BA**, **Ba**, **bA** e **ba**. Pelo quadro de Punnett, temos:

Deseja-se plantas baixas de flores brancas, ou seja, de genótipo **bbAA** ou **bbAa**. A probabilidade de uma planta desse cruzamento ter essas duas características é de $\frac{3}{16}$. Portanto, em 320 descendentes, o número esperado de plantas baixas de flores brancas é $\frac{3}{16} \times 320 = 60$.

		Planta 1			
		BA	Ba	bA	ba
Planta 2	BA	BBAA	BBAa	BbAA	BbAa
	Ba	BBAa	BBaa	BbAa	Bbaa
	bA	BbAA	BbAa	bbAA	bbAa
	ba	BbAa	Bbaa	bbAa	bbaa

Exercício 12

[1] - p. 89 - Exercício 3 (Adaptado)

(Ufal) Em tomateiros, a cor do hipocótilo (parte do caule) púrpura é condicionada por um alelo dominante e a cor verde, pelo alelo recessivo; a folha recortada é determinada por um alelo dominante e a lisa, pelo alelo recessivo. Esses genes estão localizados em cromossomos que se segregam independentemente. Através do intercruzamento de plantas duplo-heterozigóticas, foram obtidos 480 descendentes. Dentre esses, qual o número esperado de indivíduos com hipocótilo púrpura e folhas lisas?

Solução

Sendo a cor verde do hipocótilo determinada pelo alelo recessivo, temos que **V** e **v** são os alelos para essa característica. E sendo a folha lisa determinada pelo alelo recessivo, temos que **L** e **l** são os alelos para essa característica.

Plantas duplo-heterozigóticas têm o genótipo **VvLl**. Então, o quadro de Punnett para o cruzamento entre duas plantas duplo-heterozigóticas é:

		Planta 1			
		VL	VI	vL	vl
Planta 2	VL	VVLL	VVLI	VvLL	VvLI
	VI	VVLI	VVII	VvLI	VvII
	vL	VvLL	VvLI	vvLI	vvLI
	vl	VvLI	VvII	vvLI	vvII

Para que uma planta tenha a cor do hipocótilo púrpura e folha lisa, seu genótipo deve ser **VVII** ou **VvII**. Portanto, como a probabilidade de um descendente desse cruzamento nascer com essas duas características é de $\frac{3}{16}$, dos 480 descendentes obtidos é esperado

que $\frac{3}{16} \times 480 = 90$ tenham essas duas características.

Exercício 13

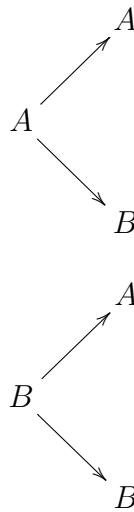
[1] - p. 89 - Exercício 4

(UFC – CE) Um homem albino com sangue tipo AB casou-se com uma mulher normal também com sangue tipo AB. O casal pretende ter filhos. Qual é a probabilidade de nascer uma criança albina do sexo masculino e com tipo sanguíneo AB, sabendo-se que a mãe é heterozigótica para albinismo?

Solução

Como temos um caso triibridismo (três características: tipo sanguíneo, sexo e albinismo), resolver o exercício através do quadro de Punnett seria trabalhoso. Vamos então resolver usando a probabilidade de eventos mutuamente independentes.

O homem e a mulher têm o tipo sanguíneo AB. Vamos ver todas as possibilidades do cruzamento através de um diagrama.



Logo, os possíveis genótipos são **AA**, **AB**, **BA** e **BB**, e a probabilidade da criança ter sangue tipo AB é de $\frac{2}{4} = \frac{1}{2}$.

Sendo o pai albino, seu genótipo é **aa**, uma vez que albinismo é uma doença recessiva. A mãe é normal heterozigótica, ou seja, tem genótipo **Aa**. Como o pai pode doar apenas o alelo **a**, os genótipos possíveis no cruzamento são **Aa** ou **aa**, ou seja, a probabilidade da criança ser albina é de $\frac{1}{2}$.

Como a probabilidade de uma criança ser do sexo masculino é de $\frac{1}{2}$, a probabilidade de um filho desse casal ser albino, do sexo masculino e ter sangue tipo AB é dada por $\frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{8}$.

4.4 TERCEIRA PARTE

Objetivo: Trabalhar questões que envolvam eventos mutuamente excludentes. No exercício 14 os eventos não são mutuamente excludentes, diferente do exercício 15. Com isso o aluno poderá observar que a regra da soma só pode ser usada quando $A \cup B = \emptyset$.

Exercício 14

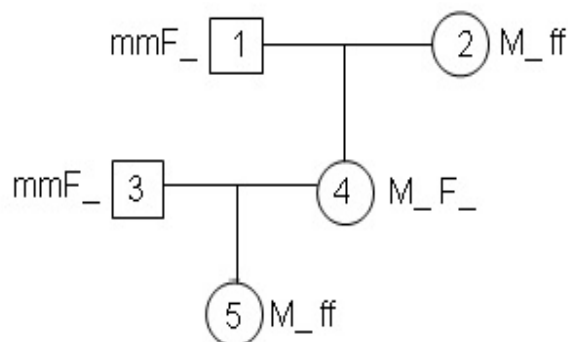
[3] - p. 379 – Exercício 8 (Adaptado)

A fenilcetonúria e a miopia são doenças decorrentes da ação de genes autossômicos recessivos. Do casamento entre uma mulher normal, filha de mãe com fenilcetonúria e pai míope, com um homem normal para fenilcetonúria e míope, nasceu uma criança de visão normal e fenilcetonúrica. Qual é a probabilidade desse casal ter uma criança com fenilcetonúria ou miopia?

Solução

Em primeiro lugar, vamos determinar como são os genótipos de cada indivíduo envolvido no problema através de um heredograma.

Sejam **F** e **f** os alelos dominante e recessivo, respectivamente, para fenilcetonúria e **M** e **m** os alelos dominante e recessivo, respectivamente, para miopia. Como a fenilcetonúria e a miopia são doenças decorrentes de genes autossômicos recessivos, os portadores dessas doenças devem ter os genes **ff** e **mm**. Portanto, com as informações iniciais, obtemos o seguinte heredograma:



Para saber qual a probabilidade do casal 3 e 4 ter uma criança com fenilcetonúria ou miopia, temos que saber como são seus genes.

A mulher 4 é normal para miopia, mas sua mãe doou um alelo **m** pois ela é míope. Ela é normal para fenilcetonúria, mas seu pai doou um alelo **f** pois ele tem fenilcetonúria. Portanto, a mulher 4 tem os genes **MmFf**.

O homem 5 é míope (**mm**) e normal para fenilcetonúria. Mas seu filho 5 tem fenilcetonúria. Ou seja, 5 recebeu um alelo **m** de seu pai. Portanto, o homem 3 tem os genes **mmFf**. A mulher 4 pode doar o par de alelos **MF**, **Mf**, **mF** ou **mf**. Já o homem 3 pode doar o par de alelos **mF** ou **mf**. Assim, temos o seguinte quadro de Punnett:

		Mulher 4			
		MF	Mf	mF	mf
Homem 3	mF	MmFF	MmFf	mmFF	mmFf
	mf	MmFf	Mmff	mmFf	mmff

Como queremos saber qual a probabilidade do casal ter uma criança com fenilcetonúria **ou** miopia, devemos considerar apenas os genótipos **mmFF**, **mmFf**, **Mmff**, **mmFf** e **mmff**. Portanto, a probabilidade é de $\frac{5}{8}$.

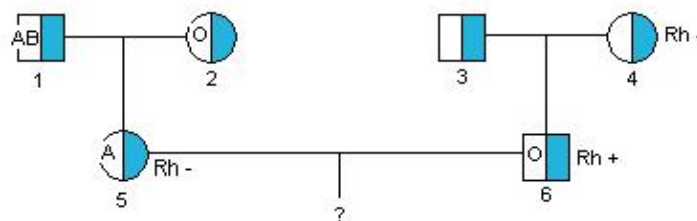
Outra solução

Temos que a probabilidade da criança ter miopia é de $\frac{4}{8}$ (**mmFF**, **mmFf**, **mmFf**, **mmff**), de ter fenilcetonúria é de $\frac{2}{8}$ (**Mmff**, **mmff**) e de ter miopia e fenilcetonúria é de $\frac{1}{8}$ (**mmff**). Portanto, a probabilidade da criança ter miopia ou fenilcetonúria é de $\frac{4}{8} + \frac{2}{8} - \frac{1}{8} = \frac{5}{8}$.

Exercício 15

[1] - p. 78 - Problema resolvido (Adaptado)

A árvore genealógica a seguir representa uma família estudada quanto aos grupos sanguíneos do sistema ABO e do sistema Rh.



Sobre essa família, pergunta-se: Qual é a probabilidade de um filho do casal 5 x 6 ter sangue dos tipos O/Rh⁺ ou A/Rh⁻?

Solução

Em primeiro lugar é preciso determinar os genótipos dos indivíduos 5 e 6 aos quais se refere o problema. A mulher 5 tem sangue Rh⁻ e, portando, seu genótipo é **dd**. Como ela tem sangue do tipo A, um de seus alelos é **A**. Como a mãe da mulher 5 tem sangue tipo O (**OO**), ela só pode ter fornecido à filha um alelo **O**. O genótipo da mulher 5 é, portanto, **AOdd**.

Para determinar o genótipo do homem 6, o raciocínio é o mesmo: como seu fenótipo é O/Rh⁺ (**OOD**_) e sua mãe é Rh⁻ (**dd**), concluímos que ele tem genótipo **OODd**.

Com relação ao sistema ABO, a mulher 5 forma dois tipos de gameta: **A** e **O**. O homem 6 forma apenas um tipo de gameta, **O**. Portanto, os filhos desse casal poderão ter sangue do tipo A (**AO**) ou do tipo O (**OO**), com 50% ($\frac{1}{2}$) de probabilidade para cada tipo.

Quanto ao sistema Rh, a mulher 5 forma apenas um tipo de gameta, **d**. O homem 6 forma gametas de dois tipos: **D** e **d**. Assim, os filhos do casal poderão ter sangue Rh⁺ (**Dd**) ou Rh⁻ (**dd**), com 50% ($\frac{1}{2}$) de chance para cada tipo.

Sabendo-se que os alelos que condicionam esses dois grupos sanguíneos segregam-se independentemente, a herança simultânea das duas características pode ser calculada multiplicando-se as probabilidades individuais:

Probabilidade de um filho vir a ser O/Rh⁺ = $\frac{1}{2}$ (O) x $\frac{1}{2}$ (Rh⁺) = $\frac{1}{4}$.

Probabilidade de um filho vir a ser A/Rh⁻ = $\frac{1}{2}$ (A) x $\frac{1}{2}$ (Rh⁻) = $\frac{1}{4}$.

Probabilidade de um filho vir a ser O/Rh⁺ **ou** A/Rh⁻ = $\frac{1}{4} + \frac{1}{4} = \frac{1}{2}$

Pode-se também construir o quadro de Punnett.

		Gametas formados por 6 (pai)	
		OD	Od
Gametas formados por 5 (mãe)	Ad	AODd	AOdd
	Od	OODd	OOdd

Para que um filho venha a ter sangue dos tipos O/Rh⁺ **ou** A/Rh⁻ ele deve ter os genótipos **OODd** ou **AOdd**. Portanto, a probabilidade é de $\frac{2}{4} = \frac{1}{2}$.

4.5 QUARTA PARTE

Objetivo: Trabalhar questões que envolvam probabilidade condicional.

Exercício 16

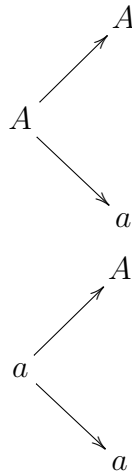
[7]

Considere um casal heterozigoto que tenha tido um filho com a característica dominante. Calcule a probabilidade de que o mesmo seja heterozigoto.

Solução

Vamos denominar os alelos dominante e recessivo por **A** e **a**, respectivamente. Sendo o casal heterozigoto, cada um tem o genótipo **Aa**.

Vamos observar os diferentes genótipos obtidos da união desse casal, através do diagrama abaixo:



Temos então os pares **AA**, **Aa**, **aA** e **aa**.

Como o filho desse casal tem a característica dominante, o par **aa** não deve ser considerado. Temos dois pares heterozigotos: **Aa** e **aA**. Portanto, a probabilidade da criança ser heterozigota sabendo que ela tem a característica dominante é de $\frac{2}{3}$.

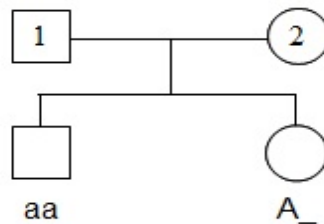
Outra solução

Podemos usar a fórmula de probabilidade condicional $p(B/A) = \frac{p(A \cap B)}{p(A)}$, sendo o evento A, ter característica dominante e o evento B, ser heterozigoto.

Como A e B são eventos independentes, temos que $p(B/A) = p(B)$. A probabilidade da criança ter a característica dominante é $p(A) = \frac{3}{4}$. A probabilidade dela ter a característica dominante e ser heterozigota é $p(A \cap B) = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$. Portanto, $p(B) = \frac{1}{2} \div \frac{3}{4} = \frac{1}{2} \times \frac{4}{3} = \frac{2}{3}$.

Exercício 17

Seja o heredograma abaixo em que o casal formado por 1 e 2, normais, teve um filho afetado e uma filha normal, para uma anomalia recessiva. Qual é a probabilidade da filha ser homozigota?



Solução

Precisamos saber quais os genótipos de 1 e 2. Como o filho é afetado, seu genótipo é **aa**. Assim, ele recebeu um alelo recessivo de seu pai e um de sua mãe. Mas 1 e 2 são normais. Portanto, seus genótipos são **Aa**.

Vamos visualizar, através do quadro de Punnett, todas as possibilidades de genótipos da união de 1 e 2.

		♀	
		A	a
♂	A	AA	Aa
	a	Aa	aa

Há quatro possibilidades de genótipos para cada filho. Mas já sabemos que a filha do casal é normal. Assim, seu genótipo deverá ser **AA** ou **Aa**, ou seja, há 3 possibilidades. Para ela ser homozigota, o único genótipo possível é **AA**. Portanto, a probabilidade dela ser homozigota é de $\frac{1}{3}$.

Outra solução

Usando a fórmula da probabilidade condicional. Seja o evento A, ser normal, e o evento B, ser homozigota. Como esses eventos são independentes, temos que $p(B|A) = p(B)$ e a probabilidade de ser normal é de $p(A) = \frac{3}{4}$. Além disso, a probabilidade da filha do casal ser normal e homozigota é de $p(A \cap B) = \frac{1}{4}$. Portanto, $p(B) = \frac{1}{4} \div \frac{3}{4} = \frac{1}{4} \times \frac{4}{3} = \frac{1}{3}$.

Observação

Neste exercício, o professor pode mostrar que a probabilidade condicional deve ser resolvida de maneira diferente da de ocorrer dois eventos simultaneamente.

Um aluno pode querer resolver a questão multiplicando a probabilidade da filha ser normal com a de ser homozigota.

A probabilidade de ser normal é de $\frac{3}{4}$ e de ser homozigota é de $\frac{2}{4} = \frac{1}{2}$. Mas $\frac{3}{4} \times \frac{1}{2} = \frac{3}{8}$, que é diferente do resultado correto, $\frac{1}{3}$. Essa diferença acontece pois o evento “ser normal” já ocorreu.

5 CONCLUSÃO

Os problemas foram divididos e organizados de modo a levar o aluno a uma compreensão gradativa de probabilidade.

- O que é espaço amostral e qual fenômeno estamos observando. No caso da genética, qual característica desejamos analisar.
- A probabilidade de ocorrerem dois ou mais eventos, ao mesmo tempo, em um mesmo experimento, ou de ocorrer um mesmo evento em dois ou mais experimentos distintos. No caso da genética, a probabilidade de um indivíduo apresentar, simultaneamente, duas ou mais características, ou de indivíduos diferentes apresentarem uma mesma característica.
- A probabilidade de ocorrer um evento ou outro. No caso da genética os eventos são mutuamente excludentes. Por exemplo, uma criança não pode nascer com dois tipos sanguíneos.
- Probabilidade condicional, ou seja, qual a probabilidade de ocorrer um evento sendo que uma determinada característica já é conhecida.

Os problemas foram resolvidos de maneiras diferentes. Foram utilizados nas soluções diagramas de árvore, quadro de Punnet, a propriedade distributiva e as regras em si, aplicadas na probabilidade de eventos independentes e probabilidade condicional.

A sugestão é que o professor de matemática que for utilizar essa lista de problemas para desenvolver com seus alunos, entregue a eles o resumo de genética apresentado neste trabalho, pois ele está bem direcionado com os termos e conhecimentos que o aluno precisa saber na hora de resolvê-los. Obviamente, não há essa necessidade para o professor de biologia, já que ele estará ensinando esse conteúdo aos alunos de uma maneira mais aprofundada.

O professor deverá escolher quais os problemas ele irá resolver com os alunos como exemplo e quais ele irá aplicar como atividade. É muito importante que o professor resolva um mesmo problema com os alunos de maneiras diferentes, mostrando todas as ferramentas que ele poderá usar. A construção do diagrama e do quadro de Punnet, ajudam o aluno a visualizar o que está acontecendo nos cruzamentos, diferenciando genótipo e fenótipo.

Como a lista de problemas ainda não foi aplicada em sala de aula, fica um questionamento: Seria melhor desenvolver com os alunos atividades relacionadas com outros temas, que não sejam genética, separadamente ou junto com a lista de problemas apresentada aqui? Minha opinião é de que como genética, provavelmente, não é um assunto que

o professor de matemática domine, primeiro deve-se trabalhar apenas com os problemas aqui propostos, para que as ideias e conceitos não se confundam. Depois, o professor pode mostrar que pode-se utilizar o diagrama, uma tabela ou a distributividade em qualquer situação. Esse foi, inclusive, o objetivo da atividade introdutória. Nela, usamos o diagrama de árvore e uma tabela para visualizar os possíveis resultados ao retirar uma bola de cada urna.

REFERÊNCIAS

- [1] Amabis, José Mariano; Martho, Gilberto Rodrigues. **Biologia, volume 3**. 3. ed. São Paulo: Moderna, 2010.
- [2] Laurence, J. **Biologia: ensino médio, volume único**. 1. ed. São Paulo: Nova Geração, 2005.
- [3] Linhares, Sérgio; Gewandsznajder, Fernando. **Biologia: volume único**. 1. ed. São Paulo: Ática, 2005.
- [4] Marczwski, Maurício; Vélez, Eduardo. **Ciências biológicas, volume 3**. São Paulo: FTD, 1999. - (Coleção Ciências Biológicas)
- [5] **PCN - Parâmetros Curriculares Nacionais, Ensino Médio**. Disponível em:
<<http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/ciencian.pdf>> Acesso em: 02 Jan. 2014.
- [6] Souza, Joamir Roberto de. **Novo olhar matemática, volume 2**. 1. ed. São Paulo: FTD, 2010. (Coleção novo olhar)
- [7] <<http://www.planetabio.com/conceitos%20de%20genetica.html>> Acesso em: 10 Dez. 2013.