UNIVERSIDADE ESTADUAL DO SUDOESTE DA BAHIA
MESTRADO PROFISSIONAL EM MATEMÁTICA
EM REDE NACIONAL – PROFMAT

ADRIZA MACEDO DAMACENO LIMA

CONHECENDO OS ALUNOS QUE INGRESSAM NOS CURSOS DE CIÊNCIAS EXATAS DA UESB: UMA EXPERIÊNCIA COM ALUNOS DOS CURSOS DE CIÊNCIA DA COMPUTAÇÃO E FÍSICA.

Vitória da Conquista
2014

UNIVERSIDADE ESTADUAL DO SUDOESTE DA BAHIA
MESTRADO PROFISSIONAL EM MATEMÁTICA EM
REDENACIONAL – PROFMAT

ADRIZA MACEDO DAMACENO LIMA

CONHECENDO OS ALUNOS QUE INGRESSAM NOS CURSOS DE CIÊNCIAS EXATAS DA UESB: UMA EXPERIÊNCIA COM ALUNOS DOS CURSOS DE CIÊNCIA DA COMPUTAÇÃO E FÍSICA.

Dissertação apresentada ao Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional – PROFMAT da Universidade Estadual do Sudoeste da Bahia – UESB, como requisito necessário para obtenção do grau de Mestre em Matemática. Orientadora: Profª. Drª. Maria Deusa Ferreira da Silva.

Vitória da Conquista
2014

L696c Lima, Adriza Macedo Damaceno.
Conhecendo os alunos que ingressaram nos cursos de ciências exatas da UESB: uma experiência com alunos do curso de Ciência da Computação / Adriza Macedo Damaceno Lima, 2014.
118.: il.; algumas color.
Orientador(a):Drª. Maria Deusa Ferreira da Silva.
Dissertação(Mestrado) Universidade Estadual do Sudoeste da Bahia. Mestrado Profissional de Matemática em Rede. Vitória da Conquista, Ba. 2014.
Referências: f. 90-93.
1. Matemática – Ensino superior (Ciências exatas). 2. Matemática – Análise de erros. I. Silva, Maria Deusa Ferreira da.,Drª. II- Universidade Estadual do Sudoeste da Bahia, Mestrado Profissional de Matemática em Rede. III-T.

CDD:510

Catalogação na fonte: Elinei Carvalho Santana - CRB 5/1026

UESB – Campus Vitória da Conquista-BA

ADRIZA MACEDO DAMACENO LIMA

CONHECENDO OS ALUNOS QUE INGRESSAM NOS CURSOS DE CIEÊNCIAS EXATAS DA UESB: UM ESTUDO DE CASO COM ALUNOS DA CIÊNCIA DA COMPUTAÇÃO E FÍSICA.

Dissertação apresentada ao Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional – PROFMAT da Universidade Estadual do Sudoeste da Bahia – UESB, como requisito necessário para obtenção do grau de Mestre em Matemática.

BANCA EXAMINADORA

____

Prof.ª Dr.ª Maria Deusa Ferreira da Silva (Orientadora)
Universidade Estadual do Sudoeste da Bahia – UESB

____

Prof. Dr. Wagner José Duarte
Universidade Estadual do Sudoeste da Bahia - UESB

____

Prof.ª Dr.ª Gesiane Moura Neve Rebousas
Faculdade de Tecnologia e Ciências – FTC

Vitória da Conquista, maio de 2014.

Dedico este trabalho a minha mãe Gal, aos meus irmãos Léo, Rúbia e Dani e ao meu filho amado Felipe.

AGRADECIMENTOS

A Deus, primeiramente e sempre, pelo dom da vida, por estar sempre ao meu lado demonstrando seu amor constante e por ter me dado força e sabedoria para realizar mais um sonho.

A minha mãe, Gal, por ter me dado à vida, seu carinho, sua disposição, sua força, seu tempo, seu apoio e tudo quanto pode por amor a mim. Essa é mais uma vitória que você me levou a conseguir. Te amo muito.

Ao meu esposo Nailson por permanecer sempre ao meu lado e ao meu filho Felipe, o presente que Deus me deu durante essa caminhada que me encheu de forças para lutar pelos meus objetivos. Vocês são minha vida.

Aos meus irmãos Léo, Rubia e Dani meus sustentáculos, por todo apoio e demonstrações de amor, nossa união sempre me deu forças para superar todos os obstáculos.

Aos meus sobrinhos, por tanto amor que me proporcionam por trazer alegria a minha vida nos momentos difíceis.

À minha família, que esteve presente nessa trajetória de forma tão compreensiva, dividindo comigo as dificuldades, compartilho com vocês a minha vitória. Especialmente minha amada vó, que sempre acreditou na minha vitória e orou por mim durante toda essa caminhada.

A Carminha que acompanhou bem de perto a minha luta sempre me dando forças para continuar.

A Profª Maria Deusa, pela orientação na realização deste trabalho. Por ter me acolhido, compartilhado conhecimentos e por toda atenção para que este trabalho fosse realizado com sucesso.

Aos professores e colegas do curso, pelos momentos e conhecimentos compartilhados nesses dois anos, principalmente as amigas Critiane e Adenise pelo companheirismo e amizade que levarei por toda a vida.

Aos professores Dr. Wagner e Dr.ª Gesiane, pela atenção e disposição em participar da banca de defesa.

E finalmente a colega, parceira, amiga, irmã, que segurou em minha mão durante toda essa caminhada, me deu toda força e apoio para prosseguir, Daniela, a você um agradecimento bem especial!

Eu não sei se você se recorda do seu primeiro caderno, eu me recordo do meu.
Com ele eu aprendi muita coisa, foi nele que eu descobri que a experiência dos erros. Ela é tão importante quanto às experiências dos acertos
Porque vistos de um jeito certo, os erros, eles nos preparam para nossas vitórias e conquistas futuras.
Porque não há aprendizado na vida que não passe pelas experiências dos erros

O caderno é uma metáfora da vida, quando os erros cometidos eram demais, eu me recordo, que a nossa professora nos sugeria que a gente virasse a página. Era um jeito interessante de descobrir a graça que há no recomeço.
Ao virar a página, os erros cometidos deixavam de nos incomodar e a partir deles, a gente seguia um pouco mais crescido.

O caderno nos ensina que erros não precisam ser fontes de castigos.
Erros podem ser fontes de virtudes!
Na vida é a mesma coisa, o erro tem que estar à serviço do aprendizado;
Ele não tem que ser fonte de culpas e vergonhas.
Nenhum ser humano pode ser verdadeiramente grande
sem que seja capaz de reconhecer os erros que cometeu na vida.

Uma coisa é a gente se arrepender do que fez! Outra coisa é a gente se sentir culpado. Culpas nos paralisam. Arrependimentos não!
Eles nos lançam pra frente, nos ajudam a corrigir os erros cometidos.

Deus é semelhante ao caderno.
Ele nos permite os erros pra que a gente aprenda a fazer do jeito certo.
Você tem errado muito?
Não importa, aceite de Deus essa nova página de vida que tem nome de hoje!
Recorde-se das lições do seu primeiro caderno.
Quando os erros são demais, vire a página!

Fábio de Melo

RESUMO

O presente trabalho tem como objetivo descrever alguns dos resultados de uma pesquisa que buscou analisar e compreender as dificuldades em conteúdos de matemática básica de alunos que ingressaram nos cursos de Licenciatura em Física e Ciência da computação da UESB, campus Vitória da Conquista, conduzida em 2013. Pesquisas na área de educação, em especial educação matemática, tem demonstrado que muitos alunos que ingressam no Ensino Superior trazem deficiências em conceitos elementares de Matemática do ensino básico. Como consequência dessas deficiências, tem-se altos índices de reprovação, em disciplinas do primeiro semestre dos cursos da área de exatas, especialmente Cálculo diferencial e integral. Assim, para estudar essa situação foi realizada uma pesquisa bibliográfica buscando obras que tratavam dessas dificuldades e que abordavam análises de erros cometidos por alunos em provas e como tal constatação poderia contribuir para o ensino de Matemática. A pesquisa teve inicio com a elaboração de um teste de sondagem com questões envolvendo matemática básica que foi aplicado aos alunos anteriormente mencionados. Em seguida foi feita a análise desses testes de forma quantitativa, através da categorização e análise dos erros. Foi feito ainda, um curso de Iniciação ao Cálculo com os alunos do curso de Licenciatura em Física, em que buscou-se observar com mais clareza as reais dificuldades em conteúdos de matemática básica trazidas por esses sujeitos. Os resultados obtidos indicam que os alunos em questão apresentaram deficiências referentes a conteúdos básicos da matemática. Além disso, foi possível perceber a importância de se buscar diminuir tais deficiências, no sentido de propiciar aos estudantes um melhor aprendizado e, assim, prosseguir no curso sem maiores dificuldades.

Palavras-chave: Análise de erro, cálculo, ensino de matemática.

ABSTRACT

This paper aims to describe some of the results of a survey that aimed to analyze and understand the difficulties in basic mathematics content students who enrolled in undergraduate courses in Physics and Computer Science at UESB campus Vitória da Conquista and was conducted in 2013. Searches in education, mathematics education in particular, has shown that many students who enter higher education bring deficiencies in basic math concepts of basic education, as a result of these deficiencies, we have high failure rates in the disciplines first half of the courses in the exact sciences, especially differential and integral calculus. Thus, to study the situation a literature search looking for articles that addressed these difficulties and approached analysis of errors made by students in tests and how such a finding could contribute to the teaching of Mathematics was held. The research began with the drafting of a test survey with questions involving basic math that was applied to the students mentioned above. Then the analysis of these tests and quantitatively through the categorization and analysis of the errors was made. A course in Introduction to Calculus with students of Bachelor in Physics, in which we seek to observe clearly eat the real difficulties in basic math content offered by these subjects was already done. The results indicate that the students in question had deficiencies related to basic math content. Furthermore, it was possible to realize the importance of seeking to decrease these deficiencies, in order to provide students with a better learning and thus continue the course without major difficulties.

Key-words: error analysis, calculus, math education.

LISTA DE ABREVIATURAS

ENEM – Exame Nacional do Ensino Médio

IC – Iniciação ao Cálculo

IES – Instituições de Ensino Superior

INEP – Instituto Nacional de Estudos e Pesquisa

LDB – Lei de Diretrizes e Bases

OCDE - Organização para Cooperação e Desenvolvimento Econômico

PCN – Parâmetros Curriculares Nacionais

PISA – Programa Internacional de Avaliação de Alunos (sigla em inglês)

PROFMAT - Mestrado profissional em Matemática em Rede Nacional

SAEB – Sistema Nacional da Avaliação da Educação Básica.

UESB – Universidade Estadual do Sudoeste da Bahia

LISTA DE TABELAS

LISTA DE QUADROS

LISTA DE FIGURAS

SUMÁRIO

Capítulo 1 – INTRODUÇÃO

1.1 Motivações e questões

Ser professor é comprometer-se a participar no processo de educação de seus alunos, mas também é ter a consciência de que sempre é possível aprender com eles, pois o ensino e a aprendizagem são aspectos de um processo de interação entre docente e discente.

Freire (1996, p.25) afirma que “não há docência sem discência. Quem ensina aprende ao ensinar e quem aprende ensina ao aprender”. Através dessa interação entre professor e aluno criam-se vínculos afetivos e intelectuais e tanto o professor como o aluno se influenciam e se beneficiam com a troca de experiências o que torna a prática docente um grande e prazeroso desafio.

Comecei a lecionar no ano de 2006 quando ainda estava concluindo a graduação e após oito anos de docência, todos na rede pública de ensino, fazer uma análise de minha prática docente é repensar e reconhecer muitos erros, acertos, alegrias, frustações e conquistas. O início do trabalho como docente representou um momento no qual pude vivenciar experiências, sejam na sala de aula ou na relação com os alunos, que me proporcionaram um novo direcionamento e uma melhor dimensão da profissão que escolhi para exercer.

Depois de alguns meses já pude perceber a realidade do ensino nas escolas públicas, realidade essa, que ainda hoje se torna perceptível nas salas de aula do ensino fundamental e médio. O desinteresse e o baixo aprendizado por partes dos estudantes são reforçados pela estrutura inadequada apresentada pela escola. Tudo isso tem tornado difícil o trabalho do professor que muitas vezes se sente impotente no desempenho de suas atividades de ensino.

Além disso, excesso de aulas vagas, falta de equipamentos tecnológicos para adequação ao cotidiano do estudante, biblioteca deficitária, desvalorização docente também foram alguns aspectos perceptíveis à realidade das escolas públicas e que contribuem, diretamente, para pouca qualidade do ensino e para um baixo rendimento dos alunos, foi nesse momento que comecei a refletir sobre que tipo de professora almejava ser e que contribuição poderia dar para a educação de modo que possibilitasse melhorias no processo de ensino e aprendizado.

Logo de início também constatei o quanto a matemática era temida pelos alunos e, como lecionei em diversas séries dos Ensinos Fundamental e Médio foi possível vivenciar as dificuldades dos alunos na aprendizagem da matéria, o que também pode ser verificado através dos indicadores de desempenho como a Prova Brasil e o ENEM. O Brasil ocupa a 54º posição em conhecimento matemático no ranking composto por 65 países no Programa Internacional de Avaliação de Alunos (Pisa), 2012. Contudo, é na própria sala de aula que o professor observa a real dimensão das dificuldades dos alunos em matemática, dificuldades essas que surgem nas séries iniciais e se acumulam até o fim do ensino médio.

Com o intuito de modificar esse cenário e ampliar a qualidade no ensino e aprendizagem da matemática dos meus alunos busquei associar a minha prática docente com mais capacitação teórica e após a conclusão da graduação fiz um curso de Especialização em Matemática Pura e outro em Educação Matemática, o que já me fez obter novos olhares para o ensino da matemática. Ainda não estando satisfeita e considerando que a busca pelo aprendizado deve ser contínua, iniciei o curso de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional – PROFMAT, polo UESB.

Diante do quadro anteriormente exposto, não é de se estranhar que muitos alunos terminam o ensino médio e ingressam na universidade sem o domínio de conteúdos básicos de matemática e, muitas vezes, essas deficiências comprometem a permanência do aluno no curso superior, sobretudo aqueles que ingressam nos cursos de da área de ciências exatas. Para MALTA (2004), as preocupações referentes ao ensino superior, convergem para as disciplinas iniciais dos cursos da área das ciências exatas, principalmente devido ao número crescente de reprovações. Por exemplo, na Universidade Estadual do Sudoeste da Bahia-UESB, Campus Vitória da

Conquista, nas disciplinas de Cálculo Diferencial e Integral e índice de reprovação gira em torno de 80% e nos cursos de Licenciatura em Matemática e Física apresenta um alto índice de abandono já no primeiro semestre.

Desse modo, tendo em vista as dificuldades que os alunos ingressantes nos cursos de Ciências Exatas apresentam na disciplina de Cálculo I[1] e com o intuito de conhecer as possíveis causas para o alto índice de reprovação nessa disciplina, como trabalho de dissertação de Mestrado do PROFMAT, resolvemos: pesquisar quais as principais deficiências em conteúdos matemáticos apresentadas pelos alunos dos cursos de Licenciatura em Física e Ciência da Computação e, em seguida, realizar o curso de Iniciação ao Cálculo - IC para detectar com mais clareza as reais dificuldades trazidas pelos alunos.

Diante disso as questões que nortearam a pesquisa foram: 1) As lacunas de conhecimento em matemática que ficam do ensino fundamental e médio, se acumulam e culminam no ensino superior? 2) Quais são as maiores dificuldades em matemática apresentadas pelos alunos ingressantes nos cursos de exatas do Ensino Superior? 3) O que pode ser feito para auxiliar os alunos a superarem essas dificuldades?

1.2 Objetivos

Geral

Identificar e classificar os erros cometidos pelos estudantes dos cursos de licenciatura em Física e Ciências da Computação da UESB (campus Vitória da Conquista), em relação ao conteúdo de matemática básica e detectar com mais clareza as reais dificuldades trazidas pelos alunos.

Específicos.

[1] Cálculo I é uma disciplina oferecida no inicio dos cursos da área de ciências exatas cuja ementa aborda: Estudo de Funções, noções de limite e continuidade. Derivadas. Aplicações de Derivadas e Integrais Indefinidas e Definidas.

- Investigar como os alunos dos cursos de ciências exatas estão chegando a UESB, quais as suas dificuldades, em relação aos conteúdos matemáticos;
- Verificar se as lacunas de conhecimento em matemática que ficam no ensino fundamental e médio dificultam a aprendizagem na disciplina de cálculo.
- Apresentar uma proposta que possa contribuir para melhor preparar os alunos que ingressam nos referidos cursos;

1.3 Apresentação do trabalho.

Este trabalho está dividido em cinco capítulos. O primeiro é o capítulo introdutório, nele foram feitas as primeiras considerações sobre as dificuldades no ensino matemática, as justificativas e motivações para a pesquisa, finalizando com as questões de pesquisa e os objetivos.

No segundo capítulo é apresentada a fundamentação teórica onde será discutido as dificuldades no ensino-aprendizagem da matemática, o erro e a análise de erros como abordagem de pesquisa. No terceiro capítulo será abordada a metodologia utilizada para realização da pesquisa e nele é mostrado o tipo de pesquisa bem como o local, os sujeitos, os instrumentos, e como foi feita análise dos dados.

No quarto capítulo é apresentada a análise dos resultados, nele a análise dos testes de sondagem é feita de forma quantitativa e através da categorização e análise dos erros. Já na análise do curso de IC são discutidas mais claramente as dificuldades em conteúdos de matemática básica trazidas pelos alunos.

No quinto capítulo estão expostas as considerações finais, as limitações encontradas no desenvolvimento desta pesquisa bem como é apresentado o curso de IC como uma proposta para auxiliar os alunos ingressantes no nível superior a superarem as dificuldades em matemática que trazem do Ensino Médio.

Capítulo 2 – FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

2.1 Dificuldades em matemática

O ensino da matemática não tem sido uma tarefa fácil para os professores dessa disciplina, pois essa tem sido a matéria frequentemente eleita pelos alunos como a grande causadora de “fobia escolar”, geralmente os alunos apresentam pavor ao estudo da matemática e apontam essa disciplina como responsável por não obterem êxito nos estudos.

Dificuldades e frustrações em relação à matemática podem estar atreladas a diversos fatores que vão desde as políticas públicas, falta de formação para os professores e de estrutura nas escolas até os métodos de ensino e avaliação em matemática, Vitti (1996) ressalta que:

> O fracasso da matemática e as dificuldades que os alunos encontram nessa disciplina não é um fato novo, pois vários educandos já catalogaram elementos que contribuem para mostrar porque o ensino da matemática é assinalado mais por fracasso do que por sucesso (VITTI, 1996, p.13).

Quanto às dificuldades encontradas no processo de ensino e aprendizagem da matemática, Fiorentini e Miorim (1996) dizem que:

> [...] são muitas e conhecidas. Por um lado, o aluno não consegue entender a matemática que a escola lhe ensina, muitas vezes é reprovado nesta disciplina, ou então, mesmo que aprovado, sente dificuldades em utilizar o conhecimento "adquirido", em síntese, não consegue efetivamente ter acesso a esse saber de fundamental importância. (1996, p.1)

As dificuldades encontradas pelos estudantes no processo de aprendizagem podem ter influência significativa na relação que o aluno desenvolve com a matemática. A forma como o professor reage a essas dificuldades é fator fundamental para minimizar os entraves que os discentes encontram na aprendizagem e melhorar a satisfação pelo estudo da disciplina. Os desafios apresentados por conteúdos mais complexos podem ser estimulantes para o aprendizado e isso depende da concepção que o processo de ensino direciona o estudante, estimulando-o.

Na maioria das escolas a matemática é ensinada no ponto de vista absolutista, acredita-se ainda que o conhecimento matemático é constituído de verdades absolutas e inquestionáveis as quais o professor tem a função de transmitir cabendo ao aluno, apenas, o papel de mero receptor sem espaço para questionamentos ou discussões. Sobre a metodologia das aulas de matemática, Almeida (2008), questiona:

> Se a matemática é tão presente e útil no nosso cotidiano, porque os alunos não estão conseguindo identificar esta utilidade? E porque a forma como esta é apresentada ainda recai sempre na metodologia da aula expositiva, na qual o aluno apenas recebe informações, ao invés de atuar no processo do seu conhecimento? (ALMEIDA, 2008, p.22)

Sobre este aspecto, Pinto (2000) ressalta que, as dificuldades dos alunos e os erros cometidos na matemática escolar podem não ser decorrentes da formalização da matemática, e sim da falta de contextualização da disciplina, distanciadas do contexto social desses alunos. Os professores precisam saber identificar os diferentes obstáculos na aprendizagem escolar, desenvolvendo certa sensibilidade na prática docente que ultrapassa o conhecimento específico da disciplina e, nesse sentido, compreende–se que as relações humanas favorecem o regozijo pela matemática.

É comum ouvir que na Matemática não tem meio termo, ou está certo ou está errado. Pensando dessa forma, a estratégia elaborada e o percurso percorrido na resolução de uma questão são desconsiderados, porque não se chegou a um resultado satisfatório.

Em seus estudos, GOMES (2001) destaca que, a matemática trabalhada nas escolas segue um caminho rigoroso de sequência de fragmentos a serem transmitidos, perdendo assim, o contato com o espírito da matemática e isso tem implicações determinantes nas aulas dessa disciplina: “a criação de analfabetos matemáticos e a instituição de grandes obstáculos epistemológicos e didáticos” (GOMES, 2001, p.6)

Sobre este aspecto, Brousseau (1983), citado por Pais (2001), faz algumas observações ressaltando a existência de obstáculos na matemática e a suas relações com o erro, ele conserva a ideia de que o conhecimento surge a partir da ruptura com um conhecimento anterior.

> O sentido de um conhecimento matemático se define não apenas pelo conjunto de situações onde este conhecimento é realizado como teoria matemática [...], não somente pelo conjunto de situações onde o sujeito o encontrou como meio de solução, mas também pelo conjunto das concepções, das escolhas anteriores que ele rejeita, dos erros que ele evita, pelas economias que ele proporciona as formulações que ele retoma etc. (BROUSSEAU, apud PAIS, 2001, p. 87)

Tal concepção sobre o conhecimento matemático nos faz refletir a importância do papel do erro no ensino e aprendizagem em Matemática. E sobre isso, a Educação Matemática propõe a utilização do erro como instrumento didático, sugerindo ao professor e ao aluno que façam uma análise do caminho percorrido para chegar às soluções apresentadas.

2.2 As dificuldades em Matemática dos ingressantes no Ensino Superior.

Os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCNs) apontam as competências que devem ser desenvolvidas com os alunos no ensino de Matemática, para que eles possam interagir na sociedade diante de situações reais que envolvam essa disciplina, no entanto, a realidade brasileira do ensino e aprendizagem da matemática não condiz com o que aponta os PCNs, principalmente no que diz respeito à educação básica.

É grande o número de estudantes que está concluindo o Ensino Médio sem o conhecimento suficiente para continuidade acadêmica ou para uma melhor atuação na sociedade, comprometendo o avanço social. Esse aspecto deve-se principalmente a negligencia no processo de ensino e aprendizagem por parte dos envolvidos no sistema educacional. Alunos desinteressados pela aprendizagem, professores desmotivados que não contemplam todo conteúdo ou banalizam o ensino e instituições que buscam mais os índices estatísticos favoráveis ao aspecto político do que o ensino por competência estimulando, por exemplo, à aprovação automática.

O último resultado do Programa Internacional de Avaliação de Alunos – Pisa, realizado a cada três anos pela Organização para Cooperação e Desenvolvimento Econômico (OCDE), mostra que o Brasil ficou abaixo dos 400 pontos em matemática dentre as 65 nações avaliada o país ocupa a 54ª posição. Metade dos jovens brasileiros não consegue passar do nível mais básico de compreensão.

Independente de especular os responsáveis pelo mau desempenho dos estudantes brasileiros deve-se perceber que é cada vez maior o número desses estudantes que estão ingressando no Ensino Superior e, consequentemente, reapresentando altos índices de dificuldade no ensino.

De acordo com os Parâmetros Curriculares Nacionais do Ensino Médio-PCNEM o Ensino Médio deve capacitar o aluno para as exigidas da vida social e profissional:

> No Ensino Médio, etapa final da escolaridade básica, a Matemática deve ser compreendida como uma parcela do conhecimento humano essencial para a formação de todos os jovens, que contribui para a construção de uma visão de mundo, para ler e interpretar a realidade e para desenvolver capacidades que deles serão exigidas ao longo da vida social e profissional. (PCN, 1998, p. 111).

No entanto, os alunos estão terminando o Ensino Médio sem o mínimo de preparação exigida para o Ensino Superior e acabam enfrentando inúmeras dificuldades nas disciplinas, especialmente dos cursos de exatas, por envolver mais significativamente os conteúdos de Matemática.

A dificuldade em matemática é um problema que surge na educação básica, se acumula até o Ensino Médio e culmina no Ensino Superior, é comum encontramos alunos ingressantes em cursos de graduação que apresentam dificuldades em conteúdos básicos da matemática o que compromete todo o aprendizado em disciplinas do curso, sobretudo os conteúdos de Cálculo.

Para BROLEZZI (2004):

> [...] na universidade, a Matemática adquire um caráter distinto. É cobrada dos alunos uma experiência anterior que eles, em geral, não têm. Os professores chegam à conclusão que o que os alunos sabem de pouco vale para o aprendizado da Matemática em nível superior. A falta de pré-requisitos é geralmente apontada como causa importante do fracasso em disciplinas de Matemática. (BROLEZZI, 2004, p. 5).

Nesse sentido, Cury (2006), em suas investigações sobre erros em Cálculo Diferencial e Integral, com calouros da área de Ciências Exatas de nove instituições de Ensino Superior brasileiras, constatou que grande parte dos erros cometidos pelos alunos em Cálculo estão relacionados à falta de pré-requisitos.

Esses pré-requisitos estão menos presentes ainda com os estudantes advindos das escolas públicas. A mais recente edição da Prova Brasil mostra que o conhecimento dos alunos de nível médio nas escolas públicas é menor do que o dos alunos do último ano do ensino fundamental das escolas privadas. É fato, também, que cada vez mais ingressantes dos cursos de nível superior, são egressos das escolas públicas e, principalmente em virtude dos novos programas governamentais para acessibilidade ao curso superior, esses estudantes estão conquistando as vagas também das instituições particulares.

Em muitos cursos da área de exatas o índice de ingressantes vem aumentando bastante, bem como a criação de novas faculdades e turmas em todo país principalmente nas engenharias, como aponta o censo do Instituto Nacional de Estudos e Pesquisa – INEP (2013).

Isso contrasta com o desempenho dos estudantes nas disciplinas iniciais do curso, como Cálculo. Garzella (2013) investigou sobre um pesadelo dos estudantes ingressantes no ensino superior: a disciplina de Cálculo I, no estudo a autora verificou que a alta taxa de reprovação na disciplina é notória, no processo de ensino e aprendizagem e na vida acadêmica e pessoal dos alunos. Essa reprovação deve-se também ao aprendizado deficitário no Ensino Médio que privilegia a memorização se contrapondo, inclusive, às orientações apontadas pelo MEC.

> Aprender Matemática no Ensino Médio deve ser mais que memorizar resultados, a aquisição do conhecimento Matemático deve estar vinculada ao domínio de saber fazer Matemática e de um saber pensar matemático (MEC, 1999, p.84).

Os baixos índices de desempenho nas disciplinas iniciais dos cursos de exatas também têm provocado à evasão no Ensino Superior o que é um fator que promove inúmeras discussões nos meios acadêmicos, principalmente entre os professores das áreas de exatas. Nos últimos anos várias pesquisas acadêmicas tem buscado compreender as causas do aumento do número de alunos que entram nos cursos de graduação e evadem após o primeiro semestre do curso.

Souza e Petró (2012), ao fazerem uma análise sobre a evasão no Ensino Superior no Brasil nos últimos dez anos, apontam a repetência em disciplinas que envolvem o conhecimento matemático como um dos principais fatores que influenciam no abandono dos alunos nos cursos de graduação. Ao analisar as respostas que os alunos ingressantes em curso de ciências exatas deram a questões referentes à matemática básica foi possível constatar que esses alunos apresentam deficiências em conteúdos que serão essenciais para que obtenham êxito no Ensino Superior, sobretudo na disciplina de Cálculo.

Os erros cometidos nos semestres iniciais do curso superior normalmente são acúmulos ou repetições dos erros cometidos no ensino médio e que não foram corrigidos. Compreender esses erros e possibilitar ao estudante as suas devidas correções para que os mesmos possam avançar e otimizar o aprendizado é fundamental para melhoria no processo de educação.

2.3 Sobre o erro em matemática.

O erro tem sido um rico objeto de estudo na Educação Matemática, e passa a ser tratado como um caminho para a construção do conhecimento quando é analisado não apenas para a avaliação, mas como elemento de pesquisa que visa identificar e sanar as dificuldades dos alunos.

Segundo o Dicionário Aurélio (2001, p.277) erro significa “ato ou efeito de engana-se, falhar”. Brosseau (apud CURY, 2008, p.33) afirma que:

> O erro não é somente o efeito da ignorância, da incerteza, do acaso, como se acredita nas teorias empiristas ou behavioristas da aprendizagem, mas o efeito de um conhecimento anterior, que tinha seu interesse, seu sucesso, mas que agora revela falso, ou simplesmente inadaptado.

Nesse sentido o erro é percebido como uma manifestação de concepções espontâneas que se tornam obstáculo à aquisição e ao domínio de novos conceitos. A superação desses obstáculos deve integrar o projeto de ensino e o erro constitui em passagem obrigatória na aquisição de conhecimento, uma vez que ele é necessário para desencadear o processo de aprendizagem do aluno e contribuir para o professor situar as percepções deste aluno, compreendendo os obstáculos existentes na sua aprendizagem.

Segundo Pais (2001 p. 46) “os obstáculos didáticos, são conhecimentos que se encontram relativamente estabilizados no plano intelectual e que podem dificultar a evolução da aprendizagem do saber escolar”. Brousseau (1983 p. 372), citado por Pais 2001, fala que tais obstáculos didáticos são manifestados através de erros que são reprodutíveis e constantes.

O erro surge como um aviso de que alguma coisa não está em equilíbrio e de que existem dificuldades no aprendizado do aluno, entretanto isso não deve ser visto como algo ruim, prejudicial, pois a presença do erro na sala de aula significa problemas no processo de ensino-aprendizagem, os quais precisam ser superados de maneira a não se tornar um obstáculo à aprendizagem.

Pinto, (2000) defende a ideia que à reflexão do erro traz um questionamento de todo o processo de ensino e transformar-se numa estratégia didática inovadora. O erro é geralmente visto como um mau desempenho do aluno, mas nunca é utilizado como uma estratégia para melhorar o processo de ensino. Nas palavras da autora:

> Uma decorrência do princípio construtivista é o fato de o erro apresentar-se como uma oportunidade didática para o professor organizar melhor seu ensino a fim de criar situações apropriadas para o aluno superar seus erros e apropriar-se dos conhecimentos necessários à sua cidadania. De que forma isso está presente no ensino de matemática? Como o professor tem utilizado o erro para reorientar o seu ensino? Que tratamento ele tem dado ao erro do aluno? (PINTO, 2000, p. 11)

A esses questionamentos, pode-se ainda acrescentar: Por que o aluno chega a soluções tão diferenciadas do que lhe foi ensinado? O que foi ensinado de forma igual a toda turma foi absorvido por alguns de maneiras tão diferentes por quê? É válido atribuir aos erros dos alunos apenas à falta de atenção ou dificuldade para compreender o que o professor ensina? E à prática enquanto educadores?

Sobre esta reflexão, Pinto (2000) caracteriza duas formas de visão para o erro: a visão “condutivista” em que o erro é avaliado como produto e a visão “construtivista” em que é avaliado como parte do processo e uma possibilidade de mudança no ensino.

Santos e Santos (1996, p.137), também caracterizaram dois tipos de erro os construtivos que são: "aqueles que evidenciam progressos na atividade mental", e os não construtivos, "aqueles que não sinalizam avanços na forma da criança pensar". Em sua pesquisa, eles seguiram a hipótese de que, quando não são considerados os erros que os alunos cometem no processo de ensino aprendizagem, o seu desenvolvimento cognitivo fica prejudicado. E chegaram a seguinte conclusão:

> Os alunos não constroem os conhecimentos que os professores desejam, de acordo com o que estes expressam em seus planejamentos. Os erros cometidos pelos alunos têm sido ignorados pelo professor. E como não são desafiados cognitivamente, os alunos não vêem significado nos conteúdos trabalhados pela escola. (SANTOS e SANTOS,1996, p.138).

Sobre esse aspecto, Radatz (1980) acredita que considerar os diagnósticos e aspectos de causa dos erros, pode ajudar o professor, permitindo-lhe integrar o conhecimento do conteúdo do currículo com o conhecimento das diferenças individuais dos alunos. Nesse sentido, Pinto (2000, p. 152) afirma que “tornar o erro observável para o professor implica, primordialmente, considerar o aluno como sujeito histórico que aprende, com os conhecimentos socializados pela escola, a melhor se relacionar com o mundo”.

A compreensão do erro no processo de ensino aprendizagem e uma visão positiva desse erro na avaliação escolar possibilitam ao professor conhecer as reais dificuldades do aluno. Nesse sentido, Viola (2007) ressalta que, ao assumirmos a avaliação como prática de investigação, um ponto a ser considerado é como se olha para o erro dos alunos. Para ele, o olhar positivo sobre o erro não é novo, assim como a visão dos professores frente à sua significação ainda é antiga. Tal visão muitas vezes leva os professores a caracterizarem os alunos pelo que lhes falta e não pelo que eles já têm. Quando se fala em erro, mesmo tomando-o como constituinte da aprendizagem, está se referindo ao que o aluno não fez em relação ao que ele deveria ter feito.

Uma síntese sobre o construtivismo, publicada no encarte do Jornal Folha de São Paulo nos leva a uma reflexão sobre a importância do erro na construção do conhecimento.

> O educador entende os "erros" como hipóteses e tem prazer em discuti-los, promovendo o conflito interno e a evolução do pensamento. A criança "erra" porque é inteligente e pensa muito. O erro constrói…Desta forma, o erro é visto como uma etapa dentro do processo de aprendizagem e serve como indicador do raciocínio da criança, possibilitando a interpretação e interferência do educador. O ensino é visto como um convite à exploração e à descoberta, ao invés de transmissão de informações e técnicas."(Encarte do Jornal Folha de São Paulo, de 28.05.93: p. 4)

Portanto, no processo de ensino e aprendizagem, o erro deve ser utilizado não como motivo de castigo e punição, mas como um instrumento que favoreça a reflexão do caminho seguido, e a criação de estratégias para definir um novo caminho.

Para Teixeira (2004), o erro deixa de ser simplesmente casual e, passa a ser considerado como parte do processo de construção do conhecimento.

Cury (2004) destaca que o erro geralmente é abominável pelo professor, e por isso o aluno, o esconde. Esse comportamento possibilita uma reação em cadeia, pois o professor provoca ciladas aos estudantes, que tentam escapar das mesmas para não serem punidos. Para ela, essa cadeia deve ser quebrada, o professor deve utilizar o erro como objeto de conhecimento, explorando as dificuldades de seus alunos para que possam supera-las.

O erro então pode ser utilizado como um instrumento que favoreça a reflexão do caminho seguido, e a criação de estratégias para definir um novo caminho no processo de ensino e aprendizagem.

2.4 Análise de erros

Sobre a análise de erros como abordagem de pesquisa em Educação Matemática, Cury (2008) afirma que este trabalho vem crescendo desde o início do século XX. Inicialmente ele foi desenvolvido com alunos e professores das séries iniciais e conteúdos básicos da matemática, e aos poucos foi sendo expandido para os outros níveis de ensino focando outros tópicos e conteúdos. Vejamos algumas dessas pesquisas.

Radatz (2004 apud CURY, 2008) fez um apanhado sobre os erros realizados na Europa e nos Estados Unidos desde o início do século XX e identificou diferenças em termos de pesquisas educacionais e psicológicas nestes locais. Os trabalhos de diferentes localidades eram orientados por correntes psicológicas e políticas educacionais diferentes, que foram desde o Comportamentalismo que foi a base de orientação dos trabalhos desenvolvidos nos Estados Unidos, às ideias marxistas, em que se basearam os pesquisadores da Rússia, enquanto na Alemanha os trabalhos tiveram origem na Psicologia experimental, na Gestalt e na Psicanálise. Por esta razão:

> [...]não é de se estranhar que os precursores tenham trazido ideias tão distintas para essa área de pesquisa e, também, que tenha havido dificuldade em sedimenta-la como tendência claramente definida. (CURY, 2008, p. 19).

Pinto (2000) e Cury (2008) citam o primeiro estudo sobre o erro desenvolvido por Thorndike (1917) nos Estados Unidos, intitulado Psicologia Aritmética, que trata dos erros ocorridos nas operações aritméticas fundamentais. Na Rússia, Rico (apud Pinto, 2000) cita um estudo que localizou quatro causas para o erro, que são: (1) insuficiência de memória de curto prazo; (2) compreensão insuficiente das condições do problema; (3) ausência de regras verbais para a realização de cálculos; (4) uso incorreto das quatro operações. E cita também o trabalho de Menchinskaya que também destacou quatro causas para o erro: (1) a realização incorreta de uma operação; (2) a compreensão conceitual insuficiente; (3) a distração, que provoca erros mecânicos; (4) a aplicação indevida das regras algorítmicas.

Na Alemanha, Rico (apud Pinto 2000, p.30) destaca os trabalhos de Weiner (1922),

> [..]que estabeleceu padrões explicativos para os equívocos individuais em diferentes idades, mostrando diferenças entre erros familiares, consistentes, semelhantes e erros devidos a situações emocionais. (Rico apud Pinto 2000, p.30).

Rico destaca ainda os trabalhos de Kiesslig (1925) que estudou a “predisposição especial de algumas pessoas para equivocar-se” e de Seeman (1931) que destacou três tipos de erros – mecânicos, associativos e funcionais – e propôs uma fundamentação psicológica para orientar o ensino de matemática.

Nos últimos anos, Cury tem desenvolvido várias investigações sobre erros em Cálculo Diferencial e Integral, com alunos da área de Ciências Exatas, nos quais tem constatado que:

> A maior parte dos erros cometidos por alunos de Cálculo não se relacionam, especificamente, aos tópicos específicos da disciplina, como limites, derivadas e integrais. Efetivamente, a maioria dos problemas é decorrente da falta de pré-requisitos. (CURY, 2008, p. 9).

A autora aponta que a maior parte dos erros cometidos pelos alunos de Cálculo estão relacionados a conteúdos do ensino fundamental e médio, são lacunas da matemática básica que se acumularam durante toda a vida escolar e o aluno leva consigo para o ensino superior.

Outros pesquisadores também vêm trabalhando sobre o erro no Brasil, por exemplo, Almeida (2009), com o objetivo de investigar e analisar os erros cometidos pelos discentes da 7ª série sobre conceitos algébricos utilizou as seguintes categorias e subcategorias para análise dos dados: 1) Deficiência de pré-requisitos; 2) Associações incorretas e rigidez de raciocínio; 3) Dificuldades em obter informação a partir de representações gráficas, 4) Erro por falta de atenção; 5) Erro na PD (Propriedade Distributiva) 5.1) No cancelamento de termos; 5.2) No jogo de sinais; 5.3) Erro aritmético (na multiplicação, e na potência). Através desta análise, o autor concluiu que:

> Os erros identificados a partir desta pesquisa, referentes ao conteúdo Produtos Notáveis foram provenientes da falta de pré-requisitos básicos tais como: as quatro operações, potenciação, radiciação, simplificação, fatoração, entre outros. (ALMEIDA, 2009, p 1.)

Ainda sobre desenvolvimento algébrico, Santos e Buriasco (2009) desenvolveram um estudo com alunos de 4ª e 8ª série do Ensino Fundamental e 3ª série do Ensino Médio em uma questão de Matemática para verificarem o pensamento e a linguagem algébrica nelas expressos. Eles agruparam estes alunos de acordo com o nível de pensamento algébrico na produção escrita de cada um deles e verificaram que este pensamento esteve presente em várias provas dos alunos da 4ª série. Conforme os autores:

> Não podemos ficar na ilusão de que alunos nas séries iniciais não são capazes de aprender os conteúdos que tradicionalmente são oportunizadas apenas em séries mais avançadas. (SANTOS e BURIASCO, 2009, p.15)

A partir dos resultados encontrados, os autores defendem a inserção da álgebra nos currículos escolar desde as series iniciais, afirmando que:

> [...] parece não existir motivos outros que não sejam de cunho político e tradição pedagógica, para não começarmos a pensar em colocar nos currículos tópicos que tratam do desenvolvimento e da atividade algébrica (SANTOS e BURIASCO, 2009, p.29).

Segundo Teixeira (2004), a análise de erros é um método de investigação que tem colaborado significativamente na compreensão da natureza dos erros referentes ao ensino e aprendizagem da Matemática, nesse sentido, Cury (2004) afirma que:

> A análise de erros é uma abordagem de pesquisa com fundamentações teóricas variadas, objetivos distintos e participação de todos os níveis de ensino nas amostras, mas também é uma metodologia de ensino, podendo ser empregada quando se detecta dificuldades na aprendizagem dos alunos e se quer explorá-las em sala de aula. (CURY, 2004, p. 91).

Para a autora**,** a análise de erros será uma abordagem de pesquisa e também uma metodologia de ensino, se for empregada em sala de aula com o objetivo de levar os alunos a questionarem suas próprias soluções.

Desse modo, escolhemos a análise de erros como objeto de pesquisa para compreender as dificuldades que os alunos dos cursos de Licenciatura em Física e Ciência da Computação apresentaram em conteúdos básicos de matemática, bem como, propor possíveis caminhos para soluciona-las.

Capítulo 3 – METODOLOGIA DA PESQUISA.

3.1 Condições iniciais

A metodologia é o caminho do pensamento e a prática exercida na abordagem da realidade, incluindo simultaneamente o método, as técnicas e a criatividade do pesquisador (MINAYO e DESLANDES 2007 p. 14). Assim, neste capítulo será apresentada a metodologia utilizada para análise dos dados, o tipo de pesquisa bem como as razões que justificam a sua escolha. Também serão apresentados os participantes, o local da pesquisa, os instrumentos e os procedimentos para a coleta e análise dos dados.

Levando em consideração as dificuldades em matemática que os alunos trazem consigo durante a vida escolar e como essas dificuldades culminam no Ensino Superior, esta pesquisa surgiu a partir das observações das deficiências que os alunos ingressantes nos cursos de exatas apresentam na disciplina de Cálculo e do alto índice de reprovação nesta disciplina.

Desse modo, realizou-se uma pesquisa em dois momentos, o primeiro momento foi realizado nas turmas do primeiro semestre dos cursos de Ciências da Computação e Licenciatura em Física, com o intuito de conhecer as possíveis causas para essas dificuldades através da análise das respostas que os alunos deram as questões referentes a conteúdos da matemática básica. No segundo momento realizou-se um curso de iniciação ao ensino de Cálculo, que pode se constituir em uma proposta de ensino a ser utilizada pelas Instituições de Ensino como forma de superação desse problema.

3.2 Natureza da Pesquisa

Pesquisar é o mesmo que buscar ou procurar resposta para alguma coisa. Segundo Minayo e Deslandes (2007), a pesquisa pode ser entendida como a atividade básica da ciência na construção da realidade, é ela que alimenta a atividade de ensino e a atualiza frente à realidade do mundo.

Na condução do presente estudo optou-se por uma investigação de campo de caráter qualitativo. Modalidade na qual a coleta de dados é realizada diretamente no local onde o fenômeno ou problema ocorre (FIORENTINI e LORENZATO, 2006). Para (LUDKE E ANDRÉ, 1986, p.13) a pesquisa qualitativa:

> [...] envolve a obtenção de dados descritivos, obtido no contato direto do pesquisador com a situação estudada, enfatiza mais o processo do que o produto e se preocupa em retratar a perspectiva dos participantes.

Uma das características apresentadas por estas autoras para a pesquisa qualitativa é a de utilizar ambiente natural como sua fonte direta dos dados e o pesquisador como seu principal instrumento.

Ainda, para Moreira (2011):

> O pesquisador qualitativo também transforma dados e eventualmente faz uso de sumários, classificações e tabelas, mas a estatística que usa é predominantemente descritiva. Ele não está preocupado em fazer inferências estatísticas, seu enfoque é descritivo e interpretativo ao invés de explanatório ou preditivo. Interpretação dos dados é o aspecto crucial do domínio metodológico da pesquisa qualitativa. Interpretação do ponto de vista de significados. Significados do pesquisador e significados dos sujeitos. (MOREIRA, 2011, p. 50)

Desse modo, justificamos que a pesquisa ora apresentada tem caráter qualitativo porque foi aplicado um teste no local onde se investigou a existência do problema citado e foi utilizada uma abordagem qualitativa dos dados buscando compreender as dificuldades apresentadas pelos alunos em conteúdos básicos de matemática tendo como ponto de partida a análise dos erros cometidos por eles no teste de sondagem. Em seguida, foi realizado um curso em que se pôde conviver melhor com o grupo pesquisado, conhecer bem as suas dificuldades em relação aos conteúdos matemáticos e assim, ter uma melhor dimensão dos erros por eles cometidos.

3.3 Local e Participantes da pesquisa

Como já foi dito, a pesquisa foi desenvolvida na Universidade Estadual do Sudoeste da Bahia- UESB campus Vitória da Conquista. O primeiro momento da pesquisa foi realizado com alunos do primeiro semestre dos cursos de Licenciatura em Física e Ciência da Computação UESB, Campus Vitória da Conquista, em que foi aplicado um teste de sondagem com questões envolvendo conteúdos básicos de matemática, conforme anexo A, a 24 alunos do curso de Física e 33 alunos do curso de Ciências da Computação, totalizando 57 alunos.

No segundo momento da pesquisa, conforme dito anteriormente, foi realizado um curso de IC apenas com os 24 alunos de Licenciatura em Física.

3.4 Instrumentos e procedimentos para a coleta de dados

Para coleta de dados, foi utilizado um teste de sondagem com 16 questões referentes a conteúdos matemáticos do Ensino Fundamental e Médio. O teste de sondagem foi aplicado em abril de 2013, no primeiro dia de aula do semestre, para sua elaboração levou-se em consideração os conteúdos que são pré-requisitos para a disciplina de Cálculo.

Após a aplicação do teste e a correção das respostas dadas pelos alunos, foi feita a tabulação dos dados e uma investigação das principais dificuldades apresentadas pelos alunos através da análise dos erros cometidos por eles. A análise dos testes foi feita em duas etapas, na etapa 1) contabilizou-se os erros, acertos e desenvolvimento em branco de forma quantitativa, na etapa 2) foi feita a categorização das respostas erradas de acordo com a proximidade dos erros e uma análise utilizando os descritores do Sistema Nacional da Avaliação da Educação Básica – SAEB.

No curso de IC foi possível conviver melhor com o grupo pesquisado, compreender mais claramente as dificuldades trazidas pelos alunos. Para tanto, foram feitas anotações das discursões, refez-se as atividades propostas no teste de sondagem, identificou-se em mais detalhes as reais dificuldades à medida que o curso foi realizado, foram realizadas anotações dos comentários que os alunos faziam sobre como se deu o ensino de matemática no nível médio, discutiu-se sobre o que pode ser feito para superação dessas dificuldades. No final do curso foi aplicado , um questionário (ver anexo B), em que foram expressas as opiniões dos alunos com relação ao curso de IC, tal questionário foi aplicado em agosto de 2013, após o termino do curso de IC aos alunos de Licenciatura em Física, já que apenas eles participaram do referido curso.

3.5 Análise dos dados

Após a aplicação do teste e a correção das respostas dadas pelos alunos, foi feita a tabulação dos dados e uma investigação das principais dificuldades apresentadas pelos alunos através da análise dos erros cometidos por eles.

A análise dos testes foi dividida em duas etapas:

Na primeira etapa foram contabilizados os erros, acertos e desenvolvimento em branco de forma quantitativa, as respostas foram divididas em três categorias:

- Correta, quando o aluno apresentou um desenvolvimento completo na resolução da questão, chegando ao resultado correto.
- Errada, quando aparece o erro.
- Não respondeu, quando o aluno não esboça nenhuma tentativa de resolução da questão ou escreve apenas comentários do tipo “não estudei”, “não sei”, “não lembro”.

Na segunda etapa, foi feita uma categorização das respostas de acordo com a proximidade dos erros cometidos, logo após com base nos descritores apresentados nas Matrizes de Referência do Sistema Nacional da Avaliação da Educação Básica – SAEB (BRASIL, 2008), foi feita uma análise dos erros em cada categoria.

Em relação ao curso de IC utilizou-se os dados para discutir melhor os erros dos alunos e apontar caminhos para solucionar o problema que envolve as disciplinas iniciais dos cursos da área de exatas. No que diz respeito à análise dos questionários, através dela foi possível fazer uma avaliação do curso de IC que foi oferecido a turma de Licenciatura em Física de acordo com a própria opinião dos alunos.

Capítulo 4 – ANÁLISE DOS DADOS

Como foi colocado na metodologia, para coleta de dados foi elaborado um teste de sondagem com questões envolvendo conteúdos básicos de matemática, foi realizado um curso de IC com alunos calouros do Ensino Superior e foi aplicado, ainda, um questionário sobre o referido curso. A análise desses dados pode ser verificada a seguir.

4.1 Análise dos testes de sondagem

Após a aplicação do teste e a correção das respostas dadas pelos alunos, foi feita a tabulação dos dados e uma investigação das principais dificuldades apresentadas pelos alunos através da análise dos erros cometidos.

A análise das respostas dos alunos foi feita em duas etapas.

Primeira etapa- Análise quantitativa.

Nessa etapa foram contabilizados os erros, acertos e desenvolvimento em branco de forma quantitativa, as respostas foram divididas em três categorias:

- **Correta** quando o aluno apresentou um desenvolvimento completo na resolução da questão (com argumentos e justificativas do seu raciocínio), chegando ao resultado correto.
- **Errada** quando o aluno não apresentou um desenvolvimento e resposta correta para a questão. Quando aparece o erro.
- **Não respondeu** quando o aluno não esboça nenhuma tentativa de resolução da questão ou escreve apenas comentários do tipo “não estudei”, “não sei”, “não lembro”.

A tabela a seguir apresenta o resultado quantitativo obtido com todos os alunos nas 16 questões do teste de sondagem.

Tabela 1 – Relação das respostas corretas, erradas e em branco por questão.

Questão	Respostas corretas	Respostas erradas	Não respondeu
1	9	29	19
2	30	17	10
3	32	14	11
4	17	15	25
5	25	11	21
6	3	21	33
7	22	21	14
8	8	19	30
9	22	20	15
10	7	22	28
11	9	33	15
12	4	17	36
13	3	9	45
14	0	31	26
15	1	12	44
16	1	22	34
Total	193	313	406

Através dos dados apresentados é possível observar que a quantidade de questões respondidas corretamente foi inferior à quantidade de questões que apresentaram erros e que não foram respondidas. Com essa análise foi possível também traçar um panorama, das questões com maior índice de acertos e aquelas que apresentaram mais dificuldade na sua resolução, e será utilizado na próxima etapa da análise.

A próxima tabela relaciona os alunos com a quantidade de questões respondidas corretamente.

Tabela 2- Relação da quantidade de certos por aluno.

Alunos	**Quantidade de Acertos**
12	0
6	1
3	2
11	3
7	4
7	5
3	6
5	7
2	10
1	12

Como pode ser observado, dos 57 alunos que responderam o teste, 12 não conseguiram responder corretamente nenhuma das questões, referentes a conteúdos básicos de matemática. Os dados apontam também que nenhum dos alunos respondeu corretamente todas as questões.

Segunda etapa- Categorização

Nessa etapa foi feita uma análise dos erros cometidos pelos estudantes e do caminho percorrido por eles para chegar às soluções apresentadas. Perceber se o erro é decorrente apenas de distração do aluno, se há dificuldade na execução do algoritmo, dentre outras possibilidades, buscando constatar quais deficiências em conteúdos básicos da matemática são mais comuns entre os estudantes.

Para essa análise, as respostas erradas foram divididas em subcategorias de acordo com a proximidade dos erros cometidos A categoria

Correta, aqui é chamada de C. A categoria não respondeu, não foi subdividida e foi denominada de NR. Já a categoria Errado foi subdividida em E1, E2, E3, E4 e E5, que agrupam as respostas dos alunos de acordo com as estratégias utilizadas e os tipos de erros cometidos. A descrição de cada subcategoria segue de acordo a tabela a seguir.

Tabela 3 - Descrição das subcategorias

Etapa 1	**Etapa2**	
Categorias	**Sub-Categorias**	**Descrição**
Correta	C	Apresenta desenvolvimento completo na resolução da questão (com argumentos e justificativas do seu raciocínio), chegando ao resultado correto.
Não respondeu	NR	Em branco. Escreve apenas comentários do tipo “nunca estudei”, “não sei”.
Erradas	E1	Erro por descuido falta de atenção: O aluno apresenta todo um caminho para solução correta da questão, mas descuida de algo nos procedimentos que induz a erros.
	E2	Erro de compreensão/interpretação: O aluno apresenta uma solução com raciocino matemático correto, porém não interpreta corretamente o que diz a questão.
	E3	O aluno conhece um caminho para solução, porém apresenta deficiências em alguns conceitos básicos da matemática.
	E4	O aluno tenta adaptar o problema aos conhecimentos que possui, sem respeitar as condições impostas no enunciado. Aplica um conceito, uma propriedade, uma teoria que não corresponde a questão a resolver.
	E5	O aluno apresenta dados soltos, respostas sem nexo sem nenhum esquema de solução.

A tabela 4 mostra em que categorias as respostas dadas pelos alunos se enquadraram, em cada questão.

Tabela 4 - Quantidade de respostas por subcategoria.

Questão	C	NR	E1	E2	E3	E4	E5
1	9	19	4	10	8	5	2
2	30	10	4	5	8	0	0
3	25	18	3	3	5	2	1
4	17	25	5	2	7	1	0
5	32	14	2	5	4	0	0
6	3	33	2	4	9	3	3
7	22	14	5	8	7	1	0
8	8	30	1	9	6	1	2
9	22	15	6	4	5	2	3
10	7	28	3	5	6	2	6
11	9	15	2	4	13	8	6
12	4	36	1	2	7	3	4
13	3	45	3	0	3	2	1
14	0	26	1	4	17	4	5
15	1	44	0	0	9	0	3
16	1	34	0	2	13	3	4

Nessa etapa da análise foi possível categorizar as questões erradas em subcategorias de acordo com os procedimentos, técnicas utilizadas pelo aluno na resolução da questão ou mesmo simples observações e repetições feitas por ele. Através dessa categorização das respostas erradas foi possível ter uma visão mais ampla dos erros cometidos, bem como fazer uma melhor observação dos mesmos.

Para Lüdke e André

> A categorização, por si mesma, não esgota a análise. É preciso que o pesquisador vá além, ultrapasse a mera descrição, buscando realmente acrescentar algo à discussão já existente sobre o assunto focalizado (LÜDKE E ANDRÉ 1986, p.49).

Nesse sentido, com o intuito de acrescentar algo a mais a análise, foi tomado como base para a análise, os descritores apresentados nas Matrizes de Referência do Sistema Nacional da Avaliação da Educação Básica – SAEB (BRASIL, 2008), que orientam o processo de construção das provas e dos itens que as compõem. Elas traduzem a associação entre os conteúdos praticados nas escolas brasileiras do ensino fundamental e médio, as competências cognitivas e as habilidades utilizadas pelos alunos no processo da construção do conhecimento.

No documento “Saeb 2001: Novas Perspectivas” (BRASIL, 2002) competência é definida, na perspectiva de Perrenoud, como:

> Capacidade de agir eficazmente em um determinado tipo de situação, apoiando-se em conhecimentos, mas sem se limitar a eles, o plano objetivo e prático do saber fazer que decorram, diretamente, das competências já adquiridas se transformam em habilidades (BRASIL, 2002, p.18).

Na elaboração das Matrizes de Referência do SAEB, foram definidos e formulados descritores de forma a identificar os níveis de desempenho dos alunos, e indicarem as habilidades a serem avaliadas.

Os descritores do SAEB associam os conteúdos curriculares e operações mentais desenvolvidas pelo aluno, indicam competências e habilidades gerais que se esperam dos alunos e constituem a referência para seleção dos itens que devem compor uma prova de avaliação.

Assim, a partir dos itens do Saeb, é possível afirmar que um aluno desenvolveu certa habilidade, quando ele é capaz de resolver um problema a partir da aplicação de um conceito por ele já construído.

As matrizes referentes à matemática estão estruturadas por anos e séries avaliadas. Para cada um deles, são definidos os descritores que indicam uma determinada habilidade que deve ter sido desenvolvida nessa fase de ensino.

Na tabela a seguir estão relacionados os descritores do SAEB que contemplam as questões do teste diagnóstico e as habilidades que eles indicam.

Tabela 5 – Descrição das habilidades dos Descritores do SAEB

Descritores	Habilidades
SAEB - 3º ano do EM Tema III	**Números e Operações/Álgebra e Funções.**
D17	Resolver problema envolvendo equação do 2.º grau.
D19	Resolver problema envolvendo uma função do 1.º grau.
D23	Reconhecer o gráfico de uma função polinomial por meio de seus coeficientes.
D24	Reconhecer a representação algébrica de uma função do 1.º grau dado o seu gráfico.
D25	Resolver problemas que envolvam os pontos de máximo ou de mínimo no gráfico de uma função polinomial do 2.º grau.
D37	Simplificar expressões **algébricas** que envolvam produtos notáveis e fatoração.
D31	Resolver problema que envolva equação do 2º grau.
D33	Identificar uma equação ou inequação do 1º grau que expressa um problema.
5º ano (4ª série) do EF: Tema III	**Números e Operações/Álgebra e Funções**
D25	Efetuar cálculos que envolvam operações com números racionais (adição, subtração, multiplicação, divisão e potenciação).

Após a categorização das respostas foi feita uma análise dos erros cometidos por categoria tomando como base os descritores do SAEB.

Entre os 57 alunos que responderam as 16 questões do teste, tivemos um total de 912 respostas das quais 193 se encaixaram na categoria C, pois resolveram a questão de maneira correta. Já as respostas que se encaixaram na categoria NR, não esboçaram tentativa de resolução da questão, deixando-a em branco, foi um total de 406.

A análise dessas respostas que se enquadraram nas categorias C e NR, não foram aprofundadas tendo em vista que se priorizou a análise de erros e nessas categorias não houve informações suficientes para a análise destas respostas, uma por não possuir erros e outra por não possuir respostas.

Na categorização, 42 respostas se enquadraram na categoria E1, apresentaram compreensão de conceitos matemáticos em seu desenvolvimento, as habilidades necessárias para resolução das questões foram contempladas, mas ocorreu algum descuido nos procedimentos que induziu ao erro.

O aluno C11, por exemplo, ao resolver uma equação de 2º grau, embora tenha utilizado os procedimentos corretos para resolução e demonstrado domínio do conteúdo, descuidou-se ao resolver a operação básica $25-24$, efetuando uma adição dos termos ao invés de subtração, o que o levou a uma solução errada para as raízes da equação.

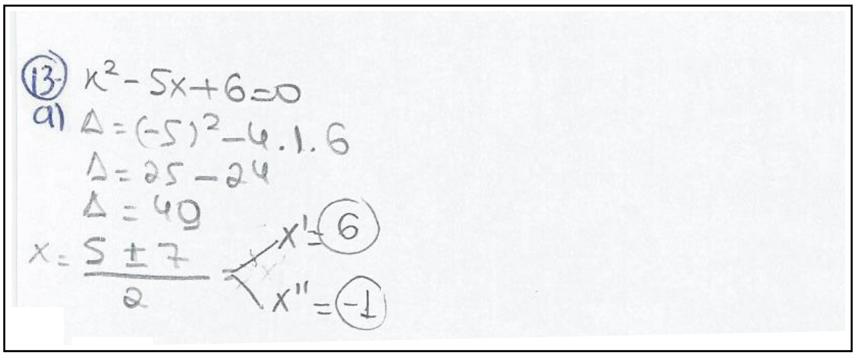


Figura 1 - Resposta do aluno C11

O aluno F13, efetuou corretamente os cálculos mais no momento em que encontrou o valor correto do descriminante, o que o faria concluir a resolução com êxito, abandonou a questão sem concluir.

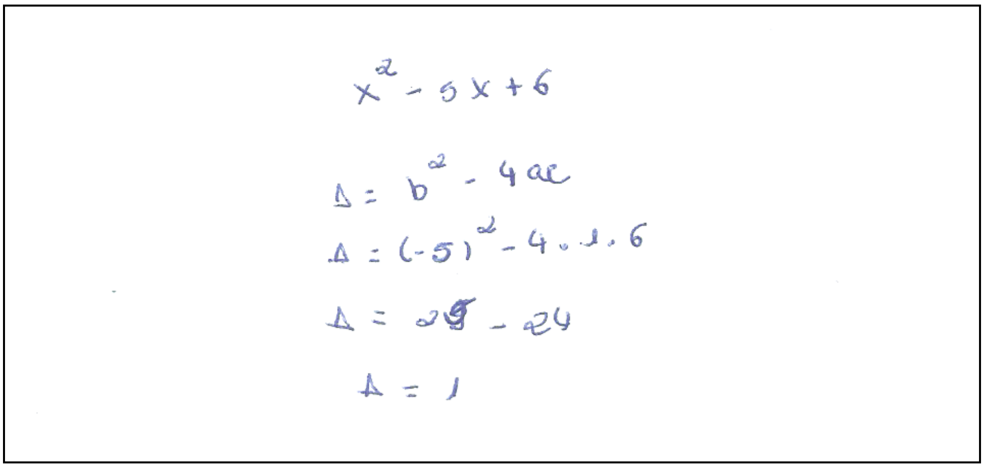


Figura 2 - Resposta do aluno F13

O descritor **D31** pretende avaliar habilidades do aluno em resolver problemas que envolva equação do 2º grau. Embora tenham dado respostas erradas para a questão, os alunos citados acima apresentam conhecimento dessas definições.

O descritor D25 analisa a habilidade de o aluno efetuar cálculos que envolvam operações básicas com números racionais (adição, subtração, multiplicação, divisão e potenciação). O aluno C10, no desenvolvimento do quadrado da soma $(x+7y)^2$, ao efetuar o cálculo da potência apresenta como resposta: $7^2 = 14$ evidenciando, assim, erro no D25, ou seja, falha na realização de operações elementares. Nesse sentido, Cury (2008, p.7) diz que "a ênfase nas operações elementares, seja qual for a maneira de expressá-las, é a tônica dos processos de resolução."

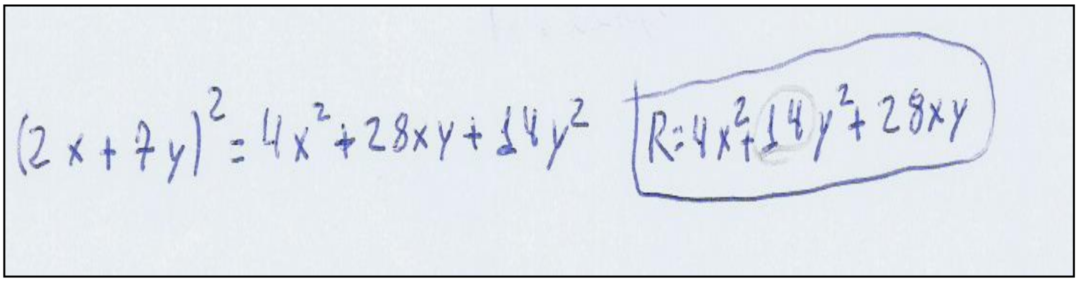


Figura 3 - Resposta do aluno C10

Na categoria E2, tivemos 67 respostas que apresentaram soluções com raciocínio matemático correto, porém cometeram erros de interpretação.

É o caso da maioria das respostas dadas a questão seguinte: Dois amigos desejam comprar um cavalo; um deles tem 1/5 do valor do cavalo e o outro 1/7, mais juntando ao dinheiro R$276,00, poderiam comprar o cavalo. Qual o preço do cavalo?

Seja x o valor do cavalo, uma resolução para a questão consiste em encontrar a solução da equação: $\frac{x}{7}+\frac{x}{5}+276=x$.

Os descritores D33 e D25 avaliam habilidades em Identificar uma equação ou inequação do 1º grau que expressa um problema e efetuar cálculos que envolvam operações com números racionais, respectivamente. Muitas das respostas dadas a questão acima, embora apresentem conhecimentos dessas habilidades, não chegaram à solução correta da questão devido a erro de interpretação.

È o caso, por exemplo, do aluno C31 que efetuou corretamente os cálculos com frações, mais não conseguiu interpretar corretamente o problema identificando a equação que o representa.

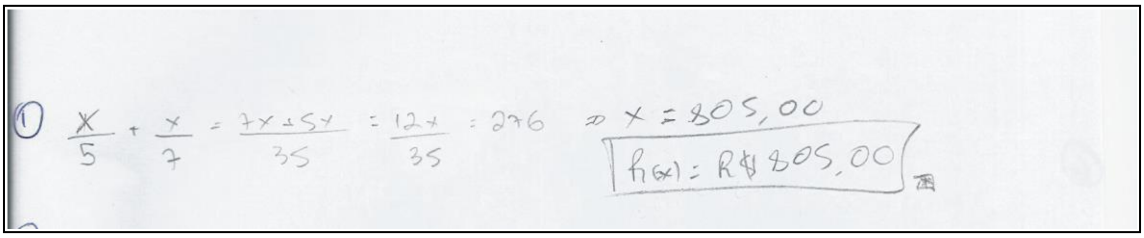


Figura 4 - Resposta do aluno C31

Já os alunos F6, F15 e C30, além de não conseguirem interpretar o problema identificando a equação que o representa, ambos cometeram erro na realização de operações elementares, evidenciando falha no D25.

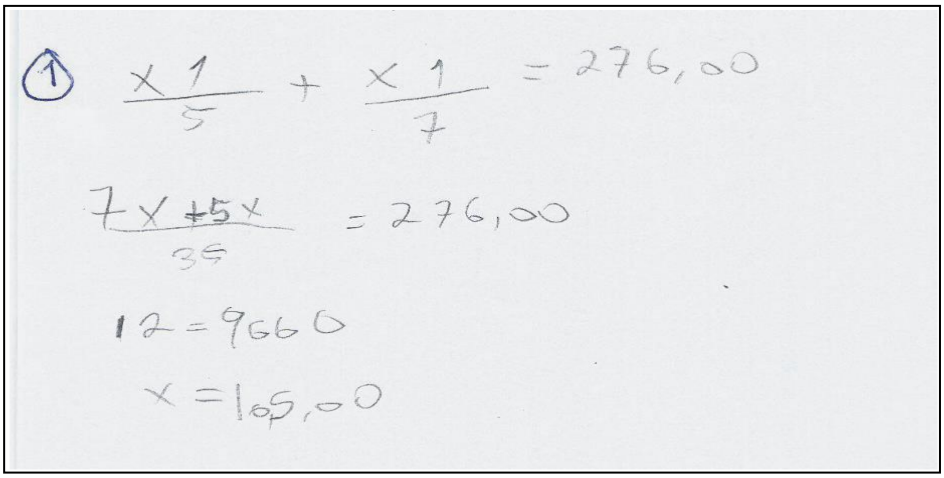


Figura 5 - Resposta do aluno F6

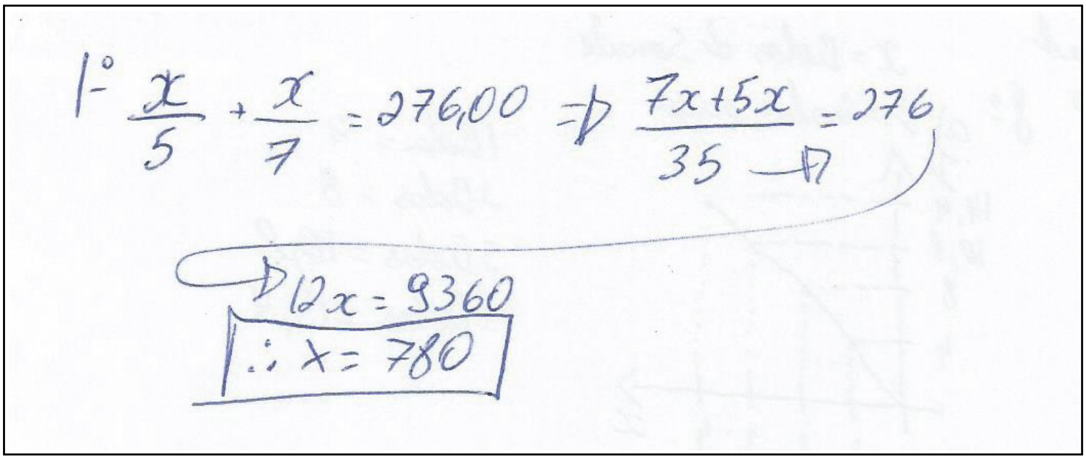


Figura 6 - Resposta do aluno F15

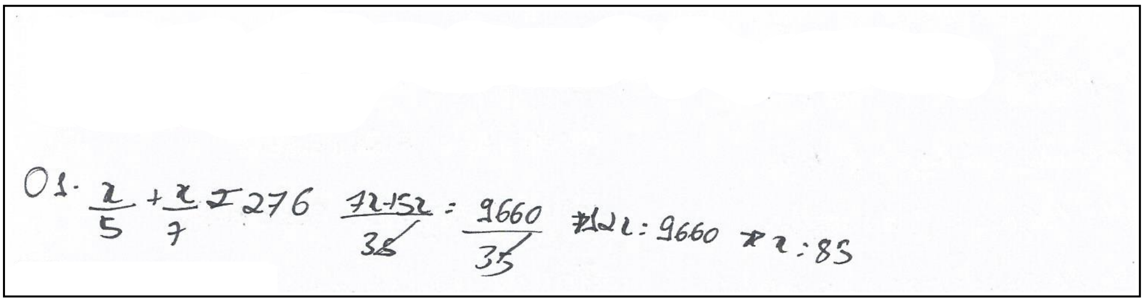


Figura 7- Resposta do aluno C30

A categoria E3 foi aquela que obteve a maior quantidade de respostas, 126 ao todo, as respostas dessa categoria apresentaram mais deficiências em conceitos básicos da matemática em relação as outras.

Como por exemplo, o aluno F3 que além de não conseguir identificar corretamente a equação que expressava o problema, o que mostra falha no descritor D33, não conseguiu efetuar cálculos com números racionais, ao somar as frações $\frac{1}{5}$ e $\frac{1}{7}$ o aluno apresentou como solução $\frac{2}{12}$, como pode ser observado na Figura 8.

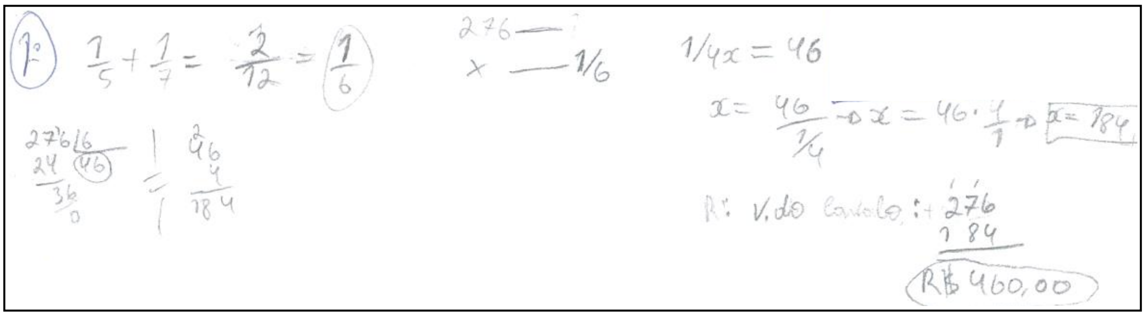


Figura 8 - Resposta do aluno F3

Já o aluno C18 apresentou como solução da mesma operação o valor: $\frac{1}{12}$, o que indica que ele conservou o numerador das frações e somou os denominadores. (Figura 9)

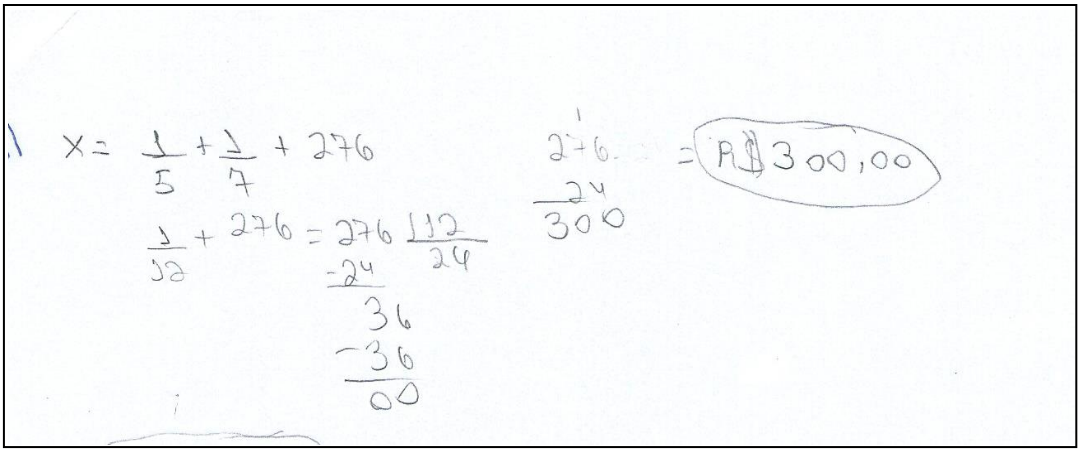


Figura 9 - Resposta do aluno C18

Os dois alunos citados acima apresentam dificuldades no descritor D25.

Várias resoluções apresentaram erros na simplificação de frações algébricas, o aluno C22 ao simplificar as frações algébricas multiplicou o numerador e o denominador das frações pelo conjugado do denominador.

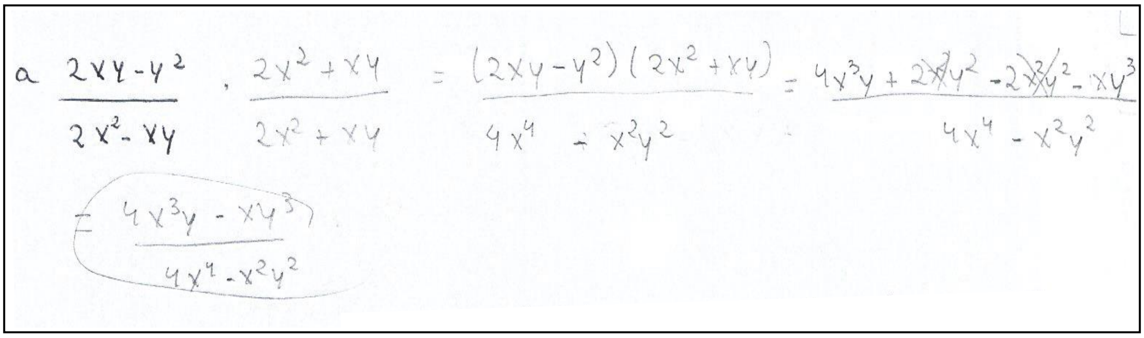


Figura 10- Resposta do aluno C22

Já aluno F22 simplificou os termos do numerador com os do denominador como se as operações entre eles fossem produtos, como mostra a Figura 11.

Esses alunos apresentaram falhas no Descritor D37 que avalia a habilidade do aluno em simplificar expressões algébricas que envolvam produtos notáveis e fatoração.

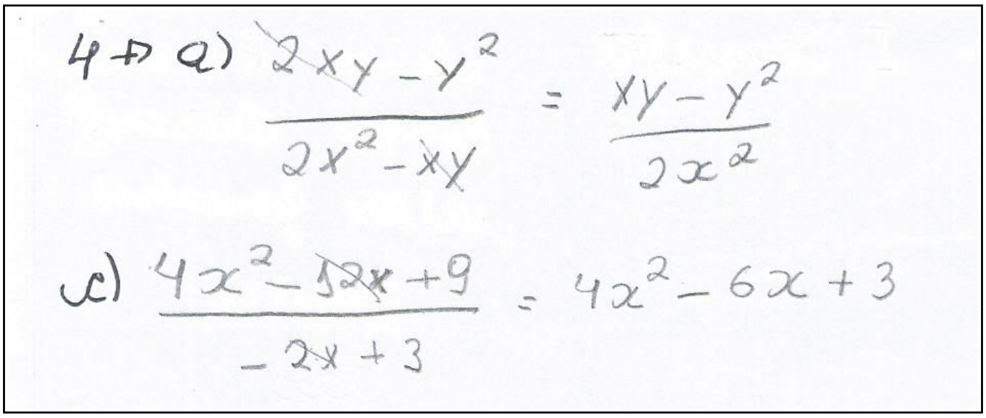


Figura 11 - Resposta do aluno F22

O aluno F19 na simplificação da fração algébrica $\frac{4x^2 - 12x + 9}{-2x + 3}$, eliminou cada termo do denominador somando o seu oposto no numerador.

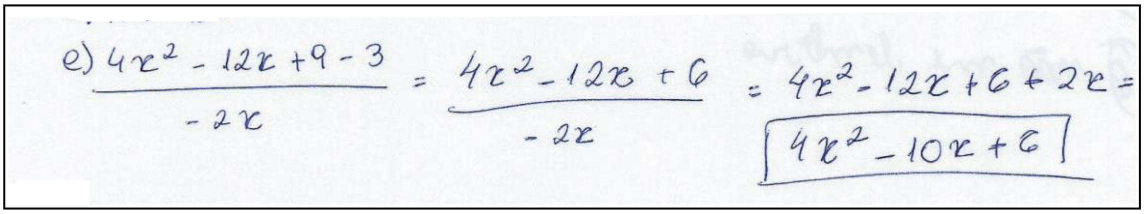


Figura 12 - Resposta do aluno F19

O descritor D23 avalia a habilidade de reconhecer o gráfico de uma função polinomial por meio de seus coeficientes os alunos F22 e C3 apresentaram dificuldades nessa habilidade já que esboçaram uma reta como gráfico de uma função quadrática.

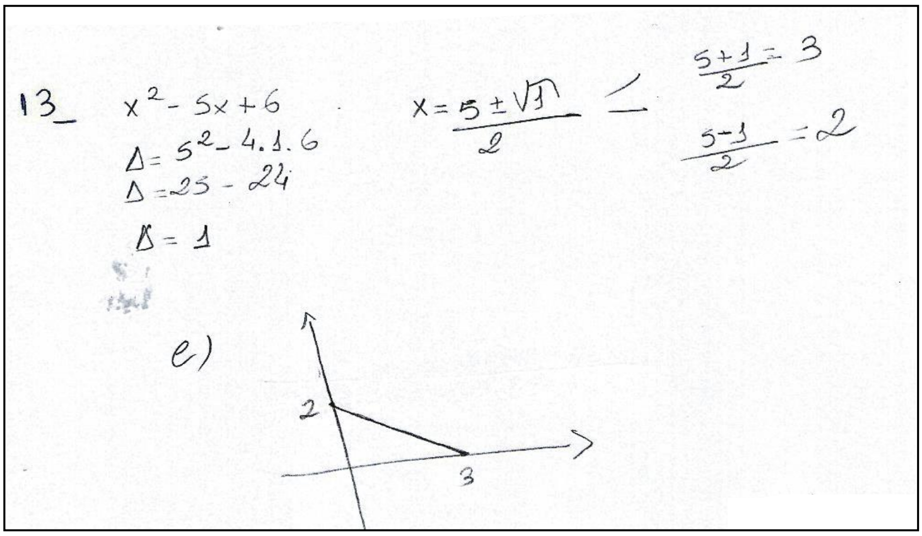


Figura 13 - Resposta do aluno C3

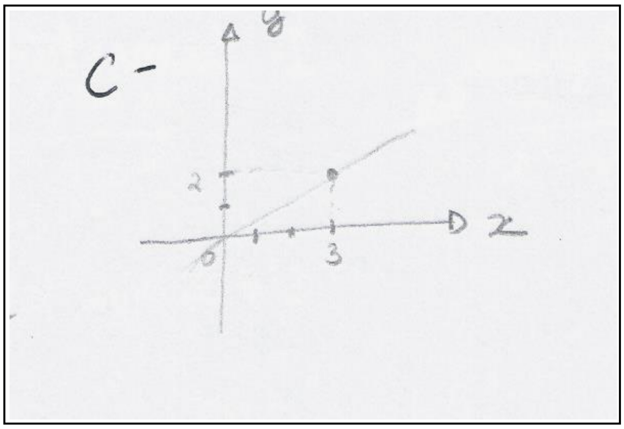
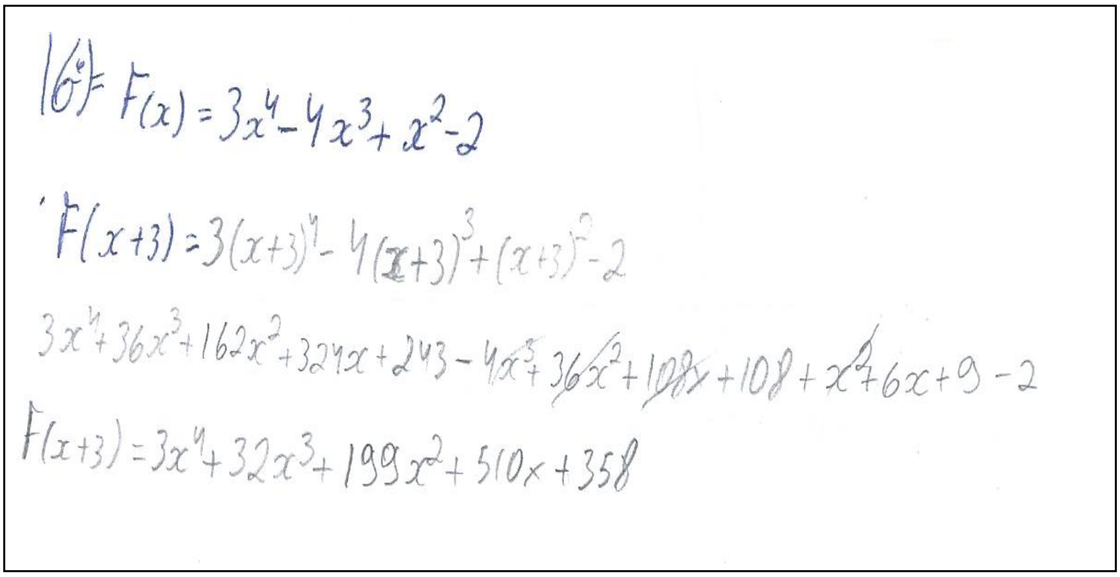


Figura 14 - Resposta do aluno F22

Na categoria E4 ficaram 38 soluções, nelas, o aluno tenta adaptar o problema aos conhecimentos que possui, sem respeitar as condições impostas no enunciado, aplicando uma teoria que não corresponde a questão a resolver.

Como é o caso do aluno F15 que para calcular a divisão do polinômio $F(x) = 3x^4 - 4x^3 + x^2 - 2$ por $x+3$, aplicou o binômio em $F(x)$ ao calcular $F(x+3)$.



6) $F(x) = 3x^4 - 4x^3 + x^2 - 2$

$F(x+3) = 3(x+3)^4 - 4(x+3)^3 + (x+3)^2 - 2$

$3x^4 + 36x^3 + 162x^2 + 324x + 243 - 4x^3 + 36x^2 + 108x + 108 + x^2 + 6x + 9 - 2$

$F(x+3) = 3x^4 + 32x^3 + 199x^2 + 510x + 358$

Figura 15 - Resposta do aluno F15

Na análise obteve-se 40 soluções que apresentaram alguns rabiscos, dados soltos, respostas sem nexo e sem nenhum esquema de solução, essas soluções foram encaixadas na categoria E5 e praticamente não contemplaram nenhuma habilidade já que essas respostas apresentarem poucas informações.

O aluno F13, por exemplo, escreveu dados soltos tentando apresentar um esquema de solução para o problema mais desistiu concluindo com a frase: “não lembro”.

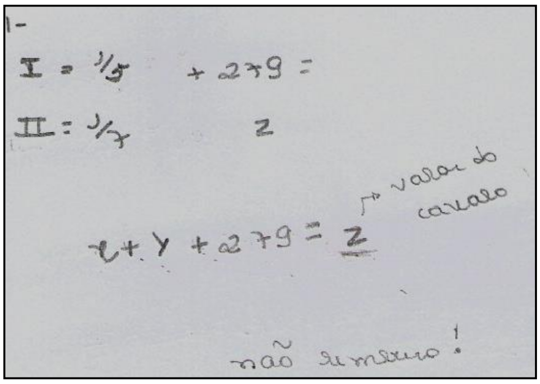


Figura 16 - Resposta do aluno F13

Já os alunos F4 e C6 apresentam operações sem nexo, apesar dessas soluções não contemplaram nenhum dos descritores não foi possível detectar um erro especifico em determinado conteúdo nelas, já que os dados aparecem sem um sentido lógico matemático.

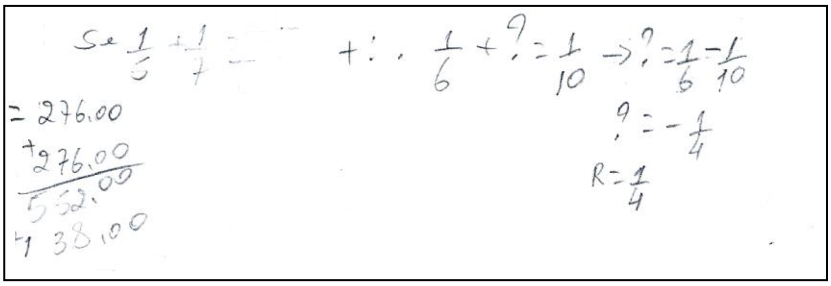


Figura 17 - Resposta do aluno F4

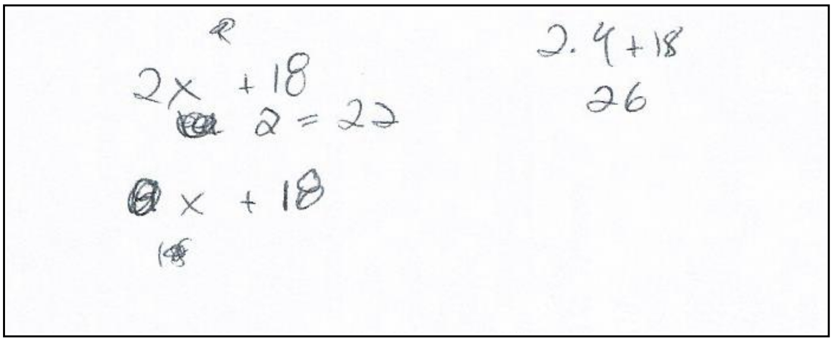


Figura 18 - Resposta do aluno C6

Através dessa análise foi possível perceber que, os alunos em questão apresentaram erros referentes a conteúdos básicos como efetuar cálculos que envolvam operações com números racionais, identificar gráficos de funções elementares, racionalizar, simplificar frações algébricas, dentre outros.

Desse modo, pelos erros apresentados ou, ainda, pelo número de questões em branco pudemos identificar que tais alunos ingressaram na universidade com profundas deficiências em conteúdos da matemática que normalmente são adquiridos na educação básica e serão necessários para alunos que ingressam em cursos da área das ciências exatas.

Assim, fica a questão: Como superar essas dificuldades para que consigam seguir na graduação? Isso demonstra a necessidade de um trabalho visando melhorar a formação básica dos alunos como, por exemplo, um curso de nivelamento. Vale ressaltar que o grupo pesquisado são alunos dos cursos de Ciência da Computação e Física da UESB e nesses cursos a disciplina Cálculo diferencial e integral é oferecida logo no primeiro semestre do curso.

4.2 Análise do curso de Iniciação ao Cálculo

Os grandes problemas no processo de ensino e aprendizagem da matemática, enfrentados pelos alunos e professores, como já foi abordado anteriormente, têm motivado várias pesquisas a respeito de como solucionar tais problemas e como diminuir o alto índice de reprovação nessa disciplina. Especificamente no que se refere aos problemas referentes aos baixos índices de aprovação e dificuldades de assimilação nas disciplinas iniciais dos cursos de exatas, como Cálculo Diferencial e Integral, percebe-se que muitos desses problemas são decorrentes do mau aproveitamento dos alunos na disciplina de matemática durante o Ensino Fundamental e Médio. Dessa forma uma proposta possível para aprimorar a aprendizagem nos cursos de exatas é a implantação de um curso de Pré-cálculo para alunos ingressantes nesses cursos.

Então, diante das análises dos erros cometidos pelos alunos do I Semestre dos cursos de Ciência da Computação e de Física da UESB e, procurando, compreender melhor as deficiências que levaram aos erros, bem como fornecer subsídios a esses discentes para tentar sanar os obstáculos adquiridos no estudo da disciplina Matemática, na Educação Básica, foi oferecido um curso extracurricular de Matemática Básica, ministrado pela professora pesquisadora.

O curso foi realizado no primeiro semestre de 2013 e intitulado de *Curso de Iniciação ao Cálculo*, tendo como público alvo, especificamente, os alunos recém-ingressantes na UESB, dos cursos de Física e Ciência da Computação, com carga horária de 40 horas/aulas e encontros nas sextas feiras no período da tarde. Contudo, devido os alunos de Ciência da Computação não estarem disponíveis nesse horário, apenas os alunos da turma de Física participaram do curso.

A ementa do curso contemplou os conteúdos do Ensino Fundamental e Médio, tais como: frações, expressões algébricas, produtos notáveis, equações e inequação do 1º e 2 º Grau, funções de 1º e 2º grau, função exponencial, função logarítmica, função modular, polinômios, conceitos básicos de geometria plana e trigonometria.

Visando aprofundar nos estudos dos conceitos importantes da matemática, aumentando a participação e auxiliando os alunos na construção do conhecimento, os encontros do curso aconteceram de forma paralela às aulas das disciplinas obrigatórias do semestre, ou seja, nas sextas feiras das 16:00 horas ás 18:20 horas.

No começo houve uma conversa com a turma para apresentação da posposta da pesquisa, referente ao Trabalho de Conclusão de Curso do Mestrado, a colocação dos objetivos, a importância da participação dos alunos e a apresentação do plano de curso (Anexo L). Após aceitação da proposta pela turma, foi dado início ao curso no 1º semestre de 2013.

No primeiro encontro os conteúdos abordados foram os conceitos e aplicação de frações, devido aos resultados obtidos na análise dos erros anteriormente apresentados, apontarem para grandes dificuldades no cálculo com números fracionários e também a necessidade dessas aplicações nas disciplinas do Curso Superior.

De início foi feita uma explanação dos conteúdos de forma a contemplar as aplicações, as leituras, as operações e principalmente a resolução de problemas. Depois das explicações, pôde-se perceber que as maiores dificuldades se concentravam na interpretação dos problemas e, consequentemente, nas aplicações corretas dos conceitos.

Os alunos demonstraram fragilidade nas operações de adição e subtração, onde precisavam ter o conhecimento de frações equivalentes. E as operações de multiplicação e divisão eram resolvidas de forma memorizada, sem nenhuma ligação com seus conceitos.

Como estratégia para minimizar essas dificuldades, foi proposta uma atividade, com situações problemas envolvendo números fracionários, algumas dessas questões estão relacionadas abaixo:

Um grande depósito foi esvaziado a um terço da sua capacidade e mais tarde, do que sobrou foram retirados três quartos. Sabe-se que o reservatório ainda ficou com vinte mil litros de água. Qual é a capacidade total deste reservatório?

Dos frascos de xampu utilizados mensalmente por uma família, a mãe consome $^{7}/_{9}$ *de um frasco, a filha caçula consome* $^{1}/_{3}$ *de um frasco e a mais velha consome* $^{3}/_{5}$ *de um frasco, sendo que do total de mililitros ainda sobram 260 ml não consumidos. Visto que elas utilizam a menor quantidade necessária de frascos, qual é a capacidade em mililitros de cada frasco de xampu?*

Meus dois sobrinhos me visitaram neste final de semana e lhes dei 4/5 dos doces que eu possuía em casa. Um ganhou 10 doces e outro ganhou 7/12 dos doces que eu dei. Quantos doces eu deixei de dar?

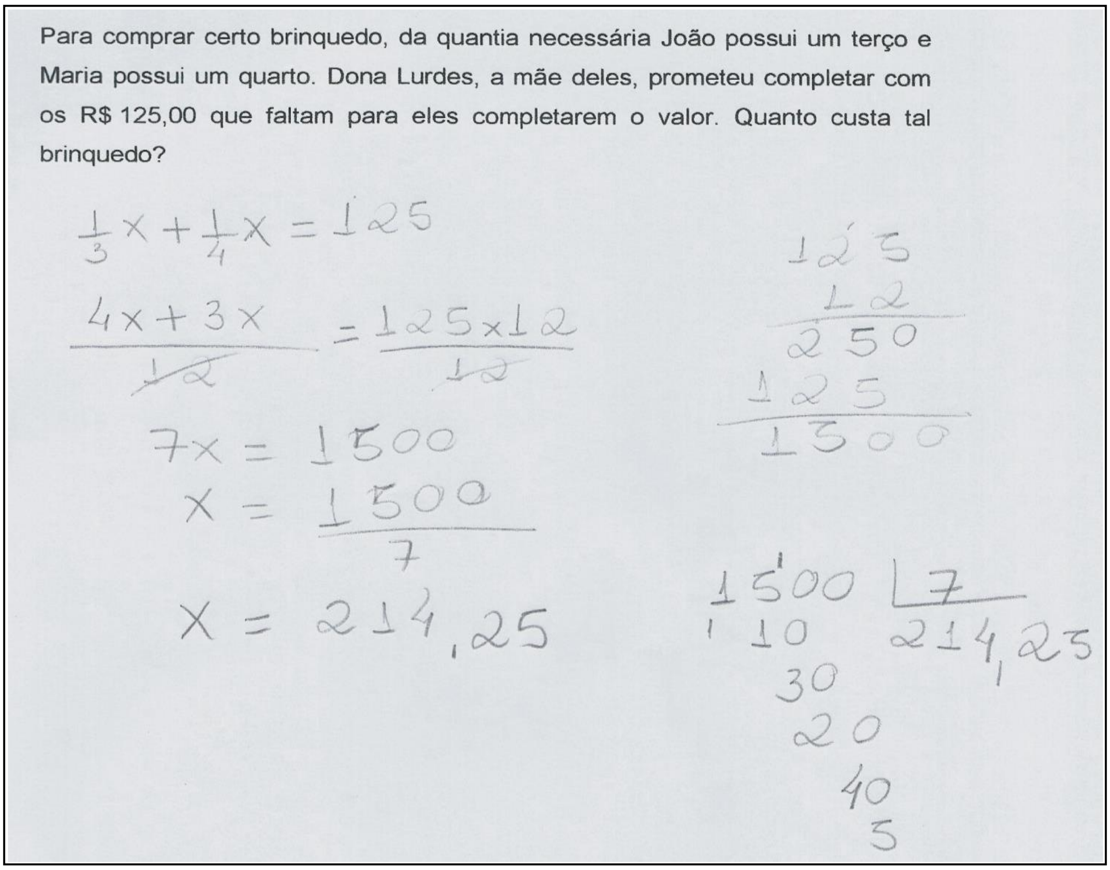
Para comprar certo brinquedo, da quantia necessária João possui um terço e Maria possui um quarto. Dona Lurdes, a mãe deles, prometeu completar com os R$ 125,00 que faltam para eles completarem o valor. Quanto custa tal brinquedo?

Cinco oitavos de três sétimos do valor de uma multa de trânsito que Zeca pé de chumbo recebeu, é igual a R$ 75,00. Qual é o valor da multa de trânsito referente à infração que Zeca pé de chumbo cometeu?

A atividade completa que foi desenvolvida com os alunos pode ser verificada no anexo C.

Os alunos leram e interpretaram essas situações, buscando solucionar problemas, mostrando os conhecimentos adquiridos e os caminhos utilizados para tal feito. Com o desenvolvimento dessa atividade, foram percebidos vários ganhos, os alunos tiveram a oportunidade de expor as suas ideias, discutiram resoluções diferentes, trocaram conhecimentos, as dúvidas que foram surgindo puderam ser socializadas e juntos procuraram as respostas mediante diversas discussões.

Contudo, apesar da atividade ter proporcionado aos alunos novas descobertas eles ainda apresentaram erros na resolução da atividade proposta, como mostra a resposta do aluno na Figura 19.


Para comprar certo brinquedo, da quantia necessária João possui um terço e Maria possui um quarto. Dona Lurdes, a mãe deles, prometeu completar com os R$ 125,00 que faltam para eles completarem o valor. Quanto custa tal brinquedo?

$$\frac{1}{3}x + \frac{1}{4}x = 125$$

$$\frac{4x+3x}{\cancel{12}} = \frac{125 \times 12}{\cancel{12}}$$

$$7x = 1500$$

$$x = \frac{1500}{7}$$

$$x = 214{,}25$$

$$\begin{array}{r} 125 \\ \times\ 12 \\ \hline 250 \\ 125 \\ \hline 1500 \end{array}$$

$$\begin{array}{l|l} 1500 & 7 \\ \hline 10 & 214{,}25 \\ 30 & \\ 20 & \\ 40 & \\ 5 & \end{array}$$

Figura 19 – Solução da atividade de frações

Na resolução, o aluno não interpretou corretamente o problema envolvendo números fracionários e, apesar de efetuar as operações com frações não obteve êxito na resolução da questão. As dificuldades no estudo de frações não foram totalmente eliminadas visto que as mesmas já haviam sido internalizadas ao longo dos anos de estudo o que, consequentemente, passa a ser um novo obstáculo na aprendizagem. Portanto, o estudo das frações deve ser retomado em diversas situações e em diferentes conteúdos, fortalecendo o seu entendimento e as suas aplicações.

Na segunda aula, os alunos demonstraram maior interesse em participar do curso, estavam mais motivados e animados, devido aos reflexos das atividades desenvolvidas na aula anterior. A proposta para esse dia foi o estudo das noções algébricas, onde o cálculo literal habitualmente representa uma grande barreira no estudo das expressões algébricas.

A principal preocupação na abordagem desse conteúdo foi trabalhar a construção de significados para essas expressões, estudando os termos em questão, a sua classificação, os coeficientes, a parte literal e a transferência da linguagem verbal para a linguagem matemática, com a utilização de símbolos apropriados.

Normalmente, o trabalho com a álgebra não é fácil, a matemática nesse aspecto, é extremamente abstrata e de difícil entendimento para os alunos. Então, depois da explanação do conteúdo, foi lançada a sugestão para os alunos resolverem uma atividade onde deveriam traduzir sentenças verbais, para a linguagem com símbolos matemáticos obtendo expressões algébricas. Um parte dessas sentenças podem ser observadas a seguir:

Represente utilizando expressões algébricas.

*a) A soma do número **b** com o triplo do quadrado número **c***

*b) O quociente do número **a** pelo dobro do número **b** (com b ≠ 0)*

*c) A soma dos quadrados dos números **r** e **s***

*d) A diferença entre os quadrados dos números **c** e **d***

*e O quadrado da diferença dos números **c** e **d***

*f) O quadrado do número **z** menos o produto do número **w** pelo cubo de **z.***

*g) O cubo do número **x** somado com o quíntuplo de **y***

*h) A quarta potência da quinta parte do número **a***

Seu José faz pequenos fretes urbanos com sua Van, cobrando uma taxa inicial de R$35,00 e mais R$7,50 por quilômetro rodado. Indicando por x o número de quilômetros rodados, qual a expressão que representa o preço cobrado por ele?

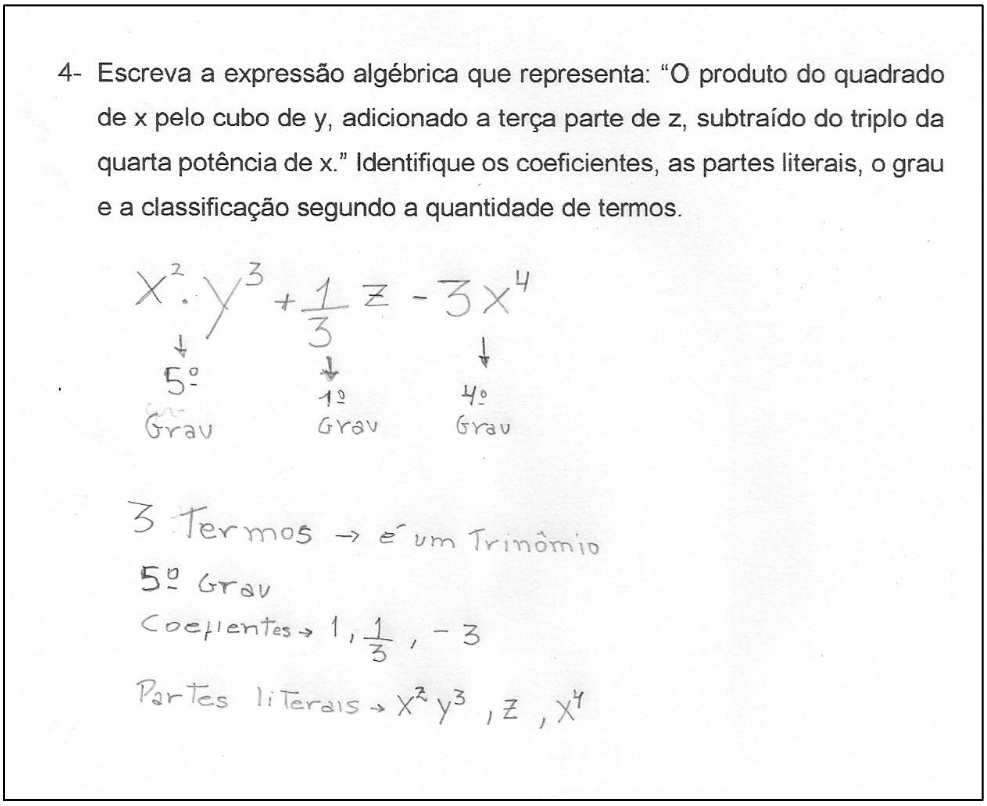
Rogério tem x reais e Sara, y reais. Rogério possui o triplo da quantia de Sara e Raquel tem 100 reais a mais do que Sara. Qual é a expressão algébrica que representa o total de reais que todos possuem juntos.

Escreva a expressão algébrica que representa: “O produto do quadrado de x pelo cubo de y, adicionado a terça parte de z, subtraído do triplo da quarta *potência de x.” Identifique os coeficientes, as partes literais, o grau e a classificação segundo a quantidade de termos.*

A atividade completa se encontra no anexo D, após a resolução dessa atividade, os alunos fizeram o estudo dos termos e demais conceitos das expressões como: os coeficientes, as partes literais, o grau e a classificação quanto ao número de termos.

No mesmo dia, os alunos foram desafiados a escreverem sentenças verbais com problemas matemáticos para os colegas resolverem, ou seja, depois de criarem as frases, trocaram entre si essas atividades e procuraram solucioná-las identificando os mesmos conceitos citados anteriormente.

A partir do desenvolvimento dessas atividades, vários alunos se sentiram mais familiarizados com a álgebra, decifrando os conceitos envolvidos nas questões que foram trabalhadas, o que pode ser constatado nas respostas apresentadas nas figuras 20 e 21.


4- Escreva a expressão algébrica que representa: “O produto do quadrado de x pelo cubo de y, adicionado a terça parte de z, subtraído do triplo da quarta potência de x.” Identifique os coeficientes, as partes literais, o grau e a classificação segundo a quantidade de termos.

$X^2 \cdot Y^3 + \frac{1}{3} z - 3X^4$

5º Grau — 1º Grau — 4º Grau

3 Termos → é um Trinômio

5º Grau

Coeflentes → $1, \frac{1}{3}, -3$

Partes literais → $X^2 Y^3$, z, X^4

Figura 20 – Solução da atividade de expressões algébricas

Rogério tem x reais e Sara, y reais. Rogério possui o triplo da quantia de Sara e Raquel tem 100 reais a mais do que Sara. Qual é a expressão algébrica que representa o total de reais que todos possuem juntos

Rogério → $x = 3y$

Sara → y

Raquel → $y + 100$

Total $= 3y + y + y + 100 =$

$$\boxed{5y + 100}$$

Figura 21 – Solução da atividade de expressões algébricas

Todavia, uma parte da turma ainda não conseguiu desenvolver a compreensão das expressões algébricas, o que pode ser constatado com a resolução a seguir:

3- Rogério tem x reais e Sara, y reais. Rogério possui o triplo da quantia de Sara e Raquel tem 100 reais a mais do que Sara. Qual é a expressão algébrica que representa o total de reais que todos possuem juntos.

$$\underbrace{x + 3y + 100}_{\text{Trinômio}}$$

Figura 22 – Solução da atividade de expressões algébricas

A questão a cima mostra que o aluno não conseguiu representar corretamente a expressão algébrica do problema o que aponta a necessidade de um retorno constante no estudo desse conteúdo.

Com base nas dificuldades apresentadas durante a aula anterior, no terceiro dia a proposta foi o estudo das simplificações algébricas como uso da fatoração e maior aprofundamento nos estudos das expressões algébricas e operações com frações.

O estudo das expressões algébricas é iniciado no 7º ano do Ensino Fundamental e continua nas séries seguintes, abordando as operações algébricas, fatorações e o uso dos produtos notáveis para facilitar as simplificações. Considerando esse histórico do conteúdo, a aula foi voltada apenas para a fatoração das expressões e logo, em seguida, as simplificações das frações algébricas, deixando os produtos notáveis para o próximo encontro.

Depois da explicação teórica, os alunos foram motivados a resolverem uma atividade (anexo E), onde deveriam fatorar as expressões algébricas e em seguida simplifica-las, encontrando as frações irredutíveis como, por exemplo, as questões:

Simplifique as frações algébricas:

$$\frac{bc-c}{ab-a}$$

$$\frac{xy+y+5x+5}{3y+15}$$

$$\frac{n^5+n^3}{n^2x+n^2y+x+y}$$

$$\frac{9y^3+9xy}{3xy+3y^2}$$

Apesar de alguns alunos apresentaram dúvidas com relação à simplificação de expressões algébricas, na resolução da atividade proposta as respostas desses alunos apontaram que essas dúvidas foram minimizadas depois da aula expositiva sobre o conteúdo, como é possível observar nas figuras 23 e 24.

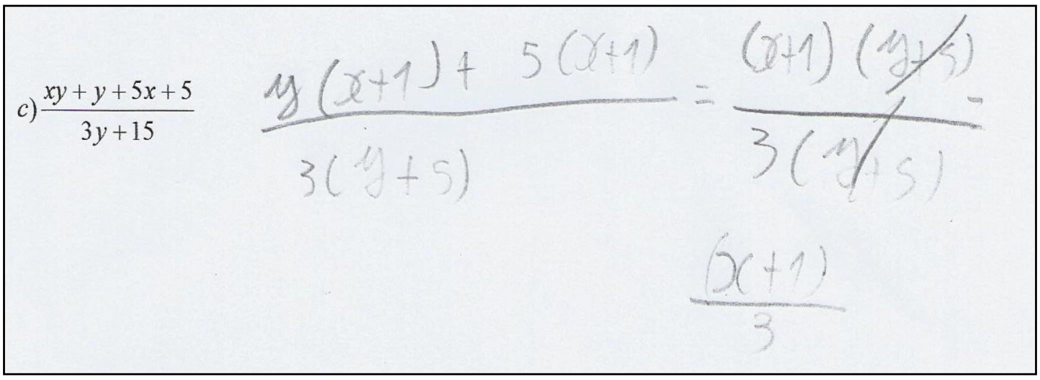


Figura 23 – Solução da atividade de simplificação de expressões algébricas

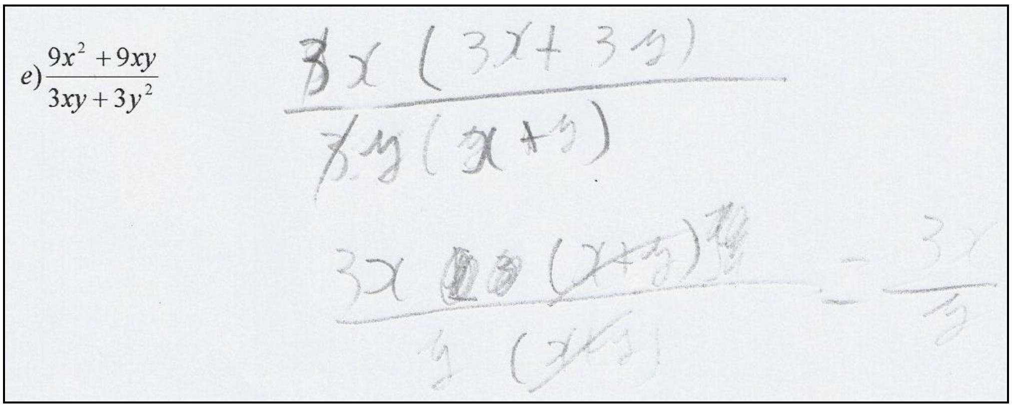


Figura 24 – Solução da atividade de simplificação de expressões algébricas

Essa atividade visou identificar as dificuldades encontradas pelos alunos em fatorar expressões algébricas. Esse conhecimento é necessário no estudo do cálculo, um vez que as mesmas comumente aparecem em exercícios sobre limites quando estes envolvem indeterminações, conforme exemplo: Calcule $\lim_{x \to \frac{1}{3}} \left(\frac{9x^2 - 3x}{12x - 4} \right)$, como x tende para $\frac{1}{3}$, se o limite for aplicado diretamente na fração algébrica, o aluno se depara em uma indeterminação $\left(\frac{0}{0} \right)$. Um dos caminhos para sair dessa indeterminação é fatorar a expressão $\left(\frac{9x^2-3x}{12x-4}\right)$, onde se colocando o fator $3x$ em evidência no numerador e 4 no denominador, obtemos a fração $\frac{3x.(3x-1)}{4.(3x-1)}$, com a simplificação chega-se na fração irredutível $\frac{3x}{4}$. Encontrando, assim, que $\lim_{x\to\frac{1}{3}}\left(\frac{9x^2-3x}{12x-4}\right)=\frac{1}{4}$. Portanto, esse exemplo retrata uma situação típica em que o aluno necessita saber operar com expressões algébricas para calcular o valor de determinados limites.

A quarta aula foi voltada para o estudo dos produtos notáveis e a forma de como completar um quadrado. Nessa aula, ao serem indagados sobre a lembrança dos produtos notáveis, alguns alunos responderam:

“Não recordo muito, acho que vi na sétima série”.

“Lembro um pouco das simplificações, e do produto notável que usava a fórmula: o quadrado do primeiro, mais duas vezes o primeiro, vezes o segundo, mais o quadrado do segundo”.

Outro aluno completou:

“Isso quando o segundo é mais, pois se for menos é menos duas vezes o primeiro, vezes o segundo”.

Continuando os questionamentos, levantou-se a hipótese dos dois termos dos binômios serem negativos, e os alunos não souberam responder o que aconteceria no seu desenvolvimento. Diante disso, percebe-se que provavelmente esse conteúdo foi exposto com uma fórmula pronta para ser memorizada, sem a devida demonstração.

Então, para as explanações dos conteúdos, no primeiro momento foi utilizada a demonstração das fórmulas do quadrado da soma e do quadrado da diferença, pela área do quadrado e a área do retângulo, tentando mostrar os conceitos algébricos e geométricos empregados no seu desenvolvimento, conforme figura 25.

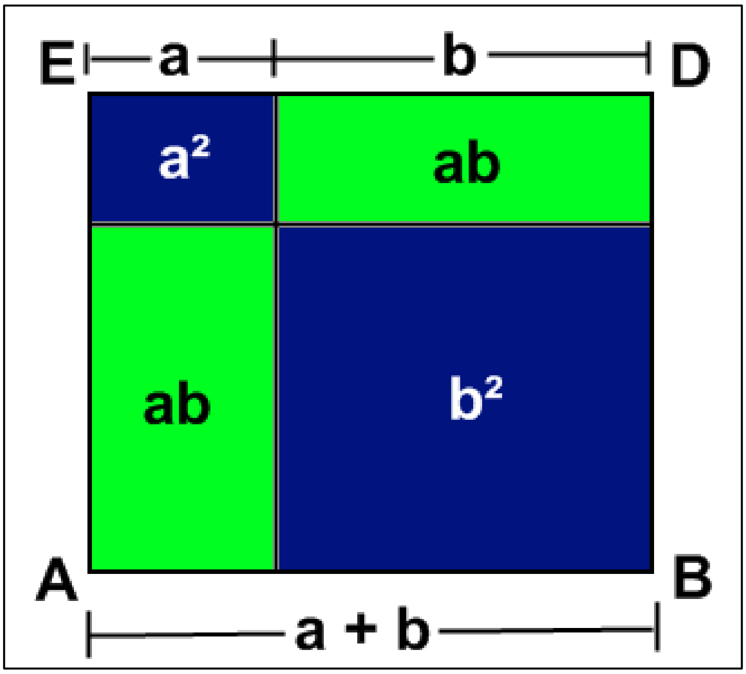


Figura 25- Representação geométrica do quadrado da soma
Fonte: http://www.vivendoentresimbolos.com

Ainda, nessa aula, foi feita a explicação do produto da soma pela diferença e, como completar um quadrado, uma vez que esses conteúdos também serão requisitados no estudo dos limites de uma função, e a falta do seu entendimento pode causar sérias dificuldades no estudo das disciplinas iniciais dos cursos de exatas. Por exemplo, quando o aluno for calcular uma questão do tipo:

Seja f a função $f(x)=\dfrac{x^2-25}{x-5}$, definida $x \in R_{-}\{5\}$. Encontre um $\delta > 0$em função de $\varepsilon > 0$,tal que $0<|x-3|<\delta \Rightarrow |f(x)-8|<\varepsilon$.

Para solucionar essa questão, que envolve a definição de limite, com a desigualdade $|f(x)-8|<\varepsilon$ é necessário substituir a função, obtendo a seguinte situação $\left|\dfrac{x^2-25}{x-5}-8\right|<\varepsilon$. Para a simplificação da fração aplica-se o produto da soma pela diferença $\left|\frac{(x-5).(x+5)}{x-5}-8\right|<\varepsilon$, chegando a solução $|x-3|<\varepsilon$, em que $\delta \le \varepsilon$.

Para maior entendimento dos produtos notáveis, foi aplicada aos alunos uma atividade (anexo F) em que eles puderam utilizar os conhecimentos adquiridos. A seguir algumas dessas questões:

Utilize os produtos notáveis para responder as questões abaixo:

se $K+\frac{1}{K}=7$*, o valor de* $K^2+\frac{1}{K^2}$ *é:*

se $a-\frac{3}{a}=2$*, o valor de* $a^3-\frac{27}{a^3}$ *é:*

Racionalize as expressões:

$\frac{5}{2-\sqrt{3}}$ $\quad$ $\frac{1+\sqrt{7}}{\sqrt{5}+\sqrt{6}}$ $\quad$ $\frac{a+2b}{5a+\sqrt{3b}}$ $\quad$ $\frac{x^2-3}{x+\sqrt{3}}$

Encontre o valor das expressões:

$\frac{\left(\sqrt{3}+\sqrt{2}\right)^2-\left(\sqrt{3}\right)^2-\left(\sqrt{2}\right)^2}{\sqrt{6}}$ $\quad$ $\sqrt{\left(\sqrt{7}+1\right)^2+\left(\sqrt{7}-1\right)^2}$

O domínio desses conteúdos é de fundamental importância na solução das indeterminações de limite de funções irracionais, como mostra a seguinte situação:

Encontre o limite a seguir: $\lim_{x\to 9}\left(\frac{x-9}{\sqrt{x}-3}\right)$.

Ao calcular o limite do exemplo, percebe-se que se trata de uma indeterminação e, através da racionalização, com a utilização do produto da soma pela diferença, é possível soluciona-lo sem dificuldades. Vejamos a seguir:

$$\lim_{x \to 9} \left(\frac{x-9}{\sqrt{x}-3} \right) . \left(\frac{\sqrt{x}+3}{\sqrt{x}+3} \right)$$

$$\lim_{x \to 9} \left(\frac{(x-9).(\sqrt{x}+3)}{x-9} \right)$$

$$\lim_{x \to 9} \left(\sqrt{x}+3 \right) = 6$$

Mais uma vez é notável, que apesar da questão abordar um conteúdo de Ensino Superior, para sua solução é necessário conhecimentos geralmente adquiridos no Ensino Fundamental. Muitas vezes, conforme Cury (2006), as dificuldades que os alunos encontram na disciplina Cálculo estão relacionadas a deficiências de pré-requisitos, como não saber racionalizar uma expressão algébrica.

A partir do quinto encontro os conteúdos abordados foram relacionados com o Ensino Médio, voltado para as funções e as interpretações de gráficos.

Assim, as duas aulas seguintes foram direcionadas para o estudo das funções e inequações do 1º e 2º grau. Focando na interpretação dos seus coeficientes, no estudo do domínio e da imagem, a construção e análise do gráfico, o estudo do vértice, do valor máximo e mínimo, e na resolução inequações.

Para o desenvolvimento da atividade foram propostos alguns exercícios relacionados com esses conteúdos como, por exemplo:

Considere a função do 1º grau $f(x) = -3x + 7$.

a) Em que ponto o gráfico de f intercepta o eixo y?

b) Encontre a raiz de f?

c) Represente os pontos em que o gráfico intercepta o eixo-y e o eixo-x.

d) Represente o gráfico da função.

f) Qual o domínio e a imagem de f? O que ela representa no gráfico?

h) Faça o estudo do sinal dessa função.

Considere a função do 2º grau $f(x) = x^2 - 6x + 5$.

a) Qual o valor em que o gráfico de f intercepta o eixo-y?

b) Encontre as raízes de f.

c) Encontre o vértice, marque também esse ponto.

d) Represente o gráfico da função.

e) Qual o domínio e a imagem de f?

f) Faça o estudo do sinal dessa função.

g) Função admite valor máximo ou mínimo?

A atividade completa consta no anexo G, para soluciona-la, os alunos tiveram que interpretar alguns problemas relacionados com essas funções e traçar estratégias para encontrar as soluções. Em seguida construíram e analisaram os gráficos, a partir dos conceitos que foram abordados.

Nessas aulas, pôde-se anotar alguns comentários dos alunos, conforme seguem:

“No segundo grau eu só aprendi a construir gráfico com a tabela, não sabia que para a reta só precisava de dois pontos”.

Pelo comentário, percebeu-se que os alunos só apresentavam a noção de construção de gráficos ponto a ponto, procedimento esse que é inviável na construção de gráficos de outras funções.

A figura abaixo mostra o gráfico construído por um aluno.

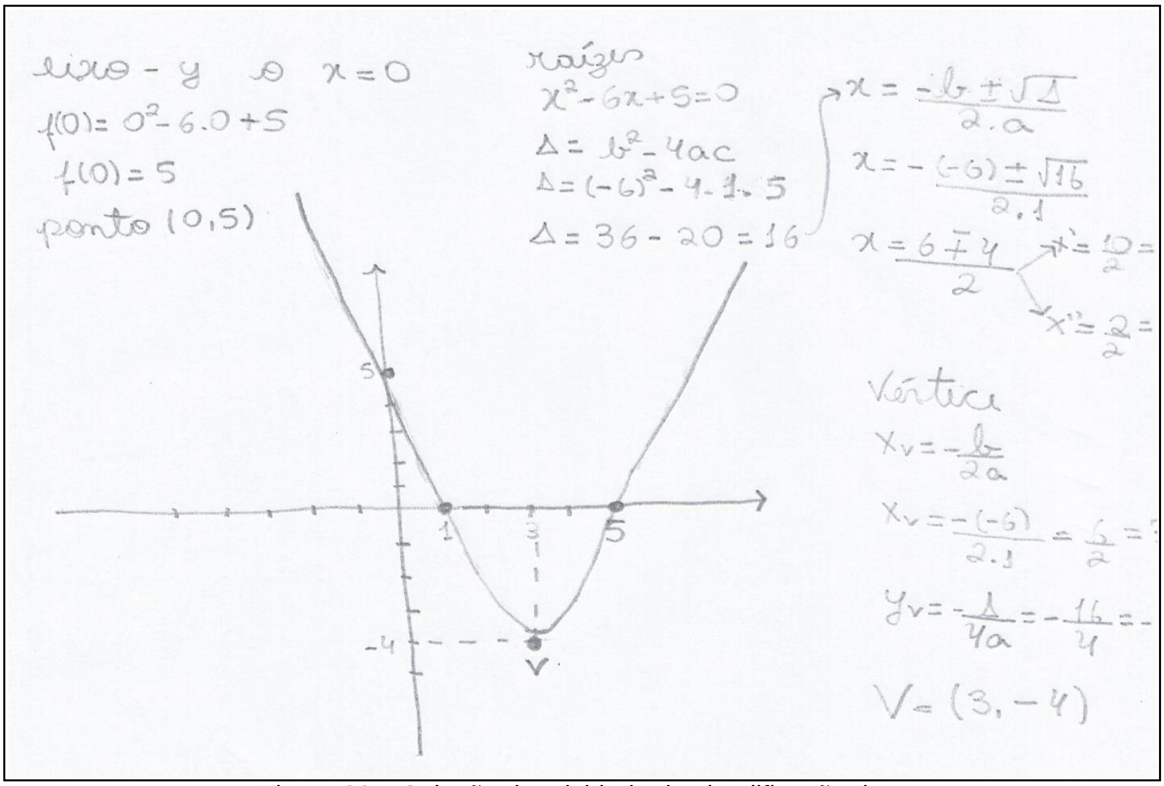


Figura 26 – Solução da atividade de simplificação de Funções e inequações do 1º e 2º grau

Pela construção do aluno nota-se que ele compreendeu que para fazer um gráfico de uma parábola são necessários apenas alguns pontos significativos. Após a construção do gráfico acima um aluno fez o seguinte comentário:

"Assim ficou mais fácil construir a parábola, ela fica certinha".

Com esse comentário, parece ter ficado claro para o aluno que, no tratamento das funções, é mais importante identificar o tipo de função e a sua representação gráfica do que tentar uma construção aleatória baseada em técnicas de ponto a ponto. Isso por que, é comum que os professores do Ensino Médio, trabalhem pouco com construção de gráficos, e quando o fazem apresentam aos alunos um procedimento de construção usando tabela, sem se aterem aos pontos significativos e necessários para a construção de um gráfico.

Vale ressaltar que na disciplina de Cálculo os alunos se deparam com situações em que é necessário construir e interpretar gráficos de funções em torno de determinados pontos, como mostra a seguinte questão:

Seja a função $f(x) = x^2 + x - 6$*, definida* $R \to R$*. Escreva a equação da reta tangente ao gráfico de f no ponto* $x_0 = -4$*. Faça a representação geométrica.*

A equação da reta é dada por $y - y_0 = m(x - x_0)$*, onde m é o coeficiente angular da reta. Na reta tangente, o coeficiente angular é igual a derivada de f no ponto* x_0*. Sendo a derivada no ponto:*

$$f'(x) = 2x + 1$$
$$f'(-4) = -7$$

A equação da reta tangente é igual:

$$y - 6 = -7.(x + 4)$$

Para a representação geométrica da parábola é necessário encontrar as raízes, o vértice e o ponto que intercepta o eixo-y, (0,c). E para a representação geométrica da reta tangente são necessários apenas dois pontos. Essa representação pode ser vista na figura 27.

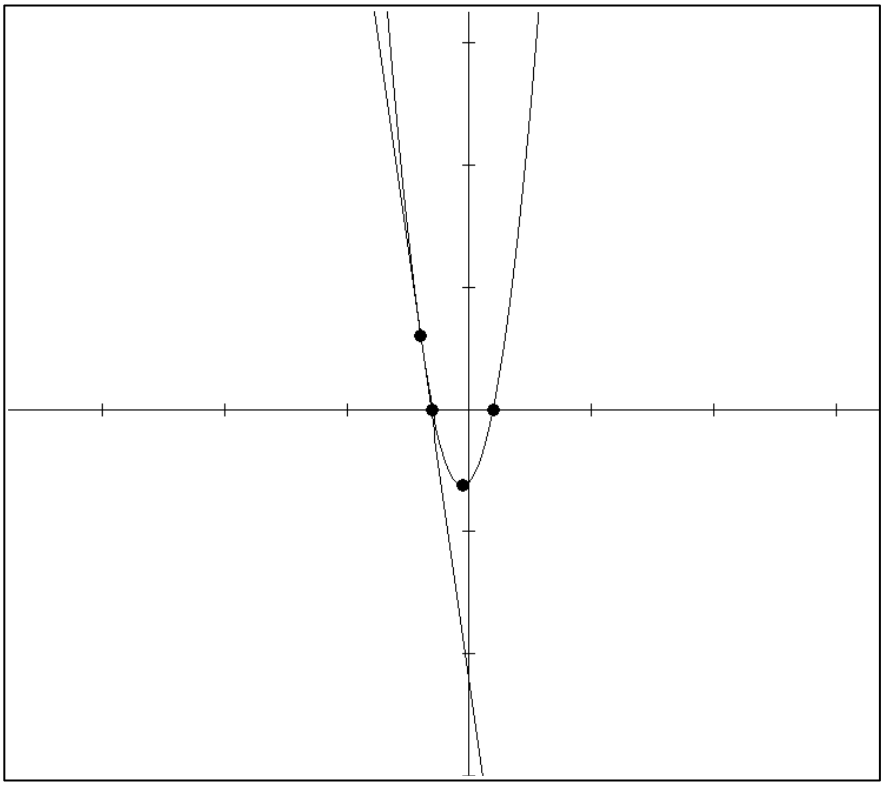


Figura 27 – Representação gráfica da função do 2º grau com a reta tangente no ponto.

A sétima aula teve como objetivo o estudo da função modular, partindo da sua definição, a construção do gráfico, o estudo do domínio e a resolução de equações/inequações, depois da explicação dos conceitos básicos, os alunos resolveram uma atividade com questões sobre esse conteúdo, como as atividades a seguir:

Resolva as equações modulares:

$$|8x-3| = |2x-4|$$

$$|x^2 - 3| = -1$$

$\left|\dfrac{x-2}{x-5}\right| = 3$, *para* $x \neq 5$

Estude o domínio das funções.

$$f(x) = \frac{4}{|x|}$$

$$f(x) = \frac{10 - x}{|x| - 2}$$

$$f(x) = \frac{\sqrt{|x| - 2}}{x^2 - 1}$$

A atividade completa está no anexo H. Os conceitos dessa função são importantes para o estudo dos limites laterais, como aparece na seguinte questão:

Seja f uma função $f(x) = |x - 2|$, definida $R \to R$. Mostre que f não é derivável em $x = 2$.

Para solucionar essa questão é importante fazer o estudo do sinal da função. Primeiro define-se a função módulo, ou seja:

$$f(x) = |x - 2| = \begin{cases} x - 2, \text{ se } x \geq 2 \\ -(x - 2), \text{ se } x < 2 \end{cases}$$

Na aplicação da definição de derivada será necessário o estudo dos limites laterais, já que f é definida com duas sentenças. Chegando a conclusão que os limites laterais quando x tende para 2 são diferentes e, portanto, f não é derivável nesse ponto. Por esse exemplo percebe-se que se o aluno não tem conhecimento sobre função modular, não conseguirá interpretar a derivada e, portanto concluir que a derivada no ponto pedido não existe.

Os próximos dois encontros foram direcionados para os estudos das funções exponenciais e logarítmicas, discutindo a conexão entre essas funções e algumas sequências numéricas, em especial a aritmética e a geométrica. Foram efetuadas operações de potenciação e radiciação, análise e construção de gráficos, identificação e resolução de problemas que envolviam essas funções.

Depois da explicação dos conteúdos, os alunos foram estimulados a discutirem, a melhor estratégia para a resolução de alguns problemas como, por exemplo, as seguintes questões:

A soma de três potências de base 3, cujos expoentes são números pares consecutivos, resulta em 819. Encontre os três expoentes pares consecutivos,

A população de uma cidade, em 2005, era de 60000habitantes. Se a taxa anual ficar em torno de 2%, qual será a população aproximada no ano de 2015? Faça um gráfico para mostrar o crescimento dessa população.

Cada placa de 2mm de espessura de certo vidro de acrílico reduz a intensidade da luz em 10% quantas placas devem ser acopladas para reduzir a intensidade da luz em 50%?

Esboce os gráficos das funções.

$$f(x) = \log_{\frac{1}{2}}^{x+2}$$

$$f(x) = \log_{2}^{x+2}$$

A atividade completa pode ser verificada no anexo I. Os alunos identificaram o tipo de função e os conceitos envolvidos em cada situação. Em seguida socializaram os resultados obtidos.

Durante a realização dessa atividade um aluno fez o seguinte comentário:

“Eu nunca vi logaritmo no Ensino Médio. É assim que responde? È fácil.”.

No décimo encontro o conteúdo selecionado foi o estudo dos polinômios, associando os conhecimentos adquiridos anteriormente na resolução de equações de grau n, discutindo suas propriedades, as operações e as aplicações de problemas algébricos. Foi desenvolvida uma atividade (Anexo J), sugerindo problemas algébricos, simplificações e as operações com polinômios, conforme os exemplos a seguir:

Um polinômio de grau 2 satisfaz as condições P(o)=2, P(-1)=12 e P(2)=6. Determine P e suas raízes.

Determine a condição para que $ax^2 + bx + c$ *seja quadrado perfeito.*

Determine m e n para que o polinômio $P(x) = 6x^3 - mx^2 + 4x - n$ *seja divisível por* $D(x) = x^2 - 4x + 6$.

Sabendo que o $P(x) = x^3 - 2x^2 - x + 2$ *admite 1 como raiz, decomponha* $P(x)$ *em fatores e encontre a solução de* $P(x) = 0$.

A operação de divisão com polinômio é utilizada para resolver algumas indeterminações no estudo dos limites e utilizada também na definição de derivada, justificando assim a importância do aprofundamento nesse estudo, conforme a questão:

Encontre o valor de: $\lim\limits_{x \to 3} \left(\dfrac{x^3 - 6x - 9}{x^3 - 8x - 3} \right)$.

Como 3 é raiz dos dois polinômios que compõe a fração, então, o limite se aplicado diretamente corresponde a uma indeterminação. No entanto, ambos os polinômios são divisíveis pelo binômio $x - 3$, aplicando assim a divisão de polinômios encontramos a fração irredutível:

$$\lim_{x \to 3} \left(\frac{x^3 - 6x - 9}{x^3 - 8x - 3} \right) : \left(\frac{x-3}{x-3} \right)$$

$$\lim_{x \to 3} \left(\frac{x^2 + 3x + 3}{x^2 + 3x + 1} \right) = \frac{21}{19}$$

Mostrando, assim, que o estudo dos polinômios é importante para o cálculo das indeterminações de limites.

Nas duas aulas seguintes foram abordadas algumas noções de geometria, trigonometria e aplicações do Teorema de Pitágoras. Esses assuntos deveriam ser bem trabalhados no Ensino Médio. Todavia pelas falas dos alunos percebeu-se que foram pouco abordados ou sequer trabalhados. Entretanto, para os alunos que optam pela área das ciências exatas serão bastante utilizados. Desse modo, se o conteúdo não foi abordado no Ensino Médio e nem é matéria do Ensino Superior fica uma lacuna no aprendizado, muitas vezes prejudicando o desenvolvimento desses alunos no curso escolhido ou, mesmo, comprometendo a permanência. Isso também pode justificar o alto índice de reprovação nas disciplinas de Cálculo.

Após a explicação desses conceitos foi proposta uma atividade (Anexos L) para os alunos. Algumas das questões dessa atividade são apresentadas a seguir:

Uma piscina retangular mede 16 m de comprimento por 10 m de largura. Nadando na diagonal dessa piscina, quantos metros percorre um atleta que nada ida e volta?

(UFPI) Um avião decola, percorrendo uma trajetória retilínea, formando com o solo, um ângulo de 30º (suponha que a região sobrevoada pelo avião seja plana). Depois de percorrer 1 000 metros, qual a altura atingida pelo avião?

Os lados de um triângulo equilátero medem 5 m. Qual é a área deste triângulo?

Meu terreno retangular tem o comprimento igual ao triplo da largura. Desejando murar esse terreno, consultei um pedreiro para saber quantos tijolos deveria comprar. Ele me disse que seriam necessários 130 tijolos por metro. Então, comprei 10 000 tijolos. Sabendo que a largura desse terreno é 10,8 metros, sobraram ou faltaram tijolos? Quantos?

A dificuldade nesses conteúdos é constatada com o relato do aluno com relação ao curso de IC:

“Deveria ser ampliado mais conteúdos relacionados à geometria, principalmente a Trigonometria, pois é o assunto que os alunos sentem maiores dificuldades.”

Os comentários seguintes, expostos por alguns alunos ao final do curso possibilitaram uma melhor análise sobre a proposta:

“No próximo semestre vai ter a continuação do curso?”

“Professora tá muito legal as aulas, porque os professores no segundo grau não ensinam assim”.

Desses comentários, pode-se perceber que os alunos normalmente concluem o Ensino Médio com a sensação de que não aprenderam o suficiente e, como estudantes do Ensino Superior, começam a ter uma visão diferente do processo de ensino e aprendizagem. Pelo curso e pelas falas dos alunos parece evidente que o Ensino Médio tem deixado muitas lacunas.

Na verdade, o interesse do estudante no Nível Superior é diferente, os alunos anseiam por mais informação, compreendem que trazem lacunas do Ensino Médio, lacunas essas que podem prejudica-los se não forem resolvidas. Se o conteúdo matemático previsto para os Ensinos Fundamental e Médio não foi consolidado, por qualquer que seja o motivo: desinteresse dos alunos, falta de professores, conteúdos pouco trabalhados, dentre outros, esses alunos se encontram em uma nova etapa, estão iniciando um curso superior e ansiosos por novos aprendizados, então não se justificaria a realização de um curso de nivelamento ou de iniciação ao cálculo? - não importa o nome e sim a finalidade – pelos relatos apresentados viu-se que seria de grande utilidade para melhorar a formação matemática dos alunos antes de iniciarem os estudos de cálculo.

Durante a realização do curso, os alunos tiveram oportunidade de rever os assuntos, tirar dúvidas, responder exercícios e até mesmo aprender conteúdos que nunca tinham sido estudados em todo Ensino Fundamental e Médio. Após cada aula era enviado, via e-mail, para os alunos exercícios dos conteúdos abordados na aula. Os alunos respondiam os exercícios durante a semana e enviavam as dúvidas à professora também por e-mail, esse processo complementava o tempo das aulas.

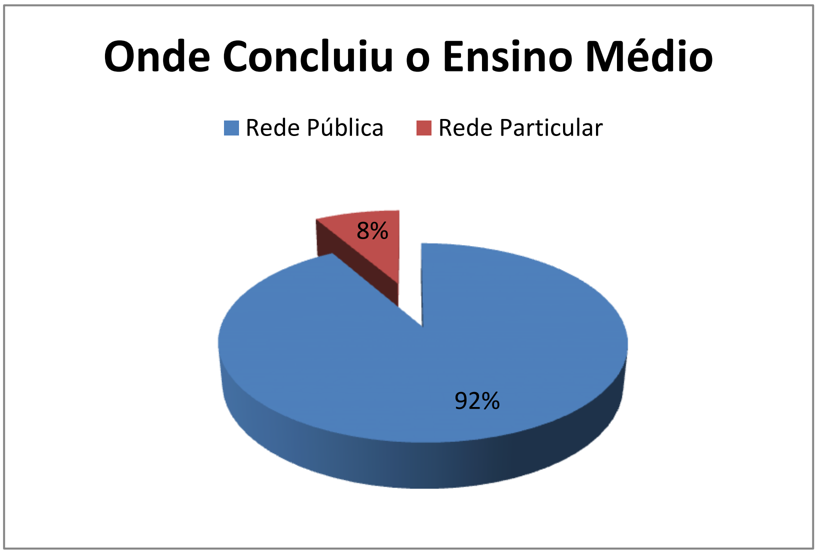
Através do curso de IC foi possível conviver melhor com o grupo pesquisado, compreender mais claramente as dificuldades trazidas por eles, em conteúdos básicos da matemática. Assim, toda essa discussão reforça a necessidade de uma melhor preparação dos alunos para seguirem nos cursos de exatas, sobretudo aqueles que não têm em suas grades disciplinas básicas de matemática.

O último encontro foi destinado a aplicação de um questionário em que os alunos puderam expor suas opiniões com relação ao curso.

4.3 Análise dos questionários

Como já especificado no capítulo de metodologia de pesquisa, um dos instrumentos de coleta de dados foi à aplicação de um questionário aos alunos do curso de Licenciatura em Física no qual eles puderam expressar sua opinião com relação ao curso de IC. O questionário foi aplicado em agosto de 2013, após o termino do curso. A seguir será apresentada a análise e discussão do questionário bem como a avaliação do curso de acordo com a opinião dos alunos.

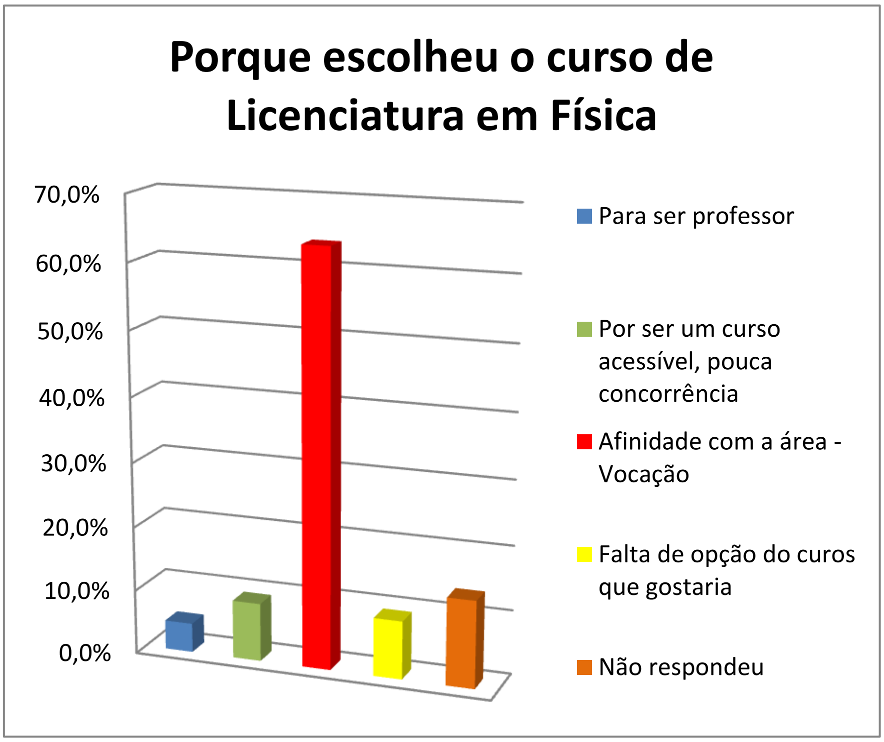
Com relação ao tipo de instituição que cursou o Ensino Médio, o gráfico seguinte mostra que mais de 90% dos alunos estudaram na rede pública de ensino.



Quadro 1 - Tipo de instituição que concluiu o Ensino Médio.

Nesse sentido os dados corroboram para a confirmação de que os alunos que ingressam nas licenciaturas, como no exemplo a Licenciatura em Física, são egressos da rede pública de ensino e não estão devidamente preparados para a inserção do curso superior, apresentando inúmeros déficits no conhecimento de conteúdos básicos de matemática. Dados esses que são comprovados pelos exames de avaliação do Ensino Médio como o ENEM.

Quando questionados por que escolheu o curso de Licenciatura em Física as respostas foram variadas. Para melhor visualização as respostas foram agrupadas por semelhanças de acordo com o gráfico abaixo:



Quadro 2 – Porque escolheu o curso de Licenciatura em Física.

Apesar de percebe-se que um pequeno grupo respondeu ter escolhido o curso por falta de opção o que mais chama a atenção no gráfico é que a grande maioria dos alunos, 66,7%, afirmaram ter escolhido o curso por vocação e por afinidade com a área de exatas. Com isso era de se esperar um melhor desempenho nessa área, uma vez que os alunos demonstram gostar de matemática. Isso poderia ser um bom indicador para um melhor desempenho nas disciplinas básicas do curso. Contudo, não se reflete nos índices de desempenho e, consequentemente, passa a gerar um sentimento de frustração o que pode levar a evasão.

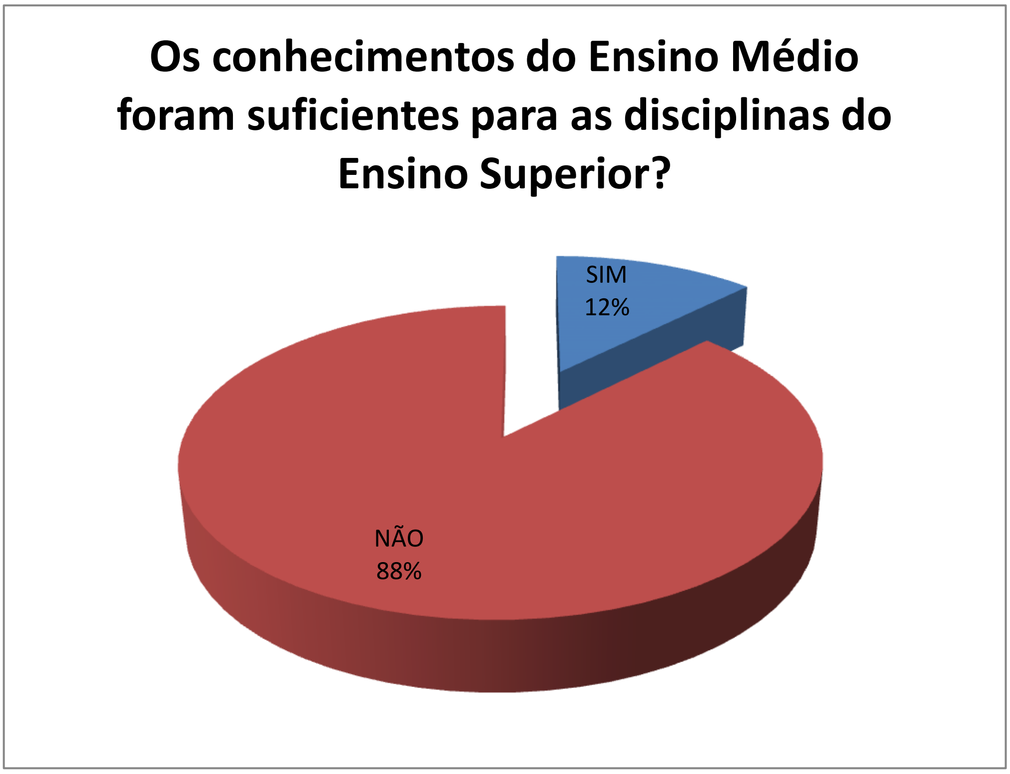
A primeira quebra da afinidade com o curso surge quando o estudante percebe que não tem o conhecimento suficiente para avançar nas disciplinas iniciais, por exemplo, Cálculo, a falta desse conhecimento leva a reprovações e, consequentemente, atraso no desenvolvimento do curso.

Todos os alunos que compõem a amostra dessa pesquisa consideraram importante o domínio de conteúdos básicos de matemática para cursar a disciplina Cálculo, tendo em vista que 100% da turma responderam “sim” à terceira questão do questionário. Como os alunos estavam cursando Cálculo I ao mesmo tempo em que ocorria o curso de IC, então puderam perceber com mais clareza a necessidade dos conhecimentos básicos para um bom desempenho nessa disciplina. E nesse sentido destacam-se alguns relatos dos estudantes:

“Quando comecei o curso de Cálculo I percebi que não sabia fazer nem as contas básicas direito”

“Quem não sabe a matemática básica não passa em Cálculo I”

Quando questionados a respeito dos conhecimentos adquiridos no ensino médio, conforme o gráfico seguinte, a maioria dos estudantes afirmaram que tais conhecimentos não foram suficientes para acompanhar as disciplinas do Ensino Superior.



Quadro 3 – Os conhecimentos do Ensino Médio foram suficientes para o Ensino Superior.

Com base na informação destacada no gráfico pode-se perceber que o grupo pesquisado passou a ter consciência da deficiência de aprendizado relacionada ao ensino básico de matemática e, que essa deficiência contribui, consideravelmente, para ampliar as dificuldades no aprendizado das disciplinas do curso superior escolhido. Assim, minimizar essas deficiências é fundamental para o melhor desenvolvimento do aluno em muitas disciplinas da Licenciatura em Física o que, mais uma vez, aponta para a necessidade de realização de cursos de nivelamento.

No questionário foi reservado um espaço para que os estudantes relatassem, brevemente, como foi o ensino de matemática que tiveram no ensino médio e, abaixo estão destacadas alguns desses relatos:

“No ensino médio o ensino de matemática foi trabalhado de forma rápida, ficando vários conteúdos sem trabalhar, principalmente a parte de trigonometria ou de uma forma geral a geometria em si.”

“Faltou ver muito conteúdo, muita coisa que vi não aprendi direito.”

“O ensino foi muito ruim, muitos assunto não foram vistos. Com isso as dificuldades surgem no ensino superior, ou seja, o ensino da matemática nas escolas de ensino médio deve ser bem trabalhado com os alunos no que se refere aos conteúdos de geometria e matemática básica. Para que só assim os alunos não sintam tanta dificuldade no ensino superior.”

“O Ensino de matemática foi bom, tive bons professores aprendi os conteúdos que foram passados, tem alguns assuntos que não deu tempo ver.”

“Muito ruim, não aprendi quase nada, muita aula vaga, greve e quando tinha aula os professores não passavam quase nada.”

“Razoável. Mais tem assuntos que já esqueci pois já tem 7 anos que terminei o Ensino Médio.”

“Faltou trabalhar o conteúdo de trigonometria, isso não ocorreu devido ao nível de conhecimento médio das turmas que talvez não foi possível avançar no conteúdo.”

O que percebe-se nos relatos dos estudantes, é que, no Ensino Médio não são abordados todos os conteúdos de matemática específico para formação geral, chegando até mesmo à uma grande deficiência de assuntos e, é claro que, diversos fatores como já abordado anteriormente podem contribuir para o não cumprimento do programa de ensino destinado ao segundo grau. Contudo, essa deficiência, que parece algo comum e constante no ensino, deve ser corrigida para que os alunos não sejam penalizados no ensino superior.

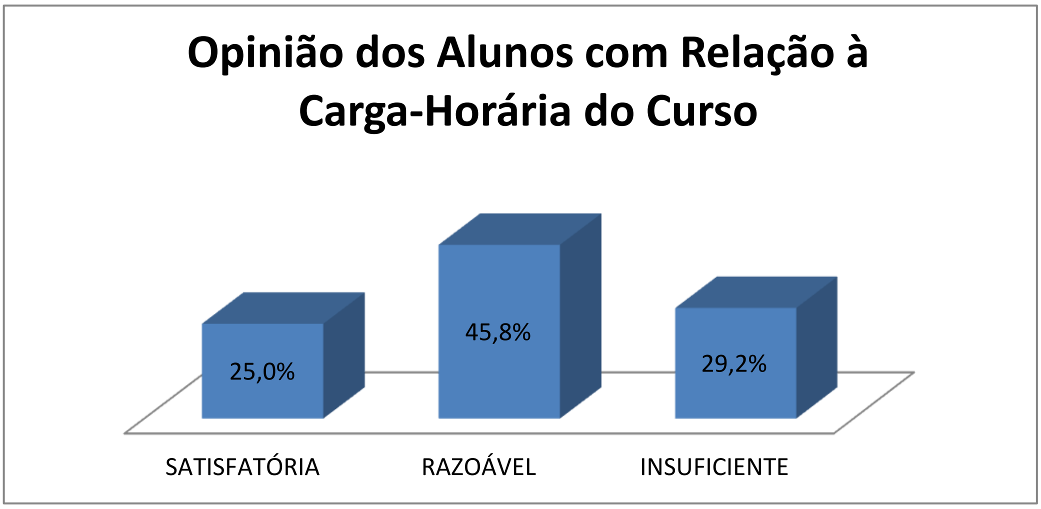
Uma possibilidade de redução da deficiência de aprendizado de conteúdos do ensino médio no ensino superior é um curso de pré-cálculo. E, nesse aspecto, todos os estudantes, do grupo pesquisado, consideraram que o curso de IC é importante para os alunos ingressantes no curso de exatas. A seguir estão destacados alguns comentários a respeito do curso.

“Esse curso ajudou muito na disciplina de Cálculo I, pois eu estava errando umas contas bobas e depois melhorei na matéria.”

“O curso de pré-cálculo deveria acontecer antes da disciplina de Cálculo I, para dar uma base melhor para a disciplina já que saber a matemática básica é fundamental para passar na matéria”

“O curso foi muito bom, vi coisas que não tinha visto no segundo grau. Os meus professores pulavam muitos assuntos e pelo jeito não era tão difícil.”

O curso de IC teve uma carga horária de 40 horas/aulas durante um semestre letivo e conforme o gráfico seguinte percebeu-se que os alunos ansiaram por mais aulas.



Quadro 4 – Opinião dos alunos com relação a carga horária do curso

Dos alunos participantes da amostra desta pesquisa, apenas um respondeu que não indicaria o curso de IC para outros colegas sob a justificativa de que “o curso é mais uma questão de interesse próprio do que indicação”. Na opinião desse aluno cada um deve buscar o conhecimento por si só e não depender de indicação de alguém. A seguir estão algumas justificativas dos alunos sobre o porquê da indicação do curso a outros colegas.

“Para ter um maior aproveitamento e compreensão de conteúdos relacionados à matemática básica.”

“Por que ajuda muito a revisar os conteúdos.”

“Porque é uma chance de rever assuntos que não serão dados novamente no Ensino Superior e são muito importantes.”

Esse último comentário apresenta uma preocupação do estudante quanto à revisão de conteúdos, paralela a uma concepção de que no ensino superior não ocorre uma retomada dos assuntos apresentados no ensino médio e com isso, distancia, ainda mais, a realidade do aluno da metodologia aplicada no processo de ensino e aprendizagem dos cursos de graduação.

Compreender e sanar as deficiências acumuladas durante o ensino fundamental e médio é de suma importância para proporcionar melhor ensino no nível superior. E, nesse sentido, foi solicitado no questionário que os alunos expressassem quais conteúdos poderiam ser retirados, acrescentados ou *ampliados no curso de IC. A seguir estão expostas algumas opiniões.*

“Deveria ser ampliado mais conteúdos relacionados a geometria, principalmente a Trigonometria, pois é o assunto que os alunos sentem maiores dificuldades.”

“Não retirava nenhum, falaria um pouco sobre a introdução de limite.”

“Poderia ter algumas aulas direcionadas para os conteúdos de cálculo, tipo um intensivo de limite e derivada.”

“Mais disciplinas voltas ao nivelamento de estudantes do curso em relação a conteúdos prévios do cálculo.”

Segundo os comentários apresentados, percebe-se que apesar de compreender um pouco mais a importância do conhecimento da matemática básica, a preocupação e interesso dos estudantes estão mais voltados para melhor aprendizado e desempenho da disciplina Cálculo I e, com base à referida matéria curricular do curso, todos os estudantes consideraram que as aulas de IC contribuíram para um melhor desempenho na disciplina de Cálculo I, a qual, os estudantes cursaram simultaneamente ao curso.

Finalmente foi solicitado aos estudantes que comentassem se o curso teve alguma contribuição no seu desenvolvimento na disciplina Cálculo I, todos eles responderam positivamente. A seguir apresentamos relatos dos alunos:

“Me ajudou muito em conteúdos que eu não tinha visto no ensino médio e também a resolver problemas de matemática e a tirar dúvidas referentes a conteúdos muitas vezes complexos.”

“Ajudou a compreender de forma mais clara a disciplina de Cálculo I e os principais conteúdos.”

“Porque revi conteúdos que foram necessários no Cálculo I.”

“Revisou conteúdos vistos no ensino médio que não estavam tão frescos na mente e eram muito necessários para o cálculo.”

“Porque tirou muitas dúvidas que eu tinha em assuntos que usamos em calculo como fatoração, simplificação, etc.”

Por meio da análise do questionário, de acordo com os comentários dos alunos, percebe-se que os estudantes ingressaram na universidade com várias deficiências em conteúdos básicos de matemática. Todavia, eles se mostraram conscientes de tais dificuldades e almejam sana-las, pois, sabem que esses conteúdos são importantes para as disciplinas do nível superior. De acordo com a avaliação feita acima, todos os alunos avaliaram positivamente o curso de IC e consideraram que o mesmo contribuiu em seu desempenho na disciplina de Cálculo I.

Nesse sentido, é possível reafirmar a viabilidade da inserção de um curso preparatório de conteúdos básicos de matemática para os alunos que ingressam nos cursos da área de ciências exatas, e que não possuem em sua grade curricular uma disciplina com esse objetivo, por exemplo, os cursos de Física e Ciência da Computação da UESB. A realização de tal curso pode favorecer a permanência dos alunos nesses cursos, diminuindo a evasão. Como visto no capitulo de fundamentação teórica desse trabalho, que o estudo realizado Souza e Petró (2012) mostrou que a repetência em disciplinas que envolvem o conhecimento matemático é um dos principais fatores que influenciam na evasão dos alunos nos cursos de graduação, ocorrendo principalmente nos semestres iniciais.

Capítulo 5 – CONSIDERAÇÕES FINAIS

Com essa pesquisa foi possível identificar e categorizar os erros cometidos pelos estudantes dos cursos de licenciatura em Física e Ciências da Computação da UESB (campus Vitória da Conquista), em relação ao conteúdo de matemática básica detectando, assim, dificuldades trazidas por esses alunos desde o ensino Fundamental e Médio. Verificou-se, ainda, que as lacunas de conhecimento em matemática obtidas no ensino fundamental e médio, se acumulam e podem comprometer o desempenho e até a permanência do aluno no ensino superior.

Através da análise dos testes de sondagem aplicados aos alunos concluiu-se que os alunos em questão apresentaram dificuldades referentes a conteúdos básicos de matemática como efetuar cálculos que envolvam operações com números racionais, identificação de gráficos de funções elementares, fatoração, simplificação de frações algébricas, desenvolvimento de produtos notáveis, dentre outros o que não deveria se esperar de alunos universitários, sobretudo em cursos da área de ciências exatas.

A partir da categorização foi possível agrupar as respostas dos alunos de acordo com os tipos de erros cometidos por eles.

Cury e Bisognin (2009, p. 19) consideram que “não basta apontar os erros cometidos, sem discuti-los a luz de teorias sobre ensino e aprendizagem”, foi nesse sentido que essa pesquisa buscou, não apenas apontar os erros cometidos pelos alunos, mas fazer uma análise desses erros através das competências e habilidades traduzidas pelos descritores do SAEB que se referem à associação entre conteúdos curriculares e operações mentais desenvolvidas pelo aluno.

Cury e Bisognin (2009, p. 19) dizem que:

> [...] há muitas publicações que enfocam erros em resoluções de estudantes, [...], no entanto, as avaliações continuam a detectar as mesmas dificuldades e não são, em geral, aprofundadas as suas causas.

Nesse sentido, com o intuito de melhor aprofundar nas causas dos erros cometidos e interagir com o grupo pesquisado, foi feito o curso de IC com os alunos de física. Esse curso possibilitou um maior contato com os alunos e com as dificuldades trazidas por eles. Com isso, foi possível constatar que as lacunas de conhecimento em matemática trazidas do Ensino Fundamental e Médio dificultam o estudo e a aprendizagem no ensino superior, sobretudo na disciplina de cálculo diferencial e integral.

Assim, a realização desta pesquisa possibilitou uma reflexão sobre a necessidade de uma melhor preparação dos alunos para prosseguirem nos cursos da área das ciências exatas, em especial naqueles em não constam em suas grades curriculares disciplinas básicas de matemática e já iniciam o curso com disciplina cálculo. Ainda, com a realização do curso IC percebeu-se claramente que as deficiências que os alunos trazem do ensino básico, se não melhor trabalhadas, podem comprometer a permanência deles nesses cursos. Portanto, com esse trabalho apontamos que não basta detectar as deficiências dos alunos, mas, sobretudo, é importante oferecer uma oportunidade, por meio de um curso introdutório, que comtemple conteúdos básicos de matemática para que possam superar essas dificuldades e favorecer um melhor desempenho no curso.

Nessa proposta foi elaborada uma sequência de ensino necessária ao aluno que vai cursar cálculo, de modo a contemplar os conteúdos: fração, expressões algébricas, produtos notáveis, funções equações e inequações do 1º e 2º grau, funções modulares, exponenciais e logarítmicas, polinômios, geometria plana e trigonometria.

A abordagem dessa sequência pode tornar o curso muito importante para a maioria dos alunos, já que eles terão a oportunidade de rever conteúdos, organizar o que já aprenderam corrigir o que eventualmente foi transmitido de forma imprecisa, aprender conceitos importantes que, na verdade já deveriam saber e tirar dúvidas referentes a assuntos da matemática básica que não terão a oportunidade de rever novamente no Ensino Superior.

A matemática do Ensino Médio corresponde à fase final da escolaridade básica e nessa fase deve-se prosseguir a construção dos saberes, dando subsídios para que os alunos possam desenvolver a capacidade de interpretar e tomar decisões concernentes a sua realidade.

> Aprender Matemática de uma forma contextualizada, integrada e relacionada a outros conhecimentos traz em si o desenvolvimento de competências e habilidades que são essencialmente formadoras, à medida que instrumentalizamos e estruturam o pensamento do aluno, capacitando-o para compreender e interpretar situações para se apropriar de linguagens específicas, argumentar, analisar e avaliar, tirar conclusões próprias, tomar decisões, generalizar e para muitas outras ações necessárias a sua formação (PCNEM, 2002, p.111)

Para Buriasco (2009, p.89) “Tornar possível uma parceria na busca de aprender matemática na escola, significa, considerar que educar pela matemática é um ato de opção compromisso e solidariedade”.

Consideramos que a implantação do curso de IC nas Instituições de Ensino Superior – IES é de grande valia, já que o mesmo se constitui em uma importante ferramenta para o melhor desenvolvimento do discente, recém-ingresso nos seus cursos de graduação. Tal proposta também pode constituir em uma ação junto às instituições do Ensino Fundamental e Médio, para que melhor preparem os alunos, sobretudo aqueles que pretendem ingressar em cursos da área de exatas, afim de que ingressem na Universidade com a base matemática necessária para dar conta de novos conhecimentos que lhes serão exigidos.

Referências

ALMEIDA, E. P. B. de. **Análise de erros dos discentes da 7ª série, na aprendizagem de conceito algébricos**. 2009. Trabalho de conclusão de curso. (Pós Graduação em Educação Matemática) - Universidade Estadual do Sudoeste da Bahia.

BISOGNIN, E. ; CURY, H. N., **Análise de Soluções de um Problema Representado por um Sistema de Equações.** Bolema - Boletim de Educação Matemática, UNESP. Rio Claro, v. 22, nº 33, p.1-22, 2009.

BRASIL. Ministério da Educação e Cultura/Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais.** Brasília: MEC/SEF, 1997.

BRASIL. Ministério da Educação e do Desporto/Secretaria do Ensino Médio.

Parâmetros Curriculares Nacionais - Matemática (ensino médio), 1998.

BRASIL. Ministério da Educação e Cultura. **Parâmetros Curriculares Nacionais Ensino Médio**. Brasília, 2000. Disponível em: < http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/linguagens02.pdf >. Acesso em: dez. 2013.

BRASIL: Lei 9.394 – **Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional,** 1996. Disponível em: <http://portal.mec.gov.br> Acesso em: fev. 2014.

BROLEZZI, A.C. **Mudanças na Matemática da Escola Básica para o ensino superior:** *reflexo no uso de História da Matemática.* Anais do VII EPEM - Encontro Paulista de Educação Matemática, Faculdade de Educação – USP, 2004. Disponível em:<http://www.sbempaulista.org.br/epem/anais/grupos_trabalho/gdt08-Brolezzi2.doc > Acesso em: fev. 2014.

BURIASCO, R. L. C., FERREIRA, P. E. A., CIANI, A. B. **Avaliação como Prática de Investigação**: alguns apontamentos. Bolema - Boletim de Educação Matemática, UNESP. Rio Claro, nº 33, p.69-96, 2009.

CURY, H. N. **Análise de erros**: o que podemos aprender com as respostas dos alunos. BH: Autêntica, 2008.

CURY,H.N. & KONZEN, B. **Classificação e análise de erro em álgebra**. Disponível em:http://miltonborba.org/CD/Interdisciplinaridade/Encontro_Gaucho_Ed_Matem/cientificos/CC26.pdf. Acesso: dez. 2013.

CURY, H.N. **ANÁLISE DE ERROS EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA.** In: Veritati, Salvador, v.3, n.4, p. 95-107, jun. 2006.

CURY, H. N.; CASSOL, M. **Análise de erros em Cálculo**: uma pesquisa para embasar mudanças. Acta Scientiae, v.6, n.1, p. 27-36, jan/jun, 2004.

FERREIRA, Aurélio Buarque de Holanda. **Dicionário da Língua Portuguesa**. Rio de Janeiro, RJ : Editora Nova Fronteira, 2001.

FIORENTINI, Dário, MIORIM, Maria A. **Uma reflexão sobre o uso de materiais concretos e jogos no ensino da matemática**. Boletim SBEM, São Paulo, v.4, n.7, p.4-9, 1996.

FIORENTINI, Dario. LORENZATO, Sergio. **Investigação em educação matemática:** percursos teóricos e metodológicos. 3. ed. rev. Campinas: 2006 (Coleção formação de professores).

FREIRE, Paulo. **Pedagogia da Autonomia:** saberes necessários à prática educativa. São Paulo: Paz e Terra, 1996.

GAZELLA, F.C. **A disciplina de Cálculo I: a análise das relações entre as práticas pedagógicas do professor e seus impactos nos alunos.** 2013. Tese de Doutorado - Faculdade de Educação (FE).

GOMES, Maristela G.; RUIZ, Adriano R. ***Competência matemática e tempo deescolaridade:*** **uma relação inexistente**. Londrina: Cefil, 2001.

LÜDKE, M. & ANDRÉ, Marli E.D.A. **Pesquisa em educação**: abordagens qualitativas. São Paulo: EPU, 1986.

MALTA, I. Linguagem, leitura e matemática in CURY, H. N. Disciplinas matemáticas em cursos superiores: reflexões, relatos, propostas. Porto Alegre: EDIPUCRS, 2004. p.41-62.

MINAYO, Maria Cecilia de Souza (Org); DESLANDES, Suely Ferreira; GOMES, Romeu. **Pesquisa Social**: teoria, método e criatividade. Petrópolis, RJ: Vozes, 2007.

NASSER, L. Analisando erros matemáticos de alunos do ciclo básico de um curso de engenharia. In: Seminário Internacional de Pesquisa em Educação Matemática, 2009. Brasília, Anais, SBEM, 2009.

OECD (2013), **PISA 2012** Assessment and Analytical Framework: Mathematics, Disponível em :http://dx.doi.org/10.1787/9789264190511- . Acesso: dezembro de 2013.

PAIS, Luis Carlos; **Didática da Matemática**; Editora Autentica; Belo Horizonte, 2001.

PINTO, N. B. **O erro como estratégia didática**: O estudo do erro no ensino da matemática elementar. Campinas, SP: Papirus, 2000.

SANTOS, G. C. e SANTOS, S. R. **O erro na aprendizagem da matemática**: uma abordagem construtivista. Revista da FAEEBA, Salvador, n. 6, jul/dez, 1996.

SOUZA, C.T. PETRÓ, C. S. Um estudo sobre evasão no Ensino Superior do Brasil nos últimos dez anos. Porto Alegre, RS, 2012

SANTOS, João R. V. e BURIASCO, R. L. C. **Uma análise do pensamento e da linguagem algébrica expressos na produção escrita de alunos da escola básica.**

TEIXEIRA, L. R. M. **Dificuldades e erros na Aprendizagem da Matemática**. In: VII EPEM ENCONTRO PAULISTA DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 2004, Disponível em:http://http://www.sbempaulista.org.br/epem/anais/mesas_redondas/mr14-eny.doc. Acesso em: jan. 2014.

VIOLA DOS SANTOS, João R. **O que alunos da escola básica mostram saber por meio de sua produção escrita em matemática**. Dissertação de Mestrado, Universidade Estadual de Londrina, 2007.

VITTI, Catarina Mazia. **Matemática com Prazer**. Piracicaba – SP: Unimep, 1996.

ANEXOS

Anexo A: Teste de sondagem.

Universidade Estadual do Sudoeste da Bahia – UESB

Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional

PROFMAT/UESB

TESTE DE SONDAGEM

1- Dois amigos desejam comprar um cavalo; um deles tem 1/5 do valor do cavalo e o outro 1/7, mas juntando ao dinheiro dos dois R$ 276,00, poderiam comprar o cavalo. Qual o preço do cavalo?

2- Efetue as operações indicadas:

a) (5ab – 2c + 4a) + (-2ª +3c -4ab)

b) $(\frac{3}{5}xy - 2zh) + (1 + 2zh + \frac{2}{5}x^2y) - (x^2y + 1)$

c) $(4x - 3y).(4x + 3y)$

d) $(5x^2 + 4x^4y - 3xy^2) : (2xy)$

3- Desenvolva os seguintes produtos notáveis:

a) $(2x + 7y)^2$ b) $(3x^2 + 2y)(3x^2 - 2y)$ c) $(3a - 2b)^2$

4- Simplifique as frações algébricas:

a) $\frac{2xy - y^2}{2x^2 - xy}$ b) $\frac{x + y}{x^2 - y^2}$ c) $\frac{4x^2 - 12x + 9}{-2x + 3}$

5- O coordenador de um teatro percebeu que, com o ingresso a R$ 9,00, em média 300 pessoas assistem aos espetáculos e que, para cada redução de R$ 1,00 no preço dos ingressos, o público aumenta de 100 espectadores. Qual deve ser o preço do ingresso para que a receita seja máxima?

6- Encontre os valores de *p*, de modo que a função f(x) = (p – 2)x² – 2x + 6 admita raízes reais.

7- Quando dobra o percurso em uma corrida de táxi, o custo da nova corrida é igual ao dobro, maior que o dobro ou menor que o dobro da corrida original?

8- Uma sorveteira está fazendo uma promoção na venda de sorvetes: um desconto de 10% é dado nas compras de 3 sorvetes ou mais. Sabendo que o preço do sorvete é de R$ 4,00, pede-se:

(a) o gráfico do total pago em função da quantidade comprada;

(b) o gráfico do preço médio do sorvete em função da quantidade comprada;

9- A tabela abaixo apresenta o preço pago por 10km rodados numa corrida de táxi em algumas das principais cidades brasileiras:

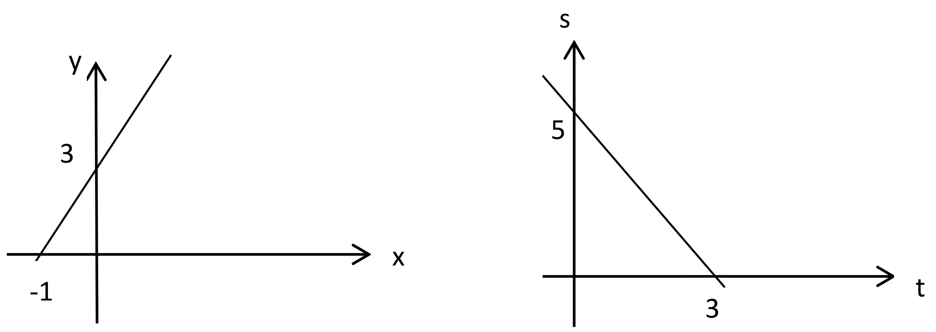
Cidade	**Valor de 10km em R$**
São Paulo	12,50
Brasilia	12,50
Porto Alegre	9,00
Rio de Janeiro	10,50
Salvador	8,50
Recife	7,50

Sabendo que em S. Paulo a bandeirada (taxa fixa) custa R$ 2,50; em Brasília R$ 2,50; Porto Alegre R$ 1,50; Rio e Salvador R$ 2,00 e; Recife R$ 2,00. Determine:

i) O valor por km rodado em cada cidade

ii) Uma função geral para cada cidade, na forma *f(x)= ax + b*, onde *a* represente o Km rodado, *b* a bandeirada e *x* uma quantidade de quilômetros rodados.

10- Com base nos gráficos a seguir:



Determine as equações das retas e diga se são crescentes ou decrescentes.

11- Encontre as equações das reta, conforme pontos dados a seguir:

a) (-1,6) e (-2, 5,5)

b) (3, -1), (-1,5)

c) Represente-as graficamente.

12- Esboçar os gráficos das funções abaixo e encontrar as coordenadas x e y do ponto de interseção das retas, caso elas se cruzem.

a) $\begin{cases} y = 3x - 3 \\ y = x - 4 \end{cases}$ b) $\begin{cases} y - 2 = 2x \\ 3x + y - 5 = 0 \end{cases}$ c) $\begin{cases} y - 2x = 3 \\ 3x - y = 1 \end{cases}$

13- Dada a função quadrática $y = x^2 - 5x + 6$

a) Determine as raízes ou zeros.

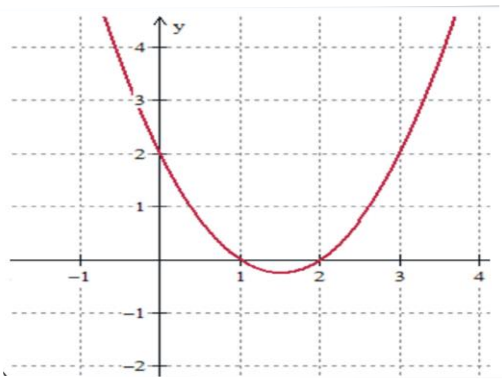
b) A concavidade, o vértice e o valor máximo ou mínimo.

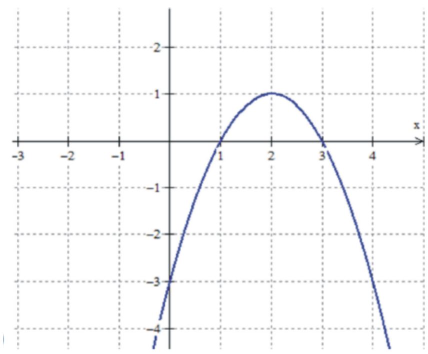
c) Esboce o gráfico da função.

d) Apresente os intervalos de crescimento e decrescimento.

e) O sinal da função.

14. Os gráficos a seguir representam parábolas. Determine suas equações.





15- Resolva as equações modulares:

a) $|2x + 7| = 5$ b) $|1 - x| = |3x - 5|$

16-Obtenha o quociente e o resto da divisão do polinômio $F(x) = 3x^4 - 4x^3 + x^2 - 2$ por x+3.

Anexo B: Questionário aplicado aos alunos.

Universidade Estadual do Sudoeste da Bahia – UESB
Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional
PROFMAT/UESB
Curso de Iniciação ao Cálculo

Questionário

1- Concluiu o Ensino Médio:
Rede pública ( ) Escola Privada ( )

2- Porque escolheu o curso de Licenciatura em Física:
____
____

3- Considera que para cursar a disciplina cálculo é necessário conhecimento de conteúdos da matemáticos básicos?
( ) Sim ( ) Não

4- Os conhecimentos adquiridos no Ensino Médio foram suficientes para acompanhar as disciplinas do Ensino Superior?
( ) Sim ( ) Não.

5- Descreva, se possível, como foi o ensino de matemática que teve no ensino médio.
____
____

6- Considera um curso de pré-cálculo importante para os alunos ingressantes nos cursos de exatas?
( ) Sim ( ) Não

7- O curso de nivelamento contribuiu para seu desempenho em Cálculo I ?

( ) Sim ( ) Não.

Porque?____

____

8- A caga-horária do curso foi:

Satisfatória ( ) Razoável ( ) Curta( )

9- Você aconselharia outros colegas a fazerem este Curso?

( ) Sim ( ) Não

Porque?

____

____

10- Quais conteúdos poderiam ser retirados, acrescentados ou ampliados no curso?

____

____

Anexo C – Lista de Exercícios – Frações

Universidade Estadual do Sudoeste da Bahia – UESB

Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional

PROFMAT/UESB

Curso de Iniciação ao Cálculo

Lista de Exercícios – Frações

1) Das figurinhas que eu possuía, $^3/_7$ eu perdi e $^2/_5$ foram dadas ao meu irmão, ficando 72 delas comigo. Quantas figurinhas foram dadas ao meu irmão?

2) Um grande depósito foi esvaziado a um terço da sua capacidade e mais tarde, do que sobrou foram retirados três quartos. Sabe-se que o reservatório ainda ficou com vinte mil litros de água. Qual é a capacidade total deste reservatório?

3) Se eu conseguir reduzir do valor de um produto, um quinto deste preço à vista e pagar R$ 128,00 por quatro das nove parcelas. Qual é o preço total do produto sem este desconto?

4) Dos frascos de xampu utilizados mensalmente por uma família, a mãe consome $^7/_9$ de um frasco, a filha caçula consome $^1/_3$ de um frasco e a mais velha consome $^3/_5$ de um frasco, sendo que do total de mililitros ainda sobram 260 ml não consumidos. Visto que elas utilizam a menor quantidade necessária de frascos, qual é a capacidade em mililitros de cada frasco de xampu?

5) Meus dois sobrinhos me visitaram neste final de semana e lhes dei $^4/_5$ dos doces que eu possuía em casa. Um ganhou 10 doces e outro ganhou $^7/_{12}$ dos doces que eu dei. Quantos doces eu deixei de dar?

6) Um assentador de pisos consegue assentar todos os pisos de um salão em 24 horas. Outro assentador consegue fazer o mesmo trabalho em 21 horas. Trabalhando juntos, conseguem realizar tal trabalho em quantas horas?

7) Para comprar um certo brinquedo, da quantia necessária João possui um terço e Maria possui um quarto. Dona Lurdes, a mãe deles, prometeu completar com os R$ 125,00 que faltam para eles completarem o valor. Quanto custa tal brinquedo?

8) Para transportar uma determinada carga, um caminhão A precisa de quatro viagens e um caminhão B precisa de cinco viagens. Trabalhando em conjunto com um caminhão C, eles conseguem transportar a carga em apenas duas viagens. Quantas viagens o caminhão C precisaria para transportar esta carga sozinho?

9) Um feirante vendeu metade das trezentas dúzias de laranjas que comprou, a R$ 2,00 a dúzia. Dois terços da outra metade vendeu a R$ 1,50 a dúzia e o restante vendeu a R$ 1,00 a dúzia. Qual é a fração das dúzias correspondentes a cada valor de venda e quanto o vendedor faturou na venda?

10) Cinco oitavos de três sétimos do valor de uma multa de trânsito que Zeca pé de chumbo recebeu, é igual a R$ 75,00. Qual é o valor da multa de trânsito referente à infração que Zeca pé de chumbo cometeu?

Anexo D – Lista de Exercícios – Expressões algébricas.

Universidade Estadual do Sudoeste da Bahia – UESB

Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional

PROFMAT-UESB

Curso de Iniciação ao Cálculo

Lista de Exercícios- expressões algébricas

1- Represente utilizando expressões algébricas.

a) A soma do número ***b*** com o triplo do quadrado número ***c.***

b) O quociente do número ***a*** pelo dobro do número ***b*** (com b ≠ 0).

c) A soma dos quadrados dos números ***r*** e ***s.***

d) A diferença entre os quadrados dos números ***c*** e ***d.***

e) O quadrado da diferença dos números ***c*** e ***d.***

f) O quadrado do número ***z*** menos o produto do número ***w*** pelo cubo de ***z.***

g) O cubo do número ***x*** somado com o quíntuplo de ***y.***

h) A quarta potência da quinta parte do número ***a.***

2- Seu José faz pequenos fretes urbanos com sua Van, cobrando uma taxa inicial de R$35,00 e mais R$7,50 por quilômetro rodado. Indicando por x o número de quilômetros rodados, qual a expressão que representa o preço cobrado por ele?

3- Rogério tem x reais e Sara, y reais. Rogério possui o triplo da quantia de

Sara e Raquel tem 100 reais a mais do que Sara. Qual é a expressão algébrica que representa o total de reais que todos possuem juntos.

4- Escreva a expressão algébrica que representa: “O produto do quadrado de x pelo cubo de y, adicionado a terça parte de z, subtraído do triplo da quarta potência de x.” Identifique os coeficientes, as partes literais, o grau e a classificação segundo a quantidade de termos.

5- Escreva a expressão algébrica correspondente a cada situação.

a) Um caminhão vazio tem 3,5 toneladas. Ele é carregado com n caixas iguais, cada uma com 420 quilos. Qual é o peso do caminhão carregado, em toneladas?

b) Jogando boliche, uma pessoa fez P pontos em 4 partidas. Qual foi a média de pontos por partida?

c) Uma pesquisa estatística idônea, realizada por amostragem, revelou que 47% dos eleitores de certo município pretendem votar no candidato A. Se x eleitores comparecerem à votação, qual é a estimativa de votos razoável para esse candidato?

d) Certa loja de eletrodomésticos anunciou sua liquidação anual e está vendendo liquidificadores a R$48,00 e batedeiras de bolo a R$87,00. No primeiro dia, quanto ela apurou na venda de x liquidificadores e y batedeiras?

Anexo E – Lista de Exercícios – Expressões algébricas.

Universidade Estadual do Sudoeste da Bahia – UESB
Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional
PROFMAT/UESB
Curso de Iniciação ao Cálculo

Lista de Exercícios- fatoração de expressões algébricas

1) Usando a fatoração completa do numerador e do denominador, simplifique cada uma das frações:

$a)\dfrac{2acx}{10xy}$

$b)\dfrac{7m^3y^2}{21m^2y^7}$

$c)\dfrac{2ab}{2a^2 2a}$

$d)\dfrac{x^2-y^2}{xy+y^2}$

$e)\dfrac{a-2x}{2bx-ab}$

$f)\dfrac{a^2+2ac+c^2}{a^2-c^2}$

2) Escreva de forma mais simples possível a fração algébrica:2

$a)\dfrac{bc-c}{ab-a}$

$b)\dfrac{m^2-n^2}{m^3-m^2m}$

$c)\dfrac{xy+y+5x+5}{3y+15}$

$d)\dfrac{m^5+n^3}{n^2x+n^2y+x+y}$

$e)\dfrac{9x^2+9xy}{3xy+3y^2}$

$f)\dfrac{x^2+ax}{x^2+xy}$

Anexo F – Lista de Exercícios - Produtos notáveis.

Universidade Estadual do Sudoeste da Bahia – UESB
Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional PROFMAT/UESB
Curso de Iniciação ao Cálculo

Lista de Exercícios - Produtos notáveis

1) Desenvolva os seguintes produtos notáveis:

a) $(2x+3)^2$

b) $(3x^2+2y).(3x^2-2y)$

c) $(3a-2b)^2$

d) $(2x-5y)^3$

2)Simplifique as frações algébricas:

a) $\dfrac{2xy-y^2}{2x^2-xy}$

b) $\dfrac{x+y}{x^2-y^2}$

c) $\dfrac{2y+6}{y^2-9}$

d) $\dfrac{4x^2-12x+9}{-2x+3}$

3)Utilize os produtos notáveis para responder as questões abaixo:

a) se $K+\dfrac{1}{K}=7$, o valor de $K^2+\dfrac{1}{K^2}$ é:

b) se $a-\dfrac{3}{a}=2$, o valor de $a^3-\dfrac{27}{a^3}$ é:

4) Reduza a expressão $(a+b)^2-(a+b).(a-b)-2ab+2(a-b)^2-4b^2$, à sua forma mais simples.

5) Racionalize as expressões:

a) $\dfrac{5}{2-\sqrt{3}}$

b) $\dfrac{1+\sqrt{7}}{\sqrt{5}+\sqrt{6}}$

c) $\dfrac{2}{3+\sqrt[3]{2}}$

d) $\dfrac{\sqrt[3]{7}}{\sqrt[3]{5}+\sqrt[3]{4}}$

e) $\dfrac{a+2b}{5a+\sqrt{3b}}$

f) $\dfrac{x^2-3}{x+\sqrt{3}}$

g) $\dfrac{y}{x+\sqrt[3]{y}}$

h) $\dfrac{8a^3-5b}{2a-\sqrt[3]{5b}}$

6) Encontre o valor das expressões:

a) $\dfrac{\left(\sqrt{3}+\sqrt{2}\right)^2-\left(\sqrt{3}\right)^2-\left(\sqrt{2}\right)^2}{\sqrt{6}}$

b) $\sqrt{\left(\sqrt{7}+1\right)^2+\left(\sqrt{7}-1\right)^2}$

Anexo G – Lista de Exercícios – Funções do 1º e 2º grau.

Universidade Estadual do Sudoeste da Bahia – UESB
Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional
PROFMAT – UESB
Curso de Iniciação ao Cálculo

Lista de Exercícios – Funções do 1º e 2º grau

1) Considere a função do 1º grau $f(x) = -3x + 7$.

a) Em que ponto o gráfico de *f* intercepta o eixo y?

b) Encontre a raiz de *f?*

c) Represente os pontos em que o gráfico intercepta o eixo-y e o eixo-x.

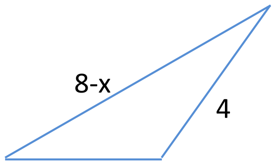
d) Represente o gráfico da função.

f) Qual o domínio e a imagem de *f*? O que ela representa no gráfico?

h) Faça o estudo do sinal dessa função.

2) Uma papelaria cobra R$0,10 por página xerocada, caso o número de página seja inferior ou igual a 50. Se o número de páginas for superior a 50, o custo por página adicional passa a ser R$0,08. Esboce o gráfico do custo total (C) para copiar x páginas.

3) O comprimento de cada lado de um triângulo tem que ser menor do que a soma dos comprimentos dos outros dois.



Escreva as desigualdades para o triângulo e depois revolva. Lembre-se de que as medidas dos lados só podem ser números reais maiores que zero.

4) Considere a função do 2º grau $f(x) = x^2 - 6x + 5$.

a) Qual o valor em que o gráfico de *f* intercepta o eixo-y?

b) Encontre as raízes de *f.*

c) Encontre o vértice, marque também esse ponto.

d) Represente o gráfico da função.

e) Qual o domínio e a imagem de *f*?

f) Faça o estudo do sinal dessa função.

g) Função admite valor máximo ou mínimo?

5) Dispomos de uma tela de arame com 28 metros de comprimento para cercar uma área retangular. Quais devem ser as medidas dos lados do retângulo para que a área cercada seja máxima?

6) Determine o domínio da função $f(x) = \sqrt[4]{\dfrac{(x^2 - 3x - 4).(-2x - 8)}{3x - 4}}$

Anexo H – Lista de Exercícios – Função Modular.

Universidade Estadual do Sudoeste da Bahia – UESB
Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional
PROFMAT – UESB
Curso de Iniciação ao Cálculo

Lista de Exercícios – Função Modular

1) Resolva as equações modulares:

a) $|8x-3| = |2x-4|$

b) $|x^2-3| = -1$

c) $|x|^2 + 4|x| + 4 = 0$

d) $\left|\frac{x-2}{x-5}\right| = 3$, para $x \neq 5$

2) Estude o domínio das funções.

a) $f(x) = \frac{4}{|x|}$

b) $f(x) = \frac{10-x}{|x|-2}$

c) $f(x) = \sqrt{|x|}$

d) $f(x) = \frac{\sqrt{|x|-2}}{x^2-1}$

3) Encontre o maior número inteiro x tal que $\left|\frac{x-2}{x+2} \geq 1\right|$.

4) Resolva o sistema de inequações $\begin{cases} \left|\frac{x-1}{3}\right| < 6 \\ |2x-3| > 7 \end{cases}$

5) Construa o gráfico correspondente a cada uma das funções.

a) $f(x) = |x^2 - 16|$

b) $f(x) = |x-4| + 3$

c) $f(x) = x + |x|$

Anexo I – Lista de Exercícios – Funções Exponenciais e Logarítmicas.

Universidade Estadual do Sudoeste da Bahia – UESB
Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional
PROFMAT – UESB
Curso de Iniciação ao Cálculo

Lista de Exercícios – Funções Exponenciais e Logarítmicas

1) A soma de três potências de base 3, cujos expoentes são números pares consecutivos, resulta em 819. Encontre os três expoentes pares consecutivos.

2) A população de uma cidade, em 2005, era de 60000habitantes. Se a taxa anual ficar em torno de 2%, qual será a população aproximada no ano de 2015? Faça um gráfico para mostrar o crescimento dessa população.

3) Encontre o conjunto solução da equação $2^x.27 = 3^x.8$

4) Encontre o conjunto solução da inequação $2^{2x} + 4.2^x - 32 > 0$

5) Cada placa de 2mm de espessura de certo vidro de acrílico reduz a intensidade da luz em 10% quantas placas devem ser acopladas para reduzir a intensidade da luz em 50%?

6) Esboce os gráficos das funções.

a) $f(x) = \log_{\frac{1}{2}}^{x+2}$

b) $f(x) = \log_{2}^{x+2}$

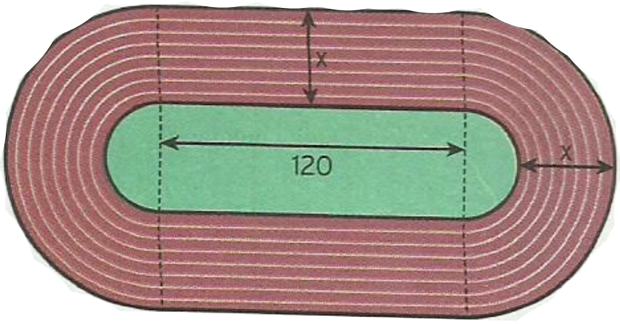
7) Seja a inequação $\log_{x+1}^{x^2+2x} > 2$ logarítmica. Faça um plano de ação e encontre o conjunto solução dessa inequação.

Anexo J – Lista de Exercícios – Polinômios.

Universidade Estadual do Sudoeste da Bahia – UESB
Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional
PROFMAT – UESB
Curso de Iniciação ao Cálculo

Lista de Exercícios – Polinômios

1) Observe a pista de atletismo a seguir:



O perímetro da pista é 4000 metros. Calcule o raio das semicircunferências menores e a área da pista em função de x.

2) Um campo retangular tem comprimento 2x-1 e largura x+5, em metros.

a) Indique uma expressão para o perímetro e uma para a área.

b) Qual é o grau dos polinômios obtidos?

c) Interprete o que significa os zeros dessas funções em relação ao campo.

3) Um polinômio de grau 2 satisfaz as condições P(0)=2, P(-1)=12 e P(2)=6. Determine P e suas raízes.

4) Determine a condição para que ax^2+bx+c seja polinômio quadrado perfeito.

5) Determine m e n para que o polinômio $P(x)=6x^3-mx^2+4x-n$ seja divisível por $D(x)=x^2-4x+6$.

6) Sabendo que $P(x) = x^3 - 2x^2 - x + 2$ admite 1 como raiz, decomponha P(x) em fatores e encontre a solução de P(x)=0.

7) Uma empresa estima que n meses após o lançamento de um novo produto no mercado, o número de famílias que irão comprá-lo é, em milhares, dado pela expressão $f(n) = 5n(12 - n)$, com $0 \leq n \leq 12$.

a) esboce o gráfico de *f.*

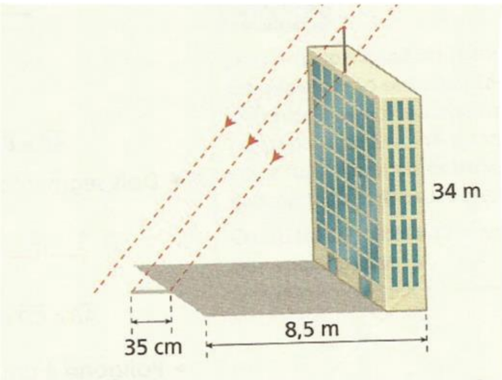
b) Ao final de quantos meses o número de pessoas que poderão comprar o produto será máximo?

Anexo K – Lista de Exercícios – Geometria e Trigonometria.

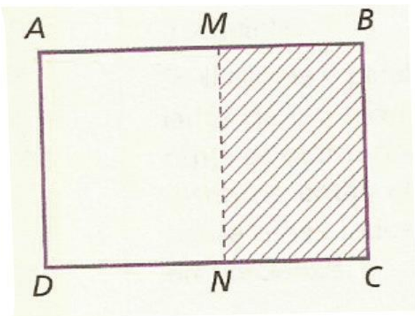
Universidade Estadual do Sudoeste da Bahia – UESB
Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional
PROFMAT/UESB
Curso de Iniciação ao Cálculo

Lista de Exercícios – Geometria e Trigonometria

1- No instante em que um difícil de 34 metros de altura projeta uma sombra de 8,5 metros, a antena que fica no alto do prédio projeta uma sombra de 35 cm de comprimento. Determine a altura da antena, considerando que os raios solares são praticamente paralelos.

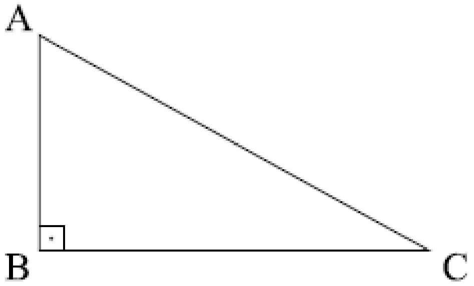


2- Em um retângulo ABCD, a razão entre a largura e o comprimento é de 2/3. A parte hachurada é um retângulo e a razão entre sua largura e o seu comprimento é também 2/3. Determine a razão entre a largura do retângulo ABCD e a do retângulo hachurado.



3- Uma piscina retangular mede 16 m de comprimento por 10 m de largura. Nadando na diagonal dessa piscina, quantos metros percorre um atleta que nada ida e volta?

4- Num triângulo retângulo, o cateto AB mede 9 cm e a hipotenusa AC mede 6 cm a mais que o cateto AB. Qual é a medida do cateto BC?



5- (UFPI) Um avião decola, percorrendo uma trajetória retilínea, formando com o solo, um ângulo de 30º (suponha que a região sobrevoada pelo avião seja plana). Depois de percorrer 1 000 metros, qual a altura atingida pelo avião?

6- Os lados de um triângulo equilátero medem 5 m. Qual é a área deste triângulo?

7- Meu terreno retangular tem o comprimento igual ao triplo da largura. Desejando murar esse terreno, consultei um pedreiro para saber quantos tijolos deveria comprar. Ele me disse que seriam necessários 130 tijolos por metro. Então, comprei 10 000 tijolos. Sabendo que a largura desse terreno é 10,8 metros, sobraram ou faltaram tijolos? Quantos?

8- Determine a área do paralelogramo que possui 8 cm de base e altura igual a $\frac{3}{5}$ da base.

Anexo L – Plano de Curso

	PLANO DE CURSO

Curso	Iniciação ao Cálculo		

Docente	Adriza Macêdo Damaceno Lima	**Semestre**	2013.1	**Carga horária**	40h

1 EMENTA

- Frações
- Expressões algébricas
- Produtos notáveis
- Funções, equações e inequações do 1º e 2º grau.
- Função modular
- Funções exponenciais e logarítmicas
- Polinômios
- Geometria
- Trigonometria

2 OBJETIVOS DO COMPONENTE CURRICULAR

OBJETIVO GERAL

Aprofundar nos estudos de conceitos importantes da matemática básica, aumentando a participação e auxiliando os alunos na construção do conhecimento.

OBJETIVOS ESPECÍFICOS

- Fornecer subsídios aos alunos para tentar sanar os obstáculos adquiridos no estudo da disciplina Matemática na Educação Básica.
- Proporcionar uma melhor preparação dos alunos seguirem nos cursos de exatas, sobretudo na disciplina Cálculo I.
- Estimular o aluno a pensar e processar informações, visando à aquisição de conhecimentos e habilidades matemática.

3 RECURSOS
Serão utilizados como recursos didáticos: • Quadro • Pincel/ apagador • Listas de exercícios

4 REFERÊNCIAS BÁSICAS
• EZZI, Gelson; MURAKAMI, Carlos, Fundamentos de matemática elementar. São Paulo: Atual, 1993. • GIOVANNI, José Ruy, 1937 – *Matemática completa* – ensino médio – volume único/ José Ruy Giovanni, José Roberto Bonjorno, José Ruy Giovanni Jr. – São Paulo: FTD, 2002.
5 REFERÊNCIAS COMPLEMENTARES
• PAIVA, Manoel; Matemática; Volume único; Editora Moderna. • SÉRGIO, Marcondes Gentil; Matemática; Volume único; Editora Ática.