



PROFMAT



UESB

UNIVERSIDADE ESTADUAL DO SUDOESTE DA BAHIA – UESB
MESTRADO PROFISSIONAL EM MATEMÁTICA EM REDE NACIONAL
– PROFMAT

CRISTIANE SANTOS BARRETO

**Laboratório de Ensino de Matemática: conhecendo,
avaliando e construindo.**

Vitória da Conquista – BA
2014

CRISTIANE SANTOS BARRETO

**Laboratório de Ensino de Matemática: conhecendo, avaliando e
construindo.**

Dissertação apresentada ao Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional – PROFMAT da Universidade Estadual do Sudoeste da Bahia – UESB, como requisito necessário à obtenção do título de Mestre em Matemática sob a orientação da Prof^a. Dr^a. Maria Deusa Ferreira da Silva e coorientação do Prof. Dr. Paulo Espinheira Menezes de Melo.

B2611 Barreto, Cristiane Santos.
Laboratório de ensino de matemática: conhecendo, avaliando e
construindo / Cristiane Santos Barreto, 2014.
112.: il.; algumas color.
Orientador (a): Maria Deusa Ferreira da Silva.
Dissertação (mestrado) – Universidade Estadual do
Sudoeste da Bahia, Mestrado Profissional em Matemática
em Rede Nacional, Vitória da Conquista, 2014.
Referências: f. 105-108.
1. Matemática – Laboratórios de ensino. I. Silva, Maria
Deusa Ferreira da. II. Universidade Estadual do Sudoeste da
Bahia, Mestrado Profissional em Matemática em Rede
Nacional. III. T.

CDD: 510

CRISTIANE SANTOS BARRETO

Laboratório de Ensino de Matemática: conhecendo, avaliando e construindo.

Dissertação apresentada ao Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional – PROFMAT da Universidade Estadual do Sudoeste da Bahia – UESB, como requisito necessário à obtenção do título de Mestre em Matemática.

Banca Examinadora

Prof.^a Dr.^a Maria Deusa Ferreira da Silva (Orientadora)
Universidade Estadual do Sudoeste da Bahia – UESB

Prof. Dr. Paulo Espinheira Menezes de Melo (Coorientador)
Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia da Bahia – IFBA

Prof. Dr. André Nagamine
Universidade Estadual do Sudoeste da Bahia – UESB

Aprovada em:

Vitória da Conquista – BA
2014

*À Deus, pela infinita bondade
e inexplicável amor.*

AGRADECIMENTOS

A Deus, que na sua infinita bondade me deu a oportunidade, força e perseverança na concretização de um sonho.

Aos meus queridos pais, Gildasia e Milton, que doaram suas vidas na criação dos filhos.

Aos meus irmãos, Marcos Vinícius, Adamilton e André pela torcida e confiança.

Aos meus lindos sobrinhos, cuja inocência e sorriso alegam minha vida.

Aos familiares e amigos pela torcida e incentivo. Especialmente, aos amigos que contribuíram diretamente.

Ao meu esposo, Thiago Leonardo, pelo amor, pela compreensão e incentivo. E a seus pais, Jacira e Draiker pelo incentivo e orações.

A Prof^a. Maria Deusa, pelos momentos de orientação e discussão, pelas sugestões e correções desse trabalho. Ao Prof. Paulo, pelo incentivo e por suas sugestões.

Aos meus colegas de mestrado, por tornarem esses dois anos de intenso estudo mais felizes.

As amigas Adenise, Adriza e Daniela, e seus familiares, pelo apoio nos momentos de estudos, compreensão e incentivo nos momentos de desânimo, e pela alegria compartilhada nos momentos de vitória.

Aos colaboradores dessa pesquisa, Eridan Maia, Manoel, Cristiana Valente, Waldomiro Borba Junior, Everton Guimarães, Ronaldo Sampaio e Adenise Vieira, pela recepção, atenção e contribuições durante as visitas aos Laboratórios.

A SBM e Capes, pela oferta desse Mestrado.

***“O professor de Matemática
que dispõe de um bom
Laboratório, poderá,
com a maior facilidade,
motivar seus alunos
por meio de experiências e
orientá-los mais tarde,
com a maior segurança
pelo caminho das pesquisas
mais abstratas”.***

Malba Tahan

RESUMO

Esta pesquisa teve por objetivo mostrar a atuação e contribuição dos Laboratórios de Ensino de Matemática (LEM), existentes em algumas instituições, no ensino e aprendizagem da Matemática e elaborar uma proposta de construção de um LEM. Desse modo, buscou-se na literatura as concepções, possibilidades e limites do Laboratório de Ensino de Matemática, relatos de experiências com o LEM, bem como a importância e potencialidades de utilização de materiais concretos nas aulas da Matemática. Esta é uma pesquisa de natureza qualitativa, em que se realizaram visitas a três Laboratórios para coleta de dados sobre implantação e funcionamento, aplicação de questionários e realização de entrevistas com os coordenadores. Além disso, dados foram obtidos também por meio de documentos e relatórios institucionais. A análise dos dados revelou que os Laboratórios investigados têm buscado desenvolver atividades que motivem a aprendizagem Matemática e que o conhecimento seja construído por meio de materiais manipulativos. O referencial teórico e a análise dos dados obtidos em campo serviram de subsídios para a construção de uma proposta de Laboratório de Ensino de Matemática em dois campi do Instituto Federal, na Bahia. Esse LEM proposto tem por objetivo principal desenvolver e aplicar estratégias que permitam a construção do conhecimento dos alunos utilizando materiais manipulativos que incentivem os alunos a refletir, discutir, comparar, associar e validar os conhecimentos matemáticos. Além disso, destacou-se a importância do Laboratório de Ensino de Matemática ter um espaço físico agradável, possuir material bibliográfico escrito e/ou digital e materiais concretos e lúdicos que oportunizem as investigações matemáticas e, assim, contribuam para o ensino e aprendizagem da Matemática do Ensino Médio de maneira dinâmica, criativa, significativa e eficiente.

Palavras-chave: Laboratório de Ensino de Matemática. Materiais concretos. Ensino. Aprendizagem.

ABSTRACT

This research aimed to show the role and contribution of the Mathematics Teaching Laboratory (MTL), of the some institutions, in the teaching and learning of mathematics and develop a proposal for construction of a MTL. Thus, it sought in the literature concepts, possibilities and limits of the Mathematics Teaching Laboratory, accounts of experiences with the MTL, as well as the importance and potential of using concrete materials in mathematics lessons. This is a qualitative research, in which visits were made to three laboratories for collecting data on deployment and operation, questionnaires and interviews with the coordinators. In addition, data were also obtained through institutional documents and reports. Data analysis revealed that the investigated Laboratories have sought to develop activities that motivate learning and mathematics knowledge is constructed through manipulative materials. The theoretical framework and analysis of data obtained in the field served as subsidies for the construction of a proposed Mathematics Teaching Laboratory in two Federal Institutes of Bahia. This MTL proposed has as main objective to develop and implement strategies to build the students' knowledge using manipulative materials that encourage students to reflect, discuss, compare, associate and validate their mathematical knowledge. It also stressed the importance of the Mathematics Teaching Laboratory have a nice space, having written and / or digital bibliographic materials and concrete and playful materials that allows mathematical investigations and thus contribute to the teaching and learning of mathematics to high school students in dynamic, creative, meaningful and efficient manner.

Keywords: Mathematics Teaching Laboratory; Concrete materials. Teaching. Learning.

LISTA DE QUADROS

Quadro 1 – Escala de Proficiência em Matemática.....	22
Quadro 2 – Vantagens e desvantagens do "Método de Laboratório"	28
Quadro 3 – Objeções ao uso do Laboratório de Ensino de Matemática	28
Quadro 4 – Generalização do número de movimentos para n discos.....	77

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – Comparativo dos resultados do Brasil no PISA desde 2000	24
Tabela 2 – Comparativo de resultados de Matemática das edições de 2003 a 2012	25

LISTA DE FIGURAS

Figura 1: LEM – UESB (vista exterior)	44
Figura 2: LEM – UESB (vista interior)	45
Figura 3: LEM – UESB (disposição de cadeiras e mesas)	46
Figura 4: LEM – UESB (quadro de fotos e disposição dos computadores).....	46
Figura 5: LEMA – UFBA (disposição do mobiliário)	49
Figura 6: LEMA – UFBA (disposição dos modelos)	50
Figura 7: LEMA – UFBA (materiais concretos).....	51
Figura 8: LEMA – UFBA (sólidos geométricos)	51
Figura 9: LM – IFNMG Januária (vista exterior)	54
Figura 10: LM – IFNMG Januária (vista interior)	54
Figura 11: LM – IFNMG Januária (sólidos geométricos)	56
Figura 12: Ábaco (LEM-UESB)	66
Figura 13: Triângulo Mágico, Cubo da Soma e Ábaco (LEMA-UFBA)	66
Figura 14: Xadrez (LEM-UESB)	67
Figura 15: Disposição de pessoas em uma sala (LEMA-UFBA)	68
Figura 16: Polígonos Regulares (LEM-UESB)	69
Figura 17: Sólidos Geométricos (LEM-UESB).....	69
Figura 18: Poliedros (LEMA-UFBA)	70
Figura 19: Seções Planas do Cone (LEMA-UFBA)	70
Figura 20: Conjunto de Sólidos Geométricos (LM–IFNMG Januária)	71
Figura 21: Eixos Articuláveis com Transversal – Projetável (LM–IFNMG Januária) .	72
Figura 22: Conjunto para Figuras de Revolução (LM–IFNMG Januária)	72
Figura 23: Jogo Curral (LEM-UESB)	74
Figura 24: Torre de Hanói com 1 disco	75
Figura 25: Torre de Hanói com 2 discos	75
Figura 26: Torre de Hanói com 3 discos	76
Figura 27: Torre de Hanói com n discos	76
Figura 28: Movimento de n - 1 discos na Torre de Hanói.....	77
Figura 29: Movimento do disco maior na Torre de Hanói.....	77
Figura 30: Movimento dos n - 1 discos menores na Torre de Hanói.....	77
Figura 31: Torre de Hanói (LEM-UESB).....	79

Figura 32: Dominó das Frações (LM–IFNMG Januária).....	81
Figura 33: Jogo dos Piratas (LM–IFNMG Januária)	82
Figura 34: Papa Todas (LM–IFNMG Januária)	83
Figura 35: Ciclo Trigonométrico (LEM-UESB).....	85
Figura 36: Ângulo entre duas faces adjacentes de um tetraedro regular (LEMA-UFBA)	85
Figura 37: Quadro Trigonométrico (LM–IFNMG Januária).....	86
Figura 38: Materiais para estudo de Estatística (LEMA-UFBA).....	87
Figura 39: Interseção de cilindros circulares (LEMA-UFBA)	88
Figura 40: Modelos de Quádricas (LEMA – UFBA).....	88
Figura 41: Hiperbolóide elíptico de uma folha (LEMA – UFBA).....	89
Figura 42: Sólidos Geométricos (LM–IFNMG Januária).....	90
Figura 43: Triangulo de Pascal (LM–IFNMG Januária)	90
Figura 44: Modelo de Laboratório	93
Figura 45: Croqui do LEM em duas dimensões (planta baixa).....	94
Figura 46: Croqui do LEM em três dimensões (perspectiva)	94
Figura 47: Unidade Mestre de Matemática.....	95

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

ANEB – Avaliação Nacional da Educação Básica

ANRESC - Avaliação Nacional do Rendimento Escolar

CAM – Centro Acadêmico de Matemática

CAPES/DEB – Fundação Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior do Ministério da Educação e Diretoria de Educação Básica Presencial

CIDEPE – Centro Industrial de Equipamentos de Ensino e Pesquisa

EASC – Escola Agrotécnica Sérgio de Carvalho

EB – Ensino Básico

EBEM – Encontro Baiano de Educação

FAP – Faculdade de Apucarana

IFBA – Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia da Bahia

IFBAIANO – Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia Baiano

IFNMG – Instituto Federal do Norte de Minas Gerais

IME – Instituto de Matemática e Estatística

IMPA – Instituto Nacional de Matemática Pura e Aplicada

INEP – Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais

LABOMAT – Laboratório de Matemática

LEM – Laboratório de Ensino de Matemática

LEMA – Laboratório de Ensino de Matemática

LEMAT – Laboratório de Educação Matemática

LEPAC – Laboratório de Estudos e Pesquisa da Aprendizagem Científica

LM – Laboratório de Matemática

MEC – Ministério da Educação

OCDE – Organização para Cooperação e Desenvolvimento Econômico

PIBID – Programa Institucional de Iniciação à Docência

PISA – Programa Internacional de Avaliação de Estudantes

PROFMAT – Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional

PROGRAD – Pró-Reitoria de Graduação

SBM – Sociedade Brasileira de Matemática

UESB – Universidade Estadual do Sudoeste da Bahia

UFBA – Universidade Federal da Bahia

UFG – Universidade Federal de Goiás

UFPB – Universidade Federal da Paraíba

SUMÁRIO

1. INTRODUÇÃO	16
1.1 Motivações e questões	16
1.2 Organização da Pesquisa	19
2. FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA	21
2.1 Laboratório de Ensino de Matemática: possibilidades e desafios	21
2.2 Materiais concretos: da construção à utilização	32
3. METODOLOGIA DE PESQUISA	38
3.1 Natureza da Pesquisa	38
3.2 Caminhos da Pesquisa	40
3.3 Os Laboratórios Pesquisados	42
4. DISCUSSÕES E RESULTADOS	44
4.1 Laboratórios Investigados – Elementos para elaboração de proposta.....	44
4.1.1 Laboratório de Ensino de Matemática (UESB)	44
4.1.2 Laboratório de Ensino de Matemática e Estatística (LEMA-UFBA)	49
4.1.3 Laboratório de Ensino de Matemática do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Norte de Minas Gerais – <i>Campus Januária</i>	53
4.2 Análise dos Questionários/Entrevistas	57
4.2.1 Importância do Laboratório de Ensino de Matemática.....	58
4.2.2 Objetivos do Laboratório de Ensino de Matemática.....	60
4.2.3 Atividades exercidas no Laboratório de Ensino de Matemática.....	62
4.2.4 Materiais existentes no Laboratório de Ensino de Matemática	64
4.3 Consolidando a proposta de um Laboratório de Ensino de Matemática	92
5. CONSIDERAÇÕES FINAIS	102
REFERÊNCIAS.....	105
APÊNDICE.....	109

1. INTRODUÇÃO

1.1 Motivações e questões

No ano de 2002, ingressei¹ na Universidade Estadual do Sudoeste da Bahia – UESB, no curso de Licenciatura em Matemática. Nos quatro primeiros semestres me dediquei somente aos estudos. Do terceiro ao início do sexto semestre do curso integrei a gestão “CONSCIÊNCIA E AÇÃO” do Centro Acadêmico de Matemática – CAM. Nesse período, lutamos pela melhoria do nosso curso, pela integração dos alunos, além de promovermos participações em congressos regionais e nacionais na área de educação matemática.

No quinto semestre (2004) fiz uma seleção para lecionar na rede municipal de ensino, sendo aprovada e iniciando minha carreira docente, essa experiência se estendeu até 2006. Muitas foram as dificuldades e os obstáculos naquele primeiro ano, além da falta de experiência, tinha que lidar com muitos problemas sociais, sobrecarregando aquele ambiente escolar. Todavia, fui buscando superar todos esses problemas e até minhas próprias limitações. A atuação docente durante a graduação é uma experiência de fundamental importância para quem faz um curso de licenciatura, pois nos proporciona estabelecer relações entre as leituras, conhecimentos já existentes e as experiências vividas no decorrer do período escolar, universitário e de sala de aula como professora. Já tendo essa experiência em sala de aula é possível abordar aspectos relevantes da realidade escolar, pois pouco podemos discutir se não temos conhecimento do assunto (realidade escolar). E esse é o motivo pelo qual ainda somos formados para uma escola ideal, mas não temos a escola ideal. Precisamos mesmo é nos preparar para a escola real, e essa escola só se conhece quando nela se está atuando.

Após participações em congressos, seminários e outros eventos da área de educação matemática, surgiu o interesse em utilizar metodologias alternativas para o ensino da matemática. Como trabalho final de curso de graduação realizei uma

¹ Nesta seção escrevo na primeira pessoa, pois falo de minha trajetória até o ingresso no mestrado e no IFBAIANO, e das motivações para estudar o tema da pesquisa.

pesquisa sobre utilização de softwares no ensino da matemática, que foi apresentado no EBEM – Encontro Baiano de Educação Matemática/2005, na II Semana de Matemática da UESB/2006, além de ser utilizado também na preparação de oficinas para nossos colegas de sala, para alunos do curso de Pedagogia da mesma instituição e para alunos da Escola Agrotécnica Sérgio de Carvalho – EASC durante meu Estágio Supervisionado I, no sétimo semestre.

Todas essas vivências durante o período de graduação me proporcionaram conhecimentos e reflexões sobre a educação de uma forma geral, e principalmente sobre a prática docente.

Em 2006 fui aprovada no Concurso para Professor do Estado da Bahia, sendo nomeada em 2007. De 2007 a 2012 trabalhei com alunos de 1^a, 2^a e 3^a séries do Ensino Médio. Nesse período foi possível detectar muitas dificuldades dos alunos na aprendizagem de matemática, por outro lado, já tinha experiência de que os softwares poderiam contribuir no ensino, mas infelizmente, trabalhava numa escola da zona rural que não tinha computadores, então não foi possível seguir por esse caminho. Mesmo com toda a precariedade das condições de trabalho e das dificuldades de aprendizagem dos alunos, adorava trabalhar com os alunos dessa comunidade, pois eram muito esforçados e comprometidos. A partir disso, comecei a refletir sobre metodologias alternativas que me auxiliasse no ensino. Daí o interesse em trabalhar com materiais concretos no ensino e aprendizagem da matemática.

Em 2012 ingressei no Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional – PROFMAT, nos três primeiros semestres estava voltada para o estudo das disciplinas. Ainda no ano de 2012, fui aprovada no concurso para Professor do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia Baiano – IFBAIANO, *Campus Itapetinga*, sendo convocada em 2013, local onde leciono atualmente. Verificou-se que na maioria dos Institutos Federais já existem laboratórios para áreas técnicas e ciências, não tendo para a área específica de matemática. Nesse momento surgiu o interesse em investigar a contribuição do Laboratório de Matemática para o ensino e aprendizagem, a fim de obter subsídios que justifiquem sua construção nos Institutos Federais, especificamente nos campi de Itapetinga e Vitória da Conquista. Houve a oportunidade de ser coorientada por um professor do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia da Bahia – IFBA, *Campus Vitória da Conquista*, que tinha

interesse na área de pesquisa sobre Laboratório de Matemática. No primeiro encontro com orientadora e coorientador discutimos ideias, experiências e delineamos a proposta de pesquisa desse trabalho.

A proposta delineada foi a investigação da contribuição do Laboratório de Ensino de Matemática (LEM) para o ensino e aprendizagem, dos materiais necessários para seu funcionamento e da importância de construção e atuação do laboratório numa instituição de ensino.

Nesta pesquisa investigamos o seguinte tema central: ***As contribuições do Laboratório de Matemática no processo de ensino e aprendizagem da Matemática: proposta de construção de um laboratório.***

Na tentativa de compreender o tema central, os seguintes questionamentos se fizeram necessários: Qual a importância da utilização do Laboratório de Ensino de Matemática para a aprendizagem? Quais as possibilidades de criação de um LEM? Que tipos de atividades vêm sendo realizadas neste ambiente? Como construir um Laboratório de Ensino de Matemática? Quem são os responsáveis pela construção e manutenção deste LEM? Como deve ser o espaço físico? Quais materiais são necessários para o funcionamento do LEM e como adquiri-los?

As respostas a estes questionamentos, entre outros, foram essenciais para a construção do produto final desse trabalho, a saber, desenvolvimento de um projeto de construção do Laboratório de Ensino de Matemática no IFBAIANO – Itapetinga e no IFBA – Vitória da Conquista.

Desse modo, os objetivos a serem alcançados com essa pesquisa são:

Objetivos Gerais:

- Mostrar a atuação e contribuição dos Laboratórios de Ensino de Matemática, existentes em algumas instituições, no ensino e aprendizagem da Matemática.
- Elaborar uma proposta de construção de um Laboratório de Ensino de Matemática.

Objetivos Específicos:

- Avaliar a contribuição do Laboratório de Ensino de Matemática no ensino/aprendizagem e na formação de professores de Matemática.
- Investigar a existência e uso de Laboratórios de Matemática em Universidades e Institutos Federais.
- Analisar as atividades desenvolvidas nos Laboratórios de Ensino de Matemática.
- Investigar os materiais necessários ao funcionamento de um Laboratório de Ensino de Matemática.
- Construir uma proposta de Laboratório de Ensino de Matemática.

1.2 Organização da Pesquisa

A presente pesquisa ficou estruturada em cinco capítulos.

No primeiro capítulo, temos a introdução do trabalho abordando as motivações, as perguntas a serem respondidas nesta pesquisa e os objetivos.

No segundo capítulo, a fim de avaliar a contribuição do Laboratório para o ensino de Matemática, foi realizada uma pesquisa bibliográfica sobre o uso do Laboratório de Ensino de Matemática tanto no processo de ensino e aprendizagem matemática quanto na formação de professores através do conteúdo de revistas, artigos, teses, livros e dissertações.

O terceiro capítulo discute a metodologia, a natureza da pesquisa e os caminhos percorridos.

O quarto capítulo relata os dados coletados sobre a construção e atuação dos laboratórios visitados, a saber, o Laboratório de Ensino de Matemática (LEM) – UESB do *Campus* Vitória da Conquista, o Laboratório de Ensino de Matemática e Estatística (LEMA) da Universidade Federal da Bahia (UFBA) e o Laboratório de Matemática (LM) do Instituto Federal do Norte de Minas Gerais – IFNMG, *Campus* Januária. Realiza-se, ainda, a análise dos dados coletados por meio das entrevistas

com os coordenadores, de fotos, de documentos e relatórios institucionais, e por fim, apresenta-se um projeto para construção de um Laboratório de Ensino de Matemática para o IFBA, *Campus Vitória da Conquista* e para o IFBAIANO, *Campus Itapetinga*.

Finalizando o trabalho, no quinto capítulo apresentamos as considerações finais.

2. FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

2.1 Laboratório de Ensino de Matemática: possibilidades e desafios

O ensino da Matemática se justifica com base em muitas razões, como por exemplo, que esta disciplina é necessária à vida cotidiana e fundamental para o exercício de muitas atividades profissionais, ou ainda, pelo fato de nos auxiliar a pensar de forma abstrata e raciocinar dedutivamente (PONTE ET AL., 1997). Além disso, o conhecimento matemático é um instrumento indispensável para o estudo de muitas outras ciências. Compreender a matemática não é apenas aplicar fórmulas e regras estabelecidas ao longo do tempo por matemáticos e estudiosos, mas também relacionar o conhecimento e o seu contexto social. Por isso é fundamental que se saiba utilizá-la cada vez mais e melhor.

Apesar dessa importância atribuída ao estudo da Matemática, percebemos que esta é uma das disciplinas mais temidas pelos alunos pela “má fama”, pela dificuldade de compreensão e de abstração ou pela mecanização do ensino, e, isso, se reflete nos altos índices de reprovação escolar.

Nessa perspectiva é necessário avaliar se a matemática tem sido apreendida pelos alunos. O Programa Internacional de Avaliação de Estudantes (PISA) é uma prova aplicada pela Organização para Cooperação e Desenvolvimento Econômico (OCDE) que mede o nível de habilidades de estudantes de diferentes países em três áreas do conhecimento: Matemática, Leitura e Ciências. A cada edição do programa, há maior ênfase em cada uma dessas áreas. Esse exame ocorre a cada três anos para alunos na faixa etária dos 15 anos. O Brasil, apesar de não ser um país-membro da OCDE, participa do PISA desde 2000. A prova pode conter questões de múltipla escolha ou dissertativas, e ainda são aplicados questionários contendo informações sobre o contexto social e escolar.

A avaliação do letramento matemático demanda o uso de competências matemáticas em vários níveis, abrangendo desde a realização de operações básicas até o raciocínio e as descobertas matemáticas. Exige o conhecimento e a aplicação de conteúdos matemáticos extraídos de áreas como: estimativa, mudança e

crescimento, espaço e forma, raciocínio quantitativo, incerteza, dependências e relações.

Assim, buscando facilitar a interpretação dos resultados, o PISA estabeleceu em cada área de avaliação vários níveis de desempenho, baseados na classificação da pontuação associada às habilidades que os estudantes devem possuir para alcançar a pontuação correspondente. A classificação tem por objetivos: permitir catalogar o desempenho dos estudantes e descrever o que são capazes de fazer. Entretanto, o PISA não qualifica ou classifica indivíduos, mas produz pontuações agregadas dos estudantes que se convertem na pontuação de um país, a fim de avaliar seu sistema educacional.

A escala, conforme Quadro 1, apresenta a pontuação que delimita os níveis de proficiência definidos pelo PISA em cada um dos três domínios avaliados. Os níveis vão de 1 a 6, em Matemática e para cada nível tem-se a descrição do que os alunos que o atingem são capazes.

Quadro 1 – Escala de Proficiência em Matemática

Nível	Limite inferior de pontos	Características das atividades
6	669,3	No Nível 6, os estudantes são capazes de conceituar, generalizar e utilizar informações com base em suas investigações e em modelagem de situações-problema complexas. Conseguem estabelecer ligações entre diferentes fontes de informação e representações, e de transitar entre elas com flexibilidade. Os estudantes situados neste nível utilizam pensamento e raciocínio matemáticos avançados. São capazes de associar sua percepção e sua compreensão a um domínio de operações e relações matemáticas simbólicas e formais, de modo a desenvolver novas abordagens e estratégias para enfrentar novas situações. Os estudantes situados neste nível são capazes de formular e comunicar com precisão suas ações e reflexões relacionadas a constatações, interpretações e argumentos, bem como de adequá-las às situações originais.
5	607,0	No Nível 5, os estudantes são capazes de desenvolver modelos para situações complexas e trabalhar com eles, identificando restrições e especificando hipóteses. Conseguem selecionar, comparar e avaliar estratégias adequadas de resolução de problemas para lidar com problemas complexos relacionados a esses modelos. Os estudantes situados neste nível são capazes de trabalhar

		estrategicamente, utilizando habilidades de pensamento e raciocínio abrangentes e bem desenvolvidas, representações conectadas de maneira adequada, caracterizações simbólicas e formais, e percepção relativa a essas situações. São capazes de refletir sobre suas ações e de formular e comunicar suas interpretações e seu raciocínio.
4	544,74	No Nível 4, os estudantes conseguem trabalhar de maneira eficaz com modelos explícitos para situações concretas complexas, que podem envolver restrições ou exigir formulação de hipóteses. São capazes de selecionar e integrar diferentes representações, inclusive representações simbólicas, relacionando-as diretamente a aspectos de situações da vida real. Nesses contextos, os estudantes situados neste nível são capazes de utilizar habilidades desenvolvidas e raciocínio, com flexibilidade e alguma percepção. São capazes de construir e comunicar explicações e argumentos com base em interpretações, argumentos e ações.
3	482,4	No Nível 3, os estudantes são capazes de executar procedimentos descritos com clareza, inclusive aqueles que exigem decisões sequenciais. Conseguem selecionar e aplicar estratégias simples de resolução de problemas. Os estudantes situados neste nível são capazes de interpretar e utilizar representações baseadas em diferentes fontes de informação e de raciocinar diretamente a partir delas. Conseguem desenvolver comunicações curtas que relatem interpretações, resultados e raciocínio.
2	420,1	No Nível 2, os estudantes são capazes de interpretar e reconhecer situações em contextos que não exigem mais do que inferência direta. São capazes de extrair informações relevantes de uma única fonte e de utilizar um modo simples de representação. Os estudantes situados neste nível conseguem empregar algoritmos, fórmulas, procedimentos ou convenções de nível básico. São capazes de raciocinar diretamente e de fazer interpretações literais dos resultados.
1	357,8	No Nível 1, os estudantes são capazes de responder a questões definidas com clareza, que envolvem contextos conhecidos, nas quais todas as informações relevantes estão presentes. Conseguem identificar informações e executar procedimentos rotineiros de acordo com instruções diretas em situações explícitas. São capazes de executar ações óbvias e dar continuidade imediata ao estímulo dado.
Abaixo de 1		A OCDE não especifica as habilidades desenvolvidas.

Fonte: <http://portal.inep.gov.br/internacional-novo-pisa-resultados>

De acordo com os dados apresentados na Tabela 1, obtidos pelo INEP², os resultados da quinta participação do Brasil no PISA, em 2012, devem ser comparados com os da edição de 2003, pois ambas tinham o foco em matemática. Dessa forma, observa-se que o Brasil melhorou o desempenho considerando a média das três áreas.

Tabela 1 – Comparativo dos resultados do Brasil no PISA desde 2000

	Pisa 2000	Pisa 2003	Pisa 2006	Pisa 2009	Pisa 2012
Número de alunos participantes	4.893	4.452	9.295	20.127	18.589
Leitura	396	403	393	412	410
Matemática	334	356	370	386	391
Ciências	375	390	390	405	405

Fonte: <http://portal.inep.gov.br/internacional-novo-pisa-resultados>

Já os dados da Tabela 2, mostram que o desempenho do Brasil evoluiu nas últimas edições, mas os alunos brasileiros ainda ocupam as últimas posições. Segundo dados do INEP em 2012, dos 65 países participantes do PISA, o Brasil ficou em 58º lugar no ranking na área de matemática. Outros processos de avaliações como a Avaliação Nacional da Educação Básica (ANEB) ou SAEB e a Avaliação Nacional do Rendimento Escolar (ANRESC) ou Prova Brasil também apontam para o baixo desempenho dos alunos em matemática.

² Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira é uma autarquia federal vinculada ao Ministério da Educação (MEC), cuja missão é promover estudos, pesquisas e avaliações sobre o Sistema Educacional Brasileiro.

Tabela 2 – Comparativo de resultados de Matemática das edições de 2003 a 2012

	PISA 2003		PISA 2006		PISA 2009		PISA 2012		Diferença entre 2003 e 2012	
	Média	EP	Média	EP	Média	EP	Média	EP	Média	EP
Brasil	356,0	4,8	369,5	2,9	385,8	2,4	391,5	2,1	35,4	5,4
México	385,2	3,6	405,7	2,9	418,5	1,8	413,3	1,4	28,1	4,1
Portugal	466,0	3,4	466,2	3,1	486,9	2,9	487,1	3,8	21,0	5,3
Coreia do Sul	542,2	3,2	547,5	3,8	546,2	4,0	553,8	4,6	11,5	5,8
Espanha	485,1	2,4	480,0	2,3	483,5	2,1	484,3	1,9	-0,8	3,4
EUA	482,9	2,9	474,4	4,0	487,4	3,6	481,4	3,6	-1,5	4,9
Uruguai	422,2	3,3	426,8	2,6	426,7	2,6	409,3	2,8	-12,9	4,5
Finlândia	544,3	1,9	548,4	2,3	540,5	2,2	518,8	1,9	-25,5	3,0
Argentina	-	-	381,3	6,2	388,1	4,1	388,4	3,5	-	-
Peru	-	-	-	-	365,1	4,0	368,1	3,7	-	-
Colômbia	-	-	370,0	3,8	380,8	3,2	376,5	2,9	-	-
Chile	-	-	411,4	4,6	421,1	3,1	422,6	3,1	-	-

Fonte: Relatório Nacional PISA 2012 - Resultados brasileiros

Assim, apesar dos avanços, percebemos que ainda são muitos os desafios a serem enfrentados no sentido de minimizar as dificuldades de ensino e aprendizagem da Matemática. Para tanto, segundo Bicudo (1999) e Lima (2005), a sala de aula tem sido alvo de muitas pesquisas em Educação Matemática. E essas pesquisas apontam propostas pedagógicas no intuito de contribuir para o ensino e a aprendizagem de Matemática, como por exemplo, o uso de Jogos e Materiais concretos, utilização da Resolução de Problemas, da Modelagem Matemática, da História da Matemática, de Aulas Investigativas entre outras. Nesse sentido, o Laboratório de Matemática também pode ser utilizado para auxiliar o ensino e aprendizagem da Matemática.

Especificamente sobre Laboratório de Matemática, encontramos na literatura pesquisas, como por exemplo, de Tahan (1962), Oliveira (1983), Rêgo e Rêgo (2012), Turrioni e Perez (2012), Lorenzato (2012), Baldini e Gomes (2009), Varizo (2007), citadas a seguir, que apontam concepções, possibilidades e limites do Laboratório de Ensino de Matemática (LEM) e também relato de experiências com o LEM.

No Brasil, a utilização de um Laboratório de Ensino de Matemática, como metodologia de ensino, foi encontrada no capítulo intitulado “O Método do Laboratório em Matemática”, num livro escrito por Malba Tahan (pseudônimo de Júlio César de Mello e Souza), publicado em 1962. A referida obra representa o resultado de sua experiência docente e apresenta várias metodologias de ensino de Matemática, dentre elas o Laboratório de Matemática.

Tahan (1962) apresenta informações sobre a construção de um laboratório de Matemática em uma escola e historia o uso dessa metodologia no Brasil ao longo dos anos. O autor ressalta, já naquela época, que os recursos didáticos de um LEM poderiam tornar o aprendizado de Matemática mais interessante e divertido para crianças e adolescentes.

O Laboratório, para Tahan (1962), é definido como uma sala ambiente, disponível ao professor, onde o ensino de Matemática aconteceria com o auxílio de materiais adequados à efetiva aprendizagem. O autor relata os principais componentes do espaço físico de um laboratório, tanto de mobiliário quanto de materiais concretos didáticos. É importante destacar que esse Laboratório de Matemática em meados do século XX, descrito por Tahan (1962), apresenta muita semelhança com os Laboratórios de Ensino de Matemática mais recentes.

Segundo Oliveira (1983, p.82), o Laboratório é um ambiente propício à ação de caráter experimental e ainda, o “Laboratório é entendido aqui como o espaço onde se criam situações e condições para levantar problemas, elaborar hipóteses, analisar resultados e propor novas situações ou soluções para questões detectadas”.

Para Lorenzatto (2012), o Laboratório de Matemática pode ser concebido como um depósito de materiais, como sala de aula, biblioteca ou museu de matemática, entretanto o laboratório deve ser entendido como o centro da vida matemática da escola, em que professores se esforcem para tornar a aprendizagem matemática efetiva. Neste espaço, tanto os professores quanto os alunos poderão realizar suas atividades, como por exemplo: planejar e ministrar aulas, construir e explorar materiais didáticos, realizar experimentos, reunir grupos de estudos e de pesquisas. Assim, o Laboratório de Ensino de Matemática pode ser um lugar de explorações e investigações matemáticas que favoreça o ensino e aprendizagem da Matemática. E é nessa perspectiva que pretendemos construir um Laboratório de Ensino de Matemática.

Nesse sentido, Turrioni e Perez (2012) em sua pesquisa apontam o Laboratório de Educação Matemática como um caminho para a melhoria da formação inicial do licenciando, de modo a desenvolver a atitude de indagação,

busca pelo conhecimento, aprender a aprender e cooperar, desenvolver a consciência crítica. Os autores relatam a implementação do LEM do UNIVERSITAS³ e constataram que as atividades facilitaram o processo ensino-aprendizagem, sobretudo pelas trocas de ideias entre os alunos e com a professora. Perceberam que o LEM contribuiu para o desenvolvimento de competências específicas como autonomia, capacidade de percepção de princípios, participação, cooperação, e reflexão.

Por sua vez, os autores Rêgo e Rêgo (2012), através das ações do LEPAC⁴, mostraram o desenvolvimento e o uso de alguns materiais didáticos no ensino de matemática, em que defendem a importância de um Laboratório de Ensino de Matemática, tanto em escolas de educação básica quanto em instituições de ensino superior. Observaram, ainda, que existe um distanciamento entre a teoria e a prática, ou seja, os alunos não conseguem relacionar os conteúdos teóricos de matemática com aplicações práticas do dia a dia. Assim, espera-se com a construção do laboratório criar um elo entre teoria e prática, a fim de promover o desenvolvimento da criatividade, do raciocínio, da capacidade de organização do pensamento e comunicação entre os alunos.

Desse modo, um laboratório bem equipado e utilizado pelo professor de maneira prática e eficiente “provocaria uma transformação completa na Didática de Matemática, e faria da aprendizagem de Matemática uma atividade de auto interesse para os alunos” (TAHAN, 1962, p.73-74). Entretanto, o autor reitera que este ambiente não pode ser concebido somente como espaço lúdico, e, portanto, é função do professor mostrar aos alunos que as atividades realizadas neste ambiente têm por objetivo levá-los a raciocinar no campo abstrato, os auxiliando na compreensão dos conteúdos matemáticos.

Contudo, o autor aponta algumas vantagens e desvantagens do seu chamado “Método de Laboratório”, representadas no Quadro 2, a seguir.

³ Laboratório de Educação Matemática do Centro Universitário de Itajubá.

⁴ Laboratório de Estudos e Pesquisa da Aprendizagem Científica, órgão do Departamento de Matemática do *Campus I* da Universidade Federal da Paraíba (UFPB).

Quadro 2 – Vantagens e desvantagens do "Método de Laboratório"

MÉTODOS DE LABORATÓRIO – TAHAN (1962)	
VANTAGENS	DESVANTAGENS
<ul style="list-style-type: none"> • Conduz o aluno às observações e descobertas. • Torna o ensino vivo, eficiente e agradável. • Facilita a tarefa do professor. • Permite ao professor apreciar certas tendências dos alunos. • Reabilita o Ensino da Matemática. • Leva a aprendizagem até aos alunos menos dotados. • Relaciona o ensino da Matemática com o ensino de outras matérias. 	<ul style="list-style-type: none"> • Exige recursos materiais não disponíveis nas escolas. • Não pode ser aplicado a todos os conteúdos. • Leva o aluno a fugir das abstrações e procurar recursos materiais para as suas demonstrações. • Não pode ser proporcionado a classes numerosas. • É dispendioso. • Exige grande habilidade, entusiasmo e dedicação. • Leva o aluno a aceitar, como rigorosas, certas demonstrações experimentais grosseiras. • Exige muito tempo para o ensino.

Fonte: Tahan (1962)

Nesse tocante, Lorenzato (2012) aponta algumas limitações, prejulgamentos e credences para o Laboratório de Ensino de Matemática (LEM) como alternativa metodológica, representadas no Quadro 3, a seguir.

Quadro 3 – Objeções ao uso do Laboratório de Ensino de Matemática

Limitações, prejulgamentos e credences para o Laboratório de Ensino de Matemática (LEM)
<ul style="list-style-type: none"> • Alto custo do LEM. • Exigência de uma boa formação do professor. • Possibilidade do “uso pelo uso” ou até mesmo o mau uso. • O LEM não pode ser aplicado a todos os conteúdos nem a classes numerosas. • Exige mais tempo para ensinar. • É mais difícil utilizar o LEM e pode induzir o aluno a aceitar como verdadeiras as propriedades matemáticas apresentadas pelo material manipulativo ou ainda, a partir de uma experiência generalizar propriedades.

Fonte: Lorenzato (2012)

Fazendo um comparativo dos Quadros 2 e 3, observa-se que na listagem de Lorenzato (2012) das limitações, prejulgamentos e credences para o LEM

reaparecem algumas das desvantagens do “Método de Laboratório”, apontadas por Tahan (1962). Todavia, Tahan (1962) já alertava que a rotina, a falta de interesse de professores e diretores e a falta de recursos das escolas poderiam influenciar na não aplicação desta metodologia.

Para Lorenzato (2012), também, essas limitações, prejulgamentos e credences são considerados objeções ao uso do LEM, mas podem ser superadas e/ou desmistificadas. Para o primeiro tópico do Quadro 3, o autor aponta que ensinar em uma escola que não possui LEM, e não tem recursos financeiros, pode ser uma excelente oportunidade de construí-lo, utilizando sucatas e envolvendo a participação de alunos e professores. Com isso, todos conheceriam a aplicabilidade dos materiais. Outra objeção citada é a exigência de uma boa formação do professor. Nesse caso, o autor é enfático em afirmar que o professor precisa estar bem preparado independente do método de ensino utilizado, afinal, “com professor despreparado, nenhum método produz aprendizagem [...]” (LORENZATO, 2012, p. 12).

Assim, buscando a superação dessas limitações, na construção de um laboratório, o primeiro passo apontado por Lorenzato (2012) é traçar seus objetivos e o público a quem se destina. Esse passo é fundamental para definir o tipo de laboratório que será construído. Posteriormente, devem-se listar os equipamentos, instrumentos e materiais didáticos necessários. É importante lembrar que um laboratório não será construído a curto prazo.

Ainda para o autor, a construção de um laboratório precisa ser um projeto coletivo; os professores precisam construí-lo juntos e, posteriormente, mantê-lo ativo. De nada adianta uma instituição montar um laboratório, e este estar de portas fechadas ou para uso restrito de um determinado professor. É importante que o laboratório de ensino de matemática seja implantado a partir do desejo e trabalho coletivo, a contribuição, tanto dos professores e alunos quanto dos administradores, é fundamental para que o laboratório cumpra sua função.

Baldini e Gomes (2009), em seu artigo, relatam o processo de construção do Laboratório de Ensino de Matemática da Faculdade de Apucarana – FAP. Esse processo se iniciou em 2004 quando alunos da disciplina Metodologia e Prática de

Ensino, sob orientação das professoras, confeccionaram vários jogos relacionados a diversos conteúdos matemáticos para serem aplicados durante os estágios de regência, além disso, foram adquiridos alguns materiais industrializados. O LEM - FAP além de auxiliar as aulas das disciplinas do Curso de Matemática, atende aos alunos da graduação em suas atividades curriculares, bem como alunos da Educação Básica, numa capacidade de até 40 alunos. Dessa forma, o Laboratório possibilita o desenvolvimento da criatividade para a construção de materiais didáticos que enriquecem as aulas de matemática, contribui para que os estagiários, futuros professores, tornem-se autônomos na elaboração de seu próprio material didático e proporciona interação entre a comunidade e a FAP.

Do mesmo modo, Varizo (2007) relata a construção do LEMAT⁵, que iniciou suas atividades em agosto de 1994 com um pequeno grupo de professores. Pelo relato, o acervo de materiais instrucionais (documental e manuseável), a videoteca, TV, vídeo cassete e computador foram adquiridos através de projetos institucionais e por doações de professores, de outras instituições e por editoras, bem como, o material de consumo para a confecção de materiais.

Na perspectiva da formação inicial de educadores matemáticos, o LEMAT – IME/UFG buscava “ser para o formando o espaço de estudo, investigação e pesquisa: de como se aprende matemática, de novas formas de se ensinar matemática e de um trabalho interativo entre os professores envolvidos no Estágio Supervisionado” (VARIZO, 2007, p.4). Os alunos eram incentivados ao desenvolvimento das atividades por meio de bolsas nos diversos projetos do LEMAT, porém muitos alunos também participavam voluntariamente. Assim, tiveram projetos que ofereciam cursos e oficinas de atualização, tanto de conhecimentos pedagógico-matemáticos como de conteúdos matemáticos para os professores de Matemática do Ensino Básico (EB); projetos que propiciavam um trabalho coletivo de troca de saberes entre o professor de matemática do EB, professores universitários e os licenciandos em Matemática, no qual cada um contribuísse com seus saberes; projeto de assessoramento de professores do Ensino Básico e Superior; e realizaram Jornadas de Educação Matemática.

⁵ Laboratório de Educação Matemática do Instituto de Matemática e Estatística (IME) da Universidade Federal de Goiás (UFG).

Para a autora, as ações implementadas pelo LEMAT – IME/UFG contribuíram para a melhoria da formação inicial e para o desenvolvimento profissional de professores de Matemática de Goiás, a partir dos conhecimentos adquiridos nos estágios e de vivências referenciadas na relação teoria-prática. Entretanto, afirmaram ter plena consciência que ainda era preciso fazer muito e que o LEMAT também estava num processo contínuo de *vir-a-ser* (VARIZO, 2007).

Desse modo, pelos relatos, percebemos que os Laboratórios de Ensino de Matemática, que têm como função principal auxiliar alunos e professores no desenvolvimento de atividades visando a melhoria do processo de ensino e aprendizagem da Matemática na Educação Básica, buscam concretizar propostas de minicursos, oficinas de construção e exploração de materiais concretos, empréstimo de materiais aos professores, programação de visitas, colaboração no desenvolvimento de projetos, cursos de atualização, reciclagem, aperfeiçoamento e atendimentos a alunos e professores.

Portanto, é importante que a escola ou instituição tenha um espaço apropriado para a realização de um trabalho com esses materiais. Nesta concepção, espera-se que o Laboratório de Ensino de Matemática propicie ao professor um ambiente adequado para o planejamento e realização de atividades com o auxílio de materiais didáticos diversos. Isso também está diretamente ligado a formação geral do educando, no desenvolvimento de habilidades como:

- ampliar sua linguagem e promover a comunicação de ideias matemáticas;
- adquirir estratégias de resolução de problema e de planejamento de ações;
- desenvolver sua capacidade de fazer estimativas e cálculos mentais;
- iniciar-se nos métodos de investigação científica e na notação matemática;
- estimular sua concentração, perseverança, raciocínio e criatividade;
- promover a troca de ideias por meio de atividades em grupo;
- estimular sua compreensão de regras, sua percepção espacial, discriminação visual e a formação de conceitos. (RÉGO; RÉGO, 2012, p. 43)

No entanto, o desenvolvimento de tantas habilidades é um desafio para o professor. Não acreditamos que o Laboratório de Ensino de Matemática seja o único

caminho nem tão pouco seja a solução para superar todas as dificuldades no ensino e aprendizagem da Matemática. Todavia, vislumbramos que seja um ponto de partida para a aplicação de metodologias alternativas visando tornar as aulas mais motivadoras e com resultados mais satisfatórios.

2.2 Materiais concretos: da construção à utilização

O caráter abstrato, a precisão dos conceitos, o rigor do raciocínio e a especificidade da linguagem são peculiaridades do saber matemático. Entretanto, “a abstração matemática favorece a generalização, amplia as possibilidades de aplicação deste saber e, geralmente, oferece dificuldades à compreensão dos aprendizes” (BICUDO, 1999, p. 162).

Ainda para a autora, a solução para essas dificuldades não está na vertente abstrato/concreto, e sim numa aprendizagem fundamentada na atividade intelectual de quem aprende, e isso significa respeitar as possibilidades de raciocínio do aluno e estabelecer relações entre conteúdo, método e processos cognitivos. Dessa forma, cabe ao professor planejar situações problemáticas e escolher materiais que apoiem o trabalho do professor nas aulas.

Assim, a utilização de material concreto pode ser esse elo entre a teoria do conteúdo e a aprendizagem do aluno. Todavia, é importante ressaltar ainda que “por trás de cada material se esconde uma visão de Educação, de Matemática, de homem e de mundo; ou seja, existe, subjacente ao material, uma proposta pedagógica que o justifica” (FIORENTINI e MIORIM, 1990, p. 2).

Desse modo, buscando justificar a importância e potencialidades de utilização de materiais concretos nas aulas, e conseqüentemente, a construção do Laboratório de Ensino de Matemática, destacaremos alguns trabalhos que apontam nessa direção, como por exemplo, Sarmiento (2010), Pais (2000), Mendes (2009), Silva e Kodama (2004), Rêgo e Rêgo (2012), Turrioni e Perez (2012), Lorenzato (2012), e Passos (2012). Alguns desses trabalhos destacam a importância da utilização do LEM, obtendo resultados positivos com experiências desenvolvidas nesse ambiente.

Ainda apontam que o uso do LEM facilitou a compreensão de conceitos e propriedades matemáticas.

A importância do uso de materiais concretos para o ensino e a aprendizagem da Matemática vem sendo discutida há muito tempo por muitos educadores. Por exemplo, no século XVII, Comenius⁶ apontou que o conhecimento evolui do concreto para o abstrato, apresentando como justificativa que a construção do conhecimento parte dos sentidos e só se “aprende fazendo”. Locke⁷, nesse mesmo período, afirmou que para alcançar o conhecimento era necessária a experiência sensível. Nos séculos XVIII e XIX, Rousseau⁸ (1780), Pestalozzi⁹ (1800), Froebel¹⁰ (1800) e Dewey¹¹ (1900) também defenderam o ensino por meio do material concreto. (LORENZATO, 2012).

Todavia, a utilização efetiva de materiais manipuláveis no ensino “foi destacado pela primeira vez por Pestalozzi, no século XIX, ao defender que a educação deveria começar pela percepção de objetos concretos, com a realização de ações concretas e experimentações” (NACARATO, 2005, p.1). A autora ressalta, também, que no Brasil, na década de 1920, surgiu o discurso em defesa da utilização de recursos didáticos nas aulas de Matemática.

Montessori¹² desenvolveu materiais didáticos para a aprendizagem matemática, com forte apelo à percepção visual e tátil, entre eles: o Material Dourado, os Triângulos Construtores e Cubos para Composição e Decomposição de Binômios e Trinômios. Enquanto Piaget¹³ enfatizou a necessidade da reflexão do objeto para a construção do conhecimento (FIORENTINI; MIORIM, 1990).

Lorenzato (2012), ainda cita Claparède¹⁴ como defensor da inclusão de jogos e brincadeiras nas escolas e o de Freinet¹⁵ que recomendava a utilização de cantinhos temáticos na sala de aula. E entre outros nomes destaca o de Manoel Jairo

⁶ Jan Amos Komenský - tradução: João Amós Comenius (1592-1671)

⁷ John Locke (1632-1704)

⁸ Jean-Jacques Rousseau (1712-1778)

⁹ Johann Heinrich Pestalozzi (1746-1827)

¹⁰ Friedrich Wilhelm August Fröbel (1782-1852)

¹¹ John Dewey (1859-1952)

¹² Maria Montessori (1870-1952)

¹³ Sir Jean William Fritz Piaget (1896-1980)

¹⁴ Édouard Claparède (1873-1940)

¹⁵ Celestin Freinet (1896-1966)

Bezerra¹⁶ e o de Júlio César de Mello e Souza – Malba Tahan¹⁷, que contribuíram para a divulgação do uso do material didático nas aulas de Matemática.

Segundo Lorenzato (2012, p. 18), “material didático é qualquer instrumento útil ao processo de ensino-aprendizagem”, como por exemplo: pincel, calculadora, filme etc. O autor aborda especificamente a utilização do material didático manipulável e no rol de materiais didáticos concretos existentes, classifica-os como estáticos e dinâmicos.

Dos materiais estáticos, o autor aponta que alguns deles possibilitam modificações na sua forma como, por exemplo, o ábaco, outros não favorecem essa modificação como é o caso dos sólidos geométricos de madeira. Os materiais que são considerados dinâmicos permitem transformação por continuidade, como é o caso de uma estrela construída com 18 palitos iguais e unidos por borrachas que permite dobras de várias maneiras para o estudo de polígonos, simetria, rotação e reflexão.

Ainda para Lorenzato (2012), a maior potencialidade dos materiais didáticos concretos se dá quando são construídos pelos próprios alunos, haja visto que nesse processo surgem questionamentos e desafios que levam os alunos a elaborarem conjecturas e descobrirem caminhos para solucionar os problemas.

O autor identifica também outras potencialidades específicas dos materiais concretos como a possibilidade do professor constatar a deficiência de determinados conceitos matemáticos dos alunos e facilitar a aprendizagem para alunos de todas as idades. Além disso, regula o ritmo de ensino para a aula ao passo que o aluno aprende de acordo com o seu próprio ritmo cognitivo e possibilita a modificação da ordem de abordagem do conteúdo. O material concreto pode favorecer a adoção do currículo em espiral, pois um único material concreto pode ser utilizado para abordar um assunto em diferentes níveis de conhecimento.

O início dos estudos a partir da confecção dos materiais também é defendido por Sarmiento (2010). O autor cita várias vantagens para a aprendizagem com a utilização dos materiais manipulativos, tais como:

¹⁶ Manoel Jairo Bezerra (1920-2010)

¹⁷ Júlio César de Melo e Sousa (1895-1974)

a) propicia um ambiente favorável à aprendizagem, despertando a curiosidade e aproveita seu potencial lúdico;

b) possibilita o desenvolvimento da percepção dos alunos por meio das interações entre alunos e com o professor;

c) contribui com a descoberta (redescoberta) das relações matemáticas subjacentes em cada material;

d) é motivador e significativo para o ensino da matemática;

e) facilita a internalização das relações percebidas.

Dessa forma o aluno se envolve em todo o processo, proporcionando maior interatividade dos alunos com os alunos, destes com o professor e de ambos com o conhecimento matemático abordado.

Apesar do uso do material concreto apresentar resultados positivos em diversas aplicações realizadas por professores, entendemos que nem sempre é possível alcançar o sucesso na aprendizagem visto que o processo exige atividade mental do aluno e não só manipulação palpável. Além disso, cabe ao professor conhecer e refletir sobre o porquê, quando e como utilizar os materiais didáticos para tornar a aprendizagem significativa (LORENZATO, 2012).

O autor Pais (2000) chama a atenção para o uso inadequado de um recurso didático, ou seja, quando o material passa a ser utilizado como uma finalidade em si mesmo, em vez de ser visto como uma ferramenta para a aquisição de um conhecimento específico e define essa situação como uma inversão didática em relação à sua finalidade pedagógica inicial. Diversos fatores podem resultar numa inversão didática, mas o autor destaca que o principal deles reside na formação de professores.

Rêgo e Rêgo (2012) também compreendem que a aprendizagem não reside na estrutura física do material concreto ou na simples manipulação deste, mas resulta de reflexões sobre a ação manipulativa. Dessa forma, na utilização de materiais concretos assim como de qualquer outro recurso didático é necessário que o

professor tenha alguns cuidados básicos. Esses autores destacam alguns desses cuidados, a saber:

- dar tempo para que os alunos conheçam o material (inicialmente é importante que os alunos o explorem livremente);
- incentivar a comunicação e troca de ideias, além de discutir com a turma os diferentes processos, resultados e estratégias envolvidos;
- mediar, sempre que necessário, o desenvolvimento das atividades por meio de perguntas ou da indicação de materiais de apoio, solicitando o registro individual ou coletivo das ações realizadas, conclusões e dúvidas;
- realizar uma escolha responsável e criteriosa do material;
- planejar com antecedência as atividades, procurando conhecer bem os recursos a serem utilizados, para que possam ser explorados de forma eficiente, usando o bom senso para adequá-los às necessidades da turma, estando aberto às sugestões e modificações ao longo do processo, e
- sempre que possível, estimular a participação do aluno e de outros professores na confecção do material (RÊGO; RÊGO, 2012, p.54).

Mendes, I. (2009), também defende o uso de materiais concretos no ensino de Matemática como uma alternativa didática que pode auxiliar o professor na realização de intervenções na sala de aula. As atividades com esses materiais “têm uma estrutura matemática a ser redescoberta pelo aluno que, assim, se torna um agente ativo na construção do seu próprio conhecimento (MENDES, I., 2009, p. 25). O aluno se sente atraído, motivado e desenvolve o prazer pela descoberta do conhecimento por meio da manipulação dos materiais. Dessa forma, além de compreender muitos conceitos o aluno consegue visualizar a matemática de maneira significativa para sua vida.

Pais (2000) aponta a utilização de recursos didáticos como criações pedagógicas desenvolvidas para facilitar o processo de aquisição do conhecimento. Esses recursos envolvem vários elementos que dão suporte experimental na organização do processo de ensino e de aprendizagem, e visam facilitar a relação entre professor, aluno e o conhecimento. E é nesse contexto que, nessa pesquisa, defendemos a utilização dos materiais concretos como um desses recursos didáticos que pode conduzir o aluno ao aprendizado.

De acordo com Turrioni e Perez (2012), o material concreto é fundamental para o ensino experimental e para auxiliar o aluno na construção dos seus conhecimentos, visto que facilita a observação e análise, além de desenvolver o raciocínio lógico e crítico. Assim, os materiais concretos manipulativos, pela sua característica de atrair a atenção e o interesse dos alunos, podem propiciar um momento de encontro com a matemática e resultar na efetiva construção do conhecimento matemático.

Silva e Kodama (2004), ainda, aponta a metodologia da resolução de problemas para um trabalho sistemático com jogos. Os jogos precisam ser escolhidos e trabalhados com o intuito de fazer o aluno ultrapassar a fase da tentativa e erro, ou simplesmente de jogar por diversão. Essa metodologia permitirá a exploração do potencial dos jogos no desenvolvimento do raciocínio lógico e intuitivo. As situações-problema permeiam todo o trabalho através da intervenção do professor questionando o aluno sobre sua estratégia a cada jogada, sobre alternativas de jogada e sobre erros cometidos, levando-o a ter domínio da estrutura do jogo, e ainda, com essa análise sobre a ação de jogar, o fator sorte e as jogadas por ensaio e erro se tornam menos relevantes.

Assim, é importante estimular o aluno a controlar e corrigir seus erros, seus avanços, rever suas respostas possibilita a ele descobrir onde falhou ou teve sucesso e porque isso ocorreu. A consciência dos acertos e dos erros permite ao aluno compreender seu próprio processo de aprendizagem e desenvolver sua autonomia para continuar a aprender.

Nessa perspectiva, espera-se que o Laboratório tenha um espaço físico agradável, possua material bibliográfico escrito e/ou digital e materiais concretos e lúdicos que oportunizem as investigações matemáticas.

3. METODOLOGIA DE PESQUISA

3.1 Natureza da Pesquisa

Lüdke e André (2012) ressaltam que para realização de uma pesquisa é necessário promover o confronto entre dados, evidências e informações coletadas sobre determinado assunto e o conhecimento teórico a respeito dele. Baseado nisso, a primeira tarefa para realização da presente pesquisa foi o levantamento bibliográfico dos estudos sobre a contribuição dos laboratórios de ensino de Matemática no ensino-aprendizagem e as potencialidades da utilização dos materiais concretos nesse contexto.

Bogdan e Biklen (1994) comentam que

Um campo que era anteriormente dominado pelas questões da mensuração, definições operacionais, variáveis, teste de hipóteses e estatística, alargou-se para contemplar uma metodologia de investigação que enfatiza a descrição, a indução, a teoria fundamentada e o estudo das percepções pessoais. Designamos esta abordagem por Investigação Qualitativa (BOGDAN; BIKLEN 1994, p. 11).

As questões formuladas para esta pesquisa não se basearam na manipulação de variáveis, mas se orientam na busca da compreensão dos fenômenos em toda a sua complexidade e em seu acontecer natural. Segundo Bogdan e Biklen (1994), na investigação qualitativa a fonte direta de dados é o ambiente natural, constituindo o investigador o instrumento principal. Dessa forma, fomos ao encontro da situação no seu processo de desenvolvimento, ou seja, nos Laboratórios de Ensino de Matemática, buscando conhecer sua implantação, evolução e atividades desenvolvidas desde a fundação até os dias atuais a fim de investigar as contribuições e potencialidades de um Laboratório de Ensino de Matemática.

Para buscar compreender e responder a questão norteadora dessa pesquisa foi necessário uma imersão no campo para familiarizar-se com a situação e com os ambientes a serem pesquisados. Para tal a pesquisadora frequentou os laboratórios (Laboratório de Ensino de Matemática da UESB – Vitória da Conquista, Laboratório de Ensino de Matemática e Estatística da UFBA – Universidade Federal da Bahia e

o Laboratório de Matemática do Instituto Federal do Norte de Minas – *Campus Januária*), onde os fatos de nosso interesse aconteciam, observando-os, estando em contato com pessoas, conversando e recolhendo material produzido por elas ou a elas relacionado. Assim, trabalha-se com dados qualitativos que envolvem a descrição detalhada dos locais e fatos envolvidos. É importante ressaltar que a partir daí foram surgindo outros sujeitos envolvidos e outras questões que precisaram ser investigadas.

Os instrumentos utilizados para coleta de dados foram questionários, observação, entrevistas e imagens. Os resultados apresentados da investigação incluem transcrições das respostas dos questionários, das entrevistas, de documentos e registros institucionais e fotos. Essa é uma característica descrita por Bogdan e Biklen (1994) que qualifica a presente pesquisa como sendo também descritiva.

O questionário foi um instrumento de coleta de dados constituído por uma série ordenada de questões abertas, que foram respondidas pelos coordenadores dos laboratórios citados, a fim de obtermos uma visão da concepção existente a cerca da atuação do Laboratório de Ensino de Matemática na instituição.

Para Bogdan e Biklen (1994), em investigação qualitativa, as entrevistas podem ser utilizadas como estratégia dominante para a recolha de dados ou em conjunto com a observação participante, análise de documentos e outras técnicas.

“Em todas estas situações a entrevista é utilizada para recolher dados descritivos na linguagem do próprio sujeito, permitindo ao investigador desenvolver intuitivamente uma ideia sobre a maneira como os sujeitos interpretam aspectos do mundo.” (BOGDAN; BIKLEN, 1994, p.134).

Na entrevista, o sujeito se expressa, mas sua voz acaba refletindo também a realidade de seu grupo e de seu ambiente de trabalho. Nesse sentido, após o retorno dos questionários respondidos, definiu-se a entrevista semi-estruturada, modalidade muito utilizada nas pesquisas educacionais. Essa modalidade é caracterizada por um roteiro de questões a serem contemplados durante a entrevista, podendo, durante a mesma alterar a ordem das questões ou até mesmo criar outras pertinentes à pesquisa (FIORENTINI; MIORIM, 2009).

Bicudo (2010, p.106) afirma que o significado atribuído à concepção de pesquisa qualitativa engloba a ideia do subjetivo e também “engloba noções a respeito de percepções de diferenças e semelhanças de aspectos comparáveis de experiências”. Corroborando com isso, na análise do material colhido no campo, procurando compreender o que emergiu na situação de observação e de entrevista, percebem-se as similaridades como também as diferenças das experiências de atuação dos laboratórios.

3.2 Caminhos da Pesquisa

Para construção de um espaço com as características de um Laboratório de Ensino de Matemática num Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia faz-se necessário a compreensão de aspectos que envolvem a construção e funcionamento deste ambiente e, sobretudo, a contribuição para o processo de ensino e aprendizagem da Matemática. Para Lorenzato (2012), o LEM deve ser um componente indispensável à escola e é uma alternativa metodológica para atender às necessidades especiais do ensino de Matemática. Ainda, ressalta que existem diferentes concepções de LEM e é fundamental que se determine seus objetivos e finalidades para que este ambiente seja utilizado de forma eficiente.

Nosso foco é construir um LEM para o ensino e aprendizagem da Matemática do Ensino Médio de maneira dinâmica, criativa, significativa e eficiente. Para tanto, o presente trabalho foi dividido em quatro etapas distintas.

Primeira etapa:

A fim de avaliar a contribuição do Laboratório para ensino de Matemática foi realizada uma pesquisa bibliográfica sobre o uso do Laboratório de Ensino de Matemática tanto no processo de ensino e aprendizagem matemática como na formação de professores através do conteúdo de revistas, artigos, teses, livros e dissertações.

Segunda etapa:

Realizaram-se visitas aos seguintes laboratórios de instituições de Ensino: Laboratório de Ensino de Matemática da UESB – Vitória da Conquista, Laboratório de Ensino de Matemática e (LEMA) da UFBA – Universidade Federal da Bahia e o Laboratório de Matemática do Instituto Federal do Norte de Minas – *Campus* Januária.

A coleta de dados sobre implantação e funcionamento dos laboratórios foi realizada através de entrevistas e aplicação de questionários com os coordenadores, fotos, documentos e relatórios institucionais. Dessa maneira, foi possível analisar as atividades desenvolvidas e investigar os materiais necessários ao funcionamento de um Laboratório de Ensino de Matemática.

Quanto à aplicação de questionários, Fiorentini e Miorim (2009, p.117) explicam que eles “podem ser enviados e devolvidos via correio convencional ou eletrônico (email)”. Dessa forma, optou-se por encaminhar o questionário (Apêndice A), por meio eletrônico, para os coordenadores dos laboratórios envolvidos nessa pesquisa.

Assim, com a entrevista semi-estruturada foi possível a obtenção mais direta e imediata dos dados, serviu também para aprofundar o estudo e complementar as outras duas técnicas de coleta de dados (a observação e o questionário) de alcance superficial e limitado.

Terceira etapa:

O processo de análise de dados se constituiu pela análise dos documentos, projetos e relatórios levantados; análise dos dados dos questionários respondidos e das entrevistas realizadas; e associação das entrevistas e questionários ao referencial teórico.

Quarta etapa:

Elaboração de proposta de Projeto para Construção do Laboratório de Ensino de Matemática no IFBA, *Campus* Vitória da Conquista e no IFBAIANO, *Campus* Itapetinga.

3.3 Os Laboratórios Pesquisados

Dos três laboratórios visitados, dois pertencem a instituições de nível Superior e outro a um Instituto Federal. O Laboratório de Ensino de Matemática (LEM) da UESB fica localizado na sala 17 do primeiro piso do Módulo Prof^a. Amélia Barreto, *Campus* de Vitória da Conquista, situado à Estrada do Bem Querer, km 4, Caixa Postal 95. A primeira visita para esta pesquisa ocorreu no mês de janeiro do ano de 2014. O funcionário responsável pelo ambiente, formado em licenciatura em Matemática pela mesma instituição, explicou um pouco da rotina do laboratório e combinamos o agendamento para realização do questionário/entrevista com a professora coordenadora. Percebeu-se a presença de alunos monitores e de alunos da graduação utilizando o espaço para estudos. Na segunda visita foi aplicado o questionário e feita a entrevista com a coordenadora do laboratório.

O Laboratório de Ensino de Matemática e Estatística da UFBA (LEMA-UFBA) está instalado nas salas 148 e 149 do Instituto de Matemática da UFBA, localizado na Av. Adhemar de Barros, s/n, Ondina, Salvador-Bahia. Os modelos concretos estão expostos na sala 148, que se apresenta também como museu ciência itinerante e na sala 149 existem materiais para a construção desses modelos e um computador para auxiliar na simulação, visualização e confecção dos mesmos. Próximo a essas duas salas, ainda existe um ambiente composto de mesas e cadeiras disponíveis para os bolsistas e voluntários do LEMA e demais alunos de graduação para plantão, grupos de estudos e pesquisas. A visita ocorreu no mês de março, por conta do calendário da instituição e da disponibilidade da entrevistada.

O Laboratório de Matemática (LM) do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Norte de Minas Gerais (IFNMG) – *Campus* Januária, está localizado na Fazenda São Geraldo, s/n, a 6 km da sede do município de Januária, no noroeste do Estado de Minas Gerais. A visita ao Laboratório de Matemática se deu em dois dias em que foram realizadas as entrevistas com o professor responsável e com o professor coordenador do Projeto de Iniciação à Docência – PIBID, além disso, um terceiro professor disponibilizou o Projeto de Criação do Laboratório de Matemática do IFNMG.

4. DISCUSSÕES E RESULTADOS

4.1 Laboratórios Investigados – Elementos para elaboração de proposta

4.1.1 Laboratório de Ensino de Matemática (UESB)

O espaço físico do laboratório, conforme Figura 1, foi inaugurado em 2002, e ao longo desses anos foi adquirindo todos os materiais e móveis existentes através de seus projetos e atividades de alunos e professores. De 2002 a 2008, o curso de Licenciatura em Matemática oferecia a disciplina específica de Laboratório de Matemática, mas com a mudança no fluxograma do curso, a partir de 2009 essa disciplina foi excluída do currículo dos graduandos. De qualquer modo, o LEM busca, principalmente, proporcionar ao aluno vivenciar a matemática de maneira prática e ser um ambiente de apoio ao estudante.



Figura 1: LEM – UESB (vista exterior)
Fonte: Arquivo da professora pesquisadora



Figura 2: LEM – UESB (vista interior)
 Fonte: Arquivo da professora pesquisadora

De acordo com o Relatório Analítico de Bens Moveis – 2014, o LEM da UESB (Figura 2), atualmente, é composto pelos seguintes bens móveis: bebedouro de água tipo garrafão, trinta e seis cadeiras fixas em tecido sem braço, seis cadeiras giratórias em tecido com braço, nove mesas auxiliares, um arquivo em aço com quatro gavetas, três armários em aço com duas portas, uma estante em aço, um televisor em cores, uma escrivaninha em madeira, duas mesas em madeira para reunião, oito banquetas em courvim, um aparelho de videocassete, um aparelho de dvd, um condicionador de ar, seis microcomputadores desktop básico, uma impressora a laser, um projetor de multimídia, um controle de laser para projetor. Além dos móveis, existe um pequeno acervo de livros da área, quadros com fotos de matemáticos, fotos de professores e alunos nas paredes, diversos jogos, diversos modelos matemáticos concretos confeccionados em diferentes materiais, como madeira, acrílico e papel, expostos no teto, nas estantes e balcão. No acervo bibliográfico, encontram-se livros de Cálculo, Álgebra Linear, Equações Diferenciais, Introdução à Lógica, Estatística, Matemática Financeira, Didática das Ciências e livros didáticos do Ensino Fundamental e Médio.



Figura 3: LEM – UESB (disposição de cadeiras e mesas)
Fonte: Arquivo da professora pesquisadora



Figura 4: LEM – UESB (quadro de fotos e disposição dos computadores)
Fonte: Arquivo da professora pesquisadora

Em 2011, a coordenadora juntamente com uma equipe de professores e alunos bolsistas apresentaram o projeto intitulado “LABORATÓRIO DE MATEMÁTICA – LABOMAT” à Pró-reitoria de Extensão pelo Departamento de Ciências Exatas. O LABOMAT constitui-se numa ação integrada cujo objetivo é discutir o processo de ensino-aprendizagem e incentivar o uso de novas ferramentas educacionais, por meio de conferências, palestras, seminários, debates, oficinas e minicursos. Busca-se sugerir práticas educativas que visam adequar a educação a seu público atual e a diminuir a distância entre a teoria e a prática na Educação

Matemática, facilitando a integração entre alunos e professores de instituições brasileiras, e trazendo a comunidade para essa discussão.

O projeto foi submetido e aprovado na Pró-reitoria de Extensão com ações para início em Abril de 2012 e término em Dezembro de 2013 com os seguintes objetivos:

Objetivos Gerais:

- 1 - Implementar um ambiente didático-pedagógico para a qualificação em Matemática de discentes e professores da UESB e da comunidade.
- 2 - Fomentar a criação e a utilização de diversas ferramentas e métodos educacionais, a fim de tornar o ensino de Matemática mais acessível, dinâmico e atrativo aos estudantes.

Objetivos Específicos:

- 1 - Propiciar aos professores um ambiente favorável para o desenvolvimento de suas atividades;
- 2 - Proporcionar a troca de experiências na utilização de novas metodologias de ensino (modelagem, resolução de problemas, utilização da história da Matemática, uso de jogos, etc.) entre professores e estudantes do curso;
- 3 - Desenvolver e aplicar o método científico da Matemática, por meio da técnica da redescoberta, envolvendo os discentes do curso;
- 4 - Qualificar professores de Matemática das redes de Ensino Fundamental e Médio;
- 5 - Propiciar aos docentes e discentes oportunidades de vivenciar, relatar e discutir experiências que vêm sendo desenvolvidas na área de Educação Matemática;
- 6 - Proporcionar ao professor de Ensino Médio e Superior a reflexão sobre uma prática pedagógica mais coerente com a realidade do cotidiano do aluno;
- 7 - Promover atividades extracurriculares aos estudantes de Licenciatura em Matemática da UESB, bem como a estudantes e professores de Ensino Superior e Médio da região;
- 8 - Apresentar um conjunto de sugestões de práticas educativas e de organização do currículo;
- 9 - Divulgar pesquisas na área de Educação Matemática, através de apresentação de trabalhos monográficos (MAIA, 2013, p.9).

Segundo o Relatório do Programa LABOMAT apresentado à Pró-reitoria de Extensão da UESB, as atividades desenvolvidas foram Oficinas de Laboratório de Matemática I e II, Oficinas Pedagógicas em Ensino de Matemática, Seminários de Pesquisa e Extensão em Educação Matemática e Seminários de História da

Matemática. Essas atividades foram ministradas pela professora coordenadora, professores e alunos da instituição, e tinha como público alvo os graduandos em Licenciatura em Matemática, professores e alunos da rede pública de Educação Básica e comunidade local e estadual.

O LABOMAT proporcionou uma carga horária total de 180 horas, divididas da seguinte maneira: 107 horas de Oficinas, 31 horas de Seminários de Pesquisa e Extensão em Educação Matemática e 32 horas de Seminários de História da Matemática contando com a participação de estudantes do Ensino Superior e Fundamental, como por exemplo, a participação da Escola Municipal Bem Querer e da Escola Municipal Milton de Almeida Santos. Além disso, o LABOMAT participou da III Feira de Ciência e Matemática do Colégio Estadual Abdias Menezes, nos dias 26 e 27 de setembro de 2013 e da I Feira de Ciência e Matemática do Centro Integrado de Educação Navarro de Brito, no dia 26 de setembro de 2013.

De acordo com os dados coletados, a maioria dos objetivos do programa foi contemplada, principalmente a articulação com o ensino e a pesquisa, promovendo um ambiente de discussão científica e de experiências vivenciadas no ensino da Matemática e também proporcionou a discussão do processo ensino-aprendizagem e o incentivo ao uso de novas ferramentas educacionais.

Atualmente, o programa LABOMAT se insere nos horários vagos dos alunos ingressantes, estes são convidados a participarem voluntariamente das atividades propostas. O espaço físico do LEM além de ser utilizado para realização das atividades do LABOMAT, também é utilizado pelos professores da instituição para ministrar aulas, para reuniões, e principalmente, pelos alunos do curso de graduação para estudos e para confecção de materiais didáticos para os estágios. Já no período de conclusão dessa pesquisa, verificou-se que o Programa LABOMAT foi novamente submetido e aprovado para desenvolvimento de atividades nos anos de 2014 e 2015.

4.1.2 Laboratório de Ensino de Matemática e Estatística (LEMA-UFBA)

Segundo relato de uma das professoras idealizadoras do Laboratório de Ensino de Matemática e Estatística da UFBA (LEMA – UFBA), inicialmente, professores da área de Matemática da UFBA desenvolviam informalmente atividades de construção de modelos para uso didático, utilizando recortes de papel. Em 1993, esses professores inseriram a construção de modelos concretos como atividades dos cursos de aperfeiçoamento para professores do ensino médio, dentro do Projeto Vitae – IMPA (Instituto Nacional de Matemática Pura e Aplicada). Em 1995, a execução de projetos estimulou a criação de vários modelos, mas até 1996 o Laboratório não dispunha de um espaço físico próprio e os modelos acabavam ocupando as estantes e mesas de alguns professores. Nesse ano, então, o LEMA-UFBA foi instalado em uma sala do Instituto de Matemática da UFBA, conforme Figura 5, com os recursos do Projeto Laboratório Referencial das Licenciaturas da UFBA, como parte do Programa PROGRAD/95, financiado pelo MEC. A partir daí, os professores passaram a se dedicar às atividades do Laboratório, paralelamente às suas atividades acadêmicas.



Figura 5: LEMA – UFBA (disposição do mobiliário)
Fonte: Arquivo da professora pesquisadora



Figura 6: LEMA – UFBA (disposição dos modelos)
Fonte: Arquivo da professora pesquisadora

As atividades de laboratório estimularam e eram estimuladas por diversos projetos executados no Departamento de Matemática, a exemplo de oficinas, projetos de monitoria, seminários e cursos sobre a utilização de softwares no ensino de Matemática e cursos de extensão para professores do ensino fundamental e médio. O LEMA-UFBA também buscou auxiliar o ensino de Matemática no nível superior com a elaboração de vários modelos (Figura 6) que são amplamente utilizados nas aulas ministradas pelos professores do Departamento de Matemática da UFBA para alunos da área de ciências exatas, tornando o Laboratório bastante dinâmico e contribuindo para uma melhor formação dos alunos.

Os modelos construídos em papel foram substituídos por outros feitos com materiais mais coloridos, resistentes e de fácil manuseio. No aprimoramento desses modelos foi utilizada a técnica de Papietã (papel, cola e massa acrílica), aplicada aos moldes construídos com auxílio de recursos computacionais, e contou com o apoio de uma estudante bolsista de graduação de Artes Plásticas, no biênio 1998 e 1999. Hoje essa profissional participa, voluntariamente, da construção e restauração de modelos concretos, acrescentando aos recursos computacionais as técnicas artísticas, o que dá colorido e arte final dos modelos, conforme Figuras 7 e 8.



Figura 7: LEMA – UFBA (materiais concretos)
Fonte: Arquivo da professora pesquisadora



Figura 8: LEMA – UFBA (sólidos geométricos)
Fonte: Arquivo da professora pesquisadora

O Laboratório realizou diversas exposições, entre elas: Visualização Matemática, realizada em 1999, no Instituto de Matemática da UFBA, também na I Bienal de Matemática, promovido pela Sociedade Brasileira de Matemática- SBM, em outubro de 2002, em Belo Horizonte. Apesar de dispor de poucos recursos financeiros, o LEMA-UFBA contou com uma equipe dedicada, com o apoio da Direção do Instituto de Matemática e da Chefia de Departamento, além da cooperação de diversos colegas e do carinho e criatividade dos alunos. Por outro lado, também a interação com a comunidade contribui para o seu dinamismo, e as sugestões ou demandas de visitantes, às vezes, possibilitam o aperfeiçoamento e a criação de novos objetos.

Vasconcelos (2013) ressaltou que

O LEMA-UFBA nasceu e se desenvolveu seguindo as necessidades do próprio ambiente acadêmico. É um lugar saudável onde os modelos nascem e se aperfeiçoam, ganham vida com a vida dos professores e alunos. Caracteriza-se por ser um laboratório em constante evolução, uma vez que trabalha com a Matemática: uma fonte inesgotável de ideias (VASCONCELOS, 2013, p. 4).

Atualmente, o Laboratório de Ensino de Matemática e Estatística da UFBA, desenvolve atividades, inclusive a elaboração de material audiovisual e, principalmente, a construção de modelos concretos, e tem por objetivo o ensino e aprendizado de Matemática, Estatística e áreas afins. O LEMA-UFBA apresenta-se também como museu ciência itinerante e suas atividades contribuem para a disseminação do conhecimento de Matemática e de Estatística e suas aplicações, nos níveis fundamental, médio e superior, contribuindo para a formação, difusão, popularização e desmistificação da ciência, sem deixar de enfatizar as justificativas que caracterizam o pensamento científico.

De acordo com os registros pesquisados e dados coletados, o LEMA – UFBA tem por objetivo geral estabelecer um ambiente de estudo, pesquisa e desenvolvimento de ações que contribuam para a melhoria do ensino-aprendizagem de Matemática e Estatística e áreas afins. E os seguintes objetivos específicos:

- Contribuir para a disseminação do conhecimento de Matemática e de Estatística e suas aplicações, nos níveis fundamental, médio e superior.
- Contribuir para a popularização da ciência, em particular, nas áreas de Matemática e de Estatística, através de exposições eficientes e agradáveis.
- Provocar impacto na divulgação da Matemática e da Estatística, nos níveis fundamental, médio e superior, abrangendo e associando às áreas de Arte, Educação, Otimização e Física.
- Desenvolver atividades com alunos, professores e público de modo geral, que envolvem o uso de novas ferramentas para o entendimento da Matemática e da Estatística e suas aplicações, como as que envolvem utilização de recursos computacionais e de modelos concretos que facilitam a visualização, a compreensão e o aprendizado.

- Realizar exposições do acervo do Laboratório de Ensino de Matemática e de Estatística da UFBA, ampliando a base científica de alunos e professores, permitindo ao público a incorporação rápida do desenvolvimento da ciência e da tecnologia, possibilitando uma visão mais ampla sobre a realidade da Matemática e de Estatística nos dias atuais.
- Contribuir para a formação global do profissional da área de ciências exatas e da terra, incluindo uma conscientização do seu papel dentro de um contexto científico e social mais amplo.

4.1.3 Laboratório de Ensino de Matemática do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Norte de Minas Gerais – *Campus Januária*

O projeto de Criação do Laboratório de Matemática foi aprovado em 2008, a partir daí se iniciou o tramite legal da instituição para construção do laboratório, e segundo entrevista, sua inauguração se deu no segundo semestre do ano de 2011. O laboratório está instalado em uma sala ampla na forma retangular, de 15 m de comprimento e 8 m de largura, totalizando uma área de 120 m² e encontram-se distribuídas estantes de madeira e mesas para computadores em duas das paredes e balcões em outra parede. Existem sete mesas grandes, conforme Figura 10, em média quarenta cadeiras, catorze computadores, um quadro branco, dois projetores e os materiais didáticos. Nos computadores, os alunos tem acesso a softwares matemáticos gratuitos.



Figura 9: LM – IFNMG Januária (vista exterior)
Fonte: Arquivo da professora pesquisadora

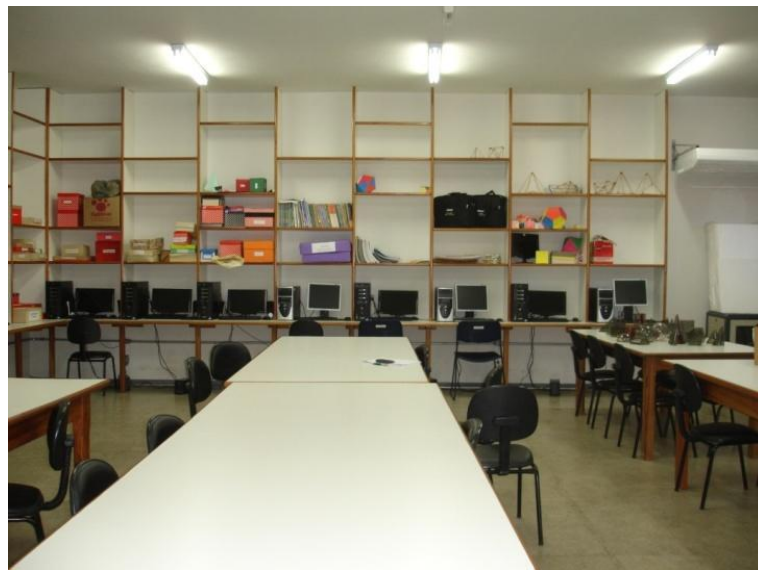


Figura 10: LM – IFNMG Januária (vista interior)
Fonte: Arquivo da professora pesquisadora

Segundo informações contidas no Projeto de Criação, a construção de um espaço destinado à pesquisa e criação tornou-se indispensável para os alunos e professores devido à criação do Curso de Licenciatura em Matemática neste IFNMG. Nessa perspectiva, no Laboratório de Ensino de Matemática deveriam ser desenvolvidas atividades de investigação de materiais pedagógicos que pudessem facilitar o processo ensino e aprendizagem de Matemática na educação básica.

Para os professores que construíram esse Projeto, o Laboratório de Ensino de Matemática é um ambiente que propicia aos alunos a possibilidade de construção de conceitos matemáticos, além da análise e nova interpretação do mundo em que vivem. Também adquire importância como local de reunião de professores, para discussão, elaboração de aulas e atividades, utilizando, preferencialmente, a diversidade de recursos e materiais disponíveis no laboratório. (IFNMG, 2008)

Dessa maneira, os objetivos traçados foram os seguintes:

1. Procurar alternativas metodológicas para o ensino da matemática;
2. Elaborar oficinas de matemática para os professores, visando à construção de alguns materiais de baixo custo;
3. Propiciar aos alunos a possibilidade de construção de conceitos matemáticos, além da análise e nova interpretação do mundo em que vivem;
4. Formar o professor que seja capaz de construir seu próprio conhecimento;
5. Proporcionar aos professores e alunos da rede estadual e municipal de educação reciclagens e mini-cursos de matemática, criando uma rede de ensino da disciplina melhor sistematizada;
6. Desenvolver estudos de estratégias de resolução de problemas com jogos matemáticos;
7. Utilizar recursos didáticos (artefatos, jogos, textos, etc.) como instrumentos no processo de ensino/aprendizagem da matemática;
8. Elaborar uma proposta para criação e organização de um Laboratório de Ensino de Matemática nas escolas públicas da rede estadual e municipal, de modo a cumprir com o papel social do IFNMG-Januária como instituição pública;
9. Desenvolvimento de material pedagógico, seleção e disponibilização de textos didático-pedagógicos de Matemática e Educação Matemática (impressos e eletrônicos) visando a consolidação de uma pequena biblioteca junto ao Curso de Licenciatura em Matemática vinculada ao Núcleo de Ensino do *Campus* de Guaratinguetá;
10. Divulgar entre professores do Ensino Básico, através da Diretoria de Ensino ou diretamente em suas escolas, a partir dos resultados do Laboratório de Matemática, textos contendo formas de criação de oportunidades de aprendizagem em Matemática com o uso de materiais concretos;
11. Incentivar a consolidação de um grupo de pesquisa em Educação Matemática, através de ações envolvendo atividades investigativas e avaliatórias junto, tanto a alunos da Rede Oficial de Ensino quanto a

alunos de graduação do Curso de Licenciatura em Matemática tendo como base o Laboratório de Matemática. (IFNMG, 2008)

Na visita, percebemos que além do kit de sólidos geométricos em acrílico e alguns modelos existiam muitos jogos confeccionados. Os jogos foram confeccionados por professores e alunos do curso Licenciatura em Matemática que participam do Programa Institucional de Iniciação à Docência – PIBID do IFNMG no *Campus* Januária, apoiado pela Fundação Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior do Ministério da Educação e Diretoria de Educação Básica Presencial (CAPES/DEB).



Figura 11: LM – IFNMG Januária (sólidos geométricos)
Fonte: Arquivo da professora pesquisadora

O PIBID visa fomentar a iniciação à docência de estudantes das Instituições Federais de Educação Superior, incentivando a formação de professores em nível superior, em cursos de licenciatura presencial plena, para atuar na educação básica pública e contribuir para a elevação da qualidade do ensino ministrado nessas instituições.

O subprojeto do PIBID de Licenciatura em Matemática propõe-se a intervir, significativamente, na melhoria da formação dos licenciados em Matemática do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Norte de Minas Gerais-IFNMG, e que também alcance a melhoria do ensino da Matemática nos níveis fundamental e médio, além de visar a formação de novos pesquisadores intervencionistas no ensino da Matemática. (GUIMARÃES, 2009)

Neste projeto o aluno tem a oportunidade de vivenciar a Matemática, sendo estimulado a utilizar materiais recicláveis para confecção de recursos didáticos, visando oportunizar aos alunos o aprender Matemática. Prioriza-se uma formação de aprendizagem significativa ao licenciando em que o aluno participe raciocinando, compreendendo, (re) elaborando o saber para superar suas deficiências. Nesse momento são utilizados materiais lúdicos, jogos, dinâmicas, para que seja despertado no aluno o interesse e/ou a fixação da aprendizagem e reforçar o desenvolvimento de atitudes e habilidades. (GUIMARÃES, 2009)

Para atender os alunos das cinco escolas públicas do município de Januária - MG conta-se com a participação de 24 bolsistas do Programa Institucional de Bolsas de Iniciação à Docência (PIBID) estudantes do Curso de Licenciatura em Matemática do IFNMG.

4.2 Análise dos Questionários/Entrevistas

Os dados coletados por meio das visitas, observações, questionários e entrevistas ratificaram a importância e potencialidades do uso do Laboratório de Ensino de Matemática para as aulas de Matemática e subsidiaram a construção de uma proposta de projeto de laboratório para o IFBaiano – *Campus* Itapetinga e para o IFBA – *Campus* Vitória da Conquista.

Nas discussões a seguir, nomeamos a coordenadora do Laboratório de Ensino de Matemática da UESB como Coordenadora 1, a do Laboratório de Ensino de Matemática e Estatística da UFBA como Coordenadora 2 e do Laboratório de Ensino de Matemática do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Norte de Minas Gerais – *Campus* Januária como Coordenador 3.

O questionário (Apêndice A) foi respondido via email apenas pelo Coordenador 3, os outros dois foram realizados durante a visita e entrevista. Após a realização das entrevistas com os professores-coordenadores, que trabalham diretamente com o LEM, foi realizada uma análise detalhada das respostas e informações adicionais. Confrontando as respostas dos três questionários aplicados,

verificou-se que existem diferentes experiências nas atividades desenvolvidas nos laboratórios. Todavia, existe uma comunhão de ideias e concepções a cerca dos laboratórios e da utilização de materiais didáticos no ensino de Matemática.

As respostas foram analisadas e discutidas por meio da seguinte categorização:

1. Importância do Laboratório de Ensino Matemática.
2. Objetivos do Laboratório de Ensino de Matemática.
3. Atividades exercidas no Laboratório de Ensino de Matemática.
4. Materiais existentes no Laboratório de Ensino de Matemática.

4.2.1 Importância do Laboratório de Ensino de Matemática

Quando questionados sobre a importância do Laboratório de Matemática, a Coordenadora 1 afirmou que:

“O LEM é importantíssimo em qualquer curso, porque é uma oportunidade para os alunos vivenciarem a matemática de maneira prática, não deixando de lado o formalismo matemático”.

Reafirmando a importância do LEM, já discutida nesse trabalho, e relacionando com a afirmação da Coordenadora 1, Rêgo e Rêgo (2012, p.41) argumenta que:

O Laboratório de Ensino de Matemática (LEM) em uma escola constitui um importante espaço de experimentação para o aluno e, em especial, para o professor, que tem a oportunidade de avaliar na prática, sem as pressões do espaço formal tradicional da sala de aula, novos materiais e metodologias, resultados de pesquisas disponibilizados na literatura [...], ampliando sua formação de modo crítico, ou seja, quando associado à formação docente, oportuniza a realização de atividades em que professores da educação básica e alunos de cursos de licenciatura possam refletir e elaborar sua avaliação pessoal do sistema de ensino adotado em nossas escolas e construir modelos viáveis de superação de seus aspectos negativos.

Ainda nesse sentido de Laboratório como espaço de experimentação, Calvetti (2001) justifica que

O laboratório matemático é caracterizado por atividades experimentais, realizadas pelo aluno e pelo professor, com intuito de construir conceitos, levando questões a serem discutidas, relacionando conteúdos escolares com atividades vivenciadas no cotidiano, onde aluno desenvolve sua própria linguagem relacionada à sua compreensão, interpretando e realmente aprendendo a realidade matemática (CALVETTI et al., 2001, p.33).

A Coordenadora 2 apontou que

“De maneira geral, a importância do LEM é auxiliar e facilitar o ensino e a aprendizagem da Matemática”.

Essa concepção da Coordenadora 2 corrobora com o autor, quando enfatiza que o LEM deve “ser o centro da vida matemática da escola; [...] o LEM é o lugar da escola onde os professores estão empenhados em tornar a matemática mais compreensível aos alunos” (LORENZATO, 2012, p. 6-7). E ainda, “[...] é um espaço para facilitar, tanto ao aluno como ao professor, questionar, conjecturar, procurar, experimentar, analisar e concluir, enfim, aprender e principalmente aprender a aprender” (LORENZATO, 2012, p. 7).

Para o Coordenador 3,

“É fato que um laboratório é de grande importância em qualquer curso de formação, e com o curso de Licenciatura em Matemática não poderia ser diferente. É um espaço favorável ao ensino e trabalho de disciplinas da ementa do curso de Licenciatura em Matemática. Um local próprio, onde os acadêmicos do curso de Licenciatura em Matemática se sentem ambientados em um universo matemático repleto de materiais pedagógicos que favorecem quantitativamente e qualitativamente o conhecimento matemático.”

Essa concepção nos remete a de Turrioni e Perez (2012), o Laboratório de Educação Matemática deve se constituir num ambiente, dentro da instituição formadora, que contribua para o desenvolvimento profissional e para a iniciação em atividades de pesquisa.

Portanto, vimos dos relatos, que todos os laboratórios visitados parecem exercer um papel importante na formação de professores nos cursos de Licenciatura em Matemática. Além disso, contemplam atividades que favorecem a integração com a comunidade não acadêmica, por meio de visitas, oficinas, cursos e projetos de extensão. Os LEMs de instituição de nível Superior recebem alunos e professores de escolas de Ensino Fundamental e Médio, através de visitas programadas para conhecer o espaço e participar de atividades com materiais e jogos do seu acervo. Já o LEM do Instituto Federal além de contribuir na formação de professores se constitui num espaço de aprendizagem para os alunos do Ensino Médio Integrado¹⁸, oferecendo-lhes diversos recursos didáticos para se trabalhar os conteúdos matemáticos.

4.2.2 Objetivos do Laboratório de Ensino de Matemática

No momento, quando questionados sobre os objetivos do laboratório, a Coordenadora 1 relatou que:

“O LEM visa proporcionar ao aluno a vivência com a matemática de maneira prática. É um ambiente de apoio aos alunos, principalmente aos ingressantes e aos alunos de estágios”.

Dessa forma, Passos (2012, p. 90) destaca que “a definição adequada para o LEM não pode ficar restrita a *lugar* ou *processo*, devendo incluir *atitude*”. Nesse sentido, chama a atenção para a sua proposta de levar os estudantes a pensar por eles mesmos e observar padrões com uma postura investigativa.

A Coordenadora 2 enfatizou que:

¹⁸ Modalidade de Ensino da Educação Profissional, que articula a educação profissional técnica de nível médio e o ensino médio, implementada com base no Decreto nº 5.154 de 23 de julho de 2004. Este decreto regulamenta o § 2º do art. 36 e os arts. 39 a 41 da Lei nº 9.394, de 20 de dezembro de 1996, que estabelece as diretrizes e bases da educação nacional, e dá outras providências.

“O objetivo principal do LEMA – UFBA é facilitar o ensino, tornando a Matemática divertida, popularizando e desmistificando, sem abrir mão da eficiência, sempre reconhecendo a Matemática como ciência”.

Com essa fala da Coordenadora 2 é possível perceber a preocupação em tornar o estudo da Matemática mais prazeroso, agradável, interessante, sobretudo eficiente, mas sem desprezar a cientificidade da Matemática.

Para Benini (2006, p. 80), o objetivo de um laboratório focado no ensino da Matemática “não é criar novas teorias ou obter resultados inéditos para a Matemática, mas propiciar aos alunos meios para que eles compreendam melhor a Matemática já existente, isto é, prezar o encontro da teoria com a prática”.

Já o Coordenador 3 revelou que:

“O objetivo é favorecer uma melhor qualificação do ensino ao acadêmico do curso de Licenciatura em Matemática”.

Nesse sentido, o objetivo apresentado pelo Coordenador 3 nos remete às afirmações de Oliveira (1983), Turrioni e Perez (2012) sob a ótica de que o Laboratório de Ensino de Matemática visa proporcionar a integração das disciplinas de formação pedagógica e as de formação profissional e a promoção da aplicação das teorias desenvolvidas nessas disciplinas. Além disso, o LEM

[...] pretende preparar novos professores com uma formação mais próxima das pesquisas recentes e imbuídos de um sentimento de indagação e procura. Visa também desenvolver no licenciando a atitude de indagação; buscar o conhecimento; aprender a aprender; aprender a cooperar; desenvolver a consciência crítica (TURRIONI; PEREZ, 2012, p.64).

Corroborando com isso, Rêgo e Rêgo (2012) afirmam que os laboratórios instalados em instituições de Ensino Superior além de incentivar a melhoria da formação inicial e continuada de professores, de modo a promover a integração das ações de ensino, pesquisa e extensão, possibilita o estreitamento da relação entre a instituição e a comunidade, estimula a prática da pesquisa em sala de aula e possibilita firmar projetos de parceria com os sistemas locais de ensino.

De maneira geral, as três concepções dos coordenadores convergem para o entendimento do LEM como um ambiente de estudo, pesquisa e desenvolvimento de ações que contribuam para a melhoria do ensino-aprendizagem de Matemática. E, a partir das entrevistas, foi possível observar que apesar dos laboratórios atenderem ao público nos níveis de Ensino Básico e Superior, o foco principal está na formação acadêmica do futuro professor de Matemática.

4.2.3 Atividades exercidas no Laboratório de Ensino de Matemática

Para Turrioni (2012, p. 63), o Laboratório de Ensino Matemática deve ser “um agente de mudança num ambiente onde se concentram esforços de pesquisa na busca de novas alternativas para o aperfeiçoamento do curso de licenciatura em matemática, mas também dos currículos dos cursos de ensino Fundamental e Médio”.

Nesse contexto, segundo a Coordenadora 1,

“As atividades desenvolvidas são Oficinas de Laboratório de Matemática I e II, Oficinas Pedagógicas em Ensino de Matemática, Seminários de Pesquisa e Extensão em Educação Matemática e Seminários de História da Matemática e estas atividades estão inseridas no Programa LABOMAT. Além disso, o espaço é utilizado para reuniões de professores da área de Matemática, pelos alunos e ex-alunos de graduação para estudos e pesquisas, para visitas programadas de alunos e professores da rede pública municipal e estadual de Ensino Fundamental e Médio.”

De acordo com a Coordenadora 2, atualmente, a equipe do Laboratório é formada por professores de Matemática, de Estatística, de Educação, e de Física, vinculados oficialmente; alunos em caráter voluntário e uma artista plástica que realiza a arte final referente aos modelos. E assim, afirma que

“o LEMA atua no desenvolvimento de projetos com alunos, na elaboração de materiais escritos e modelos, na realização de seminários e no acolhimento de grupos de estudos. Os alunos também participam de projetos, ajudam na montagem e no atendimento ao público nas exposições e eventos. O LEMA ainda recebe

visitas de escolas, de alunos de graduação e de professores da comunidade externa, realiza empréstimos de modelos para estudantes e professores utilizarem em suas práticas pedagógicas em outros espaços. Os alunos desenvolvem atividades com os modelos existentes e confeccionam novos modelos durante o curso das disciplinas obrigatórias Laboratório de Ensino de Matemática I e II, no curso de Licenciatura em Matemática.”

Conforme resposta do Coordenador 3,

“O Laboratório exerce atividades de docência, a medida que os professores utilizam esse espaço a fim de proporcionar uma possível melhoria no processo ensino-aprendizagem. No Laboratório de Matemática são desenvolvidos trabalhos de pesquisa e extensão por alunos e professores da instituição e oportuniza a realização de reuniões e grupos de estudos. Especificamente, um dos projetos em desenvolvimento que tem confeccionado muitos jogos é o Programa Institucional de Iniciação à Docência – PIBID que conta, atualmente, com 36 bolsistas”.

Assim, baseando-se em Oliveira (1983), observou-se que através das atividades desenvolvidas, os Laboratórios pesquisados buscam desempenhar o *ensino, a pesquisa e a extensão*.

Quanto ao *ensino*, Oliveira (1983) afirma que é a função principal do Laboratório, e este deve:

- a) proporcionar a integração das disciplinas do curso;
- b) promover a aplicação das teorias desenvolvidas nas disciplinas de acordo com as necessidades do público.

Nesse aspecto, ressaltamos a construção do conhecimento a partir da pesquisa, construção e reflexão dos materiais concretos pelos alunos e professores nos LEMs investigados.

Ainda segundo Oliveira (1983), o Laboratório faz *pesquisa*, quando

- a) promove aperfeiçoamento dos currículos de 1º, 2º e 3º graus;

b) busca novas metodologias aplicadas a casos específicos e garante, pelo menos, a adequação do ensino à realidade da comunidade.

A *extensão* como função da Universidade é encarada como uma resposta à comunidade, na medida em que apresenta os resultados obtidos em suas pesquisas ou até mesmo propicia a participação da comunidade nas atividades desenvolvidas. Nesse caso, os Laboratórios de Ensino de Matemática investigados, cumprem essa função ao passo que proporcionam a oportunidade de participação da comunidade no processo de pesquisa, conforme foram citadas por Oliveira (1983):

- a) na testagem de novas metodologias;
- b) na participação de cursos de aperfeiçoamentos que atendam às necessidades da comunidade;
- c) na contribuição com trocas de experiência entre os professores da comunidade escolar e os acadêmicos do curso de Licenciatura em Matemática.

4.2.4 Materiais existentes no Laboratório de Ensino de Matemática

De acordo com Lorenzato (2012) os materiais necessários ao LEM para o Ensino Fundamental são aqueles que desafiam o raciocínio lógico-dedutivo nas áreas de aritmética, álgebra, geometria, trigonometria e estatística. Para o Ensino Médio, devem ser acrescentadas situações-problemas referentes às áreas abordadas no Ensino Fundamental que agora demandem análise e interpretação mais aprofundada, além de artigos de revistas, problemas de aplicações da Matemática, desafios ao raciocínio topológico ou combinatório, etc.

De acordo com Fiorentini e Miorim (1990), a reflexão sobre a proposta político-pedagógica, sobre o papel histórico da escola, sobre o tipo de aluno que será formado, sobre qual matemática é importante para esse aluno, deve preceder a escolha de material ou jogo, até porque a simples introdução desses recursos no ensino da matemática não garante uma melhor aprendizagem dessa disciplina. Nesse sentido, Turrioni e Perez (2012, p.66) ressaltam que “o que determina a

existência do laboratório não é o material nele contido, mas o Projeto de Melhoria da Qualidade de Ensino de Matemática”.

Portanto, a seleção dos materiais didáticos e demais itens componentes de um LEM deve ser feita de forma cuidadosa, de maneira que possibilite aos alunos a prática de atividades que proporcionem a visualização e construção dos conceitos matemáticos, conduzindo-o ao raciocínio. Através do material concreto o aluno observa, verifica propriedades, faz estimativas, desenvolve a percepção espacial e cálculos mentais, relaciona informações, busca soluções para as situações-problemas, compara os resultados e produz novos conhecimentos. Os materiais concretos podem ser utilizados para o estudo das diversas áreas da Matemática, tais como: álgebra, análise combinatória, geometria, trigonometria, etc.

Os estudos em Educação Matemática, segundo Teles (2004), apresentam a Aritmética tratando de números, operações e suas propriedades, e a Álgebra como uma generalização da Aritmética, que se destaca por causa da utilização da linguagem simbólica. Além disso, a autora afirma que as dificuldades, que o aluno tem em Álgebra, estão relacionadas às dificuldades conceituais em aritmética que não foram corrigidas.

Assim, para o estudo da Álgebra, os modelos concretos encontrados no LEM – UESB foram: Ábaco com tampas de garrafas pet; Disco de Frações; Jogos matemáticos; Material dourado; Quadrado mágico. Entre eles, por exemplo, podemos destacar o Ábaco, que com sua utilização é possível efetuar operações de soma, subtração, multiplicação e divisão, e ainda, resolver problemas com frações e raízes quadradas. Além disso, pode-se resgatar um pouco da história do sistema de numeração indo-arábico que tem esse nome devido aos hindus, que o inventaram, e devido aos árabes, que o transmitiram para a Europa Ocidental.

De acordo com a Coordenadora 1, os materiais presentes no LEM – UESB foram confeccionados pelos professores e alunos, outros materiais foram comprados e até mesmo doados pelos mesmos. Como por exemplo, o Ábaco da Figura 12, que foi construído com materiais recicláveis.

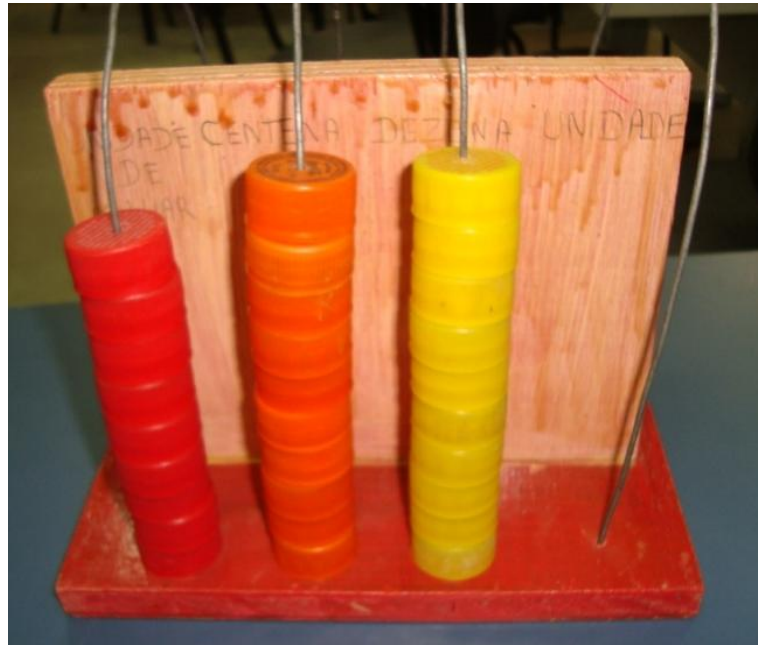


Figura 12: Ábaco (LEM-UESB)
Fonte: Arquivo da professora pesquisadora

Já no LEMA – UFBA, os modelos concretos encontrados para o estudo da Álgebra foram: Ábaco; Cubo da soma e da diferença; Fração; Jogos matemáticos; Material dourado; Raízes de inteiro; Calculadora parabólica; MMC e MDC geométrico e sem conta; Número de quadrados e de retângulos em um quadrado maior; Polinômios; Proporcionalidade e retângulos de áreas iguais; Quadrado mágico; Triângulo mágico; Soma de números ímpares, pares e quadrado perfeito; Soma de quadrados de números da sequência de Fibonacci.



Figura 13: Triângulo Mágico, Cubo da Soma e Ábaco (LEMA-UFBA)
Fonte: Arquivo da professora pesquisadora

O estudo da Combinatória e da Probabilidade é considerado essencial para que os alunos adquiram conhecimentos sobre o levantamento de possibilidades e a medida da chance de cada uma delas (BRASIL, 2008). A experiência docente levou-nos a perceber que a análise combinatória exige um pensamento formal e um raciocínio lógico. Assim, esse conteúdo é de difícil assimilação para muitos alunos, e na maioria das vezes, é ensinado de forma mecânica com aplicação de fórmulas. Essas dificuldades podem ser minimizadas por meio de atividades que propicie discussões em grupos e a utilização de materiais concretos que podem auxiliar nesse processo. No LEM – UESB foi encontrado o Xadrez que, por exemplo, pode ser utilizado no estudo das possibilidades de movimento de cada peça.



Figura 14: Xadrez (LEM-UESB)
Fonte: Arquivo da professora pesquisadora

No LEMA – UFBA, além do Xadrez, foram encontrados os seguintes modelos concretos: Disposição de cores em uma bandeira; Cinema; Aula com computadores; Banca Examinadora; Quadrantes do círculo; Funções; Disposição de passageiros no metrô; Disposição de pessoas em uma sala; Elaboração de convites para um jantar; Elaboração de horário de disciplina; Elaboração dos jogos de um campeonato de futebol; Roda de ciranda; Triângulo de Pascal. Alguns desses modelos representam situações reais do cotidiano do aluno, como exemplo, a contagem de possibilidades de três pessoas sentarem em cinco cadeiras dispostas em frente a uma TV, conforme Figura 15.



Figura 15: Disposição de pessoas em uma sala (LEMA-UFBA)
 Fonte: Arquivo da professora pesquisadora

Segundo as Orientações Curriculares para o Ensino Médio,

O estudo da Geometria deve possibilitar aos alunos o desenvolvimento da capacidade de resolver problemas práticos do cotidiano, como, por exemplo, orientar-se no espaço, ler mapas, estimar e comparar distâncias percorridas, reconhecer propriedades de formas geométricas básicas, saber usar diferentes unidades de medida. Também é um estudo em que os alunos podem ter uma oportunidade especial, com certeza não a única, de apreciar a faceta da Matemática que trata de teoremas e argumentações dedutivas. Esse estudo apresenta dois aspectos – a geometria que leva à trigonometria e a geometria para o cálculo de comprimentos, áreas e volumes. (BRASIL, 2008, p. 75)

Baldissera (2007, p. 5) afirma que “a geometria é um ramo da matemática que estuda as formas, planas e espaciais, com as suas propriedades”. Seu estudo é de fundamental importância pelas aplicações nas diversas áreas do conhecimento e do cotidiano. Os alunos apresentam muitas dificuldades no estudo da Geometria, nesse sentido, a visualização e manipulação de materiais didáticos torna-se essencial para a construção do saber geométrico, pois amplia a capacidade intuitiva de percepção e representação.

No LEM – UESB encontra-se modelos concretos, como: Polígonos; Polígonos regulares; Áreas de figuras planas (Geoplano); Tangran; Poliedros; Poliedros regulares; Poliedros em dobraduras; Poliedros em papel e em palitos de churrasco; Medida da diagonal de um cubo; Prismas, pirâmides, cilindros e cones circulares e oblíquos; Volumes (unidade de volume; prismas, pirâmides; pirâmides com volumes iguais).

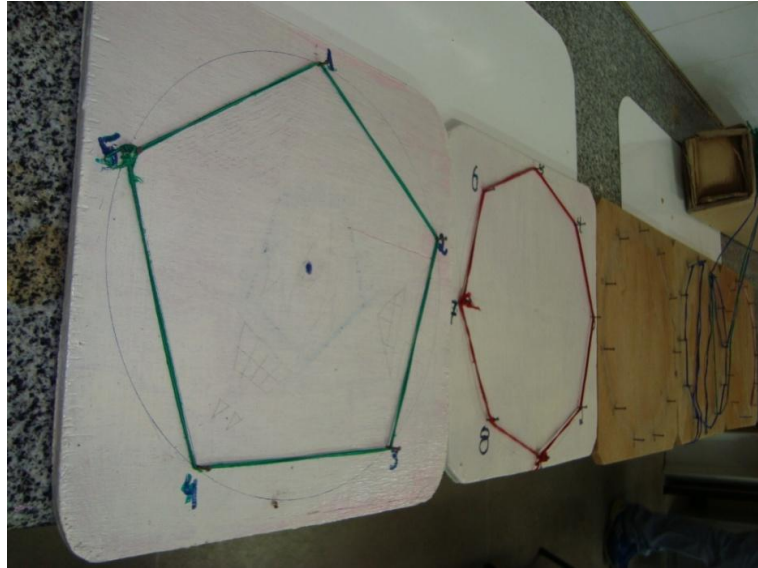


Figura 16: Polígonos Regulares (LEM-UESB)
Fonte: Arquivo da professora pesquisadora



Figura 17: Sólidos Geométricos (LEM-UESB)
Fonte: Arquivo da professora pesquisadora

E no LEMA – UFBA, os modelos concretos listados foram: Polígonos; Polígonos regulares; Áreas de figuras planas (quadrado unitário e polígonos);

Produtos notáveis; Polígonos regulares justapostos, casas de vespas e abelhas, perímetro fixo e áreas de polígonos regulares; Tangran; Tangran circular; Unidade de medida – área; Unidade de medida – comprimento; Relação entre as áreas de um triângulo equilátero e um hexágono regular inscritos em uma circunferência. Poliedros; Poliedros regulares; Poliedros em dobraduras; Poliedros regulares e bola de futebol; Centro de um octaedro regular, esferas inscrita, circunscrita; Poliedros com vértices nas arestas de um cubo; Medida da diagonal de um cubo; Prismas, pirâmides, cilindros e cones circulares e oblíquos; Unidade de medidas – capacidade no espacial; Volumes (unidade de volume; Princípio de Cavalieri; prismas, pirâmides; pirâmides com volumes iguais); poliedros regulares inscritos em poliedros regulares.

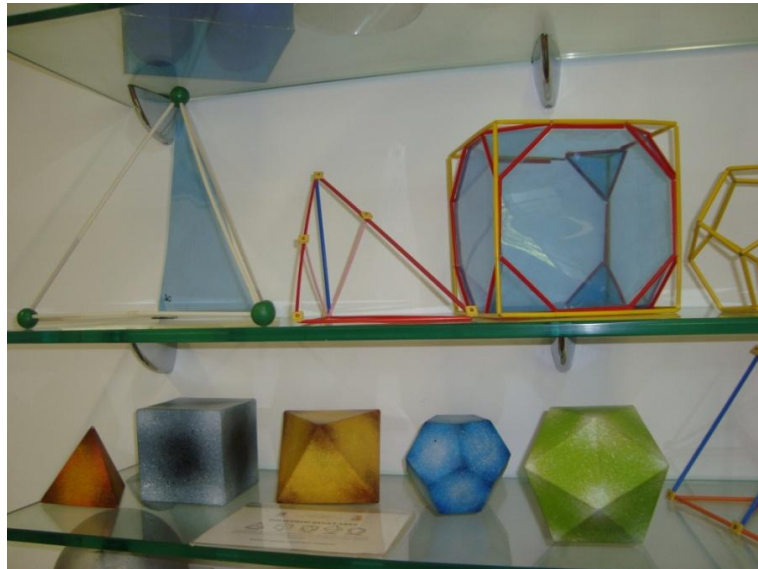


Figura 18: Poliedros (LEMA-UFBA)
Fonte: Arquivo da professora pesquisadora



Figura 19: Seções Planas do Cone (LEMA-UFBA)
Fonte: Arquivo da professora pesquisadora

De acordo com o Coordenador 3 e observação realizada durante a visita, o Laboratório de Matemática do IFNMG, *Campus* Januária possui equipamentos fabricados pelo Centro Industrial de Equipamentos de Ensino e Pesquisa – CIDEPE, que constitui a chamada Unidade Mestre de Matemática, que auxilia na explicação de conteúdos matemáticos de maneira prática, despertando o aluno para o aprendizado, estimulando a criatividade, interesse e capacidade de lidar com diversas situações. Dentre esses equipamentos, o conjunto de sólidos geométricos, conforme Figura 20, é muito utilizado pelos professores nas aulas de Geometria Espacial.



Figura 20: Conjunto de Sólidos Geométricos (LM-IFNMG Januária)
Fonte: Arquivo da professora pesquisadora

Outro equipamento, também muito utilizado nas aulas de Geometria do IFNMG, denominado Eixos Articuláveis com Transversal – Projetável (Figura 21) serve para o estudo de posição de duas retas em um plano, ângulos opostos pelo vértice, ângulos correspondentes, alternos e colaterais, propriedades do paralelismo, propriedades das retas transversais etc.

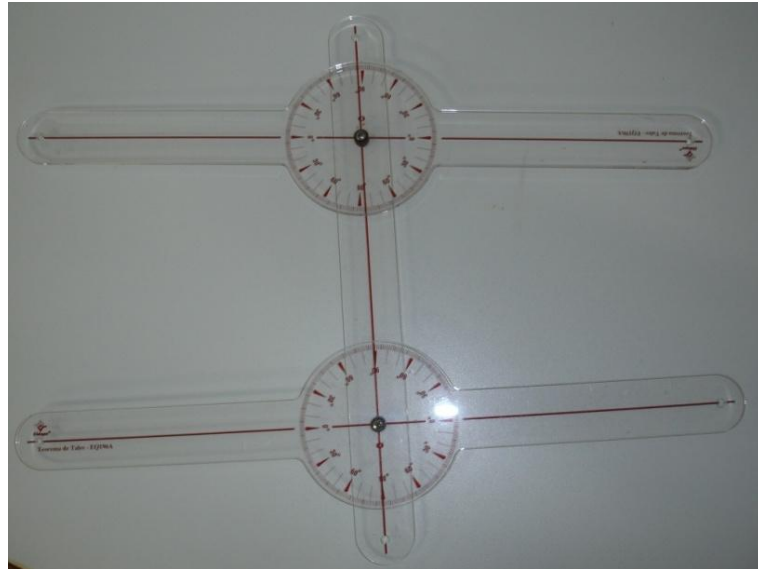


Figura 21: Eixos Articuláveis com Transversal – Projetável (LM-IFNMG Januária)
Fonte: Arquivo da professora pesquisadora

E ainda, possuo o Conjunto para Figuras de Revolução, usado para o estudo de sólidos de revolução, e também funções senoidais com aquisição de dados em tempo real, gráficos, tabelas etc.



Figura 22: Conjunto para Figuras de Revolução (LM-IFNMG Januária)
Fonte: http://issuu.com/cidepe/docs/cat_logo_cidepe_-_2__edi__o

Para Baldissera (2007), a implementação de sua proposta de intervenção no ensino e aprendizagem, por meio da construção de figuras planas e espaciais em

madeira ou materiais similares, permitiu ao aluno desenvolver a capacidade de resolver exercícios matemáticos de geometria espacial, alertando-os para a importância da interpretação correta. Para isso, foi necessário que o aluno fosse capaz de desenvolver a intuição geométrica e seu uso na resolução de problemas; interpretar situações reais com auxílio de recursos conceituais da geometria; investigar a evolução histórica dos conceitos de geometria; aumentar o raciocínio matemático através do exercício de indução e dedução dos conceitos geométricos; aguçar a visualização dos objetos planos e espaciais; conceituar e definir as principais noções de geometria espacial e desenvolver a capacidade de criação de figuras geométricas complexas a partir de construções elementares.

Quanto aos jogos e sua utilização, as Orientações Curriculares para o Ensino Médio enfatizam que

Os jogos e brincadeiras são elementos muito valiosos no processo de apropriação do conhecimento. Permitem o desenvolvimento de competências no âmbito da comunicação, das relações interpessoais, da liderança e do trabalho em equipe, utilizando a relação entre cooperação e competição em um contexto formativo. [...] Utilizar jogos como instrumento pedagógico não se restringe a trabalhar com jogos prontos, nos quais as regras e os procedimentos já estão determinados; mas, principalmente, estimular a criação, pelos alunos, de jogos relacionados com os temas discutidos no contexto da sala de aula. (BRASIL, 2008, p.28).

O LEM – UESB possui vários jogos, entre eles: Mancala, Curral, Pentaminós, Torre de Nara, Senha 4 Cores, Torre de Hanói, Sudoku, Nó de Marceneiro, Pula Pula, Math, Faraó. Listaremos a seguir dois jogos, apresentando-os, citando suas potencialidades e possíveis momentos de utilização na sala de aula.

O CURRAL, representado pela Figura 23, é um jogo recomendado tanto para crianças como adolescentes. É um jogo de estratégia que ajuda desenvolver também a concentração. O jogo consta de um tabuleiro de 9 X 9, quatro peões (sendo um de cada cor) e 21 cercas. Curral pode ser jogado por dois, três ou quatro pessoas e, dependendo do número de participantes, cada jogador recebe um determinado número de cercas: 10 cercas pra cada, no caso de 2 jogadores; 7 cercas se forem 3 jogadores e 5 cercas quando jogarem 4 pessoas. No início da partida cada peão ocupa uma das casas centrais da lateral do tabuleiro e na sua vez o jogador deve optar entre mover sua peça ou colocar uma de suas cercas no

tabuleiro como uma tentativa de retardar o progresso do seu oponente. Ao colocar as cercas você não pode obstruir completamente seu oponente de modo que ele seja impedido de atingir seu objetivo, ou seja, você deve sempre deixar um trajeto possível para que ele possa atravessar o tabuleiro. É importante ter cuidado onde se coloca as cercas, pois elas não podem ser movidas depois. As cercas colocadas podem tocar na extremidade das outras, mas não podem ultrapassar a borda do tabuleiro ou se cruzar formando a letra “T”. O objetivo do jogo é ser o primeiro a mover sua peça até uma casa qualquer do lado oposto do tabuleiro. Cada partida dura em torno de 10 minutos e permite uma série de movimentos estratégicos cruciais que levam a uma excitante corrida no final.



Figura 23: Jogo Curral (LEM-UESB)
Fonte: Arquivo da professora pesquisadora

A TORRE DE HANÓI, conforme Figura 24, é um dos quebra-cabeças matemáticos mais populares. Ele foi inventado pelo matemático francês Eduardo Lucas em 1883 (TAHAN, 1974, p.137). As peças são n discos de tamanhos diferentes e todos com um furo em seu centro e três hastes onde são colocados os discos. Inicialmente os discos formam uma torre onde todos são colocados em uma das hastes em ordem decrescente de tamanho. O objetivo é trocar todos os discos

de haste com menor número possível de movimentos, de modo que só se pode mover um de cada vez, sem deixar um disco de diâmetro maior sobre um de diâmetro menor.

Depois de criar o jogo, seu inventor o associou a uma curiosa lenda – a lenda do fim do mundo: “Quando Deus criou o mundo, colocou no templo de Benares, o jogo de Hanói com 64 andares de ouro. Por determinação de Brahma, os sacerdotes ficaram encarregados de transportar a Torre de ouro da haste A para a haste B, de acordo com as regras do jogo. Os movimentos, desde o princípio do mundo, são feitos pelos sacerdotes, noite e dia, sem parar. Segundo a crença dos hindus, a terminação desse jogo vai assinalar o fim do mundo [...] Será que o fim do mundo está próximo?” (TAHAN; 1974, p. 140).

Para investigação desse problema, pode-se conduzir os alunos a analisarem os seguintes casos, conforme proposta de Shine (2001). Vejamos nas Figuras de 24 a 30.

Para $n=1$, observa-se que é necessário um movimento.

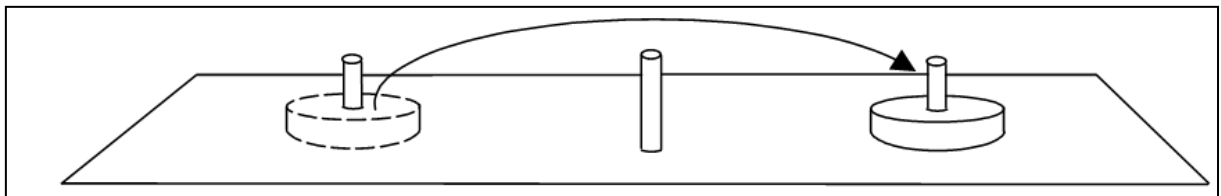


Figura 24: Torre de Hanói com 1 disco
Fonte: Revista Eureka!, N.º. 11, p. 18

Para $n=2$, três movimentos são suficientes.

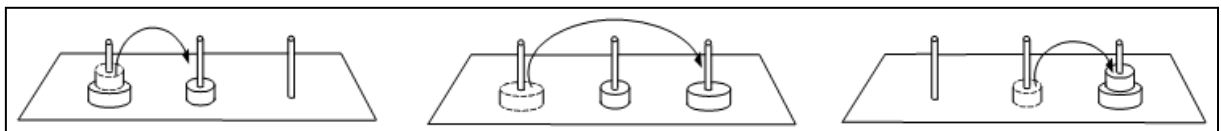


Figura 25: Torre de Hanói com 2 discos
Fonte: Revista Eureka!, N.º. 11, p. 18

Analogamente, para $n=3$, sete movimentos são suficientes.

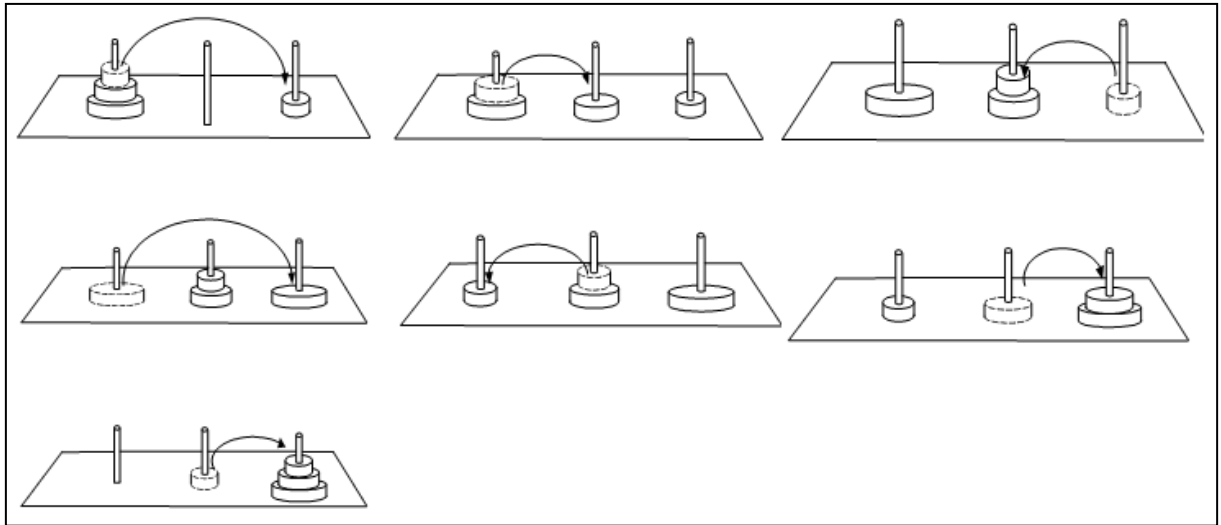


Figura 26: Torre de Hanói com 3 discos
 Fonte: Revista Eureka!, N.º. 11, p. 18

A partir dessa análise dos movimentos para pequenas quantidades de discos, é necessário estimular o aluno na investigação e promover a percepção de alguma regularidade na busca de generalizações.

Imagine uma torre com n discos e que se saiba resolver o problema para $n - 1$ discos.

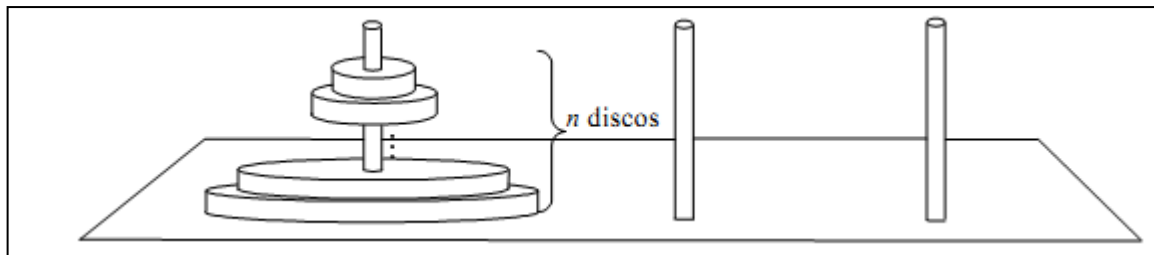


Figura 27: Torre de Hanói com n discos
 Fonte: Revista Eureka!, N.º. 11, p. 19

Podemos transferir os $n - 1$ discos de cima para a segunda haste vazia.

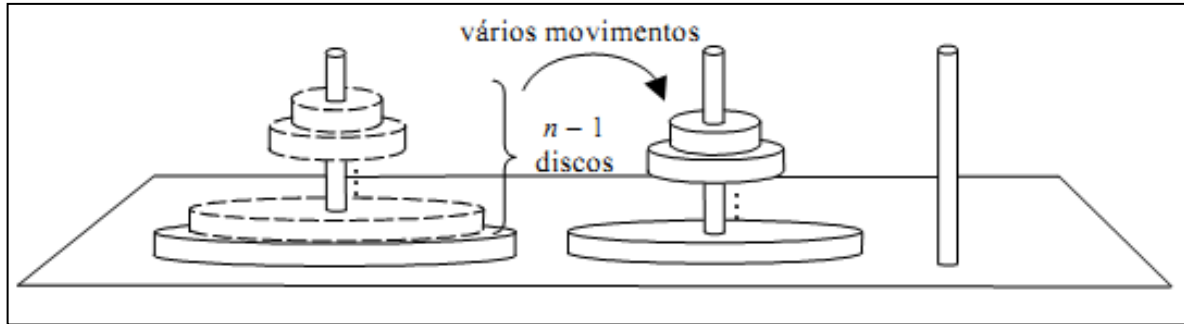


Figura 28: Movimento de $n - 1$ discos na Torre de Hanói
 Fonte: Revista Eureka!, Nº. 11, p. 19

Depois passamos o disco maior para a terceira haste vazia.

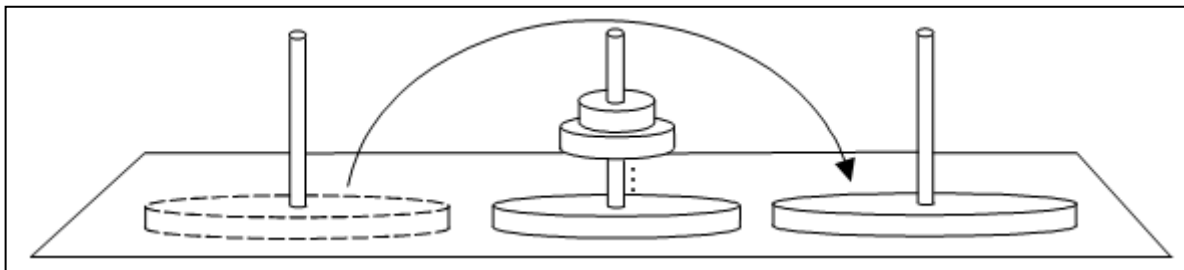


Figura 29: Movimento do disco maior na Torre de Hanói
 Fonte: Revista Eureka!, Nº. 11, p. 20

Por fim, colocamos os $n - 1$ discos menores sobre o disco maior.

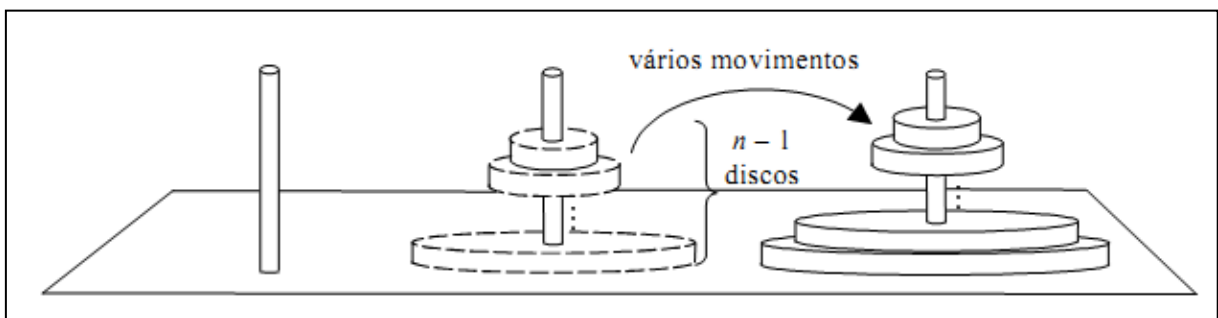


Figura 30: Movimento dos $n - 1$ discos menores na Torre de Hanói
 Fonte: Revista Eureka!, Nº. 11, p. 20

Dessa forma, o Quadro 3, mostra a generalização da quantidade de movimentos realizados.

Quadro 4 – Generalização do número de movimentos para n discos

Número de discos	Quantidade Mínima de movimentos	Generalização Matemática
0	0	$2^0 - 1 = 0$
1	1	$2^1 - 1 = 1$

2	3	$2^2 - 1 = 3$
3	7	$2^3 - 1 = 7$
4	15	$2^4 - 1 = 15$
n	...	$2^n - 1$

Fonte: Própria pesquisadora

Assim, pela observação de regularidades, conforme Tabela 1, precisamos de $2^n - 1$ movimentos para resolver o problema da torre de Hanói com n discos. Ou seja, os sacerdotes precisarão de $2^{64} - 1$ movimentos. Mesmo se eles fizessem um movimento por segundo, eles precisariam de mais de 500 bilhões de anos.

Dessa forma, esse jogo quando utilizado nas séries do Ensino Fundamental II e no Ensino Médio, poderá ser usado no intuito do estabelecimento de estratégias na transferência de peças, na contagem dos movimentos, no raciocínio lógico, em sequências, progressões geométricas e funções. Além disso, este jogo pode ser utilizado desde as séries iniciais do Ensino Fundamental I, no intuito de aprimorar a coordenação motora, identificação de cores, noção de ordem crescente e decrescente. E ainda, pode ser abordado no Ensino Superior, em programação, indução finita e exemplos de recorrências. Enfim, é um jogo de fácil assimilação e se adapta a diferentes níveis de ensino e tem muito a ser explorado.

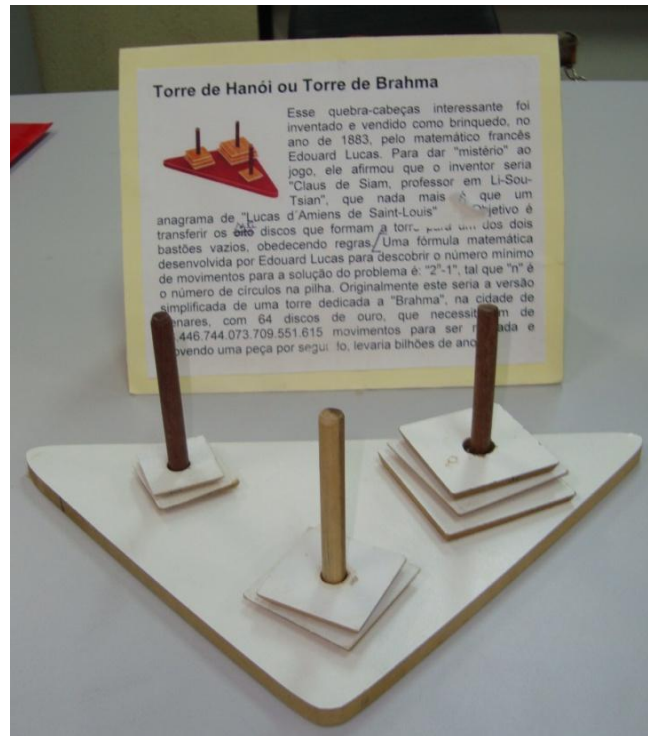


Figura 31: Torre de Hanói (LEM-UESB)
Fonte: Arquivo da professora pesquisadora

Relacionado também à Torre de Hanói, Gonçalves e Gonçalves (2011) através de relato de experiência, apresentaram uma reflexão teórica de um trabalho que foi desenvolvido no primeiro semestre do ano letivo de 2007, numa escola pública de Campina Grande do Sul, numa turma de nono ano do ensino fundamental envolvendo o conteúdo de propriedades de potência. O trabalho objetivou contribuir para o entendimento de como o jogo pode favorecer a aprendizagem dos alunos. A partir da sequência formada pelo número de movimentos necessários para cada quantidade de discos que compunham o jogo, numa tentativa de generalizar o número mínimo de movimentos para n discos, alunos e professor se envolveram numa atividade sobre o jogo Torre de Hanói, embasado teoricamente em estudos acerca da resolução de problemas, jogos, investigações matemáticas e o uso da calculadora. Este estudo possibilitou o aprendizado de conteúdos matemáticos através de uma perspectiva lúdica com maior autonomia na elaboração de operações relativas ao cálculo de potências e o uso da calculadora na resolução de problemas, além auxiliar na verificação do resultado, também potencializou o cálculo e estimulou o desenvolvimento de generalizações matemáticas.

No LM do IFNMG, também foram observados muitos jogos. É importante ressaltar que entre os jogos confeccionados, listados a seguir, alguns são da própria

autoria de alunos e essa lista foi disponibilizada pelo professor coordenador do PIBID - Matemática.

- 1) Avançando com o resto (divisão de números naturais)
- 2) Batalha naval nas matrizes
- 3) Batalha Naval no círculo trigonométrico
- 4) Batalha naval no plano cartesiano
- 5) Batalha noturna (probabilidade)
- 6) Bingo da adição (adição de números naturais)
- 7) Bingo Matemático (operações com números naturais)
- 8) Bingo trigonométrico
- 9) Boliche (adaptável a qualquer conteúdo)
- 10) Caçando pares de números
- 11) Caminhada (operações com números naturais)
- 12) Correndo com frações
- 13) Corrida com frações
- 14) Dominó da multiplicação
- 15) Dominó da multiplicação e da divisão
- 16) Dominó da proporção
- 17) Dominó das expressões algébricas
- 18) Dominó das frações



Figura 32: Dominó das Frações (LM-IFNMG Januária)
Fonte: Arquivo da professora pesquisadora

- 19) Dominó de equações do 1º grau
- 20) Dominó do 2º grau
- 21) Dominó dos múltiplos e divisores
- 22) Dominó geométrico
- 23) Dominó trigonométrico
- 24) Estudo dos paralelogramos
- 25) Estatística
- 26) Estrela guia (adição e subtração com números inteiros)
- 27) Expressões algébricas
- 28) Figuras geométricas com canudinhos
- 29) Fórmula 1 da porcentagem
- 30) Frações Equivalentes
- 31) Jogando com frações
- 32) Jogo da memória com figuras geométricas
- 33) Jogo da porção quadrada (potenciação e radiciação)
- 34) Jogo da velha (estratégia)
- 35) Jogo da velha matemático (divisão de números naturais)

- 36) Jogo das equações do 2º grau
- 37) Jogo de dados (potenciação de monômios)
- 38) Jogo de divisão utilizando dados (divisão com números naturais)
- 39) Jogo do Pirata (operações no conjunto dos números naturais)

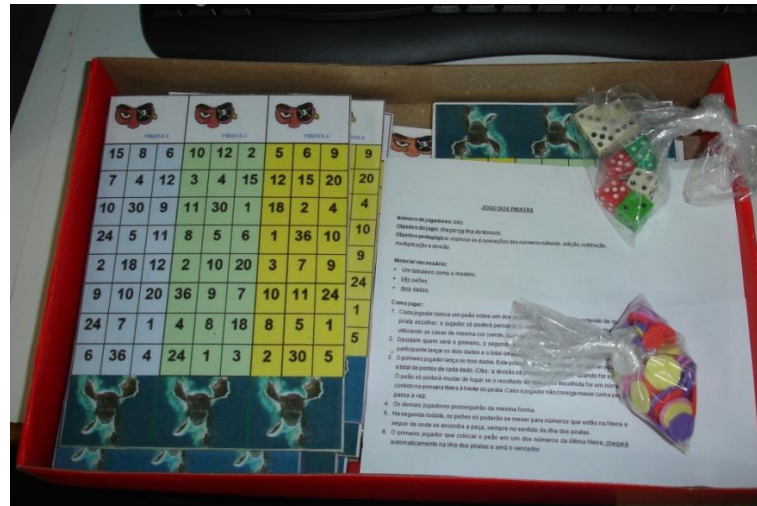


Figura 33: Jogo dos Piratas (LM-IFNMG Januária)
Fonte: Arquivo da professora pesquisadora

- 40) Jogo do vai e vem (Divisão de números naturais)
- 41) Jogo dos produtos
- 42) Jogo jipto
- 43) Ludo com naturais (introdução números naturais)
- 44) Maria sem vergonha (multiplicação de monômios e binômios)
- 45) Papa todas (operações com frações)



Figura 34: Papa Todas (LM-IFNMG Januária)
Fonte: Arquivo da professora pesquisadora

- 46) Pega varetas
- 47) Plantar e colher com o Awalé (estratégia, raciocínio)
- 48) Poliminós (geometria)
- 49) Ponto a ponto (introduzir conceito de número primo)
- 50) Prêmios e tarefas
- 51) Q-negócio (probabilidade, porcentagem, raciocínio lógico)
- 52) Stop (operações em R)
- 53) Subindo no Tobogã (operações no conjunto dos números inteiros)
- 54) Subtraindo no círculo (operações no conjunto dos números inteiros)
- 55) Subtraindo pelo bosque (operações no conjunto dos números inteiros)
- 56) Tabuada do jogo da velha (multiplicação de números naturais)
- 57) Tangram (geometria)
- 58) Triângulo mágico
- 59) Triângulo notável
- 60) Trilha Algébrica (operações com monômios)
- 61) Trilha das quatro operações (operações com números inteiros)
- 62) Trilha numérica (operações com números inteiros)

63) Xadrez chinês (raciocínio, estratégia)

Quanto ao uso de material concreto no estudo da Trigonometria, destacamos o relato de experiência de Mendes, P. et al. (2009), que apresenta uma proposta para o ensino da trigonometria de forma alternativa e prática. Foram elaboradas atividades que se diferenciam da memorização de fórmulas e da reprodução de algoritmos. Dessa forma, foi proposta a confecção do ciclo trigonométrico para facilitar a visualização das funções trigonométricas, utilização do bingo da trigonometria, problemas contextualizados e a construção de um “teodolito”, para calcular medidas e alturas. Para os autores, a utilização desses materiais supera a concepção baseada nas repetições e memorizações e possibilita uma prática pedagógica que instiga a curiosidade, a compreensão e a construção do conhecimento científico significativo para os alunos.

E ainda, o trabalho de Santos e Cury (2011), que por meio de um artigo, apresentam um relato parcial de uma investigação realizada com alunos do Ensino Médio nas aulas de Trigonometria. O trabalho teve por objetivo analisar o uso de materiais manipuláveis como ferramenta para a exploração de conteúdos matemáticos, na resolução de problemas trigonométricos. Através da análise das resoluções das questões propostas no questionário verificou-se que os estudantes têm muitas dificuldades em relação aos conteúdos de Trigonometria. Daí, atividades foram elaboradas e aplicadas utilizando maquete, que representavam situações escolhidas. Neste artigo, a atividade relatada foi denominada “medindo a altura de objetos pela sombra”. E constatou-se que o uso de maquetes, efetivamente, propiciou a compreensão dos enunciados e a resolução das questões apresentadas aos alunos.

Para o estudo da Trigonometria, no LEM – UESB, encontra-se um Ciclo Trigonométrico que foi confeccionado pelos alunos e com material de baixo custo, conforme Figura 35.

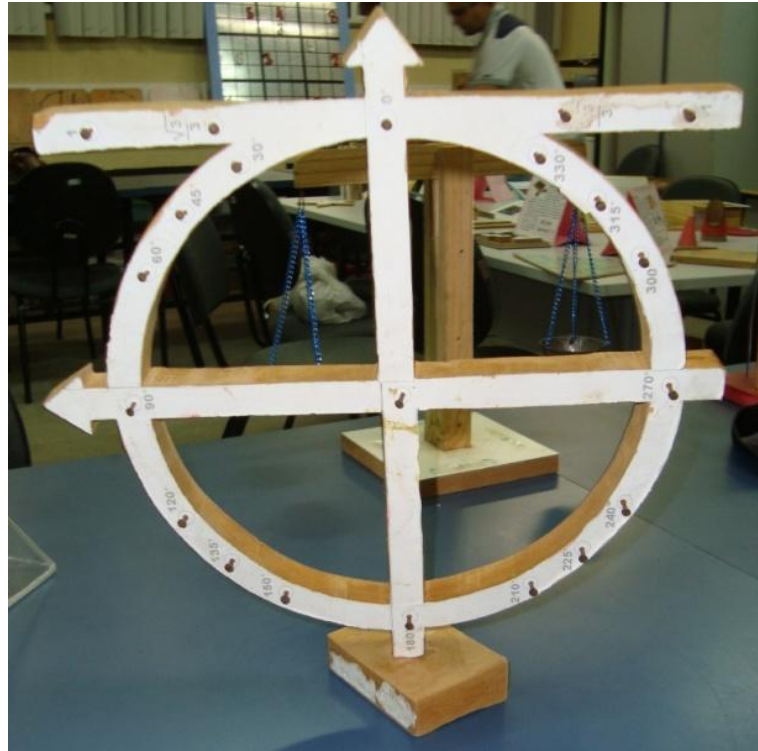


Figura 35: Ciclo Trigonômico (LEM-UESB)
Fonte: Arquivo da professora pesquisadora

E no LEMA – UFBA, os modelos listados envolvendo os estudos da Trigonometria foram: Grau e radiano; Seno e cosseno; Função de Euler; Ângulo entre as diagonais de um cubo; Ângulo entre duas faces adjacentes de um tetraedro regular (Figura 36); Ângulo entre faces de octaedro regular; Ângulo entre ligações de uma molécula de metano; Cálculo do raio da terra.

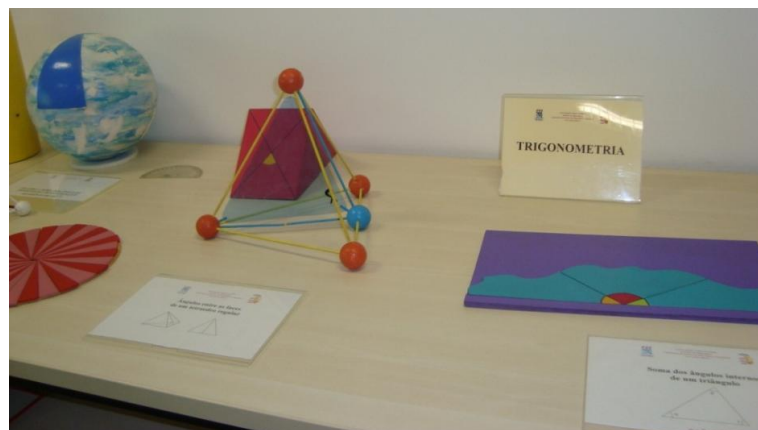


Figura 36: Ângulo entre duas faces adjacentes de um tetraedro regular (LEMA-UFBA)
Fonte: Arquivo da professora pesquisadora

Ainda nessa perspectiva, no LM – IFNMG tem o Quadro Trigonométrico que é utilizado para o estudo de medidas, relações métricas no triângulo retângulo, teorema de Pitágoras, relações trigonométricas no triângulo retângulo e na circunferência (seno, cosseno e tangente), etc.



Figura 37: Quadro Trigonométrico (LM-IFNMG Januária)
Fonte: Arquivo da professora pesquisadora

Quanto à Estatística, a importância de seu estudo e seus conteúdos são apresentados nas Orientações Curriculares para o Ensino Médio (2008), no bloco “Análise de dados e probabilidade”. Assim,

O estudo da estatística viabiliza a aprendizagem da formulação de perguntas que podem ser respondidas com uma coleta de dados, organização e representação. Durante o Ensino Médio, os alunos devem aprimorar as habilidades adquiridas no Ensino Fundamental no que se refere à coleta, à organização e à representação de dados. Recomenda-se um trabalho com ênfase na construção e na representação de tabelas e gráficos mais elaborados, analisando sua conveniência e utilizando tecnologias, quando possível. Problemas estatísticos realísticos usualmente começam com uma questão e culminam com uma apresentação de resultados que se apoiam em inferências tomadas em uma população amostral. (BRASIL, 2008, p. 78).

Dessa forma, os Laboratórios de Ensino de Matemática também podem contemplar o estudo da Estatística através de materiais manipulativos. Por exemplo, no LEMA – UFBA os modelos concretos encontrados para esse estudo foram: Distribuição de Gauss, Normal bivariada, Médias geométricas, aritméticas e harmônicas; Brincando de Amostragem, Técnica de bloqueamento, Captura e Recaptura, Tiro ao alvo, Dominó, Estimando o número de táxis, Entendendo uma pesquisa eleitoral.

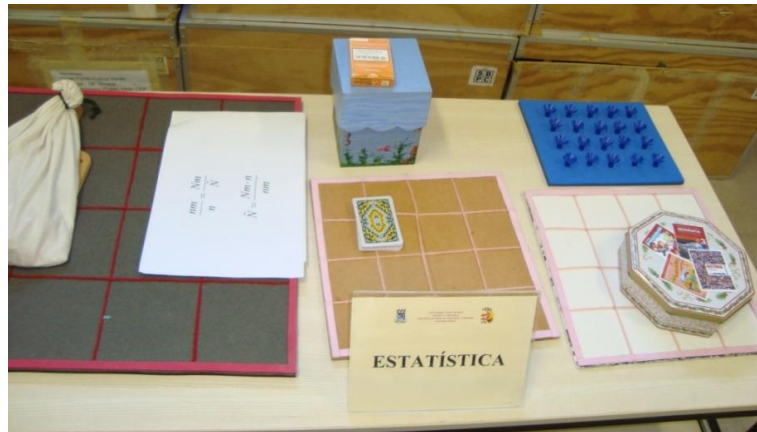


Figura 38: Materiais para estudo de Estatística (LEMA-UFBA)
Fonte: Arquivo da professora pesquisadora

Ainda nos Laboratórios de Ensino de Matemática, é possível construir modelos concretos para o estudo de áreas mais avançadas da Matemática, como por exemplo, de Cálculo, Geometria Analítica e Diferencial e Otimização. Para o estudo do Cálculo, no LEMA – UFBA foram listados os seguintes modelos concretos: Área do cone circular; Área – do quadrado à superfície; Cálculo de volume por seções paralelas (triângulos equiláteros, triângulos retângulos, semi-discos, semi-elipse); Setor do cone; Curva de nível; Interseção de cilindros circulares; Elemento de volume de coordenadas cilíndricas; Sólido para coordenadas esféricas; Curva e sólido de interseção de cones e cilindros; Centro de massa de figuras planas; Teorema de Pappus.



Figura 39: Interseção de cilindros circulares (LEMA-UFBA)
 Fonte: Arquivo da professora pesquisadora

E para o estudo da Geometria Analítica e Diferencial e Otimização foram listados os modelos concretos: Caminho da abelha no cilindro, menor caminho da formiga; Ciclóide – menor tempo, tempos iguais; Construção contínua de cônicas; Cônicas como seção do cone; Minimizando Áreas mínimas para embalagens de volumes fixos; Volumes máximos de embalagem com polígonos; Parábola e o princípio dos refletores parabólicos; Sinuca elíptica; volume de paralelepípedo; quádricas; superfícies e sólidos de rotação, superfícies regradas. Superfícies mínimas e Problema de Plateau.

A Figura 41, por exemplo, representa modelos para visualização e estudo das quádricas: elipsóide, parabolóide hiperbólico (Sela do Cavalo), parabolóide elíptico. E também, o modelo concreto que representa o gráfico da função $z = x^3 - 4xy^2$, denominado Sela do Macaco.



Figura 40: Modelos de Quádricas (LEMA – UFBA)
 Fonte: Arquivo da professora pesquisadora

Observou-se entre outros modelos, ainda, o modelo concreto do hiperbolóide elíptico de uma folha, representado pela equação $x^2 + y^2 - z^2 = 1$. Este pode ser construído girando-se dois anéis circulares que foram ligados por várias cordas de mesmo comprimento, como mostrado na Figura 41. Esta propriedade faz do hiperbolóide elíptico uma construção “estruturalmente estável”. Por este motivo, as chaminés das usinas nucleares possuem o formato do hiperbolóide elíptico.

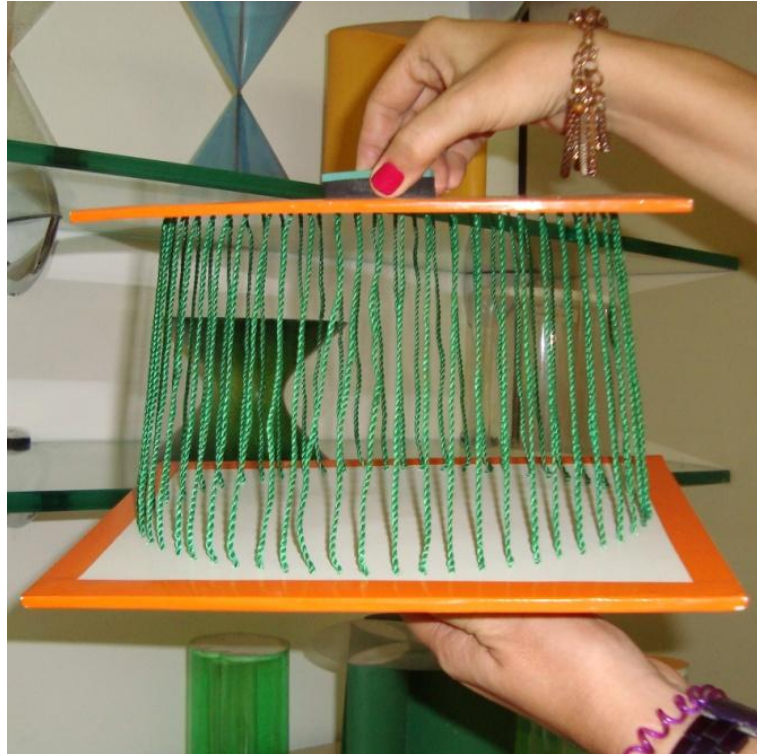


Figura 41: Hiperbolóide elíptico de uma folha (LEMA – UFBA)
Fonte: Arquivo da professora pesquisadora

Nesse sentido, Dominguez et al. (2012), relata sobre os altos índices de reprovação e evasão nos cursos de Cálculo Diferencial e Integral e comenta sobre o modelo de ensino tradicional oferecido na maioria dos cursos de Cálculo. Baseado nesse panorama, os autores buscaram analisar como os alunos determinavam o volume de sólidos usando o método das seções transversais, por meio de materiais manipuláveis. A análise dos dados da pesquisa apontou que as representações manipuláveis foram além da visualização de sólidos geométricos, mediando as ações dos alunos e possibilitando relacionar as representações manipuláveis, as representações algébricas e as representações verbais. Entretanto, observaram a necessidade da mediação do professor para que os alunos pudessem fazer uso dos materiais manipuláveis de maneira adequada e eficiente para a aprendizagem.

De maneira geral, pelo que foi descrito nessa subseção, observa-se que para o LM do IFNMG foram citados apenas equipamentos industrializados, porém, é importante ressaltar que este também possui livros didáticos de Ensino Fundamental e Médio, revistas, modelos concretos confeccionados pelos alunos e professores, como por exemplo, o geoplano, o triangulo de Pascal em EVA¹⁹, isopor e papel, figuras geométricas espaciais em diversos materiais (em papel colorido, com arestas em madeira e de vidro), bem como, modelo para o estudo da parábola e jogos.



Figura 42: Sólidos Geométricos (LM-IFNMG Januária)
Fonte: Arquivo da professora pesquisadora

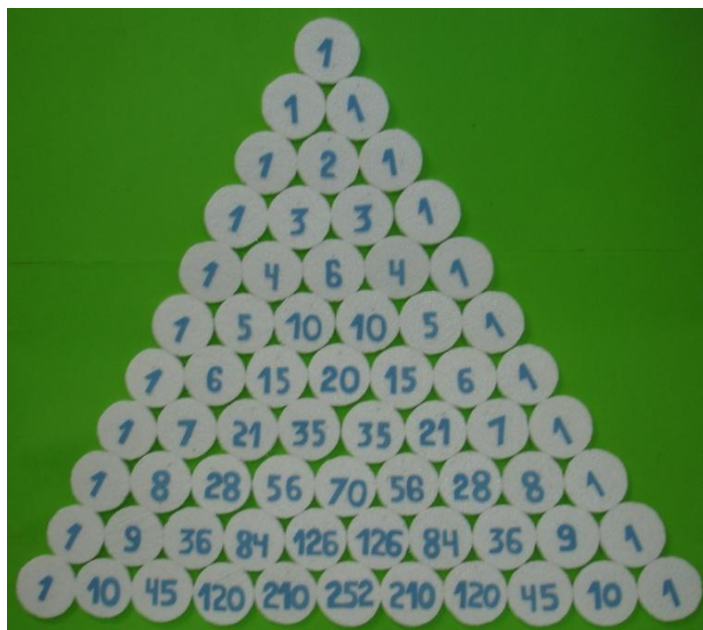


Figura 43: Triangulo de Pascal (LM-IFNMG Januária)
Fonte: Arquivo da professora pesquisadora

¹⁹ Etil Vinil Acetato (também conhecido como emborrachado)

Segundo a Coordenadora 2, a maioria dos modelos foram construídos por alunos e professores e esses modelos são executados em material de baixo custo de sucata. Muitos deles precisaram ser projetados no computador com o auxílio de programas matemáticos. O acervo é utilizado para as aulas de disciplinas do Departamento de Matemática, fica disponível para a comunidade externa da UFBA, e contempla o estudo das três grandes áreas: Álgebra, Análise e Geometria. A lista de modelos concretos apresentados foi disponibilizada pela professora Coordenadora 2 e a maioria deles puderam ser constatados pelas fotos capturadas nos dias de visita.

Quanto aos materiais e modelos existentes nos laboratórios, verificou-se que o mais dotado de modelos concretos é o Laboratório de Ensino de Matemática e Estatística (LEMA – UFBA). É importante registrar que o Laboratório de Ensino de Matemática (LEM – UESB) produz muitos materiais, porém a maioria deles é confeccionada em papel e acabam se deteriorando pelo manuseio. Além disso, foi relatado que durante as oficinas, muitos modelos concretos são construídos pelos alunos e/ou pelo ministrante da oficina, mas estes não ficam no LEM – UESB, e acabam sendo levados pelos autores.

De maneira geral, percebeu-se que os laboratórios visitados possuem tempos bem diferentes de existência e funcionamento, o da UFBA existe desde 1993, o da UESB, desde 2002 e o do IFNMG, desde 2011. Isso pode ser um fator significativo que justifique as diferentes apresentações e relatos vistos nesse trabalho.

É importante ressaltar que a confecção dos modelos, materiais e jogos pelos próprios alunos é bem utilizada nos três laboratórios e como vimos, isso é uma prática defendida pelos autores Lorenzato (2012) e Sarmiento (2010).

De maneira geral, os Laboratórios investigados têm buscado desenvolver atividades que desperte um interesse maior pela Matemática e que o conhecimento seja construído por meio de materiais manipulativos. E ainda, os LEMs têm incentivado a reflexão sobre formas de ensinar e aprender conteúdos matemáticos, que muitas vezes se apresentam tão abstratos para os alunos e sem relevância. Assim, têm buscado contribuir na formação inicial e continuada de professores de Matemática por meio de modelos manipulativos.

4.3 Consolidando a proposta de um Laboratório de Ensino de Matemática

De posse de todo esse estudo sobre o Laboratório de Ensino de Matemática, das discussões sobre os questionários e entrevistas, da observação do funcionamento e das atividades que vem sendo desenvolvidas em alguns LEMs, nos lançamos no desenvolvimento de uma proposta de construção de um Laboratório de Ensino de Matemática para o Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia Baiano – Itapetinga e também para o Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia – Vitória da Conquista, que atenda professores e alunos do Ensino Médio Integrado.

Dessa forma, baseado em tudo que foi investigado, vamos apontar sugestões para as condições do espaço físico e mobiliário a ser disponibilizado, dos materiais didáticos (calculadoras, livros, filmes etc.) a serem adquiridos, dos materiais manipuláveis (tangran, sólidos geométricos etc.), jogos a serem confeccionados, dos sujeitos envolvidos no processo de construção, manutenção e utilização de um LEM com o intuito de criar um ambiente agradável e que contribua efetivamente para o ensino e aprendizagem de Matemática.

Assim, o Laboratório de Ensino de Matemática aqui proposto segue a concepção de um espaço voltado para a criação de situações pedagógicas desafiadoras que auxiliem no processo de construção do conhecimento matemático. Concebemos um Laboratório, conforme Lorenzato (2012), como um ambiente de aprendizagem que pode proporcionar experiências matemáticas e que a manipulação de materiais enriqueçam as aulas, tornando-as interessantes, motivadoras e prazerosas. Mas é fundamental que o professor saiba utilizar corretamente os materiais didáticos, incentivando a atividade mental dos alunos, visto que a realização da atividade manipulativa não garante a aprendizagem por si só.

Para o espaço físico do LEM, sugerimos uma sala ampla e arejada com capacidade de 35 a 40 alunos, visto que, essa é a média atual de alunos por turma nas instituições. Esse espaço se apresenta como mais adequado para a realização das atividades matemáticas, para confecção e produção de materiais pedagógicos e

para estudos, facilitando o desenvolvimento dessas atividades em grupos. Dentre os laboratórios visitados o que mais nos chamou atenção quanto ao espaço físico, e que gostaríamos de seguir o formato é o do IFNMG, *Campus Januária*, conforme Figura 44, com algumas modificações, como por exemplo, mesas em tamanho menor.



Figura 44: Modelo de Laboratório
Fonte: Arquivo da professora pesquisadora

De recursos materiais, precisa-se de 7 mesas de trabalho para 6 alunos cada uma, 1 mesa para professor, 43 cadeiras, 1 lousa, 1 tela de projeção, 2 armários de aço, prateleiras embutidas na parede para organização dos modelos matemáticos e para o acervo bibliográfico, bancada para computadores e impressora em duas paredes da sala, 10 computadores, 1 impressora, 1 data show, 1 máquina fotográfica digital. O acervo bibliográfico se constitui de revistas, jornais, artigos, textos sobre matemática e educação matemática, livros didáticos, paradidáticos e outros, problemas desafiadores e de lógica, questões de olimpíadas e de ENEM. Idealizamos o Laboratório com o seguinte formato:

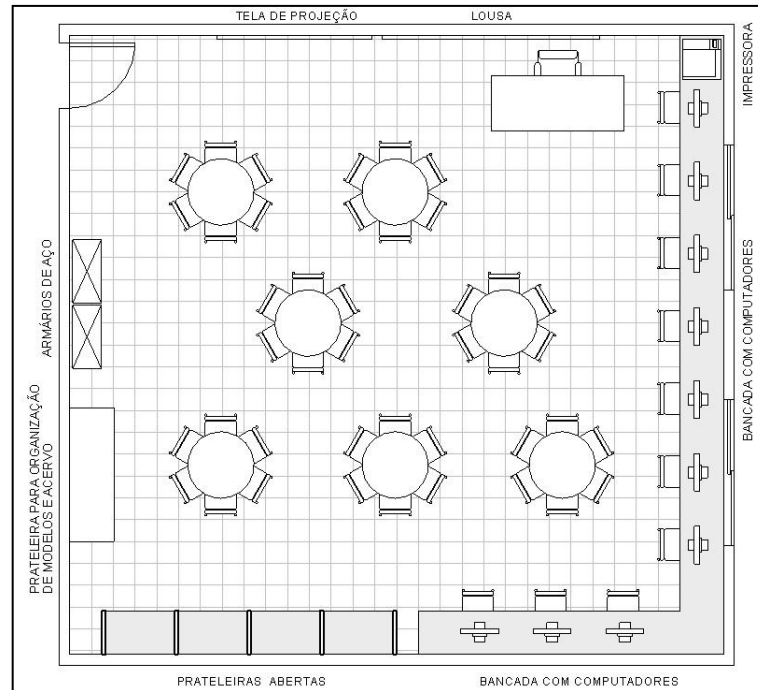


Figura 45: Croqui do LEM em duas dimensões (planta baixa)
Fonte: Arquivo da professora pesquisadora

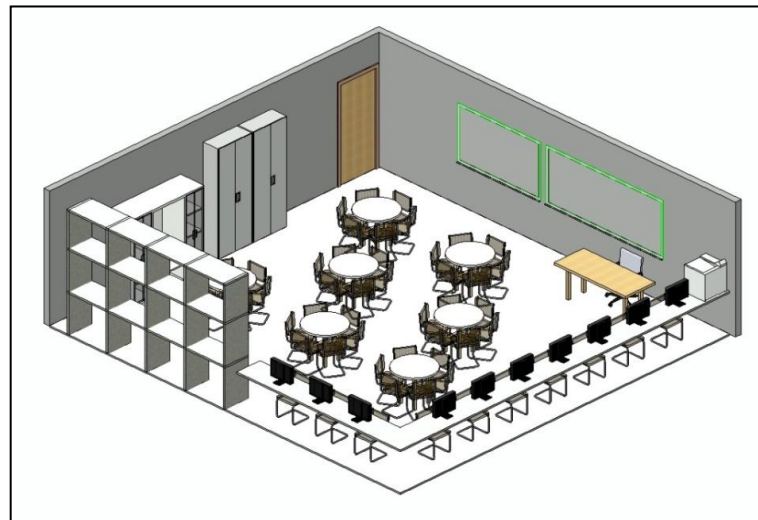


Figura 46: Croqui do LEM em três dimensões (perspectiva)
Fonte: Arquivo da professora pesquisadora

No IFBAIANO – Itapetinga já possui a Unidade Mestre de Matemática, conforme Figura 47, com sensores, software e interface, destinada ao estudo dos seguintes tópicos: medidas, erros; trigonometria, os triângulos (retângulo, escaleno, isósceles); relações métricas do triângulo retângulo; teorema de Pitágoras; funções trigonométricas; lei dos cossenos; geometria plana: retas num plano, ângulos (opostos pelo vértice, correspondentes, internos, complementares, alternos, colaterais); paralelismo; retas transversais; figuras planas; áreas; geometria espacial:

figuras tridimensionais; áreas; volumes; superfícies de revolução; sólidos de revolução; cilindro de revolução, secções cilíndricas, cone de revolução, secções cônicas, esfera de revolução; áreas; volumes etc.



Figura 47: Unidade Mestra de Matemática
 Fonte: <http://www.cidepe.com.br/pt/produtos/matematica>

O equipamento Unidade Mestra de Matemática foi adquirido em 2011, assim como outros produtos semelhantes para Biologia, Química e Física, mas como não existia um espaço exclusivo para cada área, esses produtos passaram a compor o laboratório único do IFBAIANO – Itapetinga que atende às disciplinas Biologia, Química, Física e Matemática. É um excelente recurso que proporciona o estudo de geometria, principalmente a geometria espacial e também auxilia na construção de outros materiais pedagógicos. Apesar disso, este não é utilizado na sua totalidade porque não dispõe de um espaço adequado. E ainda, outros materiais precisam ser adquiridos e confeccionados para o estudo da Matemática.

Entendemos que a utilização de modelos e materiais manipulativos prontos (industrializados) para o ensino da Matemática é um recurso alternativo para dinamização das aulas, podendo torná-las mais atrativas e significativas para os alunos. Nesse sentido, pretende-se proporcionar o desenvolvimento do raciocínio e a construção do conhecimento matemático.

Todavia, concordamos com Lorenzato (2012) e Sarmiento (2010) que muitos materiais utilizados na construção de um LEM devam ser confeccionados pelos próprios alunos com a orientação e ajuda do professor, a partir de materiais de baixo custo, recicláveis, e de utilização pelo próprio aluno no seu dia-a-dia em casa e no seu ambiente escolar. Isso apresenta a vantagem de superar as limitações de recursos financeiros para compra de materiais industrializados e favorece a aprendizagem de conceitos matemáticos envolvidos também no processo de construção do material.

Além disso, a construção do material propicia aos alunos autonomia e criatividade, já que eles serão sujeitos da sua formação, uma vez que irão pesquisar e analisar os conteúdos relacionados ao material, quais objetivos se alcançarão com o material construído, que tipos de atividades podem ser elaboradas, bem como, construir o material como ferramenta para a investigação de situações e questionamentos apresentados pelo professor.

Para Passos (2012, p.87) “quando um material apresenta aplicabilidade para modelar um grande número de ideias matemáticas, ele pode ser considerado um bom material didático”. Por exemplo, a folha de papel que através de dobraduras é possível explorar vários conceitos de geometria e ainda o material dourado que auxilia o estudo do sistema de numeração decimal, frações e decimais, operações aritméticas e representação de expressões algébricas.

Assim, na seleção de materiais manipuláveis é importante observar se estes representam claramente o conceito matemático, se são motivadores, se proporcionam uma base para a abstração, se proporcionam a personificação do conceito matemático ou das ideias a serem exploradas, se é possível adequá-los em diferentes séries e níveis de formação de conceitos. Esses critérios citados foram definidos por Reis (apud Matos e Serrazina, 1996) para seleção de bons materiais manipuláveis.

Dessa forma, listamos a seguir alguns materiais a serem construídos, mas de forma alguma limitaremos a implementação do LEM à construção destes materiais, visto que a necessidade dos professores e alunos é o que determinará, de fato, o momento e o modo de construção de cada material concreto. Além disso,

elencamos alguns conceitos principais e utilidade de cada um dos materiais concretos a serem explorados, conforme segue:

- Ábaco – Usado para efetuar operações de soma, subtração, multiplicação e divisão, e ainda, resolver problemas com frações e raízes quadradas.
- Frações em Barra – Material utilizado para o estudo de frações, frações equivalentes, adição e subtração de frações, fração de fração, etc. Além disso, se associa a elementos do cotidiano que utilizam barra como unidade de medida.
- Geoplano – Recurso que pode auxiliar no desenvolvimento de atividades com figuras e formas geométricas planas, bem como, o estudo das características e propriedades delas (vértices, arestas, lados), ampliação e redução de figuras, simetria, área e perímetro.
- Geoespaço – Modelo é confeccionado com uma base quadrada de madeira, quatro cantoneiras que dão sustentação a uma placa de acrílico transparente, nos dois planos são traçadas malhas quadriculadas semelhantes, em cujos vértices são fixados pequenos ganchos. Os esqueletos dos sólidos são construídos por ligas de borracha, presas entre os ganchos dos dois planos, delimitados por ligas que formam polígonos nas duas malhas quadriculadas. Esse material possibilita o estudo de geometria espacial com modelos tridimensionais.
- Jogos para aprendizagem – São muitos os tipos de jogos e com diversas possibilidades de utilização.
- Sólidos Planificados – Visualização e estudo de conceitos e propriedades matemáticas.
- Sudoku – Quebra-cabeça criado a partir da ordenação dos números. O quebra-cabeça contém São dadas algumas pistas iniciais, que são números inseridos em algumas células, de maneira a permitir uma indução ou dedução dos números em células que estejam vazias. As regras são simples, contudo, a linha de raciocínio requerida para alcançar a solução pode ser complexa. O *sudoku* é recomendado como um exercício para o pensamento lógico.
- Tangran – Quebra-cabeça formado por 7 peças (5 triângulos, 1 quadrado e 1 paralelogramo). Com essas peças podemos formar várias figuras, utilizando todas elas sem sobrepô-las. É utilizado para o estudo da geometria, além disso, desenvolve a criatividade e o raciocínio lógico.

Entendemos que muitos outros materiais concretos poderão ser construídos, adaptados ou criados pelos professores e alunos de acordo com as necessidades específicas do conteúdo a ser estudado. Para tanto, além dos materiais permanentes (mesa, cadeira, computador,...), é necessário que o Laboratório de Ensino de Matemática, *campi* Itapetinga e Vitória da Conquista possuam materiais de consumo para construção de modelos, tais como:

- Apontador
- Barbante
- Bastão de cola quente
- Borracha branca
- Caixa de CD-RW regravável
- Caixa de grampo p/ grampeador
- Canetas (azul, vermelha, preta)
- Canudinhos
- Cola
- Cola quente
- Compasso
- Esquadros
- Fita métrica
- Folha Cartolina
- Folha em EVA
- Grampeador de mesa
- Lápis de cera
- Lápis de cor
- Lápis preto
- Nylon
- Palito de churrasco
- Papel cartão
- Papel milimetrado
- Papel vegetal
- Régua – 30cm
- Resma de papel A4
- Tesoura
- Transferidor

Alguns dos materiais industrializados também podem ser confeccionados pelos alunos, mas sugerimos a obtenção de alguns deles:

- Baralho – Material concreto que pode ser usado em sala de aula, auxiliando na apreensão e compreensão de espaço amostral e eventos no estudo do conteúdo Probabilidade.

- Blocos Lógicos em madeira – conjunto de pequenas peças geométricas divididas em quadrados, retângulos, triângulos e círculos. Tem por finalidade auxiliar o aluno a perceber semelhanças e diferenças entre objetos e a identificar formas bidimensionais em situações que envolvam descrições orais, construções, representações ou mesmo explorações livres, bem como, explorar relações de conjuntos envolvendo as operações básicas.

- Calculadora Científica.

- Conjunto de Esquadros em MDF – Para construções geométricas em tamanho ampliado e no quadro branco.

- Cubo da Soma – Quebra-cabeça composto por sete policubos (peças formadas por pequenos cubos unitários) para montar um cubo de 3x3x3 unidades. As peças também podem ser usadas para montar uma variedade de formas tridimensionais interessantes, e por isso às vezes o cubo soma é considerado o equivalente 3D dos tangrans. Possibilita a aquisição de conceitos, como por exemplo: noções de área, volume e componentes de um sólido geométrico (aresta, faces, vértices).

- Dados – Material importante no estudo de espaço amostral e eventos. Além disso, podem ser utilizados no desenvolvimento de diversos jogos.

- Disco de Frações – Conjunto de 6 discos de cores diferentes, com recortes destacáveis de diferentes frações: 1, 2/2, 3/3, 4/4, 6/6, 8/8. Este conjunto possibilita a visualização da representação de uma fração por meio de figuras geométricas. E, também auxilia apenas na compreensão das noções de fração e suas equivalências.

- Jogo de damas – Jogo de tabuleiro que auxilia no desenvolvimento da reflexão e criação de estratégias.

- Poliminós – São figuras planas formadas pela justaposição de um número n de quadrados iguais, de maneira que toda uma aresta de um quadrado fique em contato com toda a aresta de outro quadrado. Assim, por construção geométrica, são classificados segundo o número de quadrados que compõem cada figura: monominó (1), dominó (2), triminó (3), tetraminó (4), pentaminó (5), hexaminó (6),..., n -minó (n quadrados). Podem-se estudar questões relacionadas à Geometria e

Aritmética para as classes do Ensino Fundamental e Médio, e à Álgebra e Análise Combinatória para o Ensino Médio. E, quando aplicado diretamente a essas questões, pode-se desenvolver a percepção espacial e raciocínio lógico ao mover manualmente as peças, a generalização quando se descobre semelhanças fundamentais entre peças (ALMEIDA, 2010).

- Tabuleiros de xadrez – O Xadrez estimula o desenvolvimento de habilidades cognitivas, tais como: atenção, memória, raciocínio lógico, inteligência, imaginação, etc., que são habilidades fundamentais no desenvolvimento futuro do indivíduo. Além disso, estimula a auto-estima, a competição saudável e o trabalho em equipe.

Com essa pesquisa, também observamos que o Laboratório de Ensino de Matemática não se constitui apenas de espaço físico e recursos materiais. Dessa forma, serão as atividades desenvolvidas no LEM que “movimentarão” alunos e professores, tornando-o uma ferramenta eficiente para a construção do conhecimento matemático. Listaremos, a seguir, algumas sugestões de atividades que podem ser desenvolvidas neste ambiente:

- Aulas de reforço escolar.
- Aulas dinâmicas.
- Campeonatos de Xadrez, Dama e outros jogos.
- Exposições de obras de arte ligadas ao conhecimento da matemática.
- Feiras de jogos matemáticos.
- Formação de grupos de estudos formados por alunos.
- Formação de grupos para resolução de exercícios.
- Gincanas.
- Mini-Cursos.
- Oficinas de matemática.
- Oficinas de Nivelamento.
- Realização de palestras.
- Visitas de alunos de outras escolas da comunidade, especialmente, escolas públicas.

Para a manutenção do LEM sugere-se que seja montada uma equipe formada por professores da área e alunos bolsistas²⁰ ou voluntários para sistematização das atividades a serem desenvolvidas e seus horários. Além disso, recomenda-se a criação de um regulamento de acesso e permanência no espaço para fins de organização e preservação dos materiais.

Essa proposta deverá ser apreciada pelos demais professores da área, e a partir disso, formalizar o projeto atendendo as exigências do IFBaiano, *campus* Itapetinga e do IFBA, *campus* Vitória da Conquista, com as adaptações que se fizerem necessárias.

²⁰ O IFBA e o IFBAIANO através do Programa Institucional de Bolsas de Iniciação Científica Júnior ofertam bolsas de iniciação à pesquisa e extensão para os alunos.

5. CONSIDERAÇÕES FINAIS

A presente pesquisa realizada teve como objeto de estudo **as contribuições do Laboratório de Matemática no processo de ensino e aprendizagem da Matemática**. Nesse sentido, baseado na revisão da literatura, buscou-se investigar a importância e contribuição de um Laboratório de Ensino de Matemática, bem como as potencialidades dos materiais manipulativos no processo de ensino e aprendizagem da Matemática. E a partir daí, elaborar uma proposta de construção de um Laboratório de Ensino de Matemática em dois campi do Instituto Federal, na Bahia.

Na tentativa de elevar o desempenho dos alunos em Matemática, vislumbramos a utilização do Laboratório de Ensino de Matemática como um caminho para melhorar o ensino e a aprendizagem da Matemática. Desse modo, buscou-se na literatura, as concepções, possibilidades e limites do Laboratório de Ensino de Matemática (LEM) e também relatos de experiências com o LEM.

Foram apresentadas várias definições para o Laboratório de Ensino de Matemática, e então idealizamos a construção de um LEM, como um espaço de explorações e investigações matemáticas que favoreça o ensino e aprendizagem da Matemática. Das experiências relatadas de construção de LEMs, verificou-se que foram muitos os desafios e obstáculos, principalmente com relação à existência de um espaço físico, mas com persistência e boa vontade da equipe os LEMs se consolidaram e apresentaram contribuições significativas para o ensino e aprendizagem da matemática, principalmente na formação de professores.

Não acreditamos que o Laboratório de Ensino de Matemática seja o único caminho nem tão pouco seja a solução para superar todas as dificuldades no ensino e aprendizagem da Matemática, mas entendemos que pode ser um ponto de partida para a aplicação de metodologias alternativas, visando tornar as aulas mais motivadoras e com resultados mais satisfatórios.

Investigou-se também, na literatura, a importância e potencialidades de utilização de materiais concretos nas aulas, buscando justificar ainda mais a

construção do Laboratório de Ensino de Matemática. Verificou-se que as experiências de ensino utilizando o LEM mostraram resultados positivos por ser um ambiente motivador, atrativo, organizado e adequado para a utilização dos materiais didáticos manipuláveis, facilitando a compreensão de conceitos e propriedades matemáticas.

Observou-se também que a construção dos materiais pelos próprios alunos é mais interessante, ao passo que proporciona uma (re) descoberta na elaboração de conjecturas matemáticas e caminhos para solucionar os problemas. Nessa perspectiva, esperamos que o LEM proposto mostre aos alunos que o conhecimento matemático está em contínua construção.

Contudo, os materiais manipulativos não podem ser utilizados com a finalidade em si mesmo, mas como instrumentos que podem oferecer aos alunos, quando utilizados adequadamente, a oportunidade de expressar, explicar e organizar ideias matemáticas, de forma a modificar as práticas de aula tradicional, em que o professor transmite o conteúdo matemático como verdades prontas e acabadas e o aluno apenas memoriza e reproduz, sem compreender.

Nesse contexto, foram visitados três laboratórios: o Laboratório de Ensino de Matemática (LEM) – UESB do *Campus* Vitória da Conquista, o Laboratório de Ensino de Matemática e Estatística (LEMA – UFBA) e o Laboratório de Matemática (LM) do Instituto Federal do Norte de Minas Gerais – IFNMG, *Campus* Januária, visando conhecer os LEMs, sua atuação na instituição e na comunidade, investigar as atividades desenvolvidas e os materiais existentes nos LEMs.

Por meio das visitas, foi possível conhecer o espaço físico, o mobiliário, os recursos materiais e os materiais manipulativos, bem como a disposição desses elementos. Com a análise dos dados coletados por meio do questionário aplicado, das entrevistas com os coordenadores, de fotos capturadas nas visitas, de documentos e relatórios institucionais pôde-se conhecer e/ou verificar a atuação e contribuição dos Laboratórios de Ensino de Matemática investigados. Além disso, os resultados revelaram que os Laboratórios investigados têm buscado desenvolver atividades que motivem a aprendizagem Matemática e que o conhecimento seja construído por meio de materiais manipulativos.

Como todos os laboratórios investigados exercem atividades voltadas para os alunos de graduação é importante que o processo de ensino e aprendizagem da matemática utilizando materiais concretos cause impacto nos alunos de graduação para que esses possam disseminar essa prática nas escolas e instituições de ensino que já atuam e/ou atuarão como professores.

Por fim, apresentou-se uma proposta de construção de um Laboratório de Ensino de Matemática para o IFBA, *Campus Vitória da Conquista* e para o IFBAIANO, *Campus Itapetinga*. O Laboratório de Ensino de Matemática proposto tem por objetivo principal desenvolver e aplicar estratégias que permitam a construção do conhecimento dos alunos por meio de materiais manipulativos que incentivem os alunos a refletir, discutir, comparar, associar e validar os conhecimentos matemáticos. Além disso, espera-se que o Laboratório de Ensino de Matemática tenha um espaço físico agradável, possua material bibliográfico escrito e/ou digital e materiais concretos e lúdicos que oportunize as investigações matemáticas e contribua para o ensino e aprendizagem da Matemática do Ensino Médio de maneira dinâmica, criativa, significativa e eficiente.

REFERÊNCIAS

ALMEIDA, V. L. M. C.; GUIMARÃES, D. D. M.; BESERRA, V. S. **Pentaminós como uma ferramenta didática.** Disponível em: <<http://www.unesp.br/prograd/PDFNE2005/artigos/capitulo%2010/pentaminos.pdf>>. Acesso em: 13 mai. 2014.

BALDINI, L. A. F.; GOMES, M. T. **A construção do Laboratório de Ensino de Matemática e suas contribuições no processo de aprendizagem.** Revista F@pciência, Apucarana-PR, ISSN 1984-2333, v.3, n. 6, p. 65 – 71, 2009.

BALDISSERA, A. **A geometria trabalhada a partir da construção de figuras e sólidos geométricos.** Disponível em: <www.diaadiaeducacao.pr.gov.br/.../2007_unioeste_mat_artigo_altair_baldissera.pdf>. Acesso em: 10 abr. 2014.

BENINI, M.B.C. **Laboratório de Ensino de Matemática e Laboratório de Ensino de Ciências: uma comparação.** 2006. 108f. Dissertação (Pós-graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática) Universidade Estadual de Londrina, Londrina – PR. Orientador: Dr. Carlos Eduardo Laburú. 2006.

BICUDO, M. A. V. **Pesquisa em Educação Matemática: Concepções & Perspectivas.** São Paulo. Editora UNESP. Seminários & Debates. 1999.

_____. **Pesquisa Qualitativa e Pesquisa Qualitativa segundo a Abordagem Fenomenológica.** In: BORBA, M. C.; ARAÚJO, J. L. (Org.) Pesquisa Qualitativa em Educação Matemática. Belo Horizonte: Autêntica, 2010.

BOGDAN, R. C.; BIKLEN, S. K. **Investigação qualitativa em educação – Uma introdução à teoria e aos métodos.** Porto: Porto Editora, 1994.

BRASIL. Ciências da natureza, matemática e suas tecnologias / Secretaria de Educação Básica. – Brasília : Ministério da Educação, Secretaria de Educação Básica, 2008. 135 p. (Orientações curriculares para o ensino médio; volume 2)

BRASIL. **PISA 2012: Relatório Nacional.** Brasília: INEP/MEC, 2012. Disponível em: <http://download.inep.gov.br/acoes_internacionais/pisa/resultados/2014/relatorio_nacional_PISA_2012_resultados_brasileiros.pdf>. Acesso em: 22 abr. 2014.

CALVETTI, A. R. et al. **Laboratório de Matemática.** Revista PEC. Curitiba, v.1., n.1, p.31-34, jul.2000 – jul.2001. Disponível em: <http://www.bomjesus.br/publicacoes/pdf/revistaPEC/laboratorio_de_matematica.p> Acesso em: 20 Fev. 2014.

D'AMBROSIO, U. **Educação Matemática: da teoria á prática**. Campinas: Ed. Papirus, 1996.

DOMINGUEZ, G. L.; BOAS, J. V.; BARBOSA, J. C. **O cálculo de volume de sólidos por seções transversais e o uso de materiais manipuláveis**. Anais do V Seminário Internacional de Pesquisa em Educação Matemática – SIPEM. Petrópolis-RJ, 2012.

FIORENTINI, D.; MIORIM, M, A. **Uma reflexão sobre o uso de materiais concretos e jogos no Ensino da Matemática**. Boletim da SBEM. SBM: São Paulo, ano 4, n. 7, 1990.

_____. **Investigação em educação matemática: percursos teóricos e metodológicos**. Dário Fiorentini, Sérgio Lorenzato – 3ª Ed. rev. Campinas, SP: Autores Associados, 2009. (Coleção formação de professores)

GUIMARÃES, E. L. **Subprojeto de Licenciatura em Matemática**. Subprojeto apresentado ao Programa Institucional de Bolsa de Iniciação à Docência – PIBID. IFNMG. 2009.

GONÇALVES, A. O.; GONÇALVES, C. C. S. A. **A Torre de Hanoi: um trabalho com investigações matemáticas, resolução de problemas e a calculadora**. In: Anais do X Congresso Nacional de Educação – EDUCERE e I Seminário Internacional de Representações Sociais, Subjetividade e Educação – SIRSSSE, Curitiba, PR, 2011. Disponível em: <http://educere.bruc.com.br/CD2011/relatos_1.html>. Acesso em 11 abr. 2014.

INSTITUTO FEDERAL DE EDUCAÇÃO, CIENCIA E TECNOLOGIA DO NORTE DE MINAS GERAIS - IFNMG (CAMPUS JANUÁRIA). **Projeto Laboratório do Curso de Licenciatura em Matemática**. RESOLUÇÃO CD Nº 10 - 04/10/2006. 2008.

LORENZATO, S. (org.). **O Laboratório de Ensino de Matemática na formação de professores**. 3ª ed. Campinas, SP: Autores Associados, 2012. 178p.

LÜDKE, M.; ANDRÉ, M. E. D. A. **Pesquisa em educação: abordagens qualitativas**. [Reimpr.]. São Paulo: EPU, 2012.

LIMA, P. F. **Editorial**. Educação Matemática em Revista. São Paulo: SBEM, ano 12, n. 18-19, 2005.

MAIA, E. C. S. **Relatório de atividades de Extensão intitulado “Programa Laboratório de Matemática – LABOMAT”**. Relatório apresentado à Pró-reitoria de Extensão da Universidade Estadual do Sudoeste da Bahia –UESB. Vitória da Conquista: BA, 2013.

MATOS, J. M.; SERRAZINA, M. L. **Didáctica da matemática**. Lisboa, Universidade Aberta, 1996.

MENDES, I. A. **Matemática e Investigação em sala de aula: tecendo redes cognitivas na aprendizagem**. Ed. rev. São Paulo: Editora Livraria da Física, 2009.

MENDES, P. W.; MOÇO, P. P.; MACHADO, C. C.; NOVELLO, T. P. **Uso de material concreto no ensino de Trigonometria**. In: Anais do IX Congresso Nacional de Educação – EDUCERE e III Encontro Sul Brasileiro de Psicopedagogia-ESBP-ABPp, Curitiba, PR, 2009. Disponível em: <http://www.pucpr.br/eventos/educere/educere2009/anais/relatos_1.html>. Acesso em: 11 abr. 2014.

MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO. Disponível em: <<http://www.brasil.gov.br/educacao/2013/12/avaliacao-internacional-constata-maior-avanco-do-brasil-em-matematica>>. Acesso em: 10 dez. 2013.

NACARATO, A. M. **Eu trabalho primeiro no concreto**. Revista de Educação Matemática, São Paulo, v. 9, n. 9 e 10, p. 1-6, 2005.

OLIVEIRA, A. M. N. **Laboratório de Ensino e Aprendizagem em Matemática: As razões de sua necessidade**. Dissertação de Mestrado – UFPR. Curitiba, PR, 1983.

OTTESBACH, R. C. O.; PAVANELLO, R. M. **Laboratório de Ensino e Aprendizagem da Matemática na Apreciação de Professores**. Disponível em: <www.gestaoescolar.diaadia.pr.gov.br/.../artigo_rosangela_cristina_ottesbach>. Acesso em: 25 jan. 2014.

PAIS, L. C. **Uma análise do significado da utilização de recursos didáticos no ensino da geometria**. In: Reunião ANPED, 23. Caxambu, Minas Gerais, 2000. Disponível em: <<http://23reuniao.anped.org.br/trabtit2.htm#gt19>>. Acesso em: 08 jan. 2014.

PASSOS, C. L. B. **Materiais manipuláveis como recursos didáticos na formação de professores de matemática**. In: LORENZATO, Sérgio. Laboratório de Ensino de Matemática na formação de professores. Campinas: Autores Associados, 2012. p. 77-92.

PONTE, J. P.; BOAVIDA, A.; GRAÇA, M.; ABRANTES, P. **Didáctica da matemática**. Lisboa: DES do ME, 1997.

RÊGO, R. M.; RÊGO, R. G. **Desenvolvimento e uso de materiais didáticos no ensino de matemática**. In: LORENZATO, Sérgio. Laboratório de Ensino de Matemática na formação de professores. Campinas: Autores Associados, 2012. p. 39-56.

SANTOS, D. C.; CURY, H. N. **O uso de materiais manipuláveis como ferramenta na resolução de problemas trigonométricos**. VIDYA, v. 31, n. 1, p. 49-61, jan./jun., 2011 - Santa Maria, 2011.

SARMENTO, A. K. C. **A utilização dos materiais manipulativos nas aulas de Matemática**. 2010. Disponível em <ufpi.br/subsiteFiles/ppged/arquivos/files/VI.Encontro>, Acesso em: 06 mar. 2014.

SERRAZINA, M. L. **Os materiais e o ensino da Matemática**. Educação e Matemática, n. 13, jan/mar., 1990. (Editorial). Disponível em <<http://www.apm.pt/portal/index.php?id=28892&rid=23977>> Acesso em: 10 fev. 2014.

SHINE, C. **A Torre de Hanói**. Revista Eureka!, Nº. 11, p. 17 – 23, 2001.

SILVA, A. F.; KODAMA, H. M. Y. **Jogos no Ensino da Matemática**. II Bienal da Sociedade Brasileira de Matemática, UFBA, 25 a 29 de outubro de 2004.

TAHAN, M. **Didática da Matemática**. São Paulo: Ed. Saraiva. v.2, 1962.

_____. **A matemática na lenda e na história**. Rio de Janeiro: Bloch Editores, 1974.

TELES, R. A. M. **A Aritmética e a álgebra na matemática escolar**. Educação Matemática em Revista, São Paulo: SBEM, ano 11, n. 16, p. 8 -15, 2004.

TURRIONI, A. M. S.; PEREZ, G. **Implementando um laboratório de educação matemática para apoio na formação de professores**. In: LORENZATO, Sérgio. Laboratório de Ensino de Matemática na formação de professores. Campinas: Autores Associados, 2012. p. 57-76.

VARIZO, Z. C. M. O. **Laboratório de Educação Matemática do IME/UFMG: do sonho à realidade**. In: Anais do IX ENEM - Encontro Nacional de Educação Matemática, Belo Horizonte – MG, 18 a 21 de Julho, 2007. Disponível em: <http://www.sbembrasil.org.br/files/ix_enem/index.htm> Acesso em: 12 fev. 2014.

VASCONCELOS, E. V. **Laboratório de ensino de Matemática: uma experiência na UFBA**. Departamento de Matemática – UFBA. Disponível em: <www.lemma.ufba.br/historico.pdf>. Acesso em: 15 dez. 2013.

APÊNDICE

APÊNDICE A – QUESTIONÁRIO APLICADO AOS PROFESSORES COORDENADORES DE LABORATÓRIO

QUESTIONÁRIO

Instituição de Ensino: _____

Docente Responsável: _____

1. Qual a importância do Laboratório de Matemática?

2. Quando o Laboratório de Matemática (LM) iniciou as atividades?

3. Quais são as atividades exercidas nesse Laboratório?

4. Qual a capacidade de alunos no Laboratório?

5. Qual a integração que o LM faz com as disciplinas do Curso de Matemática?

6. O LM atua em que áreas específicas da matemática?

7. Qual a meta/objetivo do LM?

8. No curso de Matemática tem disciplina específica de Laboratório de Matemática?

9. Quais os materiais existentes no LM?

10. Qual a origem dos materiais existentes?

11. Existe verba específica para manutenção do LM?

12. Existe regulamento para o acesso e uso do Laboratório?

13. Há intercâmbio do LEM com a comunidade? Se sim, como isso ocorre?
