



**Programa de Mestrado Profissional em Matemática
em Rede Nacional
Coordenação do PROFMAT**

Rodrigo de Oliveira Mancebo

***O ENSINO DAS QUATRO OPERAÇÕES PARA O
SEXTO ANO DO ENSINO FUNDAMENTAL –
TEORIA E PRÁTICA***

Orientadora: Miriam del Milagro Abdón



**NITERÓI
01/2014**

RODRIGO DE OLIVEIRA MANCEBO

**O ENSINO DAS QUATRO OPERAÇÕES PARA O SEXTO ANO DO
ENSINO FUNDAMENTAL – TEORIA E PRÁTICA**

Dissertação apresentada por **Rodrigo de Oliveira Mancebo** ao Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional - Universidade Federal Fluminense, como requisito parcial para a obtenção do Grau de Mestre.

Orientadora: Miriam del Milagro Abdón

Niterói
2014

RODRIGO DE OLIVEIRA MANCEBO

**O ENSINO DAS QUATRO OPERAÇÕES PARA O SEXTO ANO DO
ENSINO FUNDAMENTAL – TEORIA E PRÁTICA**

Dissertação apresentada por **RODRIGO DE OLIVEIRA MANCEBO** ao Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional - da Universidade Federal Fluminense, como requisito parcial para a obtenção do Grau de Mestre. Linha de Pesquisa: Ensino de Matemática.

Aprovada em: 22/01/2013

Banca Examinadora

Prof. Miriam del Milagro Abdón - Orientadora
Doutora – Universidade Federal Fluminense

Prof. Lhaylla Crissaff - Membro
Doutora – Universidade Federal Fluminense

Prof. Luciane Quoos Conte - Membro
Doutora – Universidade Federal do Rio de Janeiro

NITERÓI
2014

DEDICATÓRIA

A minha avó Tanmea dos Santos de Oliveira (em memória) por sempre me incentivar e por tudo o que ela sempre representou (e representa) para mim.

AGRADECIMENTOS

Ao minha família por ter investido em minha formação e me ajudado a hoje colher mais esse fruto.

A todos os meus amigos que suportaram meus momentos de distanciamento.

Aos meus colegas da turma 2011 do PROFMAT pela atenção durante os dois anos em que estivemos juntos.

Aos meus professores, em especial minha orientadora, pela paciência e presteza em ajudar a todo custo.

RESUMO

Tendo em vista todos os problemas enfrentados pelos alunos de sexto ano do ensino fundamental no estudo das quatro operações, faz-se necessário o desenvolvimento de estratégias diversificadas para o ensino deste conteúdo.

Assim sendo, este trabalho se propõe a analisar resultados de atividades desse tipo, aplicadas em turmas de sexto e de sétimos anos de uma escola localizada no interior da cidade de Nova Friburgo, região serrana do Rio de Janeiro, a fim de elaborar estratégias eficazes para o estudo das quatro operações fundamentais, visando o aprofundamento e revisão dessas operações.

Palavras-chave: Material Cuisenaire, quatro operações.

ABSTRACT

Given all the problems faced by students in the sixth year of primary education in the study of the four operations, it is necessary the development of diversified teaching this content strategies.

Therefore, this study aims to analyze the results of such activities, implemented in classes of sixth and the 7th year in a school located within the city of Nova Friburgo, mountainous region of Rio de Janeiro, in order to develop effective strategies for the study of the four basic operations, aimed at deepening and review of these operations.

Keywords: Material Cuisenaire, four operations.

SUMÁRIO

LISTA DE FIGURAS

LISTA DE TABELAS

CAPÍTULO 1: INTRODUÇÃO	13
CAPÍTULO 2: DESCRIÇÃO DO MATERIAL CUISENAIRE	15
2.1 Histórico	15
2.2 Do que consiste?	16
2.3 Para que serve?.....	16
2.4 Como utilizá-lo?	17
CAPÍTULO 3: A ADIÇÃO	19
3.1 Definição e propriedades	20
3.2 Algoritmo	21
3.3 Testes	22
3.4 Análise dos resultados obtidos.....	23
CAPÍTULO 4: A SUBTRAÇÃO	28
4.1 Definição e propriedades	29
4.2 Algoritmo	29
4.3 Testes.....	30
4.4 Análise dos resultados obtidos.....	31
CAPÍTULO 5: A MULTIPLICAÇÃO	36
5.1 Definição e propriedades	37
5.2 Algoritmo	38
5.3 Testes.....	38
5.4 Análise dos resultados obtidos.....	40
CAPÍTULO 6: A DIVISÃO	48
6.1 Definição e propriedades	49
6.2 Algoritmo	49
6.3 Testes.....	50
6.4 Análise dos resultados obtidos.....	51
CAPÍTULO 7: CONCLUSÃO	59
REFERÊNCIAS	

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 – Representação bidimensional das barrinhas do Cuisenaire com seus valores numéricos	16
Figura 2 – Barrinhas de Cuisenaire ordenadas	17
Figura 3 – Antecessores e sucessores de algumas barrinhas.....	18
Figura 4 – Exemplos de formações dos números 7 e 8 com barrinhas menores.....	18
Figura 5 – Algoritmo da adição.....	22
Figura 6 – Melhor desempenho da primeira atividade da adição.....	25
Figura 7 – Desempenho mais irregular da primeira atividade da adição.....	25
Figura 8 – Melhor desempenho da segunda atividade da adição	27
Figura 9 – Desempenho mais irregular da segunda atividade da adição	27
Figura 10 – Melhor desempenho da terceira atividade da adição	28
Figura 11 – Desempenho mais irregular da terceira atividade da adição	28
Figura 12 – Algoritmo da subtração	32
Figura 13 – Melhor desempenho da primeira atividade da subtração	34
Figura 14 – Desempenho mais irregular da primeira atividade da subtração	35
Figura 15 – Melhor desempenho da segunda atividade da subtração.....	36
Figura 16 – Desempenho mais irregular da segunda atividade da subtração.....	36
Figura 17 – Melhor desempenho da terceira atividade da subtração	37
Figura 18 – Desempenho mais irregular da terceira atividade da subtração.....	37
Figura 19 – Algoritmo da multiplicação	41
Figura 20 – Melhor desempenho do sexto ano na primeira atividade da multiplicação.....	44
Figura 21 – Melhor desempenho do sétimo ano na primeira atividade da multiplicação	44
Figura 22 – Desempenho mais irregular do sexto ano na primeira atividade da multiplicação	45
Figura 23 – Desempenho mais irregular do sétimo ano na primeira atividade da multiplicação	45
Figura 24 – Melhor desempenho do sexto ano na segunda atividade da multiplicação	47
Figura 25 – Melhor desempenho do sétimo ano na segunda atividade da multiplicação	47
Figura 26 – Desempenho mais irregular do sexto ano na segunda atividade da multiplicação	48

Figura 27 – Desempenho mais irregular do sétimo ano na segunda atividade da multiplicação	48
Figura 28 – Melhor desempenho do sexto ano na terceira atividade da multiplicação	49
Figura 29 – Melhor desempenho do sétimo ano na terceira atividade da multiplicação	49
Figura 30 – Desempenho mais irregular do sexto ano na terceira atividade da multiplicação	50
Figura 31 – Desempenho mais irregular do sétimo ano na terceira atividade da multiplicação	50
Figura 32 – Algoritmo da divisão	53
Figura 33 – Melhor desempenho do sexto ano na primeira atividade da divisão	56
Figura 34 – Melhor desempenho do sétimo ano na primeira atividade da divisão	57
Figura 35 – Desempenho mais irregular do sexto ano na primeira atividade da divisão	57
Figura 36 – Desempenho mais irregular do sétimo ano na primeira atividade da divisão	57
Figura 37 – Melhor desempenho do sexto ano na segunda atividade da divisão	58
Figura 38 – Melhor desempenho do sétimo ano na segunda atividade da divisão	59
Figura 39 – Desempenho mais irregular do sexto ano na segunda atividade da divisão	59
Figura 40 – Desempenho mais irregular do sétimo ano na segunda atividade da divisão	59
Figura 41 – Melhor desempenho do sexto ano na terceira atividade da divisão	60
Figura 42 – Melhor desempenho do sétimo ano na terceira atividade da divisão	61
Figura 43 – Desempenho mais irregular do sexto ano na terceira atividade da divisão	61
Figura 44 – Desempenho mais irregular do sétimo ano na terceira atividade da divisão	61

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – Primeira atividade aplicada para a adição.....	23
Tabela 2 – Segunda atividade aplicada para a adição.....	23
Tabela 3 – Terceira atividade aplicada para a adição	24
Tabela 4 – Resultados da primeira atividade da adição	25
Tabela 5 – Resultados da segunda atividade da adição.....	26
Tabela 6 – Resultados da pergunta da segunda atividade da adição.....	26
Tabela 7 – Resultados da terceira atividade da adição.....	28
Tabela 8 – Primeira atividade aplicada para a subtração	32
Tabela 9 – Segunda atividade aplicada para a subtração	33
Tabela 10 – Terceira atividade aplicada para a subtração.....	33
Tabela 11 – Resultados da primeira atividade da subtração.....	34
Tabela 12 – Resultados da segunda atividade da subtração	35
Tabela 13 – Resultados da terceira atividade da subtração	37
Tabela 14 – Primeira atividade aplicada para a multiplicação	42
Tabela 15 – Segunda atividade aplicada para a multiplicação	42
Tabela 16 – Terceira atividade aplicada para a multiplicação.....	43
Tabela 17 – Resultados do sexto ano na primeira atividade da multiplicação	44
Tabela 18 – Resultados do sétimo ano na primeira atividade da multiplicação.....	44
Tabela 19 – Resultados da construção do número 7 do sexto ano	45
Tabela 20 – Resultados da construção do número 7 do sétimo ano	46
Tabela 21 – Resultados da construção do número 10 do sexto ano.....	46
Tabela 22 – Resultados da construção do número 10 do sétimo ano	46
Tabela 23 – Resposta do sexto ano à pergunta.....	46
Tabela 24 – Resposta do sétimo ano à pergunta.....	46
Tabela 25 – Resultados do sexto ano na terceira atividade da multiplicação	49
Tabela 26 – Resultados do sétimo ano na terceira atividade da multiplicação	49
Tabela 27 – Primeira atividade aplicada para a divisão	54
Tabela 28 – Segunda atividade aplicada para a divisão	55
Tabela 29 – Terceira atividade aplicada para a divisão	55
Tabela 30 – Resultados da primeira atividade da divisão do sexto ano.....	56

Tabela 31 – Resultados da primeira atividade da divisão do sétimo ano.....	56
Tabela 32 – Resultados da segunda atividade da divisão do sexto ano	58
Tabela 33 – Resultados da segunda atividade da divisão do sétimo ano	58
Tabela 34 – Resultados da terceira atividade da divisão do sexto ano	60
Tabela 35 – Resultados da terceira atividade da divisão do sétimo ano	60

Capítulo 1 – Introdução

Ao longo das séries finais do ensino fundamental, a necessidade de dominar por completo os conceitos relativos às quatro operações básicas e as ideias associadas a elas torna-se essencial, pois elas são a base para a construção de outros conhecimentos matemáticos. Para tanto, é necessário derrubar o mito de que a matemática é uma ciência para poucos e que algumas pessoas nunca aprenderão seus conteúdos.

Também é importante perceber a urgente necessidade de preparação dos alunos para a construção da matemática através de resolução de problemas, uma perspectiva em crescimento na educação atual. O ensino da Matemática através da resolução de problemas traz um maior aprofundamento de conceitos e dá autonomia aos educandos para a criação de estratégias eficazes para se obter a solução.

Pensando por esse caminho, o de facilitar o entendimento da matemática e minimizar o impacto causado pela transição entre o primeiro e o segundo segmentos do ensino fundamental, o processo descrito nos próximos capítulos é, de fato, o utilizado para o ensino das quatro operações fundamentais nas turmas de sexto ano do Colégio Estadual Salustiano José Ribeiro Serafim, no município de Nova Friburgo, região serrana do estado do Rio de Janeiro.

Esse processo, construído ao longo de 7 anos de atuação como regente em turmas de ensino fundamental, tem todas as suas etapas visando o amadurecimento dos estudantes frente às situações apresentadas, tendo em vista uma formação completa e crítica dos alunos participantes, visando fomentar o raciocínio lógico no momento da resolução de situações problema.

Para esta pesquisa, as atividades foram aplicadas em duas etapas. A primeira no final de 2012 sobre adição e subtração, contava com um total de 78 alunos do sexto ano e a

segunda no início de 2013 sobre multiplicação e divisão, contava com 90, sendo 36 do sétimo ano e 54 de sexto ano.

A opção de aplicar as atividades em duas etapas, com grupos de alunos diferentes foi feita para observar dois momentos distintos. No primeiro momento, o do trabalho com a adição e a subtração, os alunos estavam concluindo o sexto ano e, portanto, já haviam passado por toda a fase de aprofundamento das quatro operações. Já o outro momento, o do trabalho com a multiplicação e a divisão, visou observar o que os alunos traziam de bagagem dos anos iniciais do ensino fundamental, no caso daqueles iniciantes no sexto ano, e o que os de sétimo ano absorveram do estudo dessas duas últimas operações, feito ao fim do sexto ano.

O livro adotado para as turmas de sexto ano é o Projeto Radix, publicação dividida em módulos, nos quais são abordados os temas em blocos afins. As quatro operações, assim, compõem um dos módulos desse livro.

Nesta escola, cujo sistema de avaliação propõe no mínimo 3 diferentes tipos de instrumentos avaliativos, os alunos são submetidos a um “Teste Globalizado” com pontuação equivalente a 40% do total ao final de cada bimestre, sendo 10 questões objetivas sem a necessidade de apresentar justificativas. Sendo assim, os outros 60% da pontuação são distribuídos entre outras 3 ou 4 atividades, todas elas envolvendo os cálculos ou justificativas para os resultados obtidos, sendo uma delas obrigatoriamente de pesquisa sobre algum tema relevante do estudo de cada bimestre.

Nas turmas de sexto ano do Ensino Fundamental, os trabalhos de pesquisa estão normalmente relacionados a materiais concretos, como o tangram, blocos lógicos, material dourado e material Cuisenaire, este último utilizado nessa pesquisa.

Capítulo 2 – Descrição do Material Cuisenaire

O trabalho com materiais concretos, mesmo com o avanço da tecnologia, continua sendo um excelente instrumento de construção do conhecimento matemático. Segundo Piaget e Szeminska, em “La Gênese du Nombre Chez l’enfant” (1941), é necessária a utilização de objetos palpáveis, pois

A representação intuitiva não é suficiente para dar às crianças a noção de número, porque ela é estática. A imagem não conduz à operação; ao contrário, ela é um obstáculo ao pensamento operatório. Apenas as transformações dadas à imagem podem levar à compreensão das operações.

(PIAGET e SZEMINSKA, 1941)

No Colégio Estadual Salustiano José Ribeiro Serafim, os alunos sempre são apresentados a alguns materiais concretos e a atividades no laboratório de informática educativa, objetivando fazê-los perceber a impressão que o objeto causa bem como formar a construção da representação conceitual, bem como motivar nos alunos o estudo de matemática através de jogos educativos.

Para a pesquisa descrita nesta dissertação, o material concreto utilizado foi o material cuisenaire, no qual cada barrinha corresponde a um dos números naturais de 1 a 10, conforme descrito a seguir.

2. 1) Histórico

Esse material, criado pelo professor belga Georges Cuisenaire (1891-1980), teve como primeiro objetivo ajudar a um de seus alunos que apresentava grandes dificuldades em entender conceitos primitivos de matemática. Ele trabalhou com seu material por vinte e três anos, antes de torná-lo público em 1952. Para isso, publicou um primeiro livro sobre o

assunto: “*Os números em cor: novo processo de cálculo pelo método aditivo, aplicável a todas as séries da Escola Primária*”.

Inicialmente pensado para o trabalho com a adição, estudos posteriores mostraram sua eficácia no trabalho com as outras operações fundamentais.

2.2) Do que consiste?

O material Cuisenaire (ou “as barrinhas coloridas”) é composto por barrinhas de madeira em forma de prisma quadrangular regular, confeccionadas em dez cores diferentes e em tamanhos que variam de 1cm a 10cm de largura por 1cm de altura e 1cm de profundidade.



FIGURA 1: Representação bidimensional das barrinhas de Cuisenaire com seus valores numéricos.

2.3) Para que serve?

Esse instrumento pedagógico auxilia o aluno a compreender melhor a ideia de sucessão de números naturais, além de visualizar, de forma concreta, as operações básicas e suas propriedades. Além disso, ao utilizar o material, o aluno estabelece relações entre as peças do material, facilitando assim a sua compreensão sobre o material.

Este material também pode ser utilizado para a construção da ideia de múltiplos e divisores de um número natural, bem como para definir números primos.

2.4) Como utilizá-lo?

Primeiramente, o aluno utiliza livremente as barrinhas, separando-as, classificando-as por tamanho e cor e depois associando a cada cor um comprimento determinado e, com isso, cada barrinha a um número. Após esse primeiro momento, é interessante pedir ao aluno que coloque as barrinhas em ordem, formando a escala. Neste ponto do trabalho com o material, já é observada a base do estudo das quatro operações, através da junção de quantidades, sejam elas iguais ou não.

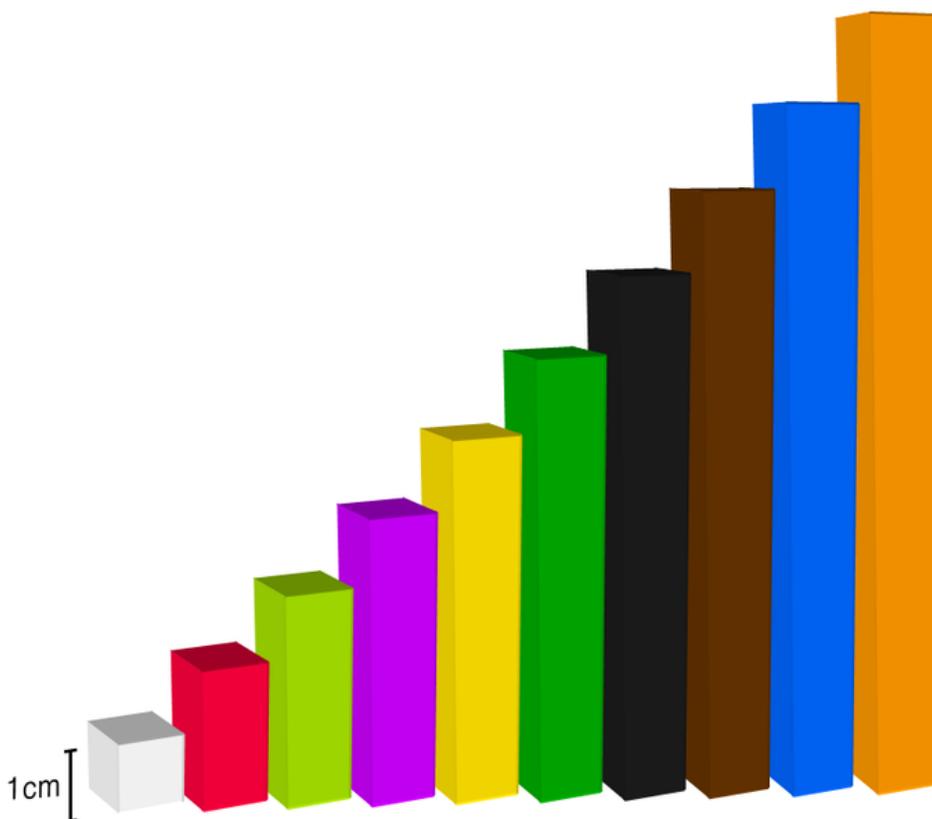


FIGURA 2: Barrinhas de Cuisenaire ordenadas.

A ideia de sucessão de números naturais também pode ser explorada com os alunos a partir da ordenação do material, tendo em vista que essa ordenação mostra a soma de uma unidade a cada barra.



FIGURA 3: Antecessores e sucessores de algumas barrinhas.

Ao trabalhar com o material Cuisenaire, como o aluno associa cada barrinha a um determinado número, ele pode visualizar a composição dos números a partir de outros números menores que ele. Por exemplo, as composições apresentadas na figura 4, mostram como podem ser decompostos os números 7 (barrinha preta) e 8 (barrinha marrom) de três maneiras distintas em cada caso.



FIGURA 4: Exemplos de formações dos números 7 e 8 com barrinhas menores.

Nas atividades propostas para as quatro operações, os alunos utilizaram um conjunto de barrinhas em que os tons de verde vieram originalmente trocados, isto é, o número 3 está associado à barrinha verde escura e o número 6 à barrinha verde clara. Esse equívoco ocorreu em todas as caixas enviadas à escola.

Capítulo 3: A Adição

Esta operação, a primeira apresentada aos alunos do sexto ano no campo dos números naturais, serve como base para a construção de outros conceitos matemáticos ensinados posteriormente. Neste sentido, é preciso que a “conta de mais”, como comumente é conhecida pelos alunos, seja trabalhada com bastante tranquilidade e relacionada a situações reais.

Neste momento do estudo, é necessário introduzir algumas das principais ideias associadas à adição, dentre elas:

- Sucessão de valores:

Ex.: Quais são os três próximos números da sequência 2, 8, 14, ...?

- Junção de quantidades:

Ex.: Maria tem 15 balas. Sua irmã Joana tem 12. Quantas balas as duas têm juntas?

- Acréscimo:

Ex.: Tinha 18 chaveiros em minha coleção e acresci 15 novas unidades a ela. Quantos chaveiros tenho agora?

- Passagem de tempo:

Ex.: Tomei meu remédio às 8h30min e sei que o período de tempo entre as doses do medicamento é de 6h. Logo, qual é o próximo horário em que devo tomar a medicação?

- Deslocamentos:

Ex.: Saí de minha cidade, no Km 83 da rodovia RJ 116 e fui a uma cidade vizinha, localizada 15 km após a minha cidade, nesta mesma rodovia. Em que posição da rodovia encontra-se a cidade vizinha a minha?

Todos os tipos de problemas acima precisam ser trabalhados exaustivamente com os alunos a fim de fixar o conceito e os procedimentos envolvidos na adição, bem como reforçar seus diferentes significados.

Embora seja uma operação muito utilizada pelos educandos desde os primeiros anos do ensino fundamental, esse é o momento de inserir situações envolvendo números maiores e problemas mais elaborados, contando, principalmente, com uma boa interpretação da situação apresentada e visando buscar a estratégia correta para seguir com a resolução daquilo que é proposto. É neste momento, também, em que são aprofundadas as propriedades operatórias da adição.

Para atingir esse objetivo, o processo de trabalho com a adição é feito, inicialmente, com a proposta de problemas elementares para os alunos desenvolverem o raciocínio necessário à operação. A seguir, já mais familiarizados com a ideia da adição, os alunos são apresentados à definição e à formalização do algoritmo da operação. Por fim, são propostos problemas envolvendo a operação com uma interpretação mais elaborada.

2.1) Definição e Propriedades

O livro adotado por esta escola não apresenta uma definição formal da adição. A introdução deste tema é feita a partir de uma situação problema, seguida do algoritmo. Em relação às propriedades, o livro as aborda também a partir de problemas. Entretanto, neste caso, o livro didático define bem claramente o que cada uma delas significa. São elas:

1) Comutativa: diz que trocando a ordem das parcelas de uma adição, seu resultado não se altera.

2) Associativa: diz que, ao adicionar dois ou mais números naturais, podemos efetuar a operação associando os valores da forma que preferirmos.

3) Elemento Neutro: diz que qualquer número adicionado ao zero resulta no próprio número.

Neste momento do estudo, no entanto, não convém trabalhar as propriedades algebricamente com os alunos, pois sua percepção matemática ainda não está preparada para tal aprofundamento.

3.2) Algoritmo

O Algoritmo da adição é bastante utilizado. Nele encontramos dois tipos de valor: as parcelas (partes que compõem a soma) e a soma (o resultado da operação).

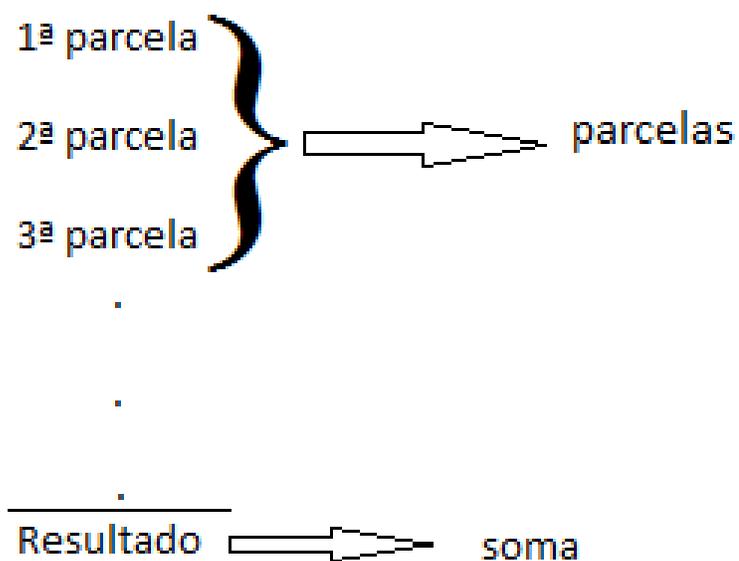


FIGURA 5: Algoritmo da adição.

3.3) Testes

Os testes mostrados a seguir foram aplicados aos alunos ao final dos estudos sobre adição servindo de revisão para as avaliações a serem feitas sobre o tema.

3.3.1) “Arme e Efetue”: este primeiro teste tem como objetivo verificar se o algoritmo da adição foi bem compreendido. Ele é feito utilizando números pequenos, a fim de fixar seu objetivo.

Teste aplicado: Arme e efetue adequadamente.		
a) $123 + 285 = \underline{\quad}$	b) $1111 + 9999 = \underline{\quad}$	c) $89 + 325 = \underline{\quad}$
Cálculo:	Cálculo:	Cálculo:

TABELA 1: Primeira atividade aplicada para a adição.

3.3.2) “Adição com Material Concreto”: este segundo teste consiste em montar, utilizando o material Cuisenaire, uma determinada peça com peças de outros tamanhos. A seguir, o aluno deve representar na malha quadriculada todas as possibilidades de construção encontradas por ele. Antes, porém, de propor esta atividade, os alunos devem passar por um processo de conhecimento do material, conforme proposto na introdução dessa pesquisa.

Teste aplicado: Desenhe e descreva de quantas formas você pode escrever o número 10 como uma soma de barrinhas menores que ele, de forma a utilizar <u>APENAS</u> barrinhas diferentes para cada maneira. Escreva, também, quais adições você consegue representar.																																																																																																																																																																																																																											
<table border="1" style="width: 100%; height: 100%;"> <tr><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr> </table>																																																																																																																																																																																																																											

TABELA 2: Segunda atividade aplicada para a adição.

3.3.3) “Problema Contextualizado”: nesta terceira atividade deve ser explorada a principal característica do ensino das operações no sexto ano: a leitura e resolução de um

problema, não mais apenas o “Arme e Efetue” de maneira automática. Com ela, é possível perceber se o aluno está apto a entender um problema dado e, a seguir, montar e resolver a operação necessária.

<p>Teste aplicado: Numa eleição para prefeito de uma cidade, concorreram dois candidatos: O vencedor obteve 156 275 votos. O outro obteve 109 698 votos. Entre brancos e nulos, foram 23 746 votos. Quantos eleitores votaram nessa eleição? (questão retirada de http://professoreswagnerelidyane.blogspot.com.br/2011/03/problemas-com-as-4-operacoes.html, em 14/09/12).</p>	
<p>Cálculo:</p>	<p>Resposta:</p>

TABELA 3: Terceira atividade aplicada para a adição.

3.4) Análise dos resultados obtidos

Todos os problemas propostos passaram por uma avaliação posterior, a fim de perceber quais foram as dificuldades encontradas e, também, qual foi a maneira que os alunos encontraram de resolvê-los.

Das três atividades feitas, a primeira, como já era de se esperar, foi a que apresentou os melhores resultados por se tratar exclusivamente da aplicação do algoritmo. Já a segunda atividade, por exigir uma transição entre o concreto e o campo das ideias, foi a que causou maior quantidade de equívocos. Na terceira, os maiores problemas apresentados foram na organização do algoritmo com os números maiores.

Na análise abaixo, são mostrados os resultados obtidos quantitativamente, acompanhados da resposta mais bem elaborada e da que teve mais defasagem em relação ao esperado.

Atividade 1: Ao ser aplicada, esta atividade foi bem compreendida pelos alunos em geral. Entretanto, a letra b causou certa confusão em alguns pela questão do “vai um”, ou seja, a mudança de classe numérica durante o processo da operação.

	Acertos		Erros	
	Quantidade	Percentual	Quantidade	Percentual
a)	75	96,15%	3	3,85%
b)	58	74,36%	20	25,64%
c)	68	87,18%	10	12,82%

TABELA 4: Resultados da primeira atividade da adição.

No teste abaixo, o aluno demonstrou ter compreendido bem o conceito do algoritmo da adição e, também, mostrou organização e cuidado com o trabalho executado além de colocar a resposta obtida no local adequado.

1) Arme e efetue adequadamente.

a) $123 + 285 = \underline{408}$ b) $1111 + 9999 = \underline{11110}$ c) $89 + 325 = \underline{414}$

<p>Cálculo:</p> $\begin{array}{r} 285 \\ + 123 \\ \hline 408 \end{array}$	<p>Cálculo:</p> $\begin{array}{r} 1111 \\ + 9999 \\ \hline 11110 \end{array}$	<p>Cálculo:</p> $\begin{array}{r} 325 \\ + 89 \\ \hline 414 \end{array}$
---	---	--

FIGURA 6: Melhor desempenho da primeira atividade da adição.

Já no teste seguinte, a aluna demonstrou não compreender o conceito da adição, nem seu algoritmo. Também demonstrou falha na interpretação daquilo que a atividade pedia.

1) Arme e efetue adequadamente.

a) $123 + 285 = \underline{\quad}$ b) $1111 + 9999 = \underline{\quad}$ c) $89 + 325 = \underline{\quad}$

<p>Cálculo:</p> $\begin{array}{l} 1+1=2 \\ 2+2=4 \\ 3+3=6 \\ 8+8=16 \\ 12+12=24 \\ 28+28=56 \\ 89+89=178 \end{array}$	<p>Cálculo:</p> $\begin{array}{l} 11+11=22 \\ 99+99=198 \\ 1111+1111=2222 \\ 9999+9999=19998 \end{array}$	<p>Cálculo:</p> $\begin{array}{l} 89+89=178 \\ 32+32=64 \\ 5+5=10 \\ 89+325=414 \end{array}$
---	---	--

FIGURA 7: Desempenho mais irregular da primeira atividade da adição.

Atividade 2: Foi, entre as três atividades da adição, a que gerou mais problemas durante a execução, apesar de todo o trabalho feito anteriormente sobre o material Cuisenaire. Alguns alunos não conseguiram compreender bem a transcrição das peças da realidade para o papel, outros não conseguiram pintar corretamente os quadradinhos necessários e outros, ainda, não pintaram todas as formas possíveis.

Representações Corretas	Quantidade de alunos	Percentual
0	8	10,25%
1	6	7,70%
2	12	15,38%
3	9	11,54%
4	9	11,54%
5	10	12,82%
6	9	11,54%
7	8	10,26%
8	4	5,13%
9	1	1,28%
10	2	2,56%

TABELA 5: Resultados da segunda atividade da adição.

Também, como parte da atividade, era necessário mostrar quais somas estavam sendo representadas. Nessa análise, foi levado em conta apenas os cálculos relativos às composições que foram apresentadas.

Mostraram todos os cálculos feitos?		
	Quantidade	Percentual
Sim	24	30,77%
Não	54	69,23%

TABELA 6: Resultados da pergunta da segunda atividade da adição.

A atividade do aluno abaixo foi uma das poucas em que houve acerto total, mostrando que ele compreendeu tanto o conceito do material quanto o que o exercício pedia, além de indicar quais somas estavam sendo feitas.

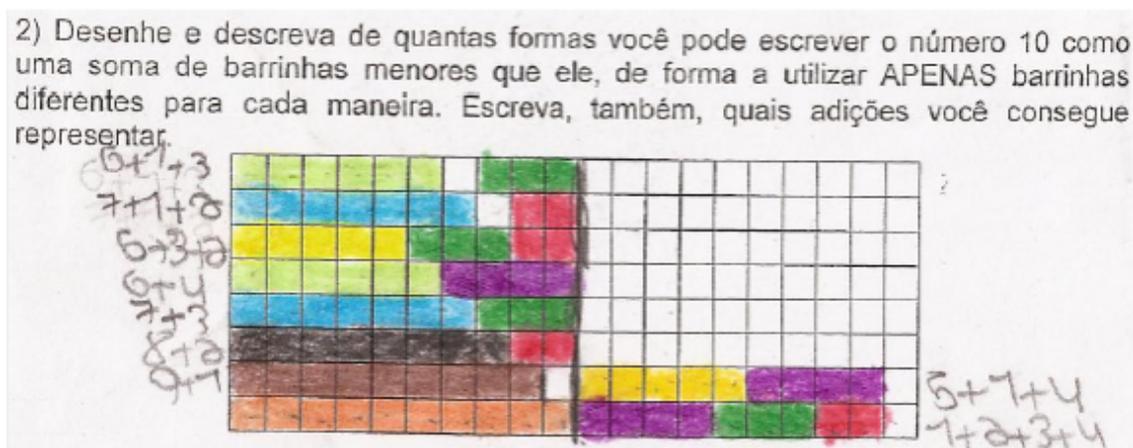


FIGURA 8: Melhor desempenho da segunda atividade da adição.

Entretanto, na atividade abaixo, o aluno mostrou não compreender nem o significado do material Cuisenaire nem o que estava sendo pedido.

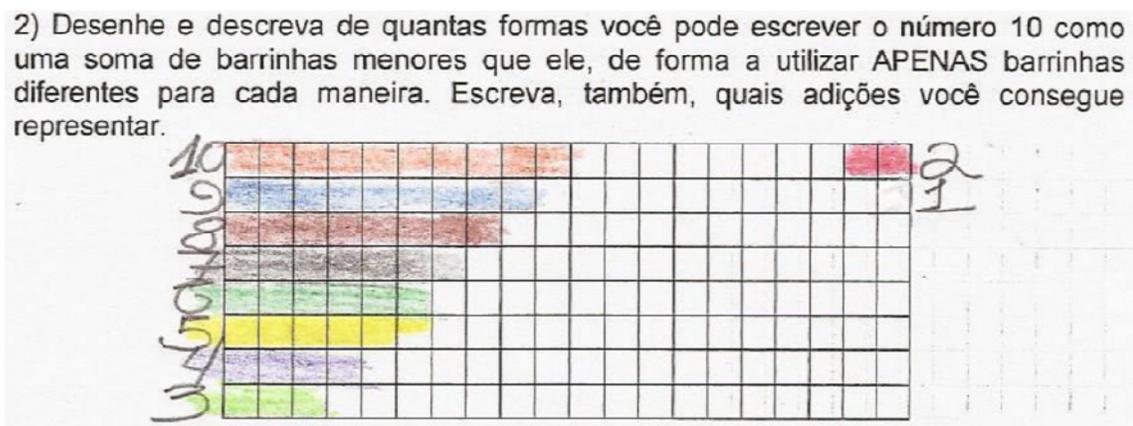


FIGURA 9: Desempenho mais irregular da segunda atividade da adição.

Atividade 3: Nesta atividade, que envolvia interpretação e resolução do algoritmo da adição para números grandes, o principal erro cometido foi na hora de “colocar um número embaixo do outro”.

Apesar de o processo de resolução ser idêntico à questão 1 (à exceção da parte interpretativa), o fato de ser feita com números grandes causou certa confusão nos alunos, fazendo-os se confundir o procedimento.

Acertos		Erros	
Quantidade	Percentual	Quantidade	Percentual
30	38,46%	48	61,54%

TABELA 7: Resultados da terceira atividade da adição.

A atividade da aluna abaixo demonstrou que ela compreendeu o que o exercício pedia, soube aplicar o processo de resolução de maneira clara e organizada e, também, responder de forma completa ao que a atividade propunha.

3) Numa eleição para prefeito de uma cidade, concorreram dois candidatos: O vencedor obteve 156 275 votos. O outro obteve 109 698 votos. Entre brancos e nulos, foram 23 746 votos. Quantos eleitores votaram nessa eleição?
(questão retirada de <http://professoreswagnerelidyane.blogspot.com.br/2011/03/problemas-com-as-4-operacoes.html>, em 14/09/12)

<p>Cálculo:</p> $\begin{array}{r} 156.275 \\ + 109.698 \\ \quad 23.746 \\ \hline 289.719 \end{array}$	<p>Resposta: Nessa eleição votaram 289.719 eleitores.</p>
---	---

FIGURA 10: Melhor desempenho da terceira atividade da adição.

Já a atividade abaixo demonstrou que a aluna além de não compreender o algoritmo da adição também teve dificuldades em interpretar o que o problema pedia que fosse feito.

3) Numa eleição para prefeito de uma cidade, concorreram dois candidatos: O vencedor obteve 156 275 votos. O outro obteve 109 698 votos. Entre brancos e nulos, foram 23 746 votos. Quantos eleitores votaram nessa eleição?
(questão retirada de <http://professoreswagnerelidyane.blogspot.com.br/2011/03/problemas-com-as-4-operacoes.html>, em 14/09/12)

<p>Cálculo:</p> $\begin{array}{r} 1 + 1 = 2 \\ 5 + 5 = 10 + 0 \\ \hline 10 \end{array}$	<p>Resposta:</p>
---	------------------

FIGURA 11: Desempenho mais irregular da terceira atividade da adição.

Em linhas gerais, os resultados obtidos serviram para perceber o quanto os alunos de sexto ano têm dificuldades em transcrever para o papel uma atividade feita com o auxílio do material concreto e, também, em compreender problemas envolvendo a operação de adição, principalmente no que diz respeito às situações relacionadas à vida real.

Como consequência dessas atividades e das análises dos resultados, foi proposto aos alunos repensar coletivamente nas atividades, sendo estas refeitas em conjunto no quadro, logo em seguida às análises, servindo de base para a revisão de conteúdos feita periodicamente às vésperas das avaliações.

Capítulo 4: A Subtração

Comumente apresentada aos alunos do sexto ano imediatamente após o estudo da adição, a subtração é vista como a inversa da primeira operação. Nesse sentido, a introdução do conceito da subtração pode ser feita a partir das próprias adições já trabalhadas, pensando no “caminho de volta”, mais conhecido como “Prova Real”.

Algumas situações reais estão associadas ao conceito de subtração, dentre as quais, destacam-se:

- Distâncias:

Ex.: Se as cidades A e B ficam à margem de uma mesma estrada retilínea, sendo A no quilômetro 10 e B no quilômetro 53, quantos quilômetros separam as duas cidades?

- Retirada:

Ex.: Eu possuía em meu cofre R\$ 10,00. Ao sair para a escola, precisei retirar R\$ 3,00. Com quanto eu fiquei no cofre?

- Quanto falta:

Ex.: Tenho um álbum de 250 figurinhas. Se eu já tenho 135 delas, quantas faltam para que eu complete o álbum?

- Comparação:

Ex.: Maria tem 16 anos e seu irmão, José tem 12. Quantos anos ela tem a mais que ele?

Problemas como os exemplificados acima, servem como início do trabalho com a subtração. Entretanto, eles devem ser bastante trabalhados, a fim de fixar o conceito e os procedimentos da operação.

Nesta etapa, o aluno deve já ser capaz de efetuar adições e, a seguir, confirmar seu resultado a partir da ideia de operação inversa, neste caso, a subtração. Após, eles são apresentados aos conceitos relativos à subtração.

4.1) Definição e Propriedades

No livro adotado na escola onde foi feita a pesquisa, em nenhum momento é formalizado o conceito de subtração, sendo trabalhada apenas a partir de um exemplo, seguido do algoritmo de resolução.

É ressaltada, também, neste momento, a necessidade de pensar na subtração de maneira ordenada, isto é, reforçar a ideia da não existência de propriedade comutativa para a subtração, já que os alunos ainda não foram apresentados aos números inteiros.

Neste momento de estudo, as subtrações devem ser feitas com “o maior primeiro” e o “menor depois”, observando que mais tarde serão apresentados a outros tipos de subtrações, já no campo dos números inteiros.

4.2) Algoritmo

O algoritmo da subtração serve como formalização do conceito de ordenação da operação já que nele os valores aparecem nomeados e em ordem (minuendo e subtraendo), reforçando a ideia apresentada anteriormente.

$$\begin{array}{r}
 \text{minuendo} \\
 - \\
 \text{subtraendo} \\
 \hline
 \text{diferença}
 \end{array}$$

FIGURA 12: Algoritmo da subtração.

4.3) Testes

Atividades, como as exemplificadas abaixo, foram aplicadas aos alunos como revisão dos conteúdos estudados, servindo de base para as avaliações que serão feitas.

4.3.1) “Arme e Efetue”: este primeiro teste tem como objetivo verificar se o algoritmo da subtração foi bem compreendido, isto é, se ficou clara a ideia ligada à ordenação da “conta de menos”.

Teste aplicado: Arme e efetue adequadamente.		
a) $387 - 285 = \underline{\quad}$ b) $9999 - 1111 = \underline{\quad}$ c) $809 - 325 = \underline{\quad}$		
Cálculo:	Cálculo:	Cálculo:

TABELA 8: Primeira atividade aplicada para a subtração.

4.3.2) “Subtração com Material Concreto”: este segundo teste consiste em responder a quatro perguntas, utilizando o material Cuisenaire como estratégia para se obter as respostas. Inicialmente, os alunos devem montar as respostas de maneira concreta e, a seguir, representa-las na malha quadriculada.

Teste aplicado: Responda às perguntas, representando por desenho utilizando as barrinhas Cuisenaire e dizendo qual é a operação que está sendo efetuada.

a)	c)
b)	d)

a) Quanto falta para que a barra verde escura fique do mesmo tamanho que a barra laranja?

b) Quanto a barra azul é maior que a barra lilás?

c) Quanto sobra na barra marrom em relação à barra verde clara?

d) A barra vermelha é quanto menor do que a barra amarela?

TABELA 9: Segunda atividade aplicada para a subtração.

4.3.3) “Problema Contextualizado”: esta terceira atividade tem por objetivo contextualizar o conceito da subtração, utilizando a ideia de “o quanto falta”.

Teste aplicado: Maria tem 92 balas. Sua irmã, Paula tem 35 balas. Quantas balas Paula precisa para ficar com a mesma quantidade de Maria?
(problema adaptado de <http://pedagogiafmu.files.wordpress.com/2010/09/barrinhas-de-cuisenaire-introducao-a-construcao-dos-fatos-fundamentais-da-adicao1.pdf> em 14/09/12)

Cálculo:	Resposta:

TABELA 10: Terceira atividade aplicada para a subtração.

4.4) Análise dos resultados obtidos

As estratégias utilizadas pelos alunos na resolução das três atividades passou por uma avaliação, visando quantificar os acertos e, a seguir, reparar os equívocos. A seguir, estão

apresentados os resultados desta avaliação, acompanhados do melhor trabalho e do pior desempenho entre os alunos.

A primeira atividade foi a de maior quantidade de acertos entre os alunos, mostrando, mais uma vez, que o algoritmo é sempre a parte mais bem compreendida no estudo da subtração. Já a segunda atividade foi a que causou maior quantidade de equívocos entre os alunos, tanto na composição com o material quanto nas respostas às perguntas.

Atividade 1: Como dito anteriormente, foi a atividade com maior percentual de acertos já que envolvia apenas a aplicação direta do algoritmo. Ainda assim, alguns alunos apresentaram erros conceituais, principalmente no que diz respeito ao “pedir emprestado”, ou seja, partir um número de uma classe para a anterior.

Mesmo sendo uma atividade considerada mais fácil inclusive pelos alunos, a atividade ainda demonstrou que o conceito de subtração é menos compreendido do que o da adição.

	Acertos		Erros	
	Quantidade	Percentual	Quantidade	Percentual
a)	67	85,90%	11	14,10%
b)	42	53,85%	36	46,15%
c)	37	47,44%	41	52,56%

TABELA 11: Resultados da primeira atividade da subtração.

O teste abaixo mostrou que o aluno entendeu completamente o conceito da subtração bem como mostrou-se organizado e completo em sua resposta.

1) Arme e efetue adequadamente.

a) $387 - 285 = 102$ b) $9999 - 1111 = 8888$ c) $809 - 325 = 484$

<p>Cálculo:</p> $\begin{array}{r} 387 \\ -285 \\ \hline 102 \end{array}$	<p>Cálculo:</p> $\begin{array}{r} 9999 \\ -1111 \\ \hline 8888 \end{array}$	<p>Cálculo:</p> $\begin{array}{r} 809 \\ -325 \\ \hline 484 \end{array}$
--	---	--

FIGURA 13: Melhor desempenho da primeira atividade da subtração.

Entretanto, no teste a seguir, o aluno demonstrou não compreender o conceito da subtração, tanto nos casos mais simples, quanto nos casos que envolviam o “pedir emprestado”.

1) Arme e efetue adequadamente.

a) $387 - 285 = \underline{\quad}$ b) $9999 - 1111 = \underline{\quad}$ c) $809 - 325 = \underline{\quad}$

<p>Cálculo:</p> $\begin{array}{r} 2387 \\ - 285 \\ \hline 095 \end{array}$	<p>Cálculo:</p> $\begin{array}{r} 89999 \\ - 1111 \\ \hline 81888 \end{array}$	<p>Cálculo:</p> $\begin{array}{r} 809 \\ - 325 \\ \hline 524 \end{array}$
--	--	---

FIGURA 14: Desempenho mais irregular da primeira atividade da subtração.

Atividade 2: A segunda atividade, assim como na adição, mostrou que os alunos têm grandes dificuldades em compreender a transição do material concreto para a montagem do algoritmo. Poucos alunos conseguiram entender o conceito e executar a atividade.

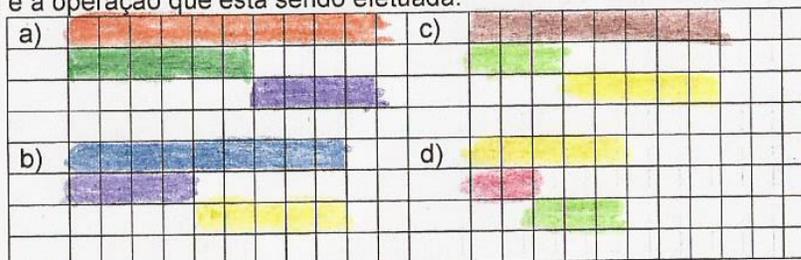
Era necessário, também, que os alunos respondessem a quatro perguntas, das quais as respostas seguiram os mesmos padrões apresentados abaixo.

	Respostas às perguntas			
	Acertos		Erros	
	Quantidade	Percentual	Quantidade	Percentual
a)	10	12,82%	68	87,18%
b)	7	8,97%	71	91,03%
c)	4	5,13%	74	94,87%
d)	5	6,41%	73	93,59%

TABELA 12: Resultados da segunda atividade da subtração.

A atividade da aluna abaixo mostrou que ela soube compreender o conceito relativo ao material concreto, utilizando-o de maneira correta para responder às questões.

2) Responda às perguntas, representando por desenho utilizando as barrinhas cuisenaire e dizendo qual é a operação que está sendo efetuada.



a) Quanto falta para que a barra verde escura fique do mesmo tamanho que a barra laranja?

falta quatro.

b) Quanto a barra azul é maior que a barra lilás?

cinco.

c) Quanto sobra na barra marrom em relação à barra verde clara?

cinco também.

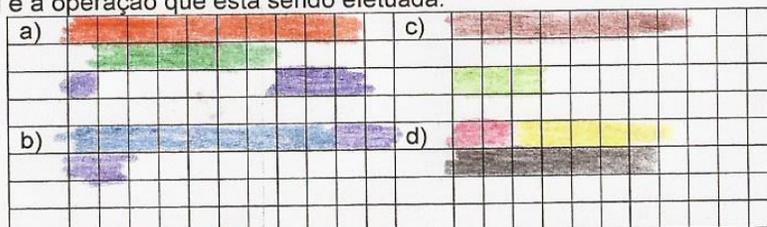
d) A barra vermelha é quanto menor do que a barra amarela?

três.

FIGURA 15: Melhor desempenho da segunda atividade da subtração.

Já o aluno abaixo não soube utilizar adequadamente o material em soube responder às perguntas de maneira adequada. Há também um erro de grafia do número 3 (treis), erro bastante comum até o início do segundo segmento do ensino fundamental.

2) Responda às perguntas, representando por desenho utilizando as barrinhas cuisenaire e dizendo qual é a operação que está sendo efetuada.



a) Quanto falta para que a barra verde escura fique do mesmo tamanho que a barra laranja?

falta treis.

b) Quanto a barra azul é maior que a barra lilás?

treze.

c) Quanto sobra na barra marrom em relação à barra verde clara?

sobra quatro.

d) A barra vermelha é quanto menor do que a barra amarela?

sete.

FIGURA 16: Desempenho mais irregular da segunda atividade da subtração.

Atividade 3: Nesta atividade, cujo objetivo era avaliar se os alunos estavam aptos a resolver um problema envolvendo a subtração, a maior parte dos alunos conseguiu encontrar uma estratégia adequada para resolver ao que estava sendo proposto.

Acertos		Erros	
Quantidade	Percentual	Quantidade	Percentual
59	79,64%	19	24,36%

TABELA 13: Resultados da terceira atividade da subtração.

O aluno da atividade abaixo mostrou compreender o conceito da subtração e, também, interpretou corretamente o problema.

3) Maria tem 92 balas. Sua irmã, Paula tem 35 balas. Quantas balas Paula precisa para ficar com a mesma quantidade de Maria?
(problema adaptado de <http://pedagogiafmu.files.wordpress.com/2010/09/barrinhas-de-cuisenaire-introducao-a-construcao-dos-fatos-fundamentais-da-adicao1.pdf> em 14/09/12)

<p>Cálculo:</p> $\begin{array}{r} 92 \\ - 35 \\ \hline 57 \end{array}$	<p>Resposta:</p> <p>Ela precisa de 57 balas.</p>
--	--

FIGURA 17: Melhor desempenho da terceira atividade da subtração.

Já na atividade abaixo, o aluno compreendeu exatamente o oposto do que estava sendo proposto, isto é, efetuou uma adição.

3) Maria tem 92 balas. Sua irmã, Paula tem 35 balas. Quantas balas Paula precisa para ficar com a mesma quantidade de Maria?
(problema adaptado de <http://pedagogiafmu.files.wordpress.com/2010/09/barrinhas-de-cuisenaire-introducao-a-construcao-dos-fatos-fundamentais-da-adicao1.pdf> em 14/09/12)

<p>Cálculo:</p> $\begin{array}{r} 92 \\ + 35 \\ \hline 127 \end{array}$	<p>Resposta:</p>
---	------------------

FIGURA 18: Desempenho mais irregular da terceira atividade da subtração.

Em vista desses resultados obtidos, os testes foram corrigidos no quadro coletivamente e foram propostos outras abordagem utilizando a ideia do material concreto, objeto de maior dificuldade de acordo com os resultados.

As atividades executadas serviram para perceber o quanto a subtração ainda causa certo estranhamento à alguns alunos vindos do quinto ano do ensino fundamental. Esta operação deve, portanto, ser bastante fixada no sexto ano para que os alunos não a levem como problema para as demais séries do ensino fundamental e do ensino médio.

Capítulo 5: A Multiplicação

Terceira operação apresentada aos alunos do sexto ano no campo dos números naturais, é mostrada, inicialmente, como uma sequência de soma de parcelas de mesmo valor, na qual o valor repetido é uma das parcelas do produto e a quantidade de repetições é a outra parte.

Também são mostradas aos alunos alguns problemas concretos associados à multiplicação, dentre eles:

- Quantidade de repetições:

Ex.: Se eu faço um percurso de 3km quatro vezes por semana, quantos quilômetros eu ando, neste percurso, por mês?

- Comparação:

Ex.: Joaquim tem 25 bolinhas de gude. Seu irmão, Pedro, tem 3 vezes mais. Quantas bolinhas de gude Pedro tem?

- Associação entre adição e multiplicação:

Ex.: Patrícia tem 18 reais e seu namorado Paulo tem 4 vezes mais que ela. Quantos reais os dois têm juntos?

Todos os tipos de problemas acima precisam ser trabalhados à exaustão, pois estão relacionados aos tipos de exercícios que serão apresentados aos alunos, precisando ser bem fixados.

Neste ponto do estudo, são também apresentadas as propriedades operatórias da multiplicação através de situações problema, não sendo necessária, porém, a formalização algébrica.

A seguir, já mais familiarizados com a ideia da multiplicação, os alunos são apresentados à definição e ao algoritmo da operação. Por fim, são propostos problemas envolvendo a operação com uma interpretação mais elaborada.

5.1) Definição e Propriedades

Assim como para as duas operações anteriormente apresentadas, o livro adotado não apresenta uma definição formal da multiplicação, sendo esta apresentada através de uma situação problema. Neste momento, os alunos são apresentados ao símbolo que representa a multiplicação (\times), que não é único.

Em relação às propriedades, o livro também utiliza problemas para apresentá-las. Entretanto, neste caso, o livro didático define bem claramente o que cada uma delas significa. São elas:

1) Comutativa: diz que trocando a ordem das parcelas de uma multiplicação, seu resultado não se altera. Em outras palavras, “a ordem dos fatores não altera o produto”.

2) Elemento Neutro: diz que qualquer número multiplicado por um resulta no próprio número.

3) Associativa: diz que, ao multiplicar mais de dois números naturais, podemos efetuar a operação associando os valores da forma que preferirmos.

4) Distributiva: diz que a multiplicação de um número por uma soma (ou diferença) entre dois ou mais números ela pode ser feita multiplicando cada termo da soma (ou subtração) pelo valor dado.

Não é conveniente trabalhar com as propriedades algebricamente com os alunos, pois eles ainda não tem a maturidade matemática necessária para entender esses conceitos..

5.2) Algoritmo

O algoritmo de multiplicação é essencial para realizar a operação. Nela encontramos dois tipos de valores: fatores (partes que compõem a multiplicação) e o produto (o resultado da operação).

$$\begin{array}{r} \text{fator} \\ \times \\ \text{fator} \\ \hline \text{produto} \end{array}$$

FIGURA 19: Algoritmo da multiplicação.

5.3) Testes

Os testes mostrados a seguir são feitos como revisão para as avaliações a serem feitas sobre o tema, sempre ao final dos estudos sobre ele.

5.3.1) “Arme e Efetue”: este primeiro teste é feito com o intuito de verificar a compreensão do conceito da multiplicação, bem como de seu algoritmo. O item “c” teve também o objetivo de verificar o entendimento da propriedade comutativa já que, para alguns, a operação se torna mais fácil com o maior número como primeiro fator.

Teste aplicado: Arme e efetue adequadamente.		
a) $12 \times 8 = \underline{\quad}$	b) $324 \times 13 = \underline{\quad}$	c) $89 \times 101 = \underline{\quad}$
Cálculo:	Cálculo:	Cálculo:

TABELA 14: Primeira atividade aplicada para a multiplicação.

5.3.2) “Multiplicação com Material Concreto”: este segundo teste consiste em montar duas peças com peças menores, de mesmo tamanho, do material Cuisenaire. Uma das peças é um número primo e a outra, um número composto. Com este exercício podemos mostrar ao aluno a ideia de soma de parcelas de mesma medida.

Também, ao fim desse teste, é proposto que o aluno responda a uma questão sobre a diferença entre ambas as representações feitas anteriormente. Como resposta a essa questão, é esperado que os alunos percebam que um número primo, quando decomposto, só apresenta como possibilidades a barrinha relativa ao próprio número ou a barrinha unitária (conceito de número primo) e um número composto pode apresentar outros tipos de representação.

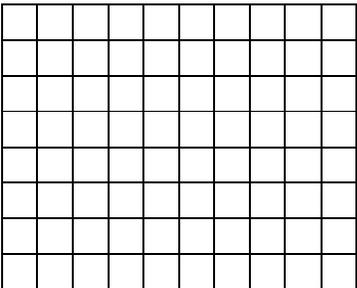
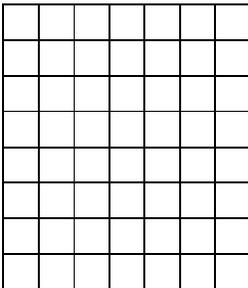
Teste aplicado: Desenhe e descreva de quantas formas você pode escrever o número 10 como uma junção de barrinhas menores que ele, de forma a utilizar <u>APENAS</u> barrinhas de MESMA COR para cada maneira. E o número 7? Escreva, também, quais multiplicações você consegue representar.	
	
Qual é a principal diferença entre as formações do número 10 e do número 7?	
<hr/>	

TABELA 15: Segunda atividade aplicada para a multiplicação.

5.3.3) “Problema Contextualizado”: esta terceira atividade tem como objetivo mostrar se o aluno está preparado para encarar um problema e criar uma estratégia eficaz de resolução para ele.

<p>Teste aplicado: Numa fábrica de doces, sabe-se que são necessários 8kg de açúcar para cada 1000 doces produzidos. Se o fabricante precisar produzir 50 000 doces, quantos quilogramas de açúcar serão necessários?</p>	
<p>Cálculo:</p>	<p>Resposta:</p>

TABELA 16: Terceira atividade aplicada para a multiplicação.

5.4) Análise dos resultados obtidos

Todos os problemas propostos passaram por uma avaliação posterior, a fim de perceber quais foram as maiores dificuldades encontradas e, também, qual foi a maneira que os alunos encontraram de resolvê-los.

Os três testes mostrados anteriormente, foram aplicados a todos os alunos das turmas de sexto e sétimo anos já mencionadas, apresentando resultados expostos a seguir, acompanhados da resposta mais bem elaborada e da que teve maior defasagem em relação ao esperado.

Atividade 1: Como já era esperado, o primeiro item dessa atividade foi o que teve a maior quantidade de acertos tanto no sexto quanto no sétimo ano. Entretanto, mostrou que os alunos de ambos os anos ainda tem certa dificuldade em efetuar multiplicações envolvendo números maiores e, também, em efetuar multiplicações em que o algarismo 0 está envolvido.

Uma observação interessante é que nenhum aluno do sétimo ano errou o item “a” da primeira atividade.

	Acertos - 6 ^o ano		Erros - 6 ^o ano	
	Quantidade	Percentual	Quantidade	Percentual
a)	45	83,33%	9	16,67%
b)	22	40,74%	32	59,26%
c)	23	42,59%	31	57,41%

TABELA 17: Resultados do sexto ano na primeira atividade da multiplicação.

	Acertos - 7 ^o ano		Erros - 7 ^o ano	
	Quantidade	Percentual	Quantidade	Percentual
a)	36	100%	0	0%
b)	24	66,67%	12	33,33%
c)	23	63,89%	13	36,11%

TABELA 18: Resultados do sétimo ano na primeira atividade da multiplicação.

Nos testes mostrados nas figuras 20, 21 e 22, os alunos do sexto e do sétimo anos demonstraram total compreensão do algoritmo da multiplicação e, também, mostraram-se organizados e cuidadosos com o trabalho executado.

1) Arme e efetue adequadamente.
 a) $12 \times 8 = \underline{96}$ b) $324 \times 13 = \underline{4.212}$ c) $89 \times 101 = \underline{8.989}$

<p>Cálculo:</p> $\begin{array}{r} 12 \\ \times 8 \\ \hline 96 \end{array}$	<p>Cálculo:</p> $\begin{array}{r} 324 \\ \times 13 \\ \hline 972 \\ 3240 \\ \hline 4212 \end{array}$	<p>Cálculo:</p> $\begin{array}{r} 101 \\ \times 89 \\ \hline 909 \\ 8080 \\ \hline 8989 \end{array}$
--	--	--

FIGURA 20: Melhor desempenho do sexto ano na primeira atividade da multiplicação.

1) Arme e efetue adequadamente.
 a) $12 \times 8 = \underline{96}$ b) $324 \times 13 = \underline{4.212}$ c) $89 \times 101 = \underline{8}$

<p>Cálculo:</p> $\begin{array}{r} 12 \\ \times 8 \\ \hline 96 \end{array}$	<p>Cálculo:</p> $\begin{array}{r} 324 \\ \times 13 \\ \hline 972 \\ +3240 \\ \hline 4212 \end{array}$	<p>Cálculo:</p> $\begin{array}{r} 101 \\ \times 89 \\ \hline 909 \\ +8080 \\ \hline 8989 \end{array}$
--	---	---

FIGURA 21: Melhor desempenho do sétimo ano na primeira atividade da multiplicação.

Entretanto, nos testes a seguir, ambos os alunos demonstraram não compreender nem o conceito, nem a forma da operação.

1) Arme e efetue adequadamente.

a) $12 \times 8 = 26$ b) $324 \times 13 = 342$ c) $89 \times 101 = 98$

Cálculo: $\begin{array}{r} 12 \\ \times 8 \\ \hline 26 \end{array}$	Cálculo: $\begin{array}{r} 324 \\ \times 13 \\ \hline 342 \end{array}$	Cálculo: $\begin{array}{r} 89 \\ \times 101 \\ \hline 98 \end{array}$
--	---	--

FIGURA 22: Desempenho mais irregular do sexto ano na primeira atividade da multiplicação.

1) Arme e efetue adequadamente.

a) $12 \times 8 = 36$ b) $324 \times 13 = 1306$ c) $89 \times 101 = 267$

Cálculo: $\begin{array}{r} 12 \\ \times 8 \\ \hline 36 \end{array}$	Cálculo: $\begin{array}{r} 324 \\ \times 13 \\ \hline 972 \\ + 334 \\ \hline 1306 \end{array}$	Cálculo: $\begin{array}{r} 101 \\ \times 89 \\ \hline 909 \\ + 88 \\ \hline 1789 \end{array}$
--	---	--

FIGURA 23: Desempenho mais irregular do sétimo ano na primeira atividade da multiplicação.

Atividade 2: Foi, entre as atividades da multiplicação, a que gerou mais problemas durante a execução. Alguns alunos não conseguiram compreender bem a transcrição das peças do concreto para o papel, outros não conseguiram pintar corretamente os quadradinhos necessários e outros, ainda, não pintaram todas as formas possíveis.

NÚMERO 7: Sexto ano		
Quantidade de representações corretas	Total	Percentual
0	10	18,52%
1	36	66,67%
2	8	14,81%

TABELA 19: Resultados da construção do número 7 do sexto ano.

NÚMERO 7: Sétimo ano		
Quantidade de representações corretas	Acertos	Percentual
0	10	27,78%
1	19	52,78%
2	7	19,44%

TABELA 20: Resultados da construção do número 7 do sétimo ano.

NÚMERO 10: Sexto ano		
Quantidade de representações corretas	Acertos	Percentual
0	4	7,41%
1	15	27,77%
2	18	33,33%
3	12	22,23%
4	5	9,26%

TABELA 21: Resultados da construção do número 10 do sexto ano.

NÚMERO 10: Sétimo ano		
Quantidade de representações corretas	Acertos	Percentual
0	2	5,56%
1	8	22,22%
2	15	41,67%
3	7	19,44%
4	4	11,11%

TABELA 22: Resultados da construção do número 10 do sétimo ano.

RESPOSTA À PERGUNTA: Sexto ano			
Acertos	Percentual	Erros	Percentual
12	22,22%	42	77,78%

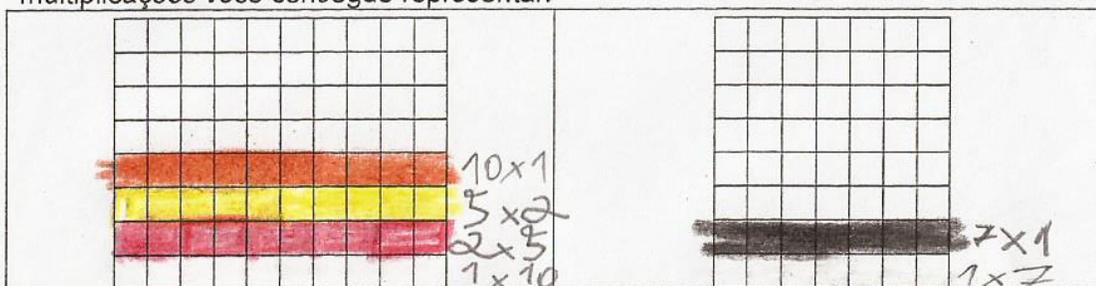
TABELA 23: Resposta do sexto ano à pergunta.

RESPOSTA À PERGUNTA: Sétimo ano			
Acertos	Percentual	Erros	Percentual
14	38,89%	22	61,11%

TABELA 24: Resposta do sétimo ano à pergunta.

A resolução das atividades mostradas nas figuras 24 e 25 foram exceções entre as demais, pois houve acerto total, mostrando que eles compreenderam tanto o conceito do material quanto o que o exercício pedia.

2) Desenhe e descreva de quantas formas você pode escrever o número 10 como uma junção de barrinhas menores que ele, de forma a utilizar APENAS barrinhas de MESMA COR para cada maneira. E o número 7? Escreva, também, quais multiplicações você consegue representar.

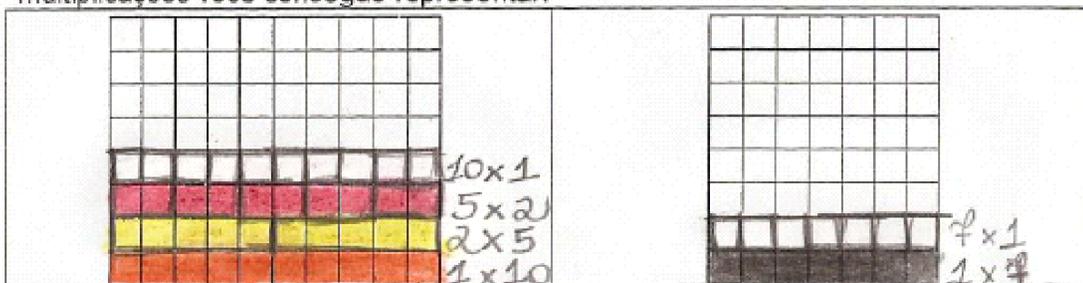


Qual é a principal diferença entre as formações do número 10 e do número 7?

*quatro filar e duas
filar*

FIGURA 24: Melhor desempenho do sexto ano na segunda atividade da multiplicação.

2) Desenhe e descreva de quantas formas você pode escrever o número 10 como uma junção de barrinhas menores que ele, de forma a utilizar APENAS barrinhas de MESMA COR para cada maneira. E o número 7? Escreva, também, quais multiplicações você consegue representar.



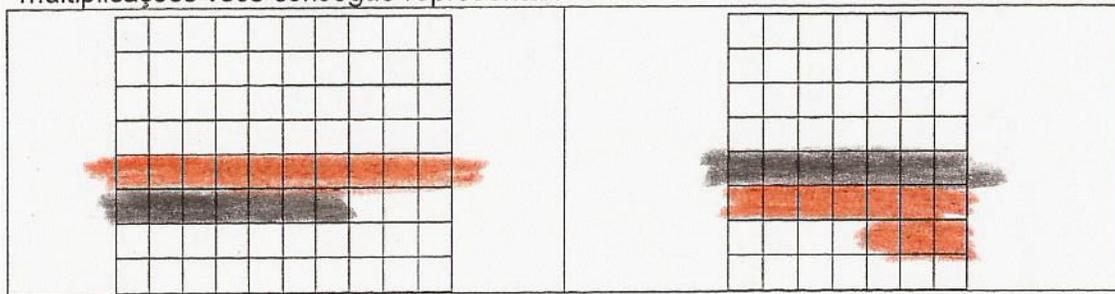
Qual é a principal diferença entre as formações do número 10 e do número 7?

*O dez tem quatro filar e o
sete tem duas.*

FIGURA 25: Melhor desempenho do sétimo ano na segunda atividade da multiplicação

Já nas atividades a seguir, os alunos mostraram não ter compreendido a construção do conceito da multiplicação nem a transcrição do concreto para o algoritmo.

2) Desenhe e descreva de quantas formas você pode escrever o número 10 como uma junção de barrinhas menores que ele, de forma a utilizar APENAS barrinhas de MESMA COR para cada maneira. E o número 7? Escreva, também, quais multiplicações você consegue representar.

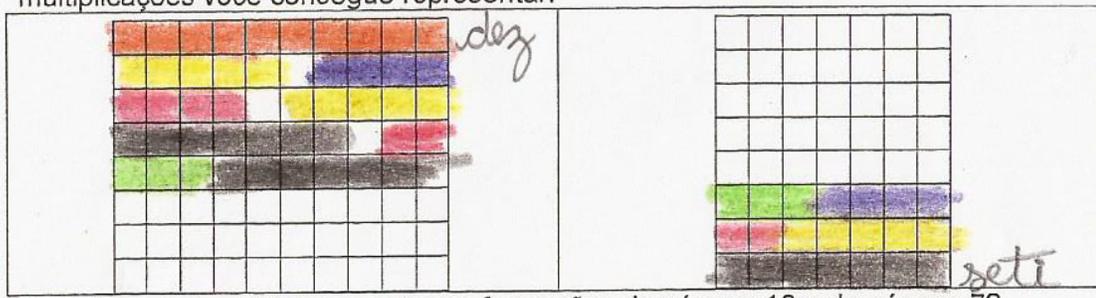


Qual é a principal diferença entre as formações do número 10 e do número 7?

Não tem nenhuma.

FIGURA 26: Desempenho mais irregular do sexto ano na segunda atividade da multiplicação.

2) Desenhe e descreva de quantas formas você pode escrever o número 10 como uma junção de barrinhas menores que ele, de forma a utilizar APENAS barrinhas de MESMA COR para cada maneira. E o número 7? Escreva, também, quais multiplicações você consegue representar.



Qual é a principal diferença entre as formações do número 10 e do número 7?

Não tem.

FIGURA 27: Desempenho mais irregular do sétimo ano na segunda atividade da multiplicação.

Atividade 3: Nesta atividade, que envolvia interpretação e resolução do algoritmo da multiplicação com números grandes, o principal erro cometido foi na percepção da ideia de proporção, ou seja, a quantidade dada de açúcar não era para um doce e sim para 1000, o que causou certo estranhamento. Possivelmente, esse fato contribuiu para o baixo índice de acertos nessa questão.

Além disso, mesmo o processo de resolução sendo idêntico ao da questão 1 (à exceção da parte interpretativa), o fato de ser uma operação feita com números grandes causou certa confusão nos alunos.

Sexto ano		
	Acerto	Erro
Total	7	47
Percentual	12,96%	87,04%

TABELA 25: Resultados do Sexto ano para a terceira atividade da multiplicação.

Sétimo ano		
	Acerto	Erro
Total	9	27
Percentual	25%	75%

TABELA 26: Resultados do Sétimo ano para a terceira atividade da multiplicação.

As alunas das atividades abaixo, uma do sexto e outra do sétimo, mostraram ter compreendido bem o conceito inicial da multiplicação, formalizando bem o conceito, mostrando a resolução bastante completa e respondendo ao problema coerentemente.

3) Numa fábrica de doces, sabe-se que são necessários 8kg de açúcar para cada 1000 doces produzidos. Se o fabricante precisar produzir 50 000 doces, quantos quilogramas de açúcar serão necessários?

<p>Cálculos:</p> $\begin{array}{r} 50 \\ \times 8 \\ \hline 400 \end{array}$	<p>Resposta:</p> <p>Será necessário 400 Kg de açúcar.</p>
--	---

FIGURA 28: Melhor desempenho do sexto ano na terceira atividade da multiplicação.

3) Numa fábrica de doces, sabe-se que são necessários 8kg de açúcar para cada 1000 doces produzidos. Se o fabricante precisar produzir 50 000 doces, quantos quilogramas de açúcar serão necessários?

<p>Cálculos:</p> $\begin{array}{r} 50 \\ \times 8 \\ \hline 400 \text{ Kg} \end{array}$	<p>Resposta: São necessários 400 Kg de açúcar.</p>
---	--

FIGURA 29: Melhor desempenho do sétimo ano na terceira atividade da multiplicação.

Entretanto, os alunos das atividades abaixo, um do sexto e outro do sétimo, mostraram não ter conseguido compreender o que o problema propunha, não conseguindo, assim, responder ao que era solicitado.

3) Numa fábrica de doces, sabe-se que são necessários 8kg de açúcar para cada 1000 doces produzidos. Se o fabricante precisar produzir 50 000 doces, quantos quilogramas de açúcar serão necessários?

Cálculos:	Resposta:
$\begin{array}{r} 1000 \\ \times 8000 \\ \hline 8000 \end{array}$	<p>É necessário de 6000kg</p>

FIGURA 30: Desempenho mais irregular do sexto ano na terceira atividade da multiplicação.

3) Numa fábrica de doces, sabe-se que são necessários 8kg de açúcar para cada 1000 doces produzidos. Se o fabricante precisar produzir 50 000 doces, quantos quilogramas de açúcar serão necessários?

Cálculos:	Resposta:
$\begin{array}{r} 1,000 \\ \times 2 \\ \hline 80000 \end{array}$	<p>É necessário 80000 quilogramas de açúcar</p>

FIGURA 31: Desempenho mais irregular do sétimo ano na terceira atividade da multiplicação.

As análises feitas permitiram perceber que o trabalho feito com os alunos do sexto ano no ano de 2012 teve reflexo positivo nas turmas de sétimos anos participantes da pesquisa, já que elas mostraram maiores percentuais de acertos nas atividades propostas. Além disso, foi possível notar a necessidade de formalizar ainda mais e de forma mais eficiente o conceito da multiplicação com os alunos do sexto ano.

Como consequência dessas análises, foi proposto aos alunos que refizessem coletivamente as atividades, assim como novas atividades com a utilização do material Cuisenaire.

Capítulo 6: A Divisão

Última operação apresentada aos alunos do sexto ano no campo dos números naturais, pode ser compreendida como o “caminho de volta” da multiplicação, ou seja, a sua operação inversa. Assim, o caminho mais eficaz para fazer o aluno compreender o conceito da divisão é pensa-la a partir da “prova real” das contas de multiplicação.

Uma grande quantidade de noções estão diretamente ligadas à operação de divisão, entre elas:

- Fracionar quantidades:

Ex.: Se R\$ 200,00 deve ser distribuídos igualmente entre quatro crianças, quanto cada uma delas ganhará?

- Fracionar objetos:

Ex.: Um barbante de 100 cm de comprimento deve ser cortado em 5 pedaços iguais. Quantos centímetros terá cada pedaço?

- Formação de grupos:

Ex.: Uma professora tem 12 lápis de cor e os doará a três crianças, de tal forma que cada uma delas receba um grupo com igual quantidade de elementos. Assim, quantos lápis cada criança receberá?

Todos os exemplos acima, após serem discutidos com os alunos, transformaram em conceitos, sendo formalizados ao longo do processo de estudo da divisão. Assim, a maneira encontrada de definir e formalizar esta operação, passa pela definição formal, a utilidade e a maneira de organizar a conta e, por fim, a resolução de muitos exercícios a fim de fixar os conceitos estudados.

6.1) Definição e Propriedades

O livro didático utilizado com os alunos trabalha, mais uma vez, a operação de divisão a partir de um exemplo prático resolvido e discutido, antes de formalizar os conceitos. Ao ser formalizado, o livro apresenta o algoritmo da divisão, nomeando cada uma das partes da operação.

A seguir, o livro aborda uma série de exercícios, alguns diretos e outros contextualizados, a fim de fixar o conceito abordado anteriormente, seguidos da ideia principal abordada pelo capítulo, a ideia das operações inversas, muito bem explorada pelo autor.

6.2) Algoritmo

O algoritmo da divisão é tido pelos alunos como um dos mais difíceis de ser compreendido. Este algoritmo utiliza quatro tipos de valor: o dividendo (o número a ser dividido), o divisor (quantidade de “partes” a ser dividido o número), quociente (resultado da operação) e resto (“sobra” da divisão).



FIGURA 32: Algoritmo da divisão.

Apesar de o livro não trazer essa abordagem, é interessante pensar na outra forma de escrita do algoritmo, isto é, $D = d \times q + r$ pois ele será utilizado posteriormente no estudo dos polinômios. Nesse ponto, os alunos ainda não estão habituados com a ideia de equação sendo, portanto, mais acessível exemplificar numericamente o que o algoritmo representa.

6.3) Testes

Os testes mostrados a seguir são feitos ao final dos estudos sobre divisão, servindo de revisão para as avaliações a serem feitas sobre o tema.

6.3.1) “Arme e Efetue”: este primeiro teste tem como objetivo verificar se o algoritmo da divisão foi bem compreendido. Ele é feito utilizando números relativamente pequenos, a fim de fixar o conceito relativo ao algoritmo.

Teste aplicado: Arme e efetue adequadamente.		
a) $96 \div 8 = \underline{\quad}$	b) $1024 \div 16 = \underline{\quad}$	c) $325 \div 5 = \underline{\quad}$
Cálculo:	Cálculo:	Cálculo:

TABELA 27: Primeira atividade aplicada para a divisão.

6.3.2) “Divisão com Material Concreto”: este segundo teste consiste em montar, utilizando o material Cuisenaire, um determinado número maior que dez, com peças do material Cuisenaire, de mesma cor.

Teste aplicado: Desenhe e descreva todas as possíveis divisões do número 16 com barrinhas menores que ele, de forma a utilizar APENAS barrinhas de MESMA COR para cada maneira.

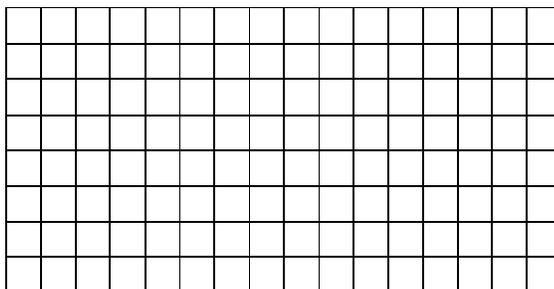


TABELA 28: Segunda atividade aplicada para a divisão.

6.3.3) “Problema Contextualizado”: nesta terceira atividade deve ser explorada a ideia de divisão envolvendo dinheiro e, também, a divisão com números grandes.

<p>Teste aplicado:</p> <p>Um pai resolveu dividir seu dinheiro entre seus 4 filhos igualmente. Se sua fortuna é de R\$ 430 000,00, quanto cada filho receberá?</p>	
<p>Cálculo:</p>	<p>Resposta:</p>

TABELA 29: Terceira atividade aplicada para a divisão.

6.4) Análise dos resultados obtidos

Todos os problemas propostos passaram por uma avaliação posterior, a fim de perceber quais foram as dificuldades encontradas e, também, qual foi a maneira que os alunos encontraram de resolvê-los.

Os três testes mostrados acima, foram aplicados a todos os alunos das turmas de sexto ano (54 alunos) e sétimo ano (36 alunos) já mencionadas, apresentando os seguintes

resultados, acompanhados da resposta mais bem elaborada e da que teve mais defasagem em relação ao esperado.

Atividade 1: Como já era esperado, o item a dessa atividade foi a que teve a maior quantidade de acertos tanto no sexto quanto no sétimo ano. Entretanto, esta atividade mostrou que os alunos de ambos os anos ainda tem dificuldade em efetuar divisões envolvendo números maiores e, também, em efetuar divisões em que o algarismo 0 está envolvido.

	Acertos - 6º ano		Erros - 6º ano	
	Quantidade	Percentual	Quantidade	Percentual
a)	34	62,96%	20	37,04%
b)	11	20,37%	43	79,63%
c)	32	59,26%	22	40,84%

TABELA 30: Resultados da primeira atividade da divisão do sexto ano.

	Acertos - 7º ano		Erros - 7º ano	
	Quantidade	Percentual	Quantidade	Percentual
a)	34	94,44%	2	5,56%
b)	14	38,89%	22	61,11%
c)	26	72,22%	10	27,78%

TABELA 31: Resultados da primeira atividade da divisão do sétimo ano.

Nos testes abaixo, os alunos, tanto do sexto quanto do sétimo anos demonstraram total compreensão do algoritmo da divisão e, também, mostraram-se organizados e cuidadosos com o trabalho executado.

1) Arme e efetue adequadamente.

a) $96 \div 8 = \underline{12}$ b) $1024 \div 16 = \underline{\quad}$ c) $325 \div 5 = \underline{\quad}$

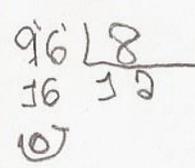
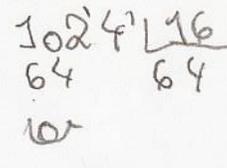
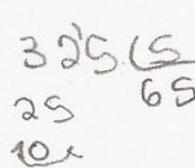
<p>Cálculo:</p> 	<p>Cálculo:</p> 	<p>Cálculo:</p> 
---	---	---

FIGURA 33: Melhor desempenho do sexto ano na primeira atividade da divisão.

1) Arme e efetue adequadamente.

a) $96 \div 8 = \underline{12}$

b) $1024 \div 16 = \underline{64}$

c) $325 \div 5 = \underline{65}$

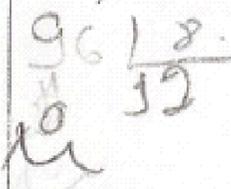
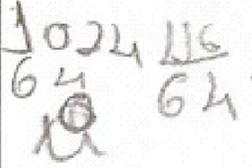
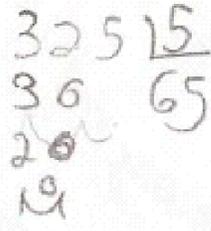
<p>Cálculo:</p> 	<p>Cálculo:</p> 	<p>Cálculo:</p> 
---	---	---

FIGURA 34: Melhor desempenho do sétimo ano na primeira atividade da divisão.

Já nos testes seguintes, os alunos, um de cada ano, demonstraram não ter compreendido o conceito da divisão, nem seu algoritmo.

1) Arme e efetue adequadamente.

a) $96 \div 8 = \underline{11}$

b) $1024 \div 16 = \underline{80}$

c) $325 \div 5 = \underline{60}$

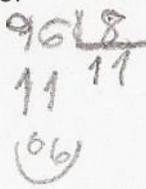
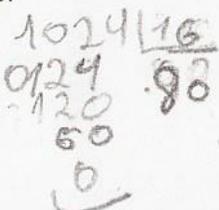
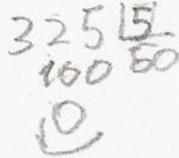
<p>Cálculo:</p> 	<p>Cálculo:</p> 	<p>Cálculo:</p> 
---	---	---

FIGURA 35: Desempenho mais irregular do sexto ano na primeira atividade da divisão.

1) Arme e efetue adequadamente.

a) $96 \div 8 = \underline{16}$

b) $1024 \div 16 = \underline{\quad}$

c) $325 \div 5 = \underline{\quad}$

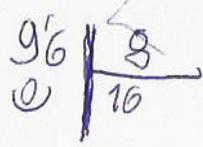
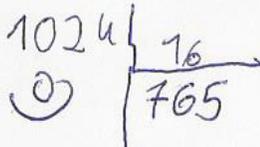
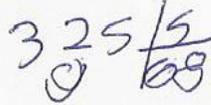
<p>Cálculo:</p> 	<p>Cálculo:</p> 	<p>Cálculo:</p> 
---	---	---

FIGURA 36: Desempenho mais irregular do sétimo ano na primeira atividade da divisão.

Atividade 2: Outra vez foi, entre as atividades aplicadas, a que gerou mais problemas durante a execução, apesar de todo o trabalho feito anteriormente e nas demais operações sobre o material Cuisenaire. Alguns alunos não conseguiram compreender bem a transcrição das peças do concreto para o papel, outros não conseguiram pintar corretamente os quadradinhos necessários e outros, ainda, não pintaram todas as formas possíveis.

Sexto ano		
Quantidade de representações corretas	Acertos	Percentual
0	20	37,05%
1	12	22,22%
2	8	14,81%
3	10	18,52%
4	4	7,40%

TABELA 32: Resultados da segunda atividade da divisão do sexto ano.

Sétimo ano		
Quantidade de representações corretas	Acertos	Percentual
0	12	33,33%
1	4	11,11%
2	10	27,78%
3	5	13,89%
4	5	13,89%

TABELA 33: Resultados da segunda atividade da divisão do sétimo ano.

A atividade do aluno abaixo foi uma das poucas em que houve acerto total, mostrando que ele compreendeu tanto o conceito do material quanto o que o exercício pedia.

2) Desenhe e descreva todas as possíveis divisões do número 16 com barrinhas menores que ele, de forma a utilizar APENAS barrinhas de MESMA COR para cada maneira.

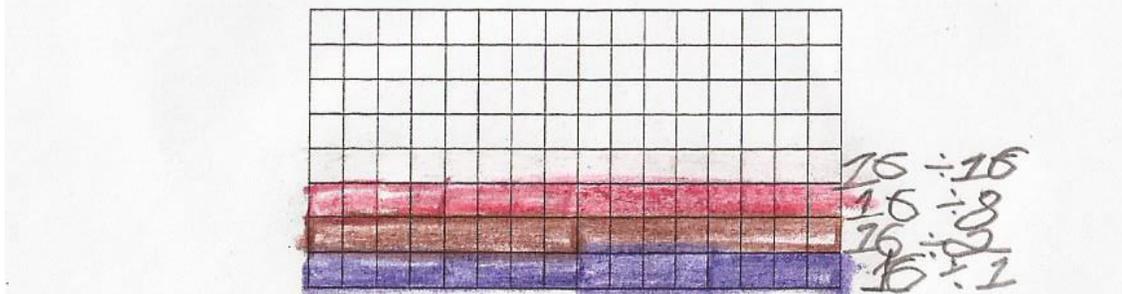


FIGURA 37: Melhor desempenho do sexto ano na segunda atividade da divisão.

2) Desenhe e descreva todas as possíveis divisões do número 16 com barrinhas menores que ele, de forma a utilizar APENAS barrinhas de MESMA COR para cada maneira.

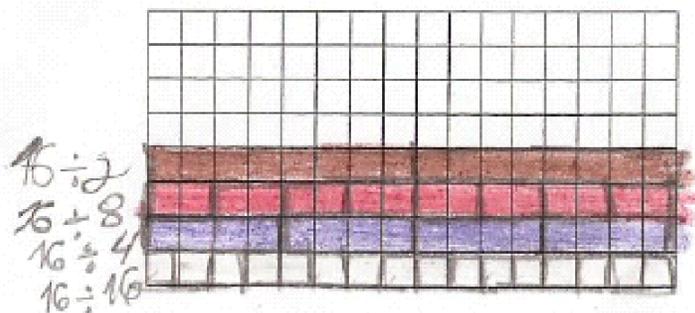


FIGURA 38: Melhor desempenho do sétimo ano na segunda atividade da divisão.

Já nos testes seguintes, os alunos, um de cada ano, demonstraram não ter compreendido o conceito da divisão, nem seu algoritmo.

2) Desenhe e descreva todas as possíveis divisões do número 16 com barrinhas menores que ele, de forma a utilizar APENAS barrinhas de MESMA COR para cada maneira.

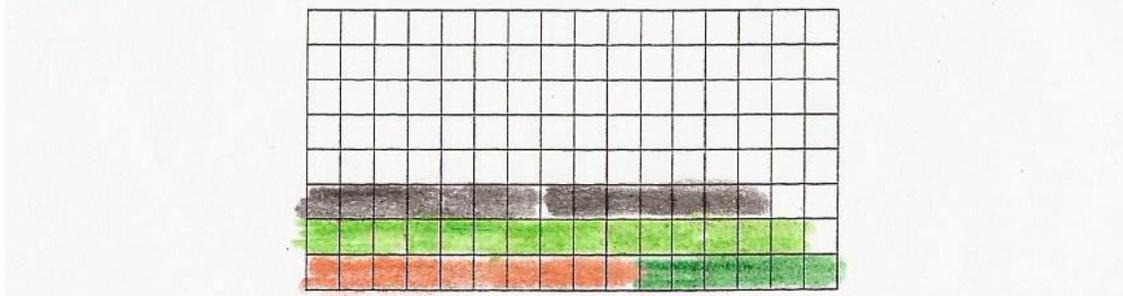


FIGURA 39: Desempenho mais irregular do sexto ano na segunda atividade da divisão.

2) Desenhe e descreva todas as possíveis divisões do número 16 com barrinhas menores que ele, de forma a utilizar APENAS barrinhas de MESMA COR para cada maneira.

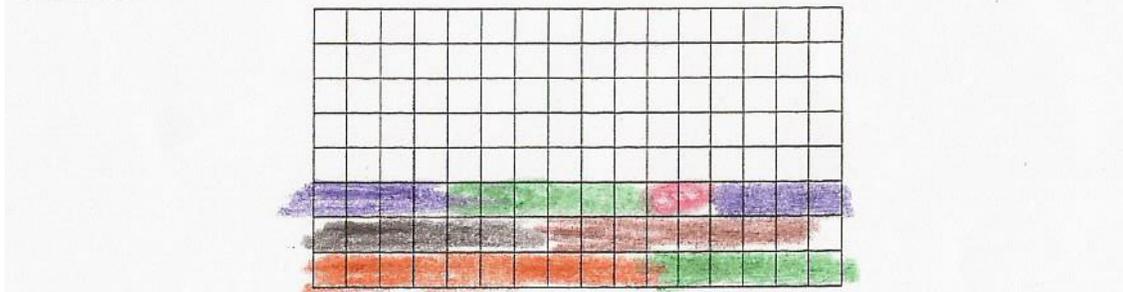


FIGURA 40: Desempenho mais irregular do sétimo ano na segunda atividade da divisão.

Atividade 3: Nesta atividade, que envolvia interpretação de uma situação real, na qual deveria ser repartida um valor em reais, o principal problema observado foi o fato de que o valor era dado na classe dos milhares, levando alguns a efetuar a operação apenas com o número 430.

Além disso, para os alunos de sexto ano, ela causou maior estranhamento por eles ainda não terem maturidade o suficiente para entender o conceito de divisão envolvendo dinheiro.

Sexto ano		
	Acerto	Erro
Total	3	51
Percentual	5,56%	94,44%

TABELA 34: Resultados da terceira atividade da divisão para o sexto ano.

Sétimo ano		
	Acerto	Erro
Total	9	27
Percentual	25%	75%

TABELA 35: Resultados da terceira atividade da divisão para o sétimo ano.

As atividades abaixo foram as de melhor organização e com os cálculos corretos de ambos os anos, demonstrando que os alunos compreenderam bem o conceito de resolução de problemas envolvendo a divisão.

3) Um pai resolveu dividir seu dinheiro entre seus 4 filhos igualmente. Se sua fortuna é de R\$ 430 000,00, quanto cada filho receberá?

<p>Cálculo:</p>	<p>Resposta:</p> <p>Cada filho receberá 500.00 R\$ 507.500.00.</p>
-----------------	--

FIGURA 41: Melhor desempenho do sexto ano na terceira atividade da divisão.

3) Um pai resolveu dividir seu dinheiro entre seus 4 filhos igualmente. Se sua fortuna é de R\$ 430 000,00, quanto cada filho receberá?

<p>Cálculo:</p> $\begin{array}{r} 430.000 \\ \underline{107.500 \times 4} \\ 030 \\ \underline{20} \\ 00 \\ \underline{00} \\ 00 \end{array}$	<p>Resposta: Cada filho receberá 107.500 de seu pai.</p>
---	--

FIGURA 42: Melhor desempenho do sétimo ano na terceira atividade da divisão.

Já as atividades abaixo demonstraram que os alunos além de não compreenderem o algoritmo da multiplicação também tiveram dificuldades em interpretar o que o problema pedia que fosse feito e não demonstraram cuidado nem clareza ao responder à atividade.

3) Um pai resolveu dividir seu dinheiro entre seus 4 filhos igualmente. Se sua fortuna é de R\$ 430 000,00, quanto cada filho receberá?

<p>Cálculo:</p> $\begin{array}{r} 430'00.00 \\ \underline{-40} \\ 030.000 \\ \underline{-38} \\ 18 \\ \underline{-16} \\ 02 \end{array}$	<p>Resposta: cada filho receberá cada 1164</p>
--	--

FIGURA 43: Desempenho mais irregular do sexto ano na terceira atividade da divisão.

3) Um pai resolveu dividir seu dinheiro entre seus 4 filhos igualmente. Se sua fortuna é de R\$ 430 000,00, quanto cada filho receberá?

<p>Cálculo:</p> $\begin{array}{r} 430\ 000,00 \\ \underline{13} \\ 705 \end{array}$	<p>Resposta: Cada filho receberá 70 000,00</p>
---	--

FIGURA 44: Desempenho mais irregular do sétimo ano na terceira atividade da divisão.

Com as atividades aplicadas foi possível perceber que os alunos do sétimo ano conseguiram absorver os conceitos relativos à divisão, estudados no ano de 2012 quando eles estavam no sexto ano. Entretanto, os alunos do sexto ano mostraram que não lembravam muitos dos conceitos estudados nas séries iniciais do ensino fundamental, precisando, assim, de estudos mais aprofundados sobre a divisão.

Todas as atividades aplicadas para a divisão foram discutidas posteriormente com os alunos e foi proposta uma nova bateria de atividades, utilizando o material Cuisenaire, como revisão para as avaliações.

Capítulo 7: Conclusão

Após a aplicação, análise e correção dos testes, os resultados obtidos foram bastante satisfatórios, tanto em termos de aprendizagem quanto em termos de nota. De todos os alunos das turmas pesquisadas, apenas 3 não alcançaram a média final do sexto ano. Assim, é possível perceber quão grande é a diferença entre o ensino convencional, geralmente aplicado nas séries iniciais do ensino fundamental e a proposta apresentada neste trabalho.

Mesmo sendo bastante trabalhado, causa espanto o fato de os alunos não terem tido nenhum tipo de contato anterior com o material Cuisenaire, já que em todas as unidades escolares, municipais e estaduais, do município de Nova Friburgo são disponibilizados esse tipo de material. Também por isso, nas atividades que envolviam o uso do material, os alunos apresentaram mais dificuldades do que naquelas em que a aplicação do algoritmo era direta.

Outra motivação possível para as dificuldades encontradas com sua utilização é a pouca maturidade matemática em transcrever os resultados obtidos com o material para o papel.

Por todo o exposto, fica claro que os objetivos iniciais dessa pesquisa (mostrar aos alunos a utilidade e as aplicações possíveis do material e reforçar as quatro operações através de problemas) foram alcançados, sendo apenas necessários ajustes em algumas atividades para que seus comandos fiquem mais claros para os alunos.

Também foi possível notar a necessidade de uma maior abordagem com materiais alternativos, como por exemplo o Cuisenaire, para um maior aprofundamento dos conceitos estudados, tanto nessa quanto em outras etapas do estudo.

Referências

- BRASIL, MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO E DO DESPORTO. **Parâmetros Curriculares Nacionais – Matemática**. Brasília: MEC/SEF,1997.
- RIBEIRO, Jackson da Silva. **Projeto Radix 6^o ano** – 1^a ed. – Scipione. São Paulo, 2009.
- BOLDRIN, Maria Inês. “**Barrinhas de Cuisenaire: Introdução à construção dos fatos fundamentais da adição**”. Artigo. São Paulo, 2009.
- GONÇALVES, Alex Oleandro. “**Algoritmos das quatro operações: com a palavra o professor**”. Artigo. Curitiba, 2011.
- FETZER, Fernanda. “**As quatro operações aritméticas: ensino e aprendizagem numa perspectiva conceitual**”. Artigo. Ponta Grossa, 2011
- BOCK, Fábio Sabatine. “**Adição e Subtração com o material dourado**”. 2010. 33 páginas. Licenciatura em Matemática. AJES – Instituto Superior de Educação do Vale do Juruena – MT, 2010.
- CENTURIÓN, Marília. “**Conteúdo e Metodologia da Matemática: Números e Operações**”. 2^a Ed. SP: Ed. Scipione, 1995.