

Universidade Estadual de Santa Cruz

DEPARTAMENTO DE CIÊNCIAS EXATAS E TECNOLÓGICAS

DISSERTAÇÃO DE MESTRADO

COMBS
Um Software de Apoio ao Ensino de
Análise Combinatória

por

Igor Schmidke Ribeiro[†]

Mestrado Profissionalizante em Matemática - Ilhéus - BA

Orientador: Germán Ignacio Gomero Ferrer

[†]Este trabalho contou com apoio financeiro da Capes
obtido através da SBM.

Igor Schmidke Ribeiro

COMBS - UM SOFTWARE DE APOIO AO
ENSINO DE ANÁLISE COMBINATÓRIA

Ilhéus
2013

Igor Schmidke Ribeiro

COMBS - Um Software de Apoio ao Ensino de Análise Combinatória

Dissertação apresentada ao Departamento de Ciências Exatas e Tecnológicas da Universidade Estadual de Santa Cruz, para a obtenção de Título de Mestre em Matemática, através do PROFMAT - Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional.

Orientador: Prof. Dr. Germán Ignacio Gomero Ferrer

Universidade Estadual de Santa Cruz
Departamento de Ciências Exatas e Tecnológicas

Ilhéus
2013

R484

RIBEIRO, Igor Schmidke.

Combs: um software de apoio ao ensino de análise combinatória / Igor Schmidke Ribeiro. – Ilhéus, BA: UESC, 2013

xi, 30f.:il

Orientador: Germán Ignacio Gomero Ferrer.

Dissertação (mestrado) – Universidade Estadual de Santa Cruz. Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional.

Inclui referências

1. Análise Combinatória. 2. Tecnologia educacional. 3. Software Educacional. 4. Ensino Auxiliado por Computador. I, Título.

CDD 511.6

Igor Schmidke Ribeiro

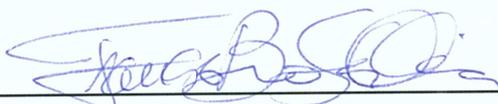
COMBS - UM SOFTWARE DE APOIO AO ENSINO DE ANÁLISE COMBINATÓRIA

Dissertação apresentada ao Departamento de Ciências Exatas e Tecnológicas da Universidade Estadual de Santa Cruz, para a obtenção de Título de Mestre em Matemática, através do PROFMAT - Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional.

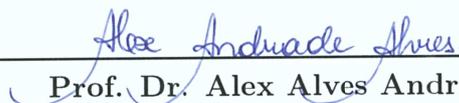
Trabalho aprovado. Ilhéus, 15 de março de 2013:



Prof. Dr. Germán Ignacio Gomero Ferrer
Orientador



Prof. Dr. Francisco Bruno Souza Oliveira



Prof. Dr. Alex Alves Andrade

Ilhéus - 2013

AGRADECIMENTOS

Primeiramente, dedico este trabalho à Deus, Senhor do Universo e da Ciência. Acredito que a Ciência é uma divertida brincadeira de adivinhação criada por Deus: quando o homem faz descobertas científicas, explora galáxias, inventa instrumentos científicos, desenvolve teoremas matemáticos, entre outras atividades científicas, imagino que Deus deva sentir uma alegria e rir de nossos pequenos passos, do mesmo modo que um pai se alegra ao ver seu filho pequeno aprendendo a andar. É isto que Ele é: um Grande Pai.

Devo agradecer aos meus familiares e amigos que estiveram presentes nos festejos de minhas conquistas e confortos de minhas derrotas. Ressalto entre eles, meus pais, Sebastião e Glaci, grandes exemplos de honestidade, dedicação e carinho; minha irmã, Débora, pela presença e conselhos ímpares de irmã; e minha companheira, Juliana, pela cumplicidade, compreensão e amor inesgotáveis.

Não esqueço de todos aqueles responsáveis pela minha formação, educando, corrigindo, criticando, animando, apoiando, orientando, aconselhando, colaborando e ajudando. Devo ressaltar os professores deste curso de Mestrado, como o Prof. Germán Ignacio, pela orientação paciente deste trabalho, e o Prof. Sérgio Mota, por apoiar nossa turma em tudo.

Também credito agradecimentos à Universidade Estadual de Santa Cruz e à Sociedade Brasileira de Matemática pelo curso; e à Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior - CAPES, pelo apoio financeiro.

*“No universo tudo é número e medida. A
Unidade, símbolo do Criador, é o princípio
de todas as coisas, que não existem senão
em virtude das imutáveis proporções e
relações numéricas.”
(Beremiz Samir, O Homem que Calculava)*

ABSTRACT

Currently the teaching of Combinatorics contents in High School has few teaching support softwares. The concern taken before the elaboration of this dissertation was to develop a software that meet this need: and the result is the Combs. This work aims to describe the software Combs, commenting about mathematical principles involved, describing the procedures of sequences generation, giving use instructions, suggesting classroom activities and concluding with the prospects of future versions of software.

Keywords: Use of technologies in teaching; Educational Software; Combinatorics.

RESUMO

O ensino dos conteúdos de Análise Combinatória no Ensino Médio atualmente conta com poucos softwares de apoio ao ensino. A preocupação que se tomou antes da elaboração desta dissertação foi de desenvolver um software para suprir esta necessidade: e o resultado é o Combs. Assim, este trabalho tem como objetivo descrever este software, comentando sobre os princípios matemáticos envolvidos, descrevendo os procedimentos de geração das sequências combinatórias, dando instruções de uso, sugerindo atividades em sala de aula e concluindo com as perspectivas das futuras versões do software.

Palavras-Chave: Uso de tecnologias no ensino; Softwares educacionais, Análise combinatória.

LISTA DE FIGURAS

3.1	Erro exibido no caso da ausência da Plataforma .NET	17
3.2	Interface Principal do Combs	17
3.3	Janela de Exibição em Lista exibindo a sequência 97 do problema	19
3.4	Interface da Janela de Exibição Didática	19
3.5	Comparação das Imagens do Elemento 4	20
3.6	Interface da janela de exibição Texto CSV	21
3.7	Texto CSV com nomes dos elementos personalizados	21
3.8	Opções de Personalização do Combs	22
3.9	Diálogo de Carregamento de Imagem Personalizada	22
4.1	Usando o Combs para exibir as possíveis permutações de 3 elementos	24
4.2	Combs personalizado e se adequando a um exercício	25
4.3	Duas janelas do Combs abertas, uma exibindo arranjos e a outra combinações, com $n = 5$ e $p = 3$	26

CONTEÚDO

Introdução	1
1 Conceitos Preliminares	4
1.1 Arranjos	4
1.2 Combinações	6
2 Gerando Arranjos e Combinações	8
2.1 Combinações	9
2.2 Permutações	10
2.3 Arranjos	13
3 Manual do Usuário	16
3.1 Instalação	16
3.2 Interface Principal	17
3.3 Modos de Exibição	18
3.3.1 Modo de Lista	18
3.3.2 Modo Didático	19
3.3.3 Modo de Texto	20
3.4 Personalização	21

4	Manual do Professor	23
4.1	Combs na Sala de Aula	23
4.2	Combs em Laboratórios de Informática	26
	Considerações Finais	27
	Bibliografia	29

INTRODUÇÃO

Atualmente há diversos softwares de apoio ao ensino de Matemática, alguns desenvolvidos especificamente para o Ensino, outros adaptados para este fim. Em todo caso, um dos objetivos do uso de uma ferramenta computacional na prática docente é facilitar algum procedimento que o professor precise exercer (como resolver cálculos e gerar imagens), não necessariamente durante sua aula (podendo ser, por exemplo, para gerar imagens a serem exibidas em apresentações de slides, ou impressas em atividades), apresentando os resultados de maneira didática e intuitiva. E quando se refere à maneira didática e intuitiva da apresentação dos resultados, está se querendo dizer em tornar sua exibição compreensível e atraente para os alunos.

Exemplos de softwares educacionais não faltam. Citamos o Winplot, um utilitário de uso geral gerador de gráficos que pode desenhar e animar curvas e superfícies, apresentando o resultado de diversas maneiras, o Geogebra, um software direcionado ao ensino de geometria e álgebra, contando com recursos de animação e uma interface muito amigável, e o Cabri-Géomètre, software proprietário pioneiro no conceito “régua-e-compasso”, conhecido entre os professores-pesquisadores de ensino de matemática, entre outros.

Há também softwares que não foram desenvolvidos para o ensino de matemática, mas foram inseridos nas atividades docentes. Por exemplo, o Microsoft Excel – editor de planilhas usado por professores de matemática para criação de tabelas e realização de cálculos, aplicados em muitos ramos da Matemática – e o Maple – um software algébrico computacional genérico, voltado para computação de expressões matemáticas, usado por professores e

alunos dos cursos superiores.

Apesar do vasto conjunto de softwares bem aplicados no ensino de Matemática, algumas áreas desta vasta ciência ainda apresentam escassez de utilitários computacionais de apoio ao ensino. Uma delas é a Análise Combinatória, a qual pode-se identificar como um ramo da Matemática trabalhado no ensino médio cuja abordagem é basicamente tradicionalista (quadro e giz), cabendo poucas novidades didáticas, principalmente tecnologias da informação.

A identificação da deficiência de recursos computacionais no ensino de Análise Combinatória surgiu de uma experiência pessoal. Ao introduzir o conteúdo de permutações no Ensino Médio, costuma-se lançar mão de um exemplo trivial: a listagem de todas as possíveis permutações de três elementos. Como se tratam de apenas 6 permutações, o professor costuma levar alguns segundos para listá-las.

É comum alguns alunos não conseguirem compreender o que uma permutação é apenas com este exemplo. Assim resolve-se listar todas as permutações de quatro elementos. Neste novo exemplo tem-se o trabalho de escrever no quadro todas as 24 permutações, uma tarefa mais demorada, que certamente irá levar mais tempo para terminá-la. Mesmo com este empenho, é comum ainda encontrar alunos que não entenderam. Neste momento encontra-se um grande obstáculo em sua aula, pois seus exemplos triviais se esgotaram e um próximo exemplo – a listagem de todas as permutações de 5 elementos – é impraticável manualmente.

Situações como esta é que motivaram o desenvolvimento de um software que oferecesse recursos ao professor para ensinar os conteúdos de Arranjos e Combinações. O resultado foi o Combs que, basicamente tem como objetivo auxiliar o professor na exibição de arranjos e combinações, poupando-lhe o trabalho de gerá-las e escrevê-las no quadro, além de apresentar os resultados de maneira didática e atraente para os alunos.

Durante o desenvolvimento do Combs a preocupação principal quanto à sua interface foi criá-la de forma que seu uso fosse intuitivo e de rápido aprendizado. Assim, sua interface é simples, com poucos botões e janelas de diálogo, e contém breves instruções de uso. A intenção é que os professores sintam-se a vontade para usá-lo antes, durante e depois de suas aulas, e que os alunos o usem em laboratórios de informática ou em casa.

Este trabalho tem como objetivo apresentar o Combs, apresentando os conceitos utilizados, os procedimentos de geração de combinações, arranjos e permutações, dando instruções sobre seu uso, sugerindo atividades para seu uso e levantando futuras perspectivas para o

software.

Dividido em quatro capítulos, o primeiro consiste de uma breve exposição do assunto de Arranjos e Combinações, para apresentar a notação usada. No segundo capítulo o leitor encontra os procedimentos para gerações das Combinações e Arranjos utilizados no Combs.

No terceiro capítulo, está o manual de utilização do software – apresentando detalhes sobre seu uso. O quarto capítulo é o Manual do Professor, e nesta parte há comentários sobre a utilização do Combs em sala de aula: sugestões de práticas, abordagens, atividades e recomendações. O quinto capítulo contém as considerações finais sobre o Combs, detalhando as expectativas quanto ao seu desenvolvimento futuro.

CAPÍTULO 1

CONCEITOS PRELIMINARES

Arranjos e Combinações são abordados no Ensino Médio com um carácter muito intuitivo e pouco formal, e isto contribui para dúvidas frequentes nos alunos, principalmente em exemplos mais complexos.

Neste capítulo apresenta-se uma abordagem um pouco diferente da tradicional dos assuntos de Arranjos e Combinações. É tratada brevemente, pois seu objetivo principal é apresentar a notação usada neste trabalho.

1.1 Arranjos

Intuitivamente, um arranjo consiste de uma escolha de p elementos entre n disponíveis. Por exemplo, entre os elementos $\{a, b, c, d, e, f\}$, um arranjo de 4 elementos deste conjunto seria (b, a, c, e) . Escolher os elementos a figurar, inclusive a sua posição, remete ao conceito de função.

Definição 1.1. *Um arranjo de classe (n, p) , ou um arranjo de p elementos escolhidos entre n possíveis, é uma função injetiva $A : I_p \rightarrow I_n$, com $p \leq n$.*

Usualmente, um arranjo $A_{n,p} : I_p \rightarrow I_n$ é representado por uma p -upla (a_1, a_2, \dots, a_p) onde $a_i \in I_n$ é o i -ésimo elemento escolhido.

Note que a função A precisa ser injetiva, pois em caso contrário, haveriam elementos do contradomínio que seriam imagens de mais de um elemento do domínio, deixando assim de ser um arranjo simples e tornando-se um arranjo com repetições.

Por exemplo, alguns arranjos de classe $(5, 3)$ são

$$(1, 2, 3), (2, 1, 3), (3, 2, 1), (1, 3, 2), (3, 1, 2), (2, 3, 1), (1, 2, 4), (2, 1, 4) \\ (4, 2, 1), (1, 4, 2), (4, 1, 2), (2, 4, 1), (1, 2, 5), (2, 1, 5), (5, 2, 1), (1, 5, 2)$$

Aplicações desta definição na resolução de exercícios de combinatória são feitas com a construção de uma bijeção $f : I_n \rightarrow U$, onde U é o conjunto universo de objetos com os quais serão construídos os arranjos. Por exemplo, para construir todas as possibilidades de colorir uma bandeira com três faixas verticais, uma de cada cor, tendo as cores azul, branco, amarelo, vermelho e verde disponíveis, basta definir uma bijeção como a seguir:

$$f(1) = \text{azul}, \quad f(2) = \text{branco}, \quad f(3) = \text{amarelo}, \quad f(4) = \text{vermelho}, \quad f(5) = \text{verde}$$

Após definir a bijeção, a composição $f \circ A$ gera os arranjos aplicados na situação problema. Neste caso, alguns arranjos já aplicados seriam

$$(\text{azul}, \text{branco}, \text{amarelo}), (\text{branco}, \text{azul}, \text{amarelo}), (\text{amarelo}, \text{branco}, \text{azul}) \\ (\text{azul}, \text{amarelo}, \text{branco}), (\text{amarelo}, \text{azul}, \text{branco}), (\text{branco}, \text{amarelo}, \text{azul}) \\ (\text{azul}, \text{branco}, \text{vermelho}), (\text{branco}, \text{azul}, \text{vermelho}), (\text{vermelho}, \text{branco}, \text{azul})$$

É possível deduzir a fórmula do número total de funções injetivas entre I_p e I_n . Começamos verificando o número de possíveis imagens que cada elemento de I_p pode ter. Assim

$$\begin{array}{ll} \text{O valor de } A(1) & \text{pode ser escolhido de } n \text{ modos} \\ \text{O valor de } A(2) & \text{pode ser escolhido de } n - 1 \text{ modos} \\ \text{O valor de } A(3) & \text{pode ser escolhido de } n - 2 \text{ modos} \\ & \dots \\ \text{O valor de } A(p) & \text{pode ser escolhido de } n - (p - 1) \text{ modos} \end{array}$$

Como tais modos são independentes, conforme o Princípio Fundamental da Contagem, temos que o número total de arranjos é

$$\begin{aligned}
 A_{n,p} &= n \cdot (n-1) \cdot \dots \cdot (n-(p-1)) \\
 &= \frac{n!}{(n-p)!}
 \end{aligned}
 \tag{1.1}$$

Particularmente, uma permutação de n elementos é um arranjo de classe (n, p) . Assim, pela equação (1.1), o número total de permutações de n elementos é

$$\begin{aligned}
 P_n &= A_{n,n} = \frac{n!}{(n-n)!} \\
 &= n!
 \end{aligned}
 \tag{1.2}$$

1.2 Combinações

Para definir combinações, recorramos à intuição de que numa combinação a ordem dos elementos não importa. Isto significa dizer que as ternas $(1, 2, 3)$ e $(3, 2, 1)$ correspondem à mesma combinação. Considerando estas ternas como arranjos, definidos como funções injetivas, estes arranjos que seriam uma mesma combinação também possuem o mesmo conjunto imagem.

Definição 1.2. *Uma **Combinação** de classe (n, p) , ou uma combinação de p elementos entre n , é o conjunto imagem de um arranjo de classe (n, p) .*

Para fixar ideias, tomemos o exemplo da seção anterior, dos arranjos de classe $(5, 3)$. Os arranjos $(1, 2, 3)$, $(2, 1, 3)$, $(3, 2, 1)$, $(1, 3, 2)$, $(3, 1, 2)$, $(2, 3, 1)$ possuem o mesmo conjunto imagem $\{1, 2, 3\}$, e não são os únicos que compartilham outros conjuntos imagens. De todas os arranjos de classe $(5, 3)$, os conjuntos imagem gerados são

$$\begin{aligned}
 &\{1, 2, 3\}, \{1, 2, 4\}, \{1, 2, 5\}, \{1, 3, 4\}, \{1, 3, 5\}, \\
 &\{1, 4, 5\}, \{2, 3, 4\}, \{2, 3, 5\}, \{2, 4, 5\}, \{3, 4, 5\}.
 \end{aligned}$$

Também é possível deduzir a fórmula do número total de combinações de classe (n, p) partindo da equação (1.1), a fórmula para arranjos. Dados os arranjos de classe (n, p) , note que vários destes possuem a mesma imagem, por exemplo $\{1, 2, 3, \dots, p\}$. Esta quantidade é

exatamente o número de funções injetivas de $I_p \rightarrow I_p$, ou seja, o número de permutações de p elementos

$$P_p = p!$$

Assim para cada combinação, existem $p!$ arranjos que a originam. Portanto, considerando $C_{n,p}$ como a quantidade total de combinações de classe n, p temos que:

$$p!C_{n,p} = A_{n,p}$$

e portanto

$$C_{n,p} = \frac{n!}{(n-p)! \cdot p!} \quad (1.3)$$

CAPÍTULO 2

GERANDO ARRANJOS E COMBINAÇÕES

Não existe um único procedimento para gerar arranjos, permutações ou combinações. Por exemplo, é possível construir todas as permutações de 3 elementos “movendo” para a esquerda os elementos das permutações anteriores. Assim, se $(1, 2, 3)$ é a primeira, obtemos $(2, 3, 1)$ e $(3, 1, 2)$ apenas com estas “movimentações”. Mas se realizarmos mais vezes o processo, geraremos as mesmas permutações. Para gerar as demais, basta criar outra permutação inédita – pode ser a $(3, 2, 1)$ – e realizar o processo mais duas vezes – obtendo $(2, 1, 3)$ e $(1, 3, 2)$. No fim, o conjunto a seguir é uma possível construção das permutações de 3 elementos,

$$\{(1, 2, 3), (2, 3, 1), (3, 1, 2), (3, 2, 1), (2, 1, 3), (1, 3, 2)\}$$

Entretanto, esta ordenação de permutações não é diferente do seguinte conjunto, gerado pelo algoritmo do Combs,

$$\{(1, 2, 3), (2, 1, 3), (3, 2, 1), (1, 3, 2), (3, 1, 2), (2, 3, 1)\}$$

Claro que a diferença é apenas na ordem dos elementos, pois os dois conjuntos são iguais. Porém no instante em que ensina aos seus alunos uma forma de gerar permutações o professor

procura o método mais infalível e simples que julgar.

No desenvolvimento do Combs a preocupação foi de criar algoritmos que gerassem as sequências de forma simples de compreender e desenvolver. O Combs possui três processos geradores das sequências combinatórias: um método para a determinação de combinações, outro para permutações e um outro para arranjos, usando concomitantemente os processos anteriores. As próximas seções apresentam os procedimentos que inspiraram os algoritmos do Combs.

É importante deixar claro que o objetivo deste capítulo é mostrar os procedimentos que inspiraram os algoritmos do Combs. Portanto os procedimentos aqui descritos estão em uma estrutura próxima ao do algoritmo, para que o leitor compreenda como o software está gerando os arranjos e combinações. Sabendo como o algoritmo se comporta, o professor que venha utilizar o Combs poderá prever como estarão ordenados os arranjos e combinações para que não venha a se surpreender durante a sua aula.

2.1 Combinações

O procedimento para geração de combinações do Combs tem como fundamento a modificação de uma combinação existente para construir a seguinte, e que uma combinação pode ser representada por um dos arranjos que a gerou – e para facilitar, toma-se o arranjo crescente.

O procedimento se baseia nas seguintes regras:

1. Gera-se a mais trivial das combinações, a $\{1, 2, \dots, p\}$;
2. De todas as combinações válidas tenta-se alterar seus elementos por incremento, do último elemento para o primeiro elemento;
3. Uma combinação $\{a_1, a_2, \dots, a_p\}$ gerada, para ser válida precisa ter todos os elementos distintos e em ordem estritamente crescente, ou seja $a_1 < a_2 < \dots < a_p$.

Este procedimento ficará mais claro após um exemplo. Suponha que se deseja construir todas as combinações de classe $(5, 3)$. A primeira coisa que deve ser feita é a geração da mais trivial das combinações: a $\{1, 2, 3\}$.

Em seguida altera-se o terceiro elemento da sequência $\{1, 2, 3\}$, neste caso o 3, para os valores de 4 e 5. Isto gera as sequências $\{1, 2, 4\}$ e $\{1, 2, 5\}$. Assim, até o momento, as combinações já geradas são:

$$\{1, 2, 3\}, \{1, 2, 4\}, \{1, 2, 5\}$$

O próximo passo é alterar o segundo elemento destas sequências. Note que a primeira delas, a $\{1, 2, 3\}$, é impossível de ser alterada sem infringir a regra número 3 – incrementar o segundo elemento, neste caso o 2, irá ultrapassar o terceiro, o 3. Mas é possível alterar o segundo elemento da $\{1, 2, 4\}$ para o valor 3, gerando a sequência $\{1, 3, 4\}$. Por sua vez, na sequência $\{1, 2, 5\}$, é possível alterar o segundo elemento para 3 e 4, gerando outras duas combinações: $\{1, 3, 5\}$ e $\{1, 4, 5\}$. Por enquanto, as combinações geradas são:

$$\{1, 2, 3\}, \{1, 2, 4\}, \{1, 2, 5\}, \{1, 3, 4\}, \{1, 3, 5\}, \{1, 4, 5\}$$

Finalizados os segundos elementos, a vez agora é de alterar o primeiro elemento de todas as sequências atuais. Mais uma vez encontra-se a impossibilidade de alterar o primeiro elemento das sequências $\{1, 2, 3\}$, $\{1, 2, 4\}$ e $\{1, 2, 5\}$, mas é possível nas seguintes. Na sequência $\{1, 3, 4\}$, altera-se o primeiro elemento para 2, gerando assim $\{2, 3, 4\}$. A sequência seguinte é a $\{1, 3, 5\}$, que gera a sequência $\{2, 3, 5\}$ se alterarmos seu primeiro elemento. Já na sequência $\{1, 4, 5\}$, é possível alterar seu primeiro elemento para 2 e 3, gerando $\{2, 4, 5\}$ e $\{3, 4, 5\}$. Assim, as combinações geradas são:

$$\{1, 2, 3\}, \{1, 2, 4\}, \{1, 2, 5\}, \{1, 3, 4\}, \{1, 3, 5\}, \{1, 4, 5\}, \{2, 3, 4\}, \{2, 3, 5\}, \{2, 4, 5\}, \{3, 4, 5\},$$

que são todas as possíveis combinações de classe $(5, 3)$.

2.2 Permutações

O procedimento gerador de permutações tem como fundamento simples e natural de permutar elementos das permutações já geradas, porém com um padrão a seguir – não é aleatório, sob nenhum aspecto. As regras que norteiam o procedimento das permutações são:

1. Inclui-se a mais trivial das permutações: $(1, 2, \dots, p)$;

2. Para cada permutação válida, deve-se tentar gerar novas permutações realizando permutas entre seus elementos. Começa-se permutando o primeiro elemento pelo segundo, em seguida o primeiro pelo terceiro, e assim sucessivamente até o último elemento. Em seguida, permuta-se o segundo pelo terceiro, segundo pelo quarto, e sucessivamente.
3. O processo é encerrado quando houverem $p!$ permutações.

Novamente, usemos um exemplo para mostrar os processos do algoritmo de geração das permutações: vamos construir todas as permutações de 4 elementos. Da mesma forma, começamos inserindo a mais trivial das permutações, a $(1, 2, 3, 4)$. Tomando esta mesma permutação, procura-se realizar as permutas entre seus elementos.

A primeira permuta é entre o primeiro e o segundo elemento. Seguindo isto, forma-se a permutação $(2, 1, 3, 4)$, que é válida, por ser inédita. Ainda trabalhando com a primeira permutação, realizamos a próxima permuta válida com o primeiro elemento, o trocando com o terceiro. Assim, obtemos a permutação $(3, 2, 1, 4)$, que também é inédita e portanto válida. Mais uma permuta é feita, entre o primeiro e o quarto elemento, gerando a permutação $(4, 2, 3, 1)$. Até o momento, as permutações geradas são:

$$(1, 2, 3, 4), (2, 1, 3, 4), (3, 2, 1, 4), (4, 2, 3, 1).$$

Como não há mais permutas válidas feitas com o primeiro elemento, é necessário agora realizar as permutas com o segundo elemento. Deve-se fazer este processo desde a primeira permutação, a $(1, 2, 3, 4)$ até a última até o momento, a $(4, 2, 3, 1)$.

A primeira permuta seria permutando o segundo elemento com o terceiro, que, baseando-se na primeira permutação, geraríamos a sequência $(1, 3, 2, 4)$, onde se observa ser válida. A próxima permuta é do segundo com o quarto, gerando $(1, 4, 3, 2)$.

Em seguida é hora de permutar o terceiro elemento com sua única possibilidade, com o quarto. Fazendo isto sobre a primeira permutação, obtemos $(1, 2, 4, 3)$. Incluindo as novas permutações na nossa listagem, até o momento temos:

$$(1, 2, 3, 4), (2, 1, 3, 4), (3, 2, 1, 4), (4, 2, 3, 1), (1, 3, 2, 4), (1, 4, 3, 2), (1, 2, 4, 3).$$

Encerradas as trocas com a primeira permutação, deve-se agora fazer o mesmo processo com a segunda permutação da listagem – a $(2, 1, 3, 4)$. Nesta sequência, permutar o primeiro elemento com o segundo irá gerar $(1, 2, 3, 4)$, que já existe, e deve ser ignorada. Então,

permuta-se o primeiro com o terceiro elemento, gerando $(3, 1, 2, 4)$, uma novidade para a lista. A seguir, permuta-se o primeiro elemento com o quarto, resultando em $(4, 1, 3, 2)$, mais uma novidade para a lista. Por enquanto, as permutações são:

$$(1, 2, 3, 4), (2, 1, 3, 4), (3, 2, 1, 4), (4, 2, 3, 1), (1, 3, 2, 4), (1, 4, 3, 2), (1, 2, 4, 3), \\ (3, 1, 2, 4), (4, 1, 3, 2).$$

Continuamos com as permutações do segundo elemento. Permutando o segundo e o terceiro obtemos $(2, 3, 1, 4)$, e permutando o segundo e o quarto geramos $(2, 4, 3, 1)$. Em seguida permuta-se o terceiro elemento com o quarto, obtendo $(2, 1, 4, 3)$. Concluindo as permutações com a segunda sequência, a lista de permutações já geradas são:

$$(1, 2, 3, 4), (2, 1, 3, 4), (3, 2, 1, 4), (4, 2, 3, 1), (1, 3, 2, 4), (1, 4, 3, 2), (1, 2, 4, 3), \\ (3, 1, 2, 4), (4, 1, 3, 2), (2, 3, 1, 4), (2, 4, 3, 1), (2, 1, 4, 3).$$

A próxima sequência a passar pelo processo de permutações é a $(3, 2, 1, 4)$. Sejam os breves. Nesta sequência, permutamos o primeiro com o segundo (gerando $(2, 3, 1, 4)$ que já existe), o primeiro com o terceiro (gerando $(1, 2, 3, 4)$ que já existe), o primeiro com o quarto (gerando $(4, 2, 1, 3)$, inédita), o segundo com o terceiro (gerando $(3, 1, 2, 4)$, que já existe), o segundo com o quarto (gerando $(3, 4, 1, 2)$ inédita), e o terceiro com o quarto (gerando $(3, 2, 4, 1)$ também inédita). Assim, com a permutação $(3, 2, 1, 4)$ geramos mais três permutações inéditas, incrementando a nossa lista que por enquanto está assim:

$$(1, 2, 3, 4), (2, 1, 3, 4), (3, 2, 1, 4), (4, 2, 3, 1), (1, 3, 2, 4), (1, 4, 3, 2), (1, 2, 4, 3), \\ (3, 1, 2, 4), (4, 1, 3, 2), (2, 3, 1, 4), (2, 4, 3, 1), (2, 1, 4, 3), \\ (4, 2, 1, 3), (3, 4, 1, 2), (3, 2, 4, 1).$$

Persistindo com este procedimento, encontram-se todas as 24 permutações de 4 elementos. Geradas pelo Combs, são elas:

$$(1, 2, 3, 4), (2, 1, 3, 4), (3, 2, 1, 4), (4, 2, 3, 1), (1, 3, 2, 4), (1, 4, 3, 2), \\ (1, 2, 4, 3), (3, 1, 2, 4), (4, 1, 3, 2), (2, 3, 1, 4), (2, 4, 3, 1), (2, 1, 4, 3), \\ (4, 2, 1, 3), (3, 4, 1, 2), (3, 2, 4, 1), (4, 3, 2, 1), (1, 4, 2, 3), (1, 3, 4, 2), \\ (4, 1, 2, 3), (3, 4, 2, 1), (3, 1, 4, 2), (4, 3, 1, 2), (2, 4, 1, 3), (2, 3, 4, 1).$$

2.3 Arranjos

O procedimento para gerar arranjos depende dos dois anteriores. As regras para a formação dos arranjos de classe (n, p) são:

1. Determina-se todas as combinações de classe (n, p) ;
2. Determina-se todas as permutações de p elementos;
3. Para cada combinação construída, deve-se substituir em todas as permutações os elementos correspondentes às posições na combinação.

Para facilitar a compreensão do procedimento, como exemplo, determinemos todos os arranjos de classe $(5, 3)$. É necessário, primeiro, determinar todas as combinações de classe $(5, 3)$. Usando o procedimento da seção 2.1, ou o Combs, obtemos a listagem

$\{1, 2, 3\}, \{1, 2, 4\}, \{1, 2, 5\}, \{1, 3, 4\}, \{1, 3, 5\}, \{1, 4, 5\}, \{2, 3, 4\}, \{2, 3, 5\}, \{2, 4, 5\}, \{3, 4, 5\}$.

Em seguida, gera-se as permutações de 3 elementos. Usando o procedimento da seção 2.2 ou o Combs, obtemos:

$(1, 2, 3), (2, 1, 3), (3, 2, 1), (1, 3, 2), (3, 1, 2), (2, 3, 1)$.

Para cumprir a terceira regra do procedimento, tomemos inicialmente a combinação $\{1, 2, 3\}$. A substituição nas permutações é feita da seguinte forma:

- o elemento 1 de cada permutação será substituído pelo primeiro elemento desta combinação
- o elemento 2 de cada permutação será substituído pelo segundo elemento desta combinação
- o elemento 3 de cada permutação será substituído pelo terceiro elemento desta combinação

Para a combinação $\{1, 2, 3\}$, nota-se que a substituição não fará efeito pois irá substituir o 1 pelo 1, o 2 pelo 2 e o 3 pelo 3. Mas já geram-se os primeiros arranjos, que são:

$(1, 2, 3), (2, 1, 3), (3, 2, 1), (1, 3, 2), (3, 1, 2), (2, 3, 1)$.

Iremos notar o efeito destas substituições na próxima combinação, a $\{1, 2, 4\}$. Seguindo o mesmo esquema de substituições, substituiremos o 1 pelo 1, o 2 pelo 2 e o 3 pelo 4. Aplicando estas substituições nas permutações, obtemos novos arranjos, a seguir descritos:

$$(1, 2, 4), (2, 1, 4), (4, 2, 1), (1, 4, 2), (4, 1, 2), (2, 4, 1).$$

A próxima combinação a ser usada é a $\{1, 2, 5\}$. Esta combinação gera as substituições: 1 substituído pelo 1, 2 substituído pelo 2 e 3 substituído pelo 5. Novos arranjos são gerados com estas substituições, e são eles:

$$(1, 2, 5), (2, 1, 5), (5, 2, 1), (1, 5, 2), (5, 1, 2), (2, 5, 1).$$

Em seguida é a vez da combinação $\{1, 3, 4\}$. Com ela, devemos substituir nas permutações o 1 pelo 1, o 2 pelo 3 e o 3 pelo 4. Os arranjos gerados serão:

$$(1, 3, 4), (3, 1, 4), (4, 3, 1), (1, 4, 3), (4, 1, 3), (3, 4, 1).$$

A próxima combinação, $\{1, 3, 5\}$, gera as substituições: 1 pelo 1, o 2 pelo 3 e o 3 pelo 5. Os arranjos gerados serão:

$$(1, 3, 5), (3, 1, 5), (5, 3, 1), (1, 5, 3), (5, 1, 3), (3, 5, 1).$$

Insistindo neste procedimento até usar todas as combinações para substituir nas permutações, iremos gerar todos os arranjos possíveis. No final, a listagem deles será:

$$\begin{aligned} &(1, 2, 3), (2, 1, 3), (3, 2, 1), (1, 3, 2), (3, 1, 2), (2, 3, 1), \\ &(1, 2, 4), (2, 1, 4), (4, 2, 1), (1, 4, 2), (4, 1, 2), (2, 4, 1), \\ &(1, 2, 5), (2, 1, 5), (5, 2, 1), (1, 5, 2), (5, 1, 2), (2, 5, 1), \\ &(1, 3, 4), (3, 1, 4), (4, 3, 1), (1, 4, 3), (4, 1, 3), (3, 4, 1), \\ &(1, 3, 5), (3, 1, 5), (5, 3, 1), (1, 5, 3), (5, 1, 3), (3, 5, 1), \\ &(1, 4, 5), (4, 1, 5), (5, 4, 1), (1, 5, 4), (5, 1, 4), (4, 5, 1), \\ &(2, 3, 4), (3, 2, 4), (4, 3, 2), (2, 4, 3), (4, 2, 3), (3, 4, 2), \\ &(2, 3, 5), (3, 2, 5), (5, 3, 2), (2, 5, 3), (5, 2, 3), (3, 5, 2), \\ &(2, 4, 5), (4, 2, 5), (5, 4, 2), (2, 5, 4), (5, 2, 4), (4, 5, 2), \\ &(3, 4, 5), (4, 3, 5), (5, 4, 3), (3, 5, 4), (5, 3, 4), (4, 5, 3). \end{aligned}$$

Note que a primeira coluna desta listagem estão os arranjos crescentes – que representam as combinações – que originaram os demais arranjos de uma linha. Este procedimento não parece ser muito prático se feito manualmente, pois requer a geração de combinações e permutações antes de começar a gerar arranjos. Porém para o computador, que possui uma disponibilidade de memória rápida (memória RAM) muito superior ao nosso raciocínio, ter as combinações e permutações armazenadas e apenas realizar as substituições é um procedimento simples e rápido.

CAPÍTULO 3

MANUAL DO USUÁRIO

O Combs será distribuído em licença *freeware*. O objetivo é que este software seja usado por qualquer público interessado no assunto. O Combs também foi desenvolvido para ser leve na sua execução, permitindo ser usado em qualquer computador de sistema operacional Windows.

Devido ao recente desenvolvimento, cita-se apenas dois canais para obtenção deste software: download pelo endereço <http://rapidshare.com/files/3543909663/Combs.exe>, e por email direto com o desenvolvedor – combs.dev@gmail.com. As seções seguintes trazem instruções de uso do software.

3.1 Instalação

O Combs é composto por apenas um executável, chamado “Combs.exe”. Os requisitos do sistema são realmente baixos, pois ocupa pouca memória e espaço em disco. Quanto ao processador, não há, aparentemente, configuração mínima – por não se tratar de um software multitarefa, espera-se que processadores de único núcleo sejam capazes de executar o Combs. Porém a capacidade de processamento do computador influencia muito na velocidade de formação das sequências.

Uma dificuldade que o usuário poderá enfrentar na execução do software é quando em seu computador não estiver instalada a Plataforma .NET. Esta instalação é necessária pois

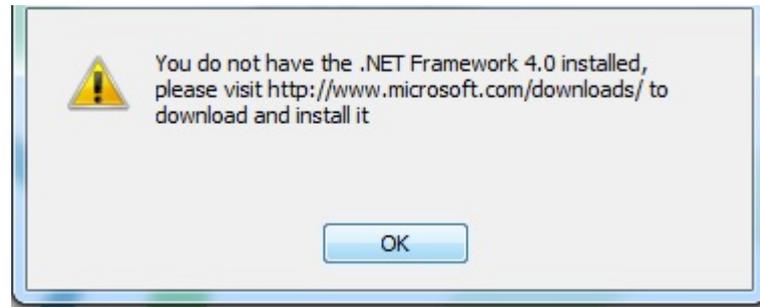


Figura 3.1: Erro exibido no caso da ausência da Plataforma .NET

o Combs foi desenvolvido na linguagem C#, de propriedade da Microsoft. Caso enfrente um erro semelhante ao da Figura 3.1, o usuário deve instalar o pacote da plataforma disponível no site <http://www.microsoft.com/en-us/download/details.aspx?id=17851>.

3.2 Interface Principal

A Figura 3.2 mostra a interface principal do Combs após a execução do aplicativo. Nesta interface há dois grupos de controles chamados “Definições do Problema” e “Opções de Exibição”, quatro botões de procedimentos – “Calcular”, “Limpar”, “Personalizar” e “Sobre” –, e uma caixa de marcação “Janelas Maximizadas”.

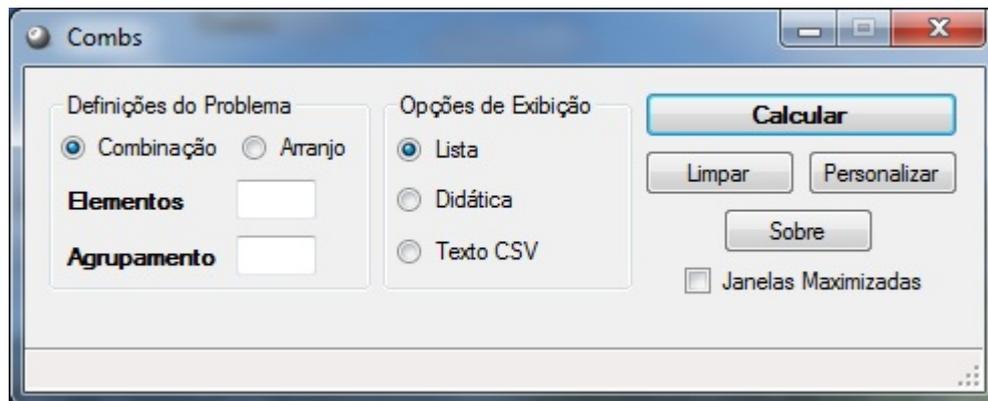


Figura 3.2: Interface Principal do Combs

No primeiro grupo de controle, “Definições do Problema”, o usuário decide o tipo de ordenação que deseja formar (Combinações ou Arranjos), preenche os campos “Elementos” – que corresponde ao total de elementos envolvidos na ordenação – e “Agrupamento” – que

corresponde ao tamanho dos agrupamentos a se fazer nas ordenações. Por exemplo, se desejar-se construir todas as combinações de classe (10, 7), deve-se marcar a opção “Combinação”, em seguida preencher o campo “Elementos” com o numeral 10 e o campo “Agrupamento” com um 7.

No segundo grupo de controle, “Opções de Exibição”, o usuário escolhe a forma de exibição dos resultados. Há três formas de exibição disponíveis: a exibição por “Lista”, por um modo “Didático” e um modo “Texto CSV”. Estes modos serão apresentados na próxima seção.

O botão “Calcular” inicia a geração dos arranjos ou combinações e abre o modo de exibição escolhido pelo usuário. O botão “Limpar” serve para limpar a memória temporária do software – e deve ser usado se o usuário encontrar erros – e também para limpar os campos da interface principal. Sobre o terceiro botão, “Personalizar”, a Seção 3.4 trata sobre sua utilização. O botão “Sobre” dá informações sobre a versão do Combs, enquanto que a caixa “Janelas Maximizadas” abre as janelas de exibição no modo maximizado, oferecendo mais aproveitamento da tela do usuário.

3.3 Modos de Exibição

Escolher como quer observar os resultados sempre foi uma preocupação que esteve em vista durante todo o desenvolvimento, que gerou inicialmente três métodos de visualização de resultados.

3.3.1 Modo de Lista

No modo “Lista” o Combs exibe uma janela semelhante à Figura 3.3. Nesta janela as sequências são exibidas horizontalmente em forma de uma lista, utilizando-se figuras de bolas de bilhar numeradas – ou aquelas configuradas personalizadas. As duas primeiras linhas são as sequências ante anterior e a anterior, respectivamente, enquanto que a sequência de referência se encontra na terceira linha. As duas últimas linhas são as sequências posterior e pós posterior à sequência de referência.

No topo da janela, há um controle de posição, que permite ao usuário escolher qual combinação exibir através de uma caixa de diálogo onde pode-se inserir manualmente o número da sequência desejada, ou mudando a sequência de referência pelos botões “Avançar”(>), “Recuar”(<), “Primeira Posição”(|«) e “Última Posição”(»|).

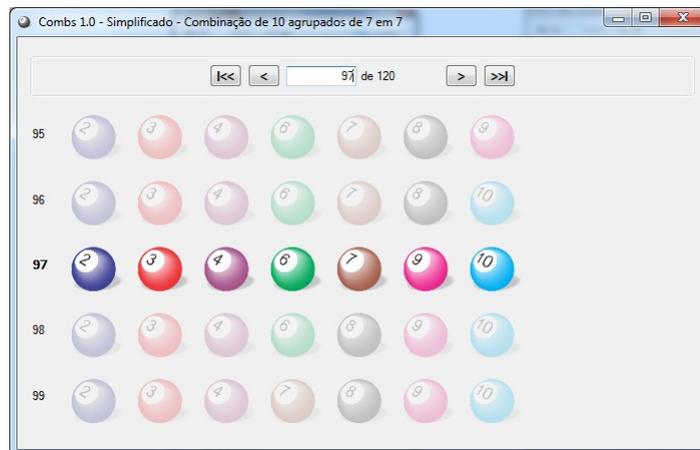


Figura 3.3: Janela de Exibição em Lista exibindo a sequência 97 do problema

3.3.2 Modo Didático

A Figura 3.4 representa a interface do modo Didático. Neste modo de exibição o usuário encontra em uma linha, próximo do rótulo “Conjunto Universo”, onde se dispõe os elementos do conjunto universo, dos quais serão escolhidos para formar os elementos da sequência desejada, na linha imediatamente abaixo. Nesta janela também existem os botões de “Avançar” (>), “Recuar” (<), “Primeira Posição” (|<<) e “Última Posição” (>>|), permitindo ao usuário mudar a sequência a ser visualizada. A novidade desta janela é que para cada sequência, o aplicativo irá selecionar elementos no conjunto universo para compor as sequências.



Figura 3.4: Interface da Janela de Exibição Didática

A representação dos objetos do conjunto universo escolhidos para uma sequência pode ser feita de duas formas. A primeira é pela característica da imagem que, se um determinado

elemento é selecionado para compor a sequência, sua imagem correspondente ficará em seu tom original. As demais imagens que não pertencerão à sequência escolhida, ganharão um tom desbotado. Na Figura 3.4, note que 7 elementos do conjunto universo foram escolhidos para compor a sequência, enquanto que outros três não – e ganharam outro tom. A Figura 3.5 compara as imagens do elemento 4, e o efeito se aplica a todos os elementos, inclusive os personalizados.

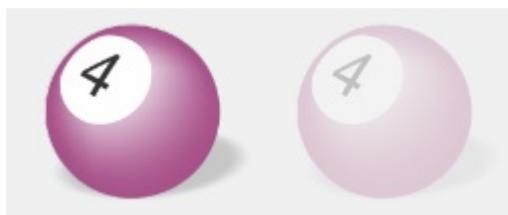


Figura 3.5: Comparação das Imagens do Elemento 4

A segunda forma de escolha de elementos é por meio de animação. No painel de controle da janela, ao lado dos botões de controle de exibição, há o botão “Animar”. Ao clicar sobre este botão o usuário irá perceber a escolha dos elementos por meio de um movimento: as imagens correspondentes dos elementos selecionados são movimentadas para a sua correspondente posição na sequência. Após a conclusão do movimento, os elementos movidos voltam para a posição original.

3.3.3 Modo de Texto

No modo “Texto CSV”, as sequências são convertidos em CSV – sigla de Comma-Separated Values –, que permite ao usuário copiar e colar os resultados para outros softwares. A Figura 3.6 apresenta a interface simplificada e sem botões.

A utilidade deste modo de exibição é complementada com a personalização dos elementos, que é feita na interface principal do Combs, pelo botão “Personalizar”. Ao personalizar os nomes dos elementos, este será exibido no lugar do número. A Figura 3.7 é um exemplo prático deste recurso, exibindo as diferentes saladas de frutas, composta por 7 frutas num grupo com 10.

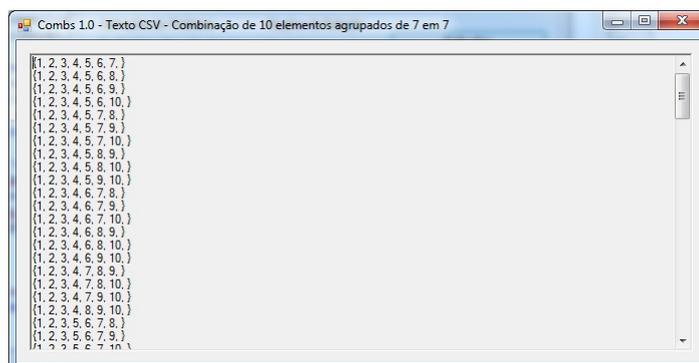


Figura 3.6: Interface da janela de exibição Texto CSV

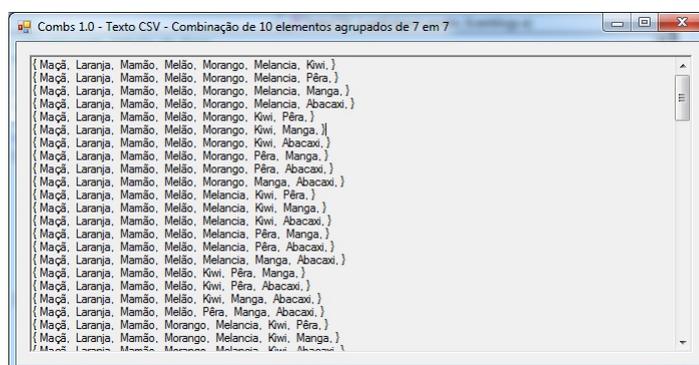


Figura 3.7: Texto CSV com nomes dos elementos personalizados

3.4 Personalização

O recurso de personalização permite que o usuário altere as características dos elementos gráficos. É possível alterar a imagem de exibição e o nome do elemento. Para acessar estes controles, o usuário deve clicar no botão “Personalizar” na interface principal. Ao clicar neste botão, o usuário obterá a interface da Figura 3.8.

Para alterar as características de um elemento gráfico, o usuário deve selecioná-lo na caixa ao lado de “Elemento”. Ao selecionar o elemento, será exibido o seu nome – no campo “Nome do Elemento” – e a imagem de exibição atual. Alterando o campo “Nome do Elemento” o usuário personalizará o nome que será exibido no modo Texto CSV.

Para personalizar a imagem de exibição, é preciso que o usuário altere o tipo de imagem selecionando “Padrão” caso queira usar a imagem padrão do Combs, ou “Personalizada”, permitindo que mais um botão fique ativo: “Carregar Imagem”. Se escolhida esta última



Figura 3.8: Opções de Personalização do Combs

opção e clicado sobre o botão “Carregar Imagem”, aparecerá uma caixa de diálogo semelhante à Figura 3.9 onde o usuário escolhe um arquivo de imagem personalizado. São permitidas figuras nas extensões *.jpg, *.gif e *.png.

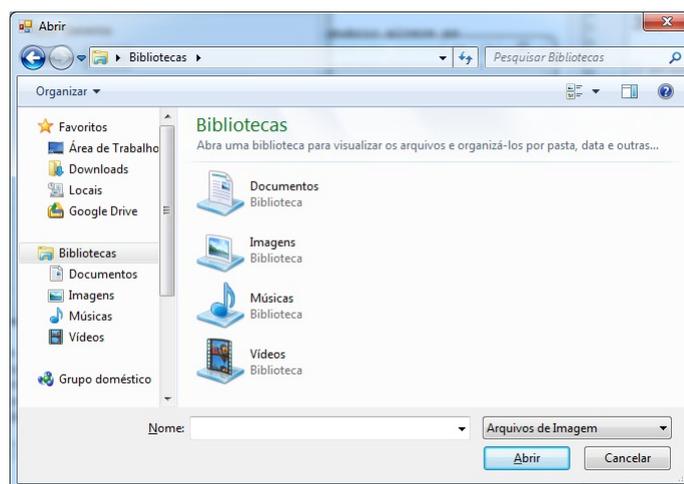


Figura 3.9: Diálogo de Carregamento de Imagem Personalizada

CAPÍTULO 4

MANUAL DO PROFESSOR

É um papel do professor inserir as ferramentas computacionais em suas práticas em sala de aula, que deve adequá-las à sua realidade e de seus alunos. O professor deve encarar tais ferramentas como apoios de ensino, não deixando que o computador exerça seu papel exclusivamente.

O Combs tem este mesmo objetivo. Sua tarefa é auxiliar o professor na condução do conteúdo, oferecendo recursos de visualização diferentes e facilidades na geração das sequências, assim como procurar despertar o interesse do alunado pela presença do computador em sala de aula – um instrumento muito presente no cotidiano deles que é muito bem vindo em sala de aula.

Neste capítulo estão algumas sugestões de uso do Combs. Tais sugestões serão bem generalizadas e contemplarão o uso do Combs na sala de aula e em laboratórios de Informática.

4.1 Combs na Sala de Aula

Na sala de aula, o Combs deve exercer um papel discreto e coadjuvante, a fim de não prender toda a atenção dos alunos no computador. A condução da aula ainda deve ser feita pelo professor, que fará intervenções usando o software. São algumas situações em que o Combs poderia auxiliar o professor em sua aula:

1. Uma introdução ao conteúdo de Arranjos e Combinações seria mais prática e dinâmica com o Combs. Recordando da situação exemplo exposta na Introdução, uma abordagem interessante da introdução às permutações poderia ser feita com o Combs. A Figura 4.1 apresenta o Combs exibindo as permutações de 3 elementos.

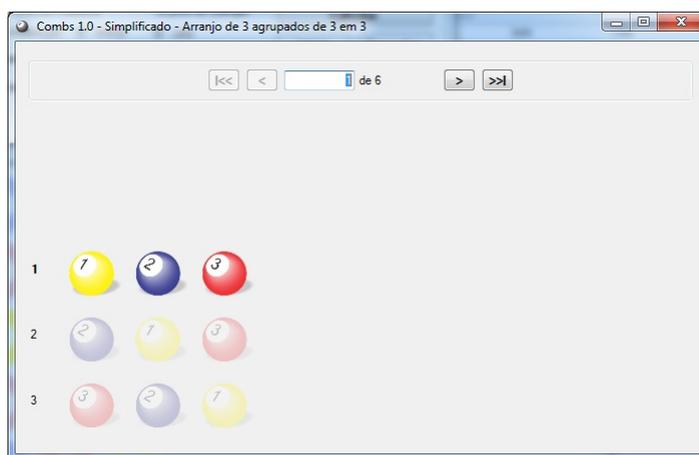


Figura 4.1: Usando o Combs para exibir as possíveis permutações de 3 elementos

Ainda na Justificativa, tivemos os exemplos de gerar as permutações de 4 e 5 elementos, que é facilmente feito pelo Combs sem muito esforço. Enquanto que o professor levaria no mínimo uma aula inteira para produzi-las, o Combs levaria um tempo consideravelmente menor.

2. O Combs também pode ser usado para ensinar um método de geração das sequências – o apresentado nas seções anteriores. Muitos alunos sentem dificuldades para gerar arranjos e combinações, e ensinar um método seguro e confiável pode ajudá-lo na compreensão do conteúdo e na resolução de exercícios. Se o professor ensinar o método de geração de arranjos e combinações usado no Combs, pode realizar práticas, inclusive lúdicas, de adivinhação das próximas sequências a serem exibidas, por exemplo. O Modo Didático pode dar uma boa contribuição para esta tarefa. Esta sugestão também cabe ser realizada em laboratórios de informática.
3. Correções de atividades e propostas de exercícios também ficariam mais fáceis e lúdicas com o Combs. Já que o software permite personalizar as imagens dos elementos, o professor pode personalizá-las para adequar ao problema – evidentemente, é necessário

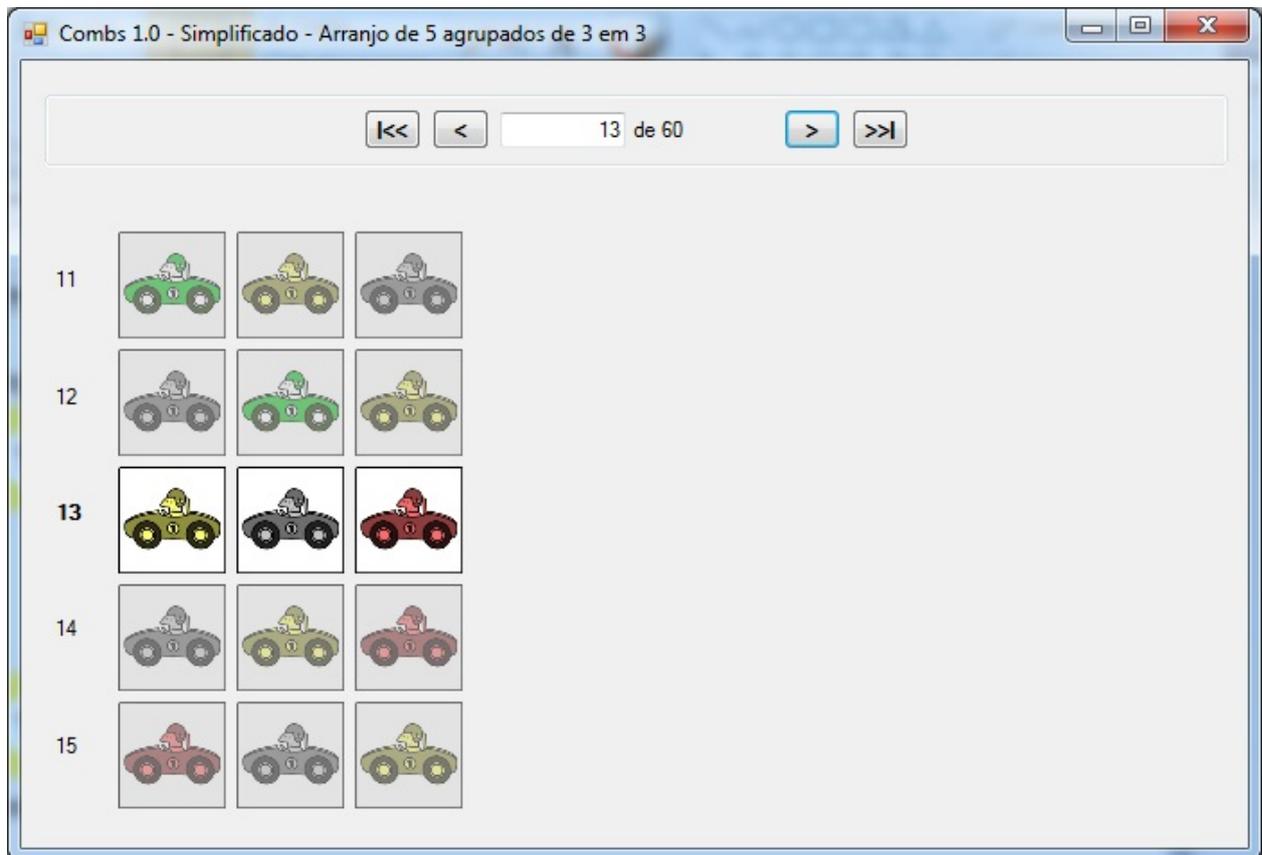


Figura 4.2: Combs personalizado e se adequando a um exercício

que o professor tenha estas imagens personalizadas, e isto deve ser feito antes de sua aula.

Por exemplo, ao corrigir um exercício como “De quantos modos cinco pilotos de carros de corrida podem compor um pódio com três lugares?”, o professor pode personalizar os elementos gráficos do Combs para imagens de carros de corrida de cores diferentes. A Figura 4.2 representa o resultado sugerido.

4. O Combs pode ser utilizado para mostrar as diferenças e semelhanças entre problemas de permutações, arranjos e combinações. As janelas do Combs são dimensionáveis e permitem que o usuário ajuste seu tamanho, sua localização na área de trabalho e qual janela exibir em primeiro plano. Além disto, o Combs também permite múltiplas janelas com diferentes problemas de Combinatória. Por exemplo, se o professor quiser explicar a diferença entre problemas que envolvem arranjos e combinações com mesmos

valores de n e p , a Figura 4.3 é uma sugestão de uso do Combs para este fim.

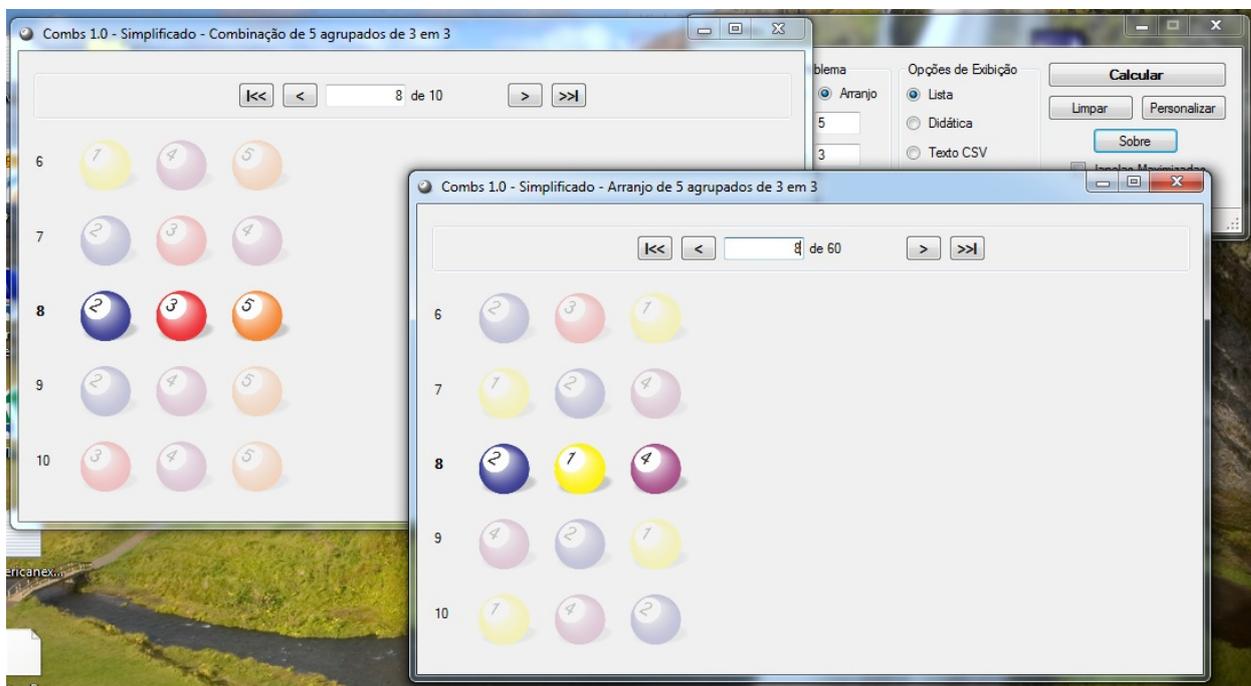


Figura 4.3: Duas janelas do Combs abertas, uma exibindo arranjos e a outra combinações, com $n = 5$ e $p = 3$

4.2 Combs em Laboratórios de Informática

Muitas escolas contam com laboratórios de informática equipados com computadores para uso educativo pelos alunos. Também foi pensado que o Combs pudesse ser usado pelos alunos em laboratórios de informática, com a rígida supervisão do professor, em uma aula com estilo de oficina ou minicurso.

Usar o computador para aprender sempre foi uma novidade para alunos, pois os jovens de hoje estão cada vez mais ligados na tecnologia, enquanto que os computadores vem ganhando novos recursos interessantes para esta faixa etária.

Voltando ao Combs, as principais sugestões de seu uso em laboratórios de informática são:

1. Oficinas e Minicursos sobre o uso do Combs. O professor pode ensinar a usar o Combs a seus alunos para que eles possam utilizá-lo individualmente. O objetivo não deve ser

somente ensinar aos alunos como usá-lo, mas também mostrar em que situações ele pode ser usado.

2. Atividades dirigidas ou listas de exercícios, a serem feitas no laboratório de informática, sob a supervisão do professor, que teria o papel de mediador. Nestas atividades deverão ter exercícios de Combinatória que desafiem o aluno à investigação ao mesmo tempo que suas respostas sejam breves. Uma questão exemplo seria permitir que os alunos investiguem as diferenças entre arranjos e combinações utilizando o Combs e que descrevam com suas observações em discussões.

Um outro exemplo de exercício desafio é a questão “De quantas formas é possível fazer uma fila com 5 pessoas sabendo que uma delas deve sempre ficar na frente?”. O Combs, em sua fase inicial de desenvolvimento, ainda não é capaz de gerar tais permutações, mas se o professor instigar uma investigação nas permutações de 5 elementos – sugerindo que algumas fossem eliminadas–, os alunos podem chegar à conclusão de que o primeiro elemento deve ser fixo, e que alguma adaptação deve ser feita nos valores informados no Combs.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Com a conclusão desta fase inicial de desenvolvimento do Combs, espera-se oferecer uma ferramenta de ensino dos conteúdos de Análise Combinatória. Lembrando que o seu desenvolvimento foi recente, as expectativas são de que o Combs seja aprimorado com o tempo, à medida que encontra-se novos algoritmos e ideias.

O único canal de comunicação do usuário com o desenvolvedor do Combs no momento é pelo email `combs.dev@gmail.com`, por meio do qual é possível solicitar uma cópia do Combs. A intenção é criar outros meios de aquisição do software – divulgando em sites especializados de download, em eventos acadêmicos, entre outros –, e, principalmente, com o desenvolvimento de um canal de comunicação entre usuário e desenvolvedor mais próprio – a ideia, até o momento, é criar um fórum.

Evidentemente o usuários do Combs encontrarão muitos erros (*bugs*) e talvez achem o visual de alguns recursos muito grosseiros e inacabados. Deve-se considerar que o software irá sofrer atualizações a partir de sua publicação, e as ideias e motivações para elas ocorrerem serão em parte adquiridas nos canais de comunicação entre os desenvolvedores do Combs e o usuário. Quaisquer sugestões serão bem vindas e analisadas pelo desenvolvedor.

Não apenas no aperfeiçoamento do Combs, também esperamos produzir produtos acadêmicos sobre este software. Futuros trabalhos acadêmicos sobre o Combs são, principalmente:

- Sobre a utilização deste software na sala de aula – propostas de ensino, relatos de experiências, oficinas, apostilas, artigos, entre outros;
- Sobre as teorias educacionais e de ensino aplicadas e analisadas no uso do software;

- Sobre novos e aperfeiçoados algoritmos geradores de sequências combinatórias;

Algumas ideias já estão em pauta para as futuras versões do Combs, como

- Capacidade de gerar sequências de problemas que envolvam permutações circulares, permutações caóticas, combinações completas, Lemas de Kaplansky, entre outros;
- Desenvolvimento de novos algoritmos geradores de arranjos e combinações, para ordenar as sequências de formas diferentes, permitindo ao usuário escolher aquela mais conveniente e fácil;
- Aperfeiçoamento dos algoritmos atuais, para gerar as sequências de maneira mais eficaz;
- Inclusão de novas formas de exibição, animações e outros elementos gráficos, procurando inserir mais recursos didáticos;
- Implementação de outros aspectos de personalização, como a maneira de disposição dos elementos na área de trabalho e a adição de uma biblioteca de imagens;
- Reescrita do código em outras linguagens mais robustas – como C++ –, compatíveis, estáveis, menos dependentes de *frameworks* e com mais recursos gráficos e matemáticos;

Apesar dos compromissos de aperfeiçoamento do Combs parecerem que o mesmo não está terminado, sentimos que o objetivo inicial e principal dele – apresentar uma nova ferramenta para o apoio do ensino de Análise Combinatória – fora alcançado.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

MORGADO, Augusto C., CARVALHO, João Bosco P., CARVALHO, Paulo Cezar P., FERNANDEZ, Pedro. *Análise Combinatória e Probabilidade*. 9ª Edição. Coleção Professor de Matemática. Rio de Janeiro: SBM, 1991.

LE CALVEZ, Françoise, GIRORE, Hélène, DUMA, Jacques, et. al. *Combien? a Software to Teach Students How to Solve Combinatorics Exercises*. Paris: Université René Descartes.

EISENMANN, Alexandre L. K. *Um sistema para o ensino e aprendizagem de Combinatória em ambiente Web*. Dissertação. São Paulo: USP, 2009.

SHERRELL, Linda, ROBERTSON, Jeffrey J., SELLERS, Thomas W. *Using software simulations as an aide in teaching Combinatorics to high school students*. Memphis: University of Memphis, 2005.