



Universidade de Brasília  
Instituto de Ciências Exatas  
Departamento de Matemática  
Programa de Mestrado Profissional em  
Matemática em Rede Nacional



RELAÇÃO ENTRE A LATERALIDADE E O  
DESENVOLVIMENTO DO PENSAMENTO  
GEOMÉTRICO NO ENSINO  
FUNDAMENTAL

TIAGO FELIPE DE OLIVEIRA ALVES

Brasília  
2014

Ficha catalográfica elaborada pela Biblioteca Central da Universidade de  
Brasília. Acervo 1016318.

A474r Alves, Tiago Felipe de Oliveira.  
Relação entre a lateralidade e o desenvolvimento do  
pensamento geométrico no ensino fundamental / Tiago  
Felipe de Oliveira Alves. -- 2014.  
73 f. : il. ; 30 cm.

Dissertação (mestrado) - Universidade de Brasília,  
Instituto de Ciências Exatas, Departamento de Matemática,  
Programa de Mestrado Profissional em Matemática em  
Rede Nacional, 2014.

Inclui bibliografia.

Orientação: Mauro Luiz Rabelo.

1. Geometria - Estudo e ensino. 2. Ensino fundamental.  
I. Rabelo, Mauro Luiz. II. Título.

CDU 514

TIAGO FELIPE DE OLIVEIRA ALVES

RELAÇÃO ENTRE A LATERALIDADE E O  
DESENVOLVIMENTO DO PENSAMENTO  
GEOMÉTRICO NO ENSINO  
FUNDAMENTAL

Trabalho de Conclusão de Curso  
apresentado ao Departamento de  
Matemática da Universidade de Brasília,  
como parte dos requisitos para obtenção do  
grau de Mestre Profissional em  
Matemática.

Orientador: Prof. Dr. Mauro Luiz Rabelo

Brasília  
2014

Universidade de Brasília  
Instituto de Ciências Exatas  
Departamento de Matemática

# Relação entre a Lateralidade e o Desenvolvimento do Pensamento Geométrico no Ensino Fundamental

por

**Tiago Felipe de Oliveira Alves\***

*Dissertação apresentada ao Departamento de Matemática da Universidade de Brasília, como parte dos requisitos do "Programa" de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional – PROFMAT, para obtenção do grau de*

**MESTRE**

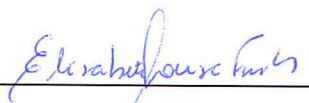
Brasília, 01 de julho de 2014.

Comissão Examinadora:



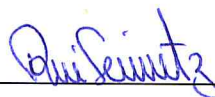
---

Prof. Dr. Mauro Luiz Rabelo – MAT/UnB (Orientador)



---

Profa. Dra. Elisabete Sousa Freitas – UFMS/MS (Membro)



---

Prof. Dr. Rui Seimetz – MAT/UnB (Membro)

\* O autor foi bolsista CAPES durante a elaboração desta dissertação.

Dedico este trabalho aos meus pais e minha esposa que, com muito amor, carinho e paciência não mediram esforços para que eu chegasse a essa etapa da minha vida.

# Agradecimentos

A Deus, por estar me guiando e amparando em todos os momentos, por ter colocado pessoas tão especiais na minha vida que proporcionaram o meu crescimento e principalmente por ter me dado a vida eterna por meio de Jesus Cristo. Aos meus pais, Manoel e Eliana, que sempre acreditaram em mim, e com muito amor, carinho e educação me deram todas as instruções necessárias para eu cumprir mais essa etapa na minha vida.

A minha querida esposa, Sania, que sempre esteve ao meu lado. A sua paciência, apoio, carinho, compreensão e amor me deram forças para este trabalho ser concretizado. Meu sonho se tornou o nosso sonho.

A minha filha, Sarah, que meu deu muita alegria, sendo essencial para eu continuar nessa caminhada.

A toda minha família, pelo incentivo e apoio.

A meu orientador, professor Mauro Rabelo, pela sua competência e sempre disposto a ajudar sendo referência profissional para meu crescimento.

A Sociedade Brasileira de Matemática, que organiza, e a CAPES, que financia este mestrado a nível nacional, dando oportunidades a vários professores de continuar seus estudos.

Finalmente, ao Departamento de Matemática, que aderiu este programa de mestrado, que mudou a minha vida e continuará a mudar a vida de muitos professores.

“É de grande importância a educação pelo movimento no processo escolar, uma vez que seu objetivo central é contribuir para o desenvolvimento motor da criança o qual auxiliará na evolução de sua personalidade e no seu sucesso escolar.” (Le Boulch, 1987)

## Resumo

Tradicionalmente, o processo de apreensão de conceitos de geometria pelos estudantes durante o ensino fundamental tem sido prejudicado por fatores de natureza diversa, que estão relacionados com a abordagem dessa área nos livros didáticos, com o momento em que ela é explorada no ano escolar e com o processo de desenvolvimento da lateralidade que ocorre ao longo da infância. Considerando esse contexto, buscamos, neste trabalho, compreender a relação entre a lateralidade e o desenvolvimento do pensamento geométrico. Para isso, lançamos mão das teorias do desenvolvimento da inteligência, segundo Piaget, e dos níveis de desenvolvimento do pensamento geométrico, segundo Van Hiele. Foram feitas análises de conteúdos nos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) de Matemática do Ensino Fundamental, no que diz respeito aos objetos de conhecimento de geometria e às habilidades que devem ser desenvolvidas pelos alunos. A distribuição dos campos de conhecimento de matemática presentes no Programa Nacional do Livro Didático (PNLD) e as matrizes do Sistema de Avaliação da Educação Básica (SAEB) também foram analisadas com relação à inserção de expectativas de aprendizagem relacionadas ao tema de interesse do trabalho. Algumas questões aplicadas na Prova Brasil são exploradas com o intuito de entender a forma com que são avaliadas habilidades esperadas dos alunos no processo de ensino-aprendizagem de geometria. O estudo levou à conclusão de que habilidades de orientação espacial são fundamentais para a apreensão de conceitos geométricos, além de ter sua origem na formação da lateralidade. Assim, esta constitui um dos primeiros passos para o desenvolvimento do pensamento geométrico.

### Palavras-chave

Piaget, Van Hiele, lateralidade, SAEB, pensamento geométrico.



## **Abstract**

Traditionally, the process of learning about the geometry concepts by students during the Elementary School have been damaged by many factors and they are related with the approach in this area in the textbooks, at the moment that it's explored and with the laterality development process that happens during the childhood. Considering the context, we understand the relationship between the laterality and geometric thinking development. Therefore, the Intelligence Development Theory by Piaget and the Geometric Thinking Development by Van Hiele were considerate. The analysis were done through the Math PCN (National Curricular Parameters), when they talk about the knowledge objects of the geometry and the abilities that be developing by students. The distribution in the Math Knowledge presents in the National Textbook Program (PNDL) and the matrixes of the Elementary Assessment System (SAEB) were done analyzed too. Some questions that were done in "Prova Brasil" are explored with the goal of to understand the way that are view the abilities expected by students in the geometry learning - teaching process. The study concludes that the spatial orientation abilities are fundamental for to learning the geometric concepts and has their beginning in the laterality formation. Thus, this has one of the first steps for the geometric thinking development.

## **Keywords**

Piaget, Van Hiele , laterality, SAEB, geometric thinking.

## Lista de Tabelas

1	Descritores Espaço e Forma – 5º ano . . . . .	44
2	Descritores Grandezas e Medidas 5º ano . . . . .	45
3	Descritores Espaço e Forma – 9º ano . . . . .	46
4	Descritores Grandezas e Medidas – 9º ano . . . . .	47
5	Bases tecnológicas de exemplos de questões da Prova Brasil 5º ano . . .	53
6	Bases tecnológicas de exemplos de questões da Prova Brasil 9º ano . . .	64

## Lista de Abreviaturas

INEP INSTITUTO NACIONAL DE ESTUDOS E PESQUISAS

PCN PARÂMETROS CURRICULARES NACIONAIS

PNLD PLANO NACIONAL DO LIVRO DIDÁTICO

SAEB SISTEMA DE AVALIAÇÃO DA EDUCAÇÃO BÁSICA

# Sumário

<b>1</b>	<b>Introdução</b>	<b>14</b>
<b>2</b>	<b>FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA</b>	<b>17</b>
2.1	PENSAMENTO GEOMÉTRICO . . . . .	17
2.1.1	Pensamento geométrico na educação infantil e séries iniciais do ensino fundamental . . . . .	17
2.1.2	Pensamento geométrico nas séries finais do ensino fundamental . . . . .	19
2.2	LATERALIDADE . . . . .	20
2.2.1	Lateralidade na vida escolar da criança . . . . .	20
2.2.2	Desenvolvimento da lateralidade (Lateralização) . . . . .	22
2.3	ESTÁGIOS DO DESENVOLVIMENTO DE JEAN PIAGET . . . . .	24
2.3.1	Epistemologia genética) . . . . .	26
2.4	PENSAMENTO GEOMÉTRICO SEGUNDO VAN HIELE . . . . .	28
2.4.1	Níveis de compreensão do modelo de Van Hiele . . . . .	29
<b>3</b>	<b>DESENVOLVIMENTO DO PENSAMENTO GEOMÉTRICO COM BASE NOS CONTEÚDOS DOS PCN NO ENSINO FUNDAMENTAL</b>	<b>32</b>
3.1	GEOMETRIA NOS LIVROS DIDÁTICOS DAS SÉRIES FINAIS DO FUNDAMENTAL DE ACORDO COM O PNLD 2014 . . . . .	39
3.2	ANÁLISE DOS DESCRITORES DA MATRIZ DE REFERÊNCIA DO SAEB COM ÊNFASE NOS CONTEÚDOS DE GEOMETRIA . . . . .	42
3.2.1	Exercícios de geometria do SAEB e Prova Brasil no Ensino Fundamental . . . . .	47
3.2.1.1	Exemplos de questões da Prova Brasil do 5º ano do ensino fundamentall . . . . .	48
3.2.1.2	Exemplos de questões da Prova Brasil do 9º ano do ensino fundamentall . . . . .	55
<b>4</b>	<b>CONSIDERAÇÕES FINAIS</b>	<b>67</b>

# 1 Introdução

As metodologias de ensino-aprendizagem da matemática constituem grande desafio para os educadores, uma vez que os resultados das avaliações nacionais evidenciam deficiências de aprendizado dos estudantes que há muito tempo vão se acumulando ao longo da vida escolar, sem que o problema seja resolvido. Em particular, o ensino da geometria acaba sendo muito prejudicado, porque, tradicionalmente, tem sido relegado para o último bimestre do ano letivo e, com um currículo extenso em algumas séries, acaba, muitas vezes, nem sendo trabalhado pelos professores. Todavia, esse não é o único problema enfrentado com o ensino da geometria. Observa-se que dificuldades em percepção espacial, que é a capacidade de lidar com formas, tamanhos, volumes, distâncias e movimento, podem ter origem ainda no início da vida escolar.

A fase mais delicada da educação da criança está na educação infantil e nos primeiros anos do ensino fundamental, pois é durante esse período que ela desenvolve relações afetivas com o mundo que a cerca e suas capacidades motoras. Em especial, desenvolve a definição de lateralidade, que constitui elemento fundamental para o seu processo de aprendizagem (Le Boulch, 1985). A lateralidade é capacidade de controlar as duas partes do corpo ao mesmo tempo ou separadamente, e, a partir daí, vão surgindo naturalmente as noções de distância, espaço e a percepção entre direita e esquerda. Essas noções também são fundamentais para o ensino de geometria.

Além disso, durante muito tempo, professores e livros didáticos trabalhavam a álgebra, a aritmética e a geometria como se fossem campos de conhecimento completamente desconexos, estanques, sem nenhuma inter-relação. Usavam e abusavam de vocabulário informal para se referir a conceitos geométricos, sem a devida preocupação com a formalização que iria ocorrer nas séries finais do ensino fundamental. É muito difícil passar para a fase de desenvolvimento formal da geometria sem se trabalhar com os vocabulários corretos.

No Ensino Médio, a geometria deveria ser mais formal, proporcionando aos alunos a oportunidade de lidar com raciocínio abstrato e aprofundar conceitos. No entanto, pelas dificuldades apresentadas em fase anteriores, isso se torna tarefa bastante árdua, conforme evidenciam dados do SAEB e da Prova Brasil, que revelam que apenas cerca de 15

Para ajudar a entender melhor esse problema, procuramos, neste trabalho, aprofundar conhecimentos sobre o processo de aquisição de habilidades relacionadas ao

desenvolvimento do pensamento geométrico, desde o início da vida escolar até o término da educação básica. Inicialmente, perguntamos: o que deveria ser explorado e trabalhado com as crianças na infância para facilitar o desenvolvimento do pensamento geométrico durante sua vida escolar?

A busca pela resposta a essa pergunta nos fez estabelecer como objetivo geral deste trabalho:

Compreender a relação entre a lateralidade e o desenvolvimento do pensamento geométrico das crianças ao longo do Ensino Fundamental.

Para facilitar o estudo, dividimos esse objetivo nos seguintes objetivos específicos:

(I) Identificar a importância da lateralidade no desenvolvimento do pensamento geométrico nas séries iniciais do Ensino Fundamental

(II) Discutir o reflexo da lateralidade no aprendizado da geometria nas séries finais do Ensino Fundamental.

(III) Averiguar as habilidades que são esperadas em exemplos de questões de geometria na Prova Brasil.

(IV) Verificar como estão sendo inserido o conteúdo de geometria nos livros didáticos do Ensino Fundamental por meio do Plano Nacional do Livro Didático (PNLD).

O trabalho foi realizado a partir de pesquisa bibliográfica, com a exploração de conceitos importantes relativos ao desenvolvimento do pensamento geométrico no decorrer do Ensino Fundamental, abordando-se tópicos do desenvolvimento da inteligência com base em Piaget e a teoria relativa aos níveis de compreensão de acordo com Van Hiele. Exploramos também o processo de formação da lateralidade, que se define por volta dos 7 ou 8 anos de idade, que coincide com o início do ensino fundamental. Verificamos que a lateralidade pode ser considerada base para a construção da orientação espacial, sendo essencial para o aprendizado de geometria.

Na análise proposta, buscamos subsídios nos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN), resgatando os pressupostos neles elencados sobre o desenvolvimento do pensamento geométrico durante a fase escolar, no Plano Nacional do Livro Didático (PNLD)

e nos descritores relacionados à geometria estabelecidos nas matrizes de referência do Sistema de Avaliação da Educação Básica (SAEB) e da Prova Brasil.

## 2 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

### 2.1 PENSAMENTO GEOMÉTRICO

#### 2.1.1 Pensamento geométrico na educação infantil e séries iniciais do ensino fundamental

Desde o início da sua vida, a criança manuseia e convive com várias formas geométricas, e essas formas, na maioria das vezes, somente são estudadas nas séries finais do ensino fundamental. Na educação infantil, as crianças desenvolvem várias habilidades e seria um contrassenso privá-las das habilidades que só podem ser desenvolvidas por intermédio da geometria.

É uma preocupação entre os educadores matemáticos o ensino da geometria ainda na educação infantil, “o sentido espacial é o ‘agarrar’ o mundo onde a criança vive, respira e se movimenta” (Freudhental, 1973, p. 16). [14]

Isso evidencia o fato de a geometria estar presente em todo o cotidiano da criança, e justifica a necessidade de ser estudada e explorada por ela nessa fase da sua vida. Isso pode ser observado pela exclamação de Veloso: “Como é possível andar durante 9 anos a olhar para cilindros e cones sem nunca imaginarmos cortá-los por um plano e ver o que dá?!!” (2008, p. 19)

E, ainda, segundo Pirola (2006):

A Educação Infantil é um campo bastante fértil para o trabalho com as noções de espaço e forma, visto que as crianças, desde o nascimento, exploram os objetos e o meio em que vivem através dos órgãos dos sentidos; à medida que a criança cresce e desenvolve a coordenação de movimentos, ela passa a descobrir elementos importantes presentes nos objetos, como dimensões, profundidades, contornos e vizinhanças, bem como as relações espaciais entre os objetos. (Pirola, p. 196)

Essas informações mostram a importância do trabalho da geometria ainda na educação infantil, pois é uma etapa fundamental na vida da criança, é o momento em que estão adquirindo conceitos fundamentais para o resto de suas vidas, e fica claro que a geometria faz parte de seu cotidiano, constituindo-se em momento oportuno para se trabalhar conceitos básicos, como altura, profundidade, volume e simetria.



Segundo Piaget, a construção do pensamento geométrico é um processo que deve ser trabalhado por etapas desde o nível mais simples até o mais complexo. Para ele, fica clara essa divisão por estágios de desenvolvimento por que:

O homem normal não é social da mesma maneira aos seis meses ou aos vinte anos de idade, e, por conseguinte, sua individualidade não pode ser da mesma qualidade nesses dois diferentes níveis (PIAGET apud DE LA TAILLE, 1992, p. 12)

E ainda segundo MONTIOIO e LEIVAS (2012)

Obviamente, as noções geométricas, como qualquer outro conhecimento, desenvolvem-se aos poucos, respeitando as demais redes cognitivas que o ser humano vai tecendo na sua compreensão do mundo e, [...], auxilia na modificação destas à medida que se forma. (MONTIOIO, LEIVAS, 2012, p. 26)

Durante o percurso escolar, o ensino de geometria tem ficado em último plano e, muitas vezes, quando são exploradas as propriedades geométricas, não se faz relação com o mundo da criança nem com outros conteúdos da matemática e muito menos se relaciona com outras disciplinas e ainda muita vezes nem sendo trabalhada na educação infantil.

Isso pode ser evidenciado em SADDIO (2004), pois, segundo esse autor, a geometria não vem sendo priorizada, pois muitos professores julgam não ser o instrumento mais importante para a formação do aluno. Desse modo, há necessidade de se fazer uma formação docente mais aprofundada em relação à geometria e os materiais didáticos devem exigir demonstrações, dentro do nível de cada faixa de escolaridade, e deixarem de priorizar somente resoluções algébricas.

A geometria faz parte do mundo da criança, portanto é necessário que ela seja trabalhada em todos os níveis da educação. A geometria deve ser relacionada a outros campos de conhecimento da matemática e não pode ser trabalhada somente no fim do ano letivo. Quando a geometria é trabalhada junto com outras áreas, a matemática torna-se mais significativa para os alunos, o que corrobora para seu aprendizado.

### 2.1.2 Pensamento geométrico nas séries finais do ensino fundamental

É uma tendência das séries finais do ensino fundamental, criar situações para que os alunos realizem explorações de forma sistemática e iniciem a construção de algumas deduções.

De acordo com Lorenzato (1995),

É nessa fase que as primeiras deduções lógicas são construídas; os resultados e os processos devem ser discutidos, embora sem a preocupação com sua formalização. (LORENZATO, 1995, p.10)

Para O'Danffer (1980), a geometria é a área da matemática mais adequada para o desenvolvimento de capacidades intelectuais tais como a percepção espacial, a criatividade e o raciocínio hipotético-dedutivo.

A geometria é uma área muito rica, que traz a oportunidade de aplicação de diversas áreas da matemática e, por meio dela, o estudante tem a oportunidade de exercitar sua criatividade pelo fato de as questões geométricas possuírem diversas formas de resolução.

Vários autores vêm mostrando a importância da geometria na aplicação de problemas do cotidiano e na sua aplicação em outras áreas do conhecimento. Além disso, o desenho é um ente perfeito de ligação entre a teoria e a prática, cumprindo papel importante na visualização de problemas matemáticos.

Os desenhos formam, igualmente, uma classe significativa de modelos concretos de entes matemáticos e cumprem papel importante nas atividades em que intervêm as habilidades de visualização (PNLD, 2014).

No entanto, o ensino da geometria não está sendo realizado da forma correta. Assim como acontece na educação infantil e nas séries iniciais do ensino fundamental, o ensino de geometria vem sendo deixado em segundo plano, pois o professor do ensino fundamental vem priorizando resoluções algébricas distintamente da área de geometria, desconsiderando que as duas áreas se encaixam perfeitamente. Normalmente, esse conteúdo é deixado para ser desenvolvido somente no final do ano letivo, e, por falta de tempo, muitas vezes nem é trabalhado.

Isso acaba acontecendo por causa da excessiva preocupação dos professores em apresentar conteúdos, sem a devida formalização e contextualização, distanciando-se de aplicações práticas, que é o caso da geometria.

Conforme mencionado nos Parâmetros Curriculares Nacionais,

No ensino da matemática é priorizado o ensino da teoria de conjuntos, por exemplo, com o ensino de símbolos e uma terminologia complexa comprometendo o aprendizado do cálculo aritmético, da geometria e das medidas (PCN, 1998, p. 19).

Durante muito tempo, elaboradores dos livros didáticos sempre colocaram o conteúdo de geometria somente nas últimas páginas, e conscientemente ou não, professores acabavam seguindo o conteúdo dos livros na ordem em que se apresentavam, deixando a geometria, na melhor das hipóteses, para ser trabalhada somente no último bimestre. (Essa questão, por ser de extrema importância para o ensino de geometria, será um pouco mais trabalhada no capítulo 4).

Por esses motivos, vários educadores matemáticos vêm tentando resgatar o ensino da geometria no ensino fundamental e, a partir de diversos estudos, a importância da geometria vem sendo enfatizada.

Segundo Lorenzato, “sem conhecer geometria, a leitura interpretativa do mundo torna-se incompleta, a comunicação das ideias fica reduzida e a visão da matemática torna-se distorcida” (Lorenzato, 1995, p. 5).

A geometria tem uma importância muito grande no processo de ensino-aprendizagem do aluno, pois, por meio dela, são desenvolvidas capacidades cognitivas que atravessam toda a vida escolar do aluno; conceitos de visualização, lógica, sistematização e interpretação são algumas capacidades desenvolvidas que têm sua importância em todas as áreas do conhecimento, por isso, torna-se necessário que o professor se qualifique, para não privar o estudante deste conhecimento.

## **2.2 LATERALIDADE**

### **2.2.1 Lateralidade na vida escolar da criança**

A criança desde o seu nascimento passa por diversas fases, uma delas é a lateralidade, que, segundo Bell (2005) e Coste (1992), é de extrema importância, pois está

presente em todos os níveis do processo de aprendizagem infantil, instalando-se definitivamente nos primeiros anos escolares. Ao desenvolver a lateralidade, a criança desenvolve uma maturação motora, por meio da qual adquire capacidades de localizar objetos em um espaço, considerando ela mesma como ponto de referência. Isso permite que a criança adquira a capacidade de compreender noções espaciais (esquerda, direita, frente, atrás, em cima, embaixo).

É nesta fase que o esquema corporal e a organização de espaço independente do corpo se estruturam, permitindo que a criança adquira a capacidade de compreender as relações entre as noções espaciais externas e referentes ao próprio corpo. (Macedo, Andreucci e Montelli, 2004, p. 62).

A lateralidade é a predominância de um dos lados do corpo, pois, de acordo com Faria (2004, p. 73), “a definição de lateralidade está diretamente relacionada com o conhecimento corporal, pois se entende por lateralidade, o predomínio de um lado do corpo sobre o outro”.

Com a formação da lateralidade, a criança começa a conhecer as partes de seu corpo e a localização de objetos e pessoas com relação a ela mesma.

No ensino, vemos que o intelecto se destaca em relação ao corpo, onde o ambiente favorece a escrita, o silêncio, a concentração em detrimento do movimento.

O cenário de uma escola costuma ser reconhecido pela presença de cadeiras e mesas, quadro de giz, murais, ou seja, equipamentos materiais que legitimam a valorização dos processos de representação (escrita, desenho, e outras marcas gráficas), em detrimento de espaços para a acolhida e a movimentação do corpo. (GUIMARÃES, 2008, p. 20)

Com esse ambiente, o corpo acaba sendo deixado em segundo plano e habilidades importantes que deveriam ser estimuladas, como a lateralidade, às vezes não é bem desenvolvida.

No entanto, o corpo e a mente devem estar intimamente ligados, para que haja um desenvolvimento completo do indivíduo.

A intervenção psicomotora é unificadora, vincula os laços entre o corpo e a mente, o real e o imaginário, o espaço e o tempo, promovendo o potencial adaptativo do indivíduo no seu envolvimento (Martins, 2001).

Vários problemas de aprendizagem apresentados por alunos têm origem na má formação da lateralidade que, segundo Le Boulch (1983, cit. in Santos e Oliveira, 2009), o qual durante mais de 40 anos desenvolveu trabalhos nessa linha, “grande parte das dificuldades escolares pode ser consequência de uma adaptação psicomotora deficiente”.

Segundo Le Boulch (1987),

É de grande importância a educação pelo movimento no processo escolar, uma vez que seu objetivo central é contribuir para o desenvolvimento motor da criança o qual auxiliará na evolução de sua personalidade e no seu sucesso escolar.

Segundo Guardiolla (1998), a lateralidade má estabelecida é uma perturbação neurológica que pode produzir alterações no aprendizado, dificultando a orientação espacial e a alfabetização na criança.

### **2.2.2 Desenvolvimento da lateralidade (Lateralização)**

A lateralidade se forma naturalmente na criança desde o seu nascimento, através de experiências motoras do indivíduo e vai melhorando de acordo prática que é feita, ou seja, durante seu crescimento o vai se desenvolvendo por dominância um dos hemisférios do cérebro.

Segundo Zsngwill (1975), “a lateralização é basicamente inata e governada por fatores genéticos, embora admita que a treinabilidade e os fatores de pressão social possam influenciá-la”. (ZSNGWILL apud PIRES, 2010, p. 15)

De acordo com Faria quando um indivíduo possui uma dominância do hemisfério esquerdo do cérebro o indivíduo se torna destro, quando possui uma dominância do lado direito o indivíduo se torna canhoto (2004, p. 56, 57). Na grande maioria dos indivíduos, ocorrem essas situações, mas isso não pode ser considerado regra para todos, pois, por uma questão educacional, a criança pode não ter a lateralidade bem definida, o que acaba comprometendo o seu desenvolvimento motor.

Ainda de acordo com Faria “a dominância funcional de um lado do corpo é determinada não só pela educação, mas pela predominância de um hemisfério cerebral sobre o outro” (2004, p. 57). A dominância deve ser respeitada no indivíduo para não comprometer o desenvolvimento do indivíduo.

De acordo com Neto (1995, p. 32) o desenvolvimento humano é o resultado de uma complexa interação dinâmica de fatores genéticos, biológicos e do desenvolvimento físico social.

De acordo com esses conceitos Faria define três tipos de lateralização:

### **Os Direitos Integrais bem Lateralizados:**

A dominância lateral ocorre no lado esquerdo, com isso todas as motrizes laterais ocorrem no lado direito, ou seja, o hemisfério esquerdo do cérebro controla o lado direito do corpo, com isso o indivíduo apresenta, por praticidade, a utilização do lado direito do corpo.

### **Os Esquerdos Integrais bem Lateralizados:**

As motrizes laterais que ocorrem no lado esquerdo traduzem uma particularização do hemisfério direito do cérebro, mas, no entanto, de acordo com Negrine (1986) o destro, não funciona em “imagem espelhada” em relação ao sinistro, pois a lateralidade não está somente ligada ao uso das mãos ou pés, mas também existe a lateralidade ocular, auditiva, de expressão e ainda em determinadas atividades alguns indivíduos preferem usar uma das mãos ao invés da outra.

### **Os Esquerdos Integrais bem Lateralizados:**

Esse tipo de predominância ocorre principalmente com crianças que nascem com a tendência a usar a mão esquerda, no entanto por influência do meio educativo passam a usar a mão direita. Por esse motivo muitas crianças acabam não tendo a definição de sua lateralidade, pois o cérebro está mandando uma informação e o corpo, por motivos externos, acabam respondendo de outra forma.

Por muitos anos os canhotos foram vítimas de preconceito, sendo consideradas pessoas esquisitas ou anormais e no meio educativo eram castigadas sendo convencidas a escrever com a mão “correta” (direita). Oliveira destaca que “escrever com a ”mão

errada" era desde sinal de insubordinação grave até prova de dificuldade de aprendizado" (1987).

De acordo com Faria "o respaldo teórico indica que desde o nascimento a criança tem tendência a usar uma de suas mãos, com isso a lateralidade pode estar virtualmente definida, não sendo somente uma questão de educação". Com isso tanto os pais, quanto professores devem respeitar a tendência da criança para que não haja prejuízos a sua coordenação motora e em seu aprendizado.

### **2.3 ESTÁGIOS DO DESENVOLVIMENTO DE JEAN PIAGET**

O objeto de investigação deste trabalho relaciona-se fortemente com o desenvolvimento do pensamento geométrico, a respeito do qual nos apoiamos nos trabalhos dos pesquisadores Dina van Hiele Geldof e Pierre Marie van Hiele, os quais, por sua vez, buscaram inspiração na obra de Jean Piaget, apesar de os primeiros tratarem mais da aprendizagem e o último, da psicologia do desenvolvimento.

Pela relevância dos trabalhos de Piaget, especialmente no que se refere à Teoria da Equilibração e à Teoria da Epistemologia Genética, nas quais são feitas descrições detalhadas sobre o desenvolvimento do pensamento da criança, buscou-se parte da fundamentação deste trabalho.

Jean Piaget (1896-1980) ganhou reconhecimento em suas pesquisas sobre o desenvolvimento humano e sobre a capacidade de conhecimento do homem em todas as fases da vida, desde criança até a fase adulta. No entanto, a maioria de seus trabalhos está voltada para o desenvolvimento da criança, pois, segundo sua própria concepção, "a criança é o ser que mais constrói conhecimento" (PÁDUA, 2009, p. 26), e este sentido está diretamente relacionado ao aprendizado.

Piaget buscava em seus trabalhos interpretar o desenvolvimento humano e conhecer as estruturas do pensamento e do conhecimento, e, a partir disso, elaborou a teoria da epistemologia genética (PÁDUA, 2009, p. 26).

A teoria de Piaget tenta responder às questões: como o conhecimento se forma? Como passamos de um estado de menor conhecimento para um de maior conhecimento? Enfim, como evolui o conhecimento? (PIAGET, 1975)

A teoria da epistemologia genética tenta explicar em fases sucessivas como as estruturas cognitivas se constroem e, desse modo, esclarecer como se desenvolve a inteligên-

cia humana. O sujeito vai construindo essas estruturas cognitivas durante toda a sua vida por meio da interação com o meio, as quais, segundo Piaget, "resultam de uma construção efetiva e contínua", que se originam de trocas dialéticas, efetuadas entre o indivíduo e o meio.

Essas ideias vieram, então, derrubar velhos paradigmas do behaviorismo que defendiam a ideia de que apenas estímulos externos eram capazes de formar o comportamento. Para Piaget, essa ação é contínua, de forma que tanto o sujeito conhecedor quanto o objeto a conhecer se transformam mutuamente, conforme evidenciado no trecho a seguir.

O conhecimento não pode ser concebido como algo predeterminado nem nas estruturas internas do sujeito, porquanto estas resultam de uma construção efetiva e contínua, nem nas características preexistentes do objeto, uma vez que elas só são conhecidas graças à mediação necessária dessas estruturas, e que essas, ao enquadrá-las, enriquecem-nas. (PIAGET, 1970, p.1)

Para Piaget, a equilibração ocorre a partir da relação dialética entre o sujeito e o objeto por intermédio do processo de assimilação e acomodação.

Com o processo de assimilação, o sujeito, ao entrar em contato com o objeto, retira e retém algumas informações, por um processo que depende de estruturas mentais já formadas. Ainda segundo Piaget, a assimilação não se restringe apenas à identificação, mas é a construção de estruturas e a incorporação de coisas a essas estruturas (1973, p. 364). Ou seja, assimilar é mais que olhar e identificar um objeto, é decifrá-lo e compreendê-lo. Segundo Pádua,

Assimilação significa interpretação, ou seja, ver o mundo não é simplesmente olhar o mundo, mas é interpretá-lo, assimilá-lo, tornar seu alguns elementos do mundo, portanto isso implica necessariamente assimilar algumas informações e deixar outras de lado a cada relação existente entre o sujeito e o objeto. (2009, p. 24)

A acomodação, para Piaget, é o processo que se dá por meio da assimilação, em que são acomodadas as informações obtidas de um objeto nas estruturas mentais anteriores.



Com isso, “a inteligência modifica sem cessar essas últimas [informações] para ajustá-los aos novos dados” (1973, p.13).

Ao assimilar um objeto é necessário que as estruturas mentais se modifiquem, pois essas informações sofrem resistência ao conhecimento, ou seja, esses são resultados das pressões sofridas pelo meio. (PIAGET, 1973, p.12)

A equilibração é o processo de modificação das estruturas mentais ao acomodá-las. Isso acontece quando o objeto sofre certas resistências ao conhecimento ou à aprendizagem e, por isso, esse processo de equilíbrio das acomodações obtidas pela assimilação foi chamado por Piaget de equilibração.

A inteligência se desenvolve a partir desses processos de equilibração, que são sempre contínuos e, em um sentido mais amplo, constitui o ato de aprender. É como se fosse o caminhar do organismo em busca do pensamento lógico. “O desenvolvimento é, em certo sentido, uma equilibração progressiva, uma passagem contínua de um estado de menor equilíbrio a um estado de equilíbrio superior.”(PIAGET, 1976, p.123)

### **2.3.1 Epistemologia genética)**

As concepções do método psicogenético de Piaget têm como objetivo compreender como o sujeito se constitui enquanto sujeito cognitivo e elaborador de conhecimentos válidos, ou seja, tentam explicar como se constroem as diferentes capacidades cognitivas, além de buscar estabelecer uma ordem sequencial para as diferentes fases de seu desenvolvimento.

Piaget considera quatro períodos no processo evolutivo da espécie humana, caracterizados por aquilo que o indivíduo consegue fazer bem no decorrer de certas faixas etárias de seu processo de desenvolvimento, a saber:

- Sensório-motor (0 a 2 anos);
- Pré-operatório (2 a 7 anos);
- Operações concretas (7 a 11 ou 12 anos);
- Operações formais (11 ou 12 anos em diante).

Esses estágios representam uma mudança na qualidade da inteligência de modo que o sujeito se desenvolve em uma ordem que contempla todos eles, os quais são estabelecidos a partir de formas diferentes de organização mental que possibilitam os diferentes modos de o sujeito relacionar-se com a realidade que o circunda.

É importante enfatizar que os estágios foram divididos temporalmente e de forma generalizada e, com isso, os períodos que caracterizam cada um não são rígidos, mas

podem variar por alguns meses, sem perder, no entanto, a sequencialidade.

O primeiro estágio, o sensório-motor, ocorre desde o nascimento da criança até aproximadamente, dois anos de idade. Nessa fase, predomina o egocentrismo e a evolução cognitiva se dá por intermédio de percepções que o indivíduo tem com o meio. Esse período também é conhecido como “inteligência iminentemente prática”, pois o indivíduo desenvolve suas capacidades cognitivas sem o uso da fala.

Para Piaget, os dois primeiros anos de vida são muito importantes para a formação cognitiva da criança, por ser um período muito complexo, no qual são obtidas grandes quantidades de informações. Dessa forma, há um trabalho maior para que as estruturas mentais se organizem, constituindo-se período muito fértil para a construção de conhecimento. Essas afirmações foram postuladas por Piaget e Baldwin, que “comprovaram que o desenvolvimento cognitivo começa antes da linguagem, contrariando a visão de alguns epistemólogos que acreditam que o desenvolvimento da inteligência só inicia com a linguagem.” (PÁDUA, 2009, p. 29)

Segundo Piaget (1977, apud COLE e COLE, 2003), “poder-se-ia dizer que a lei básica da atividade psicológica desde o nascimento é a busca pela manutenção ou repetição de estados de consciência interessantes“. Com essas repetições, as crianças adaptam suas estruturas cognitivas para entrar no próximo estágio.

No segundo estágio, o pré-operatório, compreendido aproximadamente entre os dois e sete anos de idade, ocorre uma mudança na qualidade da inteligência, com uma crescente melhoria no aprendizado, pois outras habilidades, que não eram praticadas antes, passam a ser parte da rotina da criança como, por exemplo, locomover-se com maior facilidade, fazer uso da linguagem no pensamento e formar imagem mental. Essas habilidades são fundamentais para o desenvolvimento da criança nesse estágio.

Esse período é conhecido também como estágio da representação, pois de acordo com Pádua, “a representação é a capacidade que a criança adquire, por meio das construções cognitivas, de pensar um objeto através de outro objeto” (2009, p. 30). Esse processo pode ser exemplificado pelo uso da linguagem, que é a representação de um objeto ou um sentimento por meio da fala ou de uma expressão.

Esse estado de linguagem comprova uma mudança na qualidade da inteligência, pois antes dele, o bebê já tem noção de comunicação por meio de sinais, expressões e, até mesmo do próprio choro. Desse modo, ocorre mudança na comunicação que se concretiza pela linguagem.

Segundo Piaget, nesse estágio a criança é egocêntrica, não sendo capaz de entender o ponto de vista do outro; ou seja, ela só consegue distingui-lo a partir do seu próprio.

No entanto, segundo o autor, essa fase é superada com a organização de esquemas conceituais e a lógica que começa a se desenvolver no próximo estágio.

O terceiro estágio, das operações concretas, constitui os "primórdios de uma lógica propriamente dita e as operações ainda não repousam sobre proposições de enunciados verbais, mas sobre os próprios objetos"(PIAGET, 1971, p. 105). Os problemas ainda não são abstratos nessa fase, mas a criança é capaz de estabelecer uma conexão lógica entre objetos concretos. Esse estágio acontece, aproximadamente, entre os 7 e 11 ou 12 anos de idade.

A criança começa a ver o mundo com maior realismo, de onde surge o nome de operações concretas. Como consequência, conceitos importantes são compreendidos, tais como: tempo, peso, classificação e operações numéricas. Esses conceitos são fundamentais para o aprendizado de geometria.

Por volta dos 11 ou 12 anos de idade, a criança entra no último estágio do desenvolvimento, das operações formais, ampliando as capacidades conquistadas na fase anterior. Aqui são realizadas operações formais e abstratas, ou seja, ela desenvolve a capacidade de construir hipóteses, sendo capaz de formar esquemas conceituais abstratos e executar intervenções, abrindo-se o caminho para desenvolvimento do raciocínio lógico-formal. Aqui, a criança adquire a capacidade de criticar os sistemas sociais, discute valores morais e começa a construir seus próprios, adquirindo, assim, autonomia.

O indivíduo continua nesse estágio até a fase adulta, o que não significa que ocorra uma estagnação das funções cognitivas, muito pelo contrário. Ele passa a ter todas as ferramentas necessárias para a ampliação e aprofundamento do conhecimento por intermédio das constantes modificações de suas estruturas mentais.

Essas hipóteses surgem "de observações específicas para generalizações mais amplas." (Shaffer, 2005, p. 240). Com isso, ocorre a ampliação do conhecimento tanto na dimensão, quanto na profundidade.

## **2.4 PENSAMENTO GEOMÉTRICO SEGUNDO VAN HIELE**

Os professores secundaristas holandeses Dina Van Hiele (1957a) e Pierre Van Hiele (1957b), concluíram seus trabalhos de doutorado simultaneamente na Universidade de Utrecht. Mas, por um fatal imprevisto, ocorrido pela morte de sua esposa, Pierre van Hiele (1959) teve que continuar e avançar sozinho no aprofundamento de sua teoria, que deu origem ao que hoje se denomina modelo de Van Hiele do desenvolvimento do pensamento geométrico. "O trabalho ganhou atenção internacional, quando o norte-

americano, Izaak Wirszup (1976), começou a falar e escrever sobre o modelo e a partir da década de 80 teve um aumento do interesse na contribuição dada pelo casal Hiele” (Crowley, 1987, p.1).

Pierre Van Hiele e Dina Van Hiele apresentaram em sua tese de doutorado, respectivamente, “Um modelo de ensino e aprendizagem em geometria” e “Um exemplo concreto da aplicação desse modelo em um curso de geometria” (JAIME, 1993, p.1).

Devido às grandes dificuldades apresentadas no ensino- aprendizagem de geometria, pesquisadores encontraram no método conhecido como modelo de Van Hiele uma boa opção para suprir essas dificuldades.

O modelo de Van Hiele diz que a compreensão da geometria se dá em cinco fases, tendo o indivíduo que passar por todas elas para que haja compreensão.

É importante ressaltar que existe um ciclo entre essas fases para cada conteúdo que é desenvolvido, ou seja, ao apresentar um novo conteúdo, começa-se novamente a fase 1, mas, no entanto, a partir do momento em que é trabalhado a geometria com esse rigor, o grau de maturação e de evolução nessas fases vão evoluindo, possibilitando ao professor avançar com mais rapidez nesse processo, sem que haja perda de sequencialidade.

#### 2.4.1 Níveis de compreensão do modelo de Van Hiele

**Nível 1 - visualização ou reconhecimento:** é aquele momento em que o estudante reconhece uma figura geométrica visualmente; a partir desse momento tem a oportunidade de reconhecer o vocabulário correto, mas ainda não tem condições de reconhecer as propriedades. Segundo Souza (2008),

Através da experiência física, a criança conhece os objetos com sua ação sobre ele, ela age sobre ele e o manipula, descobre as propriedades materiais que podem ser observadas através da visualização e do manuseio de tais objetos. (SOUZA, p. 1)

Em um curso de geometria é interessante que o professor apresente o conteúdo a ser estudado além de observar o grau de conhecimento dos alunos. Esta ocasião deve ser muito bem trabalhada para que o aluno possa seguir para o nível 2.

“Entre os 3 e os 6 anos, a criança chega à representação dos elementos do espaço, descobrindo formas e dimensões” (Le Boulch, 1987, p. 18). Nesse momento, tem a oportunidade de se movimentar com mais liberdade, manusear mais objetos (muitas

vezes são geométricos), subir escadas, correr e realizar muitas outras atividades. Com essas práticas, as crianças desenvolvem conceitos importantes para o ensino aprendido de geometria, que são: distância, profundidade, altura, volume, densidade, que são conceitos importantes no ensino da geometria. Com isso, a partir dos 3 anos de idade, a criança é capaz de alcançar o nível 1 de compreensão do modelo de Van Hiele.

**Nível 2 – análise:** o aluno reconhece uma figura por suas partes e propriedades sendo capaz de defini-la, mas ainda não consegue realizar relações de inclusão e definir a figura geométrica por classes.

Nesta fase, o professor deve servir de orientador para os alunos, auxiliando-os na construção de propriedades de figuras e conceitos geométricos. “O papel do professor é fundamental nesta fase, porque ele deve orientar seu aluno para adquirir corretamente estruturas de nível básico”. (PASTOR, 1993, p. 10)

**Nível 3 – dedução informal ou classificação:** nesta fase, o aluno começa a fazer algumas demonstrações informalmente e já consegue visualizar e entender algumas demonstrações formais, mas ainda não é capaz de construir suas próprias demonstrações. Nesta fase os alunos tem capacidade para classificar as figuras geométricas.

Em ocasião oportuna o professor deve apresentar problemas mais complexos do que os que foram realizados na fase anterior, observando as potencialidades de cada aluno.

**Nível 4 – dedução formal:** é o nível onde os alunos têm a capacidade de desenvolver demonstrações formais com vários passos e compreendem a estrutura axiomática da matemática; eles são levados a conhecer melhor teoremas e definições.

De acordo com Van Hiele (1986, p. 54) “os alunos aprendem a encontrar seus caminhos formando suas próprias relações através de atividades gerais”. Quando o aluno chegar neste nível, o professor deve limitar a ajuda, para que eles possam obter seus próprios resultados.

**Nível 5 – integração ou rigor:** possibilita aos alunos trabalhar com sistemas axiomáticos diferentes do usual, ou seja, distintos da geometria euclidiana. Também, nesta fase, o aluno adquire conceitos que dão veracidade aos axiomas e postulados trabalhados na geometria, onde a abstração se mostra muito mais evidente.

De acordo com PASTOR (1993, p. 12), o professor deve proporcionar aos alunos uma visão geral sobre o que aprenderam a respeito do assunto e formar relações com o que foi aprendido, integrando esses novos conhecimentos, métodos e formas de raciocínio que foram estudados nas fases anteriores.

Apesar de o modelo de Van Hiele não servir de referência para todos os alunos, é um bom método para se verificar o aprendizado da geometria para maioria deles,

onde o professor pode embasar suas aulas percebendo essa sequencialidade nos alunos e verificando o grau de aprendizagem dos alunos.

### 3 DESENVOLVIMENTO DO PENSAMENTO GEOMÉTRICO COM BASE NOS CONTEÚDOS DOS PCN NO ENSINO FUNDAMENTAL

Os PCN propõem uma divisão dos campos de conhecimento da matemática, que incluem: números e operações (aritmética e álgebra), espaço e forma (geometria) e grandezas e medidas (que permite interligações entre a aritmética, álgebra e geometria). O campo referente ao tratamento da informação surge com as necessidades cotidianas de interpretar gráficos, tabelas e dados estatísticos. A partir desses quatro campos, foram estabelecidas as habilidades que se espera que sejam desenvolvidas pelos alunos ao final dessa etapa da escolaridade.

Os PCN separam as séries iniciais do ensino fundamental em dois ciclos: no primeiro, destacam-se objetivos importantes que fazem uso da orientação espacial. São eles:

- Estabelecer pontos de referência para situar-se, posicionar-se e deslocar-se no espaço, bem como para identificar relações de posição entre objetos no espaço; interpretar e fornecer instruções, usando terminologia adequada.
- Perceber semelhanças e diferenças entre objetos no espaço, identificando formas tridimensionais ou bidimensionais, em situações que envolvam descrições orais, construções e representações.

Esses objetivos serão alcançados somente após o desenvolvimento de habilidades de orientação espacial, que são trabalhadas, de acordo com o próprio PCN, por intermédio dos seguintes conteúdos conceituais e procedimentais:

- Localização de pessoas ou objetos no espaço, com base em diferentes pontos de referência e algumas indicações de posição.
- Movimentação de pessoas ou objetos no espaço, com base em diferentes pontos de referência e algumas indicações de direção e sentido.

- Descrição da localização e movimentação de pessoas ou objetos no espaço, usando sua própria terminologia.
- Dimensionamento de espaços, percebendo relações de tamanho e forma.
- Interpretação e representação de posição e de movimentação no espaço a partir da análise de maquetes, esboços, croquis e itinerários.
- Observação de formas geométricas presentes em elementos naturais e nos objetos criados pelo homem e de suas características: arredondadas ou não, simétricas ou não, etc.
- Estabelecimento de comparações entre objetos do espaço físico e objetos geométricos — esféricos, cilíndricos, cônicos, cúbicos, piramidais, prismáticos — sem uso obrigatório de nomenclatura.
- Percepção de semelhanças e diferenças entre cubos e quadrados, paralelepípedos e retângulos, pirâmides e triângulos, esferas e círculos.
- Construção e representação de formas geométricas.

Muitos conteúdos são explicitados com o propósito do desenvolvimento de capacidades psicomotoras nas crianças, o que corrobora com o conceito de lateralidade. Espera-se que os alunos possam localizar a posição de uma pessoa ou de um objeto no espaço, além de identificar características específicas em objetos bidimensionais e tridimensionais. As avaliações podem ser realizadas a partir de representações orais, gráficas ou até corporais.

No segundo ciclo, os objetivos elencados nos PCN valorizam, novamente, a habilidade de orientação espacial dos alunos. No entanto, como de modo geral, a lateralidade já está definida nessa fase, busca-se o aprimoramento dessa habilidade. Os objetivos incluem:

- Estabelecer pontos de referência para interpretar e representar a localização e movimentação de pessoas ou objetos, utilizando terminologia adequada para descrever posições.



- Identificar características das figuras geométricas, percebendo semelhanças e diferenças entre elas, por meio de composição e decomposição, simetrias, ampliações e reduções.

Nesse ciclo, é possível observar mais claramente a interligação entre a álgebra e a geometria, como, por exemplo, no conteúdo:

- Cálculo de perímetro e de área de figuras desenhadas em malhas quadriculadas e comparação de perímetros e áreas de duas figuras sem uso de fórmulas.

Esse conteúdo precede o conceito formal de área que nas séries finais do ensino fundamental será algebrizado.

Em geral, os alunos das séries iniciais do ensino fundamental têm a capacidade de chegar ao nível 3 da classificação de Van Hiele, mas ainda não possuem a capacidade de realizar demonstrações informais e nem de compreender algumas demonstrações formais, pois não atingiram o grau de sistematização, já que isso exigiria deles pensar abstratamente. Ou ainda, segundo Piaget, as crianças, nessa fase, conseguem pensar no concreto, mas ainda não chegaram à maturação do abstrato.

Nas séries finais do ensino fundamental, os PCN de matemática estabelecem como meta que os alunos alcancem um olhar crítico sobre a sociedade com o auxílio da matemática, bem como atendam às suas necessidades no cumprimento de seu papel de cidadãos conscientes, críticos e construtivos.

Nessa etapa é que ocorre, segundo Piaget, a mudança na qualidade da inteligência da criança. A matemática torna-se essencial para a solução de situações-problema e a interpretação de informações, possibilitando o trabalho com valores do cotidiano. Assim, a geometria, a álgebra e a aritmética são trabalhadas em conjunto possibilitando uma visão global do saber matemático, sendo que por meio da geometria é possível visualizar e interpretar problemas e resultados.

Os PCN dividem as séries finais em dois ciclos, que são chamados de 3º e 4º ciclos, sendo representados, respectivamente, por 6º-7º anos e 8º-9º anos. Os campos ou blocos de conhecimento são separados de acordo com a mesma nomenclatura. No bloco espaço e forma, destaca-se o desenvolvimento de habilidades de percepção espacial, por intermédio de transformações geométricas (isometrias, homotetias), relacionando-se à orientação espacial, a qual, por sua vez, está fortemente ligada ao conceito de lateralidade.

Deve destacar-se também nesse trabalho a importância das transformações geométricas (isometrias, homotetias), de modo que permita o desenvolvimento de habilidades de percepção espacial e como recurso para induzir de forma experimental a descoberta, por exemplo, das condições para que duas figuras sejam congruentes ou semelhantes. (PCN, 1998, p. 51)

De acordo com os PCN, no 3º ciclo do ensino fundamental, o desenvolvimento do pensamento geométrico é alcançado por meio da exploração de situações de aprendizagem que levem o aluno a:

- resolver situações-problema de localização e deslocamento de pontos no espaço, reconhecendo nas noções de direção e sentido, de ângulo, de paralelismo e de perpendicularismo elementos fundamentais para a constituição de sistemas de coordenadas cartesianas;
- estabelecer relações entre figuras espaciais e suas representações planas, envolvendo a observação das figuras sob diferentes pontos de vista, construindo e interpretando suas representações;
- resolver situações-problema que envolvam figuras geométricas planas, utilizando procedimentos de decomposição e composição, transformação, ampliação e redução.

No 3º ciclo, os PCN propõem os seguintes conteúdos a serem desenvolvidos no campo referente ao espaço e forma.

- Interpretação, a partir de situações-problema (leitura de plantas, croquis, mapas), da posição de pontos e de seus deslocamentos no plano, pelo estudo das representações em um sistema de coordenadas cartesianas.
- Distinção, em contextos variados, de figuras bidimensionais e tridimensionais, descrevendo algumas de suas características, estabelecendo relações entre elas e utilizando nomenclatura própria.

- Classificação de figuras tridimensionais e bidimensionais, segundo critérios diversos, como: corpos redondos e poliedros; poliedros regulares e não-regulares; prismas, pirâmides e outros poliedros; círculos, polígonos e outras figuras; número de lados dos polígonos; eixos de simetria de um polígono; paralelismo de lados, medidas de ângulos e de lados.
- Composição e decomposição de figuras planas.
- Identificação de diferentes planificações de alguns poliedros.
- Transformação de uma figura no plano por meio de reflexões, translações e rotações e identificação de medidas que permanecem invariantes nessas transformações (medidas dos lados, dos ângulos, da superfície).
- Ampliação e redução de figuras planas segundo uma razão e identificação dos elementos que não se alteram (medidas de ângulos) e dos que se modificam (medidas dos lados, do perímetro e da área).
- Quantificação e estabelecimento de relações entre o número de vértices, faces e arestas de prismas e de pirâmides, da relação desse número com o polígono da base e identificação de algumas propriedades, que caracterizam cada um desses sólidos, em função desses números.
- Construção da noção de ângulo associada à ideia de mudança de direção e pelo seu reconhecimento em figuras planas.
- Verificação de que a soma dos ângulos internos de um triângulo é  $180^\circ$ .

Nesse ciclo, a geometria deixa de ser apenas visual, onde é observada uma integração da geometria com a álgebra e a aritmética, algumas explorações passam a ser mais sistematizadas e ainda são apresentadas algumas aplicações de propriedades geométricas por meio de esquemas conceituais abstratos.

O abstrato não pode existir, se antes a criança não passar pela vivência; portanto, a transição da geometria abstrata ocorre somente depois que a criança vivencia a geometria concreta, com a exploração de espaços e manipulação de objetos.

Nos objetivos do 4º ciclo do ensino fundamental, o pensamento geométrico é desenvolvido por meio da exploração de situações de aprendizagem que levem o aluno a:

- interpretar e representar a localização e o deslocamento de uma figura no plano cartesiano;
- produzir e analisar transformações e ampliações/reduções de figuras geométricas planas, identificando seus elementos variantes e invariantes, desenvolvendo o conceito de congruência e semelhança;
- ampliar e aprofundar noções geométricas como incidência, paralelismo, perpendicularismo e ângulo para estabelecer relações, inclusive as métricas, em figuras bidimensionais e tridimensionais.

Observa-se, cada vez mais, a ampliação de conceitos abstratos na geometria, construídos a partir do aprofundamento de significados apreendidos em fases anteriores, ou seja, a partir da vivência criada com a geometria, o aluno torna-se capaz de aprofundar seus conhecimentos, podendo chegar ao fim do ensino fundamental no nível 5 da teoria estabelecida por Van Hiele.

Os conteúdos de espaço e forma presentes no 4º ciclo dos PCN incluem:

- Secções de figuras tridimensionais por um plano e análise das figuras obtidas.
- Análise em poliedros da posição relativa de duas arestas (paralelas, perpendiculares, reversas) e de duas faces (paralelas, perpendiculares).
- Representação de diferentes vistas (lateral, frontal e superior) de figuras tridimensionais e reconhecimento da figura representada por diferentes vistas.

- Divisão de segmentos em partes proporcionais e construção de retas paralelas e retas perpendiculares com régua e compasso.
- Identificação de ângulos congruentes, complementares e suplementares em feixes de retas paralelas cortadas por retas transversais.
- Estabelecimento da razão aproximada entre a medida do comprimento de uma circunferência e seu diâmetro.
- Determinação da soma dos ângulos internos de um polígono convexo qualquer.
- Verificação da validade da soma dos ângulos internos de um polígono convexo para os polígonos não-convexos.
- Resolução de situações-problema que envolvam a obtenção da mediatriz de um segmento, da bissetriz de um ângulo, de retas paralelas e perpendiculares e de alguns ângulos notáveis, fazendo uso de instrumentos como régua, compasso, esquadro e transferidor.
- Desenvolvimento do conceito de congruência de figuras planas a partir de transformações (reflexões em retas, translações, rotações e composições destas), identificando as medidas invariantes (dos lados, dos ângulos, da superfície).
- Verificar propriedades de triângulos e quadriláteros pelo reconhecimento dos casos de congruência de triângulos.
- Identificação e construção das alturas, bissetrizes, medianas e mediatrizes de um triângulo utilizando régua e compasso.
- Desenvolvimento da noção de semelhança de figuras planas a partir de ampliações ou reduções, identificando as medidas que não se alteram (ângulos) e as que se modificam (dos lados, da superfície e

perímetro).

- Verificações experimentais e aplicações do teorema de Tales.
- Verificações experimentais, aplicações e demonstração do teorema de Pitágoras.

Na pesquisa de conteúdos dos PCN, foram estudados com maior abrangência os conteúdos relacionados ao espaço e forma, pois são os que têm origem na orientação espacial, que é desenvolvida com maior profundidade nas séries iniciais do ensino fundamental.

Os PCN serviram de inspiração para o Plano Nacional do Livro Didático (PNLD) e para o Sistema de Avaliação da Educação Básica (SAEB), descritos nos subcapítulos abaixo.

### **3.1 GEOMETRIA NOS LIVROS DIDÁTICOS DAS SÉRIES FINAIS DO FUNDAMENTAL DE ACORDO COM O PNLD 2014**

De acordo com Valente (2008, p. 3) a “dependência de um curso de matemática aos livros didáticos ocorreu desde as primeiras aulas que deram origem à matemática hoje ensinada na escola básica”.

E, por muitas vezes, o professor de matemática estabelece suas ações e define o conteúdo a ser ministrado nos bimestres pela ordem natural que consta no livro didático. No entanto, esta não é a ação mais correta a se fazer, pois não é sempre que o livro estabelece uma ordem correta a ser trabalhada durante um ano letivo.

Por muitos anos, o conteúdo de geometria era apresentado sempre no final do livro, o que ajudava o professor a deixar esse conteúdo em segundo plano e muitas vezes nem sendo ministrado por “falta de tempo”.

Hoje existem ações positivas com normas que norteiam a elaboração de livros didáticos. Uma delas recomenda que o conteúdo de geometria deve ser colocado em várias partes dos livros, relacionando outros conteúdos da matemática com a área da geometria.

Um dos motivos desse avanço ocorreu graças a um grande projeto que desde 1996 o Ministério da Educação, por meio do Programa Nacional do Livro Didático (PNLD),

vem aplicando com o objetivo principal de subsidiar o trabalho do professor por meio da distribuição gratuita de livros didáticos para alunos e professores de escolas públicas.

Uma das ações do PNLD é a avaliação dos livros didáticos que serve de referência para aquisição e distribuição dos livros didáticos. Essas ações são feitas por meio de seminários regionais, que propõem discussões relativas aos princípios didáticos pedagógicos que norteiam o PNLD.

O edital de convocação para o processo de inscrição e avaliação de coleções didáticas para o PNLD 2014 enfatiza que processos puramente mecânicos fizeram parte durante muito tempo do ensino da matemática, mas com o surgimento de novas tecnologias, esse processo ficou delegado às máquinas, enquanto o professor tem a oportunidade, por intermédio dos livros didáticos de enfatizar o raciocínio matemático, que hoje é fundamental para a formação matemática.

De acordo com esse contexto, o edital de convocação instrui que o desenvolvimento do processo de ensino-aprendizagem em matemática deve capacitar os alunos para:

- 1) usar com autonomia o raciocínio matemático, para a compreensão do mundo que nos cerca;
- 2) raciocinar, fazer abstrações com base em situações concretas, generalizar, organizar e representar;
- 3) planejar ações e projetar soluções para problemas novos, que exigem iniciativa e criatividade;
- 4) resolver problemas, criando estratégias próprias para sua resolução, ou utilizando estratégias convencionais, desenvolvendo a imaginação e a criatividade;
- 5) compreender e transmitir ideias matemáticas, por escrito ou oralmente, desenvolvendo a capacidade de argumentação;
- 6) estabelecer relações entre os campos da Matemática e entre esses e outros campos do saber;
- 7) relacionar conceitos e estratégias de diferentes campos matemáticos, sendo capaz de identificar diferentes formas ou abordagens para

resolver problemas;

8) interpretar matematicamente situações do dia a dia, e também do mundo tecnológico e científico;

9) avaliar se resultados obtidos na solução de situações-problema são ou não razoáveis;

10) fazer estimativas mentais de resultados ou cálculos aproximados;

11) utilizar as novas tecnologias da informação e da comunicação.

Para o leitor interessado em mais informações acerca do PNL D 2014, ver referência [4].

Isso mostra que a ideia do saber matemático, na concepção atual, valoriza muito mais a lógica, o pensamento, a interpretação, o planejamento e a autonomia do estudante do que cálculos mecânicos e repetitivos que durante muitos anos eram passados pelo livro didático. A matemática que é ensinada aos alunos da educação básica pouco mudou nos últimos cem anos, mas a forma de relacionar os conteúdos com a nossa realidade é que está muito diferente e, com isso, devemos aproveitar o desenvolvimento da tecnologia para avançar a forma de ensinar.

É importante a mudança de certas práticas que foram adotadas durante muito tempo no processo de ensino aprendizagem da matemática, tais ações, como por exemplo, “dar atenção apenas ao trabalho mecânico com procedimentos, em detrimento da exploração dos conceitos matemáticos e de sua utilidade para resolver problemas”; ou “deixar de incluir um dos campos da Matemática escolar, a saber, números e operações, álgebra, geometria, grandezas e medidas e tratamento da informação”; são passíveis de eliminação da obra do processo de escolha dos livros de acordo com o edital para o PNL D 2014.

Portanto, cabe ao professor saber utilizar todo o conteúdo do livro didático fazendo ligações entre os conhecimentos abordados, adaptando a realidade dos alunos e jamais deixar de trabalhar os campos da matemática mencionados no parágrafo anterior, pois a ligação entre esses conteúdos favorece o desenvolvimento do raciocínio matemático.

Todas essas ações foram muito positivas para o ensino da matemática nas séries finais do ensino fundamental, em especial na área da geometria, que passou a ser mais valorizada. Isso também ajuda o professor a mudar sua prática didática em relação à



geometria que, conforme afirmado anteriormente, é uma área muito importante para desenvolver outras habilidades matemática aos alunos.

A área da geometria, que sempre foi muito carente, vem recebendo uma atenção especial no PNLD 2014. Algumas indagações feitas no manual do livro didático de matemática evidenciam esse fato, por exemplo:

O pensamento geométrico surge da interação espacial com os objetos e os movimentos no mundo físico e desenvolve-se por meio das competências de localização, de visualização, de representação e de construção de figuras geométricas.

Pela história que existe na educação matemática com seus livros didáticos, vale para os autores mostrar o reflexo da cultura brasileira nesses livros para que seus conteúdos e seus métodos de ensinar fiquem marcados na história.

O que se evidencia, de acordo com Valente (2008, p. 20), é que “a análise conteudista, por si só, não é capaz de servir aos propósitos de elaboração de uma história da educação matemática”.

### **3.2 ANÁLISE DOS DESCRITORES DA MATRIZ DE REFERÊNCIA DO SAEB COM ÊNFASE NOS CONTEÚDOS DE GEOMETRIA**

O Brasil possui aproximadamente 50 milhões de alunos matriculados na educação básica, e o Estado tem o dever de verificar se o direito à educação está sendo garantido com qualidade, conforme preceitua a Carta Magna. Com esse intuito, foram estabelecidas avaliações de larga escala, como a Prova Brasil, que integra o Sistema de Avaliação da Educação Básica (SAEB), que avalia conhecimentos em leitura e matemática dos alunos do ensino fundamental.

O SAEB tem objetivo de realizar diagnósticos do sistema educacional brasileiro, no nível da educação básica, subsidiando a formulação e implementação de políticas públicas para a educação, além de produzir informações importantes para gestores e educadores.

A Prova Brasil é aplicada a cada dois anos, somente para estudantes do 5º e 9º do ensino fundamental de escolas públicas com mais de 20 alunos matriculados por sala,

com questões que avaliam Língua Portuguesa (foco na leitura) e Matemática (foco na resolução de problemas).

Para elaboração do exame, foram construídas Matrizes de Referências que contemplam uma lista de descritores a serem avaliados pelas questões que compõem o banco nacional de itens, de onde as provas são extraídas.

As questões de Matemática são embasadas na resolução de problemas, de acordo com o Plano de Desenvolvimento da Educação:

Essa opção traz implícita a convicção de que o conhecimento matemático ganha significado quando os alunos têm situações desafiadoras para resolver e trabalham para desenvolver estratégias de resolução.  
(BRASIL, 2011)

No entanto, as Matrizes de Referência, diferentemente do currículo, não abrangem todas as habilidades relacionadas a conhecimentos e a procedimentos que possam ser objetivamente verificados. Isso ocorre porque alguns conteúdos não são possíveis de serem avaliados no modelo de teste aplicado. Exemplo disso é a utilização de procedimentos de cálculo mental, que consta nos PCN como de extrema relevância de ser explorado em todos os níveis do ensino fundamental, mas não está relacionado a nenhum descritor das Matrizes de Referência.

Os descritores das matrizes de matemática são agrupados em quatro temas, tanto para o 5º quanto para o 9º ano do ensino fundamental.

Abaixo serão destacados os temas I e II no 5º e 9º anos do ensino fundamental, pois estão diretamente relacionados com as habilidades necessárias para o desenvolvimento do pensamento geométrico, que é o objeto de estudo desta dissertação.

## 5º ano do ensino fundamental

### Tema I – Espaço e Forma

Tabela 1: Descritores Espaço e Forma – 5º ano

<b>Descritores</b>	<b>5º ano</b>
Identificar a localização/movimentação de objeto em mapas, croquis e outras representações gráficas.	D1
Identificar propriedades comuns e diferenças entre poliedros e corpos redondos, relacionando figuras tridimensionais com suas planificações	D2
Identificar propriedades comuns e diferenças entre figuras bidimensionais pelo número de lados e pelos tipos de ângulos.	D3
Identificar quadriláteros observando as relações entre seus lados (paralelos, congruentes, perpendiculares)	D4
Reconhecer a conservação ou modificação de medidas dos lados, do perímetro, da área em ampliação e/ou redução de figuras poligonais usando malhas quadriculadas	D5

## Tema II – Grandezas e Medidas

Tabela 2: Descritores Grandezas e Medidas 5º ano

<b>Descritores</b>	<b>5º ano</b>
Estimar a medida de grandezas utilizando unidades de medidas convencionais ou não.	D6
Resolver problemas significativos utilizando unidades de medida padronizadas como km/m/cm/mm, kg/g/mg, l/ml.	D7
Estabelecer relações entre unidades de medida de tempo.	D8
Estabelecer relações entre o horário de início e término e/ou o intervalo da duração de um evento ou acontecimento.	D9
Num problema, estabelecer trocas entre cédulas e moedas do sistema monetário brasileiro, em função de seus valores.	D10
Resolver problema envolvendo o cálculo do perímetro de figuras planas, desenhadas em malhas quadriculadas.	D11
Resolver problema envolvendo o cálculo ou estimativa de áreas de figuras planas, desenhadas em malhas quadriculadas.	D12

## 9º ano do ensino fundamental

### Tema I – Espaço e Forma

Tabela 3: Descritores Espaço e Forma – 9º ano

<b>Descritores</b>	<b>9º ano</b>
Identificar a localização/movimentação de objeto em mapas, croquis e outras representações gráficas.	D1
Identificar propriedades comuns e diferenças entre figuras bidimensionais e tridimensionais, relacionando-as com as suas planificações.	D2
Identificar propriedades de triângulos pela comparação de medidas de lados e ângulos.	D3
Identificar relação entre quadriláteros por meio de suas propriedades.	D4
Reconhecer a conservação ou modificação de medidas dos lados, do perímetro, da área em ampliação e/ou redução de figuras poligonais usando malhas quadriculadas.	D5
Reconhecer ângulos como mudança de direção ou giros, identificando ângulos retos e não-retos.	D6
Reconhecer que as imagens de uma figura construída por uma transformação homotética são semelhantes, identificando propriedades e/ou medidas que se modificam ou não se alteram.	D7

Resolver problema utilizando propriedades dos polígonos (soma de seus ângulos internos, número de diagonais, cálculo da medida de cada ângulo interno nos polígonos regulares).	D8
Interpretar informações apresentadas por meio de coordenadas cartesianas.	D9
Utilizar relações métricas do triângulo retângulo para resolver problemas significativos.	D10
Reconhecer círculo/circunferência, seus elementos e algumas de suas relações.	D11

## Tema 2 –Grandezas e Medidas

Tabela 4: Descritores Grandezas e Medidas – 9º ano

Descritores	9º ano
Resolver problema envolvendo o cálculo de perímetro de figuras planas.	D12
Resolver problema envolvendo o cálculo de área de figuras planas.	D13
Resolver problema envolvendo noções de volume.	D14
Resolver problema utilizando relações entre diferentes unidades de medida.	D15

### 3.2.1 Exercícios de geometria do SAEB e Prova Brasil no Ensino Fundamental

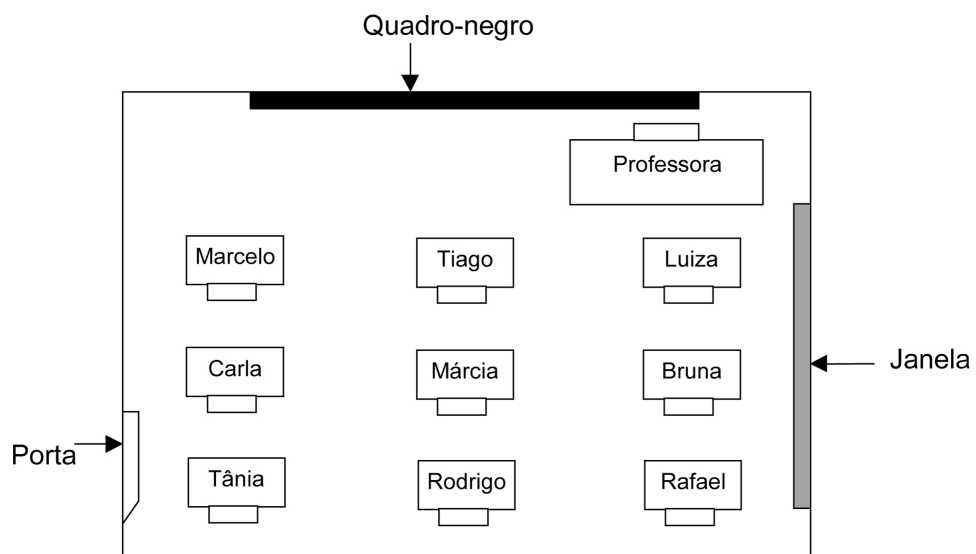
A página do INEP na internet disponibiliza alguns exemplos de questões já aplicadas na Prova Brasil. A seguir, foram selecionadas algumas dessas questões com o intuito

de compreender o que se espera dos estudantes brasileiros em termos de conhecimentos de geometria.

### 3.2.1.1 Exemplos de questões da Prova Brasil do 5º ano do ensino fundamental |

#### Questão 1

Marcelo fez a seguinte planta da sua sala de aula:

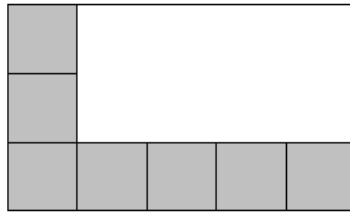


Das crianças que se sentam perto da janela, a que senta mais longe da professora é:

- (A) o Marcelo.
- (B) a Luiza.
- (C) o Rafael.
- (D) a Tânia.

#### Questão 2

O piso de uma sala está sendo coberto por cerâmica quadrada. Já foram colocadas 7 cerâmicas, como mostrado na figura.

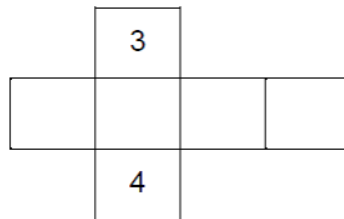


Quantas cerâmicas faltam para cobrir o piso?

- (A) 7
- (B) 8
- (C) 9
- (D) 15

**Questão 3**

Os alunos do 5º Ano estão montando um cubo para fazer um dado para a aula de Matemática. Eles utilizam o molde seguinte, onde os números 3 e 4 representam duas de suas faces opostas.



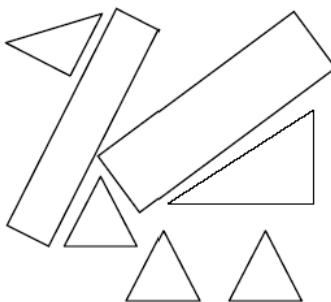
Em um dado a soma dos números em duas faces opostas quaisquer totaliza sempre 7. Com base no desenho anterior que algarismos deverão estar escritos nas faces em branco?

- (A) 1 - 2 - 5 - 6
- (B) 2 - 1 - 6 - 5
- (C) 2 - 5 - 1 - 6
- (D) 1 - 2 - 6 - 5

**Questão 4**

Sheila usou linhas retas fechadas para fazer este desenho.



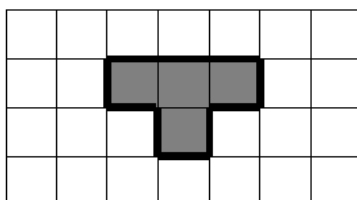


Quantas figuras de quatro lados foram desenhadas?

- (A) 2
- (B) 3
- (C) 4
- (D) 5

**Questão 5**

Uma praça de uma cidade será construída. A malha quadriculada representa o desenho da praça. Cada lado do quadradinho indica 1 metro de construção. A parte destacada em cinza está destinada ao coreto que será construído.



Quantos metros de construção serão necessários para o contorno do coreto?

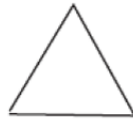
- (A) 4
- (B) 6
- (C) 8
- (D) 10

**Questão 6**

Nas figuras a seguir estão representados quatro polígonos diferentes.



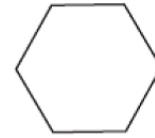
Retângulo



Triângulo



Trapézio



Hexágono

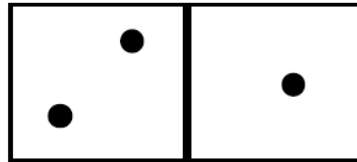
Qual dos polígonos anteriores possui dois lados paralelos e dois lados não paralelos?

(A) Retângulo. (B) Triângulo. (C) Trapézio. (D) Hexágono.

### Questão 7

A face superior das peças de um jogo de dominó tem formato de um quadrilátero.

Observe um exemplo:

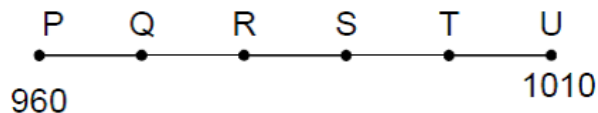


Qual o quadrilátero que melhor caracteriza a face superior da peça de um jogo de dominó?

- (A) Trapézio.
- (B) Quadrado.
- (C) Retângulo.
- (D) Losango.

### Questão 8

As paradas de ônibus de uma cidade são localizadas por números em uma reta numérica. A figura a seguir representa as paradas, o ponto P indica o número 960 e o ponto U o número 1010.

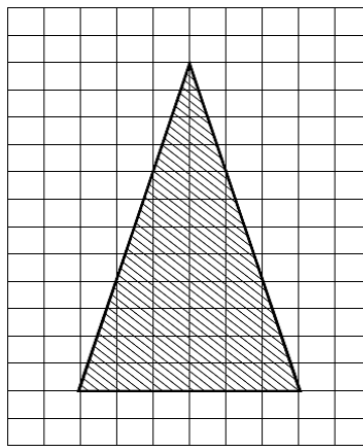


Em qual ponto está localizada a parada 990, sabendo que a diferença entre o valor de um ponto e o valor de outro ponto consecutivo é de 10 unidades?

- (A) Q
- (B) R
- (C) S
- (D) T

**Questão 9**

A figura a seguir mostra o projeto original da árvore de natal da cidade em que Roberto mora.



Como consideraram a árvore muito grande, fizeram um novo projeto, de modo que suas dimensões se tornaram duas vezes menores que as do projeto original. Para o novo projeto, as dimensões foram:

- (A) multiplicadas por 2.
- (B) divididas por 2.
- (C) subtraídas em 2 unidades.
- (D) adicionada em 2 unidades.

Abaixo consta a tabela com as Bases tecnológicas de exemplos de questões da Prova Brasil 5º ano.

Tabela 5: Bases tecnológicas de exemplos de questões da Prova Brasil 5º ano

<b>Questão</b>	<b>Conteúdo</b>	<b>Conhecimento, Habilidades e Competências</b>
1	Localização de uma pessoa no espaço	Identificar a localização de uma pessoa na sala a partir da combinação de comandos (perto e longe)
2	Cálculo de área	Calcular área fazendo uso de unidades de medidas não usuais sem o uso de fórmulas, fazer estimativa de quantas cerâmicas faltam para cobrir
3	Planificação de um cubo	Explorar a planificação de um cubo.
4	Classificação de polígonos	Classificar polígonos de acordo com a quantidade de lados.
5	Perímetro	Calcular perímetro desenhado em malha quadriculada fazendo uso de unidades de medidas usuais
6	Classificação de polígonos	Classificar polígonos de acordo com as propriedades
7	Classificação de polígonos	Classificar polígonos de acordo com as propriedades
8	Localização de pontos na reta	Localizar pontos em uma reta
9	Semelhança de figuras	Reduzir figuras planas com uso de malha quadriculada.

## Comentário dos exemplos de questões do 5º ano do ensino fundamental

Nos exemplos de questões da Prova Brasil, procurar observar se as crianças conseguem organizar, descrever e representar as formas geométricas já conhecidas durante sua vida. Com isso também é possível analisar se os alunos conhecem as principais propriedades de uma figura geométrica.

Outro ponto importante é a introdução dos conceitos de área e perímetro, que se constroem por meio de medidas não convencionais e com o uso de malha quadriculada.

Para o nosso estudo, é importante destacar o Descritor 1, pois nele avalia-se a habilidade de orientação espacial do aluno em desenhos de mapas, itinerários, croquis ou representações gráficas com utilização de comandos relacionados à lateralidade: esquerda, direita, giro, acima, abaixo, ao lado, na frente, atrás, perto. Essa habilidade pode ser desenvolvida pelo professor como nos mostra o PDE: Prova Brasil.

Durante o trabalho em sala o professor deve partir do próprio espaço físico dos alunos. Atividades como passeios programados a pontos turísticos do bairro ou da cidade, brincadeiras que permitam localizações e movimentações de objetos (bolas, cadeiras, cordas etc.) no próprio pátio da escola favorecem ao processo de construção da habilidade que este descritor prevê. Em cada uma dessas atividades, é importante indicar posicionamento e referências. (BRASIL, 2011)

A orientação espacial se dá através da direcionalidade, que é a capacidade de se projetar em dimensões espaciais e de se apropriar de conceitos espaciais sobre o movimento ou localização de objetos no ambiente. Muitas vezes, isso está relacionado à lateralidade, pois crianças com um senso dessa habilidade pobre também têm, em geral, pouca direcionalidade (JOBIM, 2008, p. 10)

E ainda, segundo Faria (2004), a lateralidade e a direcionalidade são características desenvolvimentais que não podem ser dissociadas, ou seja, essas duas características são referências para a estruturação da consciência corporal e da consciência espaço-temporal.

Essas habilidades, orientação espacial, visualização e localização no espaço são essenciais para o desenvolvimento de conhecimentos de geometria do 1º ao 5º do ensino fundamental, visto que a geometria nessa etapa é bastante visual e, por inúmeras vezes,

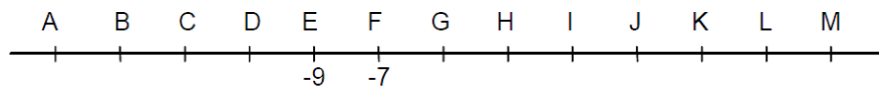
o aluno precisará localizar pontos em um plano pela identificação de suas coordenadas, realizar planificação de figuras espaciais e até interpretar uma localização em um mapa, como mostra a questão 1 já mencionada.

Se forem bem trabalhados esses conceitos isso fará que os estudantes tenham maior facilidade nos estudos futuros quando precisarem deduzir e sistematizar novos conceitos geométricos.

### 3.2.1.2 Exemplos de questões da Prova Brasil do 9º ano do ensino fundamental |

#### Questão 1

Na reta numérica da figura abaixo, o ponto E corresponde ao número inteiro -9 e o ponto F, ao inteiro -7.

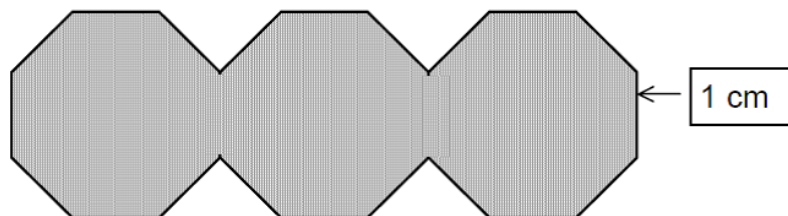


Nessa reta, o ponto correspondente ao inteiro zero estará:

- (A) sobre o ponto M.
- (B) entre os pontos L e M.
- (C) entre os pontos I e J.
- (D) sobre o ponto J.

#### Questão 2

O símbolo abaixo será colocado em rótulos de embalagens.

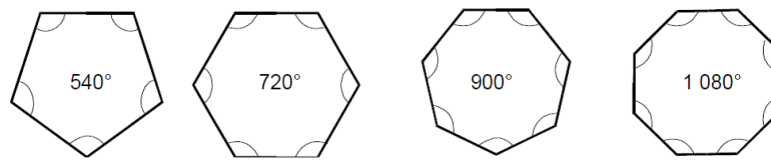


Sabendo-se que cada lado da figura mede 1 cm, conforme indicado, a medida do contorno em destaque no desenho é

- (A) 18 cm
- (B) 20 cm
- (C) 22 cm
- (D) 24 cm

**Questão 3**

Cristina desenhou quatro polígonos regulares e anotou dentro deles o valor da soma de seus ângulos internos.

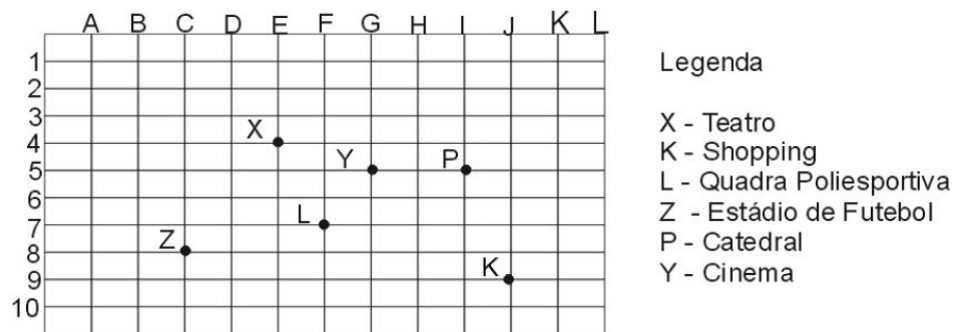


Qual é a medida de cada ângulo interno do hexágono regular?

- (A)  $60^\circ$
- (B)  $108^\circ$
- (C)  $120^\circ$
- (D)  $135^\circ$

**Questão 4**

Observe a figura:



No esquema acima, estão localizados alguns pontos da cidade.

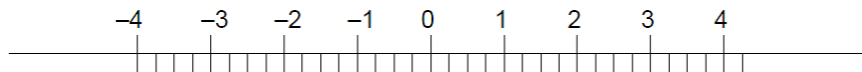
A coordenada (5,G) localiza

- (A) a catedral.

- (B) a quadra poliesportiva.
- (C) o teatro.
- (D) o cinema.

**Questão 5**

Observe o desenho abaixo.

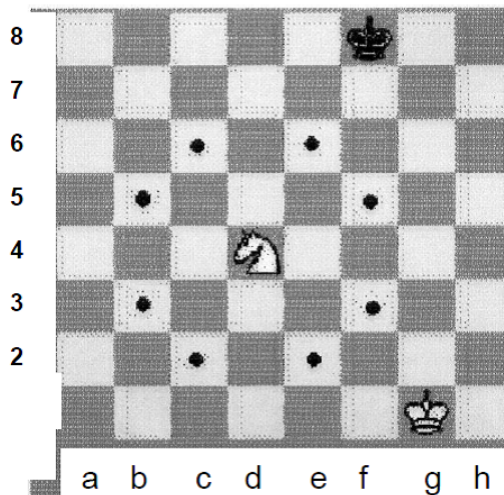


O número  $\frac{11}{4}$ , na reta numérica, está localizado entre

- (A) -4 e -3
- (B) -2 e -1
- (C) 3 e 4
- (D) 2 e 3

**Questão 6**

Num tabuleiro de xadrez, jogamos com várias peças que se movimentam de maneiras diferentes. O cavalo se move para qualquer casa que possa alcançar com movimento na forma de “L”, de três casas. Na posição da figura, os pontos marcados representam as casas que o cavalo pode alcançar, estando na casa d4. Dentre as casas que o cavalo poderá alcançar, partindo da casa f5 e fazendo uma única jogada, estão

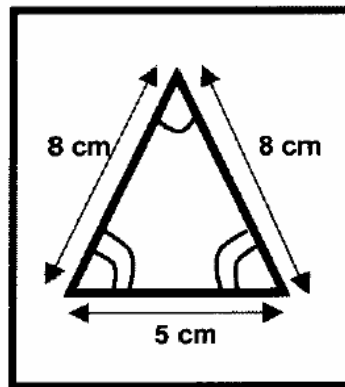




- (A) g3 ou d6
- (B) h5 ou f3
- (C) h7 ou d7
- (D) d3 ou d7

### Questão 7

A professora desenhou um triângulo no quadro.



Em seguida, fez a seguinte pergunta: — "Se eu ampliar esse triângulo 3 vezes, como ficarão as medidas de seus lados e de seus ângulos?"

Alguns alunos responderam:

Fernando: — "Os lados terão 3 cm a mais cada um. Já os ângulos serão os mesmos."

Gisele: — "Os lados e ângulos terão suas medidas multiplicadas por 3."

Marina: — "A medida dos lados eu multiplico por 3 e a medida dos ângulos eu mantenho as mesmas."

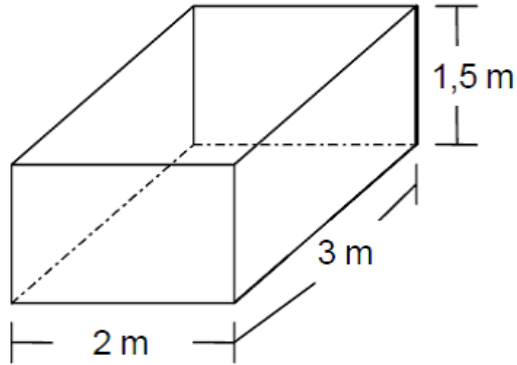
Roberto: — "A medida da base será a mesma (5 cm), os outros lados eu multiplico por 3 e mantenho a medida dos ângulos."

Qual dos alunos acertou a pergunta da professora?

- (A) Fernando
- (B) Gisele
- (C) Marina
- (D) Roberto

### Questão 8

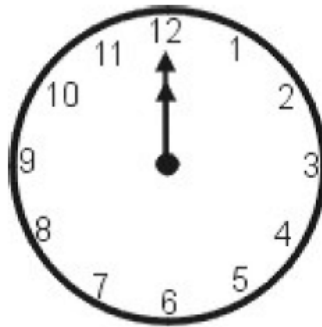
A quantidade de metros cúbicos de água que pode ser armazenada em uma caixa d'água de 2 m de comprimento por 3 m de largura e 1,5 m de altura é



- (A) 6,5
- (B) 6,0
- (C) 9,0
- (D) 7,5

**Questão 9**

Observe os ponteiros nesse relógio:

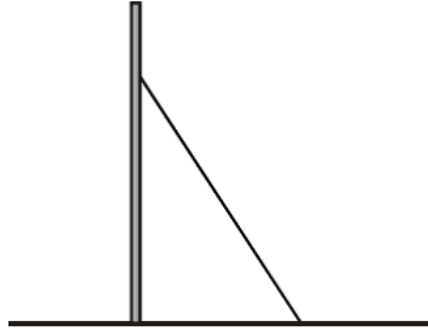


Decorridas 3 horas, qual é o ângulo formado pelos ponteiros?

- (A)  $15^\circ$
- (B)  $45^\circ$
- (C)  $90^\circ$
- (D)  $180^\circ$

**Questão 10**

Observe esta figura que representa uma escada apoiada em uma parede. O topo da escada está a 7 m de altura, e seu pé está afastado da parede 2 m.



A escada mede, aproximadamente,

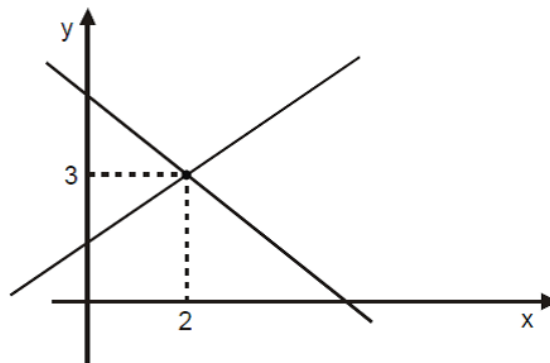
- (A) 5 m
- (B) 6,7 m
- (C) 7,3 m
- (D) 9 m

### Questão 11

Observe este gráfico, em que estão representadas duas retas: Para que esse gráfico seja a representação geométrica do sistema

$$\begin{cases} x + 2y = a \\ x - y = b \end{cases}$$

os valores de a e b são:

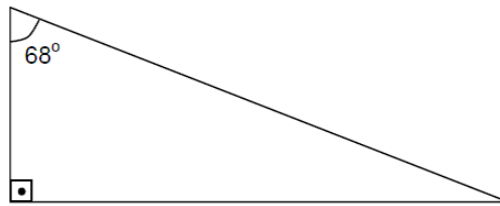


- (A)  $a = -1$  e  $b = 8$ .
- (B)  $a = 2$  e  $b = 3$ .

- (C)  $a = 3$  e  $b = 2$ .
- (D)  $a = 8$  e  $b = -1$ .

**Questão 12**

Fabrcio percebeu que as vigas do telhado da sua casa formavam um triângulo retângulo que tinha um ângulo de  $68^\circ$ . Quanto medem os outros ângulos?



- (A)  $22^\circ$  e  $90^\circ$
- (B)  $45^\circ$  e  $45^\circ$
- (C)  $56^\circ$  e  $56^\circ$
- (D)  $90^\circ$  e  $28^\circ$

**Questão 13**

Exatamente no centro de uma mesa redonda com 1m de raio, foi colocado um prato de 30 cm de diâmetro, com doces e salgados para uma festa de final de ano. Qual a distância entre a borda desse prato e a pessoa que se serve dos doces e salgados?

- (A) 115 cm
- (B) 85 cm
- (C) 70 cm
- (D) 20 cm

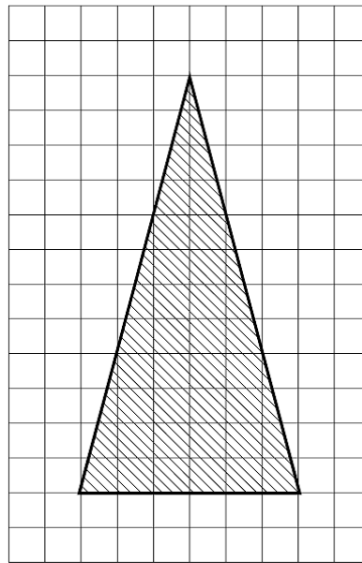
**Questão 14**

O administrador de um campo de futebol precisa comprar grama verde e amarela para cobrir o campo com faixas verdes e amarelas iguais em áreas e quantidades. O campo é um retângulo com 100 m de comprimento e 50 m de largura e, para cada 10 m<sup>2</sup> de grama plantada, gasta-se 1 m<sup>2</sup> a mais por causa da perda. Quantos m<sup>2</sup> de grama verde o administrador deverá comprar para cobrir todo o campo?

- (A) 2250
- (B) 2500
- (C) 2750
- (D) 5000

**Questão 15**

Um triângulo está representado na malha quadriculada abaixo.

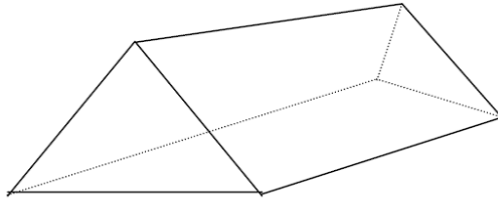


Para fazer uma redução desse triângulo que tenha suas dimensões 4 vezes menor que a original, deve-se

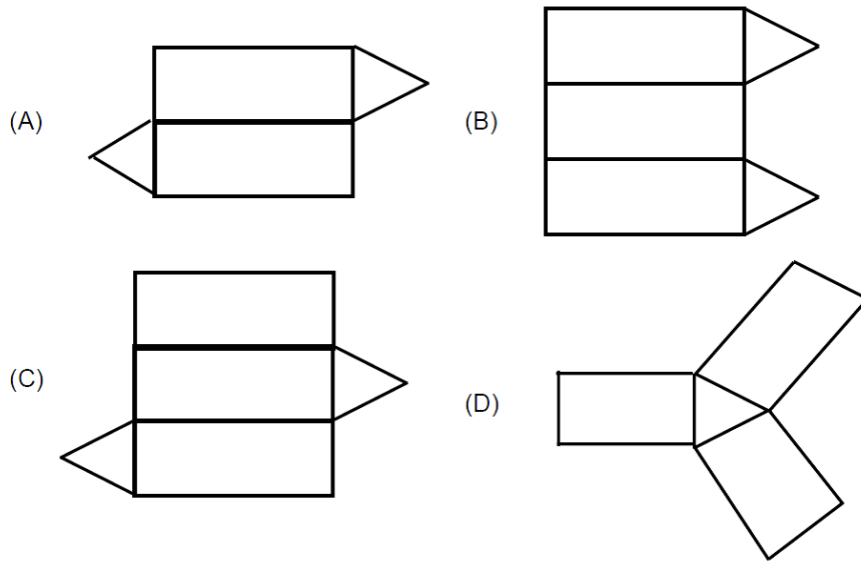
- (A) multiplicar as dimensões da original por 4.
- (B) dividir as dimensões da original por 4.
- (C) multiplicar as dimensões da original por 2.
- (D) dividir as dimensões da original por 2.

**Questão 16**

É comum encontrar em acampamentos barracas com fundo e que têm a forma apresentada na figura abaixo.



Qual desenho representa a planificação dessa barraca?



Abaixo consta a tabela com as Bases tecnológicas de exemplos de questões da Prova Brasil 9º ano.

Tabela 6: Bases tecnológicas de exemplos de questões da Prova Brasil 9º ano

<b>Questão</b>	<b>Conteúdo</b>	<b>Conhecimento, Habilidades e Competências</b>
1	Localização de números inteiros em uma reta	Localizar números inteiros em uma reta.
2	Perímetro	Calcular o perímetro de um polígono não convexo regular.
3	Ângulos internos	Calcular a medida de um ângulo interno a partir da soma dos ângulos internos de um polígono regular.
4	Localização de pontos em um plano	Localizar pontos em um plano com o uso da malha quadriculada.
5	Localização de um ponto na reta	Localizar um número racional na reta numérica.
6	Localização de pontos em um plano	Localizar pontos em um plano com o uso do tabuleiro de Xadrez.
7	Semelhança de triângulos	Identificar as propriedades de triângulos semelhantes.
8	Volume	Calcular o volume de um prisma reto conhecendo suas dimensões.
9	Ângulos	Determinar ângulos nos ponteiros do relógio.

10	Teorema de Pitágoras	Determinar a hipotenusa em um triângulo retângulo através de seus catetos
11	Sistema de equações	Determinar elementos do sistema de equações através da representação geométrica em um plano cartesiano.
12	Ângulos	Determinar ângulos em um triângulo retângulo.
13	Circunferência	Calcular a distância de circunferências concêntricas.
14	Área	Calcular a área de retângulos
15	Semelhança de figuras	Reduzir figuras planas com uso de malha quadriculada.
16	Planificação de figuras espaciais	Fazer a planificação de um prisma reto de base triangular.

## Comentário dos exemplos de questões do 9º ano do ensino fundamental

Nota-se nessa etapa uma mudança na qualidade da inteligência dos alunos, coincidindo com o início do quarto estágio do desenvolvimento proposto por Piaget. Nesse período eles são capazes de sistematizar e desenvolver conhecimentos partindo do abstrato, sendo também momento apropriado para ampliar e aprofundar conhecimentos. Um dos papéis da geometria é desenvolver o raciocínio e a percepção espacial.

Com essa perspectiva, a Prova Brasil aplicada no 9º ano do ensino fundamental aprofunda mais os conhecimentos em geometria dos alunos, por meio da sistematização de habilidades construídas nas séries iniciais do ensino fundamental. Infere-se dos descritores e dos modelos questões apresentadas que a parte visual ainda é bem explorada, pois não é possível separar a geometria dos descritores relacionados ao tema Espaço e Forma, que trata em especial da interpretação a partir da visualização de



objetos.

Sem desenvolver a contento a orientação espacial, que é obtida por intermédio da lateralidade, algumas habilidades de geometria, citadas nos descritores do 9º, podem ser prejudicadas, a exemplo das representações gráficas, movimentação de objetos em mapas, planificação de figuras tridimensionais e interpretação de coordenadas cartesianas.

## 4 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Tradicionalmente, o campo da geometria como objeto de estudo de matemática na educação básica tem sido relegado a segundo plano. Com o advento dos PCN e do PNLD, o qual trouxe maior qualidade para os livros didáticos utilizados pelas escolas da rede pública de ensino brasileira, a geometria passou a ganhar mais destaque, deixando de ser trabalhada apenas no final de cada série. As diretrizes do PNLD fizeram com que ocorresse maior interação entre os conteúdos da álgebra e da aritmética com a geometria. Isso propiciou maior contextualização e significado dos conteúdos de matemática para alunos, facilitando o seu aprendizado.

Nas últimas décadas, houve a expansão dos exames de avaliação externa, com a instituição do SAEB e da Prova Brasil, entre outros. Esses exames explicitam em suas matrizes de referências uma lista de descritores a serem avaliados em matemática, na perspectiva da resolução de problemas. Como é inegável que essas avaliações acabam, de uma maneira ou de outra, impactando o trabalho das escolas, o estudo aqui feito mostrou que há diversos desses descritores associados à geometria, especificamente no campo do espaço e forma. Assim, as avaliações externas também têm contribuído para a maior ênfase da geometria no percurso escolar brasileiro.

Todas essas ações foram fundamentais para oportunizar o desenvolvimento do pensamento geométrico dos estudantes no ensino fundamental, sinalizando para os professores a relevância do tema para a formação.

Nas séries iniciais do ensino fundamental, de acordo com os PCN, houve valorização de conceitos relacionados à orientação espacial, como reconhecer pontos de referência para situar-se, posicionar-se e deslocar-se no espaço. Essa ação exige dos alunos o movimento e a sua interação com outros objetos. Esse movimento não só ajuda o desenvolvimento motor da criança, mas também desenvolve habilidades de direcionalidade, visualização e percepção espacial.

Aliás, a lateralidade e a direcionalidade são capacidades que são desenvolvidas em conjunto e corroboram para o desenvolvimento da orientação espacial, que, de acordo com os PCN, são fundamentais para o desenvolvimento do pensamento geométrico. Com isso, a lateralidade, que se instala definitivamente no início do ensino do ensino fundamental, deve ser considerada no processo de ensino-aprendizagem, especialmente nas séries iniciais, pois a partir dela, habilidades importantes na geometria podem ser prejudicadas caso algum aluno não a desenvolva adequadamente.

Portanto, não é possível a criança identificar a localização de objeto em mapas,

croquis e outras representações gráficas sem ter vivenciado primeiro os conceitos relacionados a orientação espacial, com isso a primeira etapa do desenvolvimento do pensamento geométrico é a interpretação do meio através da vivência. Deste modo, cabe ao professor legitimar essa vivência por intermédio de atividades que propiciem o movimento dentro da própria sala de aula ou do espaço escolar, com o movimento de objetos, carteiras e passeios programados a pontos turísticos, onde será possível a construção de itinerários considerando alguns pontos de referências. Piaget (1970) nos diz que, no estágio pré-operatório, ocorre uma mudança positiva na qualidade da inteligência da criança, devido ao início do uso da linguagem, enquanto Le Boulch (1988) pondera que a criança adquire conhecimento reconhecendo os elementos do espaço a partir do início de suas experiências motoras. Portanto, corpo e a mente devem caminhar juntos como um só elemento, principalmente nas séries iniciais, para a construção de bases sólidas para o desenvolvimento do pensamento geométrico.

Além disso, desde o início da escolaridade, é necessário cuidado com a utilização informal de termos associados à geometria, pois, à medida que se avança no percurso escolar, a matemática precisa ser tratada com o rigor e a formalidade que lhe é inerente. Assim, de acordo com a teoria de Van Hiele, nas séries iniciais do ensino fundamental, os alunos são capazes de identificar objetos e figuras e, por intermédio da manipulação, conseguem descobrir propriedades e determinar conceitos geométricos, com uso de malha quadriculada, por exemplo.

Nas séries finais, muitos conteúdos que são trabalhados partem do aprofundamento de conceitos estudados nas séries iniciais. Isso é possível porque, nessa fase, há uma mudança na qualidade da inteligência das crianças, sendo possível a construção de conceitos abstratos, o que amplia sobremaneira sua capacidade de raciocínio. Nesse período do desenvolvimento, a geometria pode ser aprofundada um pouco mais e relacionada com a álgebra. Assim, o aluno adquire a capacidade de fazer algumas demonstrações, inicialmente informais, e um pouco mais adiante, realizar demonstrações formais. Isso ocorre devido à base adquirida nas séries iniciais, que permitiu uma interação concreta com o meio e com os elementos geométricos nele presente.

Ao final dessa fase, não existe limite para os alunos, suas estruturas mentais já chegaram ao último nível, bastando agora a ampliação e o aprofundamento de habilidades. Com isso, adquire condições para trabalhar com sistemas axiomáticos diferentes da geometria euclidiana e compreende conceitos que dão veracidade aos axiomas e postulados.

O estudo aqui apresentado evidenciou que todo esse desenvolvimento da criança

parte da exploração e apropriação da lateralidade, que ocorre na infância, sendo fundamental que o professor da educação infantil já tenha percepção e conhecimento disso como parte integrante do desenvolvimento humano, a fim de induzi-la. Além disso, cumpre observar que o desenvolvimento do pensamento geométrico deve contribuir para a melhor compreensão do mundo pelo indivíduo, auxiliando sua inserção na sociedade.

## Referências

- [1] BELL, A, *Lefty or righty?*, Parenting. 2005.
- [2] BRASIL, INSTITUTO NACIONAL DE ESTUDOS E PESQUISAS EDUCACIONAIS ANÍSIO TEIXEIRA (INEP), *Exemplos de Questões.*, Acessado em 10 de janeiro de 2014. Disponível em: <http://portal.inep.gov.br/web/saeb/exemplos-de-questoes2>.
- [3] BRASIL, MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO, *PDE: Plano de Desenvolvimento da Educação: Prova Brasil: ensino fundamental: matrizes de referência, tópicos e descritores.*, Brasília: MEC, SEB, Inep, 2008.
- [4] BRASIL, MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO., *Plano Nacional do Livro Didático (PNLD). Guia de livros didáticos PNLD 2014 – Anos Finais do Ensino Fundamental.*, Eureka, 2014.
- [5] BRASIL, MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO., *Referencial curricular nacional para a educação infantil*, Secretaria de Educação Fundamental. MEC/SEF, v(3). Brasília. 2002.
- [6] BRASIL, SECRETARIA DE EDUCAÇÃO FUNDAMENTA., *Parâmetros Curriculares Nacionais : Matemática*, Fundamental. Brasília: MEC /SEF, 1998.
- [7] COLE, MICHAEL; COLE, SHEILA R., *O Desenvolvimento da Criança e do Adolescente.*, 4<sup>a</sup> ed. Porto Alegre: Artmed, 2003.
- [8] COSTE, J. C., *A psicometricidade.*, Guanabara Koogan. 1992.
- [9] CROWLEY, MARY L., "The van Hiele Model of the Development of Geometric Thought". In *Learning and Teaching Geometry.*, K-12, 1987 Yearbook of the National Council of Teachers of Mathematics, edited by Mary Montgomery Lindquist, pp.1-16. Reston, Va.: National Council of Teachers of Mathematics. 1987
- [10] DE LA TAILLE, Y., *O lugar da interação social na concepção de Jean Piaget.* In: DE LA TAILLE, Y.; DE OLIVEIRA, M. K.; DANTAS, H. *Piaget, Vygotsky, Wallon: teorias psicogenéticas em discussão.*, São Paulo: Summus. 1992
- [11] FARIA, A. M., *Lateralidade: Implicações no desenvolvimento infantil.*, 2<sup>a</sup> edição. Sprint. 2004.

- [12] FERREIRO, E.; GARCÍA, R., *Apresentação. In: PIAGET, Jean. Introducción a la epistemologia genética: el pensamiento matemático.*, Buenos Aires: Paidós. 1975.
- [13] FONSECA, V.; OLIVEIRA, J., *Aptidões psicomotoras e de aprendizagem - Estudo Comparativo e Correlativo com base na Escala de McCarthy.*, Lisboa: Âncora Editora. 2009
- [14] FREUDHENTAL, H., *Mathematics as an educational task.*, Dordrecht: Reidel. 1973
- [15] GOMES, B., *Desenvolvimento Psicomotor e Aprendizagem da Matemática - Estudo de relação entre o esquema corporal, a percepção visual e as habilidades matemáticas precoces em crianças de idade pré-escolar.*, Dissertação elaborada com vista a obteção do grau de Mestre em Educação Especial. FMH- UTL. 2007.
- [16] GUARDIOLA; FERREIRA; ROTTA., *Associação entre desempenho das funções corticais e alfabetização em uma amostra de escolares de primeira série de Porto Alegre.*, Arquivos de Neuro-psiquiatria, 56 (1), 281-288. 1998.
- [17] GUIMARÃES, DANIELA., *Educação de Corpo Inteiro: O corpo na escola.*, TV escola. Ano XVIII. boletim 04 Abril de 2008.
- [18] JOBIM, ANA PAULA., *Psicomotricidade: Histórico e Conceitos.*, IX Salão de Iniciação Científica e Trabalhos Acadêmicos. Universidade Luterana do Brasil – Guaíba/ RS. 2008.
- [19] LE BOULCH, J., *Educação Psicomotora: psicogenética na idade escolar.*, Porto Alegre: Artes Médicas. 1987.
- [20] LE BOULCH, J., *O corpo na escola no século XXI: práticas corporais.*, 1988. São Paulo: Phorte, 2007.
- [21] LORENZATO, SÉRGIO., *Porque não ensinar geometria.*, A educação matemática em revista – SBEM. Primeiro semestre de 1995, n. 4.
- [22] MACEDO, C. S.; ANDREUCCI, L. C.; MONTELLI., *Alterações cognitivas em escolares de classe sócio - econômica desfavorecida: resultados de intervenção psicopedagógica.*, Arquivos de Neuro-psiquiatria. 2004.

- [23] MARTINS, R., *Dificuldades de Aprendizagem - Estudo de perfis de crianças com e sem dificuldades de aprendizagem em variáveis do âmbito psicomotor, cognitivos, sócio-emocional e do desempenho escolar.*, Dissertação apresentada com vista a obtenção do grau de Doutor na especialidade de Educação Especial e Reabilitação. Lisboa: FMH-UTL. 2000.
- [24] MONTOITO, RAFAEL; LEIVAS, JOSÉ CARLOS PINTO., *A representação do espaço na criança, segundo Piaget: Os processos mentais que conduzem a formação da noção do espaço euclidiano.*, Santa Maria: Vidya, v. 32. 2012.
- [25] O'DAFFER, P., *Geometry: what shape for a comprehensive, balanced curriculum? In LINDQUIST, M. M.*, Selected issues in mathematics education. Berkeley: McCutchan. 1980.
- [26] OLIVEIRA, LÚCIA HELENA DE, *CANHOTOS: Essa sofrida gente de esquerda.*, Revista Super Interessante. Nº 2, novembro de 1987.
- [27] PÁDUA, GELSON LUIZ DALDEGAN DE., *A Epistemologia Genética de Jean Piaget.*, Revista FACEVVE, nº 2, páginas 22-35. 1º semestre de 2009
- [28] PASTOR, ADELA JAIME., *Aplicación del Modelo de Van Hiele: La Enseñanza De Las Isometrías Del Plano. La Evaluación del Nivel de Razonamiento.*, Tese de doutorado. Universidade de Valência. 1993.
- [29] PATRÍCIO, E., *Desenvolvimento Psicomotor e Aprendizagem da Matemática.*, Dissertação elaborada com vista a obteção do grau de Mestre em Educação Especial. Lisboa: FMH- UTL. 2011.
- [30] PIAGET, J., *O nascimento da inteligência na criança.*, Rio de Janeiro: Zahar. 1975.
- [31] PIAGET, J., *Seis estudos de psicologia.*, Rio de Janeiro: Forense Universitária. 1973.
- [32] PIAGET, J., *A Equilibração das Estruturas Cognitivas. Problema central do desenvolvimento.*, Trad. Álvaro Cabral. Rio de Janeiro: Zahar. 1976.
- [33] PIAGET, J., *Biologia e Conhecimento.*, Trad. Francisco M. Guimarães. Petrópolis: Vozes. 1973. 423p.

- [34] PIAGET, J., *Epistemologia genética.*, Tradução de Álvaro Cabral. 3. ed. São Paulo: Martins Fontes, 2007. 1970.
- [35] PIRES, ROSANGELA SANTOS., *Psicomotricidade.*, São Paulo. Ieditora. 2010.
- [36] PIROLA, N. A., *Espaço e Forma da Educação Infantil.*, In Pirola, N.; Caldeira, A. M. A.; Moraes, M. S. S. E Nardi, R. (Eds.), Coletânea de Textos. Centro de Educação Continuada em Educação Matemática, Científica e Ambiental – CEC-CEMCA. (pp. 192 a 237). São Paulo, Brasil. 2006.
- [37] SADDO, ALMOULOU AG, ET AL., *A geometria no ensino fundamental: reflexões sobre uma experiência de formação envolvendo professores e alunos.*, Revista Brasileira de Educação. Set/out/nov/dez, nº 27. 2004.
- [38] SANTOS, S. R., E OLIVEIRA, V. B, *Intervenção psicomotora lúdica na construção do pensamento operatório.*, Boletim Academia Paulista de Psicologia , XXIX, Núm. 1, pp. 164- 182. 2009.
- [39] SHAFFER, DAVID R., *Psicologia do Desenvolvimento: Infância e Adolescência.*, São Paulo. 2005.
- [40] SOUZA, KÊNIA BOMTEMPO., *Piaget e a Contrução de Conceitos Geométricos.*, Revista Eletrônica temporis [ação]. Unidade Universitária Cora Coralina. Volume 1, nº 9 de 2008.
- [41] VALENTE, WAGNER RODRIGUES., *Livro didático e educação matemática: uma história inseparável.*, ZETETIKÉ – Cempem – FE – Unicamp – v. 16 – n. 30 – jul./dez. – 2008.
- [42] VAN HIELE, DINA GELDOF., *The Didactic of Geometry in the Lowest Class of Secondary School. "An Investigation of the van Hiele Model of Thinking in Geometry among Adolescents"*., Research in Science Education (RISE). Washington. D.C.: NSF, 1984a. (Original work published in 1957).
- [43] VAN HIELE, P.M., *Structure insight. A theory the mathematics education.*, (Academic Press: Londres). 1986.
- [44] VAN HIELE, P.M., *A Child's Thought and Geometry. "An Investigation of the Van Hiele Model of Thinking in Geometry among Adolescents"*., Research in Sci-



ence Education (RISE). Washington. D.C.: NSF, 1984a. (Original work published in 1959).

- [45] VELOSO, E., *Notas sobre o ensino da geometria. Há vida para além dos prismas, paralelepípedos, cubos, esferas, cilindros e cones.*, Educação e Matemática, 96, 18-19. 2008.

<http://portal.inep.gov.br/web/saeb/exemplos-de-questoes2>