



Universidade de Brasília  
Instituto de Ciências Exatas  
Departamento de Matemática

A INFLUÊNCIA DO ORIGAMI NO PROCESSO ENSINO-APRENDIZAGEM DA  
GEOMETRIA DO 9º ANO - ENSINO FUNDAMENTAL

MARCONDES SABÓIA SILVA

Brasília - 2014

MARCONDES SABÓIA SILVA

A INFLUÊNCIA DO ORIGAMI NO PROCESSO  
ENSINO-APRENDIZAGEM DA GEOMETRIA DO 9º ANO - ENSINO  
FUNDAMENTAL

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado à Universidade de Brasília,  
como parte das exigências do Programa de Pós-Graduação Mestrado  
Profissional em Matemática em Rede Nacional, para obtenção do título de  
Mestre.

Orientador: Dr. Rui Seimetz

Ficha catalográfica elaborada pela Biblioteca Central da Universidade de Brasília. Acervo 1016062.

S586i Silva, Marcondes Sabóia.  
A influência do origami no processo ensino-aprendizagem da geometria do 9º ano - ensino fundamental / Marcondes Sabóia Silva. -- 2014.  
58 f. : il. ; 30 cm.

Dissertação (mestrado) - Universidade de Brasília, Programa de Pós-Graduação Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional, 2014.

Inclui bibliografia.

Orientação: Rui Seimetz.

1. Origami. 2. Geometria - Estudo e ensino.  
3. Aprendizagem. I. Seimetz, Rui. II. Título.

CDU 514:371.31

Universidade de Brasília  
Instituto de Ciências Exatas  
Departamento de Matemática

# A Influência do Origami no Processo Ensino-Aprendizagem da Geometria do 9º Ano – Ensino Fundamental.

por

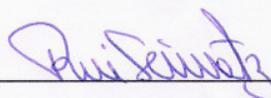
**MARCONDES SABÓIA SILVA\***

*Dissertação apresentada ao Corpo Docente do Programa de Pós-Graduação em Matemática-UnB, como requisito parcial para obtenção do grau de*

**MESTRE EM MATEMÁTICA**

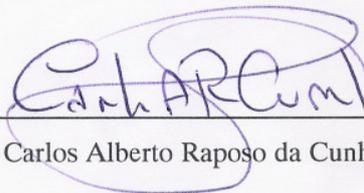
Brasília, 06 de junho de 2014.

Comissão Examinadora:



---

Prof. Dr. Rui Seimetz – MAT/UnB (Orientador)



---

Prof. Dr. Carlos Alberto Raposo da Cunha – UFSJ/MG



---

Prof. Dr. Adail de Castro Cavalheiro – MAT/UnB

\* O autor foi bolsista CAPES durante a elaboração desta dissertação.

## **Dedicatória**

A toda minha família, especialmente a minha mãe Ana Maria de Sabóia Silva (in memoriam).

## Agradecimentos

Agradeço primeiramente a DEUS que sempre está ao meu lado em todos os lugares.

Agradeço a minha mãe Ana Maria de Sabóia Silva (in memoriam) que foi fundamental na transmissão de valores que me tornaram o homem que sou hoje. Sou feliz e agradeço a DEUS por ter cada um dos meus irmãos: Mayco, Mansuêto, Marcélia e Maciel. Obrigado por vocês existirem em minha vida.

Agradeço a todos os professores da UnB pelas contribuições que deram à minha fundamentação teórica como professor de Matemática, em especial, ao meu orientador professor Dr. Rui Seimetz que dedicou momentos importantes de seu convívio para me auxiliar na concretização desse trabalho.

Agradeço a todos os colegas do PROFMAT que compartilharam comigo as suas belas resoluções de exercícios, seus problemas pessoais e as experiências profissionais.

Agradeço a CAPES, que através do auxílio financeiro da bolsa de estudos, proporcionou um incentivo a mais para realização do curso.

Não posso esquecer também dos meus alunos e dos meus colegas de trabalho, especialmente do professor Wüllner que me auxiliou bastante nas aplicações em sala de aula e da professora Erilda (intérprete) que viabilizou esse trabalho para os alunos deficientes auditivos.

Finalmente agradeço a minha esposa Isabel e ao meu filho Ricardo pelo companheirismo em vários momentos desse curso.

“Por toda parte existe Geometria.”

Platão

## Resumo

O objetivo principal desse trabalho é analisar o quanto a técnica do Origami influencia no processo ensino-aprendizagem da Geometria Euclidiana no Ensino Fundamental, em particular no 9º ano. Para isso foram elaborados um questionário para professores e uma avaliação diagnóstica para os alunos do 9º ano com conceitos básicos de Geometria, referentes a séries anteriores.

Foi feita uma experiência em sala de aula, na qual cinco turmas do 9º ano foram divididas em dois grupos. Um dos grupos estudou Geometria com o auxílio do Origami e o outro grupo teve o mesmo conteúdo, mas de forma tradicional.

Depois houve uma análise e uma comparação de resultados entre os dois grupos.

Palavras-chave: Geometria Euclidiana, Origami.

## ABSTRACT

The main objective of this paper is to analyze how the technique of origami influences on the teaching-learning process of Euclidean geometry in elementary school, particularly in the 9<sup>th</sup> grade. For this a questionnaire for teachers and a diagnostic assessment for students in 9<sup>th</sup> grade with basic concepts of geometry relating to previous series were produced.

We made in the classroom, in which five groups of the 9<sup>th</sup> grade were divided into two groups was made. One of the groups studied geometry with the aid of Origami and the other group had the same content but in a traditional way.

Then there was an analysis and comparison of results between the two groups.

Keywords: Euclidean geometry, Origami

# Sumário

<b>Introdução</b>	<b>11</b>
<b>1 Justificativa Teórica</b>	<b>13</b>
<b>2 Geometria Euclidiana e Origami</b>	<b>15</b>
2.1 Um breve histórico da Geometria . . . . .	15
2.2 A origem do Origami . . . . .	17
<b>3 Questionário aplicado a docentes e Avaliação Diagnóstica</b>	<b>20</b>
3.1 Questionário aplicado a docentes . . . . .	20
3.2 Avaliação Diagnóstica . . . . .	24
3.2.1 Questionário associado às respostas da Avaliação Di- agnóstica . . . . .	32
<b>4 Metodologias de ensino</b>	<b>36</b>
<b>5 Aplicações do Origami</b>	<b>38</b>
<b>6 Comparação de resultados</b>	<b>46</b>
6.1 Avaliação . . . . .	46
6.1.1 Provas, testes e trabalhos . . . . .	47
6.1.2 A lição de casa . . . . .	47
6.1.3 Autoavaliação . . . . .	48

6.2	Como os alunos foram avaliados . . . . .	48
<b>7</b>	<b>Considerações finais</b>	<b>52</b>
<b>Bibliografia</b>		<b>55</b>
	empty	

# Introdução

O processo ensino-aprendizagem da Matemática tem sido motivo de preocupação ao longo dos tempos na Secretaria de Estado de Educação do Distrito Federal. É comum várias pessoas acreditarem que ensinar e aprender Matemática são dons divinos, exclusivo de uns poucos privilegiados com uma inteligência acima da média.

A preocupação com as causas das dificuldades do ensino e da aprendizagem em Matemática em todos os níveis de ensino tem sido objeto de inúmeros estudos e várias são as tentativas de amenizar tal problema que assola nossa educação escolar.

Esse trabalho está organizado da seguinte forma:

Inicialmente temos uma justificativa teórica fundamentada principalmente nos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN's).

Na segunda parte apresentamos: um breve histórico da Geometria Euclidiana e os axiomas de Euclides; um resumo sobre a origem do Origami e os axiomas de Huzita-Hatori.

No terceiro capítulo é feito uma análise de dados referente a um questionário aplicado a 32 professores de escolas públicas e/ou privadas do Distrito Federal e Entorno. São feitos, também, comentários sobre uma Avaliação Diagnóstica aplicada em sala de aula para 173 alunos do 9º ano do Centro de Ensino Fundamental 120 de Samambaia Sul-DF. Em seguida mostramos resultados referentes a um questionário aplicado aos alunos. Esse questionário está associado às respostas da Avaliação Diagnóstica.

No quarto capítulo temos as metodologias desenvolvidas nas cinco turmas do 9º ano do Centro de Ensino Fundamental 120 de Samambaia Sul-DF.

No quinto capítulo mostramos uma das aplicações do Origami em sala de

---

aula desenvolvida nas turmas A, B e C do 9º ano do CEF 120 de Samambaia Sul.

No sexto capítulo falamos sobre os métodos de avaliação aplicados e apresentamos uma comparação dos resultados obtidos em sala de aula com as turmas que trabalharam Geometria com a técnica do Origami e as turmas que viram o mesmo conteúdo, mas de forma tradicional.

No sétimo capítulo temos as considerações finais.

Depois, a bibliografia.

E por último os anexos, onde constam: depoimentos de alunos que utilizaram o Origami como apoio didático no processo ensino-aprendizagem da Geometria, depoimento da professora intérprete para deficientes auditivos e um vídeo com aplicações do Origami.

# Capítulo 1

## Justificativa Teórica

Os Parâmetros Curriculares Nacionais de Matemática têm como finalidade fornecer elementos para ampliar o debate nacional sobre o ensino dessa área do conhecimento, socializar informações e resultados de pesquisas, levando-as ao conjunto dos professores brasileiros.

Visam a construção de um referencial que oriente a prática escolar de forma a contribuir para que toda criança e jovem brasileiros tenham acesso a um conhecimento matemático que lhes possibilite de fato sua inserção, como cidadãos no mundo, no trabalho, nas relações sociais e na cultura.

Os Parâmetros Curriculares Nacionais explicitam o papel da Matemática no ensino fundamental pela proposição de objetivos que evidenciam a importância de o aluno valorizá-la como instrumento para compreender o mundo à sua volta e de vê-la como área do conhecimento que estimula o interesse, a curiosidade, o espírito de investigação e o desenvolvimento da capacidade para resolver problemas. Destacam a importância de o aluno desenvolver atitudes de segurança com relação à própria capacidade de construir conhecimentos matemáticos, de cultivar a autoestima, de respeitar o trabalho dos colegas e de perseverar na busca de soluções.

A avaliação em suas dimensões processual e diagnóstica é tratada como parte fundamental do processo ensino-aprendizagem por permitir detectar problemas, corrigir rumos, apreciar e estimular projetos bem-sucedidos.

Com base nesses trechos desenvolvemos um trabalho utilizando a arte do Origami como instrumento de apoio didático. Optamos por essa técnica, pois para realizá-la é necessário basicamente papel, o qual é um material

relativamente de baixo custo e de fácil acesso. Em algumas aulas utilizamos papéis usados que iriam direto para o lixo.

Tomando a Geometria como referência, esse trabalho tem como objetivo apresentar resultados sobre a arte do Origami aplicada na Geometria no 9º ano do Centro de Ensino Fundamental 120 de Samambaia Sul-DF.

A escolha desse tema ocorreu devido ao processo ensino-aprendizagem da Matemática ter sido motivo de preocupação ao longo dos anos na Secretaria de Estado de Educação do Distrito Federal.

## Capítulo 2

# Geometria Euclidiana e Origami

Neste capítulo apresentamos um pouco da história da Geometria e sua importância na evolução do conhecimento geométrico da humanidade e os axiomas da Geometria como sistema dedutivo apresentado por Euclides.

Também mostramos nesse capítulo um breve histórico do surgimento do Origami e seus axiomas.

### 2.1 Um breve histórico da Geometria

As primeiras noções geométricas surgiram quando o homem viu-se compelido a efetuar medidas, isto é, a comparar distâncias e a determinar as dimensões dos corpos que o rodeavam. Egípcios, Assírios e Babilônios já conheciam as principais figuras geométricas e as noções de ângulo que usavam nas medidas de área e na Astronomia.

A maior parte do desenvolvimento da Geometria resultou de esforços feitos, através de muitos séculos, para construir-se um corpo de doutrina lógica que correlacionasse os dados geométricos obtidos da observação e medida. Pelo tempo de Euclides (cerca de 300 a.C.) a ciência da Geometria tinha alcançado um estágio bem avançado. Muitos dos resultados de Euclides já haviam sido afirmados por matemáticos gregos anteriores, porém ele foi o primeiro a demonstrar como essas proposições poderiam ser reunidas em um abrangente sistema dedutivo.

Embora se tenham perdido mais da metade dos seus livros, ainda restaram os treze famosos livros que constituem “Os Elementos”, ou Stoicheia,

que foram publicados por volta de 300 a.C., contemplando a Aritmética, a Geometria e a Álgebra.

A Geometria apresentada por Euclides foi o primeiro sistema de ideias desenvolvido pelo homem, no qual umas poucas afirmações simples, chamadas de axiomas, são admitidas sem demonstração e então utilizadas para provar outras proposições (teoremas) mais complexas. Este sistema de ideias é chamado de sistema dedutivo.

Na Matemática, Geometria Euclidiana é a Geometria baseada nos axiomas de Euclides de Alexandria.

Na nossa concepção, não é o momento adequado para apresentar, no Ensino Fundamental, uma teoria axiomática formal para a Geometria. Mas é importante estabelecer conceitos básicos, introduzindo as entidades fundamentais (ponto, reta, plano, espaço) como noções primitivas e apresentando alguns dos axiomas como propriedades a serem aceitas, intuitivamente, sem demonstração.

Muitas vezes o aluno recebe com certa surpresa o fato de que a Geometria se baseia em algumas noções para as quais não é apresentada definição e em algumas propriedades para as quais não é apresentada uma demonstração. É importante que o professor esclareça que isto ocorre com qualquer teoria matemática.

O fato de ponto, reta, plano e espaço serem noções primitivas da Geometria não significa que não se possa reforçar a intuição do aluno a respeito dessas noções. De certa forma, isto ocorria já em os Elementos de Euclides, em que, por exemplo, ponto é definido como “aquilo que não possui partes” (ou seja, é indivisível), linha é “o que possui comprimento, mas não largura” e reta é “uma linha que jaz igualmente com respeito a todos os seus pontos” (isto é, uma linha onde não existem pontos “especiais”).

Embora tais descrições não possam ser utilizadas como definições (por utilizarem outros termos não definidos, como “comprimento”, “largura”, etc.), ajudam a correlacionar entidades matemáticas com imagens intuitivas. Deve-se, porém, esclarecer para o aluno que, do ponto de vista matemático, o que importa é estabelecer uma quantidade mínima de propriedades (axiomas) que sejam capazes de caracterizar o comportamento destas entidades.

## Axiomas de Euclides

Com uma linguagem bem simples, citaremos os axiomas relacionados às noções de ponto, reta, plano e espaço, e que podem ser utilizados como axiomas da Geometria Espacial:

1. Por dois pontos do espaço passa uma única reta.
2. Por três pontos não colineares passa um único plano.
3. Se uma reta tem dois de seus pontos em um plano, então ela está contida nesse plano.
4. Se dois planos possuem um ponto em comum, então eles possuem pelo menos uma reta em comum, o que equivale a dizer que um plano separa o espaço em duas regiões denominadas semiespaços.
5. Axioma das paralelas: por um ponto fora de uma reta  $r$  pode-se traçar uma única reta paralela a reta  $r$ .

## 2.2 A origem do Origami

Origami é uma palavra formada das partes *oru* (dobrar) e *kami* (papel). A origem exata do Origami é desconhecida, mas acredita-se que tenha surgido como uma decorrência natural da invenção e divulgação do papel, e ainda segundo alguns pesquisadores está relacionada com um costume ou crença religiosa de épocas passadas. Mas não há dúvidas de que se desenvolveu no Japão e, mesmo sendo desenvolvido também em outros países o nome origami é compreendido em todo lugar. Segundo alguns estudiosos as primeiras figuras de origami surgiram na antiguidade, por volta do século VI, quando um monge budista trouxe para o Japão o método de fabricação do papel da China, via Coréia, onde até então não era conhecido. Estes origamis eram uma mistura de origami com kirigami, que é a arte de formar figuras através de recortes de papéis; tais origamis eram confeccionados utilizando papéis manufaturados. Recortavam-se os papéis quadrados ou retangulares em forma de raio, dobrando-se a seguir em formato de nusa ou shide que são objetos utilizados durante as cerimônias. Essas dobraduras eram feitas seguindo o método kirikomiorigami, que quer dizer origami com recortes. Se formos analisar o conceito de Origami temos a impressão de ser algo bastante

fácil, mas os princípios básicos ditam que o Origami deve ser confeccionado a partir de um papel plano, bidimensional, afim de que o resultado seja um objeto tridimensional, isto ainda sem utilizar-se de outros materiais como tesoura, cola e similares.

A partir da fabricação do papel no Japão, a população japonesa passa a conhecer e aprimorar o Origami, transmitindo de pai para filho.

Durante a Era Edo (1590-1868), o Origami passa a ser praticado principalmente pelas mulheres e crianças independente da classe social. Até o final desta era foram criados aproximadamente setenta tipos de origami, tais como o “tsuru” (dobradura conhecida também como cegonha e grou, que são aves de bico grande), sapo, íris, lírio, navio, cesta, balão, homem, etc. Estes receberam a denominação de origami, “origaka”, “orisue”, “tatami-gami”, etc. Alguns origamis vêm sendo transmitidos de geração em geração até os dias de hoje.

Há registros de que no século XVIII, um grupo de japoneses se apresentou em Paris, demonstrando vários origamis, como o tradicional tsuru. Como fruto deste intercâmbio, em 1886, surgiu na literatura inglesa o origami de um pássaro voando.

Enquanto o intercâmbio internacional tornava o Origami conhecido em todo o mundo, após a I Guerra Mundial as aulas de Origami foram eliminadas das escolas japonesas, alegando que eram consideradas não-didáticas para o sistema educacional. Este tema ainda vem sendo discutido, pois após essa retirada o Origami se tornou restrito a crianças e ambientes familiares.

### **Axiomas de Huzita-Hatori**

Como nas construções geométricas tradicionais, as construções realizadas com dobraduras são regidas por um corpo axiomático. Conhecidos por Huzita-Hatori, ou Huzita-Justin, os axiomas numerados a seguir regem todas as construções geométricas realizáveis com dobraduras de papel:

1. Dados dois pontos  $P_1$  e  $P_2$ , há uma única dobra que passa por esses dois pontos.
2. Dados dois pontos  $P_1$  e  $P_2$ , há uma única dobra que coloca  $P_1$  sobre  $P_2$ .
3. Dadas duas linhas  $L_1$  e  $L_2$ , há uma única dobra que coloca  $L_1$  sobre  $L_2$ .
4. Dado um ponto  $P_1$  e uma linha  $L_1$ , há apenas uma dobra perpendicular

a  $L_1$  que passa por  $P_1$ .

5. Dados dois pontos  $P_1$  e  $P_2$ , e uma linha  $L_1$ , há uma dobra que coloca  $P_1$  sobre  $L_1$  e passa por  $P_2$ .

6. Dados dois pontos  $P_1$  e  $P_2$ , e duas linhas  $L_1$  e  $L_2$ , há uma dobra que coloca  $P_1$  sobre  $L_1$  e  $P_2$  sobre  $L_2$ .

7. Dado um ponto  $P$  e duas linhas  $L_1$  e  $L_2$ , há uma dobra que coloca  $P$  sobre  $L_1$  e é perpendicular a  $L_2$ .

Esses axiomas têm uma íntima relação com os Axiomas de Euclides, e sua interpretação algébrica nos permite mostrar que se trata de uma poderosa ferramenta geométrica.

No capítulo seguinte temos os resultados de:

- . Um questionário aplicado para professores de Matemática;
- . Uma avaliação diagnóstica aplicada para alunos do 9º ano do ensino fundamental;
- . Um questionário associado à avaliação diagnóstica.

## Capítulo 3

# Questionário aplicado a docentes e Avaliação Diagnóstica

Neste capítulo apresentamos os resultados de um questionário aplicado a professores de Matemática de escolas públicas e/ou privadas do Distrito Federal e Entorno.

Mostramos, ainda neste capítulo, resultados de uma avaliação diagnóstica aplicada para os alunos do 9º ano do Ensino Fundamental do Centro de Ensino 120 de Samambaia Sul-DF (associado a essa avaliação temos um questionário).

### 3.1 Questionário aplicado a docentes

Na semana de 13 a 17 de janeiro de 2014, aconteceu no auditório da Faculdade de Tecnologia da UnB, através de vídeo-conferência, mais uma edição do Programa de Aperfeiçoamento para Professores de Matemática do Ensino Médio – PAPMEM, que é um programa em Rede Nacional desenvolvido pelo Instituto de Matemática Pura e Aplicada – IMPA.

Com autorização prévia do professor Dr. Rui Seimetz, pedi que os professores respondessem de forma aberta e sem necessidade de se identificar o questionário a seguir. Esse questionário visa conhecer um pouco mais sobre o ensino da Geometria nas escolas públicas do Distrito Federal.

### Questionário para docentes

1. Você leciona Matemática na rede pública e/ou privada?
2. Em qual cidade satélite você leciona?
3. Em qual ou em quais séries você lecionou Matemática em 2013?
4. Os seus alunos têm mais dificuldade em aprender Geometria ou Álgebra?
5. Você acha que os alunos do 9º ano do Ensino Fundamental têm dificuldades em Geometria?
6. Em qual ou em quais bimestres você costuma lecionar Geometria?
7. Você acha que a Geometria ensinada apenas no 4º bimestre acarreta algum prejuízo para os alunos?
8. Você como professor, sempre consegue ministrar todo o conteúdo proposto de Geometria?
9. O que você pode sugerir para melhorar o ensino de Geometria no Ensino Fundamental das escolas públicas do Distrito Federal?
10. Você acredita que se os alunos manipulassem dobraduras de papel no processo ensino-aprendizagem, eles reteriam melhor os conhecimentos geométricos?

Participaram dessa pesquisa 32 professores. Quanto as respostas desse questionário, temos o seguinte:

Em números absolutos temos: 28 professores que lecionam em escolas públicas, 5, em escolas particulares e 2 lecionam em ambas as modalidades. A primeira pergunta um professor respondeu SIM, não sendo possível, portanto, determinar em qual ou em quais modalidades ele leciona.

Esses professores lecionam em 12 Regiões Administrativas do Distrito Federal, além de outros 4 professores lecionarem, cada um deles, em Arinos-MG, Unaí-MG, Águas Lindas-GO e Valparaíso-GO.

No que diz respeito as séries em que eles lecionaram em 2013, estão bem distribuídos entre o 6º ano do Ensino Fundamental até o 3º ano do Ensino Médio, não sendo significativa a diferença entre o número de professores que lecionaram em determinada série, ressaltando apenas que um professor trabalhou com a modalidade EJA – Educação de Jovens e Adultos.

Dos professores consultados, 14 acham que os alunos têm mais dificuldades em aprender Geometria, 13 acreditam que os alunos têm mais dificuldades em aprender Álgebra e 5 concordam que os alunos têm dificuldades em aprender ambas.

Vinte e oito professores responderam que os alunos do 9º ano têm dificuldades em aprender Geometria, 2 professores acharam que eles não têm essa dificuldade e 2 professores não opinaram.

Para a sexta pergunta os resultados foram: 3 professores disseram que lecionam Geometria apenas no 1º bimestre, 5 apenas no 2º bimestre, 6 apenas no 3º bimestre, 6 apenas no 4º, 5 apenas nos 3º e 4º bimestres, 1 professor leciona Geometria nos 2º, 3º e 4º bimestres e por fim 11 professores lecionam Geometria nos quatro bimestres.

Quase que de forma unânime os professores acreditam que Geometria ensinada apenas no 4º bimestre acarreta algum prejuízo para os alunos. Houve 3 professores que deram as seguintes respostas cada um: depende da turma, quase sempre e não há prejuízo algum.

Apenas 6 professores responderam que conseguem ministrar todo o conteúdo proposto de Geometria, 21 professores disseram que não, 1 professor disse que depende da turma e 2 professores responderam que conseguem de forma superficial. Dois professores não opinaram.

Para melhorar o ensino de Geometria no Ensino Fundamental os professores propuseram:

- Evitar algebrização excessiva na Geometria, além de trazê-la para o cotidiano do aluno;
- Tornar a Geometria uma disciplina específica;
- O professor deve ministrar aulas práticas e projetos de oficinas;
- A escola deve ter laboratórios de Matemática e especificamente de Geometria;
- O professor deve utilizar elementos concretos;
- A apresentação do conteúdo deve ser mais dinâmica;
- Dividir a quantidade de aulas, por exemplo: 3 aulas de Álgebra e 2 de Geometria, para poder ensinar Geometria durante todo o ano;

- Aulas com objeto de manipulação;
- Trabalhar simultaneamente Álgebra com Geometria;
- Domínio maior do conteúdo por parte dos professores;
- A implantação da Parte Diversificada como um laboratório de Matemática;
- Desmembrar o conteúdo da disciplina; professor específico e qualificado e maior participação da família na vida escolar do aluno;
- Abordar Geometria sempre no 1º bimestre;
- Capacitar um professor específico para Geometria;
- Começar Geometria nas séries iniciais;
- É necessário ter salas-ambiente e saídas de campo;
- Maior abertura das escolas para elaboração de atividades escolares coletivas como Feiras de Ciências;
- A volta das aulas específicas para Geometria, como, por exemplo, Desenho Geométrico;
- Ministrando Geometria nos quatro bimestres, seguindo um ritmo no qual a Geometria fique dividida de forma organizada;
- Ter um currículo e uma fiscalização para que os professores ministrem os conteúdos ao longo do ano;
- Oficinas com materiais específicos, paciência e uma revisão bem trabalhada;
- Materiais didáticos adequados, laboratórios e aperfeiçoamento contínuo dos professores;
- Colocar o conteúdo, habilidades e competências em mais de uma frente. Disponibilizar mais de um professor por turma;
- Focar Geometria Plana nos três primeiros bimestres e no 4º bimestre iniciar Geometria Espacial;
- Que os professores se preocupem mais em ministrar os conceitos geométricos;
- Trabalhar o conteúdo de forma prática;
- Reestruturar o conteúdo de Álgebra.

Para a décima pergunta, 30 professores acreditam que se os alunos mani-

pulassem dobraduras de papel, os alunos reteriam melhor os conhecimentos. Apenas um professor acredita que não; e um outro professor respondeu que isso é válido para alguns alunos.

Pesquisando vários livros do 9º ano, verificamos que o conteúdo de Geometria é colocado nos últimos capítulos, ou seja, caso o professor trabalhe os conteúdos na sequência como são propostos, talvez não haja tempo suficiente para ministrar esse conteúdo de forma mais ampla. Inclusive um desses livros pesquisados foi adotado este ano no Centro de Ensino Fundamental 120 de Samambaia Sul – escola na qual foi desenvolvida a experiência com Origami. Esse livro foi adotado em 2014 e será usado no mínimo por três anos; seu autor é Luiz Roberto Dante, Projeto Teláris: Matemática.

Analisando alguns livros constatamos que um dos motivos pelo qual a Geometria é deixada para os últimos capítulos é o nível de dificuldade exigido para resolver determinadas questões.

Muitos exercícios de Geometria do 9º ano exigem conteúdos como: operações com radicais, equações do 2º grau, leis do seno e do cosseno, Teorema de Pitágoras, proporcionalidade, seno, cosseno e tangente dos ângulos notáveis, dentre outros que são pré-requisitos para resolver certos problemas.

Baseado em experiências realizadas em sala de aula acreditamos que a parte geométrica pode ser trabalhada no decorrer dos quatro bimestres, aumentando-se gradativamente o nível de dificuldade dos exercícios, conforme o conteúdo ministrado. Por exemplo, no 9º ano quando são dadas as operações com radicais, pode-se trabalhar perímetros, áreas e volumes, explorando as propriedades com radicais aritméticos.

## 3.2 Avaliação Diagnóstica

A avaliação diagnóstica visa ter informações da presença e ausência de conhecimentos que se espera de um aluno em determinado nível escolar.

Uma avaliação diagnóstica é fundamental para detectar os conhecimentos prévios dos alunos para, com base neles, desenvolver novos conhecimentos que contribuem para uma aprendizagem significativa. Normalmente é realizada no início do período e funciona como uma sondagem do desenvolvimento do

aluno, fornecendo a instituição meios para que se verifique o que e como o aluno aprendeu.

Nas duas primeiras semanas de aula de 2014 foi aplicada uma Avaliação Diagnóstica para as cinco turmas do 9º ano do Centro de Ensino Fundamental 120 de Samambaia Sul. Essa Avaliação Diagnóstica foi composta de exercícios elementares da Geometria, os quais foram retirados de alguns livros do 6º, 7º e 8º anos.

O intuito de escolher questões dessa forma foi de que os participantes tivessem um primeiro contato com os conteúdos necessários para responder os questionamentos.



GOVERNO DO DISTRITO FEDERAL  
SECRETARIA DE ESTADO DE EDUCAÇÃO  
DIRETORIA REGIONAL DE ENSINO DE SAMAMBAIA  
CENTRO DE ENSINO FUNDAMENTAL 120  
QN 120/122 CONJ 04 LT 01 CEP 72320-220 FONE 3901-3119



## AVALIAÇÃO DIAGNÓSTICA DE GEOMETRIA 9º ANO

ALUNO(A): \_\_\_\_\_

SÉRIE: \_\_\_\_\_ TURMA: \_\_\_\_\_ TURNO: \_\_\_\_\_ DATA: \_\_\_\_/\_\_\_\_/\_\_\_\_

PROFESSOR: **Marcondes Sabóia Silva**

### ORIENTAÇÕES:

- 1 – Preencha o cabeçalho com todos os seus dados;
- 2 – Se observar qualquer irregularidade fale com o professor;
- 3 – Esta avaliação não pode ser respondida a lápis;
- 4 – Não empreste e nem solicite qualquer tipo de material ;
- 5 – Não é permitido o uso de corretivo;
- 6 – Questões objetivas não poderão ser rasuradas;
- 7 - Esta avaliação refere-se a conteúdos de Geometria de séries anteriores;
- 8- Todos os cálculos por mais simples que sejam deverão estar na avaliação;
- 9- Em cada uma das questões abaixo assinale apenas uma das opções;
- 10 – Cada questão vale 1,0 ponto.

NOTA

**Questão 01** – A soma dos ângulos internos de qualquer triângulo é:

- a) 45°
- b) 90°
- c) 180°
- d) 360°

**Questão 02** – Um triângulo é um triângulo escaleno, quando:

- a) possui os três lados de mesma medida
- b) possui os três lados de medidas diferentes
- c) possui apenas dois lados de mesma medida

d) os três ângulos têm a mesma medida

**Questão 03** – Em um paralelepípedo (bloco retangular) há exatamente:

- a) 12 arestas
- b) 8 faces
- c) 6 vértices
- d) 4 faces

**Questão 04** – A área de um retângulo de lados  $x$  e  $y$  pode ser calculada por:

- a)  $2x + 2y$
- b)  $x + y$
- c)  $2xy$
- d)  $xy$

**Questão 05** – O perímetro de um quadrado de lado  $x$  pode ser expresso por:

- a)  $4x$
- b)  $x^2$
- c)  $2x$
- d)  $x^3$

**Questão 06** – O número de diagonais de um hexágono é:

- a) 3
- b) 6
- c) 9
- d) 12

**Questão 07** – Um quilômetro equivale a:

- a) 10 metros
- b) 100 metros

- c) 1000 metros
- d) 10 000 metros

**Questão 08** – Paralelogramos são quadriláteros que possuem os lados opostos paralelos. Com essa definição, **NÃO** são paralelogramos:

- a) losangos
- b) trapézios
- c) quadrados
- d) retângulos

**Questão 09** – Dada a reta abaixo, a distância entre os pontos A e B, é:



- a) - 22 unidades de comprimento
- b) 22 unidades de comprimento
- c) -8 unidades de comprimento
- d) 8 unidades de comprimento

**Questão 10** – O volume de uma caixa de sapatos de comprimento 30cm, largura 20cm e altura 10cm é:

- a)  $60 \text{ cm}^3$
- b)  $6000 \text{ cm}^3$
- c)  $12000 \text{ cm}^3$
- d)  $24000 \text{ cm}^3$

O critério de correção levou em conta apenas a opção marcada, ou seja, não foram analisados cálculos e/ou desenhos. Esse critério foi adotado para que não houvesse interferência nos resultados obtidos. Após a correção dessa Avaliação Diagnóstica, que foi graduada de 0 a 10 pontos (1 ponto por questão), verificamos que:

1. A turma A ficou com a menor média que foi de 2,454, aproximadamente. Vale ressaltar que essa turma é composta por 30 alunos não portadores de necessidades especiais e 4 alunos deficientes auditivos (2 leves e 2 severos). Um dos alunos (que não é deficiente auditivo) não fez a avaliação.

NOTAS – TURMA A	NÚMERO DE ALUNOS
1	6
2	13
3	8
4	5
5	1

2. Na turma B, 38 alunos fizeram essa avaliação. A média de nota dessa turma foi de 3,0 pontos.

NOTAS – TURMA B	NÚMERO DE ALUNOS
1	3
2	10
3	12
4	10
5	3

3. Na turma C, 32 alunos fizeram essa avaliação. Tivemos como média 3,03125 pontos a qual corresponde a maior média entre as cinco turmas.

<b>NOTAS – TURMA C</b>	<b>NÚMERO DE ALUNOS</b>
0	1
1	4
2	5
3	12
4	4
5	5
6	1

4. Na turma D, 33 alunos fizeram a avaliação. Essa turma teve média 2,636 (aproximação com três casas decimais).

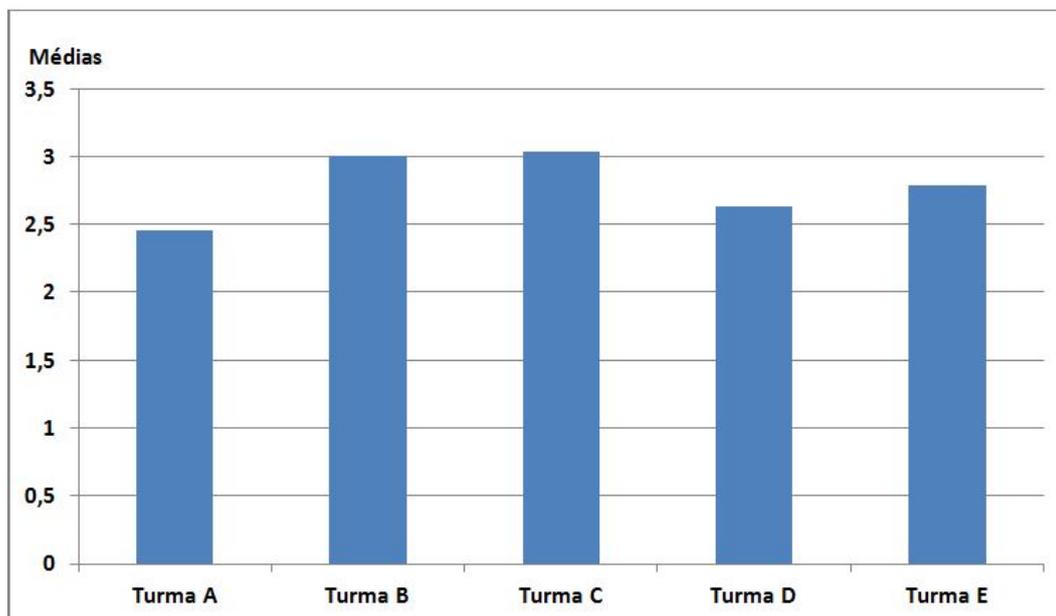
<b>NOTAS – TURMA D</b>	<b>NÚMERO DE ALUNOS</b>
0	4
1	5
2	9
3	5
4	4
5	4
6	1
7	1

5. A média da turma E foi de 2,783 (aproximação com três casas decimais), sendo que 37 alunos fizeram a avaliação.

<b>NOTAS – TURMA E</b>	<b>NÚMERO DE ALUNOS</b>
0	3
1	5
2	7
3	9
4	10
5	1
6	2

Abaixo temos um gráfico da média de cada uma das cinco turmas.

### Média das turmas



Calculando a média geral dos 173 alunos dessas cinco turmas, obtemos 2,786 pontos (aproximação com três casas decimais), que é um valor muito abaixo do esperado, levando em conta que as questões referem-se a conhecimentos básicos de séries anteriores e o critério de correção foi apenas a marcação das opções.

NOTAS DAS CINCO TURMAS	NÚMERO DE ALUNOS
0	8
1	23
2	44
3	46
4	33
5	14
6	4
7	1

### 3.2.1 Questionário associado às respostas da Avaliação Diagnóstica

Após a correção da Avaliação Diagnóstica, foi entregue aos alunos um questionário referente ao acerto ou ao erro de cada uma das questões da Avaliação Diagnóstica. Nesse momento, também foi entregue a Avaliação Diagnóstica para o aluno refletir sobre o que ele respondeu. Esse questionário tem como finalidade verificar o motivo pelo qual ele acertou ou errou determinada questão.

Para cada uma das dez questões da Avaliação diagnóstica que os alunos responderam, eles foram orientados a marcar uma das opções conforme exemplo a seguir:

**Questão 01** – Sobre a resposta dessa questão:

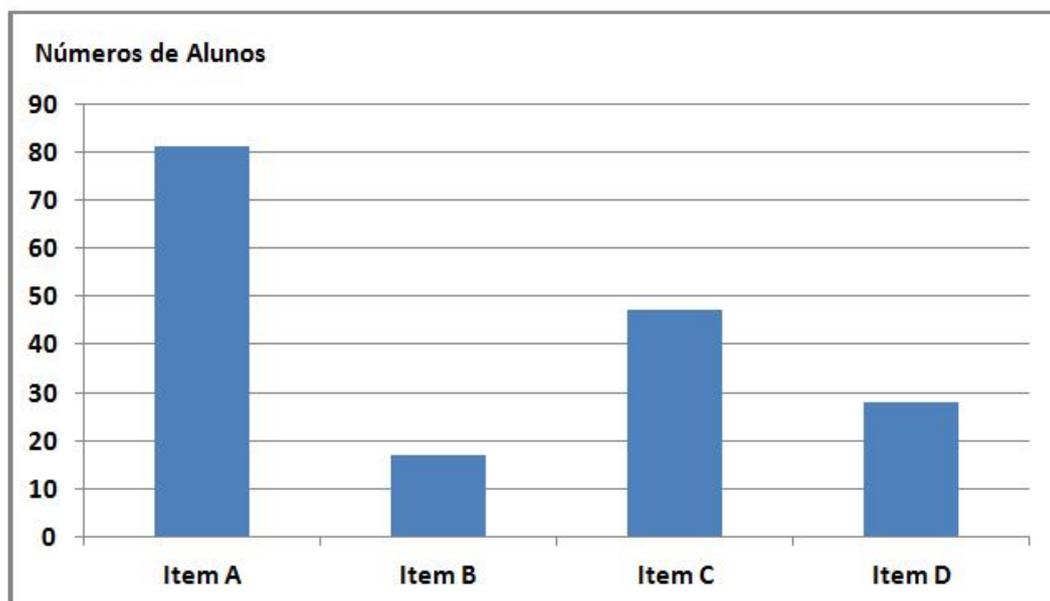
- a) acertei, porque já havia estudado esse conteúdo e consegui aprendê-lo.
- b) acertei na sorte, pois “chutei” a resposta.
- c) errei, pois apesar de ter estudado esse conteúdo, não me lembrava mais.
- d) errei, porque nunca estudei esse conteúdo.

Após o levantamento de dados referente ao questionário aplicado, depois da Avaliação Diagnóstica, obtemos as seguintes informações referentes às respostas dos 173 alunos:

1. A questão na qual houve o maior número de acertos foi a 7 (Um quilômetro equivale a). Em números absolutos 98 alunos acertaram e 75 erraram essa questão. Desses 98 alunos que acertaram, 17 responderam que acertaram essa questão no “chute”. Dos alunos que erraram 28 marcaram a opção D (errei, porque nunca estudei esse conteúdo).

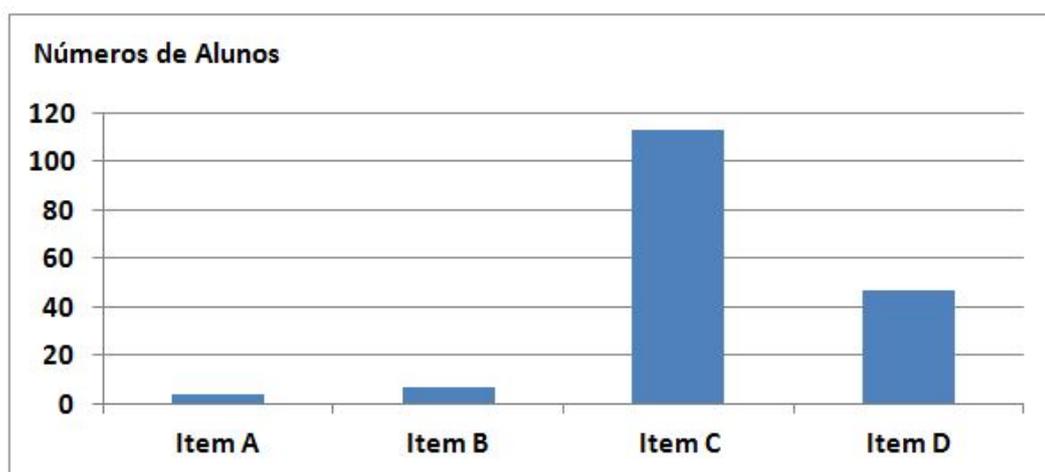
TURMA/RESPOSTA	A	B	C	D
A	12	2	8	11
B	22	5	7	6
C	18	3	4	7
D	15	2	14	1
E	14	5	14	3
TOTAL	81	17	47	28

### Respostas da Questão 07



2. A questão onde houve o menor número de acertos foi a 4 (A área de um retângulo de lados  $x$  e  $y$  pode ser calculada por). Dos 173 alunos apenas 11 acertaram essa questão, sendo que 7 (desses 11) disseram que acertaram essa questão no “chute”.

### Respostas da Questão 04



Dos 160 alunos que erraram essa questão, 113 marcaram a opção C (errei, pois apesar de ter estudado esse conteúdo, não me lembrava mais). E 83

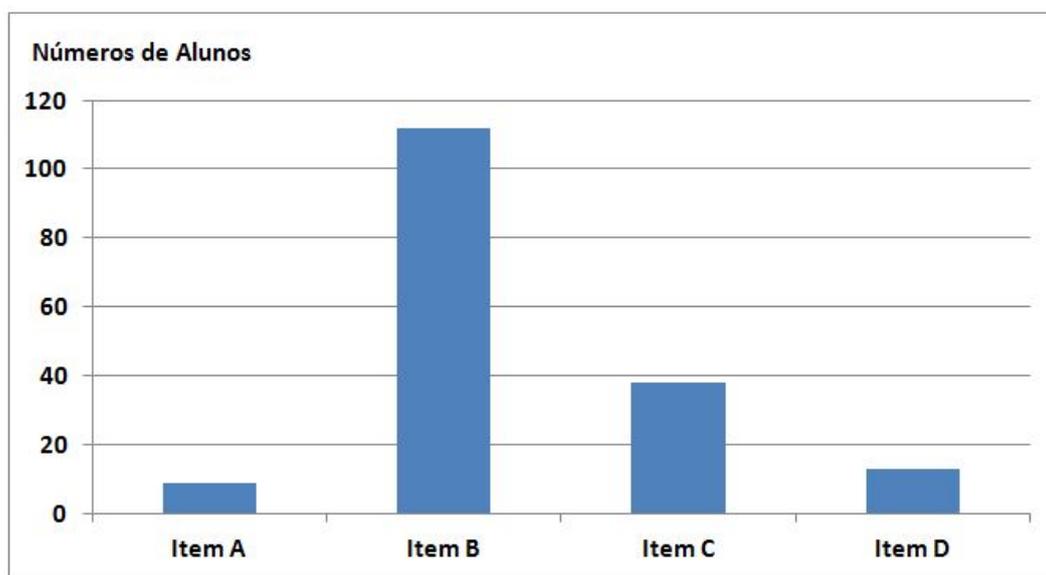
desses 160 alunos, marcaram a opção A ( $2x + 2y$ ) na Avaliação Diagnóstica, ou seja, boa parte desses alunos confundiram o conceito de perímetro com a ideia de área.

TURMA/RESPOSTA	A	B	C	D
A	1	3	20	9
B	0	1	28	9
C	1	0	16	15
D	2	2	22	6
E	0	1	27	8
TOTAL	4	7	113	47

Dois alunos deixaram de marcar uma das opções do questionário referente a questão 4.

3. Sobre a questão 6 (O número de diagonais de um hexágono) dos 173 alunos, 112 marcaram a opção B (6), isto é, confundiram o número de lados com o número de diagonais de um polígono.

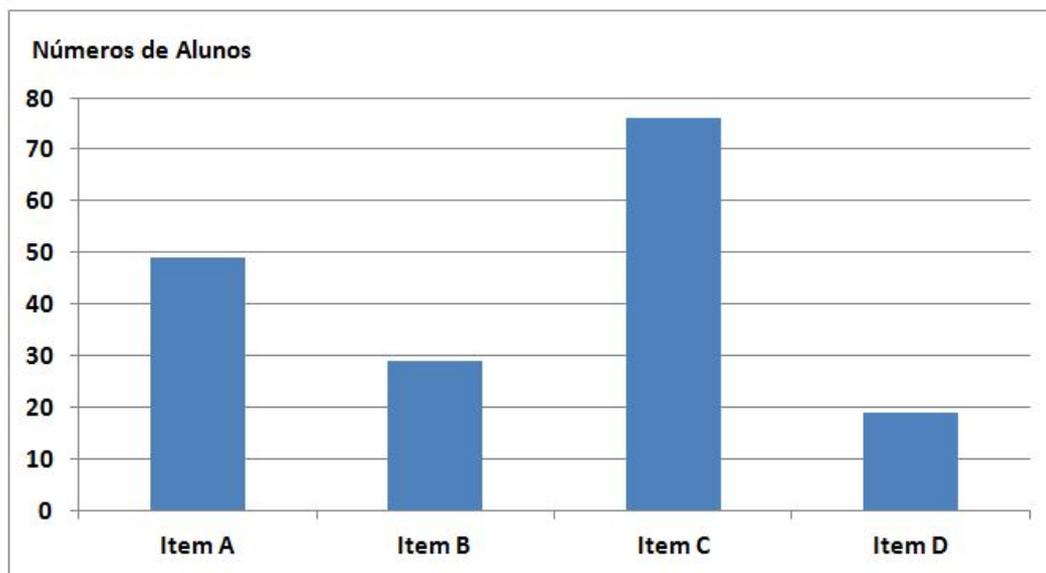
### Respostas da Questão 06



4. A questão 9 (Dada a reta abaixo, a distância entre os pontos A e B) foi a segunda questão que mais os alunos erraram. Marcaram a opção A 49

alunos; B, 29 e C 76, ou seja, as operações com números inteiros e a ideia de distância não ficaram bem fixadas. Apenas 19 alunos acertaram essa questão.

### Respostas da Questão 09



Com os resultados anteriores, fomos motivados a propor neste trabalho uma metodologia de ensino que oportuniza ao aluno compreender, aprender e aplicar os conteúdos envolvendo aspectos básicos de Geometria.

No próximo capítulo temos as metodologias de ensino adotadas para as cinco turmas do 9º ano do Centro de Ensino Fundamental 120 de Samambaia Sul-DF.

# Capítulo 4

## Metodologias de ensino

Neste capítulo descrevemos as duas maneiras de como foram trabalhadas a Geometria nas cinco turmas do 9º ano do Ensino Fundamental.

Dentre as cinco turmas do 9º ano do Centro de Ensino Fundamental 120 de Samambaia Sul, a turma A é de inclusão. Essa turma é formada por 30 alunos que não tem laudo de necessidades especiais e por 4 alunos deficientes auditivos (2 leves e 2 severos). Além do professor da disciplina, há nessa sala de aula uma professora intérprete.

Essas cinco turmas foram divididas em dois grupos:

**Grupo 1:** formado pelas turmas A, B e C. Esse grupo foi escolhido para se trabalhar da seguinte forma:

Para esse grupo o aluno é considerado um dos protagonistas na construção de sua aprendizagem, o papel do professor ganha novas dimensões. Uma faceta desse papel é a de organizador da aprendizagem; para desempenhá-la, além de conhecer as condições socioculturais, expectativas e competência cognitiva dos alunos, o professor precisará escolher os problemas que possibilitam a construção de conceitos e procedimentos e alimentar os processos de resolução que surgirem, sempre tendo em vista os objetivos a que se propõe atingir.

Além de organizador o professor é um facilitador nesse processo. Não mais aquele que expõe todo o conteúdo aos alunos, mas aquele que fornece as informações necessárias, que o aluno não tem condições de obter sozinho. Nessa função, faz explanações, oferece materiais, e juntamente com os alunos, formam os conceitos e as definições geométricas com o auxílio das dobraduras

de papéis.

**Grupo 2:** composto pelas turmas D e E. Esse grupo trabalhou de forma mais tradicional que é a prática mais frequente no ensino de Matemática na qual o professor apresenta o conteúdo de forma oral e escrita, partindo de definições, exemplos, demonstração de propriedades, seguidos de exercícios de aprendizagem, fixação e aplicação, e pressupõe que o aluno aprenda pela reprodução. Assim considera-se que uma reprodução correta é evidência de que ocorreu a aprendizagem.

Depois de ministrar o mesmo conteúdo de Geometria a esses dois grupos, mas de modos distintos, faremos uma comparação de resultados.

No próximo capítulo temos uma das aplicações do Origami desenvolvidas com as turmas A, B e C.

# Capítulo 5

## Aplicações do Origami

Antes de iniciarmos as dobraduras, é aconselhável que o professor converse com os alunos sobre as noções básicas das dobraduras, como:

1. O professor deve começar com modelos de origami simples, caso contrário, pode desaminar os alunos;
2. Para o origami a escolha do papel é importante. Ele deve ser suficientemente fino e resistente;
3. Caso use um papel quadrado (o que muitas vezes é o caso), verifique bem que é realmente um quadrado. Pode parecer óbvio, mas muitas vezes só temos sob a mão a folha de papel do tipo A4, então é necessário cortá-la. Às vezes, milímetros de diferença podem complicar as coisas na construção do origami;
4. No origami, é muito importante fazer as dobras com cuidado e precisão. Dobraduras mal feitas podem gerar vários problemas;
5. Finalmente, é necessário marcar a dobra com a unha ou um objeto duro e liso como uma régua, tendo o cuidado para não rasgar o papel.

Descrevemos a seguir como foi realizada uma das atividades de Geometria com o Grupo 1, o qual usou o apoio didático da técnica do Origami.

Esta atividade tem como objetivos revisar e acrescentar conhecimentos de Geometria, tais como:

- . Definir quadriláteros;
- . Reconhecer e representar os vértices, os lados e os ângulos internos de um quadrilátero;

- . Reconhecer quadriláteros convexos e não convexos;
- . Determinar a soma dos ângulos internos de um quadrilátero convexo;
- . Reconhecer um trapézio como um quadrilátero convexo que tem apenas dois lados paralelos;
- . Identificar trapézios retângulos;
- . Reconhecer um paralelogramo como um quadrilátero convexo que tem os lados opostos paralelos;
- . Observar que um retângulo é um paralelogramo de ângulos congruentes;
- . Notar que um losango é um paralelogramo de lados congruentes;
- . Perceber que um quadrado é um losango com os quatro ângulos congruentes;
- . Aplicar e deduzir as propriedades dos ângulos opostos e dos lados opostos de um paralelogramo;
- . Deduzir e aplicar as propriedades das diagonais de um paralelogramo;
- . Verificar as recíprocas das propriedades dos ângulos opostos, lados opostos e diagonais do paralelogramo;
- . Perceber que todo quadrilátero convexo que tem dois lados opostos paralelos e congruentes é um paralelogramo;
- . Aplicar as propriedades dos paralelogramos;
- . Demonstrar e aplicar a propriedade das diagonais de um retângulo e verificar a validade de sua recíproca;
- . Demonstrar e aplicar a propriedade das diagonais de um losango e verificar a sua recíproca;
- . Reconhecer um quadrado;
- . Observar que todo quadrado é paralelogramo, é retângulo e é losango;
- . Reconhecer trapézios isósceles;
- . Verificar e demonstrar as propriedades do trapézio isósceles;
- . Aplicar as propriedades do trapézio isósceles;
- . Identificar a base média de um triângulo e conhecer sua propriedade;
- . Identificar a base média de um trapézio e conhecer sua propriedade;

. Conceituar área e perímetro de figuras planas.

Para esta atividade utilizamos como material apenas folhas retangulares do tipo A4. Foi entregue uma folha A4 para cada aluno.

Inicialmente, para esses alunos do 9º ano, definimos polígonos como uma figura geométrica plana, fechada, simples (arestas não se cruzam) e que é formada apenas por segmentos de retas.

No fim desta atividade teremos aprendido um pouco mais dos quadriláteros notáveis. Antes precisamos falar sobre alguns resultados sobre a área dos polígonos que são importantes na realização das atividades.

- i) Polígonos congruentes têm áreas iguais;
- ii) Se um polígono convexo é particionado em um número finito de outros polígonos convexos, então a área do polígono maior é a soma das áreas dos polígonos menores;
- iii) Se um polígono A (maior) contém outro polígono B (menor) em seu interior então a área do polígono A é maior que a área do polígono B;
- iv) A área de um quadrado de lado  $1\text{cm}$  é igual a  $1\text{cm}^2$ .

Iniciamos as dobraduras propondo as seguintes situações-problema:

1. Propor que classifiquem a figura 1 e relatem algumas propriedades importantes deste polígono.

As respostas a serem construídas com os educandos são:

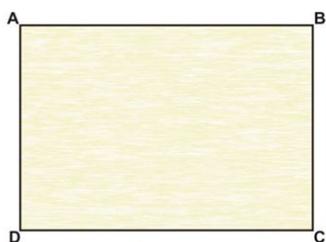


Figura 1

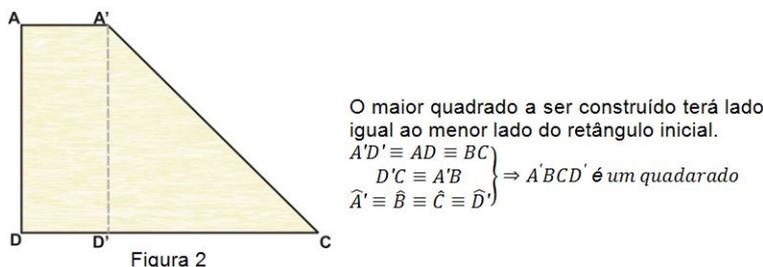
- 1.1 A figura ABCD é um retângulo;
- 1.2 A área é o produto da base pela altura;
- 1.3 As diagonais são congruentes. Já que:
 
$$\left. \begin{array}{l} BC \equiv AD \\ \hat{B} \equiv \hat{A} \\ AB \text{ comum} \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{LAL} \\ \Rightarrow \Delta ABC \equiv \Delta BAD \Rightarrow AC \equiv BD \end{array}$$
- 1.4 Os lados opostos são congruentes e paralelos;
- 1.5 Os ângulos internos são retos.

2. Do retângulo da figura 1, os alunos devem encontrar o maior quadrado possível. Para encontrar o quadrado de área máxima precisaremos descrever as características de um quadrado com o grupo, são elas:

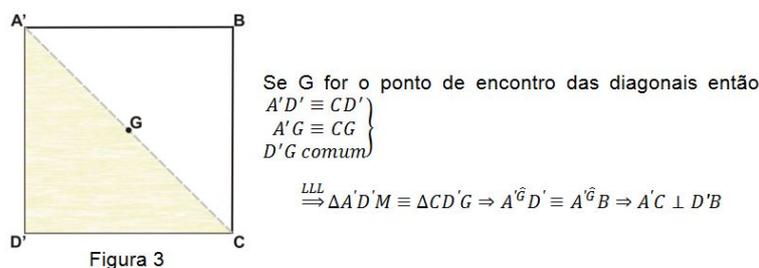
- 2.1 O quadrado possui os lados congruentes e os ângulos internos retos;
- 2.2 As diagonais de um quadrado são congruentes (já que o quadrado é

um retângulo em particular) e perpendiculares (ver figura 3).

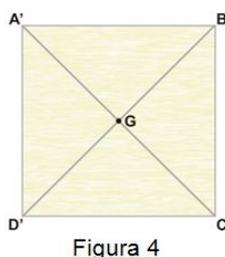
A primeira dobradura ocorre conforme a figura 2, projetando o lado BC sobre o lado DC.



Depois retiramos o retângulo AA'D'D, o que nos dá o quadrado A'BCD'. Unindo os pontos A' com C e D' com B criamos as diagonais A'C e D'B (ver figura 3).



Neste ponto estudamos as principais características de dois dos quadriláteros notáveis que são os retângulos e os quadrados. E quando observamos a figura 4 percebemos que as conclusões dos passos anteriores realmente, de forma concreta, se verificam. O que para os alunos torna o aprendizado mais interessante.



3. Aplicando o segundo resultado das áreas, propomos que os alunos dobrem A'BCD' de tal forma que se obtenha quatro retângulos (não sendo nenhum deles um quadrado) com áreas congruentes.

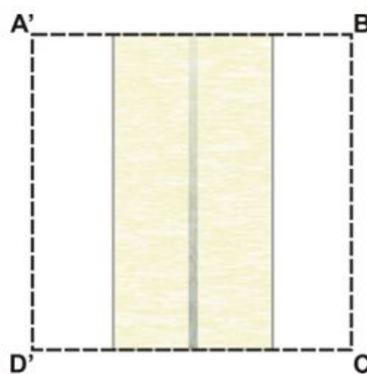


Figura 5

Uma maneira possível é sobrepor o lado  $A'D'$  e  $BC$  ao ponto  $G$ . Com isso se considerarmos uma paralela a  $A'D'$  e  $BC$  passando por  $G$  temos nossos quatro retângulos de mesma área.

A partir deste ponto não vamos mais etiquetar os vértices para evitar uma possível poluição dos desenhos que se seguem.

Vamos girar a figura 5 e dobrá-la conforme figura 6. Esta nova dobradura nos dá um trapézio.

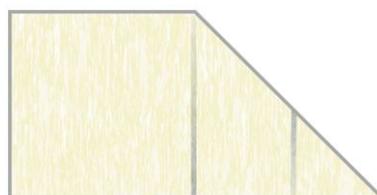


Figura 6

Adotaremos os seguintes conceitos:

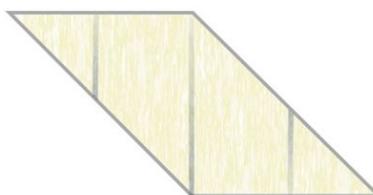
3.1 Todo quadrilátero convexo que possui apenas dois lados opostos e paralelos é chamado de trapézio;

3.2 Se um trapézio possuir um ângulo reto é denominado trapézio retângulo;

3.3 Se os ângulos das bases são congruentes, então o trapézio é isósceles. No trapézio isósceles as diagonais são congruentes.

Temos ainda outras propriedades dos trapézios que podemos abordar em sala, como por exemplo: base média, segmento de Euler, área, perímetro, entre outras. Inclusive sabendo a dimensão da folha A4 utilizada podemos a cada passo calcular a área de cada uma das figuras até aqui construídas.

4. Usando a figura 6 os alunos devem dobrar novamente de modo a construir um paralelogramo, descrevendo suas características e propriedades.



Os conceitos a serem construídos com os alunos são:

4.1 Os quadriláteros que possuem os lados opostos paralelos são denominados de paralelogramos;

Nos paralelogramos, temos:

4.2 Os ângulos opostos são congruentes;

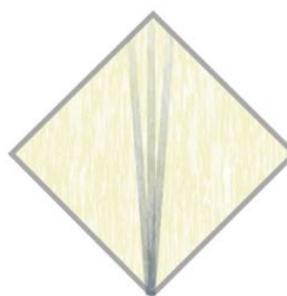
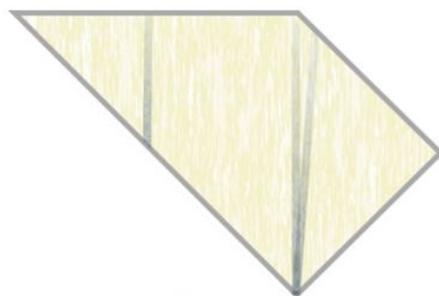
4.3 Os ângulos adjacentes são suplementares;

4.4 Lados opostos são congruentes;

4.5 As diagonais se encontram no ponto médio de cada uma delas.

Isso é um pouco do que se pode falar sobre o paralelogramo.

Em seguida dobramos mais uma vez, formando um losango. Para isso, basta fazer conforme as figuras 8 e 9.



A figura 9 é de fato um losango?

Sim, pois se trata de um quadrilátero que possui os lados opostos congruentes. Mas como mostrar que os lados desse quadrilátero são congruentes sem usar instrumentos de medição?

Resposta: basta pegarmos a dobradura de um outro aluno e verificar que as duas dobraduras se sobrepõem perfeitamente e se girarmos uma das dobraduras a sobreposição continua acontecendo; isso mostra que os lados são congruentes e dessa forma também concluímos que os ângulos internos tem a mesma medida, ou seja, esse losango também é um quadrado.

Neste ponto já perpassamos por algumas propriedades dos quadriláteros notáveis. Mas o que tornam essas dobraduras um pouco mais interessante é o resultado final das dobraduras (figura 10), que será uma das faces de um cubo que montamos em sala.

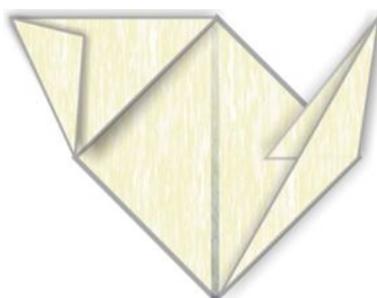


Figura 10

Para isso, entretanto, precisaremos de seis peças congruentes a essa. Para gerar uma interação maior entre a turma podemos formar grupo de “n” alunos com  $n \geq 6$ .

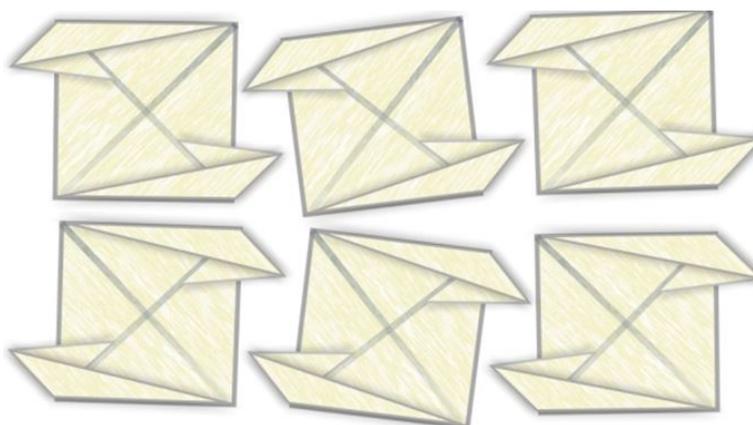


Figura 11

Com as seis peças construídas através das dobraduras, formaremos um hexaedro regular (cubo), conforme figura 12.

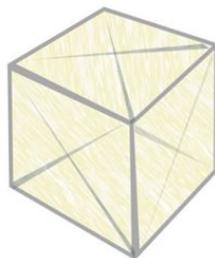


Figura 12

Enumerando as faces do cubo, podemos criar um dado. Com o cubo dessa forma, fixamos ainda mais o número de faces, arestas e vértices. Podemos também elaborar uma lista de exercícios com os conceitos estudados com essas dobraduras e formar grupos com 6 alunos, que quando sorteados com o jogo do dado respondam as perguntas previamente selecionadas. Com essa atividade também podemos falar um pouco sobre probabilidade, semelhança de figuras, volumes, etc.

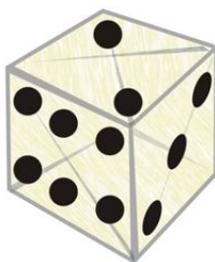


Figura 13

Nas aulas subsequentes os conteúdos foram revisados. Também foram explorados outros temas como por exemplo:

- as principais características do cubo;
- as ideias de volume;
- semelhança de figuras;
- unidades equivalentes, como exemplo:  $1 \text{ dm}^3$  corresponde a 1 litro.

Outras figuras geométricas foram construídas ao longo do 1º bimestre, como o dodecaedro regular, o icosaedro regular e outras.

# Capítulo 6

## Comparação de resultados

Mostramos a seguir os resultados obtidos em sala de aula com o grupo 1 no qual trabalhou Geometria com a técnica do Origami e o grupo 2 que viu o mesmo conteúdo, mas de forma tradicional.

Antes dos resultados, falamos um pouco sobre avaliação, alguns métodos avaliativos e autoavaliação.

### 6.1 Avaliação

Segundo Luckesi (2006 p.33), avaliação é um juízo de qualidade sobre dados relevantes, tendo em vista uma tomada de decisão. Os dados relevantes são as condutas aprendidas e manifestadas pelos alunos, que são comprovadas neste processo avaliativo, por meio dos registros efetuados ao longo dos bimestres, deixando de lado a arbitrariedade que ocorre, muitas vezes, por parte do professor.

A avaliação é uma tarefa didática necessária e permanente para o professor. Ela deve acompanhar todos os passos do processo ensino-aprendizagem. É através dela que se comparam resultados obtidos no decorrer do trabalho conjunto entre professor e alunos, conforme os objetivos propostos, a fim de verificar progressos, dificuldades e em seguida orientar o trabalho para as correções necessárias. A avaliação insere-se não só nas funções didáticas, mas também na própria dinâmica e estrutura do processo ensino-aprendizagem.

Concluimos que a avaliação é um instrumento fundamental para fornecer informações sobre como está se realizando o processo ensino-aprendizagem

como um todo – tanto para o professor e a equipe escolar conhecerem e analisarem os resultados de seu trabalho, como para o aluno verificar seu desempenho. Assim, a avaliação não deve simplesmente focalizar o aluno, seu desempenho cognitivo e o acúmulo de conteúdos, para classificá-lo em “aprovado” ou “reprovado”.

[...] Avaliar a aprendizagem, portanto, implica avaliar o ensino oferecido, se por exemplo, não há a aprendizagem esperada, significa que o ensino não cumpriu com sua finalidade: a de “fazer aprender” (Parâmetros Curriculares Nacionais, v. 1 – Introdução. Brasília, MEC/SEF, 1997, p.56).

Além disso, ela deve ser essencialmente formativa, na medida em que cabe à avaliação subsidiar o trabalho pedagógico, redirecionando o processo ensino-aprendizagem para sanar dificuldades, aperfeiçoando-o constantemente. Vista como um diagnóstico contínuo e dinâmico, a avaliação torna-se um instrumento fundamental para repensar e reformular os métodos, os procedimentos e as estratégias de ensino, para que o aluno realmente aprenda.

### **6.1.1 Provas, testes e trabalhos**

Esses três instrumentos de avaliação não devem ser utilizados como sanção, punição ou apenas para ajuizar valores. Devem, sim, ser encarados como oportunidades para perceber avanços ou dificuldades dos alunos em relação ao conteúdo em questão. Para isso, sua formulação deve se fundamentar em questões de compreensão e raciocínio, e não de memorização ou mecanização.

### **6.1.2 A lição de casa**

É essencial propor a lição de casa frequentemente. Isso auxilia o aluno no desenvolvimento do hábito de estudar e praticar o que já estudou. Sem exagero, como lição de casa o professor pode e deve dar exercícios e atividades de manipulação, além de situações-problema contextualizadas.

É interessante também propor, para casa, atividades de assuntos que serão discutidos na aula seguinte. Bem dosadas, elas servem de motivação para a próxima aula, e os alunos já ficarão familiarizados com o assunto; eventualmente, alguns até virão para a aula com as atividades realizadas.

A correção da lição de casa é fundamental. Assim, o aluno perceberá

que a lição é parte integrante do curso, e não castigo. A correção pode ser feita em duplas ou em equipes. Os alunos também podem expor na lousa os problemas e/ou exercícios em que tiveram mais dificuldades.

### 6.1.3 Autoavaliação

Se pretendemos construir sujeitos autônomos, é preciso que o aluno exerça a reflexão sobre seu próprio processo de aprendizagem e socialização. A avaliação feita pelo aluno, se bem orientada, é muito construtiva para favorecer uma análise crítica de seu desempenho. Ele pode expressar-se por escrito ou oralmente, indicando do que mais gostou ou do que menos gostou e por quê, quanto acha que aprendeu, em que teve mais dificuldade ou facilidade, o que pode e deve ser feito para melhorar seu desempenho, etc.

## 6.2 Como os alunos foram avaliados

Foi combinado previamente com os alunos, que no 1º bimestre de 2014, eles seriam avaliados de 0 a 10 pontos da seguinte maneira:

De 0 a 2 pontos: duas avaliações individuais escritas e de forma subjetiva (2 pontos cada); podendo-se consultar livro e/ou caderno;

De 0 a 2 pontos: avaliação multidisciplinar. Nessa escola (CEF 120 de Samambaia Sul), durante os quatro bimestres de 2014 aplicar-se-ão a todas as turmas uma prova contendo questões de todas as disciplinas. Essas questões podem ou não ser interdisciplinares. As questões dessa avaliação são passíveis de serem julgadas como certa (C) ou errada (E);

De 0 a 2 pontos: avaliação individual escrita e sem consulta a materiais como livro e caderno; as questões podem ser objetivas e/ou subjetivas;

De 0 a 1 ponto: vistos no caderno. Estes vistos correspondem a exercícios propostos em sala e exercícios sugeridos para serem feitos em casa. Em certos momentos de forma individual e em outros momentos, em grupo. Não são avaliados nessa pontuação apenas os conhecimentos dos alunos, mas também, os procedimentos, as atitudes e habilidades adquiridas e evidenciadas nas distintas produções trabalhadas durante o bimestre;

De 0 a 1 ponto: autoavaliação. Nesse quesito esperamos que o aluno reflita sobre suas atitudes e que ele explore mais suas qualidades para com isso atingir seus objetivos.

No decorrer no 1º bimestre, houve um aumento de 21 alunos das turmas avaliadas, ou seja, passou de 174 para 195 alunos.

Nesses critérios de avaliação citados em 6.2, vamos analisar e comparar as notas obtidas. Na escala de 0 a 10 pontos, temos:

### **1. Turma A**

Essa turma passou de 34 para 36 alunos, houve um aumento de dois alunos sem laudo de necessidades especiais.

A média dos 36 alunos dessa turma foi 5,2833 pontos, aproximadamente.

Vale a pena ressaltar que o maior ganho nessa turma com as manipulações envolvendo o Origami, foi com os quatro alunos deficientes auditivos, no qual os dois deficientes auditivos leves obtiveram 8,1 e 7,8 como média no bimestre; os dois deficientes auditivos severos obtiveram 7,4 e 4,6.

A média no bimestre desses quatro alunos foi de 6,975, que é bem maior que a média de todas as turmas avaliadas.

Na Avaliação Diagnóstica, esses quatro alunos obtiveram notas 2 e 4 (os deficientes auditivos leves) e nota 2 cada um dos deficientes auditivos severos.

### **2. Turma B**

Na turma B entrou mais um aluno, passando de 38 para 39 alunos.

A média bimestral dessa turma foi 5,5025 pontos, que corresponde a maior média entre as cinco turmas avaliadas.

### **3. Turma C**

Nessa turma ingressaram durante o 1º bimestre mais 8 alunos, isto é, passou de 32 para 40 alunos.

A média da turma C foi 4,91125 pontos.

Lembrando que nessas três turmas a Geometria trabalhada em sala de aula aconteceu com aplicações do Origami.

#### 4. Turma D

A turma D passou de 33 para 40 alunos. Média bimestral da turma D: 5,1225 pontos.

#### 5. Turma E

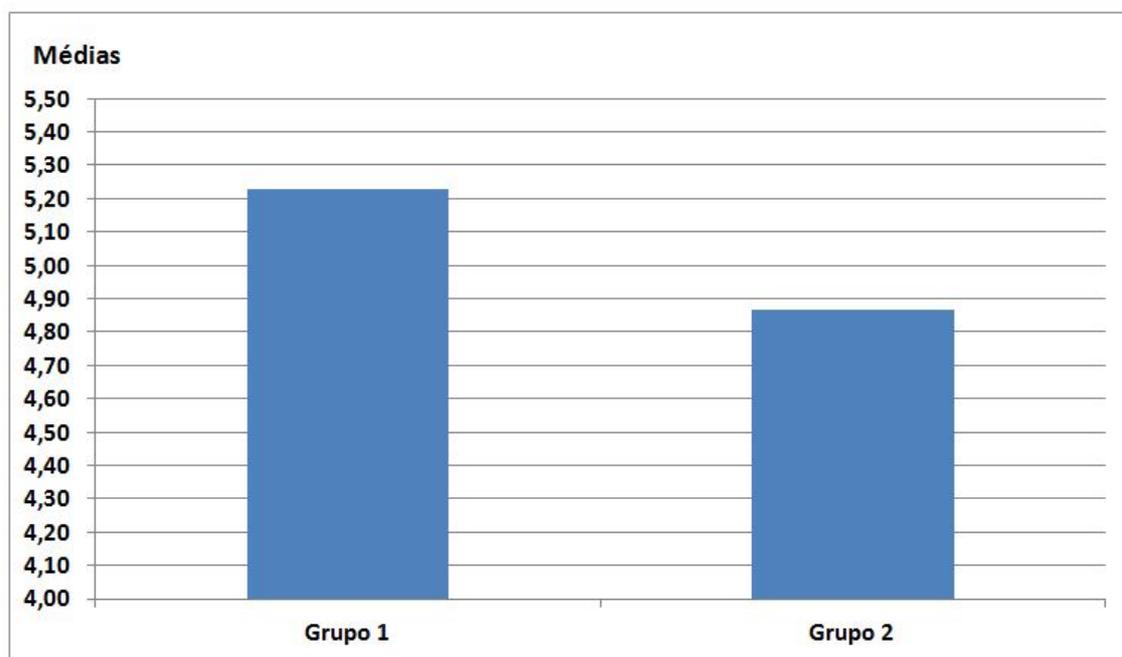
Essa turma passou de 37 para 40 alunos e a média dessa turma foi 4,6075 pontos, sendo a menor média das turmas.

#### Comparando os dois grupos

A média do grupo 1 formado pelas turmas A, B e C que estudaram Geometria com o Origami foi 5,2287 pontos.

O grupo 2 (turmas D e E) estudou Geometria sem a utilização do Origami e a média desse grupo foi 4,865 pontos.

A seguir mostramos um gráfico da média dos dois grupos no 1º bimestre de 2014.



Com relação à quantidade de alunos que obtiveram nota bimestral maior ou igual a 5,0 pontos, temos:

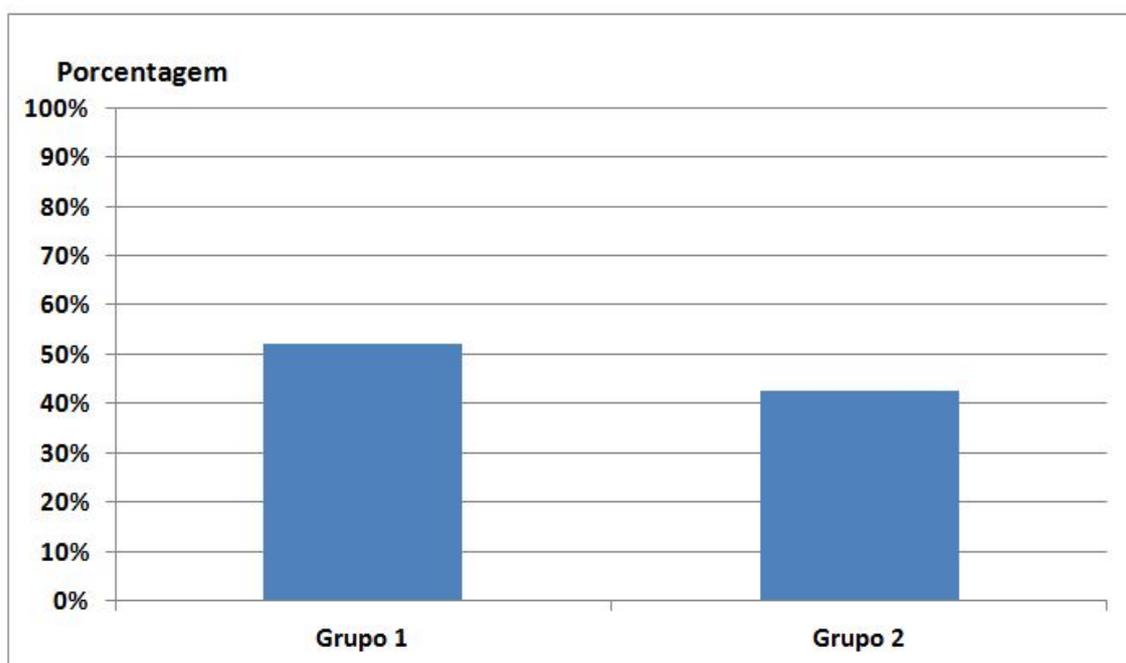
**Grupo 1:** Turmas A, B e C

Esse grupo é formado por 115 alunos dos quais 60 obtiveram nota maior

ou igual a 5,0 pontos no 1º bimestre, o que corresponde a, aproximadamente, 52,174 %.

**Grupo 2:** Turmas D e E

O total de alunos desse grupo é 80, dos quais 34 conseguiram nota maior ou igual a 5,0 no 1º bimestre, ou seja, apenas 42,5%.



Em termos de notas o grupo 1 que estudou Geometria com o apoio do Origami teve um resultado mais satisfatório que o grupo 2 que viu Geometria de uma forma mais tradicional.

Como os resultados entre as notas dos dois grupos estão muito próximos, não é possível fazer qualquer inferência.

# Capítulo 7

## Considerações finais

Considerando as metodologias de ensino utilizadas nas cinco turmas as quais foram divididas em dois grupos pode-se afirmar que o grupo 1 teve uma participação mais interativa nas aulas de Geometria. O percentual de alunos desse grupo que fizeram as atividades propostas para casa ou sala foi maior que do grupo 2. Em geral o desempenho qualitativo foi melhor no grupo 1 do que no grupo 2.

Comparando os resultados dos dois grupos em questão, podemos observar também que o melhor desempenho quantitativo ocorreu nas turmas que trabalharam a Geometria com o auxílio do Origami. Contudo, não se pode concluir que o trabalho com dobraduras foi determinante para esses desempenhos, pois há vários fatores que podem influenciar no processo ensino-aprendizagem, como por exemplo:

- . Didática do professor;
- . Vivência do aluno;
- . Participação da família na vida escolar do aluno;
- . Recursos utilizados pelo professor;
- . Falta de conhecimentos prévios por parte de alguns alunos;
- . Material didático adotado;
- . Personalidade e paciência do professor;
- . Projetos e oficinas;
- . Alunos de diferentes idades na mesma sala de aula;

- . Maturidade dos alunos;
- . Comportamento da turma;
- . Instalações físicas da escola;
- . Capacitação do professor, e outros aspectos;

Existem vários mecanismos que podem nos auxiliar no processo ensino-aprendizagem, tais como: jogos, músicas, dinâmicas, trabalhos com jornais (revistas e/ou encartes de propaganda), geometria com fractais, Geogebra na sala de informática, manipulação com materiais concretos, atividades individuais ou em grupos, dentre outros. Todos esses, podem ser trabalhados de forma individual ou em grupo e são válidos em determinados momentos e para certas turmas.

Sabemos que não existe uma receita ou fórmula para a qual se consiga um resultado melhor no processo ensino-aprendizagem, mas se conseguirmos, de alguma forma, aumentar o entusiasmo dos alunos, já daremos um passo muito grande.

O que podemos concluir com este trabalho é que a participação dos alunos que estudaram a Geometria com o Origami foi bem mais intensa e proveitosa que o grupo no qual se trabalhou de forma mais tradicional; e se a participação aumenta, temos uma possibilidade bem maior para que ocorra, de fato, a aprendizagem significativa.

Com isso devemos cada vez mais buscar meios para diversificar e dinamizar as aulas de Matemática na tentativa de aumentar a participação e o interesse por parte do aluno.

## 8. Bibliografia

ANDRINI, Álvaro. Praticando Matemática - 9º ano. 3ª ed. renovada. São Paulo: Editora Brasil, 2012. Coleção praticando Matemática.

BIANCHINI, Edwaldo. Matemática: 8ª série. 4ª ed. Renovada e ampliada. São Paulo: Moderna, 1996.

CHEVALLARD, Yves; BOSCH, Marianna e GASCÓN, Josep. Estudar Matemáticas: o elo perdido entre o ensino e a aprendizagem. Porto Alegre: Arte Médicas, 2002.

DANTE, Luiz Roberto. Projeto Teláris: Matemática. 1ª ed. São Paulo: Ática, 2012. Coleção do 6º ao 9º ano.

DANTE, Luiz Roberto. Uma proposta para mudanças nas ênfases ora dominantes no ensino da Matemática. Revista do Professor de Matemática. São Paulo, Sociedade Brasileira de Matemática (SBM), n.6.

DODECAEDRO – EM ORIGAMI [HTTP://www.youtube.com/watch?v=rrnCloWyBtU](http://www.youtube.com/watch?v=rrnCloWyBtU) acessado em 05/03/2014.

GIOVANNI JÚNIOR, José Ruy. A Conquista da Matemática, coleção do 6º ao 9º ano. José Ruy Giovanni Júnior, Benedito Castrucci. Ed. renovada. São Paulo: FTD, 2009. Coleção A Conquista da Matemática.

HOW TO MAKE NA ORIGAMI ICOSAHEDRON – TRIANGLE EDGE MODULES [HTTP://www.youtube.com/watch?v=H7qE\\_Tc8e4g](http://www.youtube.com/watch?v=H7qE_Tc8e4g) acessado em 02/03/2014.

KASAHARA, K., Origami Omnibus. Tokio: Japan Publications. Ins.1998. Origami Omnibus: Paper folding for everybody. 20.ed. Tokyo, New York: Japan Publications, 2005.

LIMA, Elon Lages. A matemática do ensino médio – volume 2 / Elon Lages Lima, Paulo Cezar Carvalho, Eduardo Wagner, Augusto César Morgano. 6ª ed. Rio de Janeiro: SBM 2006.

LUCKESI, Cipriano Carlos. A avaliação da aprendizagem escolar: Estudos e proposições. 18ª ed. São Paulo: Editora Cortez, 2006.

MARQUES BARBOSA, João Lucas. Geometria Euclidiana Plana. Coleção Professor de Matemática. Rio de Janeiro: SBM, 1995.

MUNIZ NETO, Antonio Caminha. Tópicos de Matemática Elementar: geometria plana – volume 2 / Caminha Muniz Neto. 1ª ed. Rio de Janeiro: SBM, 2012.

SECRETARIA DA EDUCAÇÃO. Parâmetros Curriculares Nacionais. Área de Matemática. Brasília: MEC/SEF, 1997. Atualizado em 15/10/2007.

SILVA, Marcondes Sabóia. Vídeo aula de Geometria com o uso do Origami. Brasília. 2014.

## ANEXO A: Depoimentos

Nas turmas A, B e C nas quais foram trabalhadas a Geometria com o auxílio do Origami, após algumas aulas, foi solicitado que os alunos e a professora intérprete Erilda Oliveira Gutierrez respondessem a seguinte pergunta sem a necessidade de se identificar:

O que você tem a dizer sobre as aulas de Geometria utilizando a técnica do Origami?

Dos 115 alunos do grupo 1, apenas dois responderam que aprendem mais com as explicações apenas no quadro do que com o Origami. Os demais alunos foram a favor do uso de dobraduras como apoio didático nas aulas de Geometria.

Citaremos a seguir algumas das repostas dos alunos favoráveis a Geometria estudada com esse apoio didático:

“Eu gostei muito das aulas de Geometria. Aprendi bastante com as dobraduras e achei a Geometria por enquanto muito fácil e divertida.”

“Não foram boas, foram ótimas. Entendi mais porque saímos da teoria e fomos para prática.”

“Eu achei bom, porque é mais fácil de aprender e a aula não fica muito chata. Dá para aprender melhor porque dá pra ver as figuras melhor. Dá pra ver os lados melhor, as quinas, larguras, alturas, etc.”

“São aulas bem legais, porque nós aprendemos mais sobre as figuras geo-

métricas, é bem mais fácil de aprender do que desenhar. O Origami ajudou a descobrir mais sobre as figuras, montar essas figuras e até mesmo nos influenciar para praticarmos mais a arte do origami.”

“Foi muito interessante. Aprendi várias coisas com ela, que vou sempre levar comigo.”

“Com as dobraduras os alunos se interagem mais.”

“É mais interessante, porque as pessoas tem curiosidade em entender a figura e tiram dúvidas.”

“Achei legal, porque de uma folha de papel se pode fazer várias figuras, e fica mais fácil de aprender do que o desenho, porque é uma coisa real.”

“Achei ótimo porque na minha opinião eu aprendi bastante. Foi uma aula diferenciada que fez a gente aprender mais.”

“As aulas são muito boas, porque a gente aprende as coisas como se fosse uma brincadeira de tão legal que é. Adorei.”

“Eu achei bem legal e deve continuar a usar as dobraduras, porque desperta maior interesse, pois todos participam.”

“Interessante, pois nunca tive a oportunidade de aprender algo assim.”

“No meu caso aprendi mais rápido, tive mais facilidade em visualizar as figuras geométricas.”

“Muito bom. Aprendo mais do que nas aulas comuns.”

“As aulas são boas, pois a gente aprende fazendo arte.”

Agora o depoimento da professora Erilda Oliveira Gutierrez, que é intérprete da turma A:

“As aulas de Matemática, neste ano de 2014, têm sido ministradas através da técnica do Origami, onde ao mesmo tempo que ensina os aspectos teóricos da Geometria, o professor constrói junto com os alunos dobraduras que formam as figuras geométricas.

Como intérprete educacional de alunos surdos do 9º ano percebo o quanto houve de ganho para esses alunos com a prática de uma pedagogia visual.

Durante anos há um questionamento sobre a eficiência da inclusão para o surdo, em função da ausência de recursos visuais, além de libras interpretadas, no entanto, de forma simples e didática, as novas aulas de matemática provam que é possível um trabalho para os diferentes alunos de uma sala de aula.”

## ANEXO B: Vídeo

Anexo a esse trabalho há um vídeo correspondente a duas aulas de Geometria ministradas com auxílio do Origami.