

**INSTITUTO NACIONAL DE MATEMÁTICA PURA E APLICADA
MESTRADO PROFISSIONAL EM MATEMÁTICA**

**A TEORIA DE RESPOSTA AO ITEM NA AVALIAÇÃO EM LARGA
ESCALA: um estudo sobre o Exame Nacional de Acesso do
Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional –
PROFMAT 2013**

DEIVISON DE ALBUQUERQUE DA CUNHA

Rio de Janeiro – RJ

2014

**INSTITUTO NACIONAL DE MATEMÁTICA PURA E APLICADA
MESTRADO PROFISSIONAL EM MATEMÁTICA**

**A TEORIA DE RESPOSTA AO ITEM NA AVALIAÇÃO EM LARGA
ESCALA: um estudo sobre o Exame Nacional de Acesso do
Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional –
PROFMAT 2013**

DEIVISON DE ALBUQUERQUE DA CUNHA

**Trabalho de Conclusão de Curso do
Mestrado Profissional em Matemática em
Rede Nacional, apresentado ao Instituto
Nacional de Matemática Pura e Aplicada
como requisito parcial para a obtenção do
título de Mestre.**

Orientador: Prof. Ph.D. Paulo Cezar Pinto Carvalho

Rio de Janeiro – RJ

2014

DEIVISON DE ALBUQUERQUE DA CUNHA

**A TEORIA DE RESPOSTA AO ITEM NA AVALIAÇÃO EM LARGA ESCALA:
um estudo sobre o Exame Nacional de Acesso do Mestrado
Profissional em Matemática em Rede Nacional -
PROFMAT 2013**

Trabalho de Conclusão de Curso do
Mestrado Profissional em Matemática em
Rede Nacional, apresentado ao Instituto
Nacional de Matemática Pura e Aplicada
como requisito parcial para a obtenção do
título de Mestre.

Aprovado em _____ de 2014

BANCA EXAMINADORA

Orientador: PROF. PAULO CEZAR PINTO CARVALHO - IMPA

PROF. ROBERTO IMBUZEIRO – IMPA

PROF. ANTONIO CARLOS BRANCO – FGV

Rio de Janeiro – RJ

2014

*Dedico este trabalho
a Deus, aos meus pais, a minha
esposa e ao meu filho.*

AGRADECIMENTOS

Primeiramente a Deus que permitiu mais esta vitória.

A todos os professores que contribuíram para minha formação, em especial ao Prof. Ph.D. Paulo Cezar Pinto Carvalho, orientador deste trabalho.

À minha esposa Luciane, pelo companheirismo em todos esses anos e por me fazer acreditar que esse sonho era possível.

Ao meu filho Daniel, que me faz procurar ser melhor a cada dia.

Aos meus pais, por acreditarem e investirem na minha educação.

Aos amigos, Claudio, Leonardo e Vander, que foram indispensáveis na realização desse trabalho.

RESUMO¹

O Objetivo deste trabalho de conclusão de curso é avaliar o exame nacional de acesso ao PROFMAT 2013 utilizando a Teoria de Resposta ao Item. A finalidade não é analisar a qualidade da avaliação em si, mas que conclusões a respeito das habilidades dos candidatos deste exame, que é composto em grande parte, de professores de matemática de escolas públicas pelo Brasil, podem ser obtidas a partir das proficiências encontradas nos seus resultados.

Palavras Chave:

Teoria de Resposta ao Item; TRI; PROFMAT; proficiência; avaliação.

¹ Os capítulos 1 e 2 deste trabalho foram feitos em colaboração com Claudio Mendes Tavares, Leonardo da Silva Gomes e Vander Lage Martins

ABSTRACT

The objective of this final paper is to view the national exam of ingress in 2013th PROFMAT, applying the Item Response Theory (IRT). The purpose is not made the analysis of the test's quality, but the conclusion about the candidate's proficiency according the results of the test considering that the most part of them are mathematic's teachers of the Brazilians public schools.

Key-words:

Item Response Theory; IRT; PROFMAT; Proficiency; test.

SUMÁRIO

Conteúdo

1 INTRODUÇÃO	8
2 A TEORIA DE RESPOSTA AO ITEM: UM ESTUDO SOBRE OS CONCEITOS BÁSICOS	11
2.1 O Modelo Logístico Unidimensional de 3 Parâmetros (ML3).....	12
2.1.1 A Escala de Proficiência	13
2.1.2 A Curva Característica do Item (CCI)	15
2.1.3 O Parâmetro de Dificuldade (b)	17
2.1.4 O Parâmetro de Discriminação (a)	19
2.1.5 O Parâmetro de Acerto ao Acaso (c)	23
2.2 Análise Pedagógica do Item	24
3 UMA APLICAÇÃO DA TEORIA DE RESPOSTA AO ITEM NO EXAME NACIONAL DE ACESSO DO PROFMAT 2013	29
3.1 Análise das Questões do ENA 2013	30
4 PROFICIÊNCIA x HABILIDADES.....	65
4.1 Nível de Proficiência de cada Item	65
4.2 Habilidades do Candidato	66
4.3 Índice de Acertos por Habilidades	67
5 CONSIDERAÇÕES FINAIS	70
6 REFERÊNCIAS.....	71
7 APÊNDICE I: Construção da CCI no Geogebra	73

1 INTRODUÇÃO

Pode-se dizer que o debate acerca da qualidade educacional está presente no Brasil desde o início do século passado. Contudo, foi especialmente a partir da década de 1980 que essa temática ganha força. Nesse contexto, começam a serem estudadas as características das escolas eficazes. Nos anos 1990, ganharam força as avaliações externas em larga escala, as quais estavam voltadas para avaliar sistemas de ensino, instituições escolares e alunos.

Nas últimas duas décadas, os processos de avaliação em larga escala foram difundidos e utilizados como forma de conhecer a realidade educacional brasileira, embasando, assim, a criação de políticas públicas para ajudar no desenvolvimento educacional do país. Para tanto, foi necessária a criação de processos para medir a qualidade.

Dentre os métodos designados para avaliação, foi criada nos anos 50 a Teoria de Resposta ao Item – TRI, por Frederic Lord², cuja ideia era estabelecer uma medida única e comparável de avaliação, mesmo quando as populações são submetidas a avaliações diferentes. Lord utilizava apenas modelos dicotômicos do tipo certo ou errado e, em 1970, Samejima³ generalizou a teoria e introduziu o modelo politômico (com diversas alternativas de resposta). Com a dificuldade computacional inicial ultrapassada, esse processo ganhou mais notoriedade e passou a ser aplicado em diversos países.

No Brasil, em 1995, o SAEB (Sistema de Avaliação da Educação Básica) começou a utilizar essa teoria e, em 2009, o ENEM (Exame Nacional do Ensino Médio) também a adotou. A partir dessas datas, podemos tirar conclusões mais interessantes e fundamentadas sobre o desempenho dos estudantes brasileiros da educação básica, comparando os resultados ano a ano, mesmo quando submetidos a populações diferentes.

² Frederic M. Lord (1912 - 2000), nascido em Hanover foi um psicometrista. Ele foi fonte de grande parte da pesquisa sobre a teoria de resposta ao item, incluindo dois livros importantes: *Mental Test Scores* (1968, com Melvin Novick, e dois capítulos de Allen Birnbaum), e *Applications of Item Response Theory to Practical Testing Problems* (1980).

³ Fumiko Samejima (1930), nascida em Tokio, Dra. Fumiko Samejima é reconhecida como uma pioneira em psicometria moderna. Suas contribuições foram diversas, mas seu trabalho sobre a teoria traço latente, também conhecido como teoria de resposta ao item (TRI), tem sido descrito como um "ponto de referência ... na teoria teste moderno" (*Avaliação Educacional: Problemas e Práticas*, 1991). Ela é reconhecida uma fundadora da TRI politômico (Ackerman, 1998) e os seus métodos têm sido amplamente aplicado por mais de 30 anos.

Neste momento, surgem os debates sobre qual é a melhor maneira de se avaliar um estudante, seja dentro da sala de aula pelos professores de cada disciplina, seja no âmbito das avaliações externas. No ambiente escolar, é normal encontrarmos provas com problemas na sua elaboração, tornando o processo deficitário devido à má formulação dos itens avaliativos. Rabelo (2013, p. 9) ressalta que

muitos testes encorajam, simplesmente, a aprendizagem mecânica e superficial, apesar de os professores estarem convictos de que avaliam aprendizagens profundas e significativas. Muitos se esquecem de que o foco principal deveria ser a avaliação do desenvolvimento de competências no domínio da resolução de problemas, revelando que as questões e métodos usados pelos professores não são criticamente analisados em relação ao que realmente avaliam.

O modelo mais usual e conhecido de se obter os resultados de uma prova é aquele que leva em consideração apenas os escores brutos dos indivíduos que realizaram o teste. Ou seja, o resultado da prova é obtido comparando a quantidade de itens respondidos corretamente por cada pessoa. Esse modelo, conhecido como Teoria Clássica dos Testes - TCT, é amplamente utilizado no processo de avaliação do conhecimento de um indivíduo, para o qual pretende-se atribuir um grau de aprovação ou reprovação em relação ao domínio de determinados conteúdos; ou é utilizado no processo de seleção, no qual além de se poder atribuir um grau de aprovação ou reprovação, é necessário classificar cada indivíduo em relação aos demais participantes do teste.

A Teoria Clássica dos Testes apresenta algumas limitações como modelo estatístico: não permite comparar indivíduos que tenham respondido a testes distintos e não permite fazer o acompanhamento de um mesmo sujeito durante as várias etapas do processo de construção do conhecimento. Isso decorre do fato de que na TCT os resultados obtidos dependem do conjunto de itens selecionados para a construção da referida prova, tornando o resultado encontrado um caso particular.

No campo das avaliações educacionais, o processo de aferição do conhecimento de um indivíduo dependerá diretamente deste conjunto de itens selecionados para a confecção do teste, é como se o conhecimento deste aluno variasse a cada prova diferente que ele faça. Dessa forma, uma pessoa que realize dois testes diferentes no mesmo dia pode ter o resultado muito bom em um dos

testes e, no outro, um resultado muito ruim. É como se, ao medir o objeto inteligência com dois instrumentos diferentes, encontrássemos dois resultados também diferentes, tornando assim o objeto em questão uma característica do instrumento utilizado e não o indivíduo.

Como forma de sanar essas limitações da TCT, cresceu a utilização de técnicas oriundas da TRI, que é um conjunto de modelos estatísticos utilizados para medir traços latentes de uma pessoa, isto é, características que variam de pessoa para pessoa e não podem ser aferidas ou observadas de forma direta, como altura, peso, idade etc. Para estimar um traço latente, deve-se utilizar variáveis secundárias que estão diretamente relacionadas a esse traço latente. Por exemplo, se desejarmos estimar a idade de uma pessoa sem cometer a indelicadeza de lhe perguntar diretamente qual é a sua idade, podemos perguntar se esta pessoa acompanhou os desdobramentos da Segunda Grande Guerra, se ela viu o Golpe Militar de 64 ou se participou do Movimento das Diretas Já.

O presente trabalho propõe-se a apresentar os elementos qualitativos que fazem da TRI uma teoria capaz de sanar algumas deficiências presentes na TCT, como a possibilidade de comparação entre provas aplicadas em diferentes anos e a diferentes grupos. Trataremos também dos aspectos positivos de os docentes conhecerem e aplicarem os conceitos da TRI como componentes do ensino.

Em seguida, utilizando a TRI, faremos uma análise da prova de seleção do Mestrado Profissional em Rede Nacional em Matemática (PROFMAT) do ano de 2013. Abordaremos os dados estatísticos da prova, mas teremos o foco na análise pedagógica das questões.

Para tanto, far-se-á, inicialmente, uma pesquisa bibliográfica, cujas principais referências serão Rabelo (2013), Andrade, Tavares e Valle (2000) e Machado (2010).

2 A TEORIA DE RESPOSTA AO ITEM: UM ESTUDO SOBRE OS CONCEITOS BÁSICOS

Segundo Andrade, Tavares e Valle (2000, p. 7),

a TRI é um conjunto de modelos matemáticos que procuram representar a probabilidade de um indivíduo dar uma certa resposta a um item como função dos parâmetros do item e da habilidade (ou habilidades) do respondente. Essa relação é sempre expressa de tal forma que quanto maior a habilidade, maior a probabilidade de acerto no item.

Para entendermos melhor essa definição, é importante tratarmos de alguns fatores nela contidos. O primeiro a ser tratado é a habilidade (θ) ou proficiência do respondente, esta refere-se ao nível de aptidão de um indivíduo para responder corretamente um conjunto de itens. Essa habilidade é o traço latente que queremos medir desse indivíduo.

O segundo fator aborda os parâmetros do item, são eles:

- i. parâmetro de discriminação (a) – consiste na aptidão do item em distinguir indivíduos com habilidades diferentes;
- ii. parâmetro de dificuldade (b) – trata-se da habilidade mínima que um respondente precisa para ter uma grande probabilidade de dar a resposta correta;
- iii. parâmetro de acerto ao acaso (c) – é a probabilidade de um respondente com baixa proficiência responder corretamente um item.

Sendo assim, a TRI procura medir variáveis não observáveis (traço latente) que influenciam as respostas dadas aos itens, utilizando a aferição das variáveis observáveis (respostas aos itens). Ou seja, estabelece uma relação entre a habilidade do respondente e os parâmetros do item com a probabilidade de acerto no item, de tal forma que, quanto maior a proficiência do indivíduo, maior é a sua probabilidade de responder corretamente o item.

Como a TRI é um conjunto de modelos estatísticos, vale salientar a importância de conhecer os principais modelos para saber escolher o mais adequado a ser utilizado. No Brasil, o modelo predominantemente utilizado é o logístico unidimensional de 3 parâmetros. À vista disso, esse trabalho limitar-se-á na abordagem das principais características desse modelo, utilizando-o no próximo capítulo para analisar a prova de acesso ao PROFMAT (2013).

Entretanto, é importante conhecermos as variáveis que diferenciam os modelos entre si. A escolha do modelo a ser empregado deve levar em consideração os três aspectos a seguir:

- Natureza do item: refere-se à forma como os itens são corrigidos. Podem ser itens dicotômicos (sim ou não) ou dicotomizados (corrigidos como certo ou errado), ou itens não dicotômicos;
- Quantidade de populações envolvidas: trata-se do número de populações que responderão os testes. Podemos ter uma população ou mais de uma;
- Número de traços latentes que estão sendo medidos: versa sobre a quantidade de habilidades que o teste medirá. Pode ser uma habilidade (modelos unidimensionais) ou mais de uma.

2.1 O Modelo Logístico Unidimensional de 3 Parâmetros (ML3)

Com o intuito de facilitar a compreensão deste modelo aos leitores não familiarizados com a linguagem matemática, vamos apresentar a definição do Modelo Logístico de 3 Parâmetros para, depois, explicar como cada conceito influencia na definição dada. Faremos, ao final de cada tópico que explica um conceito da TRI, um breve comentário sobre o objeto em questão análogo na TCT.

Conforme Andrade, Tavares e Valle (2000, p. 9),

$$P(U_{ij} = 1|\theta_j) = c_i + (1 - c_i) \frac{1}{1 + e^{-Da_i(\theta_j - b_i)}}, \quad (2.1)$$

com $i = 1, 2, \dots, l$ e $j = 1, 2, \dots, n$, onde:

U_{ij} é uma variável dicotômica que assume os valores 1, quando o indivíduo j responde corretamente o item i , ou 0 quando o indivíduo j não responde corretamente ao item i .

θ_j representa a habilidade (traço latente) do j -ésimo indivíduo.

$P(U_{ij} = 1|\theta_j)$ é a probabilidade de um indivíduo j com habilidade θ_j responder corretamente o item i e é chamada de Função de Resposta do Item – FRI.

b_i é o parâmetro de dificuldade (ou de posição) do item i , medido na mesma escala da habilidade.

a_i é o parâmetro de discriminação (ou de inclinação) do item i , com valor proporcional à inclinação da Curva Característica do Item — CCI no ponto b_i .

c_i é o parâmetro do item que representa a probabilidade de indivíduos com baixa habilidade responderem corretamente o item i (muitas vezes referido como a probabilidade de acerto casual).

D é um fator de escala, constante e igual a 1. Utiliza-se o valor 1,7 quando deseja-se que a função logística forneça resultados semelhantes ao da função ogiva normal.

Os valores dos parâmetros a , b e c são calculados através de pré-testagens (calibragem dos itens), utilizando o método da máxima verossimilhança. Para maiores informações a respeito desses cálculos, consultar a referência ANDRADE, D. F.; VALLE, Raquel da Cunha; TAVARES, Heliton Ribeiro (2000).

Como o nome diz, este modelo leva em consideração os três parâmetros de um item para determinar a proficiência de um indivíduo após responder um conjunto de itens. Porém, é importante saber o que realmente quer dizer uma pessoa ter uma determinada proficiência ou habilidade em Matemática.

Quando procuramos a palavra proficiência nos dicionários, encontramos uma correspondência a palavras como competência e capacidade. Logo, dizer que uma pessoa é proficiente em Matemática pode ser entendido como uma pessoa com competência (capacidade) para entender e praticar Matemática. Quando criamos uma escala com diferentes níveis, é natural dizer que um indivíduo com uma proficiência muito alta seja detentor de um enorme conhecimento matemático. Entretanto, os indivíduos com níveis intermediários ou baixos de proficiência, o que eles realmente sabem?

2.1.1 A Escala de Proficiência

Teoricamente, o processo de construção de uma escala de habilidade permite que a mesma assumam valores no intervalo $(-\infty, +\infty)$. Dessa forma, faz-se necessário para a construção da escala escolher uma origem, representada pelo valor médio das proficiências dos indivíduos que responderam os testes, e uma unidade de medida, representada pelo desvio-padrão das habilidades dos respondentes do teste.

Geralmente, utiliza-se uma escala com média igual a 0 e desvio-padrão 1, representada por escala (0, 1) ou uma escala com média igual a 500 e desvio-padrão 100, representada por escala (500, 100), sendo esta última escala a utilizada no Exame Nacional do ensino Médio (Enem). Quanto ao parâmetro da discriminação, devemos dividi-lo por 100 quando passamos da escala (0,1) para a escala (500,100).

É importante ressaltar que independente da escala adotada os resultados encontrados serão os mesmos. E, mais ainda, que a interpretação feita sob o olhar das duas escalas é a mesma. Por exemplo, um indivíduo com habilidade 2 na escala (0, 1) tem proficiência de 2 desvios-padrão acima da média. Correspondendo na escala (500, 100) à habilidade 700, pois também representa 2 desvios-padrão acima da média.

Uma fórmula para fazer a mudança de escala da habilidade de um indivíduo é:

$$x = \frac{y - 500}{100}, \quad (2.2)$$

onde x representa a proficiência na escala (0, 1) e y representa a proficiência na escala (500, 100).

Analisando uma situação hipotética, será possível compreender mais facilmente o que significa uma pessoa ter uma certa habilidade e acentuaremos mais ainda as principais diferenças entre a Teoria Clássica e a Teoria de Resposta ao Item.

Imaginemos agora que um grupo responda uma prova muito especial, pois esta prova utiliza a TCT e a TRI para medir o conhecimento dos seus respondentes. Após a correção e a divulgação dos resultados, verifica-se que foram atribuídas a cada candidato duas notas: uma baseada no score bruto, sendo determinada pelo percentual de acerto (TCT) e outra baseada nos três parâmetros (discriminação e dificuldade do item e acerto ao acaso) descritos anteriormente (TRI).

Observando as notas de um respondente hipotético, observamos que obteve nota 5, ou seja, acertou 50% dos itens da prova e teve uma proficiência de 600 pontos. Em relação à primeira nota, só podemos afirmar que ele acertou a metade dos itens da prova, não conseguindo explicitar se foram itens fáceis, medianos ou difíceis, também não se obtêm uma faixa de acerto desses itens, pois não se

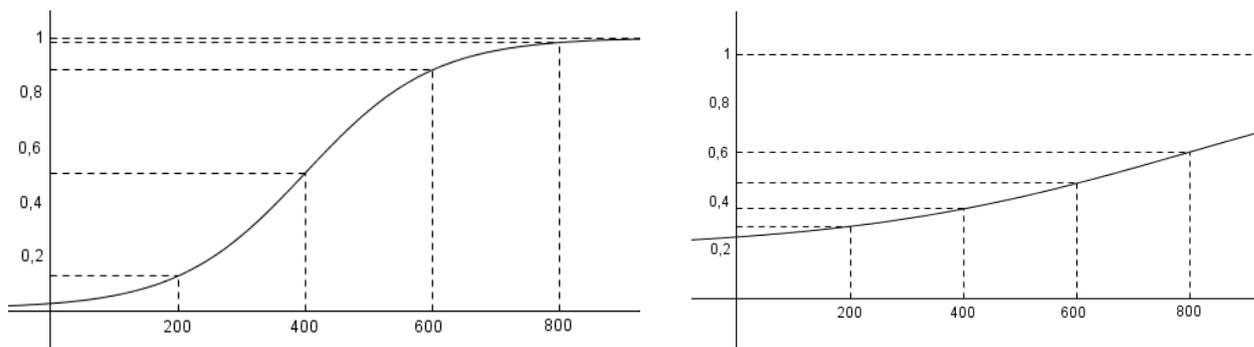
consideram os itens acertados no “chute”, não sabemos quais itens diferem os indivíduos com uma grande habilidade daqueles com pouca habilidade. Analisando a segunda nota, conclui-se que esse respondente tem uma probabilidade alta de acertar os itens com parâmetro de dificuldade até 600 pontos. Não significa que ele tenha acertado todos, mas sim que o mesmo tenha um grande índice de acertos em relação aos itens abaixo dessa faixa de dificuldade (pode-se pensar numa faixa do tamanho do desvio padrão e centrada na proficiência, isto é, variando de 550 até 650 pontos). Além disso, é possível classificar os itens nessas faixas de habilidades, determinando, assim, em quais conteúdos ele tem um domínio maior.

Vale destacar que a proficiência e o Parâmetro de Dificuldade estão sempre na mesma escala, facilitando, portanto, a interpretação gráfica, por meio da qual pode-se analisar simultaneamente ambos os conceitos.

2.1.2 A Curva Característica do Item (CCI)

O modelo matemático que define a TRI é uma função probabilidade. Portanto, sua imagem estará sempre no intervalo $[0, 1]$. De acordo com Rabelo (2013, p. 130), “o número $P(U_{ij} = 1|\theta_j)$ pode ser identificado com a proporção de respostas corretas ao item i no grupo de indivíduos com habilidade θ_j ”. Essa relação é descrita através de uma curva sigmoide (curva em forma de “S”), onde o eixo horizontal representa a escala de habilidade e o eixo vertical a probabilidade do indivíduo com uma habilidade θ_j dar a resposta correta ao item i . Podemos destacar duas assíntotas horizontais e notam-se, com certa precisão, os três parâmetros do item. Essa curva recebe o nome de Curva Característica do Item (CCI) e permite-nos observar as principais informações a respeito de um item de forma rápida e clara.

Figura 2.1 Exemplos de CCI



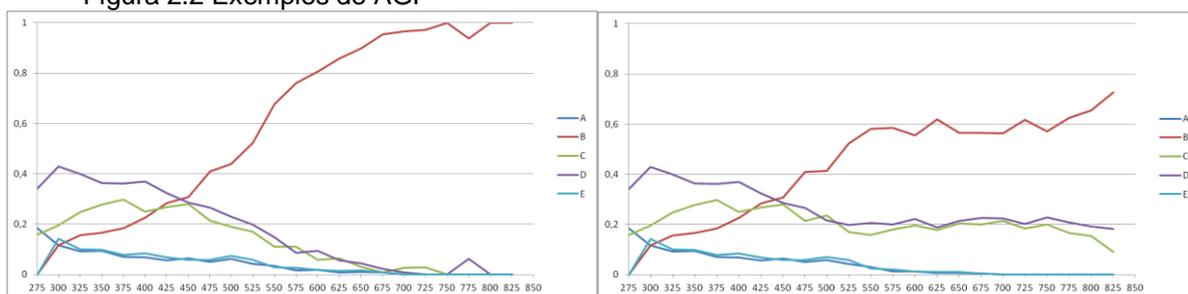
No gráfico à esquerda, podemos observar uma CCI com os valores dos parâmetros dentro do esperado para termos um item cumprindo bem a sua função avaliadora. O gráfico da direita mostra a CCI de um item com baixa dificuldade e pouco poder de discriminação.

Para uma melhor visualização de como os parâmetros influenciam o gráfico da CCI, consultar o apêndice I no final do trabalho.

Na teoria clássica, temos a Análise Gráfica do Item – AGI, que corresponde a um gráfico de linhas onde é representada a proporção de respostas dadas em cada opção de um determinado item em relação ao escore bruto total dos indivíduos que fizeram o teste. Na prática, o gráfico mostra no eixo horizontal, as faixas de notas em ordem crescente obtidas pelos respondentes do teste, e apresenta uma linha para representar cada uma das alternativas da questão. É esperado que os percentuais de escolhas das linhas correspondentes às alternativas erradas vão diminuindo conforme o escore total vá aumentando e o percentual de escolha da linha correspondente a alternativa correta aumente conforme o escore total aumente.

Ao analisarmos um item considerando sua AGI, podemos verificar pedagogicamente o porquê uma opção errada atrai indivíduos com bom desempenho, proporcionando, assim, um melhor entendimento sobre o processo de ensino-aprendizagem do estudante.

Figura 2.2 Exemplos de AGI



O gráfico a esquerda apresenta a AGI de um item considerado bom, pois conforme aumenta a proficiência dos respondentes a frequência de escolhas das alternativas incorretas diminuiu. No gráfico a direita observamos que alguns itens incorretos são atrativos para indivíduos com uma proficiência alta, mostrando que o item apresenta alguma falha na sua construção.

2.1.3 O Parâmetro de Dificuldade (b)

Como dito anteriormente, o parâmetro de dificuldade sempre estará na mesma escala da habilidade, o que sugere uma relação intrínseca entre os dois conceitos. Uma forma de se pensar no parâmetro “b”, é defini-lo como sendo o nível de habilidade mínima necessária para um indivíduo ter uma probabilidade alta para acertar o referido item. Essa probabilidade alta é igual a $\frac{1+c}{2}$, onde c é o parâmetro de acerto ao acaso do item. Se desconsideramos o acerto ao acaso ($c = 0$), a dificuldade do item fica definida como a proficiência mínima que um respondente precisa para ter a probabilidade de 50% para dar a resposta correta.

Agora vamos apresentar uma função probabilidade (que assumirá valores no intervalo $[0, 1]$) e que também seja uma função logística (lembre-se do nome deste modelo). Essa função é:

$$F(x) = \frac{1}{1+e^{-x}} \quad (2.3)$$

Devemos refletir neste momento sobre quais adaptações devem ser feitas para introduzirmos o parâmetro de dificuldade na função acima. É plausível pensarmos que quanto maior a dificuldade de uma questão maior deve ser a habilidade de um aluno para respondê-la corretamente. Como a dificuldade do item é fixa, o que varia é o nível de proficiência, que determinará a probabilidade de acerto da questão. Portanto, teremos uma variação crescente da diferença entre a proficiência e a dificuldade do item. Por conseguinte, substituiremos o incremento “x” da função (2.3) por $\theta - b$. O que acarretará na função:

$$P(U = 1|\theta) = \frac{1}{1+e^{-(\theta-b)}} \quad (2.4)$$

Nesse momento, é importante recordarmos que uma prova é composta por diversos itens e é feita por muitos alunos com habilidades distintas. Logo, é necessário acrescentarmos variáveis para representar os diferentes itens (i) e os diferentes alunos (j), transformando nossa equação em:

$$P\left(\begin{matrix} U_{ij} \\ = 1 \end{matrix} \middle| \theta_j\right) = \frac{1}{1+e^{-(\theta_j-b_i)}}, \quad (2.5)$$

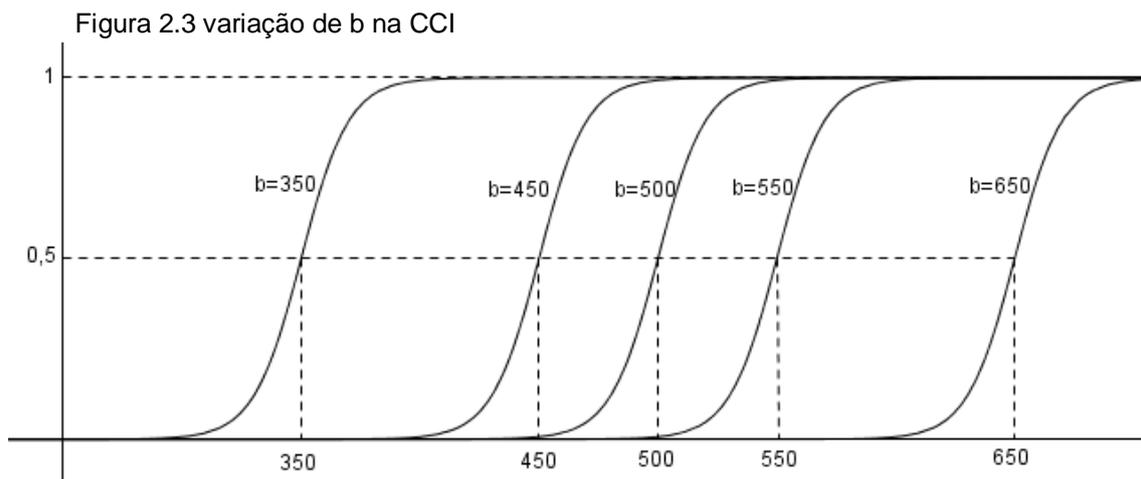
onde

U_{ij} representa a resposta do aluno j ao item i . Pode assumir valor 1, quando o indivíduo j responde corretamente o item i , ou valor 0, quando indivíduo j não responde corretamente o item i ;

θ_j representa a habilidade do aluno j ;

b_i é a dificuldade do item i .

A seguir temos alguns exemplos de itens com diferentes níveis de dificuldade.



Um ponto muito relevante acerca da dificuldade do item, remete ao fato de como saber se um item é considerado muito fácil, fácil, mediano, difícil ou muito difícil. Ressaltamos também a importância de se conhecer a distribuição dos itens de um teste em relação aos níveis de dificuldades citados anteriormente.

Conforme Pasquali (apud Rabelo, 2013),

o nível de dificuldade ideal para os itens de um teste depende da sua finalidade. Em avaliação educacional, recomenda-se uma distribuição de níveis de dificuldade de itens no teste dentro de uma curva normal: 10% dos itens em cada uma das duas faixas extremas, 20% em cada uma das faixas seguintes e 40% na faixa média.

Segundo Rabelo (2013) a tabela a seguir mostra a distribuição e a classificação dos itens adotados por grande parte dos autores para testes de avaliação educacional, utilizando a escala (500,100). Vale ressaltar que, geralmente, as provas de Matemática apresentam questões com um alto grau de dificuldade, comprometendo assim a utilização da tabela.

Tabela 2.1: classificação da questão de acordo com b (dificuldade do item)

CLASSIFICAÇÃO	DISTRIBUIÇÃO ESPERADA	DIFICULDADE DO ITEM
Muito fáceis	10%	Até 372
Fáceis	20%	De 373 a 448
Medianos	40%	De 449 a 551
Difíceis	20%	De 552 a 627
Muito Difíceis	10%	628 em diante

Fonte: Rabelo, (2013,p. 134)

Na verdade, a dificuldade de um item varia no intervalo $(-\infty, +\infty)$, porém, em aproximadamente 99,7% dos casos, esses valores estão no intervalo (200,800). Dessa forma, questões com o parâmetro “b” fora desse intervalo, sugerem que estas devem ser descartadas por apresentarem algum erro na sua construção.

Fazendo uma analogia, para se medir a dificuldade de um item na TCT, basta calcular a proporção de acertos do item. Ou seja, é a razão entre o número de indivíduos que responderam corretamente o item pelo total de indivíduos que foram submetidos ao item.

2.1.4 O Parâmetro de Discriminação (a)

Primeiramente, para entendermos melhor esse parâmetro, devemos ter clareza a respeito do que venha ser a discriminação de um item. É plausível pensarmos que numa prova feita com vários respondentes com habilidades distintas, alguns itens serão considerados fáceis pelos indivíduos com uma proficiência alta, mas podem ser considerados difíceis pelos indivíduos com uma baixa proficiência. A discriminação é exatamente essa característica do item capaz de diferenciar indivíduos com habilidades distintas. Dessa forma, o parâmetro de discriminação é o responsável por aumentar, ou não, a diferença entre as probabilidades de alunos com habilidades distintas responderem corretamente o item.

Ao observarmos a CCI, o parâmetro de discriminação é encontrado no ponto de inflexão da curva, isto é, o ponto onde ela muda a sua concavidade, tendo um valor proporcional à inclinação desta curva. Espera-se que um item tenha o valor do parâmetro “a” positivo, pois, caso contrário, a CCI indicaria que, quanto maior a proficiência de um indivíduo, menor a sua probabilidade de responder corretamente

o item. E, mais ainda, espera-se também que o valor do “a” não seja muito próximo do zero, uma vez que isso definiria que indivíduos com proficiências muito distintas tenham, praticamente, a mesma probabilidade de acertarem o item. Os itens que não diferenciam indivíduos com habilidades diferentes são ditos como tendo um baixo poder de discriminação.

De acordo com Rabelo (2013), para esclarecer quando um item é ou não discriminativo, alguns autores utilizam a classificação abaixo como referência. Porém, é senso comum que itens com valor de discriminação acima de 0,0070 tendem a discriminar melhor, entretanto, se essa discriminação tiver um valor muito elevado, acima de 0,0170, os itens podem não funcionar também.

Tabela 2.2: classificação de questão de acordo com a (discriminação)

VALORES DO PARÂMETRO “a”	DISCRIMINAÇÃO
$a = 0$	Nenhuma
$0 < a \leq 0,0035$	Muito baixa
$0,0035 < a \leq 0,0065$	Baixa
$0,0065 < a \leq 0,0135$	Moderada
$0,0135 < a \leq 0,0170$	Alta
$a > 0,0170$	Muito alta

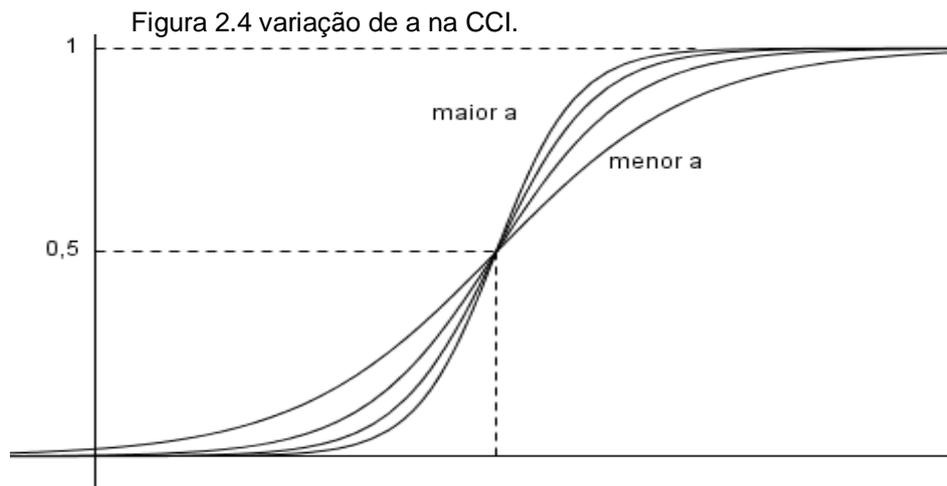
Fonte: Rabelo, (2013,p. 138)

Quando inserimos na equação (2.5) o parâmetro de discriminação, ela passa ter a seguinte forma:

$$P(U_{ij} = 1|\theta_j) = \frac{1}{1+e^{-a_i(\theta_j-b_i)}} \quad (2.6)$$

com a_i representando a discriminação do item i.

O gráfico a seguir mostra as variações na CCI em decorrência de alterações feitas nos valores do parâmetro “a”.



Na TCT, a discriminação de um item é feita da seguinte forma: separamos os respondentes do teste em três grupos, conforme o escore total no teste, chamados de grupo inferior (corresponde aos 27% de menor desempenho), grupo superior (corresponde aos 27% de maior desempenho) e grupo intermediário (corresponde aos 46% restantes). Almeja-se que a proporção de acertos do grupo superior (P_{sup}) seja maior que a proporção de acertos do grupo intermediário (P_{int}) e que a proporção de acertos do grupo intermediário seja maior que a proporção de acertos do grupo inferior (P_{inf}). Sendo assim, a discriminação do item é definida como a diferença entre a proporção de acertos do grupo superior e a proporção de acertos do grupo inferior.

$$Disc = P_{sup} - P_{inf} \quad (2.7)$$

Segundo Rabelo (2013) utiliza-se a classificação a seguir para determinar o quanto um item é discriminativo. Pode-se dizer que, quanto maior a diferença entre P_{sup} e P_{inf} , maior será o poder de discriminação do item.

Tabela 2.3: classificação dos itens de acordo com a discriminação na TCT

VALORES DE DISCRIMINAÇÃO	CLASSIFICAÇÃO
$Disc < 20$	Item deficiente, que deve ser rejeitado
$20 \leq Disc < 30$	Item marginal, sujeito a reelaboração
$30 \leq Disc < 40$	Item bom, mas sujeito a aprimoramento
$Disc \geq 40$	Item bom

Fonte: Rabelo (2013, p. 136).

Ainda na TCT temos outra medida que também é muito utilizada para verificar o poder de discriminação de um item, o coeficiente de correlação ponto-bisserial. Ele compara o escore total dos indivíduos no teste com o escore total dos indivíduos que acertaram um item em particular, isto é, o número de acertos do item na prova. Variando no intervalo $[-1, 1]$, espera-se que o ponto-bisserial apresente coeficiente maior que 0,30, pois valores negativos ou próximos de zero indicam que indivíduos com um bom desempenho total no teste estão dando respostas incorretas. Isso mostra que o item não está cumprindo o seu papel de distinguir alunos com uma grande habilidade dos alunos com uma baixa habilidade.

$$\rho_{pb} = \frac{S_p - S}{\sigma} \sqrt{\frac{p}{1-p}}, \quad (2.7)$$

em que,

S_p é a nota média no teste para os indivíduos que acertaram o item;

S é a nota média no teste para todos os indivíduos;

σ é o desvio-padrão das notas obtidas no teste por todos os indivíduos;

p é a proporção de acertos no item.

Esse coeficiente pode ser calculado também para cada uma das opções de respostas da questão, determinando, assim, uma medida de correlação entre o escore total no teste e o escore dos respondentes que marcaram cada uma das diferentes alternativas de respostas de um único item. Para isso, basta substituir, na

equação (2.7), a nota média no teste para os indivíduos que acertaram o item pelo nota média no teste dos indivíduos que marcaram o item.

Observando a equação (2.7), é fácil notar que a expressão $S_p - S$ determinará se o ponto-bisserial será positivo ou não. Dessa forma, anseia-se que a opção correta de resposta tenha o coeficiente ponto-bisserial positivo (média dos indivíduos que acertaram o item maior que a média de todos os indivíduos que responderam a prova) e as demais opções tenham coeficientes negativos (acontecendo o inverso do caso anterior). Se a alternativa correta tiver o coeficiente negativo e ou alguma alternativa errada tiver o coeficiente positivo, isso pode ser um indicativo de algum problema na construção das respostas desse item ou na construção do próprio item, mostrando, assim, que o referido item não discrimina bem e que deve ser descartado de um teste de avaliação educacional.

2.1.5 O Parâmetro de Acerto ao Acaso (c)

Este parâmetro representa a probabilidade de um indivíduo com baixa proficiência acertar casualmente um item, utilizando o popular “chute”. É razoável pensarmos que num teste com itens de múltipla escolha, cada uma das p alternativas tem probabilidade de $\frac{1}{p}$ de ser escolhida, logo, se o acerto ao acaso for superior a este valor, significa que a resposta correta atrai alunos com pouca habilidade por ser diferente das demais opções de resposta de alguma forma. Itens onde esse fenômeno acontece, em geral, foram mal elaborados ou tiveram suas alternativas de resposta mal elaboradas.

Na grande maioria dos testes de avaliação educacional, os itens são criados com 4 ou 5 opções de resposta, definindo o parâmetro “c” ideal de, no máximo, 0,25 ou 0,20, respectivamente.

Introduzindo o último parâmetro na equação (2.6), chegamos à definição completa do modelo logístico de três parâmetros, conforme a equação (2.6).

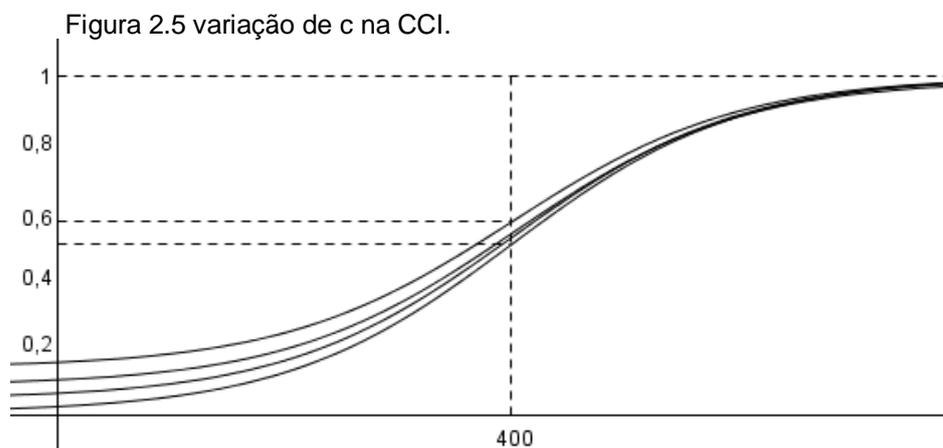
$$P(U_{ij} = 1|\theta_j) = c_i + (1 - c_i) \frac{1}{1 + e^{-Da_i(\theta_j - b_i)}}$$

onde,

c_i representa a probabilidade de acerto ao acaso do item i ,

D é um fator de escala igual a 1 quando utilizamos a métrica logística e igual a 1,7 quando utilizamos a métrica normal.

Observando a CCI, vemos que a assíntota horizontal inferior da curva, intercepta o eixo vertical exatamente no parâmetro “c”.



2.2 Análise Pedagógica do Item

Até o momento, procuramos mostrar os principais conceitos que envolvem a teoria de resposta ao item e as diferenças em relação aos conceitos análogos na teoria clássica. Entretanto, em termos de análise pedagógica dos itens, as duas teorias se completam, permitindo um diagnóstico muito mais amplo sobre o nível de proficiência dos alunos e o processo de construção dos itens. Ademais, será traçado um perfil mostrando as maiores habilidades e dificuldades dos candidatos ao PROFMAT.

Salientamos que algumas características e classificações dos parâmetros da TRI e medidas da TCT são consideradas ideais para itens que servirão para processos de avaliações educacionais, entretanto a prova de acesso ao PROFMAT não se propõe a essa finalidade e sim a aferir os conhecimentos matemáticos necessários para os futuros alunos cursarem com êxito as disciplinas inerentes ao PROFMAT.

Neste trabalho, cada questão do exame nacional de acesso do ano de 2013 será pedagogicamente avaliada. Será exibida uma tabela onde serão apresentados dados estatísticos da questão (número de respondentes e porcentagem de acertos),

dados da TCT (frequência de marcação de cada alternativa e os seus respectivos bisseriais) e os parâmetros da TRI (a, b e c). Serão expostos ainda dois gráficos, a CCI e a AGI. É importante destacar que os gráficos da CCI serão construídos utilizando o programa BILOG que utiliza a escala de proficiência (0,1). Entretanto, a análise dos itens utilizando a TRI será feita na escala (500,100), sem nenhum prejuízo na interpretação, pois em ambas as escalas os gráficos são semelhantes.

Sequencialmente, haverá um comentário sobre os principais itens identificados na tabela e nos gráficos, sendo explicado o efeito que cada um deles pode exercer no resultado da questão. E, por último, será feita uma análise pedagógica dos itens, quando identificaremos os conteúdos nos quais os professores apresentam maior domínio e os conteúdos nos quais demonstram as maiores dificuldades.

A seguir, temos um exemplo da tabela a ser utilizada e um breve resumo sobre as informações nela contidas.

Gabarito:						
Assunto:						
TCT	Total:	Acertos:			Percentual de acertos:	
Opções	A	B	C	D	E	
Frequência						
Bisserial						
TRI	a	B		c		

- **Gabarito:** indica a resposta correta do item;
- **Assunto:** apresenta o principal conteúdo abordado na questão;
- **Total:** é a quantidade de respondentes ao teste;
- **Acertos:** é a quantidade de respondentes que acertaram o teste;
- **Percentual de Acertos:** indica a dificuldade do item medido pela TCT;
- **Frequência:** é a quantidade de indivíduos que marcaram essa alternativa com resposta correta;
- **Bisserial:** estabelece uma relação entre a nota média de todos os indivíduos no teste e a nota média dos indivíduos que marcaram essa alternativa como resposta correta. Espera-se valor positivo para a opção correta e valores negativos para as demais opções;
- **a:** indica o poder de discriminação do item pela TRI;

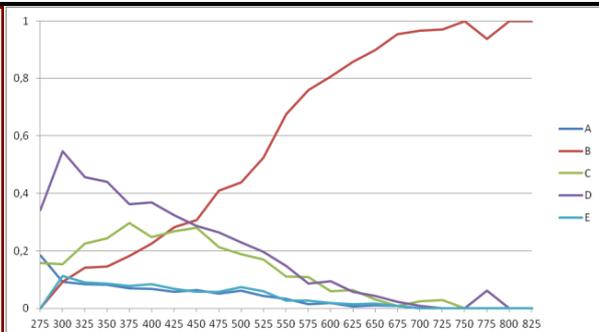
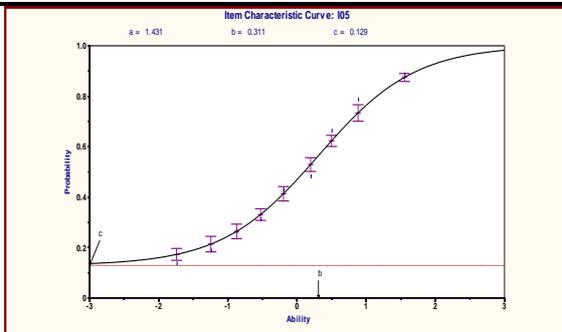
- **b**: é o grau de dificuldade do item pela TRI;
- **c**: é a probabilidade de acerto ao acaso.

Vejam alguns exemplos:

Questão 5 (2013) - A soma de 11 inteiros consecutivos é N . Qual é o maior desses números em termos de N ?

- (A) $\frac{N}{5} + 5$
- (B) $\frac{N}{11} + 5$
- (C) $\frac{N}{5} + 10$
- (D) $\frac{N}{11} + 10$
- (E) $\frac{N}{6} + 10$

Gabarito: B					
Assunto: Sequências					
TCT	Total: 11270	Acertos: 5596		Percentual de acertos: 49,66	
Opções	A	B	C	D	E
Frequência	0,0460	0,4966	0,1768	0,2249	0,0508
Bisserial	-0,1991	0,5204	-0,2404	-0,3428	-0,1846
TRI	a = 0,01431(alta)		b = 531,079(Mediano)		c = 0,12874



Para resolver esta questão o candidato deve ter conhecimento de Sequências, utilizando a soma de termos de uma Progressão Aritmética. Analisando a tabela e o gráfico, podemos perceber que um número muito pequeno de candidatos marcou as alternativas A e E, até mesmo entre os candidatos com baixo rendimento poucos marcaram essas alternativas. A questão apresenta um nível de dificuldade média com 49 % de acertos. As alternativas C e D atraíram um número alto de candidatos com baixo desempenho e a alternativa B atraiu os candidatos com melhor desempenho. De acordo com o último gráfico percebemos que alternativa correta atrai os alunos com maior proficiência, o que deve ser o esperado de uma boa questão.

3 UMA APLICAÇÃO DA TEORIA DE RESPOSTA AO ITEM NO EXAME NACIONAL DE ACESSO DO PROFMAT 2013

O PROFMAT é um programa de pós-graduação stricto sensu em Matemática, com reconhecimento da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES), do Ministério da Educação e que conduz ao título de Mestre. O objetivo do PROFMAT é aprofundar a formação de matemática no exercício da docência no Ensino Básico. O Exame de acesso em si tem como objetivo aferir o conhecimento matemático necessário para o curso das disciplinas oferecidas no programa, servindo como processo seletivo para ingresso no mesmo.

O Exame Nacional de Acesso de 2013 foi realizado em 25 de agosto de 2012, com a participação de 11270 candidatos, a prova objetiva, que será avaliada a seguir, contava com 35 questões que avaliavam os seguintes itens:

- a) Construção de significados para os números;
- b) O conhecimento geométrico e a realidade;
- c) Grandezas e medidas e resolução de problemas do cotidiano;
- d) Variações de grandezas;
- e) Resolução de problemas algébricos;
- f) Organização de dados e tratamento da informação.

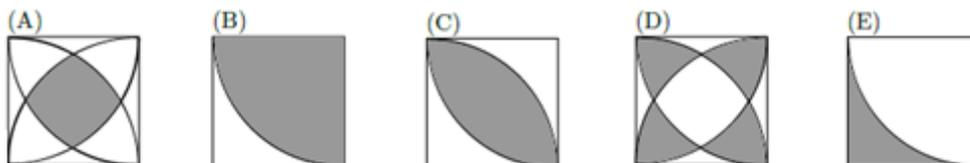
Para maiores informações o edital deste exame encontra-se disponível em: http://www.profmat-sbm.org.br/docs/Edital_Exame_nacional_PROFMAT_2013.pdf.

Na análise de cada item que veremos a seguir a CCI (Curva Característica do Item) foi gerada utilizando o programa BILOG e a AGI (Análise Gráfica do Item) foi feita utilizando o EXCEL, todos os dados estatísticos, os parâmetros da TRI e o BILOG foram cedidos pelo orientador⁴ deste trabalho, que os obteve junto à Sociedade Brasileira de Matemática (SBM), que responde pela coordenação do curso.

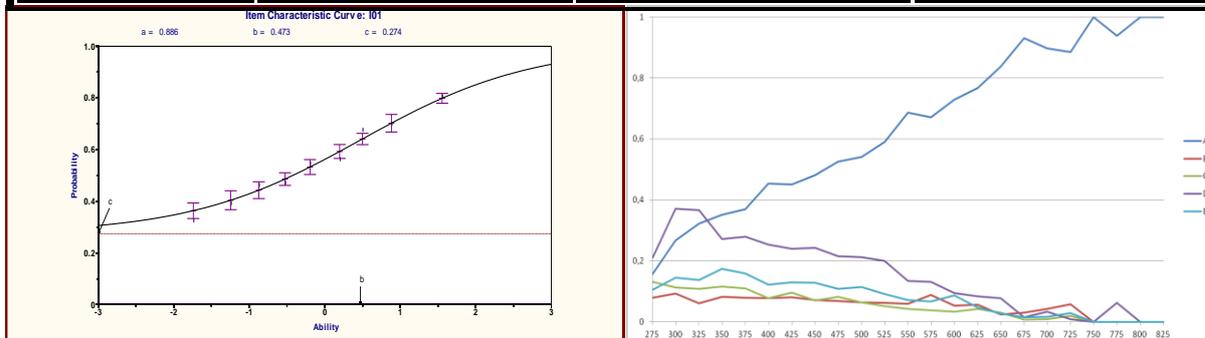
⁴ Professor PhD Paulo Cezar Pinto de Carvalho (IMPA).

3.1 Análise das Questões do ENA 2013

Questão 1- Assinale, dentre as regiões a seguir, pintadas de cinza, aquela que é formada pelos pontos do quadrado cuja distância a qualquer um dos vértices não é maior do que o comprimento do lado do quadrado maior.



Gabarito: A					
Assunto: Relações Métricas: triângulos, polígonos e círculos.					
TCT	Total: 11270	Acertos: 6460		Percentual de acertos: 57,35	
Opções	A	B	C	D	E
Frequência	0,5735	0,0664	0,0642	0,1902	0,1004
Bisserial	0,3182	-0,0467	-0,1738	-0,2325	-0,1714
TRI	a =0,00886 (Moderada)		b =547,335 (Mediana)		c =0,27361



Para resolver esta questão o candidato precisa ter conhecimento das relações métricas no triângulo retângulo, entendendo o teorema de Pitágoras. A análise da questão nos permite observar que ela possui um bom número de acertos, com 57% dos candidatos acertando a questão e duas alternativas muito facilmente descartáveis B e C, as duas com aproximadamente 6% de escolha, cada uma, entre os candidatos, o que faz com que o índice de acertos ao acaso (c) aumente, chegando a 0,27, quando o esperado é que não passe de 0,2. A análise do segundo gráfico nos permite concluir que os candidatos com boa proficiência acertaram a questão o que é o esperado.

Questão 2- Um círculo de raio R tem área A e, girando o círculo em torno de um diâmetro, obtemos uma esfera de volume V . Se repetirmos o procedimento com um círculo de raio $2,5R$, sua área e o volume da esfera correspondente serão, respectivamente,

(A) $2,5A$ e $2,5V$

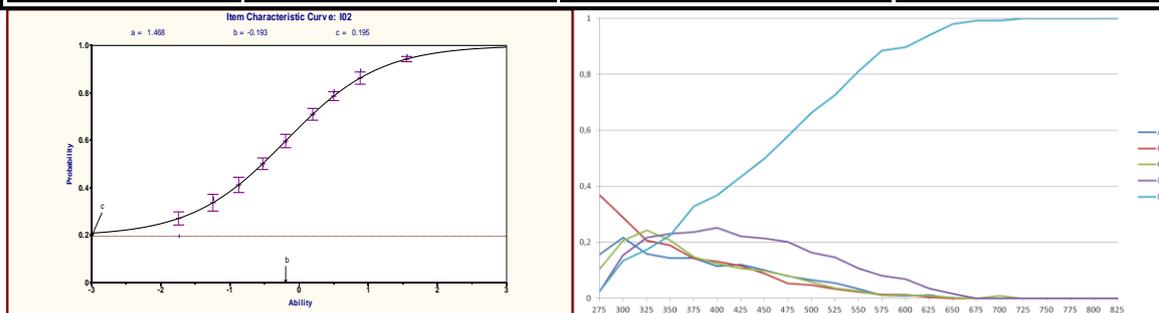
(B) $5A$ e $10V$

(C) $5A$ e $25V$

(D) $6,25A$ e $12,25V$

(E) $6,25A$ e $15,625V$

Gabarito: E					
Assunto: Volume da Esfera.					
TCT	Total: 11270	Acertos: 7196		Percentual de acertos: 63,87	
Opções	A	B	C	D	E
Frequência	0,0698	0,0655	0,0704	0,1519	0,6387
Bisserial	-0,3079	-0,3799	-0,3712	-0,2245	0,5243
TRI	a = 0,01468 (alta)		b = 480,707 (mediana)		c = 0,19359

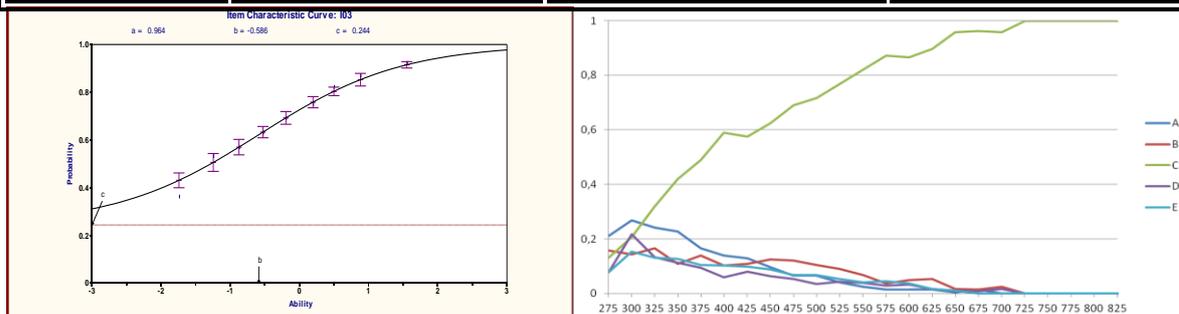


Para resolver esta questão o candidato precisa ter conhecimento de volume da esfera. A análise da questão nos permite observar que ela possui um bom número de acertos, com quase 64% dos candidatos acertando a questão e três alternativas muito facilmente descartáveis A, B e C, as três com menos de 8% de escolha, cada uma, entre os candidatos. A análise do segundo gráfico nos permite concluir que os candidatos com boa proficiência acertaram a questão o que é o esperado. Trata-se de uma boa questão, sendo necessário apenas um ajuste nas três alternativas citadas anteriormente como as menos escolhidas.

Questão 3- Um comerciante compra conjuntos de 4 canetas, a 5 reais cada conjunto, e vende essas canetas em pacotes de três, cobrando 5 reais por pacote. Quantos pacotes ele deve vender, no mínimo, para ter um lucro de 100 reais?

- (A) 50 (B) 90
 (C) 80 (D) 100
 (E) 180

Gabarito: C					
Assunto: Razão, Proporção e Grandezas diretamente proporcionais.					
TCT	Total: 11270	Acertos: 7993		Percentual de acertos: 70,91	
Opções	A	B	C	D	E
Frequência	0,0759	0,0910	0,7091	0,0531	0,0657
Bisserial	-0,3668	-0,1491	0,3828	-0,2126	-0,2077
TRI	a = 0,00964 (moderada)		b = 441,368 (Fácil)		c = 0,24357

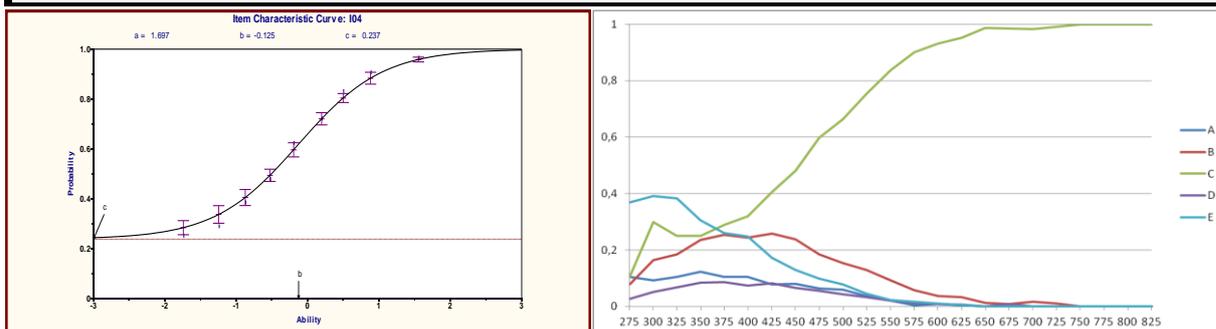


Para resolver esta questão o candidato precisa ter conhecimento de razão e proporção. É possível ainda resolver a questão utilizando-se das alternativas, o que talvez justifique o alto índice de acertos da questão chegando a quase 71% dos candidatos, sendo assim a questão com o maior número de acertos da prova. A análise da tabela nos mostra também que foi uma questão fácil e com o índice de acertos ao acaso (c) alto, chegando a 0,24, quando o esperado é que não passe de 0,2. A análise do segundo gráfico nos permite concluir que os candidatos com proficiência mediana (em torno de 500), em sua grande maioria, acertaram a questão.

Questão 4- Na primeira fase de um campeonato interescolar de basquete, onde cada time joga uma vez contra cada um dos outros times, foram realizados 253 jogos. Quantos times havia no campeonato?

- (A) 15 (B) 17
 (C) 23 (D) 51
 (E) 126

Gabarito: C					
Assunto: Noções de Contagem (Combinação), Equação.					
TCT	Total: 11270	Acertos: 7283		Percentual de acertos: 64,64	
Opções	A	B	C	D	E
Frequência	0,0526	0,1489	0,6464	0,0432	0,1043
Bisserial	-0,2780	-0,2511	0,5280	-0,2349	-0,4557
TRI	a = 0,01697 (alta)		b = 487,483 (Mediana)		c = 0,23737



Para resolver esta questão o candidato precisa ter conhecimento de combinação e também deve ser capaz de resolver uma equação do 2º grau. A análise da questão nos permite observar que ela possui um bom número de acertos, com quase 65% dos candidatos acertando a questão e duas alternativas, A e D, com um número baixo de escolha entre os candidatos, as duas juntas não chegam a 10%. Vemos ainda um índice de acertos ao acaso (c) alto, chegando a quase 0,24, quando o esperado é que não passe de 0,2. A análise do segundo gráfico nos permite concluir que os candidatos com boa proficiência acertaram a questão o que é o esperado.

Questão 5- A soma de 11 inteiros consecutivos é N . Qual é o maior desses números em termos de N ?

(A) $\frac{N}{5} + 5$

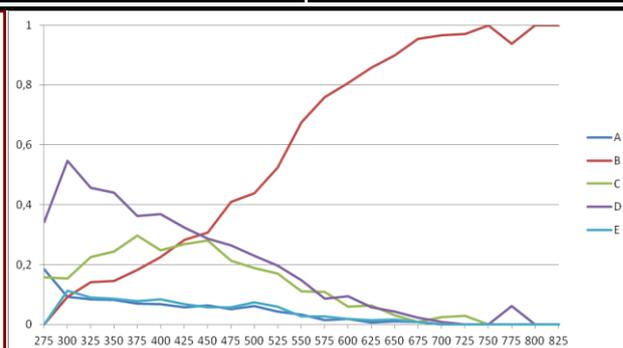
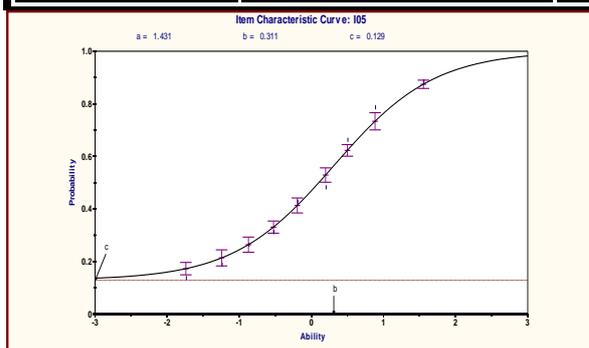
(B) $\frac{N}{11} + 5$

(C) $\frac{N}{5} + 10$

(D) $\frac{N}{11} + 10$

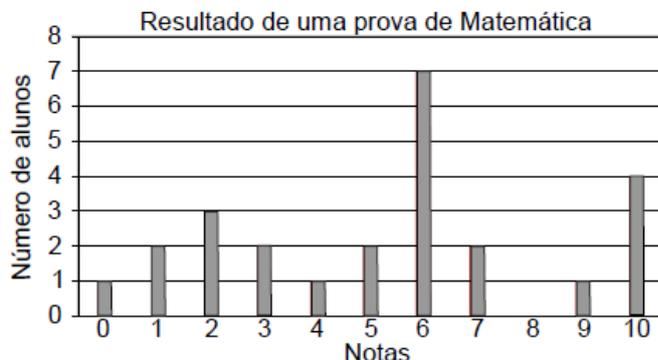
(E) $\frac{N}{6} + 10$

Gabarito: B					
Assunto: Sequências					
TCT	Total: 11270	Acertos: 5596	Percentual de acertos: 49,66		
Opções	A	B	C	D	E
Frequência	0,0460	0,4966	0,1768	0,2249	0,0508
Bisserial	-0,1991	0,5204	-0,2404	-0,3428	-0,1846
TRI	a = 0,01431 (alta)		b = 531,079 (Mediana)		c = 0,12874



Para resolver esta questão o candidato deve ter conhecimento de sequências, utilizando a soma de termos de uma Progressão Aritmética. Analisando a tabela e o gráfico, podemos perceber que um número muito pequeno de candidatos marcou as alternativas A e E, até mesmo entre os candidatos com baixo rendimento poucos marcaram essas alternativas. A questão apresenta um nível de dificuldade média com 49 % de acertos. As alternativas C e D atraíram um número alto de candidatos com baixo desempenho e a alternativa B atraiu os candidatos com melhor desempenho. De acordo com o último gráfico percebemos que alternativa correta atrai os alunos com maior proficiência, o que deve ser o esperado de uma boa questão.

Questão 6- O gráfico de barras exibe a distribuição de frequência das notas obtidas em uma prova de Matemática.



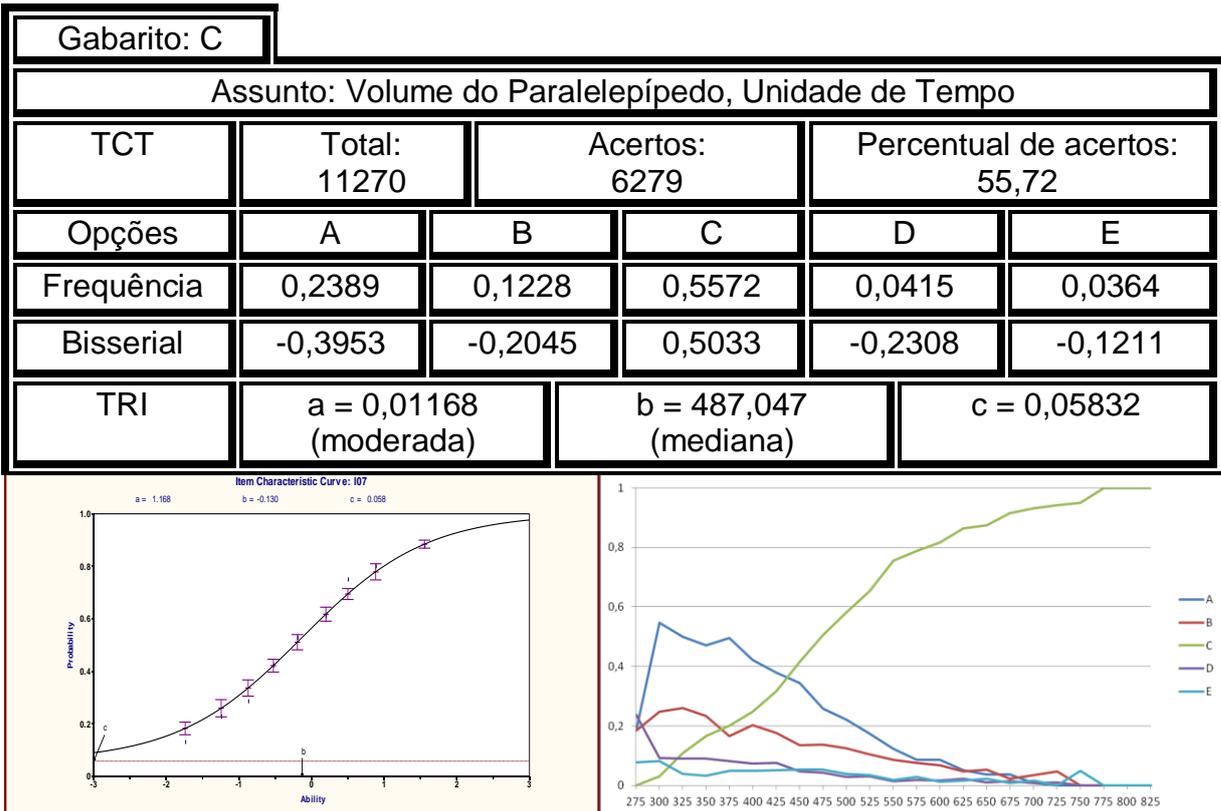
A média aritmética das notas dessa prova é igual a
 (A) 2,50 (B) 3,50 (C) 5,00 (D) 5,32 (E) 6,00

Gabarito: D					
Assunto: Média Aritmética, Análise de Gráficos					
TCT	Total: 11270	Acertos: 7767	Percentual de acertos: 68,94		
Opções	A	B	C	D	E
Frequência	0,0995	0,0734	0,0928	0,6894	0,0408
Bisserial	-0,3966	-0,2837	-0,2848	0,5320	-0,3168
TRI	a = 0,01313 (moderada)		b = 428,054 (fácil)		c = 0,06038

Para resolver esta questão o candidato precisa ter conhecimento de interpretação de gráficos e de média aritmética. A análise da questão nos permite observar que ela possui um alto número de acertos, com quase 69% dos candidatos acertando a questão e as outras alternativas pouco escolhidas entre os candidatos, com menos de 10% de escolha cada uma. Trata-se de uma questão fácil com índice de acertos ao acaso (c) próximo de 0,06, dentro do esperado que é menor que 0,2. A análise do segundo gráfico nos permite concluir que os candidatos com proficiência mediana (em torno de 500), em sua maioria, acertaram a questão.

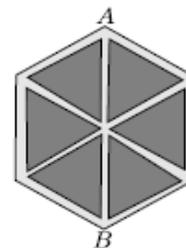
Questão 7- A Estação de Tratamento de Esgotos de Sarapuí, no Rio de Janeiro, tem a capacidade de tratar 1500 litros de esgoto por segundo. Seja T o tempo necessário para que essa estação processe o volume de esgoto correspondente ao volume de uma piscina de 50 metros de comprimento, 25 metros de largura e 2 metros de profundidade. Dentre as opções abaixo, o valor de T está mais próximo de

(A) dois segundos (B) dois minutos
 (C) meia hora (D) uma hora
 (E) um dia



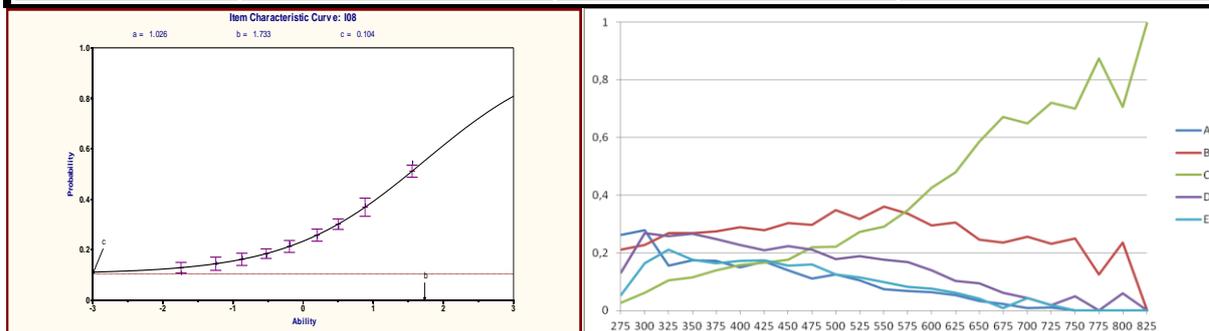
Para resolver esta questão o candidato precisa ter conhecimento de volume de paralelepípedo e saber operar com as unidades de tempo. A análise da questão nos permite observar que ela possui um bom número de acertos, com quase 56% dos candidatos acertando a questão e duas alternativas, D e E, pouco escolhidas entre os candidatos, cada uma não chegando a 5% de escolha. Vemos ainda que a alternativa A atraiu muitos candidatos de baixa proficiência. Trata-se de uma questão de dificuldade mediana com um índice de acertos ao acaso (c) próximo de 0,06, dentro do esperado que é menor que 0,2. A análise do segundo gráfico nos permite concluir que os candidatos com proficiência a partir de 600, em sua grande maioria, acertaram a questão.

Questão 8- Uma pequena praça tem a forma de um hexágono dividido em triângulos, como ilustrado na figura. A reta que liga A e B está alinhada com a direção norte-sul, sendo A mais ao norte. Os espaços do hexágono fora dos triângulos são ruas nas quais uma pessoa pode caminhar.



Quantos são os caminhos diferentes que uma pessoa pode seguir (sem sair da praça) para ir do ponto A ao ponto B se, durante sua caminhada, ela sempre está mais ao sul do que estava em qualquer ponto anterior?
 (A) 6 (B) 9 (C) 11 (D) 12 (E) 72

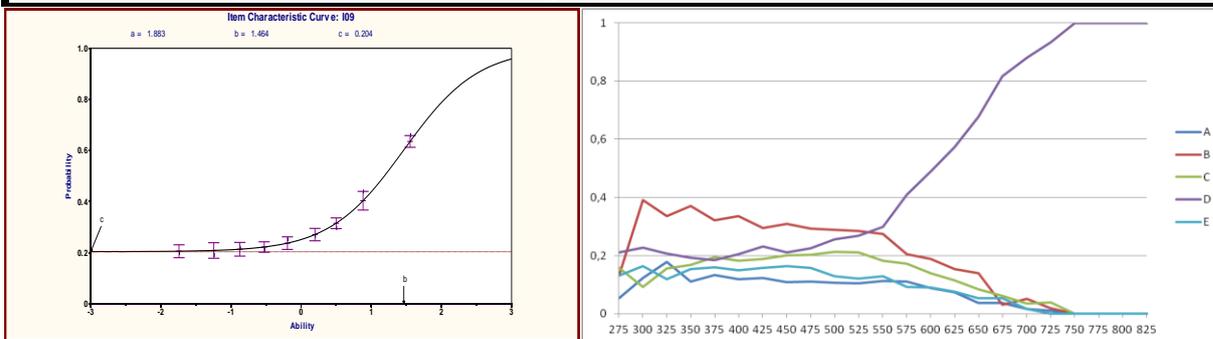
Gabarito: C					
Assunto: Noções de Contagem					
TCT	Total: 11270	Acertos: 3055		Percentual de acertos: 27,12	
Opções	A	B	C	D	E
Frequência	0,1105	0,3048	0,2712	0,1867	0,1245
Bisserial	-0,2296	0,0444	0,3497	-0,1654	-0,1933
TRI	a = 0,01026 (moderada)		b = 673,258 (muito difícil)		c = 0,10414



Para resolver esta questão o candidato precisa ter conhecimento de noções de contagem. A análise da questão nos permite observar que ela possui um baixo número de acertos, com pouco mais de 27% dos candidatos acertando a questão. Trata-se de uma questão considerada muito difícil. Com um índice de acertos ao acaso (c) próximo de 0,10, dentro do esperado que é menor que 0,2. Percebemos ainda que há um problema nas alternativas, o esperado em uma questão é que apenas uma alternativa tenha bisserial positivo, a correta, nesta questão vemos que a alternativa B também tem bisserial positivo, o que explica o índice de escolha maior do que o da alternativa correta, C. Pelo segundo gráfico podemos ver também que muitos candidatos com proficiência alta marcaram a alternativa B, pois uma alternativa com bisserial positivo consegue “atrair” bons candidatos. Talvez uma mudança nas alternativas, especialmente na B, faria com que a questão fosse mais adequada.

- Questão 9-** Seja $N = 12^{2012} + 2012^{12}$. O maior valor de n tal que 2^n é divisor de N é
- (A) 10 (B) 12
 (C) 16 (D) 24
 (E) 36

Gabarito: D					
Assunto: Divisibilidade, Potências					
TCT	Total: 11270	Acertos: 3596		Percentual de acertos: 31,91	
Opções	A	B	C	D	E
Frequência	0,1048	0,2669	0,1750	0,3191	0,1272
Bisserial	-0,0984	-0,1814	-0,0751	0,3551	-0,1275
TRI	a = 0,01883 (muito alto)		b = 646,45 (muito difícil)		c = 0,20365

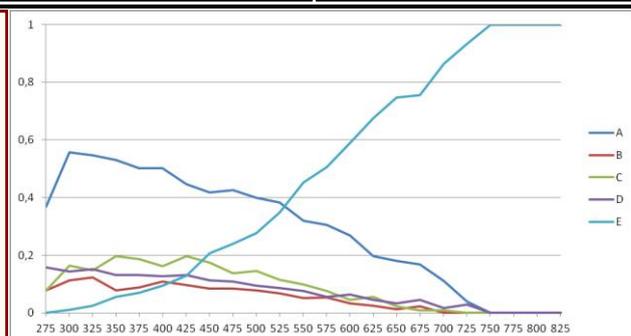
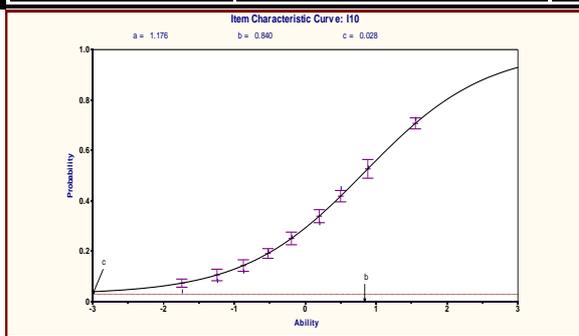


Para resolver esta questão o candidato precisa ter conhecimento de divisibilidade e potências. A análise da questão nos permite observar que ela possui um baixo número de acertos, com quase 32% dos candidatos acertando a questão. Vemos ainda que a alternativa B atraiu muitos candidatos de baixa a média proficiência. Trata-se de uma questão muito difícil com um índice de acertos ao acaso (c) um pouco maior do que o esperado que é menor que 0,2. A análise do segundo gráfico nos permite concluir que os candidatos com proficiência a partir de 675, em sua grande maioria, acertaram a questão.

Questão 10- A *média geométrica* de três números positivos é a raiz cúbica do produto dos três. Se a média geométrica de três números naturais distintos é igual a 5, qual é a soma desses três números?

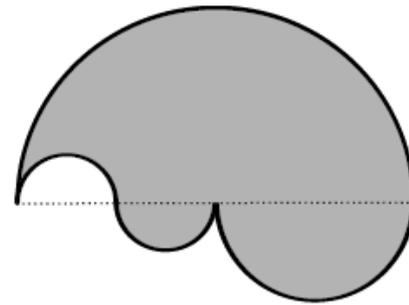
- (A) 15 (B) 16
 (C) 21 (D) 30
 (E) 31

Gabarito: E					
Assunto: Médias, Decomposição em Fatores Primos					
TCT	Total: 11270	Acertos: 3785		Percentual de acertos: 33,59	
Opções	A	B	C	D	E
Frequência	0,3729	0,0680	0,1240	0,0937	0,3359
Bisserial	-0,2349	-0,1700	-0,2157	-0,1625	0,5158
TRI	a = 0,01176 (moderada)		b = 584,008 (difícil)		c = 0,02818



Para resolver esta questão o candidato precisa ter conhecimento de decomposição em fatores primos. A análise da questão nos permite observar que ela possui um baixo número de acertos, com quase 34% dos candidatos acertando a questão e duas alternativas, B e D, pouco escolhidas entre os candidatos, cada uma não chegando a 10% de escolha. Vemos ainda que a alternativa A atraiu muitos candidatos de baixa proficiência. Trata-se de uma questão difícil com um índice de acertos ao acaso (c) próximo de 0,03, dentro do esperado que é menor que 0,2. A análise do segundo gráfico nos permite concluir que os candidatos com proficiência a partir de 700, em sua grande maioria, acertaram a questão.

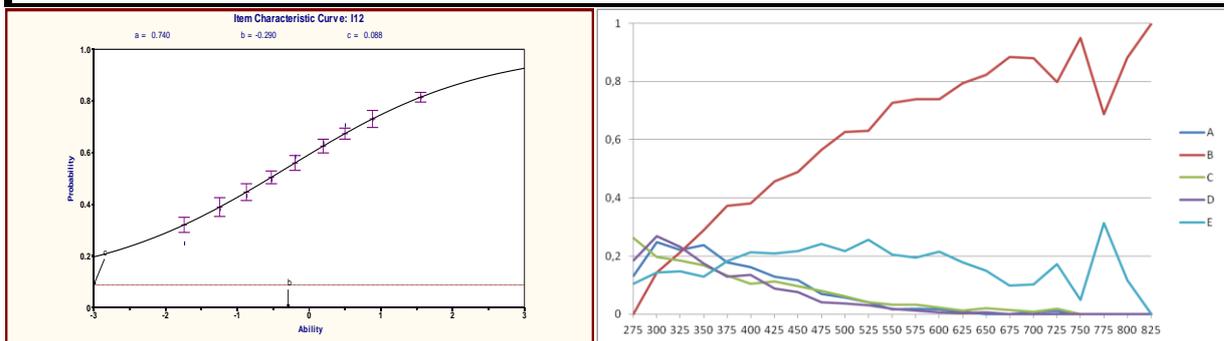
Questão 12- A figura ao lado é composta por 4 semicircunferências. As duas menores possuem o mesmo raio, medindo 1,5 cm. A semicircunferência intermediária tem diâmetro igual ao raio da circunferência maior.



A área da região sombreada, em cm^2 , é

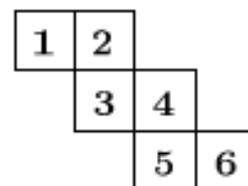
- (A) 18π (B) $22,5\pi$
 (C) $25,5\pi$ (D) 36π
 (E) 45π

Gabarito: B					
Assunto: Área					
TCT	Total: 11270	Acertos: 6616	Percentual de acertos: 58,69		
Opções	A	B	C	D	E
Frequência	0,0780	0,5869	0,0705	0,0583	0,2036
Bisserial	-0,3998	0,3586	-0,2967	-0,4046	0,0336
TRI	a = 0,0074 (moderada)		b = 470,683 (mediana)		c = 0,08766



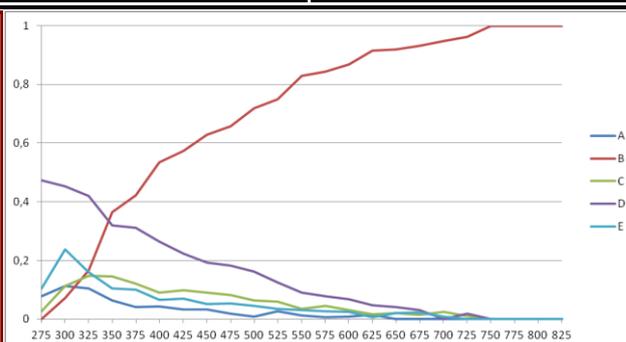
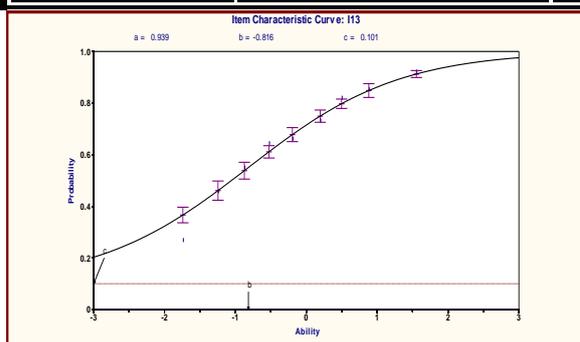
Para resolver esta questão o candidato precisa ter conhecimento de área de círculos. A análise da questão nos permite observar que ela possui um bom número de acertos, com quase 59% dos candidatos acertando a questão e três alternativas, A, C e D, pouco escolhidas entre os candidatos, cada uma não chegando a 10% de escolha. Vemos ainda que a alternativa E atraiu alguns candidatos de alta proficiência, provavelmente devido ao fato de ter o bisserial positivo, o que pode ser considerado um problema da questão já que o recomendável é que apenas a alternativa correta tenha bisserial positivo. Trata-se de uma questão de dificuldade mediana com um índice de acertos ao acaso (c) próximo de 0,09, dentro do esperado que é menor que 0,2. Talvez uma mudança nas alternativas, sobretudo na alternativa E, melhoraria a questão.

Questão 13- A figura ao lado apresenta a planificação de um cubo. A face oposta à face 1



- (A) é a face 3
- (B) é a face 4
- (C) é a face 5
- (D) é a face 6
- (E) não pode ser determinada

Gabarito: B					
Assunto: Planificação de um Cubo					
TCT	Total: 11270	Acertos: 7776		Percentual de acertos: 69,02	
Opções	A	B	C	D	E
Frequência	0,0257	0,6902	0,0681	0,1624	0,0503
Bisserial	-0,2596	0,4255	-0,2156	-0,3163	-0,2445
TRI	a = 0,00939 (moderada)		b = 418,373 (fácil)		c = 0,10065



Para resolver esta questão o candidato precisa ter conhecimento de planificação de um cubo. A análise da questão nos permite observar que ela possui um bom número de acertos, com um pouco mais de 69% dos candidatos acertando a questão e três alternativas, A, C e E, pouco escolhidas entre os candidatos, cada uma não chegando a 10% de escolha. Vemos ainda que a alternativa D atraiu muitos candidatos de baixa proficiência. Trata-se de uma questão fácil com um índice de acertos ao acaso (c) próximo de 0,10, dentro do esperado que é menor que 0,2. A análise do segundo gráfico nos permite concluir que os candidatos com proficiência a partir de 550, em sua grande maioria, acertaram a questão.

Questão 14- Se $f(x) = x^2 - x + 1$, a é um número real e h é outro número real diferente de zero, então a expressão

$$\frac{f(a+h) - f(a)}{h}$$

é igual a

(A) $2a + h - 1$

(B) $\frac{2ah+h^2-2a+h+2}{h}$

(C) $2a + h + 1$

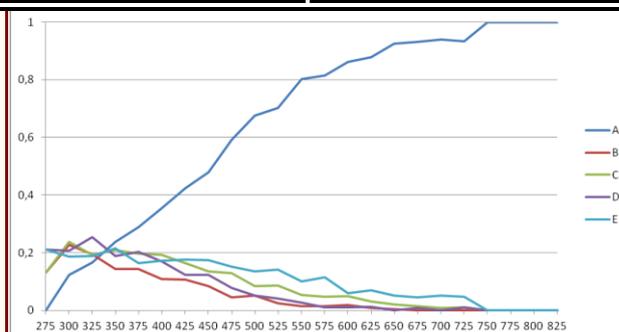
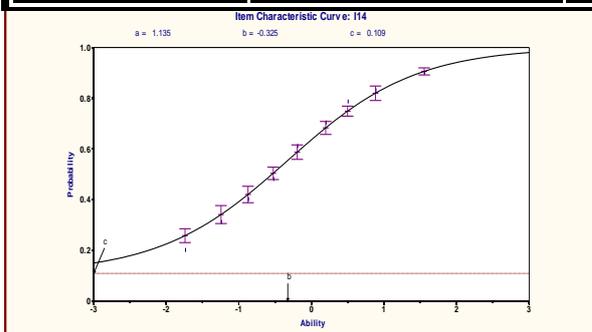
(D) $\frac{2ah+h^2-2a+h}{h}$

(E) $\frac{2ah+h^2-2a-h+2}{h}$

Gabarito: A

Assunto: Conceito de Função e Simplificação de Expressão Algébrica

TCT	Total: 11270	Acertos: 6976			Percentual de acertos: 61,92
Opções	A	B	C	D	E
Frequência	0,6192	0,0581	0,1052	0,0799	0,1343
Bisserial	0,4775	-0,3541	-0,2744	-0,3744	-0,1416
TRI	a = 0,01135 (moderada)	b = 467,497 (mediana)		c = 0,10919	

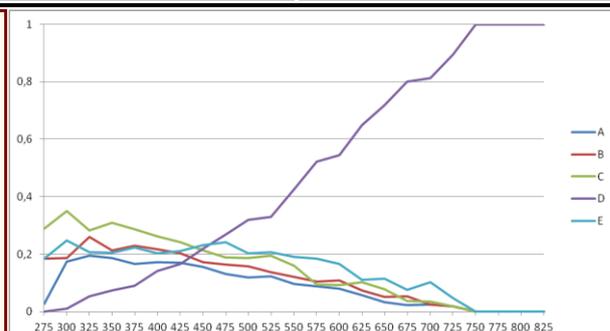
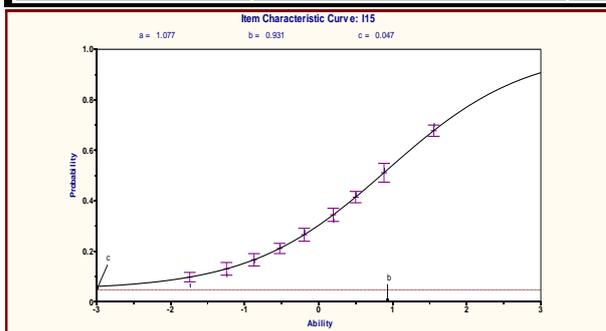


Para resolver esta questão o candidato precisa ter conhecimento sobre o conceito de função e saber simplificar uma expressão algébrica. A análise da questão nos permite observar que ela possui um bom número de acertos, com quase 62% dos candidatos acertando a questão e duas alternativas, B e D, pouco escolhidas entre os candidatos, cada uma não chegando a 10% de escolha. Trata-se de uma questão de dificuldade mediana com um índice de acertos ao acaso (c) próximo de 0,11, dentro do esperado que é menor que 0,2. A análise do segundo gráfico nos permite concluir que os candidatos com proficiência a partir de 550, em sua grande maioria, acertaram a questão.

Questão 15- O consumo de um carro é de 10 km/l de gasolina. Seu proprietário pagou 3200 reais para uma oficina instalar um kit gás natura veicular (GNV). O consumo do carro a gás é de 13 km/m³. A gasolina custa 2,80 por litro e o gás custa 2,60 por m³. O número de quilômetros que o carro deve rodar funcionando exclusivamente com GNV para que a economia de combustível recupere o investimento com instalação do kit é de

(A) 20000 (B) 24000
 (C) 32000 (D) 40000
 (E) 48000

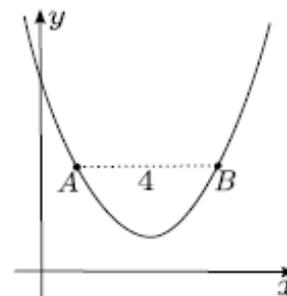
Gabarito: D					
Assunto: Razão, Proporção e Grandezas Direta e Inversamente Proporcionais					
TCT	Total: 11270	Acertos: 3844		Percentual de acertos: 34,11	
Opções	A	B	C	D	E
Frequência	0,1224	0,1494	0,1854	0,3411	0,1940
Bisserial	-0,1815	-0,1864	-0,2283	0,4642	-0,0903
TRI	a = 0,01077 (moderada)		b = 593,119 (difícil)		c = 0,04692



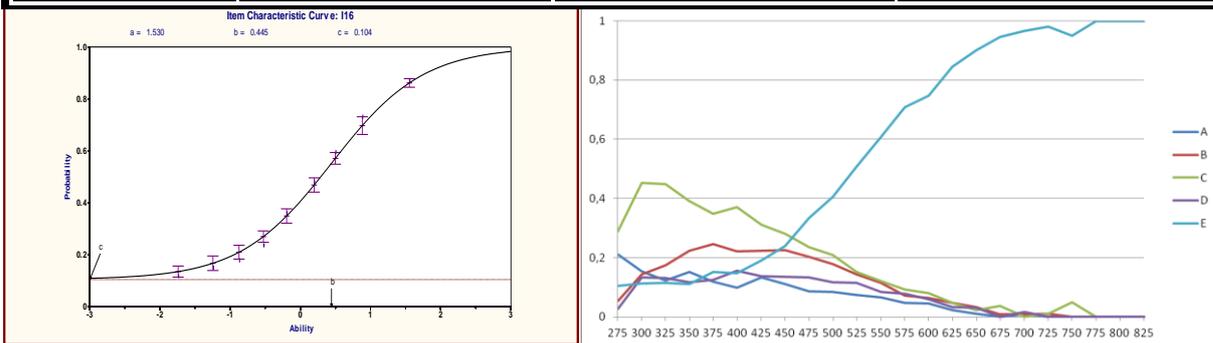
Para resolver esta questão o candidato precisa saber resolver problemas que envolvam grandezas direta e inversamente proporcionais. A análise da questão nos permite observar que ela possui um baixo número de acertos, com pouco mais de 34% dos candidatos acertando a questão. Vemos ainda que a alternativa C foi a que mais atraiu candidatos de baixa proficiência. Trata-se de uma questão de dificuldade mediana com um índice de acertos ao acaso (c) próximo de 0,05, dentro do esperado que é menor que 0,2. A análise do segundo gráfico nos permite concluir que os candidatos com proficiência a partir de 700, em sua grande maioria, acertaram a questão.

Questão 16- Na figura vemos o gráfico de $f(x) = x^2 - 6x + 11$. Os pontos A e B estão nesse gráfico e o segmento horizontal AB tem comprimento 4. Qual é a distância de AB ao eixo das abscissas?

- (A) $\frac{11}{6}$
- (B) $\frac{7}{2}$
- (C) 4
- (D) 5
- (E) 6



Gabarito: E					
Assunto: Int. de Gráficos de Funções e Equações					
TCT	Total: 11270	Acertos: 5062		Percentual de acertos: 44,93	
Opções	A	B	C	D	E
Frequência	0,0820	0,1537	0,2057	0,1029	0,4493
Bisserial	-0,2087	-0,2144	-0,3631	-0,1422	0,5450
TRI	a = 0,0153 (alta)		b = 544,455 (mediana)		c = 0,10397

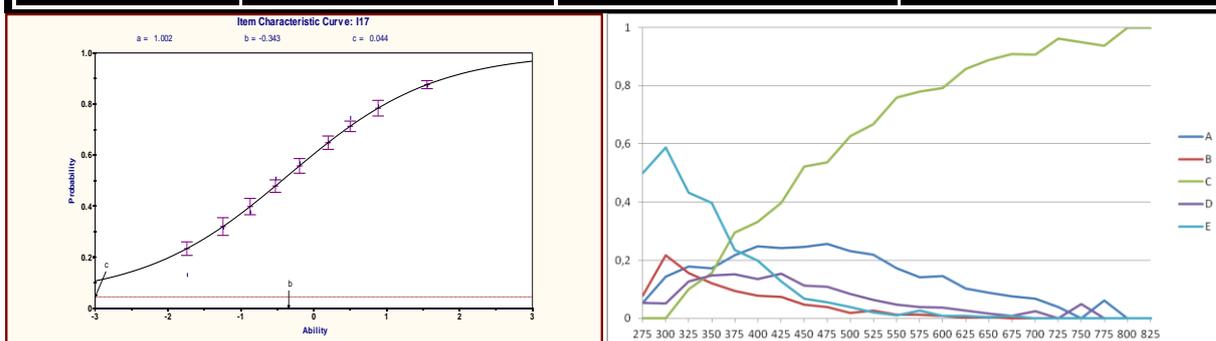


Para resolver esta questão o candidato precisa ter conhecimento de gráfico de funções e ainda saber resolver uma equação. A análise da questão nos permite observar que ela possui um número razoável de acertos, com quase 45% dos candidatos acertando a questão e uma alternativa, A, pouco escolhida entre os candidatos, não chegando a 10% de escolha. Vemos ainda que a alternativa C atraiu muitos candidatos de baixa proficiência, talvez por se tratar de um número que está na questão. Trata-se de uma questão de dificuldade mediana com um índice de acertos ao acaso (c) próximo de 0,10, dentro do esperado que é menor que 0,2. A análise do segundo gráfico nos permite concluir que os candidatos com proficiência a partir de 625, em sua grande maioria, acertaram a questão.

Questão 17- Com uma nova invenção, o custo da produção de um produto foi reduzido em 50%. Após uma isenção de impostos, o custo da produção desse mesmo produto foi reduzido em 40% e, em seguida, com a diminuição das tarifas de energia, o custo ainda foi reduzido em 10%. Qual foi a redução percentual do custo da produção desse produto?

- (A) 27% (B) 50%
 (C) 73% (E) 77%
 (E) 100%

Gabarito: C					
Assunto: Porcentagens					
TCT	Total: 11270	Acertos: 6639	Percentual de acertos: 58,94		
Opções	A	B	C	D	E
Frequência	0,1937	0,0415	0,5894	0,0842	0,0876
Bisserial	-0,0807	-0,3608	0,4572	-0,2134	-0,5405
TRI	a = 0,01002 (moderada)		b = 465,667 (Mediana)		c = 0,04417

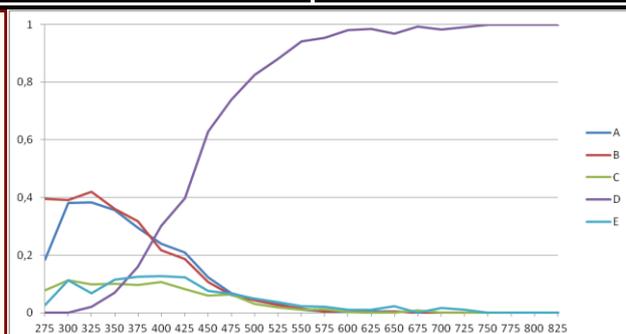
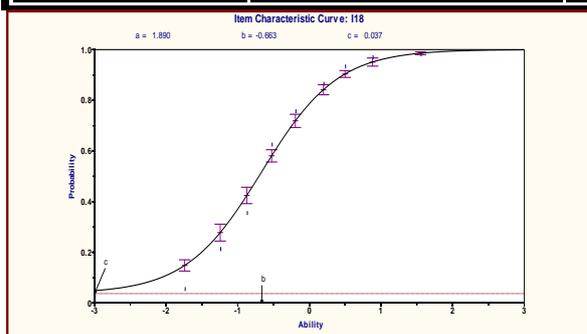


Para resolver esta questão o candidato precisa ter conhecimento de porcentagem. A análise da questão nos permite observar que ela possui um bom número de acertos, com quase 59% dos candidatos acertando a questão e três alternativas, B, D e E, pouco escolhidas entre os candidatos, cada uma não chegando a 10% de escolha. Vemos ainda que a alternativa A atraiu muitos candidatos de baixa proficiência. Trata-se de uma questão de dificuldade mediana com um índice de acertos ao acaso (c) próximo de 0,04, dentro do esperado que é menor que 0,2. A análise do segundo gráfico nos permite concluir que os candidatos com proficiência a partir de 600, em sua grande maioria, acertaram a questão.

Questão 18- Numa corrida de táxi é cobrado um valor inicial fixo chamado bandeirada e mais uma quantia que é proporcional à quilometragem percorrida. Sabe-se que por uma corrida de 7 km são cobrados R\$ 22,00 enquanto que uma corrida de 3 km custa R\$ 11,80. O valor da bandeirada, em reais, é

(A) 3,75 (B) 3,95
 (C) 4,05 (D) 4,15
 (E) 4,25

Gabarito: D					
Assunto: Sistemas de Equações					
TCT	Total: 11270	Acertos: 7860	Percentual de acertos: 69,76		
Opções	A	B	C	D	E
Frequência	0,1003	0,0974	0,0430	0,6976	0,0578
Bisserial	-0,4814	-0,4969	-0,2954	0,6467	-0,2152
TRI	a = 0,0189 (muito alta)		b = 433,685 (fácil)		c = 0,03702



Para resolver esta questão o candidato precisa ter conhecimento de sistemas de equações. A análise da questão nos permite observar que ela possui um bom número de acertos, com quase 70% dos candidatos acertando a questão e três alternativas, B, C e E, pouco escolhidas entre os candidatos, cada uma não chegando a 10% de escolha. Ainda assim alternativa B foi a que mais atraiu candidatos de baixa proficiência. Trata-se de uma questão de fácil com um índice de acertos ao acaso (c) próximo de 0,04, dentro do esperado que é menor que 0,2. A análise do segundo gráfico nos permite concluir que os candidatos com proficiência a partir de 500, em sua grande maioria, acertaram a questão.

Questão 19- Sejam A e B dois pontos distintos no plano. O conjunto dos pontos C desse plano tais que a área do triângulo ABC é igual a 1 é

- (A) uma reta
- (B) um par de retas
- (C) uma parábola
- (D) vazio
- (E) impossível de se determinar

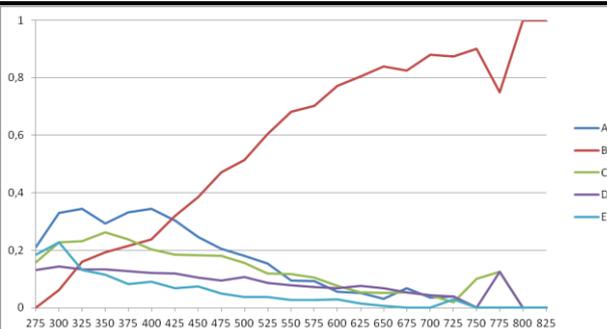
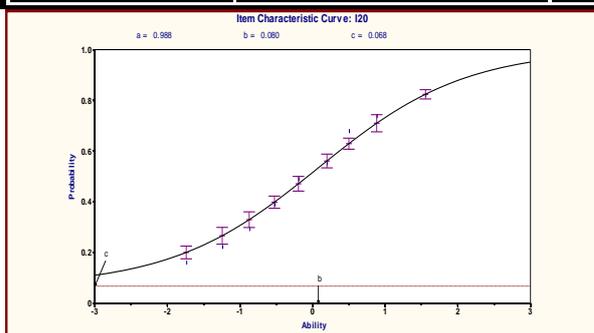
Gabarito: B					
Assunto: Áreas					
TCT	Total: 11270	Acertos: 3413		Percentual de acertos: 30,28	
Opções	A	B	C	D	E
Frequência	0,2373	0,3028	0,1340	0,0619	0,2587
Bisserial	-0,0156	0,2536	-0,0064	-0,1486	-0,1858
TRI	a = 0,01744 (muito alta)		b = 685,368 (muito difícil)		c = 0,22646

Para resolver esta questão o candidato precisa ter conhecimento de área de triângulos. A análise da questão nos permite observar que ela possui um baixo número de acertos, com aproximadamente 30% dos candidatos acertando a questão e uma alternativa, D, pouco escolhida entre os candidatos, não chegando a 10% de escolha. Vemos ainda que a alternativa A foi a que mais atraiu candidatos de baixa proficiência, provavelmente esses candidatos consideraram apenas uma posição para o triângulo ABC , não considerando os simétricos em relação ao segmento AB . Trata-se de uma questão muito difícil com um índice de acertos ao acaso (c) próximo de 0,23, onde o esperado que é menor que 0,2, podemos ver isso pelo primeiro gráfico, observando que a curva corta o eixo vertical em um ponto mais alto que as questões anteriores que estão dentro do padrão esperado. A análise do segundo gráfico nos permite concluir que os candidatos com proficiência a partir de 725, em sua grande maioria, acertaram a questão.

Questão 20- Um silo para armazenagem de grãos é feito de metal e tem o formato de um cilindro medindo 2,5 m de diâmetro e 6 m de altura. É preciso pintar a superfície lateral externa (sem tampa ou fundo) de três desses silos e a tinta indicada tem um rendimento de 40 m² por galão. Sabendo que serão necessárias duas demãos de pintura em cada silo, qual é a melhor aproximação para a quantidade de tinta necessária?

- (A) 6 galões
 (B) 7 galões
 (C) 9 galões
 (D) 14 galões
 (E) 16 galões

Gabarito: B					
Assunto: Áreas					
TCT	Total: 11270	Acertos: 5852		Percentual de acertos: 51,93	
Opções	A	B	C	D	E
Frequência	0,1828	0,5193	0,1471	0,0948	0,0514
Bisserial	-0,3144	0,4446	-0,2062	-0,0802	-0,2672
TRI	a = 0,00988 (moderada)		b = 507,957 (mediana)		c = 0,06819

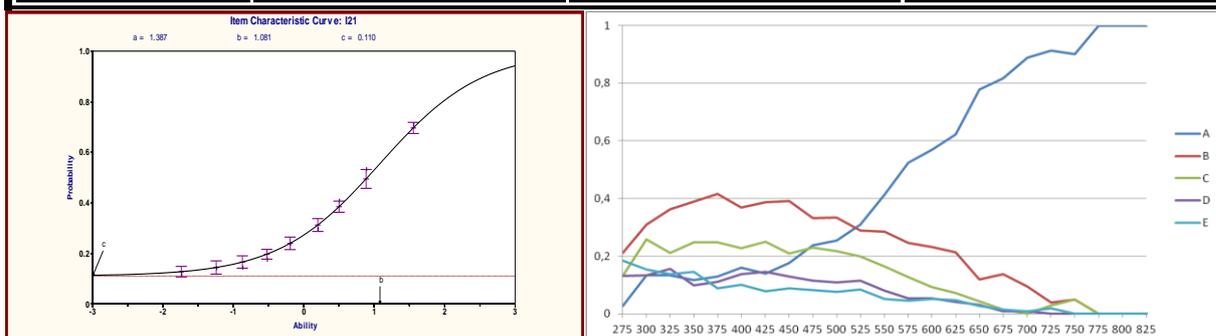


Para resolver esta questão o candidato precisa ter conhecimento de área lateral de um cilindro. A análise da questão nos permite observar que ela possui um bom número de acertos, com quase 52% dos candidatos acertando a questão e duas alternativas, D e E, pouco escolhidas entre os candidatos, cada uma não chegando a 10% de escolha. Vemos ainda que a alternativa A foi a que mais atraiu candidatos de baixa proficiência. Trata-se de uma questão de dificuldade mediana com um índice de acertos ao acaso (c) próximo de 0,07, dentro do esperado que é menor que 0,2. A análise do segundo gráfico nos permite concluir que os candidatos com proficiência a partir de 600, em sua grande maioria, acertaram a questão.

Questão 21- Um número é *capicua* quando suas leituras da esquerda para a direita e da direita para a esquerda são iguais. Por exemplo, 12321 e 8709078 são exemplos de números capicuas. Quantos números capicuas de cinco dígitos e três algarismos distintos existem?

- (A) 648 (B) 720
 (C) 729 (D) 810
 (E) 900

Gabarito: A					
Assunto: Noções de Contagem					
TCT	Total: 11270	Acertos: 3748	Percentual de acertos: 33,27		
Opções	A	B	C	D	E
Frequência	0,3327	0,3081	0,1812	0,0975	0,0747
Bisserial	0,4646	-0,1790	-0,1913	-0,1569	-0,1748
TRI	a = 0,01387 (alta)	b = 608,069 (difícil)	c = 0,11019		



Para resolver esta questão o candidato precisa ter conhecimento de noções de contagem (princípio fundamental da contagem). A análise da questão nos permite observar que ela possui um baixo número de acertos, com aproximadamente 33% dos candidatos acertando a questão e duas alternativas, D e E, pouco escolhidas entre os candidatos, cada uma não chegando a 10% de escolha. Vemos ainda que a alternativa B atraiu muitos candidatos de baixa proficiência, talvez tenham esquecido que o primeiro algarismo não podia ser zero, pois se pudesse teríamos 720 números. Trata-se de uma questão difícil com um índice de acertos ao acaso (c) próximo de 0,11, dentro do esperado que é menor que 0,2. A análise do segundo gráfico nos permite concluir que os candidatos com proficiência a partir de 650, em sua grande maioria, acertaram a questão.

Questão 22- Cada face de um cubo pode ser pintada de vermelho ou de azul. Quantos cubos diferentes podemos obter? (Repare que a posição em que o cubo se encontra não influi: por exemplo, temos um único cubo que tem uma única face azul e todas as outras faces vermelhas.)

- (A) 5 (B) 6
 (C) 8 (D) 10
 (E) 12

Gabarito: D					
Assunto: Noções de Contagem					
TCT	Total: 11270	Acertos: 1442		Percentual de acertos: 12,80	
Opções	A	B	C	D	E
Frequência	0,2603	0,1548	0,1633	0,1280	0,2891
Bisserial	0,1401	-0,1763	0,1643	0,1659	-0,2172
TRI	a = 0,02553 (muito alta)		b = 753,484 (muito difícil)		c = 0,10889

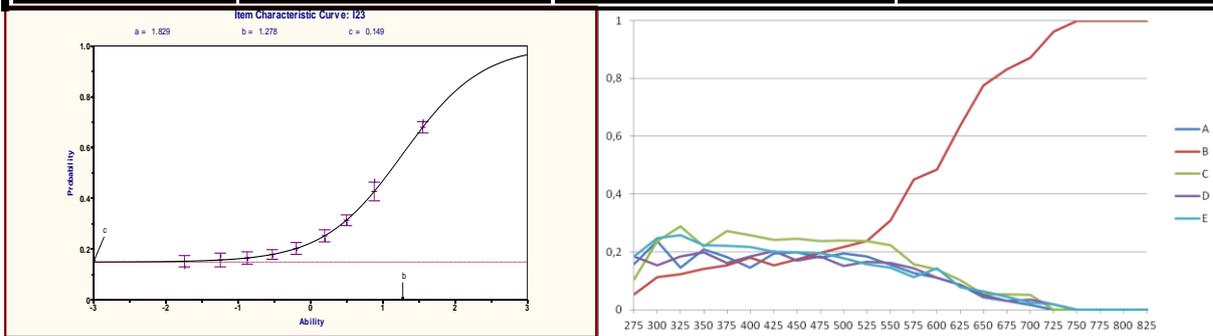
Item Characteristic Curve: 122
 a = 2.553 b = 2.535 c = 0.109

Para resolver esta questão o candidato precisa ter bom conhecimento de noções de contagem. A análise da questão nos permite observar que ela possui um baixo número de acertos, o menor de toda a prova com apenas 12,8% dos candidatos acertando a questão. Vemos ainda que a questão possui três alternativas com bisseriais positivos, o esperado era que houvesse apenas uma, por isso podemos perceber pelo segundo gráfico que as alternativas A e C atraíram candidatos de boa proficiência e a alternativa E atraiu os candidatos com baixa proficiência. No primeiro gráfico vemos que a curva começa a “subir” em um ponto distante do eixo vertical, isso pelo fato de b (dificuldade) ser muito alto e a subida é “íngreme” isso pelo fato de a (discriminação) ser muito alto. O índice de acertos ao acaso (c) próximo de 0,11, dentro do esperado que é menor que 0,2. Talvez uma adequação nas alternativas dessa questão possa torná-la mais próxima do padrão esperado de uma questão.

Questão 23- Um grupo de n rapazes e $2n$ moças disputou um torneio de tênis. Todo competidor jogou exatamente uma vez com cada um dos outros competidores e, ao final, 10% das partidas ocorreram entre rapazes. O valor de n é

- (A) 6 (B) 7
 (C) 8 (D) 9
 (E) 10

Gabarito: B					
Assunto: Noções de Contagem (Combinação)					
TCT	Total: 11270	Acertos: 3413	Percentual de acertos: 30,28		
Opções	A	B	C	D	E
Frequência	0,1583	0,3028	0,2090	0,1535	0,1656
Bisserial	-0,1358	0,4431	-0,1585	-0,1172	-0,1828
TRI	a = 0,01829 (muito alta)		b = 627,811 (difícil)		c = 0,14937



Para resolver esta questão o candidato precisa ter conhecimento de combinação. A análise da questão nos permite observar que ela possui um baixo número de acertos, com pouco mais de 31% dos candidatos acertando a questão. Vemos ainda que a alternativa C foi a que mais atraiu candidatos de baixa proficiência. Trata-se de uma questão difícil com um índice de acertos ao acaso (c) próximo de 0,15, dentro do esperado que é menor que 0,2. A análise do segundo gráfico nos permite concluir que os candidatos com proficiência a partir de 650, em sua grande maioria, acertaram a questão.

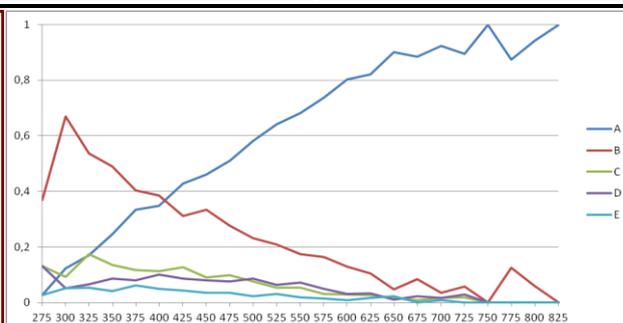
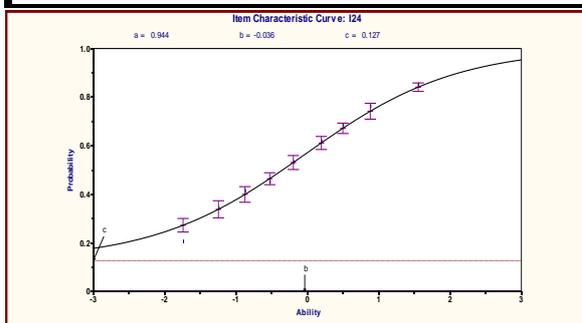
Questão 24- A respeito da afirmação de $x = 1$, $x = 2$ e $x = 3$ são soluções da equação

$$\frac{(x-1)(x-2)}{2} - (x-1)(x-3) + \frac{(x-2)(x-3)}{2} - 1 = 0$$

pode-se assegurar que ela é

- (A) verdadeira.
- (B) falsa, pois trata-se de uma equação do segundo grau, logo não possui 3 soluções distintas.
- (C) falsa, pois $x = 1$ não é solução dessa equação.
- (D) falsa, pois $x = 2$ não é solução dessa equação.
- (E) falsa, pois $x = 3$ não é solução dessa equação.

Gabarito: A					
Assunto: Equação e Simplificação de Expressões Algébricas					
TCT	Total: 11270	Acertos: 6425		Percentual de acertos: 57,02	
Opções	A	B	C	D	E
Frequência	0,5702	0,2545	0,0750	0,0673	0,0302
Bisserial	0,4133	-0,3168	-0,2270	-0,1098	-0,1513
TRI	a = 0,00944 (moderada)		b = 496,37 (mediana)		c = 0,12727



Para resolver esta questão o candidato precisa saber resolver uma equação e simplificar uma expressão algébrica. A análise da questão nos permite observar que ela possui um bom número de acertos, com aproximadamente 57% dos candidatos acertando a questão e três alternativas, C, D e E, pouco escolhidas entre os candidatos, cada uma não chegando a 10% de escolha. Vemos ainda que a alternativa B atraiu muitos candidatos de baixa proficiência. Trata-se de uma questão de dificuldade mediana com um índice de acertos ao acaso (c) próximo de 0,13, dentro do esperado que é menor que 0,2. A análise do segundo gráfico nos permite concluir que os candidatos com proficiência a partir de 600, em sua grande maioria, acertaram a questão.

- Questão 25-** Se $X = \{x \in \mathbb{R} \text{ tal que } |x| \leq -x\}$, então
- (A) $X =] - \infty, 0]$. (B) $X = \emptyset$.
 (C) $X = \{0\}$. (D) $X = [0, +\infty]$.
 (E) $X = \mathbb{R}$.

Gabarito: A					
Assunto: Valor Absoluto e Desigualdades.					
TCT	Total: 11270	Acertos: 5360		Percentual de acertos: 47,57	
Opções	A	B	C	D	E
Frequência	0,4757	0,2677	0,1073	0,0583	0,0878
Bisserial	0,4152	-0,2428	-0,0281	-0,2225	-0,3160
TRI	a = 0,01689 (alta)		b = 583,709 (difícil)		c = 0,26966

Para resolver esta questão o candidato precisa ter conhecimento de valor absoluto e desigualdades. A análise da questão nos permite observar que ela possui um número razoável de acertos, com quase 48% dos candidatos acertando a questão e duas alternativas, D e E, pouco escolhidas entre os candidatos, cada uma não chegando a 10% de escolha, são alternativas facilmente descartáveis, isso talvez justifique o fato do índice de acertos ao acaso (c) chegar próximo de 0,27, bem acima do esperado que é menor que 0,2, por isso no primeiro gráfico a curva corta o eixo vertical em um ponto acima do padrão, fazendo com que uma questão considerada difícil pela TRI tenha um índice de quase 50% de acertos. Trata-se de uma questão difícil. A análise do segundo gráfico nos permite concluir que os candidatos com proficiência a partir de 625, em sua grande maioria, acertaram a questão.

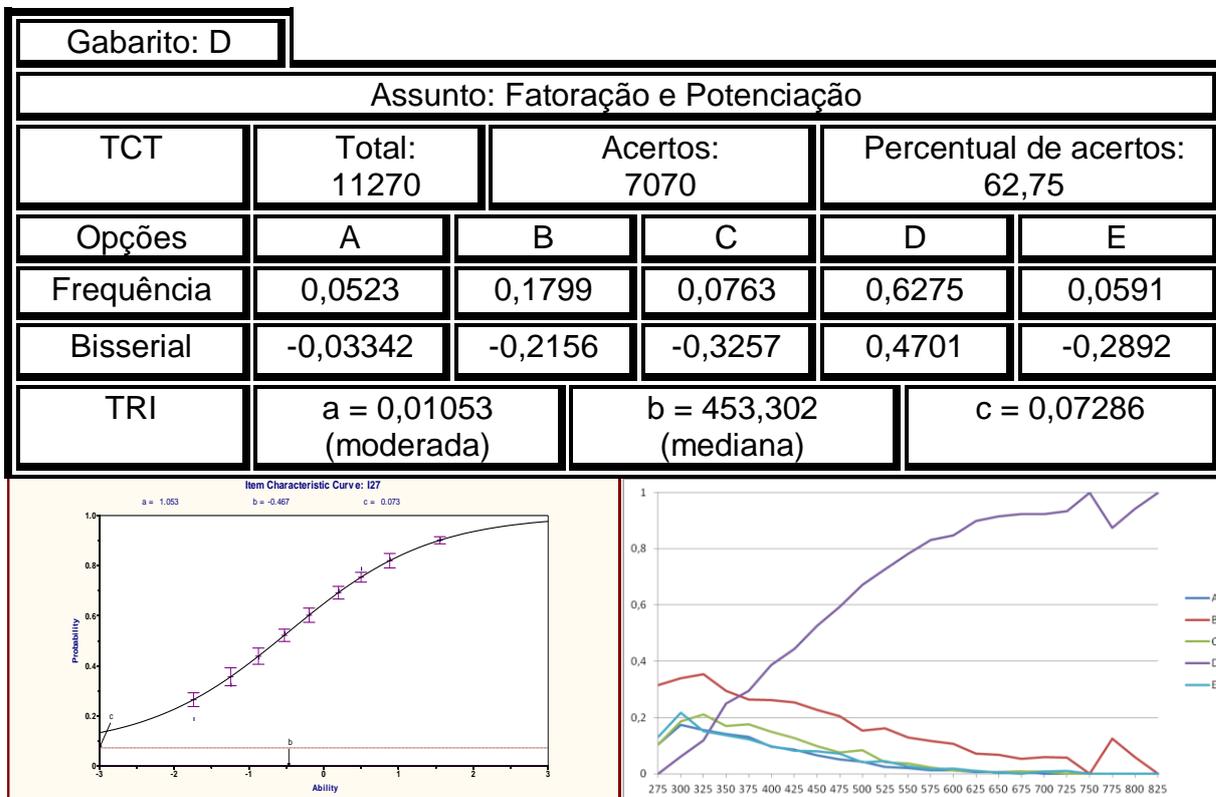
Questão 26- Sejam $A = \{1,2,3,4,5\}$ e $B = \{1,2,3,4,5,6,7\}$. Uma função f de A em B é injetiva se, ao tomar-se i e j em A , com i diferente de j , então $f(i)$ necessariamente é diferente de $f(j)$. O número total de funções $f: A \rightarrow B$ injetivas é

- (A) 21 (B) 35
 (C) 120 (D) 2520
 (E) 7^5

Gabarito: D					
Assunto: Noções de Contagem e Conceito de Função					
TCT	Total: 11270	Acertos: 2174	Percentual de acertos: 19,27		
Opções	A	B	C	D	E
Frequência	0,1384	0,3508	0,1774	0,1927	0,1339
Bisserial	-0,0374	-0,2045	-0,0916	0,4589	-0,0611
TRI	a = 0,015 (alta)		b = 668,622 (muito difícil)		c = 0,0643

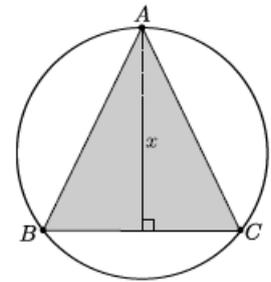
Para resolver esta questão o candidato precisa ter conhecimento de noções de contagem (princípio fundamental da contagem). A análise da questão nos permite observar que ela possui um baixo número de acertos, com pouco mais de 19% dos candidatos acertando a questão. Vemos ainda que a alternativa B atraiu muitos candidatos de baixa proficiência, que provavelmente calcularam o produto entre o número de elementos do conjunto A e o número de elementos do conjunto B . Trata-se de uma questão muito difícil com um índice de acertos ao acaso (c) próximo de 0,06, dentro do esperado que é menor que 0,2. A análise do segundo gráfico nos permite concluir que os candidatos com proficiência a partir de 725, em sua grande maioria, acertaram a questão.

- Questão 27-** O valor de $N = (1001^2 - 999^2)^2$ é
- (A) 10^6 (B) 4×10^6
 (C) 12×10^6 (D) 16×10^6
 (E) 16.900.000



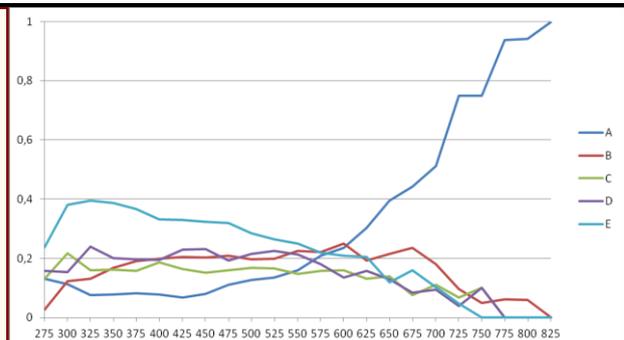
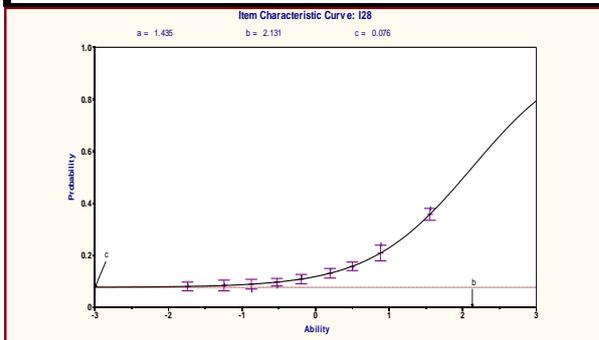
Para resolver esta questão o candidato precisa ter conhecimento de fatoração e potenciação. A análise da questão nos permite observar que ela possui um bom número de acertos, com quase 63% dos candidatos acertando a questão e três alternativas, A, C e E, pouco escolhidas entre os candidatos, cada uma não chegando a 10% de escolha. Vemos ainda que a alternativa B atraiu muitos candidatos de baixa proficiência. Trata-se de uma questão de dificuldade mediana com um índice de acertos ao acaso (c) próximo de 0,07, dentro do esperado que é menor que 0,2. A análise do segundo gráfico nos permite concluir que os candidatos com proficiência a partir de 550, em sua grande maioria, acertaram a questão.

Questão 28- Considere um triângulo isósceles inscrito em um círculo de raio 3 metros, como mostra a figura. Se x representa a medida, em metros, da altura desse triângulo com relação à sua base, então sua área, em metros quadrados, é igual a



- (A) $x\sqrt{x(6-x)}$ (B) $\frac{x}{2}\sqrt{x(6-x)}$
 (C) $x\sqrt{x(3-x)}$ (D) $\frac{x}{2}\sqrt{x(3-x)}$
 (E) $\frac{x^2\sqrt{3}}{2}$

Gabarito: A					
Assunto: Relações Métricas nos Triângulos, Polígonos Inscritos, Área					
TCT	Total: 11270	Acertos: 1799		Percentual de acertos: 15,95	
Opções	A	B	C	D	E
Frequência	0,1595	0,2010	0,1548	0,1966	0,2791
Bisserial	0,3590	0,0468	-0,0524	-0,0744	-0,1909
TRI	a = 0,01435 (alta)		b = 713,09 (muito difícil)		c = 0,07579



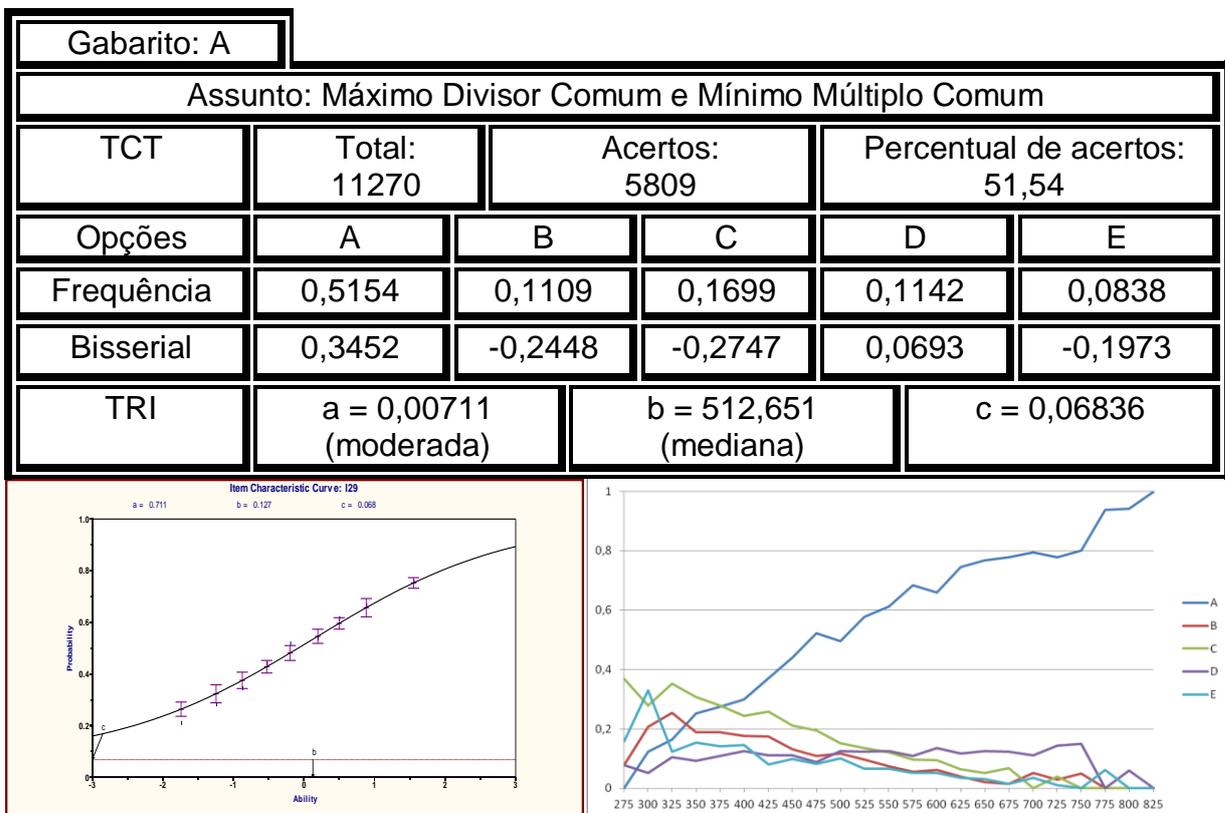
Para resolver esta questão o candidato precisa ter conhecimento de relações métricas no triângulo, polígonos inscritos e área do triângulo. A análise da questão nos permite observar que ela possui um baixo número de acertos, com quase 16% dos candidatos acertando a questão. Vemos ainda que a alternativa E atraiu muitos candidatos de baixa proficiência, talvez pelo fato da expressão dessa alternativa ser semelhante com a fórmula da altura do triângulo equilátero, isso pode ter feito com que alguns candidatos que não soubessem resolver a questão escolhessem algo que lhes parece-se conhecido. Trata-se de uma questão difícil com um índice de acertos ao acaso (c) próximo de 0,08, dentro do esperado que é menor que 0,2. A análise do segundo gráfico nos permite concluir que os candidatos com proficiência a partir de 750, em sua grande maioria, acertaram a questão.

Questão 29- As casas do quadrado mágico da figura foram preenchidas com nove números inteiros positivos, de modo a fazer com que os produtos dos números de cada linha, de cada coluna e de cada diagonal fossem todos iguais.

	6	9
		12

Em seguida, seis números inteiros foram apagados, restando os números 6, 9 e 12, nas posições mostradas. Se x era o número escrito na casa que está na primeira linha e na primeira coluna, e y era o número escrito na casa que está na primeira linha e na terceira coluna, então a soma $x + y$ é igual a

- (A) 5 (B) 9
 (C) 18 (D) 20
 (E) 36

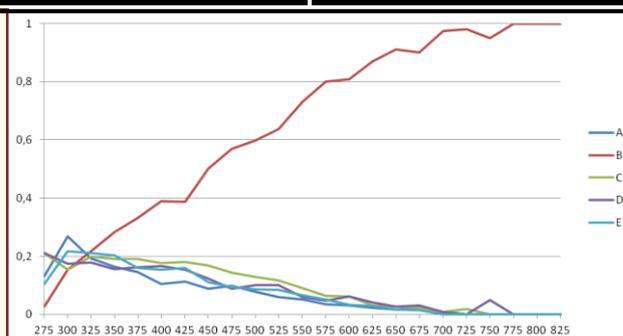
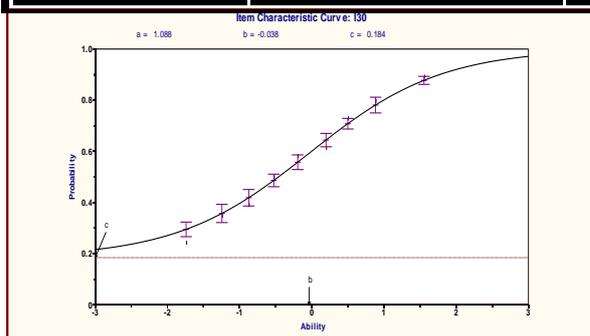


Para resolver esta questão o candidato precisa ter conhecimento de mínimo múltiplo comum. A análise da questão nos permite observar que ela possui um bom número de acertos, com quase 52% dos candidatos acertando a questão e uma alternativa, e E, pouco escolhida entre os candidatos, não chegando a 10% de escolha. Vemos ainda que a alternativa C foi a que mais atraiu candidatos de baixa proficiência. Trata-se de uma questão de dificuldade mediana com um índice de acertos ao acaso (c) próximo de 0,07, dentro do esperado que é menor que 0,2. A análise do segundo gráfico nos permite concluir que os candidatos com proficiência a partir de 675, em sua grande maioria, acertaram a questão.

Questão 30- Eduardo distribuiu as figurinhas de sua coleção em 7 montes iguais e deu um monte a Ricardo. Juntou as figurinhas restantes, distribuiu-as em 5 montes iguais e novamente deu um monte a Ricardo. Mais uma vez, distribuiu as figurinhas que sobravam, agora em 3 montes iguais, e deu um dos montes para Ricardo. Se Eduardo ficou com 96 figurinhas, quantas figurinhas ele tinha inicialmente?

- (A) 105 (B) 210
 (C) 288 (E) 480
 (E) 672

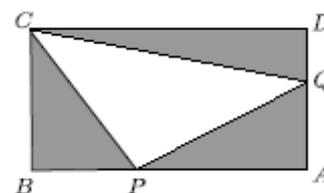
Gabarito: B					
Assunto: Operações com Frações e Equações					
TCT	Total: 11270	Acertos: 6754	Percentual de acertos: 59,94		
Opções	A	B	C	D	E
Frequência	0,0785	0,5994	0,1220	0,0981	0,0954
Bisserial	-0,2606	0,4287	-0,2139	-0,2081	-0,2533
TRI	a = 0,01088 (moderada)		b = 496,24 (mediana)		c = 0,18441



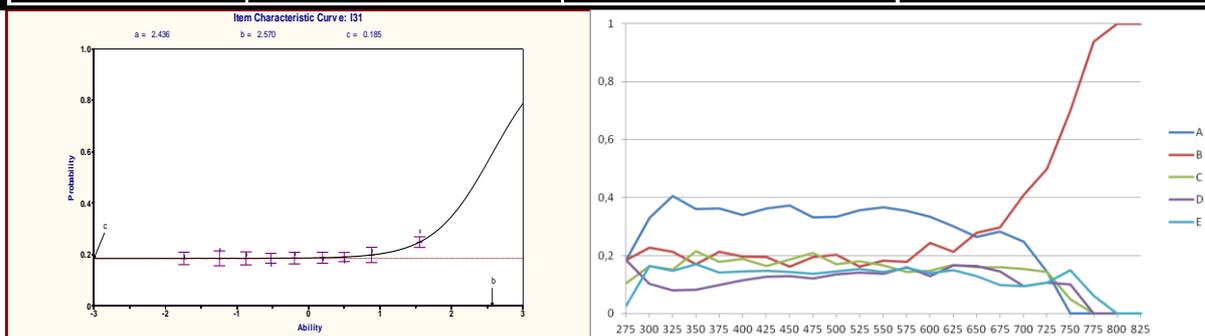
Para resolver esta questão o candidato precisa ter conhecimento de operações com frações e resolução de equações. A análise da questão nos permite observar que ela possui um bom número de acertos, com quase 60% dos candidatos acertando a questão e três alternativas, A, D e E, pouco escolhidas entre os candidatos, cada uma não chegando a 10% de escolha. Trata-se de uma questão de dificuldade mediana com um índice de acertos ao acaso (c) próximo de 0,18, dentro do esperado que é menor que 0,2. A análise do segundo gráfico nos permite concluir que os candidatos com proficiência a partir de 575, em sua grande maioria, acertaram a questão.

Questão 31- No retângulo $ABCD$ da figura os triângulos cinzentos têm todos a mesma área. Quanto vale $\frac{AP}{BP}$?

- (A) $\frac{3}{2}$ (B) $\frac{1+\sqrt{5}}{2}$
 (C) $\sqrt{3}$ (D) $\frac{9}{5}$
 (E) 2



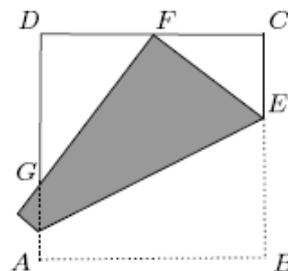
Gabarito: B					
Assunto: Área					
TCT	Total: 11270	Acertos: 2283		Percentual de acertos: 20,25	
Opções	A	B	C	D	E
Frequência	0,3426	0,2025	0,1738	0,1295	0,1444
Bisserial	-0,0644	0,0991	-0,0423	0,0750	-0,0247
TRI	a = 0,02436 (muito alta)		b = 756,952 (muito difícil)		c = 0,1848



Para resolver esta questão o candidato precisa ter conhecimento de cálculo de áreas. A análise da questão nos permite observar que ela possui um baixo número de acertos, com pouco mais de 20% dos candidatos acertando a questão. Mais uma vez temos duas alternativas com bisseriais positivos B e D e ainda a alternativa A que atraiu o maior número de candidatos, inclusive candidatos com boa proficiência. Trata-se de uma questão de dificuldade mediana com um índice de acertos ao acaso (c) próximo de 0,18, dentro do esperado que é menor que 0,2. Mais uma vez podemos pelo primeiro gráfico observar os efeitos que a e b altos provocam na curva. A análise do segundo gráfico nos permite concluir que os candidatos com proficiência a partir de 775, em sua grande maioria, acertaram a questão. Talvez melhores alternativas fizessem com que a questão ficasse dentro dos padrões esperados de uma boa questão.

Questão 32- A figura mostra uma folha de papel quadrada $ABCD$ de lado 1, dobrada de modo que o ponto B coincida com o ponto médio F do lado CD . A medida FG é

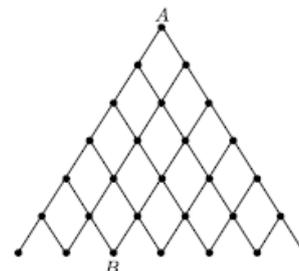
- (A) $\frac{5}{8}$ (B) $\frac{2}{3}$
 (C) $\frac{3}{4}$ (D) $\frac{5}{6}$
 (E) $\frac{7}{8}$



Gabarito: D					
Assunto: Relações Métricas e Semelhança de Triângulos					
TCT	Total: 11270	Acertos: 2973		Percentual de acertos: 26,40	
Opções	A	B	C	D	E
Frequência	0,1412	0,1567	0,2429	0,2640	0,1878
Bisserial	-0,0371	-0,1861	-0,1437	0,2090	0,1220
TRI	a = 0,00535 (baixa)		b = 786,742 (muito difícil)		c = 0,09058

Para resolver esta questão o candidato precisa ter bom conhecimento de relações métricas e semelhança de triângulos. A análise da questão nos permite observar que ela possui um baixo número de acertos, com aproximadamente 26% dos candidatos acertando a questão. Mais uma vez temos duas alternativas, D e E, com bisseriais positivos, o que explica o fato de 20% dos candidatos com proficiência 750 escolhendo essa alternativa, com bisseriais positivos a alternativa atrai bons candidatos. Vemos ainda que a alternativa C atraiu muitos candidatos de baixa proficiência. Trata-se de uma questão muito difícil com um índice de acertos ao acaso (c) próximo de 0,09, dentro do esperado que é menor que 0,2. Analisando o primeiro gráfico vemos como um coeficiente a baixo influencia na curva. Para esta questão é recomendável uma mudança nas alternativas e no enunciado, na tentativa de adequar a questão aos padrões usuais.

Questão 33- A figura mostra uma rede de canos de água que tem início no ponto A. Quando se coloca água nesse ponto, ela flui para baixo de tal modo que, em cada ponto assinalado, a água que chega pelo cano superior se distribui igualmente pelos dois canos inferiores. Se um litro de água é colocado em A, qual o volume de água, em litros, que chegará a B?

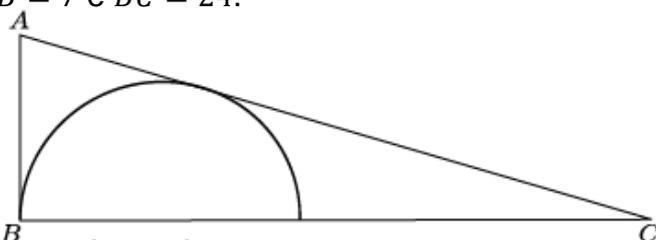


- (A) $\frac{3}{64}$ (B) $\frac{1}{7}$ (C) $\frac{15}{64}$ (D) $\frac{3}{7}$ (E) $\frac{15}{32}$

Gabarito: C					
Assunto: Operações com Frações					
TCT	Total: 11270	Acertos: 4308		Percentual de acertos: 38,23	
Opções	A	B	C	D	E
Frequência	0,1608	0,2076	0,3823	0,0961	0,1470
Bisserial	-0,0998	-0,2353	0,3615	-0,2481	0,0033
TRI	a = 0,01016 (moderada)		b = 617,796 (difícil)		c = 0,15121

Para resolver esta questão o candidato precisa ter conhecimento de operações com frações. A análise da questão nos permite observar que ela possui um baixo número de acertos, com aproximadamente 38% dos candidatos acertando a questão. E novamente temos duas alternativas, C e E, com bisseriais positivos, o que não é desejável, embora neste caso isso parece não ter influenciado o resultado já que poucos candidatos com boa proficiência marcaram a opção E. Vemos ainda que a alternativa B foi a que mais atraiu candidatos de baixa proficiência. Trata-se de uma questão difícil com um índice de acertos ao acaso (c) próximo de 0,15 dentro do esperado que é menor que 0,2. A análise do segundo gráfico nos permite concluir que os candidatos com proficiência a partir de 725, em sua grande maioria, acertaram a questão.

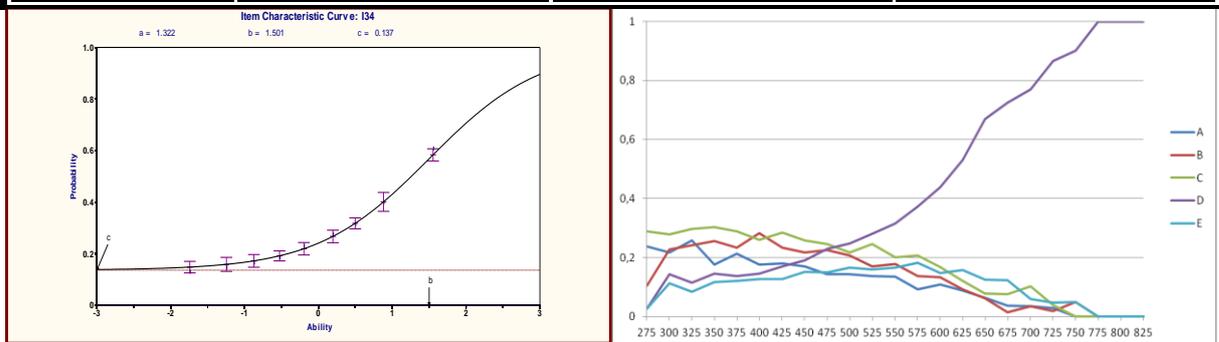
Questão 34- O semicírculo da figura está inscrito no triângulo retângulo ABC de catetos $AB = 7$ e $BC = 24$.



O raio do semicírculo é igual a

- (A) $2\sqrt{5}$ (B) 5 (C) $3\sqrt{3}$ (D) $\frac{21}{4}$ (E) $\frac{16}{3}$

Gabarito: D					
Assunto: Polígonos Circunscritos e Semelhança de Triângulos					
TCT	Total: 11270	Acertos: 3309		Percentual de acertos: 29,38	
Opções	A	B	C	D	E
Frequência	0,1432	0,1865	0,2235	0,2938	0,1450
Bisserial	-0,1649	-0,1903	-0,1710	0,3859	0,0439
TRI	a = 0,01322 (moderada)		b = 650,093 (muito difícil)		c = 0,13654

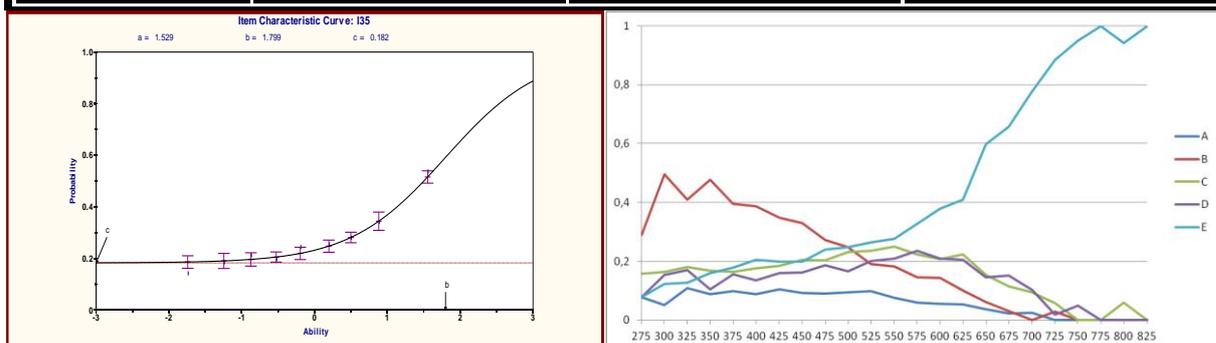


Para resolver esta questão o candidato precisa ter conhecimento de polígonos circunscritos e semelhança de triângulos. A análise da questão nos permite observar que ela possui um baixo número de acertos, com aproximadamente 29% dos candidatos acertando a questão. E novamente temos duas alternativas, D e E, com bisseriais positivos, o que não é desejável, embora neste caso isso parece não ter influenciado o resultado já que poucos candidatos com boa proficiência marcaram a opção E. Vemos ainda que a alternativa C foi a que mais atraiu candidatos de baixa proficiência. Trata-se de uma questão muito difícil com um índice de acertos ao acaso (c) próximo de 0,14 dentro do esperado que é menor que 0,2. A análise do segundo gráfico nos permite concluir que os candidatos com proficiência a partir de 725, em sua grande maioria, acertaram a questão.

Questão 35- Em um triângulo retângulo conhecem-se a soma s dos catetos e a altura h relativa à hipotenusa. Qual das expressões abaixo representa o valor da hipotenusa em função de s e h ?

- (A) $s - h$ (B) $\sqrt{h^2 + s^2}$
 (C) $s - \sqrt{s^2 - h^2}$ (D) $\sqrt{h^2 + 4s^2} - h$
 (E) $\sqrt{h^2 + s^2} - h$

Gabarito: E					
Assunto: Relações Métricas no Triângulo					
TCT	Total: 11270	Acertos: 3163		Percentual de acertos: 28,07	
Opções	A	B	C	D	E
Frequência	0,0809	0,2493	0,2043	0,1758	0,2807
Bisserial	-0,1070	-0,3518	0,0282	0,0704	0,3099
TRI	a = 0,01529 (alta)		b = 679,88 (muito difícil)		c = 0,18222



Para resolver esta questão o candidato precisa ter conhecimento de relações métricas no triângulo. A análise da questão nos permite observar que ela possui um baixo número de acertos, com aproximadamente 28% dos candidatos acertando a questão. E temos três alternativas, C, D e E, com bisseriais positivos, o que pode ter feito com que 40% dos candidatos com proficiência de 625, que é acima da média, marcassem as alternativas C ou D. Vemos ainda que a alternativa B foi a que mais atraiu candidatos de baixa proficiência. Trata-se de uma questão muito difícil com um índice de acertos ao acaso (c) próximo de 0,18 dentro do esperado que é menor que 0,2. A análise do segundo gráfico nos permite concluir que os candidatos com proficiência a partir de 725, em sua grande maioria, acertaram a questão. Talvez seja recomendável uma mudança nas alternativas dessa questão, para uma melhor padronização da questão.

4 PROFICIÊNCIA x HABILIDADES

Neste capítulo será exposto quais conteúdos os candidatos do Exame Nacional de acesso 2013 de cada proficiência dominam (devido a necessidade de um conhecimento avançado em estatística, neste trabalho não será explicado como são obtidas as proficiências, porém quem tiver interesse pelo assunto pode obter mais informações em Andrade, Tavares e Valle (2000)).

4.1 Nível de Proficiência de cada Item

Inicialmente foi construída uma tabela que classificava cada questão da prova em um nível, que foi determinado utilizando a CCI da questão, o nível é a proficiência necessária para que o candidato tenha 65% de probabilidade de acertar a questão, como faz o Inep com as questões do Enem em http://download.inep.gov.br/educacao_basica/enem/guia_participante/2012/guia_do_participante_notas_2012.pdf, página 14. A tabela segue abaixo:

Tabela 4.1 Número de questões da cada nível

PROFMAT 2013			
Nível	Questão	Total	%
< 350		0	0
350 --450		0	0
450 -- 550	2,3,4,6,7,12,13,14,17,18,24,27,30	13	37
550 -- 650	1,5,10,11,15,16,20,21,23,25,29	11	31
650 -- 750	8,9,19,26,28,33,34,35	8	23
≥750	22,31,32	3	9

Na tabela, cada faixa contém o seu extremo da esquerda, mas não contém o da direita, por exemplo, na segunda faixa: 350 – 450 o 350 está incluído, mas o 450 não. A tabela acima, além de classificar cada questão em seu nível, nos permite verificar que não houve uma justa divisão entre os níveis das questões, observando-se que não houve nenhuma questão com nível menor que 450, ou seja, não havia questões fáceis na prova.

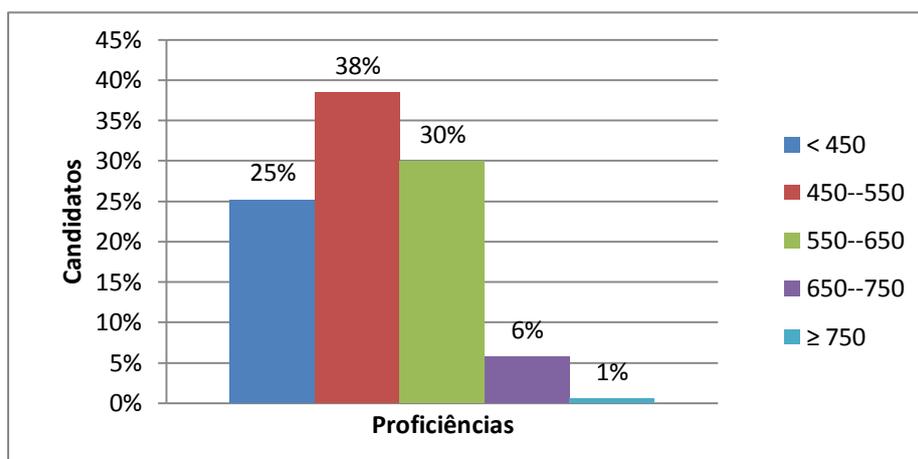
4.2 Habilidades do Candidato

Com base na tabela 4.1 verificamos que o candidato com proficiência:

- I. Menor que 450, não domina nenhum dos conteúdos avaliados nesta prova e qualquer acerto que ele teve na prova provavelmente foi ao acaso;
- II. De 450 a 550 é capaz de calcular o volume de uma esfera, aplicar os conceitos de razão e proporção, calcular a área de um círculo, visualizar a planificação de um cubo, simplificar uma expressão algébrica, entender o conceito e interpretar o gráfico de uma função, resolver equações e sistemas de equações, realizar operações com frações e resolver problemas de porcentagem;
- III. De 550 a 650 possui todas as habilidades do nível anterior e é capaz de resolver um problema de sequência aplicando a soma dos termos de uma progressão aritmética, resolver problemas com cálculo de média aritmética e geométrica, interpretar um gráfico estatístico, resolver um problema que envolva a decomposição em fatores primos, aplicar os produtos notáveis e fatoração de polinômios na resolução de problemas, aplicar corretamente a regra de três, usar os conhecimentos que envolvem valor absoluto, calcular a área lateral de um cilindro, aplicar o mínimo múltiplo comum na resolução de problemas e resolver problemas com o princípio fundamental da contagem e combinação simples, aplicar o teorema de Pitágoras;
- IV. De 650 a 750 possui todas as habilidades dos níveis anteriores e é capaz de resolver um problema que envolva as relações métricas de um triângulo retângulo e em polígonos circunscritos, calcular a área de um retângulo onde precisamos utilizar de diversos conceitos, aplicar as propriedades das potências para resolver problemas de divisibilidade;
- V. A partir de 750 possui todas as habilidades dos níveis anteriores e é capaz de resolver problemas de semelhança de triângulos onde também é necessário o uso do teorema de Pitágoras.

Após análise de todos os dados obtidos é possível observarmos um perfil quantitativo dos candidatos em relação à suas proficiências, conforme podemos observar no gráfico a seguir:

Gráfico 4.1 Percentual de candidatos em cada faixa de Proficiência.



Através desse gráfico podemos observar que apenas 7% dos candidatos tem proficiência acima de 650 e por outro lado mais que 60% dos candidatos tem proficiência abaixo de 550, que é uma proficiência mediana. Baseado na tabela 4.1 podemos concluir que esses 60% dos candidatos são capazes de resolver 13 questões do exame, ou seja, apenas 37% das questões da prova e apenas 7% dos candidatos foram capazes de resolver mais que 70% das questões da prova.

4.3 Índice de Acertos por Habilidades

A analisarmos a prova podemos ainda tentar identificar quais habilidades provocam o maior índice de acertos e erros na prova, com o intuito de identificar quais conteúdos podem necessitar de maior atenção na formação de professores no Brasil.

Para isso as questões da prova foram classificadas em 4 grupos de conhecimento. Conforme tabela a seguir:

Tabela 4.2 Grupos de conhecimento

Grupo 1 Conhecimentos Numéricos	Grupo 3 Conhecimento Algébricos
Divisibilidade MMC e MDC Operações com frações Razão e proporção	Conceito de função Interpretação de gráficos de função Simplificação de expressão algébrica Produtos notáveis e fatoração
Grandezas direta e inversamente proporcionais	Grupo 4 Conhecimentos Geométricos
Porcentagem Valor absoluto e desigualdades Equações e sistemas Sequências	Semelhança de triângulos Área de figuras planas Relações métricas no triângulo Polígonos circunscritos Noções básicas de geometria espacial
Potenciação	Área e volume de sólidos
Grupo 2 Conhecimentos de Contagem e Estatística	
Problemas de contagem Interpretação de gráficos estatísticos Cálculo de Médias	

Após essa análise podemos construir a tabela abaixo que mostra a distribuição de cada grupo pela prova.

Tabela 4.3 Percentual de questões de cada grupo.

	nº questões	% questões
Grupo 1	10	28,57%
Grupo 2	8	22,86%
Grupo 3	5	14,29%
Grupo 4	12	34,29%

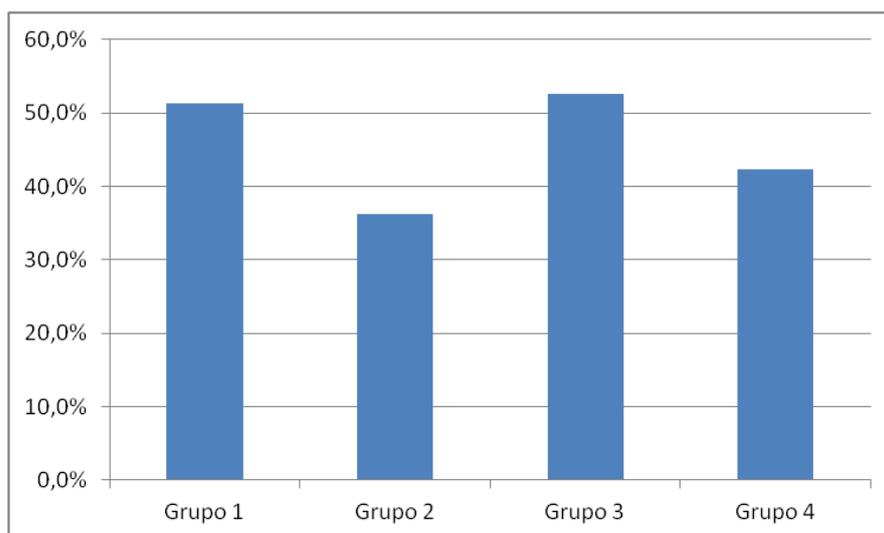
Essa tabela nos permite perceber que nessa prova os grupos 1 e 4 predominaram entre as questões mais de 60% das questões pertencem a esses dois grupos.

Os dados nos permitiram também construir uma nova tabela e um novo gráfico mostrando o percentual de acertos de cada nível.

Tabela 4.4 percentual de acertos de cada grupo

	% acertos (média)
Grupo 1	51,2%
Grupo 2	36,2%
Grupo 3	52,6%
Grupo 4	42,3%

Gráfico 4.2 Percentual de acertos de cada nível



Esse gráfico nos mostra que o grupo 3 (conhecimentos algébricos) teve o maior percentual de acertos entre os grupos e o grupo 2 (conhecimento de contagem e estatística) teve o menor índice de acertos da prova, o que pode sugerir uma defasagem no ensino dessa área do conhecimento matemático na formação de professores de matemática no Brasil.

5 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Esse trabalho teve o objetivo de analisar, segundo as propriedades da TRI, o Exame Nacional de Acesso do PROFMAT 2013, mesmo este não tendo sido elaborado segundo a TRI. O intuito não era simplesmente avaliar a prova, mas identificar com o uso da mesma, as questões que estavam dentro do padrão por ela estabelecidos ou discutir os motivos de algumas questões estarem fora desse padrão.

Deve-se ressaltar que a TRI ainda está em fase de aprimoramento, sendo possível ainda detectar falhas, mas a análise crítica das questões utilizando a mesma nos permite tirar algumas informações importantes a respeito da prova.

Após feita a análise de todas as questões foi possível ainda identificar o que os candidatos de cada faixa de proficiência foram capazes de responder na prova, identificar a quantidade de candidatos de cada proficiência, identificar a distribuição das questões na prova de acordo com o seu nível e de acordo com o grupo de conhecimento matemático e ainda qual o grupo de conhecimento tem o maior e o menor número de acertos, podendo assim termos uma ideia de onde há defasagem na formação de professores de matemática no Brasil.

Alguns trabalhos futuros podem ser desenvolvidos com o intuito de identificar algumas informações não exploradas neste trabalho, como uma avaliação a respeito dos conteúdos nos quatro anos em que o exame já foi aplicado, ou analisar os resultados regionalmente etc.

6 REFERÊNCIAS

RABELO, Mauro. *Avaliação educacional: fundamentos, metodologia e aplicações no contexto brasileiro*. Rio de Janeiro: SBM, 2013.

ANDRADE, D. F. ; VALLE, Raquel da Cunha; TAVARES, Heliton Ribeiro. *Introdução à teoria da resposta ao ítem: conceitos e aplicações*. SINAPE, 2000. Disponível em: <<http://www.avaliaeeducacional.com.br/referencias/arquivos/LivroTRI%20-%20Dalton.pdf>>. Acesso em Out. 2013

MACHADO, Ledo Vaccaro. *Avaliação em larga escala e proficiência matemática*. Dissertação de Mestrado apresentada ao Programa de Pós-graduação em Ensino de Matemática, UFRJ, 2010. Disponível em: <<http://www.pg.im.ufrj.br/pemat/26%20Ledo%20Vaccaro.pdf>>. Acesso em Nov. 2013.

KLEIN, RUBEN; ANDRADE, D. F. *Utilização da Teoria de Resposta ao Item no Sistema Nacional de Avaliação da Educação Básica (SAEB)*. Disponível em: <<http://webcache.googleusercontent.com/search?q=cache:pIFOIYWkXhgJ:metaavaliacao.cesgranrio.org.br/index.php/metaavaliacao/article/download/38/17+KLEIN,+R.+%3B+ANDRADE,+D.+M%C3%A9todos+Estat%C3%ADsticos+para+Avalia%C3%A7%C3%A3o+Educacional:+Teoria+da+Resposta+ao+Item.+Boletim+da+Abe,+S%C3%A3o+Paulo,+v.+15,+n.43,+p.+21-28,+1999.&cd=2&hl=pt-BR&ct=clnk&gl=br>>. Acesso em: Out. 2013

KLEIN, Ruben. *Alguns aspectos da teoria de resposta ao item relativos à estimação das proficiências*. Ensaio (Fundação Cesgranrio. Impresso), v. 21, p. 35-56, 2013. Disponível em: <http://www.scielo.br/pdf/ensaio/v21n78/aop_0213.pdf>. Acesso em: Out. 2013

ARAÚJO, E. A. C. ; ANDRADE, D. F. ; BORTOLOTTI, Silvana Ligia Vincenzi . *Teoria da Resposta ao Item*. Revista da Escola de Enfermagem da USP (Impresso), v. 43, p. 1000-1008, 2009. Disponível em: <http://www.scielo.br/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S0080-62342009000500003&lang=pt>. Acesso em: Out. 2013.

BARNHART, Ryan. *Fumiko Samejima (n. 1930)*. Disponível em: <<http://www.apadivisions.org/division-35/about/heritage/fumiko-samejima-biography.aspx>>. Acesso em: Fev. 2014.

INEP. *Procedimento de cálculo das notas do Enem*. Disponível em: <http://download.inep.gov.br/educacao_basica/enem/nota_tecnica/2011/nota_tecnica_procedimento_de_calculo_das_notas_enem_2.pdf>. Acesso em: Out. 2013.

INEP. *Entenda a sua nota no Enem – Guia do Participante*. Disponível em: <http://download.inep.gov.br/educacao_basica/enem/guia_participante/2012/guia_do_participante_notas_2012.pdf>. Acesso em: Abr. 2014.

7 APÊNDICE I: Construção da CCI no Geogebra

Podemos utilizar o software Geogebra para relacionar a Curva Característica do item com a variação dos parâmetros a , b e c da Teoria de Resposta ao Item. Para verificar essa aplicação acesse o site: <http://www.geogebra.org/material/show/id/104510>

O Geogebra é um software de matemática dinâmica, gratuito e multi-plataforma para todos os níveis de ensino, que combina geometria, álgebra, tabelas, gráficos, estatísticas e cálculo em um único sistema. Ele tem recebido vários prêmios na Europa e EUA.

Fatos Rápidos

- Gráficos, álgebra e tabelas estão interconectados e possuem características dinâmicas;
- Interface amigável, com vários recursos sofisticados;
- Ferramenta de produção de aplicativos interativos em páginas WEB;
- Disponível em vários idiomas para milhões de usuários em torno do mundo;
- Software gratuito e de código aberto;

(fonte: http://www.geogebra.org/cms/pt_BR/info/13-what-is-geogebra)