

INSTITUTO NACIONAL DE MATEMÁTICA PURA E APLICADA  
MESTRADO PROFISSIONAL EM MATEMÁTICA

VANDER LAGE MARTINS

Trabalho de conclusão de Curso do Mestrado Profissional

---

RIO DE JANEIRO - RJ  
2014

INSTITUTO NACIONAL DE MATEMÁTICA PURA E APLICADA  
MESTRADO PROFISSIONAL EM MATEMÁTICA

VANDER LAGE MARTINS

---

Trabalho de Conclusão de Curso do  
Mestrado Profissional em Matemática  
em Rede Nacional, apresentado ao  
Instituto Nacional de Matemática  
Pura e Aplicada com requisito parcial  
para a obtenção do título de Mestre

**Orientador: Prof. Ph.D. Paulo Cezar Pinto Carvalho**

**RIO DE JANEIRO – RJ  
2014**

## Folha de Aprovação

## Dedicatória

Dedico a todos que continuam a acreditar que a Educação liberta e transforma uma sociedade!

## Agradecimentos

Gostaria de agradecer ao Professor Paulo Cezar Pinto Carvalho por todo apoio oferecido a esse trabalho, ao Colégio Teresiano – CAP/PUC por mostrar que o caminho é a busca incessante pelo conhecimento e que a capacitação do professor faz-se ao longo de toda a sua trajetória, à turma PROFMAT de 2012, que encoraja e estimula nas horas mais difíceis. Ao grupo formado para a realização desse trabalho de conclusão de curso, por mostrar como o Brasil é capaz de produzir professores competentes e dedicados ao magistério. A minha família, onde abro um parêntese imenso, agradecendo a todo apoio, amor, carinho e força para que eu continue nesse caminho da Educação, que é árduo, mas repleto de realizações e conquistas.

## RESUMO<sup>1</sup>

O Objetivo deste trabalho de conclusão de curso é avaliar o exame de acesso ao PROFMAT 2011 utilizando a Teoria de Resposta ao Item. A finalidade não é analisar a qualidade da avaliação em si, mas que conclusões a respeito das habilidades dos candidatos deste exame, que é composto em grande parte, de professores de matemática de escolas públicas pelo Brasil, podem ser obtidas a partir das proficiências encontradas nos seus resultados.

### **Palavras Chave:**

Teoria de Resposta ao Item; TRI; PROFMAT; proficiência; avaliação

---

<sup>1</sup> Os capítulos 1 e 2 deste trabalho foram feitos em colaboração com Claudio Mendes Tavares, Deivison de Albuquerque da Cunha e Vander Lage Martins

## **ABSTRACT**

The objective of this final paper is to view the national exam of ingress in 2011<sup>th</sup> PROFMAT, applying the Item Response Theory (IRT). The purpose is not made the analysis of the test's quality, but the conclusion about the candidate's proficiency according the results of the test considering that the most part of them are mathematic's teachers of the Brazilians public schools.

Key-words:

Item Response Theory; IRT; PROFMAT; Proficiency; test.

## **Conteúdo**

1 INTRODUÇÃO .....	8
2 A TEORIA DE RESPOSTA AO ITEM: UM ESTUDO SOBRE OS CONCEITOS BÁSICOS .....	11
2.1 O Modelo Logístico Unidimensional de 3 Parâmetros (ML3) .....	13
2.1.1 A Escala de Proficiência .....	15
2.1.2 A Curva Característica do Item (CCI) .....	16
2.1.3 O Parâmetro de Dificuldade (b) .....	18
2.1.4 O Parâmetro de Discriminação (a) .....	22
2.1.5 O Parâmetro de Acerto ao Acaso (c) .....	26
2.2 Análise Pedagógica do Item .....	28
3 UMA APLICAÇÃO DA TEORIA DE RESPOSTA AO ITEM NO EXAME NACIONAL DE ACESSO AO MESTRADO PROFISSIONAL EM MATEMÁTICA – 2011 .....	33
4 PROFICIÊNCIAS X HABILIDADES:.....	72
5 CONSIDERAÇÕES FINAIS.....	76
6 BIBLIOGRAFIA .....	73
7 APÊNDICE I CONSTRUÇÃO DA CCI NO GEOGEBRA.....	74





# 1 INTRODUÇÃO

Pode-se dizer que o debate acerca da qualidade educacional está presente no Brasil desde o início do século passado. Contudo, foi especialmente a partir da década de 1980 que essa temática ganha força. Nesse contexto, começam a ser estudadas as características das escolas eficazes. Nos anos 1990, ganharão força às avaliações externas em larga escala, as quais estarão voltadas para avaliar sistemas de ensino, instituições escolares e alunos.

Nas últimas duas décadas, os processos de avaliação em larga escala foram difundidos e utilizados como forma de conhecer a realidade educacional brasileira, embasando, assim, a criação de políticas públicas para ajudar no desenvolvimento educacional do país. Para tanto, foi necessária a criação de processos para medir a qualidade.

Dentre os métodos designados para avaliação, foi criada nos anos 50 a Teoria de Resposta ao Item – TRI, por Frederic Lord<sup>2</sup>, cuja ideia era estabelecer uma medida única e comparável de avaliação, mesmo quando as populações são submetidas a avaliações diferentes. Lord utilizava apenas modelos dicotômicos do tipo certo ou errado e, em 1970, Samejima<sup>3</sup> generalizou a teoria e introduziu o modelo politômico (com diversas alternativas de resposta). Com a dificuldade computacional inicial ultrapassada, esse processo ganhou mais notoriedade e passou a ser aplicado em diversos países.

---

<sup>2</sup> Frederic M. Lord (1912 - 2000), nascido em Hanover foi um psicometrista. Ele foi fonte de grande parte da pesquisa sobre a teoria de resposta ao item, incluindo dois livros importantes: *Mental Test Scores* (1968, com Melvin Novick, e dois capítulos de Allen Birnbaum), e *Applications of Item Response Theory to Practical Testing Problems* (1980).

<sup>3</sup> Fumiko Samejima (1930), nascida em Tokio, Dra. Fumiko Samejima é reconhecida como uma pioneira em psicometria moderna. Suas contribuições foram diversas, mas seu trabalho sobre a teoria traço latente, também conhecido como teoria de resposta ao item (TRI), tem sido descrito como um "ponto de referência ... na teoria teste moderno" (*Avaliação Educacional: Problemas e Práticas*, 1991). Ela é reconhecida uma fundadora da TRI politômico (Ackerman, 1998) e os seus métodos têm sido amplamente aplicado por mais de 30 anos.

No Brasil, em 1995, o SAEB (Sistema de Avaliação da Educação Básica) começou a utilizar essa teoria e, em 2009, o ENEM (Exame Nacional do Ensino Médio) também a adotou. A partir dessas datas, podemos tirar conclusões mais interessantes e fundamentadas sobre o desempenho dos estudantes brasileiros da educação básica, comparando os resultados ano a ano, mesmo quando submetidos a populações diferentes.

Neste momento, surgem os debates sobre qual é a melhor maneira de se avaliar um estudante, seja dentro da sala de aula pelos professores de cada disciplina, seja no âmbito das avaliações externas. No ambiente escolar, é normal encontrarmos provas com problemas na sua elaboração, tornando o processo deficitário devido à má formulação dos itens avaliativos. Rabelo (2013, p. 9) ressalta que:

*muitos testes encorajam, simplesmente, a aprendizagem mecânica e superficial, apesar de os professores estarem convictos de que avaliam aprendizagens profundas e significativas. Muitos se esquecem de que o foco principal deveria ser a avaliação do desenvolvimento de competências no domínio da resolução de problemas, revelando que as questões e métodos usados pelos professores não são criticamente analisados em relação ao que realmente avaliam.*

O modelo mais usual e conhecido de se obter os resultados de uma prova é aquele que leva em consideração apenas os escores brutos dos indivíduos que realizaram o teste. Ou seja, o resultado da prova é obtido comparando a quantidade de itens respondidos corretamente por cada pessoa. Esse modelo, conhecido como Teoria Clássica dos Testes - TCT é amplamente utilizado no processo de avaliação do conhecimento de um indivíduo, para o qual se pretende atribuir um grau de aprovação ou reprovação em relação ao domínio de determinados conteúdos; ou é utilizado no processo de seleção, no qual além de se poder atribuir um grau de aprovação ou reprovação, é necessário classificar cada indivíduo em relação aos demais participantes do teste.

A Teoria Clássica dos Testes apresenta algumas limitações como modelo estatístico: não permite comparar indivíduos que tenham respondido a testes distintos e não permite fazer o acompanhamento de um mesmo sujeito durante as várias etapas do processo de construção do conhecimento. Isso decorre do fato de que na TCT os resultados obtidos dependem do conjunto de itens selecionados para a construção da referida prova, tornando o resultado encontrado um caso particular.

No campo das avaliações educacionais, o processo de aferição do conhecimento de um indivíduo dependerá diretamente deste conjunto de itens selecionados para a confecção do teste, é como se o conhecimento deste aluno variasse a cada prova diferente que ele faça. Dessa forma, uma pessoa que realize dois testes diferentes no mesmo dia pode ter o resultado muito bom em um dos testes e, no outro, um resultado muito ruim. É como se, ao medir o objeto inteligência com dois instrumentos diferentes, encontrássemos dois resultados também diferentes, tornando assim o objeto em questão uma característica do instrumento utilizado e não o indivíduo.

Como forma de sanar essas limitações da TCT, cresceu a utilização de técnicas oriundas da TRI, que é um conjunto de modelos estatísticos utilizados para medir traços latentes de uma pessoa, isto é, características que variam de pessoa para pessoa e não podem ser aferidas ou observadas de forma direta, como altura, peso, idade etc. Para estimar um traço latente, deve-se utilizar variáveis secundárias que estão diretamente relacionadas a esse traço latente. Por exemplo, se desejarmos estimar a idade de uma pessoa sem cometer a indelicadeza de lhe perguntar diretamente qual é a sua idade, podemos perguntar se esta pessoa acompanhou os desdobramentos da Segunda Grande Guerra, se ela viu o Golpe Militar de 64 ou se participou do Movimento das Diretas Já.

O presente trabalho propõe-se a apresentar os elementos qualitativos que fazem da TRI uma teoria capaz de sanar algumas deficiências presentes na TCT, como a possibilidade de comparação entre provas aplicadas em diferentes anos e a diferentes grupos. Trataremos também dos aspectos positivos de os docentes conhecerem e aplicarem os conceitos da TRI como componentes do ensino.

Em seguida, utilizando a TRI, faremos uma análise da prova de seleção do Mestrado Profissional em Rede Nacional em Matemática (PROFMAT) do ano de 2011. Abordaremos os dados estatísticos da prova, mas teremos o foco na análise pedagógica das questões.

Para tanto, far-se-á, inicialmente, uma pesquisa bibliográfica, cujas principais referências serão Rabelo (2013), Andrade, Tavares e Valle (2000) e Machado (2010).

## **2 A TEORIA DE RESPOSTA AO ITEM: UM ESTUDO SOBRE OS CONCEITOS BÁSICOS**

Segundo Andrade, Tavares e Valle (2000, p. 7),

*a TRI é um conjunto de modelos matemáticos que procuram representar a probabilidade de um indivíduo dar uma certa resposta a um item como função dos parâmetros do item e da habilidade (ou habilidades) do respondente. Essa relação é sempre expressa de tal forma que quanto maior a habilidade, maior a probabilidade de acerto no item.*

Para entendermos melhor essa definição, é importante tratarmos de alguns fatores nela contidos. O primeiro a ser tratado é a habilidade ( $\theta$ ) ou proficiência do respondente, esta se refere ao nível de aptidão de um indivíduo para responder corretamente um conjunto de itens. Essa habilidade é o traço latente que queremos medir desse indivíduo.

O segundo fator aborda os parâmetros do item, são eles:

parâmetro de discriminação (a) – consiste na aptidão do item em distinguir indivíduos com habilidades diferentes;

parâmetro de dificuldade (b) – trata-se da habilidade mínima que um respondente precisa para ter uma grande probabilidade de dar a resposta correta;

parâmetro de acerto ao acaso (c) – é a probabilidade de um respondente com baixa proficiência responder corretamente um item.

Sendo assim, a TRI procura medir variáveis não observáveis (traço latente) que influenciam as respostas dadas aos itens, utilizando a aferição das variáveis observáveis (respostas aos itens). Ou seja, estabelece uma relação entre a habilidade do respondente e os parâmetros do item com a probabilidade de acerto no item, de tal forma que, quanto maior a proficiência do indivíduo, maior é a sua probabilidade de responder corretamente o item.

Como a TRI é um conjunto de modelos estatísticos, vale salientar a importância de conhecer os principais modelos para saber escolher o mais adequado a ser utilizado. No Brasil, o modelo predominantemente utilizado é o logístico unidimensional de 3 parâmetros. À vista disso, esse trabalho limitar-se-á na abordagem das principais características desse modelo, utilizando-o no próximo capítulo para analisar a prova de acesso ao PROFMAT (2011).

Entretanto, é importante conhecermos as variáveis que diferenciam os modelos entre si. A escolha do modelo a ser empregado deve levar em consideração os três aspectos a seguir:

- Natureza do item: refere-se à forma como os itens são corrigidos. Podem ser itens dicotômicos (sim ou não) ou dicotomizados (corrigidos como certo ou errado), ou itens não dicotômicos;
- Quantidade de populações envolvidas: trata-se do número de populações que responderão os testes. Podemos ter uma população ou mais de uma; Número de traços latentes que estão sendo medidos: versa sobre a quantidade de habilidades que o teste medirá. Pode ser uma habilidade (modelos unidimensionais) ou mais de uma.

## 2.1 O Modelo Logístico Unidimensional de 3 Parâmetros (ML3)

Com o intuito de facilitar a compreensão deste modelo aos leitores não familiarizados com a linguagem matemática, vamos apresentar a definição do Modelo Logístico de 3 Parâmetros para, depois, explicar como cada conceito influencia na definição dada. Faremos, ao final de cada tópico que explica um conceito da TRI, um breve comentário sobre o objeto em questão análogo na TCT.

Conforme Andrade, Tavares e Valle (2000, p. 9),

$$P(U_{ij} = 1|\theta_j) = c_i + (1 - c_i) \frac{1}{1 + e^{-Da_i(\theta_j - b_i)}}, \quad (2.1)$$

com  $i = 1, 2, \dots, l$  e  $j = 1, 2, \dots, n$ , onde:

$U_{ij}$  é uma variável dicotômica que assume os valores 1, quando o indivíduo  $j$  responde corretamente o item  $i$ , ou 0 quando o indivíduo  $j$  não responde corretamente ao item  $i$ .

$\theta_j$  representa a habilidade (traço latente) do  $j$ -ésimo indivíduo.

$P(U_{ij} = 1|\theta_j)$  é a probabilidade de um indivíduo  $j$  com habilidade  $\theta_j$  responder corretamente o item  $i$  e é chamada de Função de Resposta do Item – FRI.

$b_i$  é o parâmetro de dificuldade (ou de posição) do item  $i$ , medido na mesma escala da habilidade.

$a_i$  é o parâmetro de discriminação (ou de inclinação) do item  $i$ , com valor proporcional à inclinação da Curva Característica do Item — CCI no ponto  $b_i$ .

$c_i$  é o parâmetro do item que representa a probabilidade de indivíduos com baixa habilidade responderem corretamente o item  $i$  (muitas vezes referido como a probabilidade de acerto casual).

$D$  é um fator de escala, constante e igual a 1. Utiliza-se o valor 1,7 quando se deseja que a função logística forneçam resultados semelhantes ao da função ogiva normal.

Os valores dos parâmetros  $a$ ,  $b$  e  $c$  são calculados através de pré – testagens (calibragem dos itens), utilizando o método da máxima verossimilhança. Para maiores informações a respeito desses cálculos, consultar referência ANDRADE, D.F.; VALLE, Raquel Cunha; TAVARES, Heliton Ribeiro (2000).

Como o nome diz, este modelo leva em consideração os três parâmetros de um item para determinar a proficiência de um indivíduo após responder um conjunto de itens. Porém, é importante saber o que realmente quer dizer uma pessoa ter uma determinada proficiência ou habilidade em Matemática.

Quando procuramos a palavra proficiência nos dicionários, encontramos uma correspondência a palavras como competência e capacidade. Logo, dizer que uma pessoa é proficiente em Matemática pode ser entendido como uma pessoa com competência (capacidade) para entender e praticar Matemática. Quando criamos uma escala com diferentes níveis, é natural dizer que um indivíduo com uma proficiência muito alta seja detentor de um enorme conhecimento matemático. Entretanto, os indivíduos com níveis intermediários ou baixos de proficiência, o que eles realmente sabem?



### 2.1.1 A Escala de Proficiência

Teoricamente, o processo de construção de uma escala de habilidade permite que a mesma assumam valores no intervalo  $(-\infty, +\infty)$ . Dessa forma, faz-se necessário para a construção da escala, escolher uma origem, representada pelo valor médio das proficiências dos indivíduos que responderam os testes, e uma unidade de medida, representada pelo desvio-padrão das habilidades dos respondentes do teste.

Geralmente, utiliza-se uma escala com média igual a 0 e desvio-padrão 1, representada por escala (0, 1) ou uma escala com média igual a 500 e desvio-padrão 100, representada por escala (500, 100), sendo esta última escala a utilizada no Exame Nacional do ensino Médio (Enem).

É importante ressaltar que independente da escala adotada os resultados encontrados serão os mesmos. E, mais ainda, que a interpretação feita sob o olhar das duas escalas é a mesma. Por exemplo, um indivíduo com habilidade 2 na escala (0, 1) tem proficiência de 2 desvios-padrão acima da média. Correspondendo na escala (500, 100) à habilidade 700, pois também representa 2 desvios-padrão acima da média.

Uma fórmula para fazer a mudança de escala da habilidade de um indivíduo é:

$$x = \frac{y - 500}{100}, \quad (2.2)$$

onde  $x$  representa a proficiência na escala (0, 1) e  $y$  representa a proficiência na escala (500, 100).

Analisando uma situação hipotética, será possível compreender mais facilmente o que significa uma pessoa ter certa habilidade e acentuaremos mais ainda as principais diferenças entre a Teoria Clássica e a Teoria de Resposta ao Item.

Imaginemos agora que um grupo responda uma prova muito especial, pois esta prova utiliza a TCT e a TRI para medir o conhecimento dos seus respondentes. Após a correção e a divulgação dos resultados, verifica-se que foram atribuídas a cada candidato duas notas: uma baseada no escore bruto, sendo determinada pelo

percentual de acerto (TCT) e outra baseada nos três parâmetros (discriminação e dificuldade do item e acerto ao acaso) descritos anteriormente (TRI).

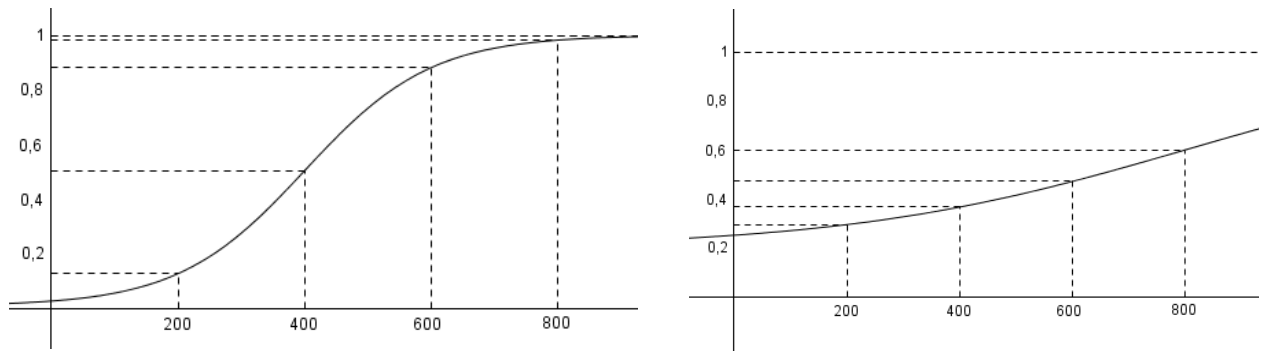
Observando as notas de um respondente hipotético, observamos que obteve nota 5, ou seja, acertou 50% dos itens da prova e teve uma proficiência de 600 pontos. Em relação à primeira nota, só podemos afirmar que ele acertou a metade dos itens da prova, não conseguindo explicitar se foram itens fáceis, medianos ou difíceis, também não se obtêm uma faixa de acerto desses itens, pois não se consideram os itens acertados no “chute”, não sabemos quais itens diferem os indivíduos com uma grande habilidade daqueles com pouca habilidade. Analisando a segunda nota, conclui-se que esse respondente tem uma probabilidade alta de acertar os itens com parâmetro de dificuldade até 600 pontos. Não significa que ele tenha acertado todos, mas sim que o mesmo tenha um grande índice de acertos em relação aos itens abaixo dessa faixa de dificuldade (pode-se pensar numa faixa do tamanho do desvio padrão e centrada na proficiência, isto é, variando de 550 até 650 pontos). Além disso, é possível classificar os itens nessas faixas de habilidades, determinando, assim, em quais conteúdos ele tem um domínio maior.

Vale destacar que a proficiência e o Parâmetro de Dificuldade estão sempre na mesma escala, facilitando, portanto, a interpretação gráfica, por meio da qual se pode analisar simultaneamente ambos os conceitos.

### **2.1.2 A Curva Característica do Item (CCI)**

O modelo matemático que define a TRI é uma função probabilidade. Portanto, sua imagem estará sempre no intervalo  $[0, 1]$ . De acordo com Rabelo (2013, p. 130), “o número  $P(U_{ij} = 1|\theta_j)$  pode ser identificado com a proporção de respostas corretas ao item  $i$  no grupo de indivíduos com habilidade  $\theta_j$ ”. Essa relação é descrita através de uma curva sigmoide (curva em forma de “S”), onde o eixo horizontal representa a escala de habilidade e o eixo vertical a probabilidade do indivíduo com uma habilidade  $\theta_j$  dar a resposta correta ao item  $i$ . Podemos destacar duas assíntotas horizontais e notam-se, com certa precisão, os três parâmetros do item. Essa curva recebe o nome de Curva Característica do Item (CCI) e permite-nos observar as principais informações a respeito de um item de forma rápida e clara.

Figura 1 Exemplos de CCI

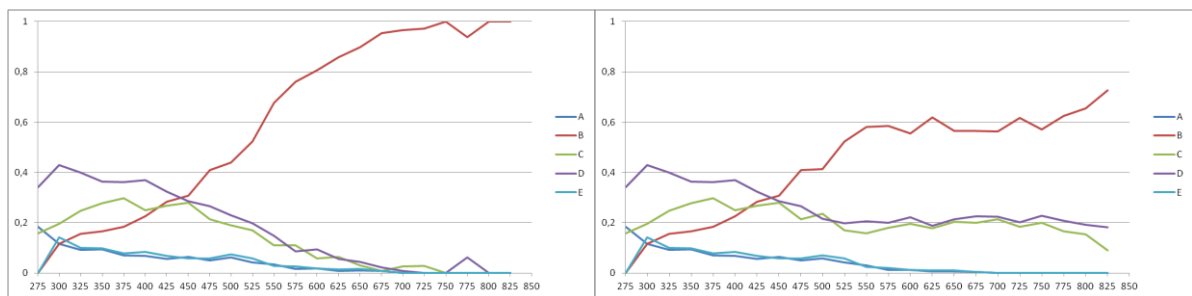


No gráfico à esquerda, podemos observar uma CCI com os valores dos parâmetros dentro do esperado para termos um item cumprindo bem a sua função avaliadora. O gráfico da direita mostra a CCI de um item com baixa dificuldade e pouco poder de discriminação. Para uma melhor visualização de como os parâmetros influenciam no gráfico da CCI, consultar o apêndice I no final do trabalho.

Na teoria clássica, temos a Análise Gráfica do Item – AGI, que corresponde a um gráfico de linhas onde é representada a proporção de respostas dadas em cada opção de um determinado item em relação ao escore bruto total dos indivíduos que fizeram o teste. Na prática, o gráfico mostra no eixo horizontal, as faixas de notas em ordem crescente obtidas pelos respondentes do teste, e apresenta uma linha para representar cada uma das alternativas da questão. É esperado que os percentuais de escolhas das linhas correspondentes às alternativas erradas vão diminuindo conforme o escore total vá aumentando e o percentual de escolha da linha correspondente a alternativa correta aumente conforme o escore total aumente.

Ao analisarmos um item considerando sua AGI, podemos verificar pedagogicamente o porquê uma opção errada atrai indivíduos com bom desempenho, proporcionando, assim, um melhor entendimento sobre o processo de ensino-aprendizagem do estudante.

Figura 2: Exemplos de AGI



O gráfico a esquerda apresenta a AGI de um item considerado bom, pois conforme aumenta à proficiência dos respondentes a frequência de escolhas das alternativas incorretas diminuiu. No gráfico a direita observamos que alguns itens incorretos são atrativos para indivíduos com uma proficiência alta, mostrando que o item apresenta alguma falha na sua construção.

### 2.1.3 O Parâmetro de Dificuldade (b)

Como dito anteriormente, o parâmetro de dificuldade sempre estará na mesma escala da habilidade, o que sugere uma relação intrínseca entre os dois conceitos. Uma forma de se pensar no parâmetro “b”, é defini-lo como sendo o nível de habilidade mínima necessária para um indivíduo ter uma probabilidade alta para acertar o referido item. Essa probabilidade alta é igual a  $\frac{1+c}{2}$ , onde  $c$  é o parâmetro de acerto ao acaso do item. Se desconsiderarmos o acerto ao acaso ( $c = 0$ ), a dificuldade do item fica definida como a proficiência mínima que um respondente precisa para ter a probabilidade de 50% para dar a resposta correta.

Agora vamos apresentar uma função probabilidade (que assumirá valores no intervalo  $[0, 1]$ ) e que também seja uma função logística (lembre-se do nome deste modelo). Essa função é:

$$F(x) = \frac{1}{1+e^{-x}} \quad (2.3)$$

Devemos refletir neste momento sobre quais adaptações devem ser feitas para introduzirmos o parâmetro de dificuldade na função acima. É plausível pensarmos que quanto maior a dificuldade de uma questão maior deve ser a habilidade de um aluno para respondê-la corretamente. Como a dificuldade do item é fixa, o que varia é o nível de proficiência, que determinará a probabilidade de acerto da questão. Portanto, teremos uma variação crescente da diferença entre a proficiência e a dificuldade do item. Por conseguinte, substituiremos o incremento “ $x$ ” da função (2.3) por  $\theta - b$ . O que acarretará na função:

$$P(U = 1|\theta) = \frac{1}{1+e^{-(\theta-b)}} \quad (2.4)$$

Nesse momento, é importante recordamos que uma prova é composta por diversos itens e é feita por muitos alunos com habilidades distintas. Logo, é necessário acrescentarmos variáveis para representar os diferentes itens ( $i$ ) e os diferentes alunos ( $j$ ), transformando nossa equação em:

$$P(U_{ij} = 1|\theta_j) = \frac{1}{1+e^{-(\theta_j-b_i)}}, \quad (2.5)$$

onde

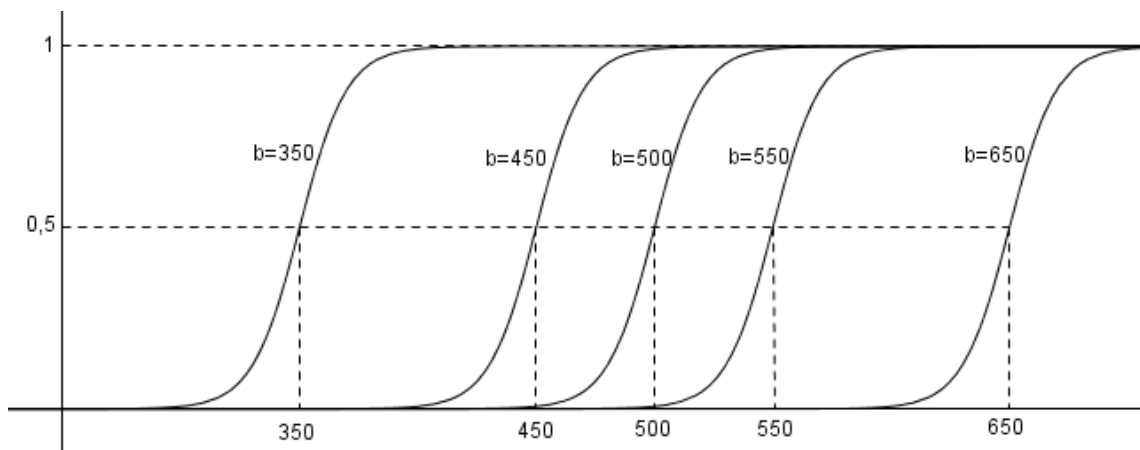
$U_{ij}$  representa a resposta do aluno  $j$  ao item  $i$ . Pode assumir valor 1, quando o indivíduo  $j$  responde corretamente o item  $i$ , ou valor 0, quando indivíduo  $j$  não responde corretamente o item  $i$ ;

$\theta_j$  representa a habilidade do aluno  $j$ ;

$b_i$  é a dificuldade do item  $i$ .

A seguir temos alguns exemplos de itens com diferentes níveis de dificuldade.

Figura 3: variação de  $b$  na CCI



Um ponto muito relevante acerca da dificuldade do item remete ao fato de como saber se um item é considerado muito fácil, fácil, mediano, difícil ou muito difícil. Ressaltamos também a importância de se conhecer a distribuição dos itens de um teste em relação aos níveis de dificuldades citados anteriormente.

Conforme Pasquali (apud Rabelo, 2013),

*o nível de dificuldade ideal para os itens de um teste depende da sua finalidade. Em avaliação educacional, recomenda-se uma distribuição de níveis de dificuldade de itens no teste dentro de uma curva normal: 10% dos itens em cada uma das duas faixas extremas, 20% em cada uma das faixas seguintes e 40% na faixa média.*

Segundo Rabelo (2013), tabela a seguir mostra a distribuição e a classificação dos itens adotados por grande parte dos autores para testes de avaliação educacional, utilizando a escala (500,100). Vale ressaltar que, geralmente, as provas de Matemática apresentam questões com um alto grau de dificuldade, comprometendo assim a utilização da tabela.

Tabela 1: classificação da questão de acordo com b (dificuldade do item)

CLASSIFICAÇÃO	DISTRIBUIÇÃO ESPERADA	DIFICULDADE DO ITEM
Muito fáceis	10%	Até 372
Fáceis	20%	De 373 a 448
Medianos	40%	De 449 a 551
Difíceis	20%	De 552 a 627
Muito Difíceis	10%	628 em diante

Fonte: Rabelo, (2013,p. 134)

Na verdade, a dificuldade de um item varia no intervalo  $(-\infty, +\infty)$ , porém, em aproximadamente 99,7% dos casos, esses valores estão no intervalo  $(200, 800)$ . Dessa forma, questões com o parâmetro “b” fora desse intervalo, sugerem que estas devem ser descartadas por apresentarem algum erro na sua construção.

Fazendo uma analogia, para se medir a dificuldade de um item na TCT, basta calcular a proporção de acertos do item. Ou seja, é a razão entre o número de indivíduos que responderam corretamente o item pelo total de indivíduos que foram submetidos ao item.

#### **2.1.4 O Parâmetro de Discriminação (a)**

Primeiramente, para entendermos melhor esse parâmetro, devemos ter clareza a respeito do que venha ser a discriminação de um item. É plausível pensarmos que numa prova feita com vários respondentes com habilidades distintas, alguns itens serão considerados fáceis pelos indivíduos com uma proficiência alta, mas podem ser considerados difíceis pelos indivíduos com uma baixa proficiência. A discriminação é exatamente essa característica do item capaz de diferenciar indivíduos com habilidades distintas. Dessa forma, o parâmetro de discriminação é o responsável por aumentar, ou não, a diferença entre as probabilidades de alunos com habilidades distintas responderem corretamente o item.

Ao observarmos a CCI, o parâmetro de discriminação é encontrado no ponto de inflexão da curva, isto é, o ponto onde ela muda a sua concavidade, tendo um valor proporcional à inclinação desta curva. Espera-se que um item tenha o valor do parâmetro “a” positivo, pois, caso contrário, a CCI indicaria que, quanto maior a proficiência de um indivíduo, menor a sua probabilidade de responder corretamente o item. E, mais ainda, espera-se também que o valor do “a” não seja muito próximo do zero, uma vez que isso definiria que indivíduos com proficiências muito distintas tenham, praticamente, a mesma probabilidade de acertarem o item. Os itens que não diferenciam indivíduos com habilidades diferentes são ditos como tendo um baixo poder de discriminação.



De acordo com Rabelo (2013), para esclarecer quando um item é ou não discriminativo, alguns autores utilizam a classificação abaixo como referência. Porém, é senso comum que itens com valor de discriminação acima de 0,0070 tendem a discriminar melhor, entretanto, se essa discriminação tiver um valor muito elevado, acima de 0,0170, os itens podem não funcionar também.

Tabela 2: classificação de questão de acordo com a (discriminação)

VALORES PARÂMETRO “a”	DISCRIMINAÇÃO
$a = 0$	Nenhuma
$0 < a \leq 0,0035$	Muito baixa
$0,0035 < a \leq 0,0065$	Baixa
$0,0065 < a \leq 0,0135$	Moderada
$0,0135 < a \leq 0,0170$	Alta
$a > 0,0170$	Muito alta

Fonte: Rabelo, (2013,p. 138)

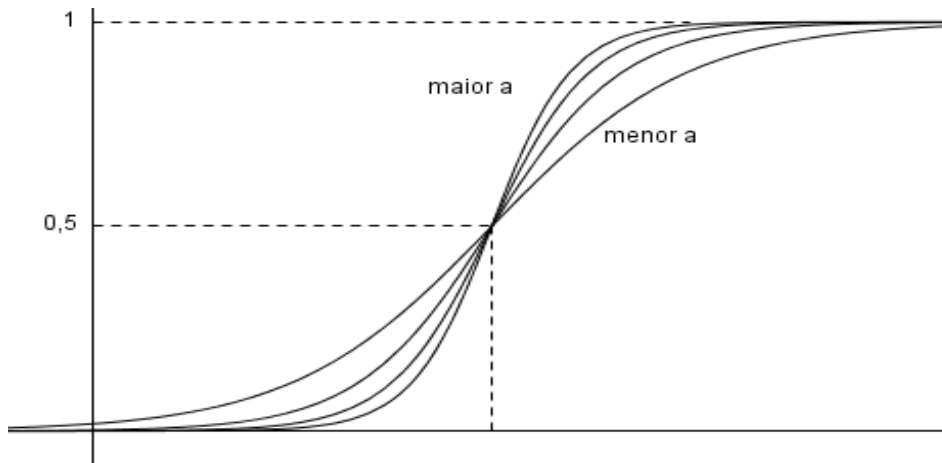
Quando inserimos na equação (2.5) o parâmetro de discriminação, ela passa ter a seguinte forma:

$$P(U_{ij} = 1|\theta_j) = \frac{1}{1+e^{-a_i(\theta_j-b_i)}} \quad (2.6)$$

com  $a_i$  representando a discriminação do item i.

O gráfico a seguir mostra as variações na CCI em decorrência de alterações feitas nos valores do parâmetro “a”.

Figura 4: variação de a na CCI.



Na TCT, a discriminação de um item é feita da seguinte forma: separamos os respondentes do teste em três grupos, conforme o escore total no teste, chamados de grupo inferior (corresponde aos 27% de menor desempenho), grupo superior (corresponde aos 27% de maior desempenho) e grupo intermediário (corresponde aos 46% restantes). Almeja-se que a proporção de acertos do grupo superior ( $P_{sup}$ ) seja maior que a proporção de acertos do grupo intermediário ( $P_{int}$ ) e que a proporção de acertos do grupo intermediário seja maior que a proporção de acertos do grupo inferior ( $P_{inf}$ ). Sendo assim, a discriminação do item é definida como a diferença entre a proporção de acertos do grupo superior e a proporção de acertos do grupo inferior.

$$Disc = P_{sup} - P_{inf} \quad (2.7)$$

Utiliza-se a classificação a seguir para determinar o quanto um item é discriminativo. Pode-se dizer que, quanto maior a diferença entre  $P_{sup}$  e  $P_{inf}$ , maior será o poder de discriminação do item.

Tabela 3: classificação dos itens de acordo com a discriminação na TCT

VALORES DE DISCRIMINAÇÃO	CLASSIFICAÇÃO
$Disc < 20$	Item deficiente, que deve ser rejeitado.
$20 \leq Disc < 30$	Item marginal, sujeito a reelaboração.
$30 \leq Disc < 40$	Item bom, mas sujeito a aprimoramento.
$Disc \geq 40$	Item bom

Fonte: Rabelo (2013, p. 136).

Ainda na TCT temos outra medida que também é muito utilizada para verificar o poder de discriminação de um item, o coeficiente de correlação ponto-bisserial. Ele compara o escore total dos indivíduos no teste com o escore total dos indivíduos que acertaram um item em particular, isto é, o número de acertos do item na prova. Variando no intervalo  $[-1, 1]$ , espera-se que o ponto-bisserial apresente coeficiente maior que 0,30, pois valores negativos ou próximos de zero indicam que indivíduos com um bom desempenho total no teste estão dando respostas incorretas. Isso mostra que o item não está cumprindo o seu papel de distinguir alunos com uma grande habilidade dos alunos com uma baixa habilidade.

$$\rho_{pb} = \frac{S_p - S}{\sigma} \sqrt{\frac{p}{1-p}}, \quad (2.7)$$

em que,

$S_p$  é a nota média no teste para os indivíduos que acertaram o item;

$S$  é a nota média no teste para todos os indivíduos;

$\sigma$  é o desvio-padrão das notas obtidas no teste por todos os indivíduos;

$p$  é a proporção de acertos no item.

Esse coeficiente pode ser calculado também para cada uma das opções de respostas da questão, determinando, assim, uma medida de correlação entre o escore total no teste e o escore dos respondentes que marcaram cada uma das diferentes alternativas de respostas de um único item. Para isso, basta substituir, na equação (2.7), a nota média no teste para os indivíduos que acertaram o item pela nota média no teste dos indivíduos que marcaram o item.

Observando a equação (2.7), é fácil notar que a expressão  $S_p - S$  determinará se o ponto-bisserial será positivo ou não. Dessa forma, anseia-se que a opção correta de resposta tenha o coeficiente ponto-bisserial positivo (média dos indivíduos que acertaram o item maior que a média de todos os indivíduos que responderam a prova) e as demais opções tenham coeficientes negativos (acontecendo o inverso do caso anterior). Se a alternativa correta tiver o coeficiente negativo e ou alguma alternativa errada tiver o coeficiente positivo, isso pode ser um indicativo de algum problema na construção das respostas desse item ou na construção do próprio item, mostrando, assim, que o referido item não discrimina bem e que deve ser descartado de um teste de avaliação educacional.

### **2.1.5 O Parâmetro de Acerto ao Acaso (c)**

Este parâmetro representa a probabilidade de um indivíduo com baixa proficiência acertar casualmente um item, utilizando o popular “chute”. É razoável pensarmos que num teste com itens de múltipla escolha, cada uma das  $p$  alternativas tem probabilidade de  $\frac{1}{p}$  de ser escolhida, logo, se o acerto ao acaso for superior a este valor, significa que a resposta correta atrai alunos com pouca habilidade por ser diferente das demais opções de resposta de alguma forma. Itens onde esse fenômeno acontece, em geral, foram mal elaborados ou tiveram suas alternativas de resposta mal elaboradas.

Na grande maioria dos testes de avaliação educacional, os itens são criados com 4 ou 5 opções de resposta, definindo o parâmetro “c” ideal de, no máximo, 0,25 ou 0,20, respectivamente.

Introduzindo o último parâmetro na equação (2.6), chegamos à definição completa do modelo logístico de três parâmetros, conforme a equação (2.6).

$$P(U_{ij} = 1|\theta_j) = c_i + (1 - c_i) \frac{1}{1 + e^{-D a_i(\theta_j - b_i)}}$$

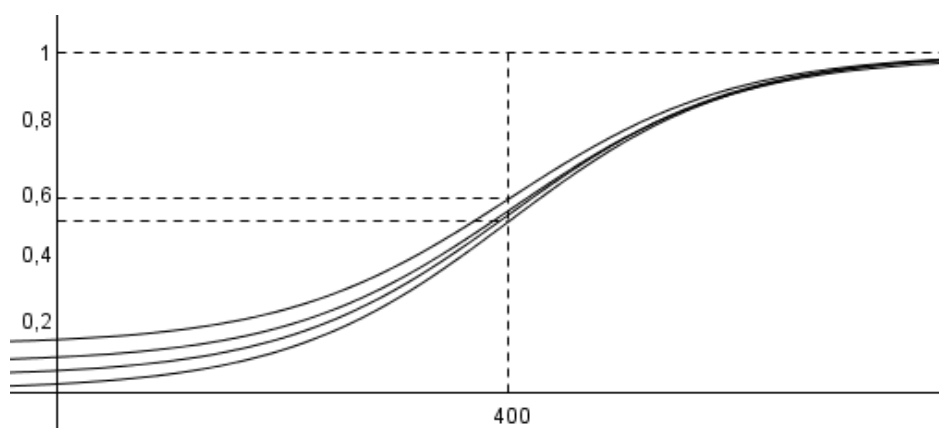
onde,

$c_i$  representa a probabilidade de acerto ao acaso do item  $i$ ,

$D$  é um fator de escala igual a 1 quando utilizamos a métrica logística e igual a 1,7 quando utilizamos a métrica normal.

Observando a CCI, vemos que a assíntota horizontal inferior da curva, intercepta o eixo vertical exatamente no parâmetro “ $c$ ”.

Figura 5: variação de  $c$  na CCI.



## 2.2 Análise Pedagógica do Item

Até o momento, procuramos mostrar os principais conceitos que envolvem a teoria de resposta ao item e as diferenças em relação aos conceitos análogos na teoria clássica. Entretanto, em termos de análise pedagógica dos itens, as duas teorias se completam, permitindo um diagnóstico muito mais amplo sobre o nível de proficiência dos alunos e o processo de construção dos itens. Ademais, será traçado um perfil mostrando as maiores habilidades e dificuldades dos candidatos ao PROFMAT.

Salientamos que algumas características e classificações dos parâmetros da TRI e medidas da TCT são consideradas ideais para itens que servirão para processos de avaliações educacionais, entretanto a prova de acesso ao PROFMAT não se propõe a essa finalidade e sim a aferir os conhecimentos matemáticos necessários para os futuros alunos cursarem com êxito as disciplinas inerentes ao PROFMAT.

Neste trabalho, cada questão do exame nacional de acesso do ano de 2011 será pedagogicamente avaliada. Será exibida uma tabela onde serão apresentados dados estatísticos da questão (número de respondentes e porcentagem de acertos), dados da TCT (frequência de marcação de cada alternativa e os seus respectivos bisseriais) e os parâmetros da TRI (a, b e c). Serão expostos ainda dois gráficos, a CCI e a AGI.

Sequencialmente, haverá um comentário sobre os principais itens identificados na tabela e nos gráficos, sendo explicado o efeito que cada um deles pode exercer no resultado da questão. E, por último, será feita uma análise pedagógica dos itens, quando identificaremos os conteúdos nos quais os professores apresentam maior domínio e os conteúdos nos quais demonstram as maiores dificuldades.

A seguir, temos um exemplo da tabela a ser utilizada e um breve resumo sobre as informações nela contidas.

Gabarito:					
Assunto:					
TCT	Total:	Acertos:		Percentual de acertos:	
Opções	A	B	C	D	E
Frequência					
Bisserial					
TRI	a		b		c

- **Gabarito:** indica a resposta correta do item;
- **Assunto:** apresenta o principal conteúdo abordado na questão;
- **Total:** é a quantidade de respondentes ao teste;
- **Acertos:** é a quantidade de respondentes que acertaram o teste;
- **Percentual de Acertos:** indica a dificuldade do item medido pela TCT;
- **Frequência:** é a quantidade de indivíduos que marcaram essa alternativa com resposta correta;
- **Bisserial:** estabelece uma relação entre a nota média de todos os indivíduos no teste e a nota média dos indivíduos que marcaram essa alternativa como resposta correta. Espera-se valor positivo para a opção correta e valores negativos para as demais opções;
- **a:** indica o poder de discriminação do item pela TRI;
- **b:** é o grau de dificuldade do item pela TRI;
- **c:** é a probabilidade de acerto ao acaso.

Vejam alguns exemplos:

**Questão 5 (2013)** - A soma de 11 inteiros consecutivos é  $N$ . Qual é o maior desses números em termos de  $N$ ?

(A)  $\frac{N}{5} + 5$

(B)  $\frac{N}{11} + 5$

(C)  $\frac{N}{5} + 10$

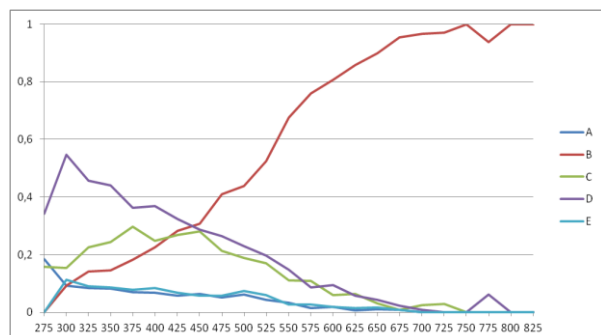
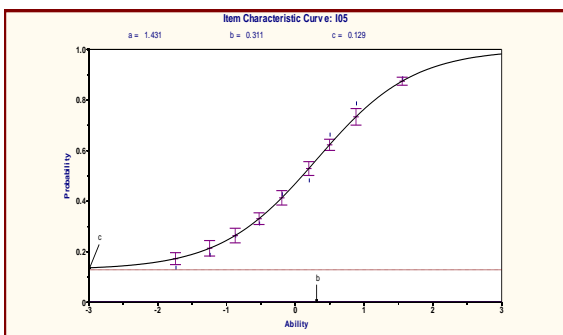
(D)  $\frac{N}{11} + 10$

(E)  $\frac{N}{6} + 10$

Gabarito: B

Assunto: Sequências

TCT	Total:11270	Acertos: 5596			Percentual de acertos:49,66
Opções	A	B	C	D	E
Frequência	0,0460	0,4966	0,1768	0,2249	0,0508
Bisserial	-0,1991	0,5204	-0,2404	-0,3428	-0,1846
TRI	a = 0,01431(alta)		b = 531,079(Mediano)		c = 0,12874



Para resolver esta questão o candidato deve ter conhecimento Sequências, utilizando a soma de termos de uma Progressão Aritmética. Analisando a tabela e o gráfico, podemos perceber que um número muito pequeno de candidatos marcou as alternativas A e E, até mesmo entre os candidatos com baixo rendimento poucos

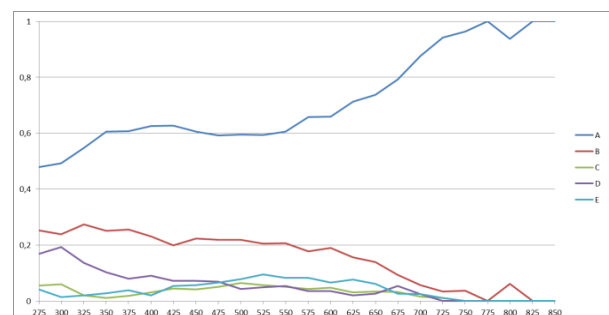
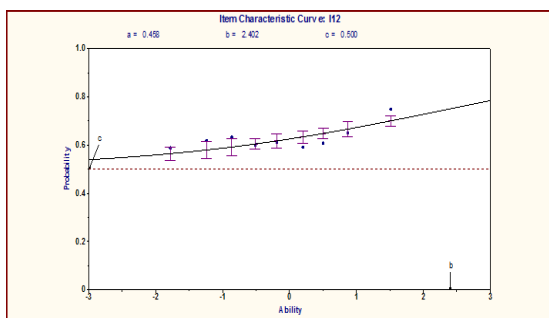


marcaram essas alternativas. A questão apresenta um nível de dificuldade média com 49 % de acertos. As alternativas C e D atraíram um número alto de candidatos com baixo desempenho e a alternativa B atraiu os candidatos com melhor desempenho. De acordo com o último gráfico percebemos que alternativa correta atrai os alunos com maior proficiência, o que deve ser o esperado de uma boa questão.

**Questão 12 (2014)** - João faz parte de um grupo de 10 pessoas. Desse grupo, três pessoas são sorteadas em uma premiação. Qual é a probabilidade de João ter sido sorteado?

- (A) 3/10      (B) 1/10      (C) 7/40      (D) 7/10      (E) 7/20

<b>Gabarito:</b>					
<b>Assunto: Probabilidade</b>					
<b>TCT</b>	<b>Total: 12478</b>	<b>Acertos: 7864</b>		<b>Percentual de acertos: 63</b>	
<b>Opções</b>	<b>A</b>	<b>B</b>	<b>C</b>	<b>D</b>	<b>E</b>
<b>Frequência</b>	0,6302	0,2022	0,0432	0,0594	0,0648
<b>Bisserial</b>	-0,0999	-0,1021	0,0374	-0,1965	0,0875
<b>TRI</b>	a = 0,00458		b = 740,191		c = 0,5



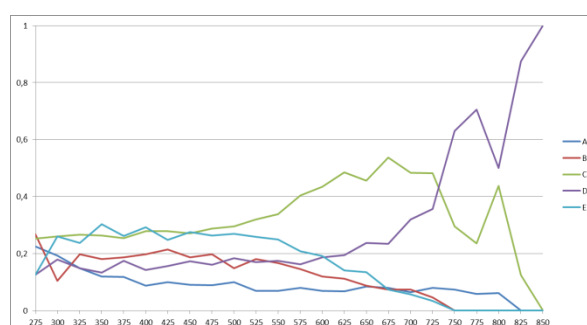
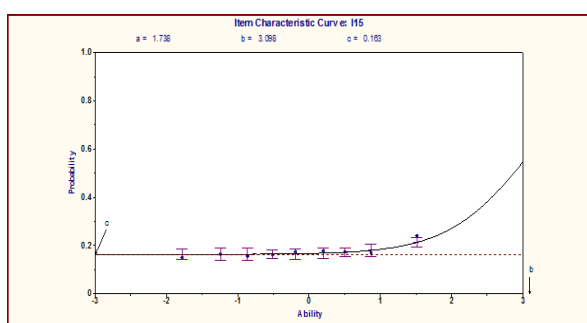
Para resolver esta questão o candidato deverá ter o conhecimento de Probabilidades. De acordo com as informações, a questão revelou-se com nível de dificuldade muito difícil, com discriminação baixa. Três dos distratores tiveram proporção muito baixa de marcação, o que mostra serem opções consideradas implausíveis pela grande maioria dos candidatos, o que justifica o índice de marcação ao acaso ser de 50%, o que acaba justificando o alto índice de acertos

para um item considerado muito difícil para TRI Os bisseriais tem uma discrepância diferente da esperada. A opção correta tem valor negativo enquanto dois outros distratores, (C) e (E), apresentam valores positivos, demonstrando que bons candidatos optaram por essas opções. Esta questão não julga de modo adequado o conhecimento do candidato acerca do tema proposto.

**Questão 15 (2014)** - Considere a equação  $x^2 - 2|x| = k$  ( $x$  é a incógnita e  $k \in \mathbb{R}$ ). Assinale a alternativa que indica todos os valores de  $k$  para os quais a equação tem exatamente 4 soluções em  $\mathbb{R}$ .

- (A)  $k \in ]0,1[$  (B)  $k \in ]-\frac{1}{2},3[$  (C)  $k \in ]-1,+\infty[$  (D)  $k \in ]-1,0[$  (E)  $k \in [0,1]$

Gabarito:D					
Assunto: Funções quadráticas					
TCT	Total: 12478	Acertos: 2220	Percentual de acertos: 17,8		
Opções	A	B	C	D	E
Frequência	0,0883	0,1654	0,3319	0,1779	0,2357
Bisserial	-0,1006	-0,1273	0,1784	0,0852	-0,1250
TRI	a = 0,1738		b = 809,767		c = 0,16266



Para resolver esta questão, o candidato deverá ter o conhecimento de funções quadráticas e função modular. A questão teve discriminação muito alta e nível de dificuldade fora da escala. Existe um distrator (C) com mais marcações que o gabarito (D), além de ter um bisserial maior (0,1784 contra 0,0852, ambos positivos). Desta forma, esta questão seria considerada inadequada tanto pelo TCT quanto pela TRI e portanto não cumpre com o objetivo de avaliar os candidatos acerca do conteúdo proposto.

### **3 UMA APLICAÇÃO DA TEORIA DE RESPOSTA AO ITEM NO EXAME NACIONAL DE ACESSO AO MESTRADO PROFISSIONAL EM MATEMÁTICA – 2011**

Este capítulo tratará da análise do Exame Nacional de Acesso ao Mestrado Profissional PROFMAT de 2011 realizado em todo Brasil no dia 26 de novembro de 2011 com 15262 candidatos inscritos que fizeram 35 questões objetivas, onde a questão 24 foi anulada e 3 questões discursivas que não foram consideradas nessa análise. Os dados utilizados como parâmetros da Teoria de Resposta ao Item e da Teoria Clássica dos Testes foram cedidos pelo orientador desse trabalho<sup>4</sup> que os obteve junto à Sociedade Brasileiro de Matemática, que responde pela coordenação do curso. A cada questão foram anexados dois gráficos: AGI (análise gráfica do item) referente a Teoria Clássica dos Testes, feitos no programa Excel e a CCI (curva característica do Item) referente a Teoria de Resposta ao Item feitos no programa BILOG. A escala adotada pelo BILOG foi (0,1), ou seja, média zero com desvio – padrão 1 e, a escala adotada na tabela de cada questão foi a (500,100), ou seja, média 500 com desvio – padrão 100. Essa mudança de escala também afeta o parâmetro “a”, que foi dividido por 100. Para maiores informações a respeito do Concurso de Acesso ao PROFMAT, consulte: [http://www2.profmatsbm.org.br/mem\\_examenes.asp](http://www2.profmatsbm.org.br/mem_examenes.asp)

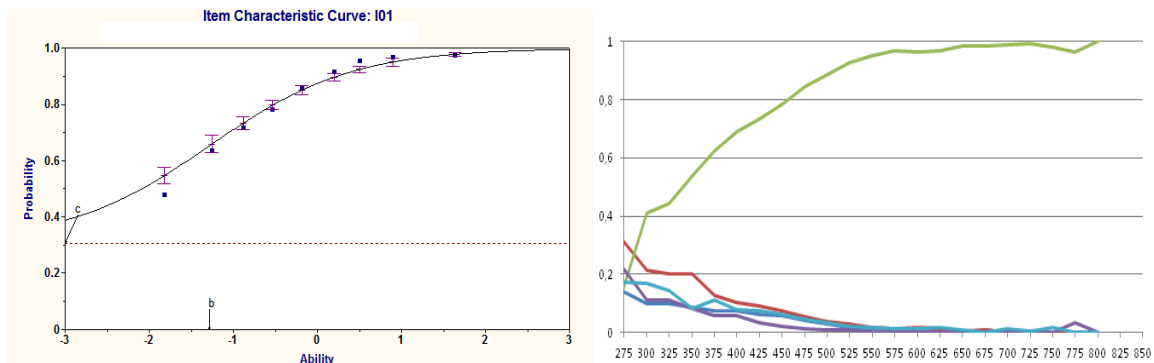
---

<sup>4</sup> Paulo Cezar Pinto Carvalho, pesquisador titular do IMPA para mais informações:  
[http://www.impa.br/opencms/pt/pesquisa/pesquisa\\_pesquisadores/pesquisadores\\_paulo\\_cezar\\_pinto\\_carvalho/pesquisadores\\_paulo\\_cezar\\_pinto\\_carvalho.html](http://www.impa.br/opencms/pt/pesquisa/pesquisa_pesquisadores/pesquisadores_paulo_cezar_pinto_carvalho/pesquisadores_paulo_cezar_pinto_carvalho.html)

1. O número  $27^{-2/3}$  é igual a:

- (A) 1/18    (B) 1/81    (C) 1/9    (D) -18    (E) 9

Gabarito: C					
Assunto: Propriedades de Potenciação					
TCT	Total: 15262		Acertos: 12790	Percentual de acertos: 83.8	
Opções	A	B	C	D	E
Frequência	0,0361	0,0573	0,8380	0,0214	0,0452
Bisserial	-0,2707	-0,3182	0,4166	-0,3525	-0,2407
TRI	a = 0,0118 (moderada)		b = 371,87	c = 0,307	

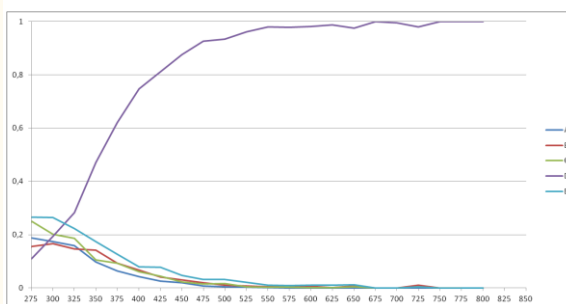
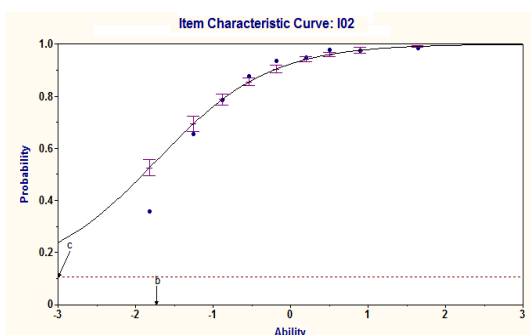


Para resolver essa questão o candidato deve dominar as propriedades de potenciação e decompor um número em fatores primos. Ao analisar os valores da TRI temos que: parâmetro a indica que a discriminação foi moderada, b indica que a questão foi muito fácil e c mostrou – se acima do esperado de até 0,20. Na TCT houve alto índice de acertos 83,8%, quanto aos distratores a questão foi adequada. Os Bisseriais estão de acordo com o gabarito C, mostrando que não houve distrator atraindo os candidatos com alta proficiência.

2. Um pacote de biscoitos tem 10 biscoitos e pesa 85 gramas. É dada a informação de que 15 gramas do biscoito correspondem a 90 kcal. Quantas quilocalorias tem cada biscoito?

- (A) 38 kcal    (B) 43 kcal    (C) 46 kcal    (D) 51 kcal    (E) 56 kcal

Gabarito: D					
Assunto:razões, proporções e grandezas direta e inversamente proporcionais					
TCT	Total: 15262	Acertos: 13306		Percentual de acertos 87.2	
Opções	A	B	C	D	E
Frequência	0,0203	0,0295	0,0281	0,8718	0,0473
Bisserial	-0,4075	-0,3295	-0,3698	0,4744	-0,3037
TRI	a =0,0138 (alta)		b = 326,97		c = 0,105

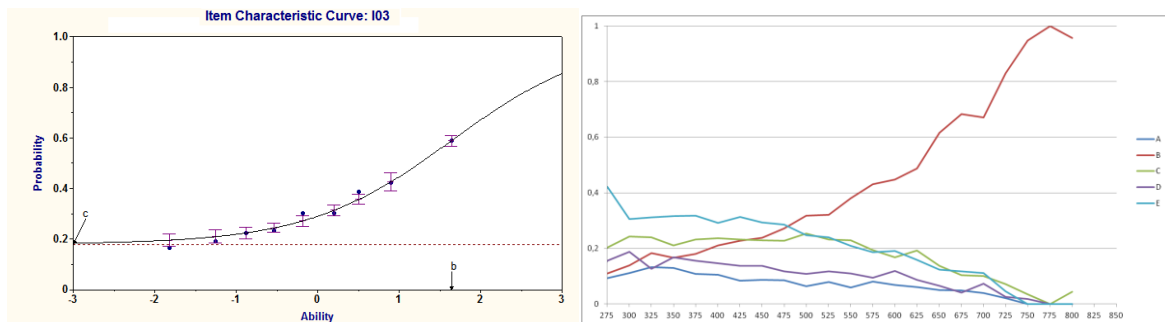


Para resolver essa questão o candidato deve dominar o assunto razões e proporções e regra de três simples. Ao analisar os valores da TRI temos que: parâmetro a indica que a discriminação foi alta, b indica que a questão foi muito fácil e c mostrou – se dentro do esperado de até 0,20. Na TCT houve alto índice de acertos 87,2%, quanto aos distratores, a questão foi adequada. Os Bisseriais estão de acordo com o gabarito D, mostrando que não houve distrator atraindo os candidatos com alta proficiência.

3. No dia do aniversário de João em 2010, uma pessoa perguntou a idade dele. João respondeu: “se eu não contasse os sábados e os domingos da minha vida, eu teria 40 anos de idade”. João nasceu no ano de:

- (A) 1946    (B) 1954    (C) 1962    (D) 1964    (E) 1968

Gabarito: B					
Assunto: Equação de 1º grau					
TCT	Total: 15262	Acertos: 5037		Percentual de acertos: 33	
Opções	A	B	C	D	E
Frequência	0,0789	0,3300	0,2165	0,1181	0,2452
Bisserial	-0,1112	0,3248	-0,0719	-0,1077	-0,1766
TRI	a = 0,0113(moderada)		b = 664,40	c = 0,180	

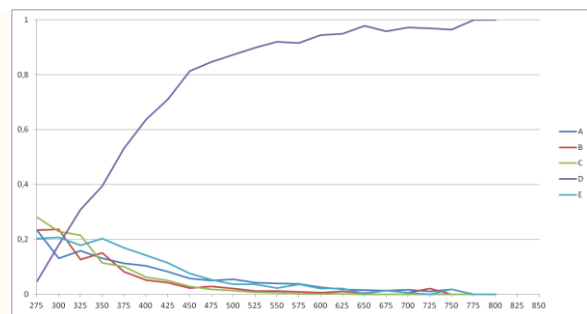
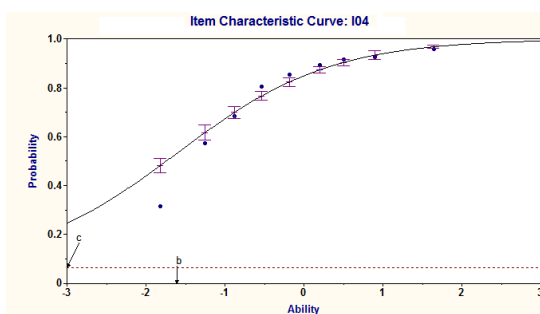


Para resolver essa questão o candidato deve dominar expressões algébricas e equação do 1º grau. Ao analisar os valores da TRI temos que: parâmetro a indica que a discriminação foi moderada, b indica que a questão foi muito difícil e c mostrou – se dentro do esperado de até 0,20. Na TCT houve baixo índice de acertos 33%. Quanto aos distratores, mostraram – se não adequados, pois candidatos com proficiências anteriores a faixa de 400 a 425, tenderam marcar as opções C e E. Bisseriais estão de acordo com o gabarito B, mostrando que não houve distrator atraindo os candidatos com alta proficiência.

4. Numa papelaria, pacotes contendo 500 folhas de papel são armazenados em pilhas. Cada folha de papel tem espessura de 0,1 mm. Ignorando a espessura do papel utilizado para embrulhar os pacotes, podemos afirmar que a altura de uma pilha de 60 pacotes é aproximadamente igual à altura de:

- (A) um gato (B) uma mesa comum (C) uma pessoa adulta (D) uma sala de aula  
(E) um prédio de 3 andares

Gabarito: D					
Assunto: Grandezas Diretamente proporcionais e ordem de grandeza					
TCT	Total: 15262	Acertos: 12353		Percentual de acertos:80.9	
Opções	A	B	C	D	E
Frequência	0,0578	0,0327	0,0314	0,8094	0,0664
Bisserial	-0,1784	-0,2950	-0,4025	0,4061	-0,2785
TRI	a = 0,0103(moderada)		b = 339,34	c = 0,065	



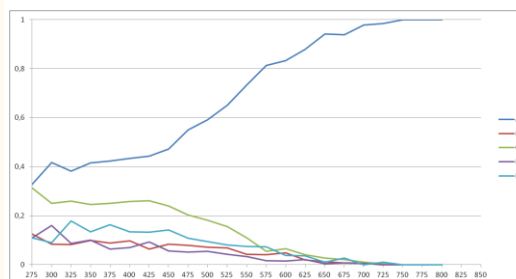
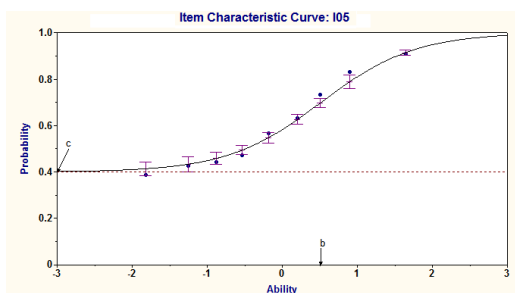
Para resolver essa questão o candidato deve dominar o assunto grandezas direta e inversamente proporcionais e ordem de grandeza. Ao analisar os valores da TRI temos que: parâmetro a indica que a discriminação foi moderada, b indica que a questão foi muito fácil e c mostrou – se dentro do esperado de até 0,20. Na TCT houve alto índice de acertos 80,9 %, quanto aos distratores, a questão foi adequada. Os Bisseriais estão de acordo com o gabarito D, mostrando que não houve distrator atraindo os candidatos com alta proficiência.

5. O valor exato de  $666666^2 - 333334^2$  é:

(A)  $333332 \cdot 10^6$  (B)  $333334 \cdot 10^9$  (C)  $333332 \cdot 10^8$  (D)  $333334 \cdot 10^8$

(E)  $333332 \cdot 10^{10}$

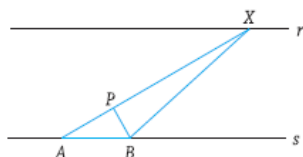
Gabarito: A					
Assunto: Produtos notáveis e potenciação					
TCT	Total: 15262	Acertos: 9430		Percentual de acertos:61.8	
Opções	A	B	C	D	E
Frequência	0,6179	0,0630	0,1679	0,0497	0,0963
Bisserial	0,3763	-0,1577	-0,2589	-0,2048	-0,1929
TRI	a = 0,0160 (alta)		b = 551,51		c =0,400



Para resolver essa questão o candidato deve dominar o assunto fatoração e potenciação. Ao analisar os valores da TRI temos que: parâmetro a indica que a discriminação foi alta, b indica que a questão foi moderada e c mostrou – se acima do esperado de até 0,20. Na TCT houve 61,8% de acertos, quanto aos distratores, houve uma leve tendência dos candidatos até a faixa de 475 a 500 de marcar a letra C. Mais de 40% dos candidatos com proficiência acima da faixa de 300 a 325 marcaram a opção correta. Bisseriais estão de acordo com o gabarito A, mostrando que não houve distrator atraindo os candidatos com alta proficiência.



6. Na figura ao lado, as retas  $r$  e  $s$  são paralelas a uma distância 2 uma da outra.  $AB$  é um segmento unitário contido em  $s$ ,  $X$  é um ponto de  $r$  com  $AX = 5$  e  $P$  é o pé da perpendicular baixada de  $B$  sobre  $AX$ . O comprimento de  $BP$  é:

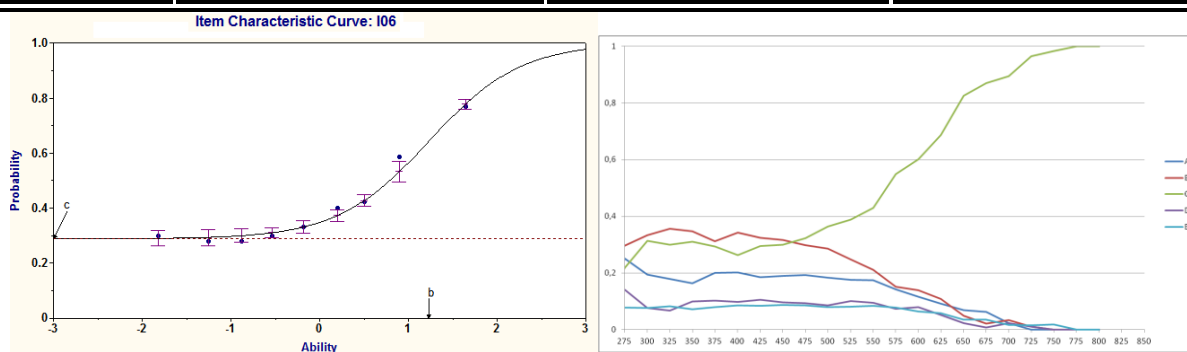


- (A)  $2/3$       (B)  $1/5$       (C)  $2/5$       (D)  $3/4$       (E)  $2/3$

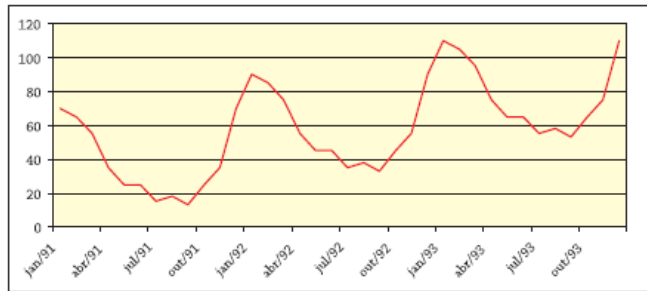
Gabarito: C

Assunto: Áreas de figuras planas

TCT	Total: 15262	Acertos: 6383	Percentual de acertos: 41.8		
Opções	A	B	C	D	E
Frequência	0,1642	0,2473	0,4182	0,0858	0,0760
Bisserial	-0,1205	-0,2416	0,3385	-0,0818	-0,0535
TRI	a = 0,0196 (muito alta)		b = 623,06	c = 0,288	



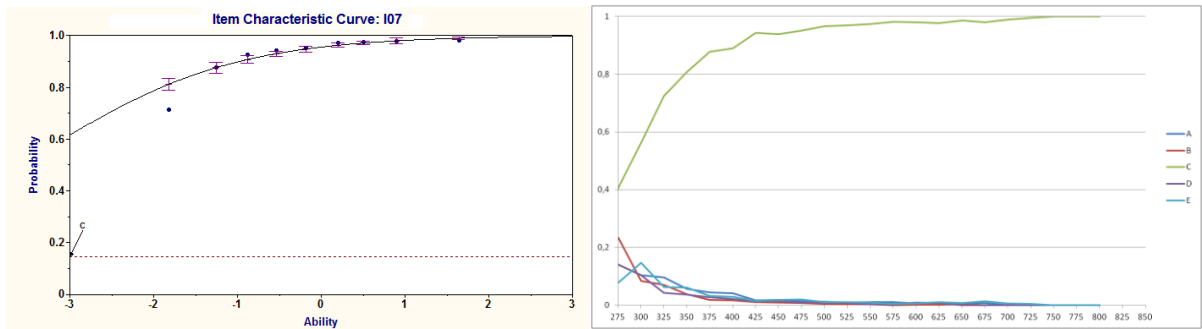
Para resolver essa questão o candidato deve dominar o assunto áreas de triângulos e equivalência de áreas. Ao analisar os valores da TRI temos que: parâmetro  $a$  indica que a discriminação foi muito alta,  $b$  indica que a questão foi difícil e  $c$  mostrou – se acima do esperado de até 0,20. Na TCT houve 41,8%. Quanto aos distratores, há uma maior proporção de candidatos até a faixa de 425 a 450 marcando a opção B. Os Bisseriais estão de acordo com o gabarito C, mostrando que não houve distrator atraindo os candidatos com alta proficiência.



7. O gráfico acima mostra a quantidade de aparelhos de ar condicionado vendidos por semana numa loja do Rio de Janeiro entre janeiro de 1991 e dezembro de 1993. O gráfico indica que, nesse período:

- (A) A venda de aparelhos de ar condicionado cresceu constantemente.
- (B) A venda de aparelhos de ar condicionado permaneceu constante.
- (C) A venda de aparelhos de ar condicionado foi maior em julho de 93 do que em julho de 91.
- (D) A venda de aparelhos de ar condicionado foi maior em outubro de 92 do que em janeiro de 92.
- (E) A venda de aparelhos de ar condicionado foi menor no verão de 93 do que no verão de 92.

Gabarito: C					
Assunto: Interpretação de gráficos estatísticos					
TCT	Total: 15262	Acertos: 14320		Percentual de acertos: 93.8	
Opções	A	B	C	D	E
Frequência	0,0188	0,0100	0,9383	0,0128	0,0180
Bisserial	-0,2379	-0,3233	0,3241	-0,2495	-0,1929
TRI	a = 0,009 (moderada)		b = 178		c = 0,288

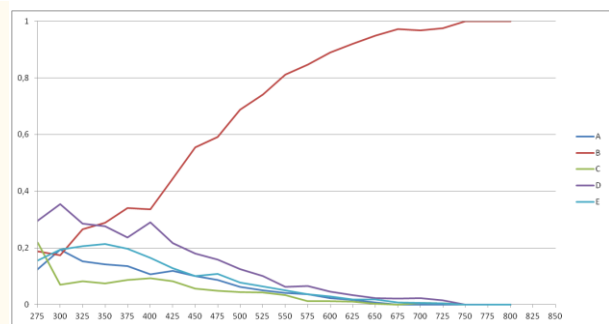
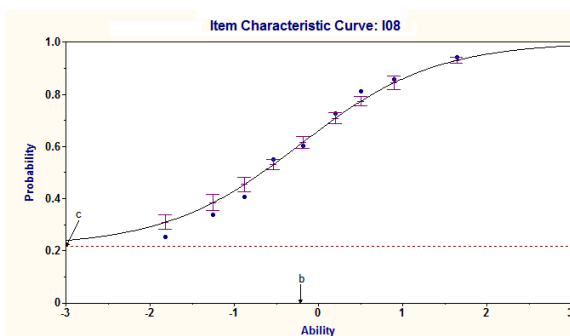


Para resolver essa questão o candidato deve dominar o assunto interpretação de gráficos estatísticos. Ao analisar os valores da TRI temos que: parâmetro a indica que a discriminação foi moderada, b indica que a questão foi muito fácil e c mostrou – se acima do esperado 0,20. Na TCT houve alto índice de acertos 93,8%, quanto aos distratores, a questão foi adequada. Os Bisserials estão de acordo com o gabarito C, mostrando que não houve distrator atraindo os candidatos com alta proficiência.

8. Um grupo de jovens aluga por 342 reais uma van para um passeio, findo o qual três deles saíram sem pagar. Os outros tiveram que completar o total pagando, cada um deles, 19 reais a mais. O número de jovens era de:

- (A) 8 (B) 9 (C) 10 (D) 12 (E) 19

Gabarito: B					
Assunto: Sistema de equação de 2º grau					
TCT	Total:15262	Acertos: 9892		Percentual de acertos: 64,8	
Opções	A	B	C	D	E
Frequência	0,0718	0,6481	0,0473	0,1388	0,0888
Bisserial	-0,2354	0,4460	-0,2175	-0,2849	-0,2730
TRI	a=0,0125(moderada)		b = 478,28		c = 0,216

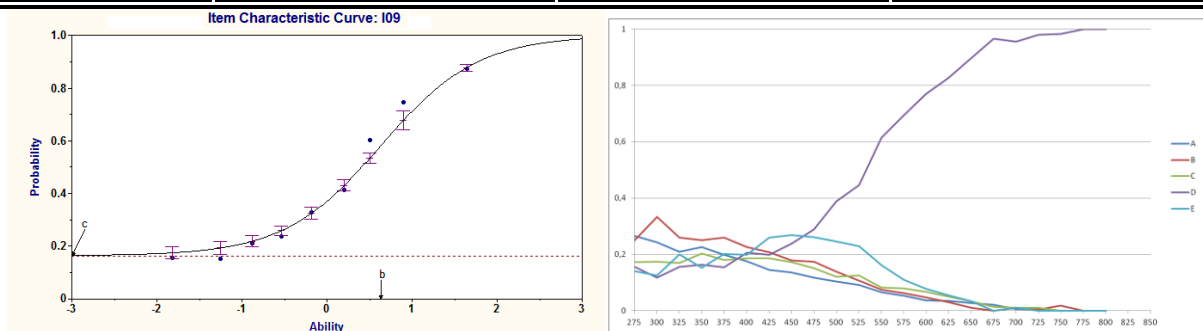


Para resolver essa questão o candidato deve dominar o assunto equações algébricas e resolução de sistemas de 2º grau. Ao analisar os valores da TRI temos que: parâmetro a indica que a discriminação foi moderada, b indica que a questão foi mediana e c mostrou – se um pouco acima do esperado 0,20. Na TCT houve alto índice de acertos 64,8%, quanto aos distratores, a questão foi adequada. Os Bisseriais estão de acordo com o gabarito B, mostrando que não houve distrator atraindo os candidatos com alta proficiência.

9. Um campeonato com 25 clubes é disputado num ano, com um único turno, pelo sistema de pontos corridos (cada clube joga uma vez com cada um dos outros). Em cada semana há sempre o mesmo número de jogos e não há jogos na semana do Natal nem na do Carnaval. O número de jogos que devem ser disputados em cada semana é:

- (A) 5            (B) 4            (C) 8            (D) 6            (E) 10

Gabarito: D					
Assunto: Noções de Contagem					
TCT	Total: 15262	Acertos: 6664		Percentual de acertos: 43.7	
Opções	A	B	C	D	E
Frequência	0,1072	0,1372	0,1261	0,4366	0,1884
Bisserial	-0,2627	-0,3056	-0,1995	0,5225	-0,1642
TRI	a = 0,0175 (muito alta)		b = 563,22	c = 0,163	

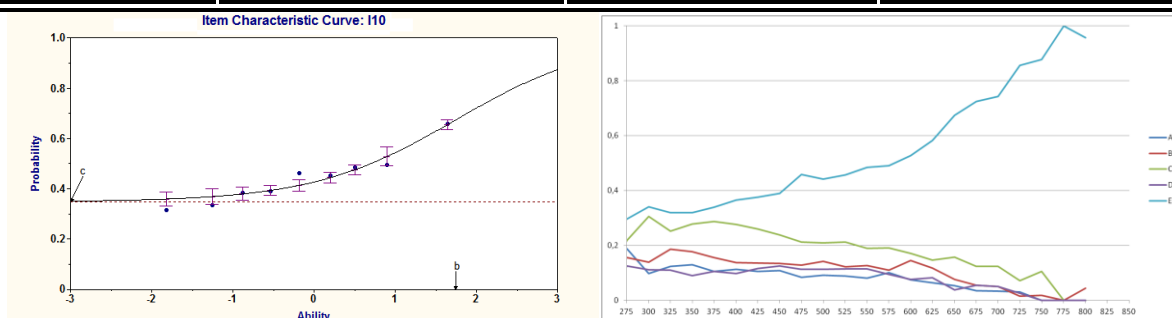


Para resolver essa questão o candidato deve dominar o assunto Noções de contagem ( combinação). Ao analisar os valores da TRI temos que: parâmetro a indica que a discriminação foi muito alta, b indica que a questão foi difícil e c mostrou – se dentro do esperado 0,20. Na TCT houve 43,7%, quanto aos distratores, a questão foi adequada. Em torno de 20% dos candidatos com proficiência até a faixa de 450 a 475 marcaram qualquer opção, mostrando que os mesmos não apresentavam conhecimento sobre o tópico. Bisseriais estão de acordo com o gabarito D, mostrando que não houve distrator atraindo os candidatos com alta proficiência.

10. Um fazendeiro possui ração suficiente para alimentar suas 16 vacas durante 62 dias. Após 14 dias, ele vende 4 vacas. Passados mais 15 dias ele compra 9 vacas. Depois desta última compra, a reserva de ração foi suficiente para alimentar as vacas por mais:

- (A) 40 dias    (B) 36 dias    (C) 32 dias    (D) 30 dias    (E) 28 dias

Gabarito: E					
Assunto: Grandezas Inversamente Proporcionais					
TCT	Total: 15262	Acertos: 6995		Percentual de acertos:45.8	
Opções	A	B	C	D	E
Frequência	0,0906	0,1281	0,2130	0,1035	0,4583
Bisserial	-0,1032	-0,0859	-0,1312	-0,0644	0,2237
TRI	a = 0,0114(moderada)		b = 674,37	c = 0,348	

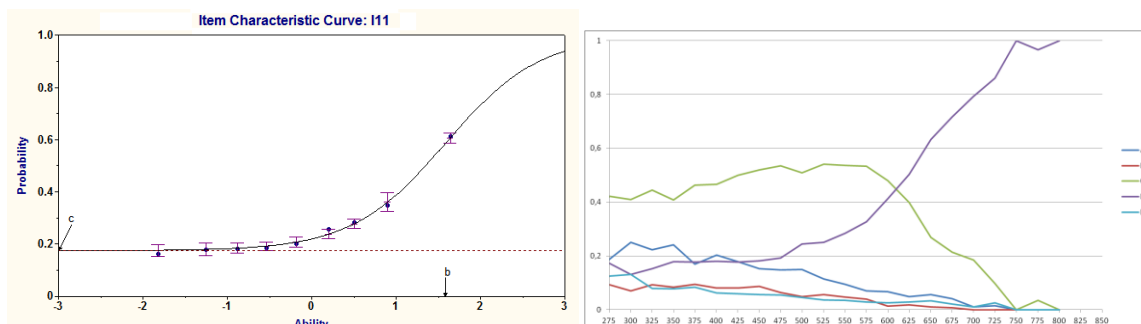


Para resolver essa questão o candidato deve dominar o assunto grandezas direta e inversamente proporcionais. Ao analisar os valores da TRI temos que: parâmetro **a** indica que a discriminação foi moderada, **b** indica que a questão foi muito difícil e **c** mostrou – se acima do esperado 0,20. Na TCT houve 45,8%, quanto aos distratores, a questão foi adequada. Os Bisseriais estão de acordo com o gabarito E, mostrando que não houve distrator atraindo os candidatos com alta proficiência. Uma conclusão importante a respeito dessa questão é que a mesma apresenta um índice de acerto alto e, pela TRI, o coeficiente **b** a classifica como muito difícil. Isso se deve ao fato da questão apresentar um coeficiente de acerto ao acaso acima do esperado 20% , ou seja, candidatos de baixa proficiência marcaram essa opção como “chute”.

11. Quando  $x$  e  $y$  assumem quaisquer valores positivos, das expressões abaixo, a única que não muda de sinal é:

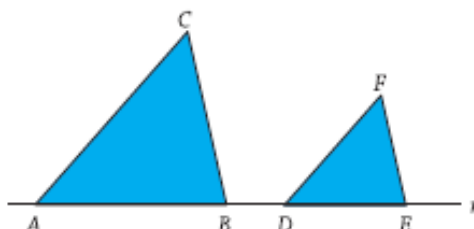
- (A)  $x^2 + 2y - y^2$  (B)  $x^2 - 5x$  (C)  $x - \sqrt{x}$  (D)  $x^2 - xy + y^2$  (E)  $x^2 - 3xy + y^2$

Gabarito: D					
Assunto: Produtos Notáveis e desigualdades					
TCT	Total: 15262	Acertos: 4313		Percentual de acertos: 28.3	
Opções	A	B	C	D	E
Frequência	0,1291	0,0579	0,4778	0,2826	0,0480
Bisserial	-0,2299	-0,2131	-0,0755	0,3649	-0,1504
TRI	a=0,0179(muito alta)		b = 658,62	c = 0,174	



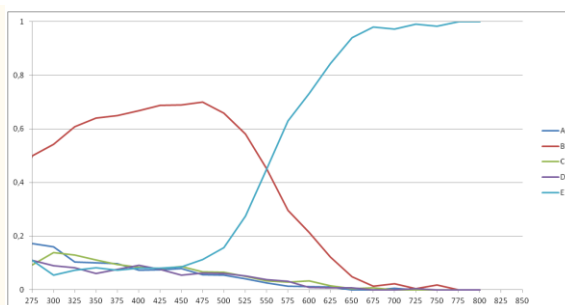
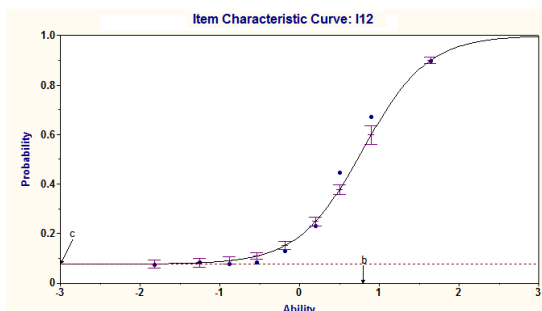
Para resolver essa questão o candidato deve dominar o assunto desigualdades e produtos notáveis. Ao analisar os valores da TRI temos que: parâmetro  $a$  indica que a discriminação foi muito alta,  $b$  indica que a questão foi muito difícil e  $c$  mostrou – se dentro do esperado 0,20. Na TCT o índice de acertos foi de 28,3%. Quanto aos distratores, mais de 40% dos candidatos com proficiência até a faixa de 575 a 600 marcaram a opção C, isso deveu – se ao fato do candidato pensar apenas com  $x$  e  $y$  tendo valores inteiros positivos. Bisserials estão de acordo com o gabarito D, mostrando que houve uma ligeira tendência dos candidatos de alta proficiência marcar a opção C.

12. A base  $AB$  do triângulo  $ABC$  mede 8cm e está situada sobre a reta  $r$ . O segmento  $DE$ , também sobre  $r$ , mede 5cm. Pelos pontos  $D$  e  $E$  traçamos paralelas a  $AC$  e a  $BC$  respectivamente, as quais se cortam no ponto  $F$  formando o triângulo  $DEF$ . A razão  $\text{área}(ABC)/\text{área}(DEF)$  vale:



- (A) 1,25    (B) 1,60    (C) 3,20    (D) 2,32    (E) 2,56

Gabarito: E					
Assunto: Razão de semelhança					
TCT	Total: 15262	Acertos: 4825		Percentual de acertos: 31.6	
Opções	A	B	C	D	E
Frequência	0,0514	0,5194	0,0595	0,0501	0,3161
Bisserial	-0,2595	-0,3872	-0,2090	-0,1810	0,6461
TRI	a = 0,0248 (muito alta)		b = 579,33	c = 0,076	



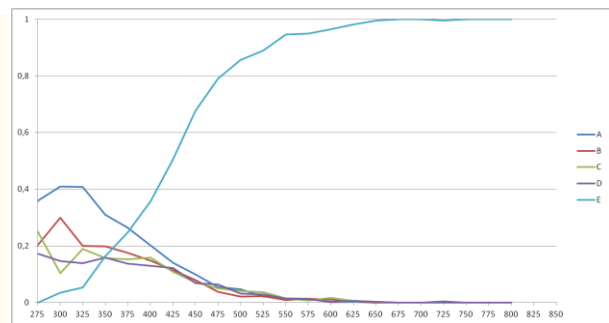
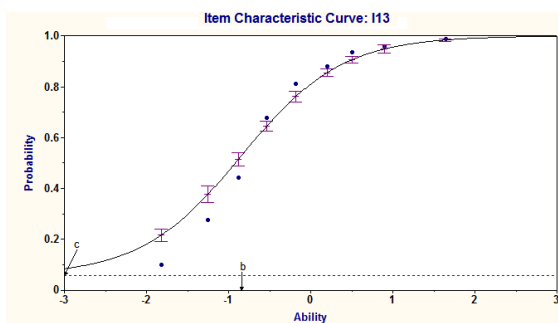


Para resolver essa questão o candidato deve dominar o assunto semelhança de triângulos e razão de semelhança relacionada a razão entre as áreas de triângulos. Ao analisar os valores da TRI temos que: parâmetro a indica que a discriminação foi muito alta, b indica que a questão foi difícil e c mostrou – se dentro do esperado 0,20. Na TCT o índice de acertos foi de 31,6%. Quanto aos distratores, mais de 50% dos candidatos com proficiência até a faixa de 525 a 550 marcaram a opção B, isso deveu – se ao fato do candidato pensar apenas na razão de semelhança ( $8/5 = 1,6$ ), não aplicando o conceito de a razão entre áreas ser o quadrado da razão de semelhança . Bisseriais estão de acordo com o gabarito E, mostrando que não houve distrator atraindo os candidatos com alta proficiência.

13. Na loja A, um aparelho custa 3800 reais mais uma taxa de manutenção mensal de 20 reais. Na loja B, o mesmo aparelho custa 2500 reais, porém a taxa de manutenção é de 50 reais por mês. A partir de quantos meses de uso a compra na loja A se torna mais vantajosa que a da loja B?

- (A) 30      (B) 72      (C) 39      (D) 63      (E) 44

Gabarito: E					
Assunto: Função Afim ; Desigualdades					
TCT	Total: 15262	Acertos: 11203		Percentual de acertos: 73.4	
Opções	A	B	C	D	E
Frequência	0,0849	0,0600	0,0595	0,0569	0,7340
Bisserial	-0,4246	-0,3556	-0,2940	-0,2901	0,5536
TRI	a = 0,0164(alta)		b = 415,53		c = 0,058

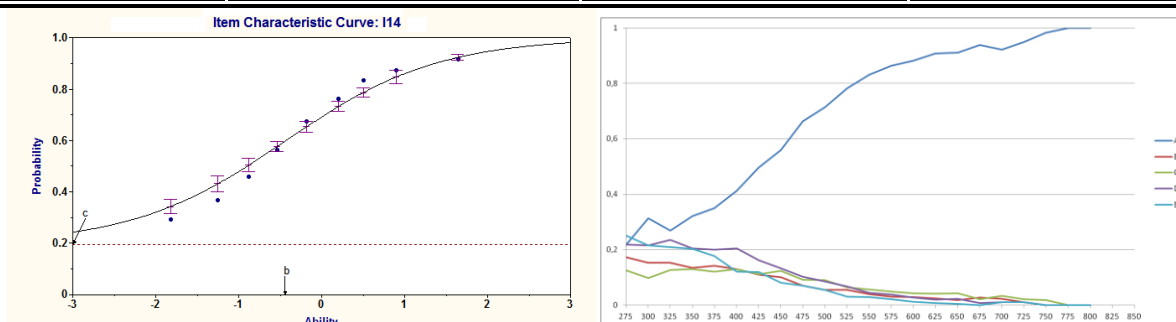


Para resolver essa questão o candidato deve dominar o assunto função a fim e desigualdades. Ao analisar os valores da TRI temos que: parâmetro a indica que a discriminação foi alta, b indica que a questão foi fácil e c mostrou – se dentro do esperado 0,20. Na TCT o índice de acertos foi de 73,4%. Quanto aos distratores, não houve outra opção além do gabarito atraindo candidatos. Os Bisseriais estão de acordo com o gabarito E, mostrando que não houve distrator atraindo os candidatos com alta proficiência.

14. Dividindo 6 por 7, o 100º algarismo da expansão decimal que aparece após a vírgula é:

- (A) 1            (B) 2            (C) 4            (D) 5            (E) 7

Gabarito: A					
Assunto: Conjuntos Numéricos; Representação Decimal; Noções de sequências.					
TCT	Total: 15262	Acertos: 10280		Percentual de acertos:67.4	
Opções	A	B	C	D	E
Frequência	0,6736	0,0722	0,0839	0,0989	0,0685
Bisserial	0,4180	-0,2271	-0,1488	-0,2831	-0,3265
TRI	a = 0,0108(moderada)		b = 455,86	c = 0,195	

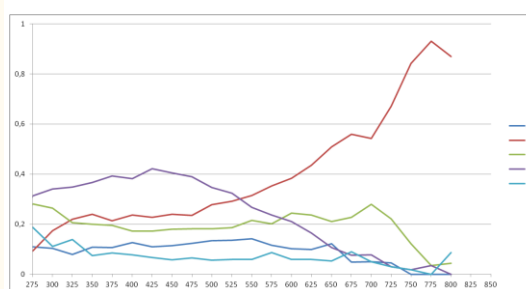
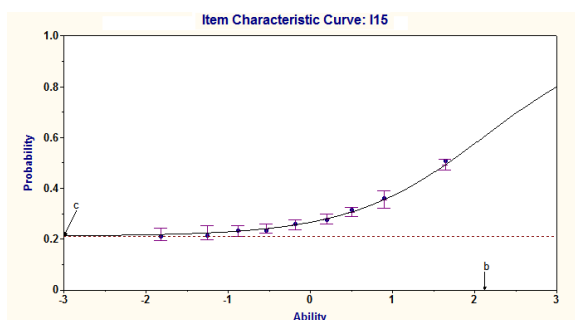


Para resolver essa questão o candidato deve dominar os assuntos: Conjuntos Numéricos; Representação Decimal; Noções de sequências. Ao analisar os valores da TRI temos que: parâmetro a indica que a discriminação foi moderada, b indica que a questão foi mediana e c mostrou – se dentro do esperado 0,20. Na TCT o índice de acertos foi de 67,4%. Quanto aos distratores, não houve outra opção além do gabarito atraindo candidatos. Os Bisseriais estão de acordo com o gabarito E, mostrando que não houve distrator atraindo os candidatos com alta proficiência.

15. Segundo informações do último censo do IBGE, a população brasileira cresceu cerca de 12% , entre os anos de 2000 a 2010. No mesmo período, a população urbana passou de cerca de 81% para cerca de 84% da população total. A partir dessas informações, podemos concluir que a população não urbana no período:

- (A) decresceu aproximadamente 8%                      (B) decresceu aproximadamente 6%  
 (C) permaneceu aproximadamente a mesma      (D) cresceu aproximadamente 9%  
 (E) cresceu aproximadamente 12%

Gabarito: B					
Assunto: Porcentagem ; Razão e proporção					
TCT	Total: 15262	Acertos: 4593		Percentual de acertos :30.1	
Opções	A	B	C	D	E
Frequência	0,1170	0,3009	0,1964	0,3152	0,0660
Bisserial	-0,0246	0,2409	0,0536	-0,2308	-0,0586
TRI	a =0,0123(moderada)		b = 712,27		c = 0,212

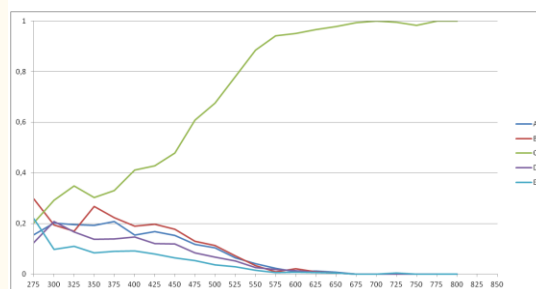
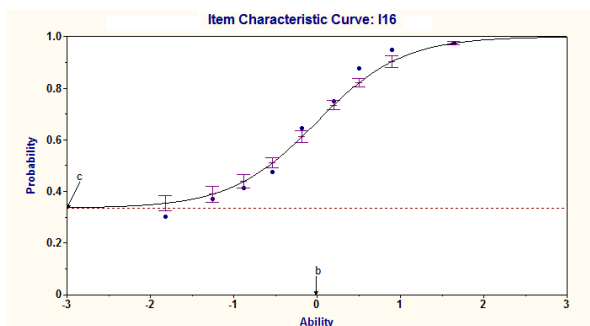


Para resolver essa questão o candidato deve dominar os assuntos: porcentagem e razões e proporções. Ao analisar os valores da TRI temos que: parâmetro a indica que a discriminação foi moderada, b indica que a questão foi muito difícil e c mostrou – se ligeiramente acima do esperado 0,20. Na TCT o índice de acertos foi de 30,1%. Quanto aos distratores candidatos até a faixa de 525 a 550 tenderam a marcar a opção D. Os bisseriais indicam que houve uma ligeira tendência dos candidatos de alta proficiência marcar a letra C

16. Uma sequência de números naturais é definida por  $a_{n+1} = 2a_n - 3$ , para todo  $n \geq 0$  e  $a_0 = 5$ . O valor de  $a_9$  é:

- (A) 612    (B) 825    (C) 1027    (D) 1286    (E) 2048

Gabarito: C					
Assunto:Noções de Sequência;Princípio da Indução Finita					
TCT	Total: 15262	Acertos: 10215		Percentual de acertos:66.9	
Opções	A	B	C	D	E
Frequência	0,0980	0,1092	0,6693	0,0736	0,0446
Bisserial	-0,2824	-0,3249	0,4895	-0,2692	-0,2600
TRI	a=0,0195(muito alta)		b = 499	c = 0,335	

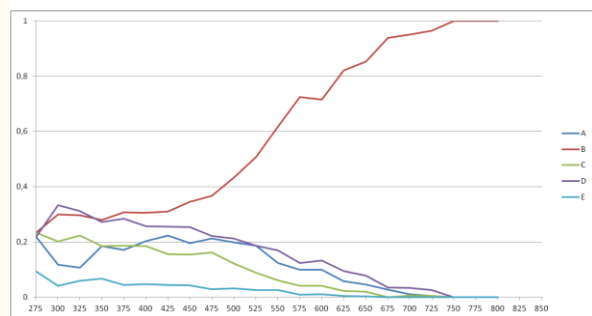
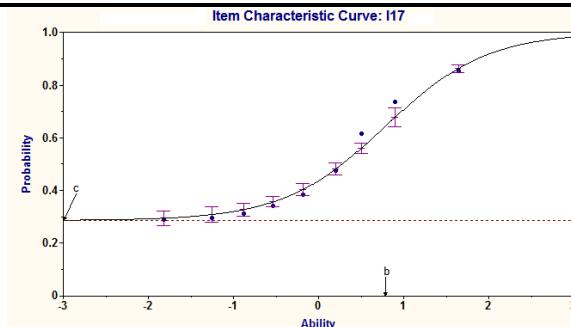


Para resolver essa questão o candidato deve dominar os assuntos: Noções de Sequência;Princípio da Indução Finita. Ao analisar os valores da TRI temos que: parâmetro a indica que a discriminação foi muito alta, b indica que a questão foi mediana e c mostrou – se acima do esperado 0,20. Na TCT o índice de acertos foi de 66,9%. Quanto aos distratores, não houve outra opção além do gabarito atraindo candidatos. Os Bisseriais estão de acordo com o gabarito C, mostrando que não houve distrator atraindo os candidatos com alta proficiência.

17. Se a expressão  $y = ax^2 + bx + 4$ , com  $x \in \mathbb{R}$ , assume um máximo  $y = 12$  no ponto  $x = 2$ , então o módulo de  $a$  é igual a:

- (A) 1      (B) 2      (C) 3      (D) 4      (E) 5

Gabarito: B					
Assunto: Função quadrática					
TCT	Total: 15262	Acertos: 7565		Percentual de acertos: 49.6	
Opções	A	B	C	D	E
Frequência	0,1583	0,4957	0,1118	0,1980	0,0301
Bisserial	-0,1518	0,3973	-0,2638	-0,1891	-0,1987
TRI	a = 0,0168 (alta)		b = 578,12	c = 0,286	

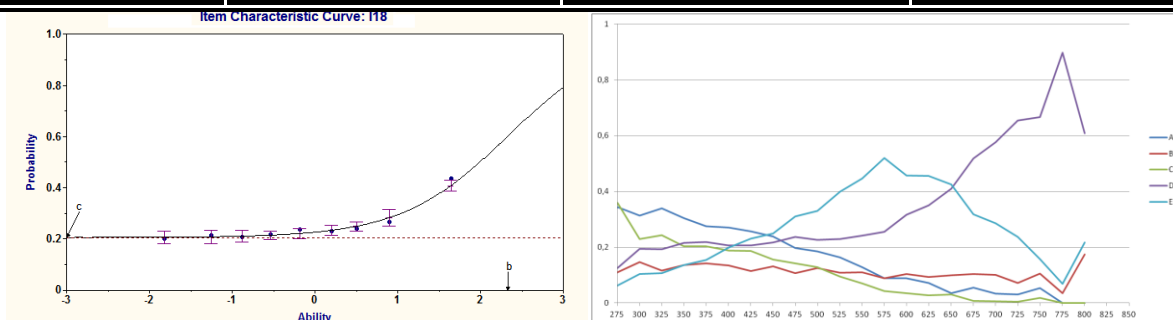


Para resolver essa questão o candidato deve dominar o assunto função quadrática (máximo ou mínimo da função quadrática). Ao analisar os valores da TRI temos que: parâmetro  $a$  indica que a discriminação foi alta,  $b$  indica que a questão foi difícil e  $c$  mostrou – se acima do esperado 0,20. Na TCT o índice de acertos foi de 49,6%. Quanto aos distratores, não houve outra opção além do gabarito atraindo candidatos. Os Bisserials estão de acordo com o gabarito B, mostrando que não houve distrator atraindo os candidatos com alta proficiência. Uma conclusão importante a respeito dessa questão é que a mesma apresenta um índice de acerto alto e, pela TRI, o coeficiente  $b$  a classifica como muito difícil. Isso se deve ao fato da questão apresentar um coeficiente de acerto ao acaso acima do esperado 20% , ou seja, candidatos de baixa proficiência marcaram essa opção como “chute”.

18. A soma das raízes reais da equação  $\sqrt{3x-2} = \sqrt{x+2}$  é igual a:

- (A) 6    (B) 7    (C) 8    (D) 9    (E) 10

Gabarito: D					
Assunto: Equações Irracionais					
TCT	Total: 15262	Acertos: 3934		Percentual de acertos: 25.8	
Opções	A	B	C	D	E
Frequência	0,1812	0,1145	0,1181	0,2578	0,3223
Bisserial	-0,2765	-0,0628	-0,3022	0,1983	0,2384
TRI	a = 0,0155 (alta)		b = 732,94	c = 0,206	

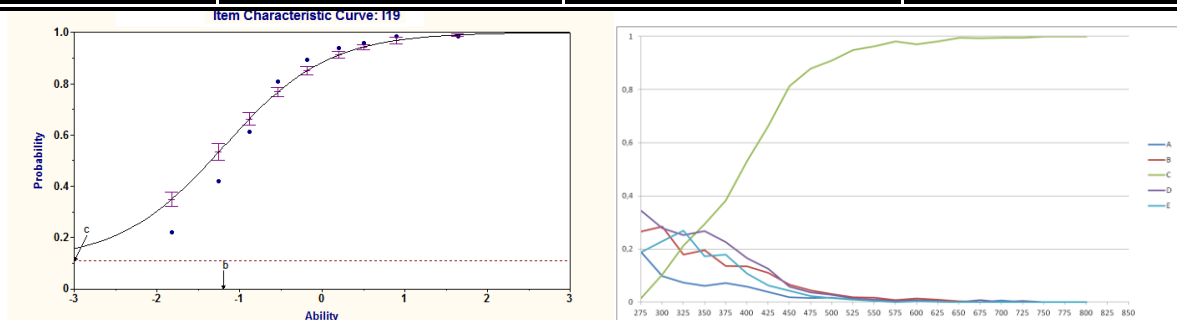


Para resolver essa questão o candidato deve dominar o assunto equações irracionais. Ao analisar os valores da TRI temos que o parâmetro a indica que a discriminação foi alta, b indica que a questão foi muito difícil e c ficou ligeiramente acima do esperado 0,20. Na TCT temos um índice de acertos de 25,8%. Candidatos da faixa de 425 a 450 até a faixa de 625 a 650 tem maior probabilidade de marcar a opção E, cuja frequência 32,2% foi acima do gabarito D, 25,7%. Isso ocorreu pelo fato da equação irracional pedir a soma das raízes e apenas umas delas ser raiz da equação.

19. Maria foi trabalhar e deixou dinheiro para seus três filhos, com este bilhete: “*Dividam igualmente o dinheiro. Beijos*”. O primeiro filho chegou, pegou a terça parte do dinheiro e saiu. O segundo chegou e não viu ninguém. Pensando que era o primeiro, pegou a terça parte do dinheiro que tinha e saiu. O terceiro encontrou 4 notas de 5 reais. Achou que era o último, pegou tudo e saiu. Quanto em dinheiro a mãe deixou?

- (A) 25 reais    (B) 35 reais    (C) 45 reais    (D) 48 reais    (E) 55 reais

Gabarito: C					
Assunto: Expressões Algébricas;Equações de 1° grau					
TCT	Total: 15262	Acertos: 12377		Percentual de acertos: 81.1	
Opções	A	B	C	D	E
Frequência	0,0227	0,0566	0,8110	0,0634	0,0434
Bisserial	-0,2489	-0,3204	0,5151	-0,3883	-0,4041
TRI	a = 0,0159 (alta)		b = 380,69	c = 0,107	



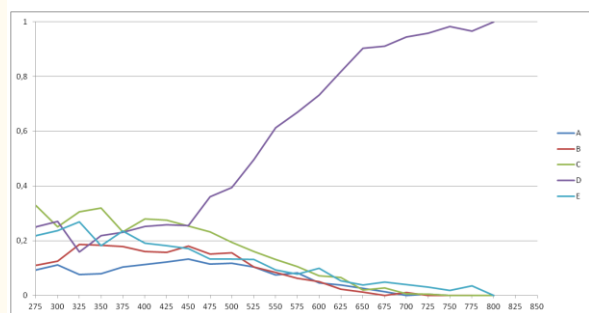
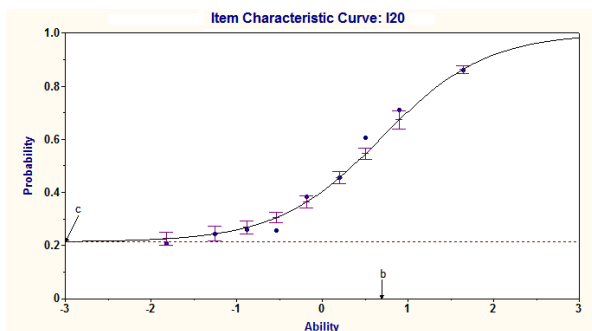
Para resolver essa questão o candidato deve dominar os assuntos: Noções de Expressões Algébricas;Equações de 1° grau. Ao analisar os valores da TRI temos que: parâmetro a indica que a discriminação foi alta, b indica que a questão foi fácil e c mostrou – se dentro do esperado 0,20. Na TCT o índice de acertos foi de 81,1%. Quanto aos distratores, não houve outra opção além do gabarito atraindo candidatos. Os Bisseriais estão de acordo com o gabarito C, mostrando que não houve distrator atraindo os candidatos com alta proficiência.



20. Permutam-se de todas as formas possíveis os algarismos 1, 2, 3, 4, 5 e escrevem-se os números formados em ordem crescente. O número que ocupa a 50ª posição é:

- (A) 25413    (B) 25431    (C) 31245    (D) 31254    (E) 31425

Gabarito: D					
Assunto: Noções de Contagem					
TCT	Total: 15262	Acertos: 7060		Percentual de acertos:46.3	
Opções	A	B	C	D	E
Frequência	0,0929	0,1194	0,1840	0,4626	0,1343
Bisserial	-0,1180	-0,2180	-0,2575	0,4590	-0,2070
TRI	a = 0,0165 (alta)		b = 569,14	c = 0,213	

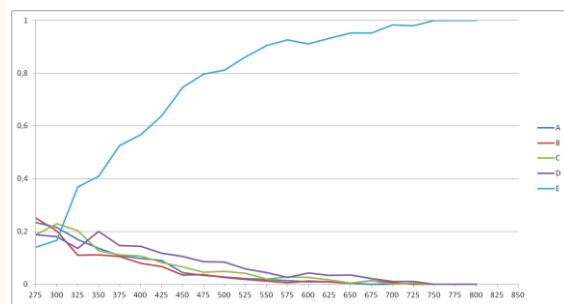
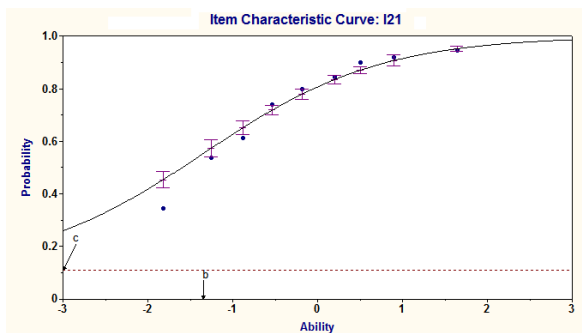


Para resolver essa questão o candidato deve dominar o assunto: noções de contagem. Ao analisar os valores da TRI temos que: parâmetro a indica que a discriminação foi alta, b indica que a questão foi difícil e c mostrou – se ligeiramente acima do esperado 0,20. Na TCT o índice de acertos foi de 46,3%. Quanto aos distratores, não houve outra opção além do gabarito atraindo candidatos. Os Bisseriais estão de acordo com o gabarito D, mostrando que não houve distrator atraindo os candidatos com alta proficiência.

21. O campo magnético do sol periodicamente se torna muito mais intenso, aparecem as manchas solares e ocorrem as tempestades que são enormes explosões. Isto dura alguns meses e depois desaparece. Tal fenômeno foi observado pela primeira vez no ano de 1755 e se repete com regularidade a cada 11 anos. A última vez que esse fato ocorreu foi em:

- (A) 2004    (B) 2005    (C) 2006    (D) 2007    (E) 2008

Gabarito: E					
Assunto: Divisibilidade: a2					
TCT	Total: 15262	Acertos: 11813		Percentual de acertos: 77.4	
Opções	A	B	C	D	E
Frequência	0,0455	0,0385	0,0558	0,0826	0,7740
Bisserial	-0,3077	-0,2999	-0,2572	-0,1969	0,3934
TRI	a = 0,0096(moderada)		b = 365,66	c = 0,108	

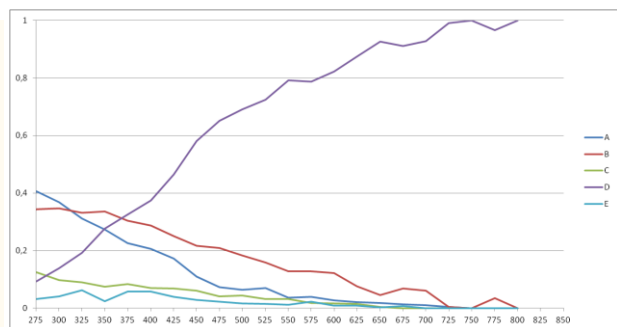
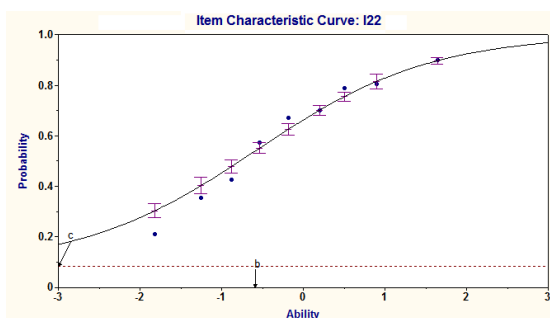


Para resolver essa questão o candidato deve dominar o assunto: divisibilidade. Ao analisar os valores da TRI temos que: parâmetro a indica que a discriminação foi moderada, b indica que a questão foi muito fácil e c mostrou – se dentro do esperado 0,20. Na TCT o índice de acertos foi de 77,4%. Quanto aos distratores, não houve outra opção além do gabarito atraindo candidatos. Os Bisserials estão de acordo com o gabarito E, mostrando que não houve distrator atraindo os candidatos com alta proficiência.

22. Um grupo de crianças brinca em torno de várias cadeiras. Se duas crianças sentam em cada cadeira, uma criança fica de pé. Se três crianças sentam em cada cadeira, uma cadeira fica vazia. O número de crianças é:

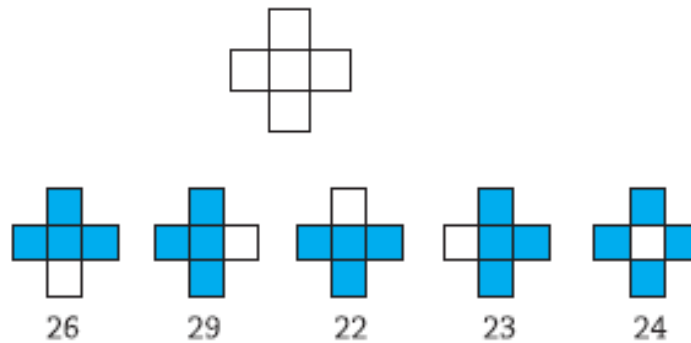
- (A) 6            (B) 7            (C) 8            (D) 9            (E) 10

Gabarito: D					
Assunto: Função Afim; Sistemas					
TCT	Total: 15262	Acertos: 9825		Percentual de acertos:64.4	
Opções	A	B	C	D	E
Frequência	0,0989	0,1855	0,0439	0,6438	0,0242
Bisserial	-0,3495	-0,2209	-0,1937	0,4078	-0,1725
TRI	a = 0,009 (moderada)		b = 441,58	c = 0,082	



Para resolver essa questão o candidato deve dominar o assunto: função afim e sistemas de 1º grau. Ao analisar os valores da TRI temos que: parâmetro a indica que a discriminação foi moderada, b indica que a questão foi fácil e c mostrou – se dentro do esperado 0,20. Na TCT o índice de acertos foi de 64,4%. Quanto aos distratores, não houve outra opção além do gabarito atraindo candidatos. Os bisseriais estão de acordo com o gabarito D, mostrando que não houve distrator atraindo os candidatos com alta proficiência.

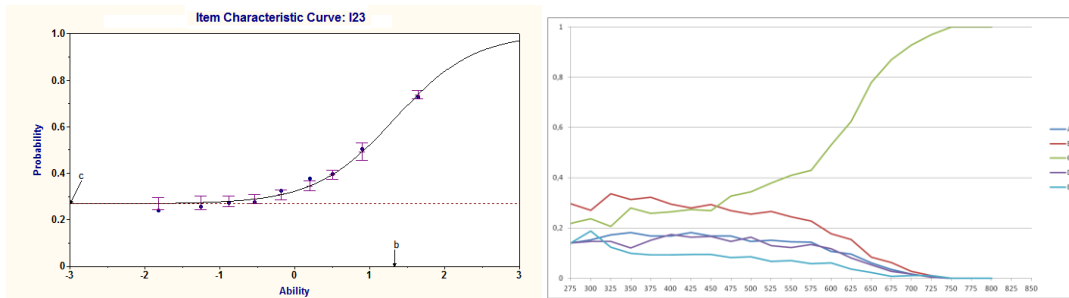
23. A figura abaixo é formada por cinco pequenos quadrados e, dentro de cada quadrado, esconde-se um número inteiro. O número que aparece abaixo de cada um dos desenhos a seguir é a soma dos números que estão escondidos nos quadrados pintados.



O número do quadradinho central é:

- (A) 2      (B) 5      (C) 7      (D) 9      (E) 13

Gabarito: C					
Assunto: Sistemas de 1° grau					
TCT	Total: 15262	Acertos: 5961		Percentual de acertos:39.1	
Opções	A	B	C	D	E
Frequência	0,1451	0,2464	0,3906	0,1333	0,0757
Bisserial	-0,1135	-0,1743	0,3475	-0,1212	-0,1511
TRI	a =0,0189 (muito alta)		b = 633,12	c = 0,268	



Para resolver essa questão o candidato deve dominar o assunto sistemas de 1º grau. Ao analisar os valores da TRI temos que: parâmetro a indica que a discriminação foi muito alta, b indica que a questão foi muito difícil e c mostrou – se acima do esperado 0,20. Na TCT o índice de acertos foi de 39,1%. Uma proporção maior de candidatos até a faixa de 400 a 425 marcaram a opção B. Os bisseriais estão de acordo com o gabarito C, mostrando que não houve distrator atraindo os candidatos com alta proficiência.

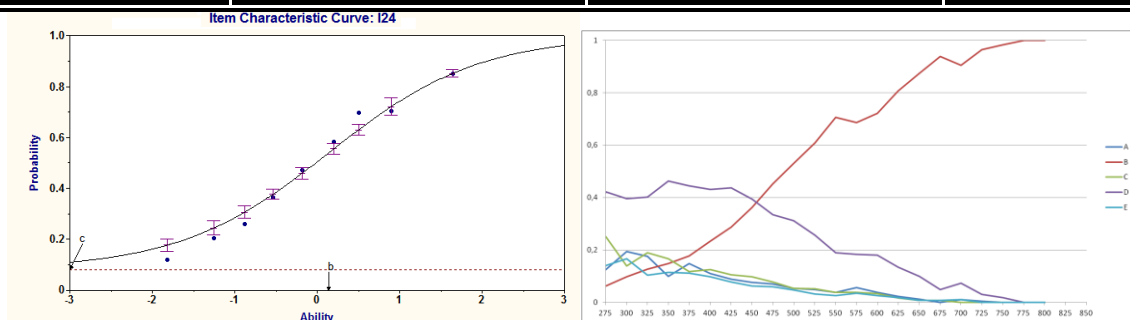
24. Numa cidade existe uma pessoa X que sempre mente terças, quintas e sábados e é completamente sincera o resto dos dias da semana. Felipe chega certo dia na cidade e mantém o seguinte diálogo com a pessoa X:

- Felipe: Que dia é hoje?
- X: *Sábado*.
- Felipe: Que dia será amanhã?
- X: Quarta-feira.

Em que dia da semana foi mantido este diálogo?

- (A) Sábado (B) Quinta-feira (C) Segunda-feira. (D) Terça-feira. (E) Sexta-feira

Gabarito: B					
Assunto: Raciocínio Lógico					
TCT	Total: 15262	Acertos: 7812		Percentual de acertos:51.2	
Opções	A	B	C	D	E
Frequência	0,0653	0,5119	0,0706	0,2948	0,0527
Bisserial	-0,2240	0,4630	-0,2587	-0,2642	-0,2401
TRI	a = 0,011(moderada)		b = 514,22	c = 0,082	

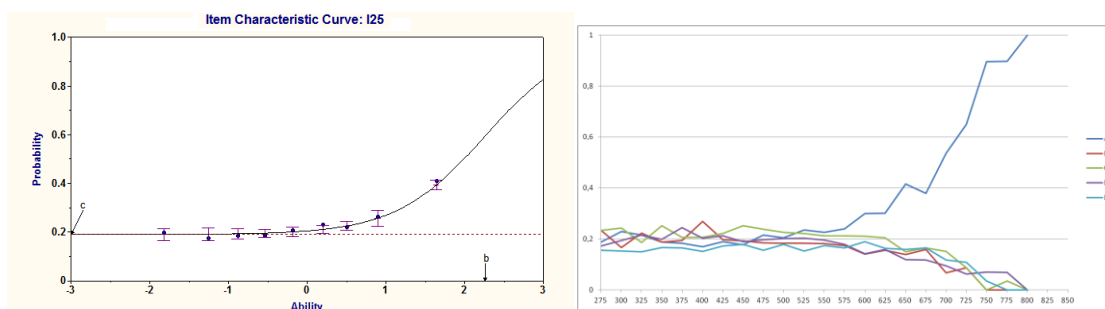


Para resolver essa questão o candidato deve dominar o assunto raciocínio lógico. Ao analisar os valores da TRI temos que: parâmetro a indica que a discriminação foi moderada, b indica que a questão foi mediana e c mostrou – se dentro do valor esperado 0,20. Na TCT o índice de acertos foi de 39,1%. Uma proporção maior de candidatos até a faixa de 425 a 450 marcaram a opção D. Os bisseriais estão de acordo com o gabarito B, mostrando que não houve distrator atraindo os candidatos com alta proficiência.

25. O número 2568 possui dígitos em ordem crescente. Os números 5667 e 3769 não possuem dígitos em ordem crescente. Quantos são os números naturais entre 1000 e 9999 que possuem seus dígitos em ordem crescente?

- (A) 126    (B) 144    (C) 186    (D) 210    (E) 252

Gabarito: A					
Assunto: Noções de Contagem					
TCT	Total: 15262	Acertos: 3636		Percentual de acertos: 23.8	
Opções	A	B	C	D	E
Frequência	0,2382	0,1823	0,2160	0,1882	0,1644
Bisserial	0,2257	-0,0955	-0,0607	-0,0848	-0,0150
TRI	a = 0,0176 (muito alta)		b = 725,89	c = 0,190	



Para resolver essa questão o candidato deve dominar o assunto noções de contagem (combinação). Ao analisar os valores da TRI temos que: parâmetro a indica que a discriminação foi muito alta, b indica que a questão foi muito difícil e c mostrou – se dentro do valor esperado 0,20. Na TCT o índice de acertos foi de 23,8%. Somente após a faixa de 575 a 600 a proporção de candidatos que marcaram a opção correta aumentou em relação a todas as outras opções, mostrando que a maior parte dos candidatos marcaram qualquer opção até essa faixa. Os bisseriais estão de acordo com o gabarito A, mostrando que não houve distrator atraindo os candidatos com alta proficiência.

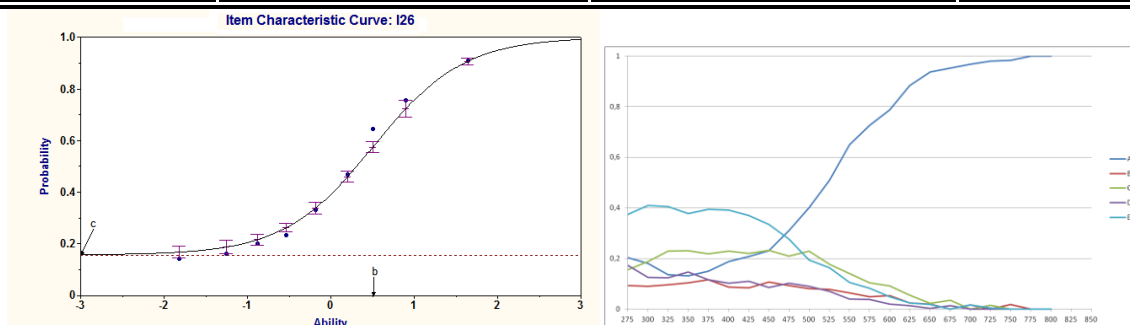
26. Se espremermos um círculo de raio 10 cm entre duas retas paralelas que distam entre si 10 cm, obteremos uma figura de área menor, mas de mesmo perímetro que o círculo original.



Se as partes curvas desta figura obtida são semicircunferências, a razão da área da figura espremida pela área do círculo inicial é:

- (A)  $\frac{3}{4}$  (B)  $\frac{4}{3}$  (C)  $\frac{2}{3}$  (D)  $\frac{3}{2}$  (E)  $\frac{\pi}{4}$

Gabarito: A					
Assunto: Áreas e perímetros					
TCT	Total: 15262	Acertos: 6955		Percentual de acertos:45.6	
Opções	A	B	C	D	E
Frequência	0,4557	0,0754	0,1724	0,0728	0,2180
Bisserial	0,5357	-0,1340	-0,1829	-0,2114	-0,3773
TRI	a = 0,0185 (muito alta)		b = 551,15	c = 0,157	



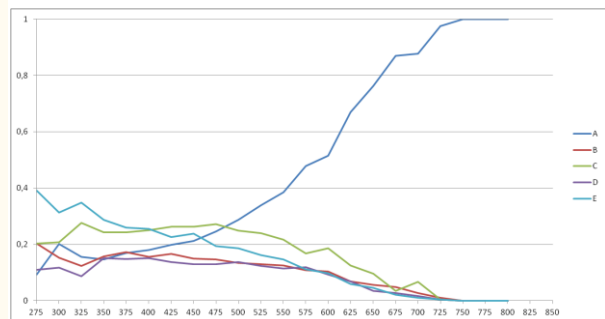
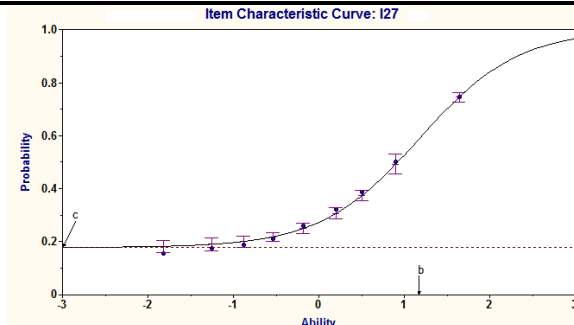
Para resolver essa questão o candidato deve dominar o assunto área e perímetro da circunferência. Ao analisar os valores da TRI temos que: parâmetro a indica que a discriminação foi muito alta, b indica que a questão foi mediana e c mostrou – se dentro do valor esperado 0,20. Na TCT o índice de acertos foi de 45,6%. Uma proporção maior de candidatos até a faixa de 425 a 450 marcaram a opção E, indicando que possivelmente associaram a única resposta que continha  $\pi$ , já que a área da circunferência é  $\pi r^2$ . Os bisseriais estão de acordo com o gabarito A, mostrando que não houve distrator atraindo os candidatos com alta proficiência.



27. Em uma festa há 13 casais. Cada homem cumprimenta com um aperto de mão os outros convidados, exceto sua própria esposa. As mulheres recebem apertos de mão, mas não procuram ninguém para cumprimentar. Quantos apertos de mão são dados pelos 26 participantes?

- (A) 234    (B) 235    (C) 236    (D) 237    (E) 238

Gabarito: A					
Assunto: Noções de Contagem e noção de sequência					
TCT	Total: 15262	Acertos: 5291		Percentual de acertos:34.7	
Opções	A	B	C	D	E
Frequência	0,3467	0,1284	0,2207	0,1165	0,1784
Bisserial	0,4404	-0,1341	-0,1399	-0,1037	-0,2613
TRI	a = 0,0173 (muito alta)		b = 617,42	c = 0,178	

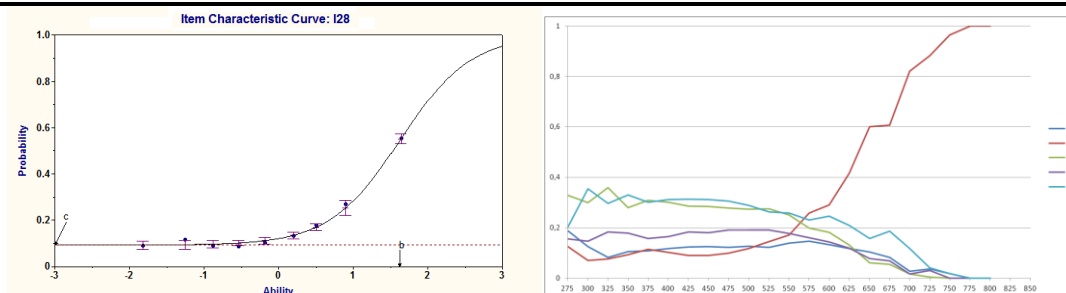


Para resolver essa questão o candidato deve dominar o assuntos: noções de contagem ( princípio fundamental da contagem) e noções de sequências ( soma dos termos de uma PA). Ao analisar os valores da TRI temos que: parâmetro a indica que a discriminação foi muito alta, b indica que a questão foi difícil e c mostrou – se dentro do valor esperado 0,20. Na TCT o índice de acertos foi de 34,7%.A proporção de candidatos que marcou a opção correta só se destacou das demais em candidatos acima da faixa de 475 a 500.Os bisseriais estão de acordo com o gabarito A, mostrando que não houve distrator atraindo os candidatos com alta proficiência.

28. O máximo divisor comum entre dois números naturais é 16 e o mínimo múltiplo comum desses mesmos números é 576. Podemos garantir que:

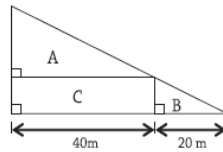
- (A) Os dois números são maiores que 50
- (B) O produto dos dois números é maior que 8000
- (C) Os dois números são múltiplos de 32
- (D) Os dois números são divisores de 96
- (E) Um dos números é múltiplo do outro

<b>Gabarito: B</b>					
<b>Assunto: MMC e MDC</b>					
TCT	Total: 15262	Acertos: 2927		Percentual de acertos:19.2	
Opções	A	B	C	D	E
Frequência	0,1202	0,1918	0,2464	0,1651	0,2703
Bisserial	0,0033	0,4640	-0,1963	-0,0786	-0,1258
TRI	a =0,0211 (muito alta)		b = 662,68	c = 0,092	



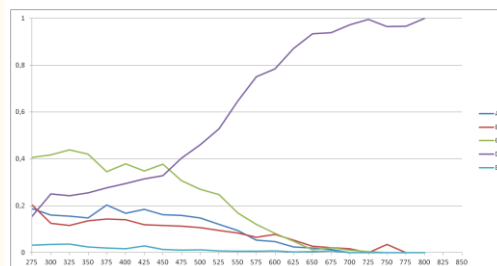
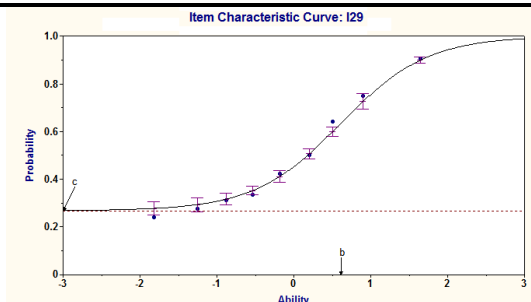
Para resolver essa questão o candidato deve dominar o assunto MMC e MDC, utilizando a propriedade que o produto do MMC pelo MDC de dois números é igual ao produto dos números. Ao analisar os valores da TRI temos que: parâmetro a indica que a discriminação foi muito alta, b indica que a questão foi muito difícil e c mostrou – se dentro do valor esperado 0,20. Na TCT o índice de acertos foi de 19,2%.A proporção de candidatos que não marcou a opção correta antes da faixa 550 a 575 foi maior do que os que marcaram a opção correta, houve também um maior percentual em relação ao gabarito de candidatos que marcaram as opções C e E. Os bisseriais indicam que houve um atrativo na letra A para os candidatos de alta proficiência.Segundo os coeficientes ligados a TCT e a TRI, essa não seria uma boa questão para avaliar os candidatos.

29. Um terreno triangular foi dividido em três terrenos menores conforme a figura.



- (A) A área do terreno B é a metade da área do terreno A
- (B) A área do terreno C é maior do que a área do terreno A
- (C) A área do terreno B é 1/3 da área do terreno A
- (D) A área do terreno A é igual à área do terreno C
- (E) A área do terreno B é maior do que a área do terreno A

<b>Gabarito: D</b>					
<b>Assunto: Áreas e Semelhança</b>					
TCT	Total: 15262	Acertos: 7794		Percentual de acertos:51.1	
Opções	A	B	C	D	E
Frequência	0,1223	0,0980	0,2521	0,5107	0,0122
Bisserial	-0,2189	-0,1299	-0,3146	0,4501	-0,2119
TRI	a = 0,0178 (muito alta)		b = 560,95		c = 0,268

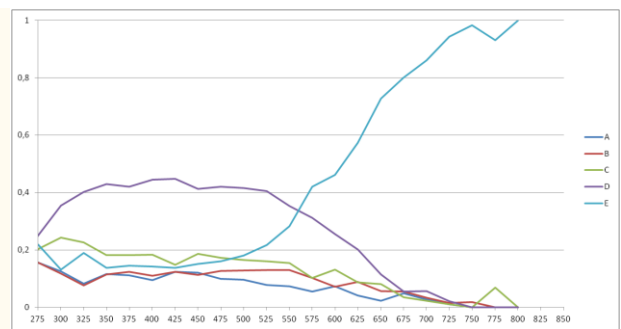
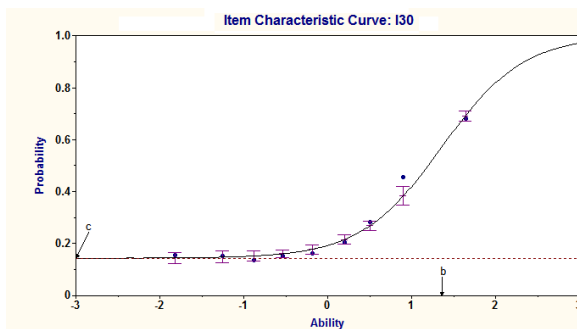


Para resolver essa questão o candidato deve dominar os assuntos áreas e semelhança de triângulos. Ao analisar os valores da TRI temos que: parâmetro a indica que a discriminação foi muito alta, b indica que a questão foi difícil e c mostrou – se acima do esperado 0,20. Na TCT o índice de acertos foi de 51,1%. Uma proporção maior de candidatos até a faixa de 425 a 450 marcaram a opção C, possivelmente porque apresenta a razão 20/60, dados no problema. Os bisseriais estão de acordo com o gabarito D, mostrando que não houve distrator atraindo os candidatos com alta proficiência.

30. Os gráficos das funções reais  $f(x) = x^2 - b$  e  $g(x) = x - \frac{5}{4}$  possuem um único ponto em comum. O valor de b é:

- (A) 0    (B) 4    (C) -1    (D)  $-\frac{5}{4}$     (E) 1

Gabarito: E					
Assunto: Noções de função					
TCT	Total: 15262	Acertos: 4194		Percentual de acertos: 27.5	
Opções	A	B	C	D	E
Frequência	0,0871	0,1113	0,1512	0,3608	0,2748
Bisserial	-0,1402	-0,0546	-0,1365	-0,1975	0,4442
TRI	a = 0,0206 (muito alta)		b = 635,90		c = 0,143

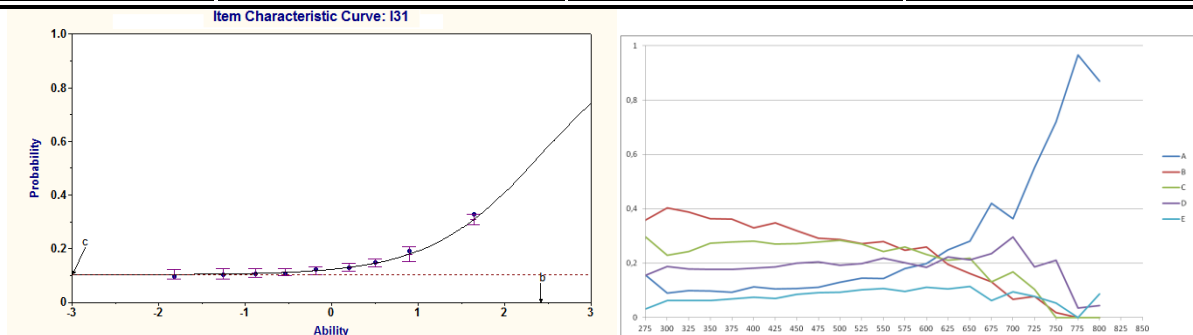


Para resolver essa questão o candidato deve dominar os assuntos noções de funções e estudo do discriminante de uma equação do 2º grau. Ao analisar os valores da TRI temos que: parâmetro a indica que a discriminação foi muito alta, b indica que a questão foi muito difícil e c mostrou – se dentro do esperado 0,20. Na TCT o índice de acertos foi de 27,5%. Uma proporção maior de candidatos até a faixa de 550 a 575 marcaram a opção D, possivelmente porque apresenta o valor do coeficiente linear da função  $g(x)$ . Os bisseriais estão de acordo com o gabarito E, mostrando que não houve distrator atraindo os candidatos com alta proficiência.

31. Quando Joãozinho tirou 9,8 em uma prova, sua média subiu 0,1. Na prova seguinte, ele tirou 7,0 e sua média caiu 0,2. Quantas provas ele realizou, incluindo estas duas últimas?

- (A) 10                      (B) 5                      (C) 6                      (D) 8                      (E) 9

Gabarito: A					
Assunto: Médias					
TCT	Total:15262	Acertos: 2372		Percentual de acertos:15.5	
Opções	A	B	C	D	E
Frequência	0,1554	0,2837	0,2546	0,1991	0,0901
Bisserial	0,2820	-0,1774	-0,0723	0,0456	0,0666
TRI	a = 0,0156 (alta)		b = 741,63	c = 0,103	

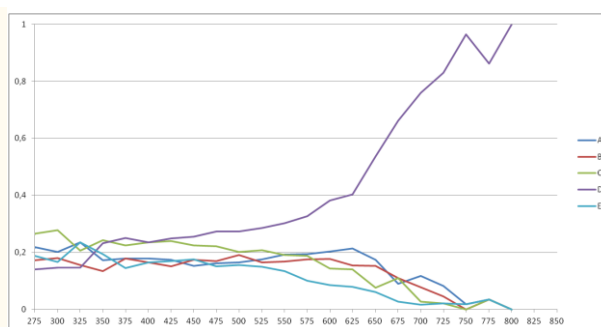
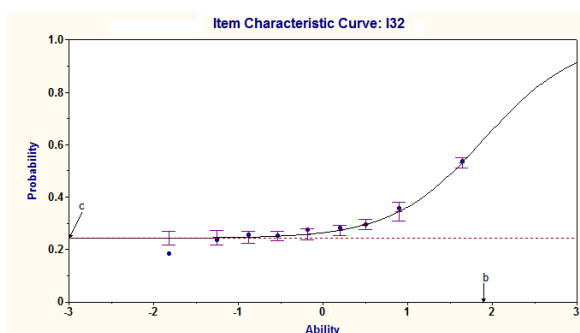


Para resolver essa questão o candidato deve dominar o assunto médias, resolvendo uma equação de 2º grau. Ao analisar os valores da TRI temos que: parâmetro a indica que a discriminação foi alta, b indica que a questão foi muito difícil e c mostrou – se acima do esperado 0,20. Na TCT o índice de acertos foi de 15,5%.A opção correta só se destacou das demais em candidatos acima da faixa de 600 a 625. Os bisseriais não estão de acordo com o gabarito A, mostrando que os distratores D e E atraíram os candidatos com alta proficiência.

32. Os números 5, 356 e 590 são termos de uma progressão aritmética de números inteiros positivos, de razão máxima. Assinale o termo seguinte ao termo 590:

- (A) 599      (B) 603      (C) 717      (D) 707      (E) 612

Gabarito: D					
Assunto: Progressão Aritmética					
TCT	Total: 15262	Acertos: 4723		Percentual de acertos: 30.9	
Opções	A	B	C	D	E
Frequência	0,1743	0,1633	0,1968	0,3095	0,1400
Bisserial	0,0002	-0,0348	-0,1361	0,2594	-0,1628
TRI	a =0,0186(muito alta)		b = 689,96	c = 0,243	

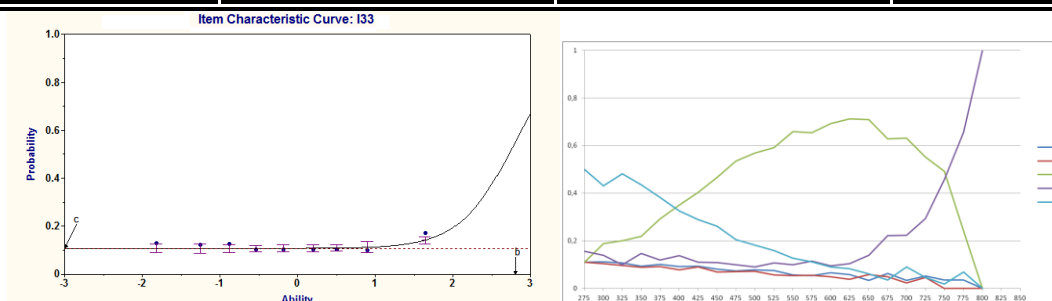


Para resolver essa questão o candidato deve dominar o assunto progressão aritmética. Ao analisar os valores da TRI temos que: parâmetro a indica que a discriminação foi muito alta, b indica que a questão foi muito difícil e c mostrou – se acima do esperado 0,20. Na TCT o índice de acertos foi de 30,9%.A opção correta só se destacou das demais em candidatos acima da faixa de 425 a 450. Os bisseriais não estão de acordo com o gabarito D, mostrando que o distrator A atraiu os candidatos com alta proficiência.

33. Eduardo pensou em dois números naturais  $a$  e  $b$ . Sabe-se que apenas uma das cinco afirmações abaixo é verdadeira. Assinale-a.

- (A)  $ab$  é um número par      (B)  $a + b = 5$  e  $b - a = 7$   
 (C)  $a + b = 4$  e  $a = 3b$       (D)  $|a - b| \leq 2$   
 (E) pelo menos um dos números  $a$  ou  $b$  é par

Gabarito: D					
Assunto: Conjuntos Numéricos; desigualdades					
TCT	Total: 15262	Acertos: 1805		Percentual de acertos:11.8	
Opções	A	B	C	D	E
Frequência	0,0736	0,0654	0,5240	0,1183	0,2058
Bisserial	-0,1078	-0,1256	0,2993	0,0878	-0,3410
TRI	a = 0,0275(muito alta)		b = 780,79	c = 0,107	



Para resolver essa questão o candidato deve dominar o assunto conjuntos numéricos e desigualdades. Ao analisar os valores da TRI temos que: parâmetro  $a$  indica que a discriminação foi muito alta,  $b$  indica que a questão foi muito difícil e  $c$  mostrou – se dentro do esperado 0,20. Na TCT o índice de acertos foi de 11,8%. Houve uma forte tendência dos candidatos até a faixa de 350 a 375 de marcar a opção E e houve uma maior proporção entre os candidatos entre as faixas de 375 a 400 a faixa de 725 a 750 m, marcando a opção C. Os bisseriais não estão de acordo com o gabarito D, mostrando que o distrator C atraiu os candidatos com alta proficiência. A questão não se ajustou aos índices apresentados, não servindo para avaliar bem os candidatos.

34. Os jogadores A e B têm, cada um, 3 cartas na mão, e sabem as cartas do oponente. Jogarão em 3 rodadas depositando uma carta na mesa em cada rodada, um após o outro. O vencedor da rodada será aquele que jogar a carta mais alta. O jogador A será o primeiro a jogar a carta na primeira rodada, e nas outras duas rodadas o primeiro a jogar será o vencedor da rodada anterior. Vence o jogo quem ganhar mais rodadas. Suponha que A tenha as cartas com números 3, 6 e 10, e que B tenha as cartas 2, 7 e 9. São feitas as seguintes afirmativas:

I. Entre todos os possíveis pares formados por uma carta de A e uma carta de B, há mais pares em que A ganha.

II. A melhor estratégia para A é sempre jogar a carta mais alta.

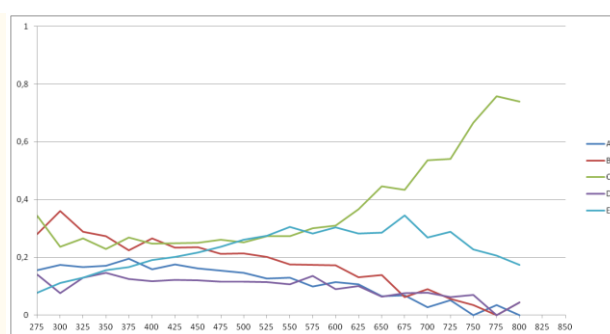
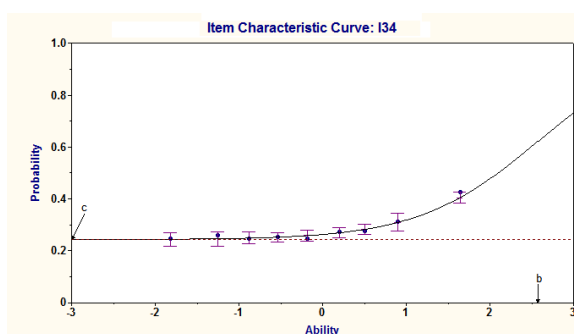
III. Se A jogar 3 ou 6 na primeira rodada, poderá ganhar com qualquer resposta de B.

Assinale a alternativa correta, com respeito às afirmações I, II e III (nesta ordem):

- (A) FALSA, VERDADEIRA, FALSA
- (B) VERDADEIRA, VERDADEIRA, FALSA
- (C) VERDADEIRA, FALSA, VERDADEIRA
- (D) FALSA, FALSA, VERDADEIRA
- (E) VERDADEIRA, FALSA, FALSA



Gabarito: C					
Assunto: Noções de Contagem					
TCT	Total: 15262	Acertos: 4384		Percentual de acertos:28.7	
Opções	A	B	C	D	E
Frequência	0,1392	0,2034	0,2872	0,1125	0,2437
Bisserial	-0,1325	-0,1627	0,1508	-0,0563	0,1390
TRI	a = 0,0140 (alta)		b = 757	c = 0,243	



Para resolver essa questão o candidato deve dominar noções de contagem. Ao analisar os valores da TRI temos que: parâmetro a indica que a discriminação foi alta, b indica que a questão foi muito difícil e c mostrou – se acima do esperado 0,20. Na TCT o índice de acertos foi de 28,7%.A opção correta só se destacou das demais em candidatos acima da faixa de 600 a 625. Os bisseriais não estão de acordo com o gabarito C, mostrando que o distrator E atraiu os candidatos com alta proficiência.

## **4 PROFICIÊNCIAS X HABILIDADES:**

Após a análise do exame de acesso, levando-se em consideração as informações dadas pela TRI e complementadas pela TCT, este capítulo propõem-se à apreciação da prova como um todo. Procurando destacar quais habilidades os candidatos em cada faixa de proficiência dominam.

Utilizando a CCI, as questões do exame de acesso ao PROFMAT 2011 foram classificadas em seis níveis, de acordo com a habilidade necessária para um indivíduo ter 65% de probabilidade de responder o item corretamente, como utilizado pelo INEP na prova do ENEM.

Nível	Tópicos	Total	%
1 - MENOR QUE 350	Interpretação de gráficos estatísticos	1	2,94
2 - 350 f 450	Interpretação de gráficos estatísticos,propriedades de potenciação e decomposição um número em fatores primos, razões e proporções e regra de três simples, grandezas direta e inversamente proporcionais e ordem de grandeza, função a fim e desigualdades, Noções de Expressões Algébricas;Equações de 1° grau., divisibilidade	6	17,6
3 - 450 f 550	Interpretação de gráficos estatísticos,propriedades de potenciação e decomposição um número em fatores primos, razões e proporções e regra de três simples, grandezas direta e inversamente proporcionais e ordem de grandeza, função a fim e desigualdades, Noções de Expressões Algébricas;Equações de 1° grau., divisibilidade, fatoraçoão e potenciação, equações algébricas e resolução de sistemas de 2° grau, Conjuntos Numéricos; Representação Decimal; Noções de sequências, afim e sistemas de 1° grau	5	14,7
4 - 550 f 650	Interpretação de gráficos estatísticos,propriedades de potenciação e decomposição um número em fatores primos, razões e proporções e regra de três simples, grandezas direta e inversamente proporcionais e ordem de grandeza, função a fim e desigualdades, Noções de Expressões Algébricas;Equações de 1° grau., divisibilidade, fatoraçoão e potenciação, equações algébricas e resolução de sistemas de 2° grau, Conjuntos Numéricos; Representação Decimal; Noções de sequências, afim e sistemas de 1° grau, áreas de triângulos e equivalência de áreas, Noções de contagem (combinação), semelhança de triângulos e razão de semelhança, função quadrática (máximo ou mínimo da função quadrática),raciocínio lógico, área e perímetro da circunferência	10	29,4
5 - 650 f 750	Interpretação de gráficos estatísticos,propriedades de potenciação e decomposição um número em fatores primos, razões e proporções e regra de três simples,porcentagem, grandezas direta e inversamente proporcionais e ordem de grandeza, função a fim e desigualdades, Noções de Expressões Algébricas;Equações de 1° grau., divisibilidade, fatoraçoão e potenciação, equações algébricas e resolução de sistemas de 2° grau, Conjuntos Numéricos; Representação Decimal; Noções de sequências, afim e sistemas de 1° grau, áreas de triângulos e equivalência de áreas, Noções de contagem (combinação), semelhança de triângulos e razão de semelhança, função quadrática (máximo ou mínimo da função quadrática),raciocínio lógico, área e perímetro da circunferência ,equações irracionais,MMC e MDC ( propriedades),progressão aritmética.	9	26,5
6 - MAIOR QUE 750	Interpretação de gráficos estatísticos,propriedades de potenciação e decomposição um número em fatores primos, razões e proporções e regra de três simples,porcentagem, grandezas direta e inversamente proporcionais e ordem de grandeza, função a fim e desigualdades, Noções de Expressões Algébricas;Equações de 1° grau., divisibilidade, fatoraçoão e potenciação, equações algébricas e resolução de sistemas de 2° grau, Conjuntos Numéricos; Representação Decimal; Noções de sequências, afim e sistemas de 1° grau, áreas de triângulos e equivalência de áreas, Noções de contagem (combinação), semelhança de triângulos e razão de semelhança, função quadrática (máximo ou mínimo da função quadrática),raciocínio lógico, área e perímetro da circunferência ,equações irracionais,MMC e MDC ( propriedades),progressão aritmética, médias	3	8,82

#### **4.1 Análise dos níveis de proficiência:**

Com base na tabela anterior, classificaremos os candidatos por níveis de proficiência.

Nível 1 : Os candidatos desse nível só dominam o conteúdo de interpretação de gráficos estatísticos, ou seja, leitura simples do gráfico de linha.

Nível 2: Os candidatos desse nível dominam o conteúdo do nível anterior e os tópicos propriedades da potenciação, decomposição de um número em fatores primos , problemas envolvendo operações fundamentais, razões e proporções, grandezas direta e inversamente proporcionais e regra de três simples, função afim e problemas de 1º grau

Nível 3: Os candidatos desse nível dominam o conteúdo do nível anterior e os tópicos problemas envolvendo operações fundamentais envolvendo sequências numéricas, problemas de 2º grau, fatoração com operação na base 10, sequências numéricas com recorrência.

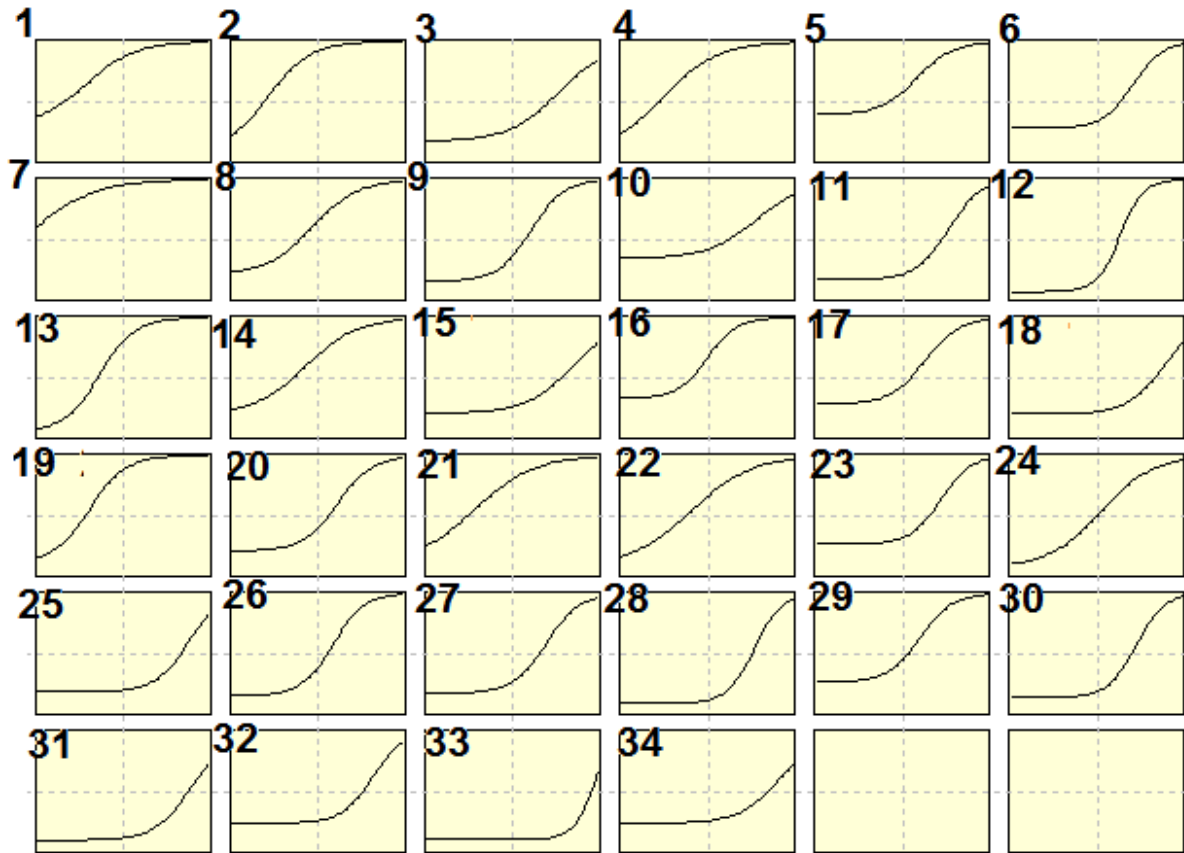
Nível 4: Os candidatos desse nível dominam o conteúdo do nível anterior e os tópicos: resolução de sistemas lineares, função quadrática envolvendo máximos e mínimos, áreas de figuras planas com equivalência de áreas e razão de semelhança, noções de lógica e propriedades do MMC e do MDC

Nível 5: Os candidatos desse nível dominam o conteúdo do nível anterior e os tópicos: operações fundamentais envolvendo sequências numéricas, acréscimo e decréscimo percentual, interseção de gráficos, problemas de contagem envolvendo números e algoritmos, progressão aritmética dados três termos quaisquer com razão máxima

Nível 6: Os candidatos desse nível dominam o conteúdo do nível anterior e os tópicos: Números naturais envolvendo propriedades das desigualdades e dos módulos, problemas de contagem envolvendo situação problema e lógica, médias relacionando variação da média e da quantidade de valores.

## Matriz das CCI

Permite comparar as Curvas Características de todas as questões



### Classificação Quanto ao Nível de dificuldade.

Classificação	Valor de b	% esperado	% encontrado na prova
Muito Fácil	Até 372	10%	5/34=14,7%
Fácil	De 373 a 448	20%	3/34=8,8%
Mediano	De 449 a 551	40%	6/34=17,6%
Dífíceis	De 552 a 627	20%	7/34=20,6%
Muito Dífíceis	628 em diante	10%	13/34=38,23%

## 5 CONSIDERAÇÕES FINAIS

O estudo da Teoria de Resposta ao Item mostrou-se de grande importância, pois além de apresentar os conceitos que fizeram esta teoria ser adotada nos principais exames de avaliação educacional, proporcionou um maior conhecimento sobre a Teoria Clássica dos Testes, muitas vezes empregada pelos professores em suas avaliações, mas sem ter suas principais medidas utilizadas como forma de mensurar o resultado da avaliação como um todo.

Vale destacar que o professor que conhecer os principais índices da TRI e da TCT, torna-se capaz de elaborar avaliações mais adequadas a finalidade a que se destina. Proporcionando também, um retorno sobre as principais habilidades adquiridas e quais habilidades devem ser melhor trabalhadas.

A análise do exame nacional de acesso ao PROFMAT 2011 permitiu na prática, acompanhar como os resultados de um grande processo de seleção podem colaborar para melhor prepararmos os futuros professores e ajudar na formação continuada dos docentes já formados. É possível elaborarmos um plano de ação almejando trabalhar os conteúdos e habilidades que os candidatos mais apresentam dificuldades. Em particular, no caso de uma seleção de professores, essas ações podem melhorar, consideravelmente, a qualidade das aulas para os alunos desses professores, contribuindo assim, com uma melhor formação para os principais sujeitos envolvidos no processo ensino-aprendizagem.

Alguns estudos futuros podem ser desenvolvidos seguindo a mesma ideia desse trabalho, por exemplo, analisar os resultados dos exames de acesso ao PROFMAT por regiões do país, fazer uma avaliação sobre a grade curricular empregada na formação dos professores, debater como a TRI pode ser utilizada nos processos avaliativos dentro das escolas etc.

Quanto a prova de Acesso ao PROFMAT 2011, a mesma foi bem elaborada para ser aplicadas a uma população composta quase que exclusivamente por professores de Matemática. A maioria das questões está bem adaptada aos parâmetros da Teoria de Resposta ao Item e da Teoria Clássica dos Testes bem como as Curvas Características dos Itens e a Análises Gráficas dos Itens. Percebemos que alguns tópicos como propriedades de números naturais, desigualdades, problemas de contagem e outros problemas clássicos da Matemática, como por exemplo, o problema da variação da média em relação à variação da quantidade de valores, mostram deficiências dos professores quanto aos mesmos. Já a questão sobre equações irracionais, onde uma das raízes era “estranha” a equação, a mesma se caracterizou como “pegadinha”, pois uma das opções mostrava as duas raízes como possíveis. Nessas questões, os índices da Teoria Clássica indicam que a questão poderia ser excluída do processo ou reformulada quanto aos distratores.

## 6 BIBLIOGRAFIA

RABELO, Mauro. *Avaliação educacional: fundamentos, metodologia e aplicações no contexto brasileiro*. Rio de Janeiro: SBM, 2013.

ANDRADE, D. F. ; VALLE, Raquel da Cunha; TAVARES, Heliton Ribeiro. *Introdução à teoria da resposta ao ítem: conceitos e aplicações*. SINAPE, 2000. Disponível em: <<http://www.avaliaeducacional.com.br/referencias/arquivos/LivroTRI%20-%20Dalton.pdf>>. Acesso em: Out. 2013.

MACHADO, Ledo Vaccaro. *Avaliação em larga escala e proficiência matemática*. Dissertação de Mestrado apresentada ao Programa de Pós-graduação em Ensino de Matemática, UFRJ, 2010. Disponível em: <<http://www.pg.im.ufrj.br/pemat/26%20Ledo%20Vaccaro.pdf>>. Acesso em: Nov. 2013.

KLEIN, RUBEN; ANDRADE, D. F. *Utilização da Teoria de Resposta ao Item no Sistema Nacional de Avaliação da Educação Básica (SAEB)*. Disponível em: <<http://webcache.googleusercontent.com/search?q=cache:pIFOIYWkXhgJ:metaavaliacao.cesgranrio.org.br/index.php/metaavaliacao/article/download/38/17+KLEIN,+R.+%3B+ANDRADE,+D.+M%C3%A9todos+Estat%C3%ADsticos+para+Avalia%C3%A7%C3%A3o+Educacional:+Teoria+da+Resposta+ao+Item.+Boletim+da+Abe,+S%C3%A3o+Paulo,+v.+15,+n.43,+p.+21-28,+1999.&cd=2&hl=pt-BR&ct=clnk&gl=br>>. Acesso em: Out. 2013

KLEIN, Ruben. *Alguns aspectos da teoria de resposta ao item relativos à estimação das proficiências*. Ensaio (Fundação Cesgranrio. Impresso), v. 21, p. 35-56, 2013. Disponível em: <[http://www.scielo.br/pdf/ensaio/v21n78/aop\\_0213.pdf](http://www.scielo.br/pdf/ensaio/v21n78/aop_0213.pdf)>. Acesso em: Out. 2013



ARAUJO, E. A. C. ; ANDRADE, D. F. ; BORTOLOTTI, Silvana Ligia Vincenzi . *Teoria da Resposta ao Item*. Revista da Escola de Enfermagem da USP (Impresso), v. 43, p. 1000-1008, 2009. Disponível em: <[http://www.scielo.br/scielo.php?script=sci\\_arttext&pid=S0080-62342009000500003&lang=pt](http://www.scielo.br/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S0080-62342009000500003&lang=pt)>. Acesso em: Out. 2013.

BARNHART, Ryan. *Fumiko Samejima (n. 1930)*. Disponível em: <<http://www.apadivisions.org/division-35/about/heritage/fumiko-samejima-biography.aspx>>. Acesso em: Fev. 2014.

INEP. *Procedimento de cálculo das notas do Enem*. Disponível em: <[http://download.inep.gov.br/educacao\\_basica/enem/nota\\_tecnica/2011/nota\\_tecnica\\_procedimento\\_de\\_calculo\\_das\\_notas\\_enem\\_2.pdf](http://download.inep.gov.br/educacao_basica/enem/nota_tecnica/2011/nota_tecnica_procedimento_de_calculo_das_notas_enem_2.pdf)>. Acesso em: Out. 2013.

INEP. *Entenda a sua nota no Enem – Guia do Participante*. Disponível em: <[http://download.inep.gov.br/educacao\\_basica/enem/guia\\_participante/2012/guia\\_do\\_participante\\_notas\\_2012.pdf](http://download.inep.gov.br/educacao_basica/enem/guia_participante/2012/guia_do_participante_notas_2012.pdf)>. Acesso em: Abr. 2014.

## 7 Apêndice

Podemos utilizar o software Geogebra<sup>1</sup> para relacionar a Curva Característica do item com a variação dos parâmetros a,b e c da Teoria de Resposta ao Item. Para verificar essa aplicação acesse o site:

<http://www.geogebra.org/material/show/id/104510>

### <sup>1</sup> O que é o GeoGebra?

O GeoGebra é um software de matemática dinâmica gratuito e multi-plataforma para todos os níveis de ensino, que combina geometria, álgebra, tabelas, gráficos, estatística e cálculo em um único sistema. Ele tem recebido vários prêmios na Europa e EUA.

#### Fatos Rápidos

- Gráficos, álgebra e tabelas estão interconectados e possuem características dinâmicas
- Interface amigável, com vários recursos sofisticados.
- Ferramenta de produção de aplicativos interativos em páginas WEB
- Disponível em vários idiomas para milhões de usuários em torno do mundo
- Software gratuito e de código aberto

(fonte: [http://www.geogebra.org/cms/pt\\_BR/info/13-what-is-geogebra](http://www.geogebra.org/cms/pt_BR/info/13-what-is-geogebra))