



UNIVERSIDADE FEDERAL DO PIAUÍ  
Centro de Ciências da Natureza  
Pós Graduação em Matemática  
Mestrado Profissional em Matemática - PROFMAT

**Francismar Holanda**

**Oficina de Geometria em 3D: uma  
ferramenta para estimular a aprendizagem da  
geometria nas etapas do ensino médio**

**Teresina-PI, 2014**





UNIVERSIDADE FEDERAL DO PIAUÍ  
Centro de Ciências da Natureza  
Departamento de Matemática

**Francismar Holanda**

# **Oficina de Geometria em 3D: uma ferramenta para estimular a aprendizagem da geometria nas etapas do ensino médio**

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação – Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional como requisito parcial para a obtenção do grau de Mestre

Orientador

**Prof. Dr. Jefferson Cruz dos Santos Leite**

**Teresina-PI, 2014**

## FICHA CATALOGRÁFICA

Serviço de Processamento Técnico da Biblioteca – Campus Uruçuí do IFPI  
Biblioteca Professora Joalba Mendes Pereira

H722o Holanda, Francismar, 1966-  
Oficina de geometria em 3D: uma ferramenta para estimular  
a aprendizagem da geometria nas etapas do ensino médio /  
Francismar Holanda. – 2014.  
62 f.: il.; 30 cm.

Dissertação (Mestrado) – Universidade Federal do Piauí,  
Centro de Ciências da Natureza, Curso de Mestrado em  
Matemática. Teresina, 2014.

Inclui Referências bibliográficas, fotografias e desenhos.  
Orientador: Prof. Dr. Jefferson Cruz dos Santos Leite.

1. Geometria. 2. Aprendizagem. 3. Geometria - Efeito 3D. 4.  
Projeção Geométrica. I. Título. II. Holanda, Francismar.

CDD 516.3



PROFMAT



UNIVERSIDADE FEDERAL DO PIAUÍ  
CENTRO DE CIÊNCIAS DA NATUREZA  
CENTRO DE EDUCAÇÃO ABERTA E À DISTÂNCIA  
MESTRADO PROFISSIONAL EM MATEMÁTICA EM REDE NACIONAL



Dissertação de Mestrado submetida à coordenação Acadêmica Institucional, na Universidade Federal do Piauí, do Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional para obtenção do grau de **mestre em matemática** intitulada: Oficina de Geometria em 3D: uma ferramenta para estimular a aprendizagem da geometria defendida por Francismar Holanda em 31/07/2014 e aprovada pela banca constituída pelos professores:

Alfonso Cay de Santos Luiz  
Presidente da Banca Examinadora

[Assinatura]  
Examinador

Ezequias Mator Eteves  
Examinador Externo



*A Pedro de Holanda, meu pai, que apesar de não mais fazer parte desse plano, foi um homem que em toda sua vida buscou a melhoria e qualificação de seus filhos.*





# Agradecimentos

Primeiramente à Deus por ter me dado saúde e forças para superar os obstáculos e finalizar mais essa etapa de minha vida acadêmica.

À esta universidade, principalmente o seu corpo docente e coordenação que oportunizaram a janela que hoje vislumbro num horizonte superior, eivado pela acendrada confiança no mérito e ética aqui presentes.

Ao meu orientador professor Dr. Jefferson Crus dos Santos leite, pelo suporte no pouco tempo que lhe coube, mas sempre disposto a colaborar nas correções e incentivos.

Ao colega do PROFMAT, hoje já com o título de Mestre, professor Robson Fonseca de Abreu, principalmente por acreditar na oficina e convidar para que a mesma fosse apresentada na III MOSTRA DO PIBID no IFPI-Campus Uruçuí.

Aos meus familiares que mantiveram sempre apoio incondicional à minha qualificação.

Aos meus filhos Guilherme Cássio O. Holanda e Isabela Monalisa O. Holanda, incentivadores nos momentos difíceis da minha vida.

E não poderia esquecer de fazer um agradecimento superespecial a Marcela Holanda, minha esposa, que compreendeu e assumiu tarefas minhas no intuito de que eu tivesse tempo disponível para o estudo das disciplinas.

E finalmente a todos que direta ou indiretamente fizeram parte da minha formação, o meu muito obrigado.



*Há uma estrela lá no céu, iluminando o meu amor, anunciando o que se esconde por trás dessas manhãs, se não a certeza da tarde que vem, e a noite também e um novo dia além.* Francismar Holanda



# Resumo

A Geometria é uma área da matemática onde se tem um grande potencial para aplicabilidade no nosso cotidiano. Entretanto, o que se observa, mesmo com toda essa gama de possibilidades de aplicações, que ela vem sendo renegada no ensino básico, ou seja, sempre em segundo plano, deixada para o final do período letivo, considerada sem importância e muitas vezes apenas na exigência de apresentação de um trabalho em substituição à aula propriamente dita. Esse estudo visa a apresentação da construção de uma oficina denominada Geometria de Efeito em 3D que possibilita a contextualização e aplicação da geometria nas três etapas do ensino médio da educação básica. A oficina é feita em torno do conteúdo Projeção Geométrica, uma espécie de estudo de sombras e perspectivas, focada na projeção de sólidos, objetos tridimensionais, e sua planificação em um, dois ou três planos diferentes. Dentro da oficina são feitos questionamentos de conteúdos próprios da geometria do ensino médio. Neste trabalho, além do histórico sobre a geometria de efeito 3D, conceitos de projeção, e procedimentos adotados durante a oficina, estaremos apresentando análises e resultados, onde se permite concluir sobre a utilização da oficina de Geometria de Efeito 3D para estimular a aprendizagem de conteúdos da geometria no ensino médio.

**Palavras-chave:** Geometria, Aprendizagem, Oficina, Efeito 3D, Projeção.



# Abstract

Geometry is a mathematics content where you have a wider applicability to everyday life. But what is observed is that even with all this range of possible applications, it is being denied basic education, that is, always in the background, left to the end of the term, considered unimportant, and often only the requirement to submit a job to replace the class itself. This study presents the construction of a workshop called Geometry Effect in 3D as a tool to more contextualising and applying geometry in the three stages of basic high school education. The workshop is built around content geometric projection, a kind of study of shadows and perspective, focused on the projection of solid, three dimensional objects, and their planning in one, two or three different plans. Within the workshop questions of own contents from high school geometry are made. In this work, in addition to historical data on the geometry of 3D effect, projection concepts, and procedures adopted during the workshop, will be presenting analysis and results, which allows one to conclude about the use of the workshop Geometry 3D effect to stimulate learning content geometry in high school.

**Keywords:** Geometry, Learning, Workshop, 3D Effect, Projection.





# Lista de Figuras

1.1	Efeito 3D: visão virtual do sólido . . . . .	20
1.2	Visão real projetada no plano . . . . .	21
1.3	Oficina de Efeito 3D . . . . .	22
2.1	Cubo de Escher . . . . .	23
2.2	Desenho com efeito 3D (a) . . . . .	24
2.3	Desenho com efeito 3D (b) . . . . .	25
2.4	Desenho com efeito 3D (c) . . . . .	25
2.5	Desenho com efeito 3D (d) . . . . .	26
2.6	Desenho com efeito 3D (e) . . . . .	26
2.7	Desenho com efeito 3D (f) . . . . .	27
2.8	Desenho com efeito 3D (g) . . . . .	27
2.9	Desenho em 3D - de F. Holanda (a) . . . . .	28
2.10	Desenho em 3D - de F. Holanda (b) . . . . .	28
2.11	Desenho em 3D - de F. Holanda (c) . . . . .	29
2.12	Desenho em 3D - de F. Holanda (d) . . . . .	29
2.13	Desenho em 3D - de F. Holanda (e) . . . . .	30
2.14	Desenho em 3D - de F. Holanda: visão da grade e sua forma real . . . .	30
2.15	Desenho em 3D - de F. Holanda: visão grade em geometria de efeito - impressão de grade fechada . . . . .	31
3.1	Projeções cônicas . . . . .	34
3.2	Projeção posterior ao objeto . . . . .	35
3.3	Projeção anterior ao objeto . . . . .	35
3.4	Projeção cilíndrica: posterior ao objeto . . . . .	36
3.5	Projeção cilíndrica: anterior ao objeto . . . . .	36
3.6	Projeção cilíndrica Ortogonal: anterior ao objeto . . . . .	36
3.7	Projeção cilíndrica oblíqua: anterior ao objeto . . . . .	37
4.1	Cenário Oficina 1 . . . . .	41
4.2	Vértices da base do sólido . . . . .	41
4.3	Vértices na cartolina (a) . . . . .	42
4.4	Vértices na cartolina (b) . . . . .	42

4.5	Imagem vista do ponto de observação . . . . .	42
4.6	Diedro reto . . . . .	44
4.7	Triedro triretângulo . . . . .	44
4.8	Cenário da Oficina 2 . . . . .	45
4.9	Vértices no papel A3 . . . . .	45
4.10	Vértices unidos . . . . .	46
4.11	Linha passando pelo 10º ponto . . . . .	46
4.12	Pontos a serem unidos . . . . .	47
4.13	Forma planificada do sólido no papel A3 . . . . .	47
4.14	Imagem obtida do sólido no diedro . . . . .	48
4.15	Pontos marcados pela projeção do laser . . . . .	48
4.16	Figuras obtidas pela união dos pontos . . . . .	48
4.17	Imagens planificadas do objeto nas três faces do triedro . . . . .	49
4.18	Imagem obtida em 3D do objeto . . . . .	49
5.1	Oficina de Geometria de efeito 3D - III Mostra PIBID . . . . .	51
5.2	1ª Ilustração Oficina 1 para aplicação de conteúdos da geometria . . . . .	52
5.3	2ª Ilustração Oficina 1 para aplicação de conteúdos da geometria . . . . .	52
5.4	Projeção feita pelos alunos (a) . . . . .	55
5.5	Projeção feita pelos alunos (b) . . . . .	55
5.6	Projeção feita pelos alunos (c) . . . . .	56
5.7	Projeção feita pelos alunos (d) . . . . .	56
5.8	Projeção feita pelos alunos (e) . . . . .	57
5.9	Projeção feita pelos alunos (f) . . . . .	57
5.10	Projeção feita pelos alunos (g) . . . . .	58
5.11	Projeção feita pelos alunos (h) . . . . .	58

# Lista de Tabelas

5.1	Questionamentos e conteúdos relacionados - Oficina 1 . . . . .	53
5.2	Questionamentos e conteúdos relacionados - Oficina 2 . . . . .	54



# Sumário

<b>1</b>	<b>Introdução</b>	<b>19</b>
<b>2</b>	<b>Efeito 3D</b>	<b>23</b>
<b>3</b>	<b>Sobre Projeção</b>	<b>33</b>
3.1	Tipos de projeção . . . . .	34
3.1.1	Projeções Cônicas . . . . .	34
3.1.2	Projeções Cilíndricas ou Paralelas . . . . .	35
<b>4</b>	<b>Oficina: Geometria de efeito 3D</b>	<b>39</b>
4.1	Oficina 1 - Projeção em um plano . . . . .	39
4.1.1	Material Necessário . . . . .	39
4.1.2	Procedimentos . . . . .	40
4.2	Oficina 2: projeção em vários planos . . . . .	42
4.2.1	Material necessário . . . . .	43
4.2.2	Procedimentos: planificação em dois planos . . . . .	43
4.2.3	Procedimentos: planificação em três planos . . . . .	47
<b>5</b>	<b>Oficina em Campo</b>	<b>51</b>
5.1	Da Aplicação de Conteúdos de Geometria . . . . .	51
5.2	Da Produção dos Alunos . . . . .	53
5.3	Dos Resultados da aplicação da oficina . . . . .	54
<b>6</b>	<b>Conclusão</b>	<b>59</b>
	<b>Referências</b>	<b>61</b>



# 1 Introdução

A noção de espaço é sem dúvida uma das primeiras sensações que o ser vivo pode sentir. Dessa forma, o ensino da Geometria com toda a sua gama de propriedades métricas, de elementos formais e da Matemática como um todo e seu raciocínio lógico são fatores determinantes para o aprimoramento dessa noção.

O poder da observação, nos leva a compreensão do espaço, das formas, cores e movimentos, atribuindo intuições aos aspectos bidimensional e tridimensional do nosso mundo. É a Geometria que resume todas essas necessidades para uma visualização dos objetos e inferência de pensamentos.

Segundo Almouloud e Mello (2000), no Brasil, o nosso professor não é preparado para estimular a compreensão de conceitos e fundamentos básicos de conteúdos do pensamento da Geometria. A Geometria compõe o desenvolvimento cognitivo dos alunos, de forma que esses conceitos geométricos acarretam em denotação de informação das formas no espaço. E deve-se relevar principalmente a aplicabilidade dos conteúdos, com contextualização real e simples, fáceis de serem utilizados em qualquer que seja a situação que envolva o desenvolvimento de uma solução de problemas sobre noção de espaço. Mas há uma predileção pelo ensino mecânico com apresentação de fórmulas e sem muitas vezes ocorrer sequer sua demonstração.

Em pesquisa realizada (HOLANDA, 2008) com alunos de duas turmas do 1º ano do ensino médio, onde apresentou-se uma questão em que apenas identificassem por nome as figuras planas e alguns sólidos. O resultado foi que, dos 32 alunos pesquisados, apenas um e somente um acertou a figura plana do trapézio. O que demonstra e se confirma as conclusões de Almouloud e Mello (2000). Assim vemos que o obstáculo do ensino e aprendizagem da Geometria está centrado principalmente na sua aplicação devido a vários fatores. Há um isolamento e um descaso no tocante a apresentação dos conteúdos aos alunos, sendo normalmente deixados em segundo plano, como por exemplo, para o final do período letivo, chegando-se ao absurdo de muitas vezes não serem ministrados pelos professores.

A explicação dada por Fonseca(1997, P.35) norteia para essa direção, pois segundo ele o que provocou tal situação se revela a partir do isolamento da geometria em um momento específico do ano letivo, geralmente no final do curso; abordagem mecânica; dissociação da realidade imediata e sem contextualização; e ainda, a redução à atividade

de nomenclatura.

Ao considerarmos o grande desafio de educar e, principalmente, o de educar em tempos de tecnologias cada vez mais avançadas, torna-se imperativo que as instituições de ensino, independentemente de sua natureza, trabalhem em projetos que visem, em primeiro momento, mudança de paradigmas e o surgimento de uma nova cultura sobre as estratégias de ensino.

Assim, na busca de alternativas que possibilitassem o desenvolvimento de atividades didáticas de aprendizagem prazerosa e satisfatória para os alunos, planejamos uma oficina que apresentasse aplicações dos conteúdos geométricos de forma dinâmica e interativa em vários momentos da educação básica e superior.

O despertar para a construção da oficina veio através de uma partida de futebol pela televisão. Assitindo ao jogo, percebemos algo fascinante ao lado da trave. São propagandas em que a princípio pensamos ser blocos ou sólidos, e quando observamos de outro ângulo, por exemplo, quando se muda a câmera, e a imagem captada agora parte de um outro ponto ao lado do jogador cobrando escanteio. Nesse momento temos a realidade vem a tona, pois se trata de uma lona plástica com o desenho da propagando em duas dimensões, ou seja, no plano. As Figuras 1.1 e 1.2 são de uma mesma partida de futebol, observe o efeito 3D obtido na primeira e sua forma real na segunda.



Figura 1.1: Efeito 3D: visão virtual do sólido

Assim, a oficina criada baseia-se na Geometria de efeito em 3D, tendo como conteúdo principal a projeção.

Veremos como as projeções por se tratarem de uma representação gráfica de um conjunto de pontos (sólidos geométricos) em um plano (ou vários) podem abordar diversos conteúdos das etapas acadêmicas.

É importante ressaltar que esta oficina foi idealizada no intuito de ser apresentada para alunos do ensino médio, o que não impede de que com algumas adaptações possa





Figura 1.2: Visão real projetada no plano

ter uma clientela de ensino fundamental. E também foi apresentada em três eventos locais na cidade de uruçuí-PI e um evento regional na cidade de Teresina-PI na IX Semana de Matemática e Física - SEMAFIS realizada no Instituto Federal do Piauí-IFPI.

A Figura 1.3 ilustra de forma simples a ideia principal da oficina.

É observado a fascinação que os alunos demonstraram durante a oficina dando sugestões e até propondo novas ideias para que se obtenha novos efeitos. E é em cima desse fascínio e apresentações que se norteia a aplicabilidade no sentido de despertar o prazer pela geometria como um todo.

Aqui estaremos mais direcionados para a oficina apresentada na III Mostra PIBID realizada no IFPI - Campus Uruçuí no quarto bimestre de em 2013.

A cidade de Uruçuí já conta com o curso superior de Licenciatura em Matemática do IFPI-Campus Uruçuí desde 2010 e o Programa Institucional de Bolsa de Iniciação à Docência - PIBID a partir de 2011. O Programa Institucional de Bolsa de Iniciação à Docência-PIBID, sob coordenação do IFPI, trouxe uma forma diferenciada de enxergar a docência e, principalmente, o lidar com a matemática em sala de aula. Assim surge a inquietação positiva acerca da promoção de conhecimentos adquiridos pelos bolsistas e professores supervisores em vista às transformações ou aptidões, nos alunos bolsistas e das escolas supervisionadas.

Inicialmente explicaremos a ideia central da oficina, que são os desenhos de projeções, seus seguidores, a importância dessa técnica, com apresentação de alguns trabalhos que se referem ao conteúdo da oficina, com efeito em 3D, perspectiva e projeção. Em seguida é feita uma explanação detalhada sobre o que seja a projeção, dando definições e conceitos que são importantes para a compreensão da composição da oficina.

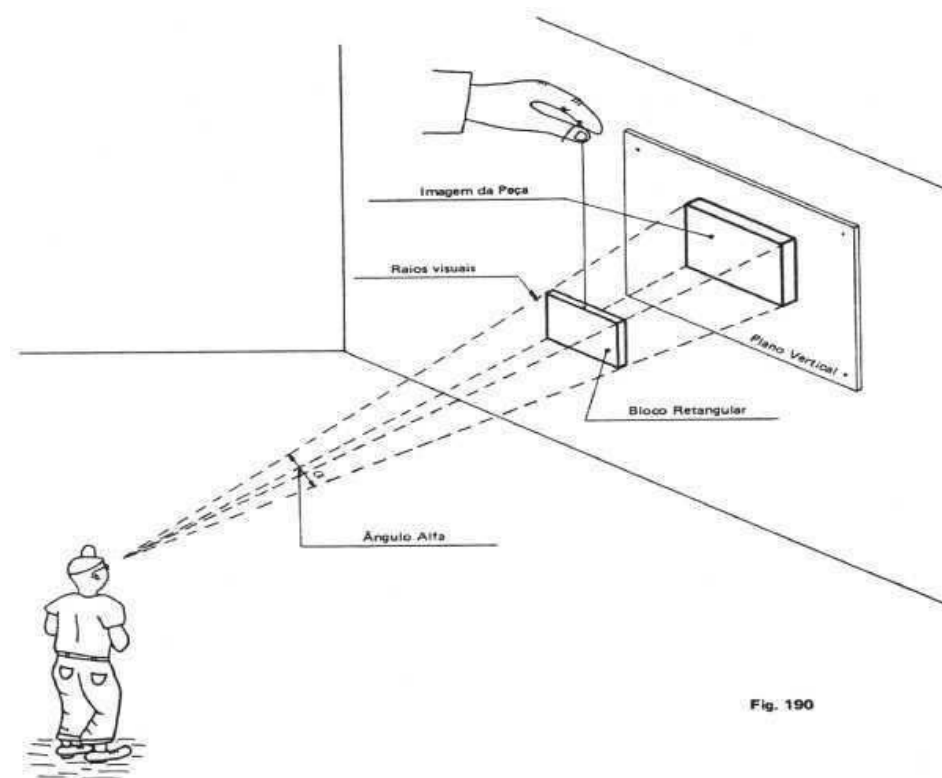


Figura 1.3: Oficina de Efeito 3D

E finalmente, serão apresentados resultados da oficina realizada na III Mostra PIBID e estudo das possibilidades de aplicação no ensino médio.

De um modo geral, serão apresentados conceitos e definições sobre os diversos tipos de projeções dentro da Geometria Descritiva abordando aspectos elementares para o desenvolvimento e aprimoramento do objetivo a que se propõe a oficina. Depois apresentaremos o desenvolvimento da oficina, seus resultados, para em seguida mostrar sua aplicabilidade em sala de aula sobre conteúdos das etapas do ensino acadêmico.

## 2 Efeito 3D

O Efeito 3D que será considerado neste trabalho, são desenhos feitos em planos que dependendo do ângulo de visão nos passa a ideia de objeto real, ou mesmo peças trabalhadas que vistas de ângulos diferentes nos dão um efeito ilusório, sem que seja necessário a utilização de óculos próprios para que se consiga ter tal efeito. São Desenhos que ganham um efeito que parecem saltar do papel, e estes já são considerados uma arte em diversos lugares. As exposições de desenhos, pinturas, esculturas, e objetos feitos em madeira, de diversos artistas ganham o mundo.

Essas artes começam a ganhar uma importância relevante na educação matemática. Várias universidades fazem oficinas e exposição de conteúdos da geometria relacionados ao efeito em 3D, como por exemplo, existe um Programa Educativo em Artes Visuais no Departamento de Matemática da UFMG em parceria com outras entidades que promove gratuitamente um ciclo de palestras relacionadas à exposição A Magia de Escher. De forma simples e didática, a iniciativa apresenta ao público os principais conceitos e construções matemáticas utilizadas pelo artista na criação de suas obras.

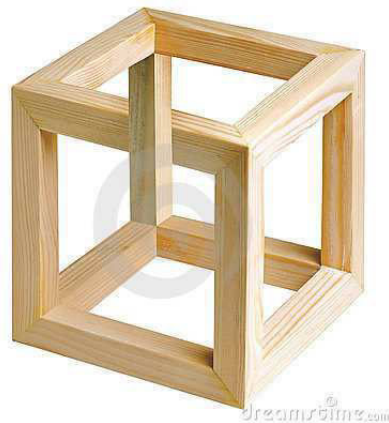


Figura 2.1: Cubo de Escher

Maurits Cornelis Escher foi um artista gráfico holandês conhecido pelas suas xilografuras, litografias e meios-tons (mezzotints), que tendem a representar construções impossíveis, preenchimento regular do plano, explorações do infinito e as metamorfoses - padrões geométricos entrecruzados que se transformam gradualmente para formas completamente diferentes. Ele também era conhecido pela execução de transformações

geométricas (isometrias) nas suas obras. Uma das principais contribuições da obra deste artista está em sua capacidade de gerar imagens com impressionantes efeitos de ilusões de ótica, com notável qualidade técnica e estética, tudo isto, respeitando as regras geométricas do desenho e da perspectiva, como podemos ver na Figura 2.1.

Dentro da utilização da perspectiva e da projeção, outro exemplo, é o trabalho ilusório do artista holandês Ramon Bruin, que nos deixar na dúvida sobre o que é real e o que é apenas uma ilustração. Através de materiais relativamente simples, como lápis, aquarela, tinta óleo e papel o artista cria imagens que saltam da folha, fazendo com que o desenho pareça tridimensional. Bruin possui maneiras diferentes e brilhantes de trabalhar a perspectiva, adicionando um toque de extravagância e as vezes até humor às suas criações, proporcionando uma imagem divertida ele ajuda a diferenciar sua obra e a trazer maior popularidade a ela.



Figura 2.2: Desenho com efeito 3D (a)

E assim, são vários artistas que se profissionalizaram nessa arte e nesse capítulo capítulo será mostrado uma pequena seleção do trabalho destes artistas, como o chileno Fredo que com apenas dezessete anos já produzia desenhos de alta qualidade em realismo, dando-nos o efeito 3D, com a sensação de que seus desenhos saltam do papel.

Os desenhos de Alessandro Diddi, de 42 anos, parecem ter vida própria. Usando uma técnica aplicada de desenho que mistura sombras e ângulos, o artista consegue enganar o cérebro fazendo parecer que sua arte está saindo do papel.

Ao ver os trabalhos destes artistas, comecei a produzir algumas peças, mas sempre na perspectiva de favorecer a criação da oficina. Também apresento alguns desenhos e objetos que simulam a geometria de efeito 3D. Assim, a partir das Figuras 2.9 à 2.15 são apresentados trabalhos produzidos por mim.

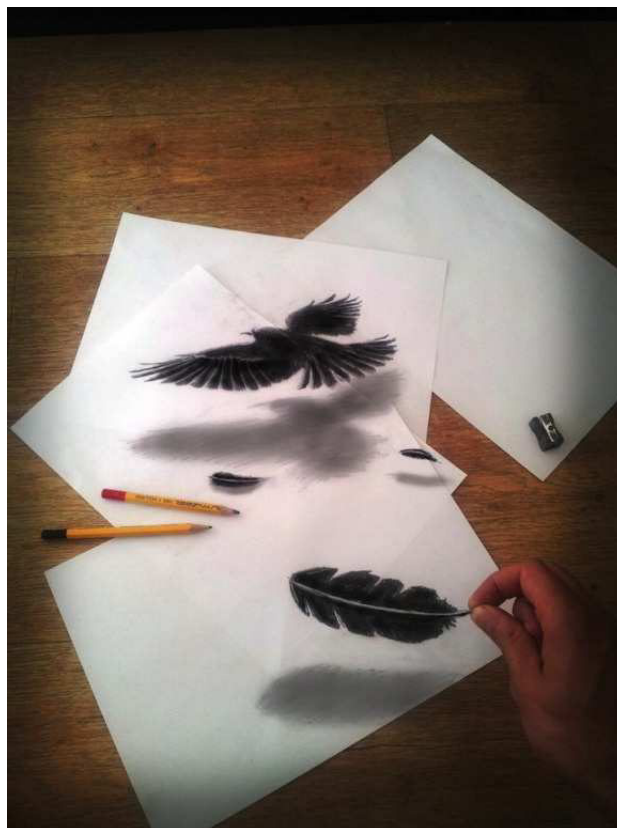


Figura 2.3: Desenho com efeito 3D (b)



Figura 2.4: Desenho com efeito 3D (c)



Figura 2.5: Desenho com efeito 3D (d)

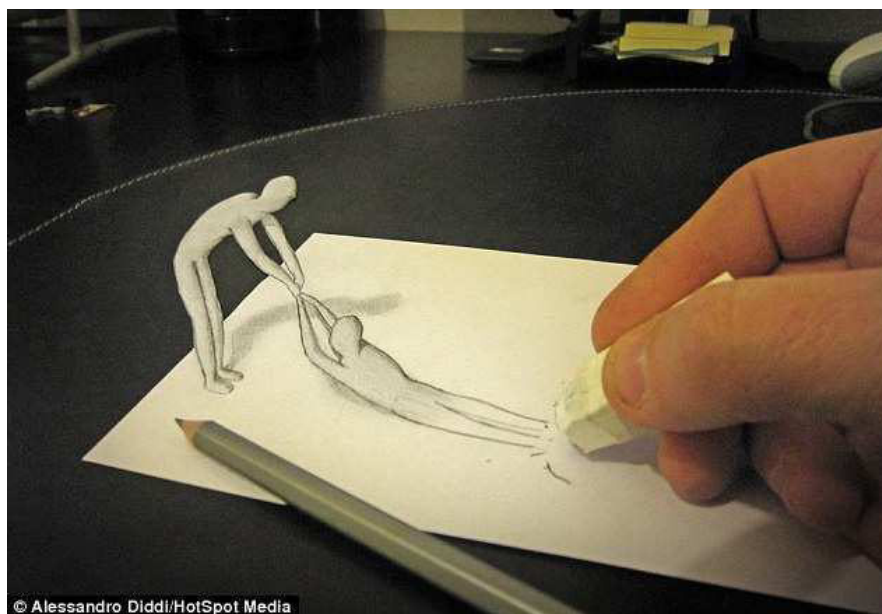


Figura 2.6: Desenho com efeito 3D (e)

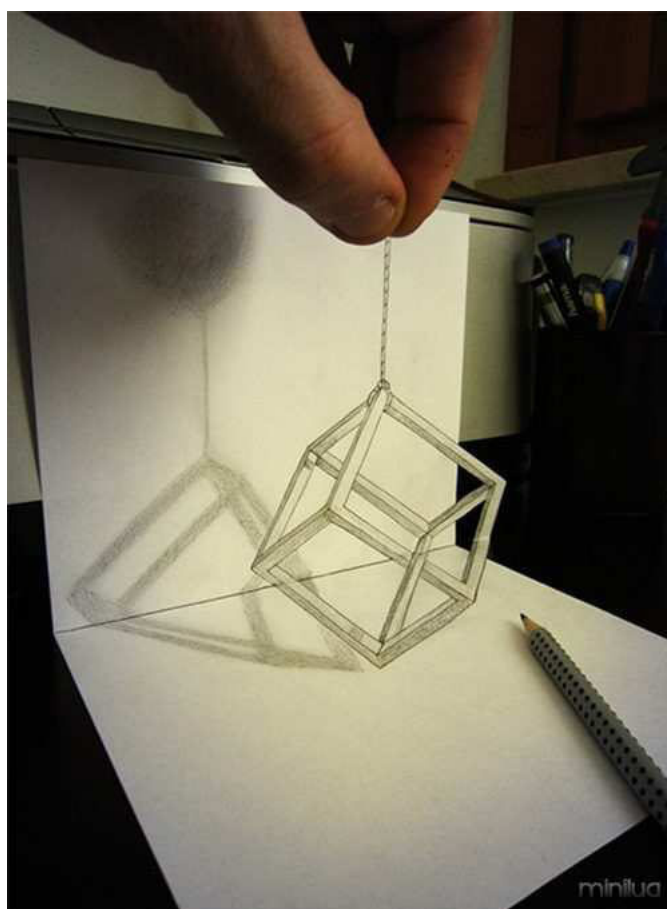


Figura 2.7: Desenho com efeito 3D (f)



Figura 2.8: Desenho com efeito 3D (g)



Figura 2.9: Desenho em 3D - de F. Holanda (a)

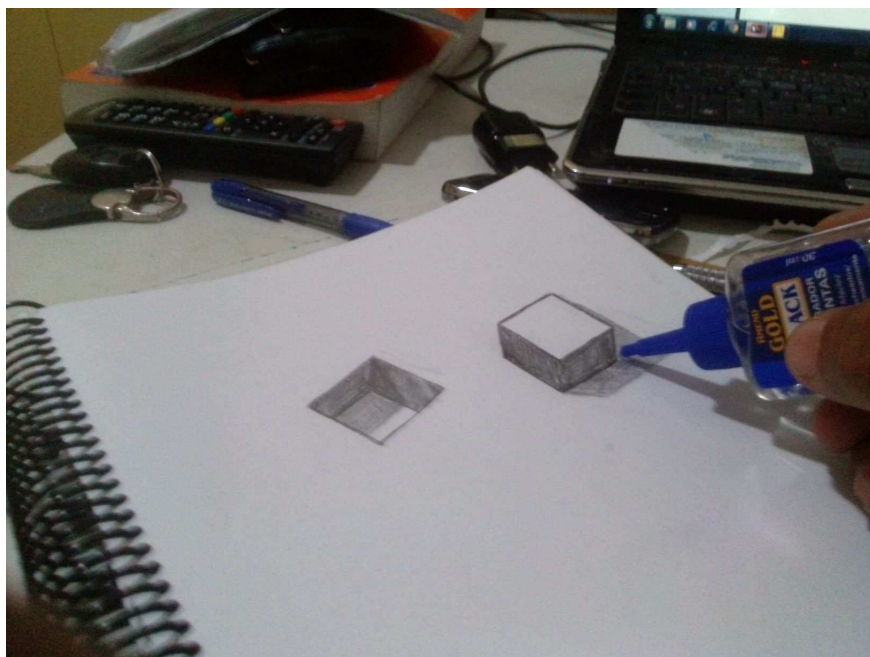


Figura 2.10: Desenho em 3D - de F. Holanda (b)





Figura 2.11: Desenho em 3D - de F. Holanda (c)

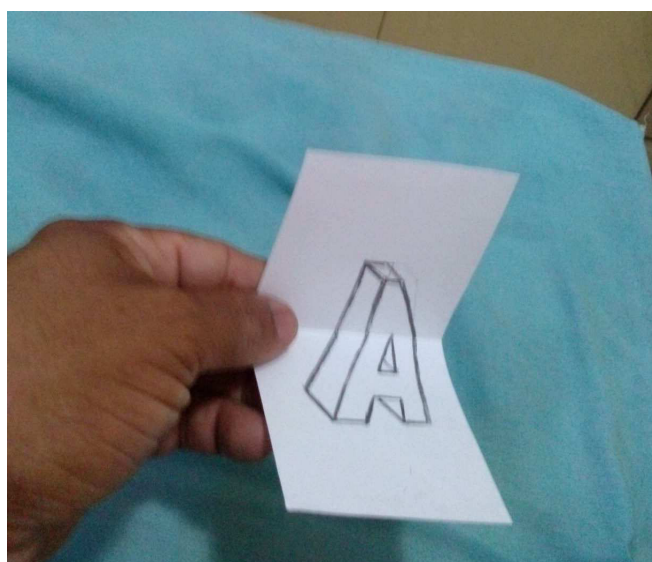


Figura 2.12: Desenho em 3D - de F. Holanda (d)

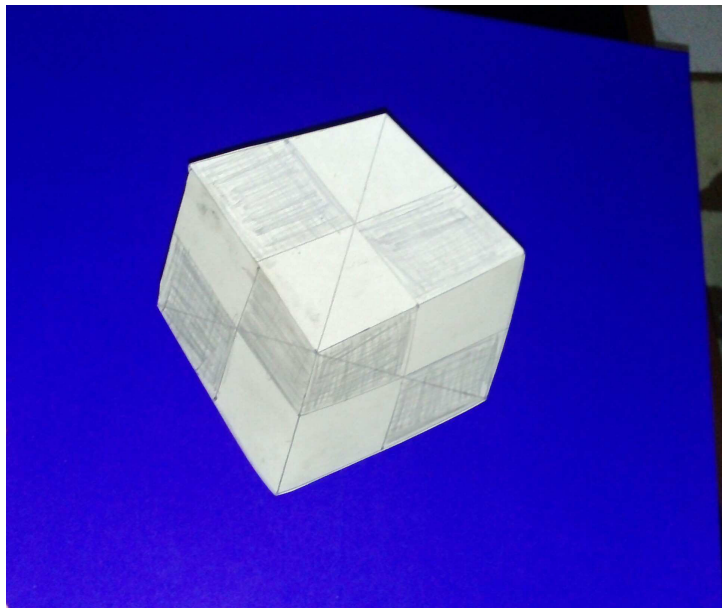


Figura 2.13: Desenho em 3D - de F. Holanda (e)



Figura 2.14: Desenho em 3D - de F. Holanda: visão da grade e sua forma real



Figura 2.15: Desenho em 3D - de F. Holanda: visão grade em geometria de efeito - impressão de grade fechada



## 3 Sobre Projeção

Em Geometria Descritiva, tomamos como projeção, o ato de representar graficamente um objeto em um plano. De uma forma simples, é quando temos um sólido geométrico e traçamos o seu desenho em uma folha de papel. Ou podemos dizer ainda que uma projeção é uma representação bidimensional de um objeto tridimensional.

Quando olhamos para um objeto, temos a sensação de profundidade e relevo, e para um desenho transmitir essa mesma ideia, precisa recorrer a um modo especial de representação gráfica: a perspectiva. Essa perspectiva será estudada dentro das projeções.

Veja a definição dada por Paulo Rabello (2011):

A ideia de projeção é quase que intuitiva, uma vez que sua ocorrência se dá em diversos segmentos do nosso cotidiano. Trata-se de um fenômeno físico que acontece normalmente na natureza ou que pode ser produzido artificialmente pelo homem. Vejamos os seguintes exemplos: 1º) Ao incidirem sobre uma placa opaca, os raios solares produzem sobre a superfície de um piso claro, uma figura escura que chamamos comumente de sombra. O contorno da sombra nada mais é que a projeção do contorno da placa na superfície do piso. 2º) As imagens que vemos numa tela de cinema são as projeções dos fotogramas contidos na fita de celuloide quando sobre eles incidem os raios luminosos emitidos pela lâmpada do projetor. O Sol, no primeiro exemplo, e a lâmpada do projetor, no segundo, são o que chamamos centros projetivos enquanto que os raios solares e os raios luminosos são chamados raios projetantes. A placa opaca e os fotogramas da fita são as figuras objetivas. O contorno da sombra assim como as imagens produzidas na tela de cinema são figuras projetadas em superfícies de projeção identificadas nos exemplos, respectivamente, na superfície do piso e na tela de cinema. (RABELLO, 2011, p. 16).

Ainda na sua definição acrescenta Paulo Rabello:

Quando a superfície de projeção é plana dizemos que é um plano de projeção. Em linguagem matemática podemos formalizar a seguinte definição: Projeção é o conjunto de operações geométricas que permite obter a figura formada pelos pontos de interseção dos raios projetantes que partem de um centro projetivo e incidem sobre uma figura do espaço, com uma superfície. Um ponto da figura objetiva e outro da figura projetada são ditos correspondentes quando pertencem a um mesmo raio projetivo. Por conseguinte, podemos concluir que duas figuras são correspondentes quando todos os pontos das figuras são, respectivamente, correspondentes. (RABELLO, 2011, p. 16).

## 3.1 Tipos de projeção

Conforme Príncipe Junior(2009), as projeções podem ser classificadas como: Projeções Cônicas e Projeções Cilíndricas.

### 3.1.1 Projeções Cônicas

Segundo Príncipe Junior(2009), suponha um ponto  $A$  no espaço, um plano  $\alpha$  e um observador  $O$ , conforme a Figura 3.1.

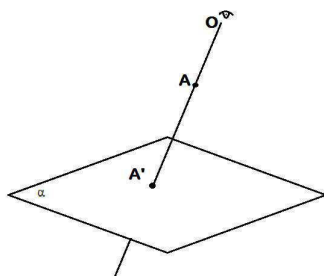


Figura 3.1: Projeções cônicas

Teremos que o ponto  $A'$  será a projeção de  $A$  no plano  $\alpha$ , que é o plano de projeção, e chamaremos o ponto  $O$  de centro de projeção ou ponto de fuga. A reta que passa pelos pontos  $A$ ,  $A'$  e  $O$  denominaremos de reta projetante. Assim, projeções que possuem um mesmo observador e vários pontos  $A_i$ , obtendo vários  $A'_i$  contidos no mesmo plano  $\alpha$ , com  $i$  pertencendo aos naturais, serão denominadas Projeções Cônicas ou Projeções de perspectivas, conforme podemos ver na Figura 3.2, que apresenta o objeto, formado pelos pontos  $A_i$  entre o observador e o plano de projeção.

Na Figura 3.3 temos uma projeção onde o plano de projeção está anterior ao objeto projetado. Nessa caso temos os pontos  $A$  e  $B$  no espaços e suas projeções  $A'$  e  $B'$  no plano  $\alpha$ .

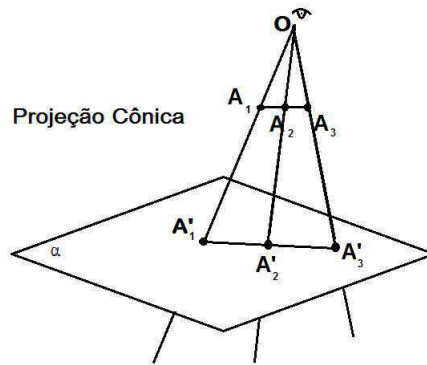


Figura 3.2: Projeção posterior ao objeto

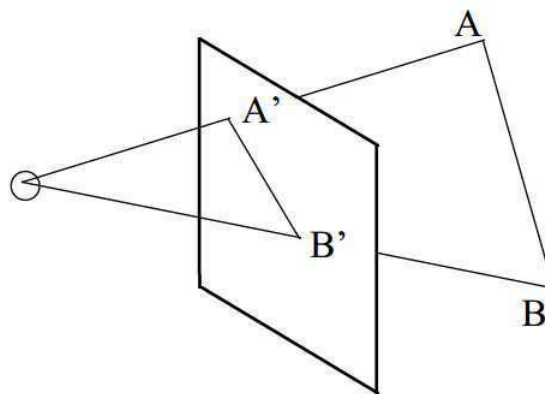


Figura 3.3: Projeção anterior ao objeto

### 3.1.2 Projeções Cilíndricas ou Paralelas

Ainda segundo Príncipe Junior(2009), se o observador está no infinito, então teremos as retas projetantes passando pelos pontos A e A' praticamente paralelas. Observemos a Figura 3.4.

Da mesma forma, temos na Figura 3.5 um exemplo de projeção cilíndrica ou paralela onde o plano de projeção está anterior aos pontos projetados. Existem dois subgrupos de projeções cilíndricas: projeções ortogonais e projeções oblíquas.

Essa diferenciação é em virtude do raio de incidência no plano de projeção. Se o ângulo de incidência é um ângulo reto, teremos uma projeção ortogonal, como podemos observar na Figura 3.6.

Caso o ângulo seja diferente, teremos uma projeção oblíqua, como ilustra a Figura 3.7.

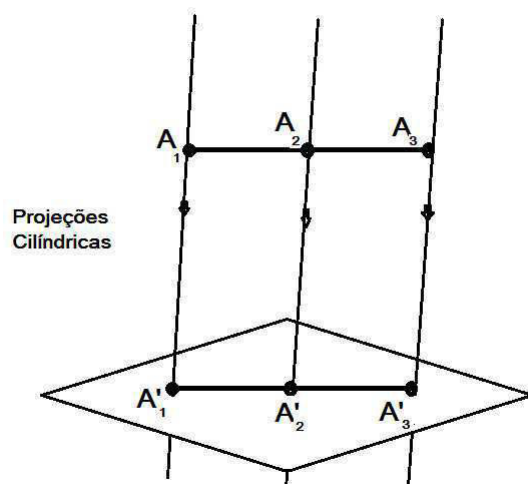


Figura 3.4: Projeção cilíndrica: posterior ao objeto

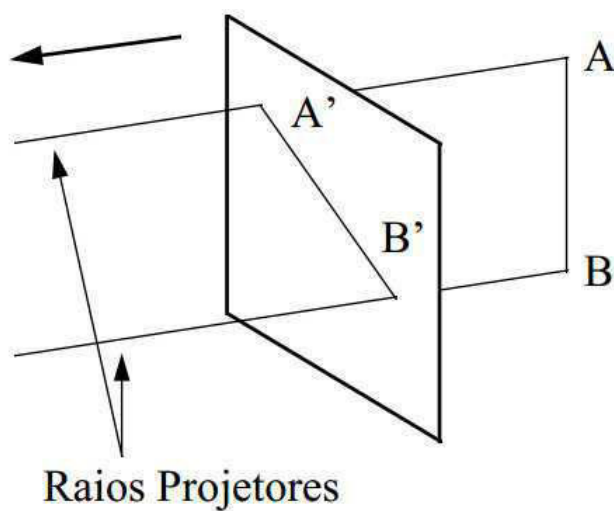


Figura 3.5: Projeção cilíndrica: anterior ao objeto

**Projeção Cilíndrica Ortogonal:** os raios incidem sobre o plano de projeção formando um ângulo de  $90^\circ$

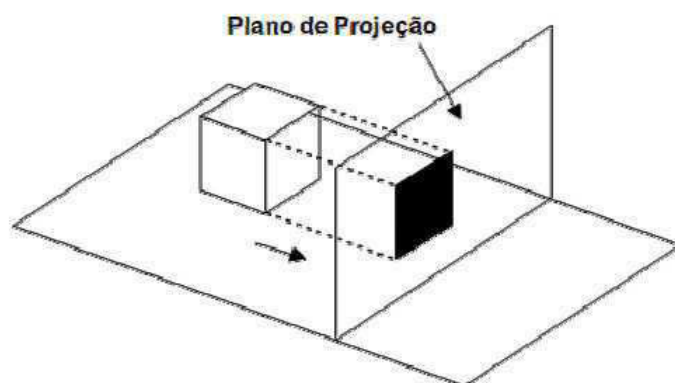


Figura 3.6: Projeção cilíndrica Ortogonal: anterior ao objeto



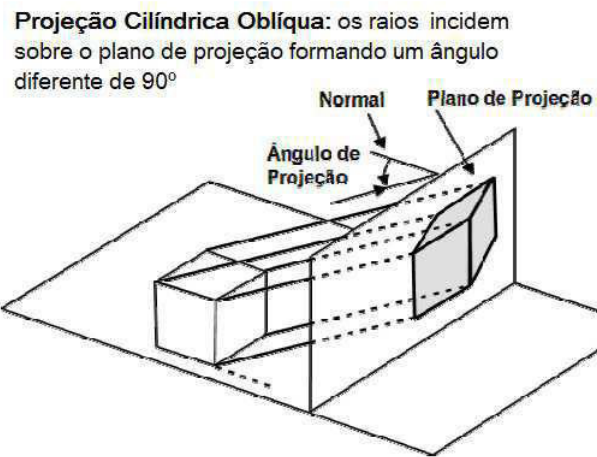


Figura 3.7: Projeção cilíndrica oblíqua: anterior ao objeto



## 4 Oficina: Geometria de efeito 3D

Neste capítulo trataremos de explicar os procedimentos das atividades que compõem a oficina, como ela foi executada e coordenada durante sua realização.

A oficina foi idealizada em duas etapas que denotaremos por Oficina 1 e Oficina 2. Essa denominação se faz necessário tendo em vista que na oficina 1 os alunos têm um primeiro contato com a ideia de Geometria de efeito, noções de projeção(sombra) e na segunda oficina, as atividades possuem um grau de complexidade mais avançados, mas nada tão avançado, que impossibilite o aproveitamento caso não tenha completado ou mesmo realizado a Oficina 1, mas fica a recomendação.

Todos os alunos do ensino médio podem participar da oficina independente do ano(etapa do ensino médio), uma vez que a intenção é de que haja uma estimulação para a aprendizagem de conteúdos da geometria.

As oficinas tiveram uma duração de 8 horas no geral, sendo 4 horas para a Oficina 1 e 4 horas para a Oficina 2. Podendo, por tanto, serem realizadas em apenas um dia, ou divididas durante a semana com no mínimo duas horas. Dependendo da situação ou necessidade do grupo de alunos ou adequação da escola, poderão ser realizadas com intervalo mais alongado entre uma e outra, ou seja, em meses ou bimestres diferentes, não sendo indicado a realização em semestres diferentes, pois poderia haver uma perda na continuidade dos conteúdos inerentes a oficina como um todo. Dependendo do número total de alunos do ensino médio da escola, cada oficina poderá ser realizada mais de uma vez. O ideal é que cada oficina ofereça 20 vagas. Ou seja, se a escola tiver 100 alunos no ensino médio, serão realizadas 5 oficinas.

### 4.1 Oficina 1 - Projeção em um plano

Nesta etapa é feita a projeção de um sólido, como por exemplo, um prisma ou uma pirâmide. Esses objetos são mais fáceis de planificar, e isso faz com que os alunos participantes possam assimilar a ideia central da projeção.

#### 4.1.1 Material Necessário

Para a construção dessa oficina são necessários os seguintes materiais:

- Sala de aula;
- 5 mesas;
- 5 Lanternas(lazer) pequenas,
- 5 Cabos de vassouras com base para fixação;
- 5 folhas de cartolina de diversas cores;
- 5 coleções de lápis de cor e 5 réguas(50 cm);
- 5 sólidos a serem projetados com dimensões entre 15 cm e 20 cm. Não superior as essas dimensões para que possam ser planificados em uma cartolina, e;
- celular(usar dos próprios alunos).

### 4.1.2 Procedimentos

1º - Divisão dos grupos e direcionamento para suas mesas de atividades que já devem conter os materiais necessários.

2º - Fazer uma apresentação da oficina e seus objetivos e conteúdos a serem enfatizados.

3º - Cada grupo deve escolher um colega, ou seja, um aluno A para ser o observador(olho). Esse observador vai manipular a lanterna que estará no topo do cabo de vassoura, que estará posicionada entre 1 m e 2 m de distancia da mesa do grupo. Esse aluno A deve focar raio do lazer em cada um dos vértices do objeto que esteja sobre sua visão, de maneira que este raio, ao se retirar o objeto, também intercepte a folha de cartolina.

4º - Pedir ao grupo que coloquem a cartolina sobre a mesa, e sobre a cartolina o objeto a ser projetado. O objeto deve ser colocado de tal forma que nenhuma face fique ortogonal ao aluno observador. Na Figura 4.1 temos a ilustração do cenário da Oficina 1 para cada grupo.

5º - Outro aluno B, de posse de um lápis, deverá marcar a projeção do vértice na folha de cartolina. Fazendo isso para cada vértice. É importante atentar para não deslocar o objeto da posição original

Observação 1: quando o observador focar um vértice e o raio do lazer não aparecer na cartolina para ser marcado, o observador(aluno A) deve manter a mira nesse vértice, e um aluno C deverá retirar o objeto e então o aluno B marcará o ponto onde a luz do lazer atingiu a cartolina.

Observação 2: os vértices da base do cubo sobre a mesa, devem ser marcados sem a necessidade do raio do lazer, pois para estes não existe projeção, uma vez que já estão sobre a cartolina. Além disso, só devem ser marcados os vértices que estiverem sendo visto pelo observador, uma vez que o objeto é opaco, não sendo necessário a projeção

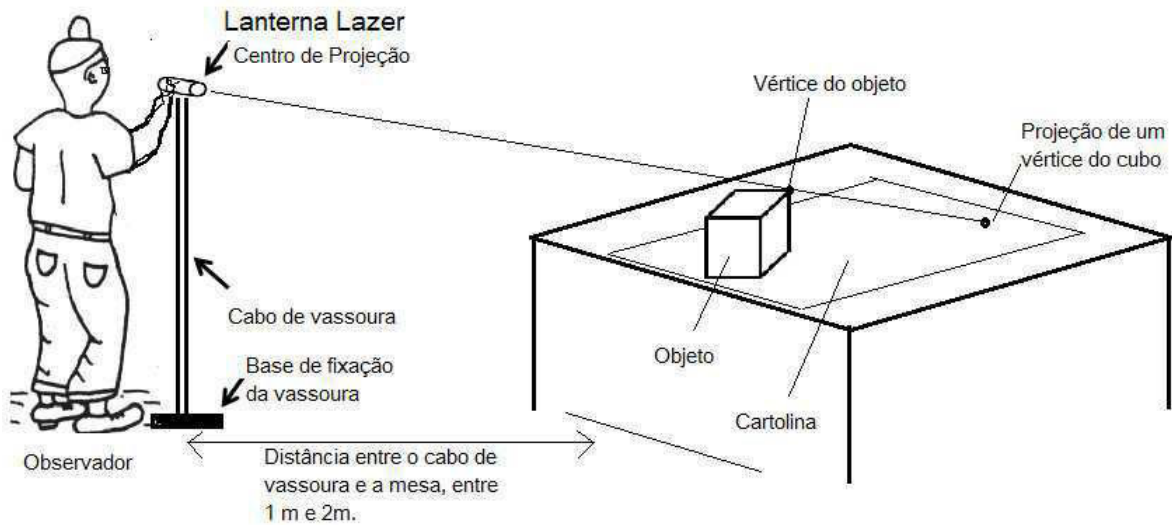


Figura 4.1: Cenário Oficina 1

de algo que não está se vendo, caso o objeto fosse transparente, aí sim, haveria a necessidade de sua projeção. Para o caso de um prisma regular, se colocado da forma correta apenas um vértice não será visualizado pelo observador. Verificar Figura 4.2.

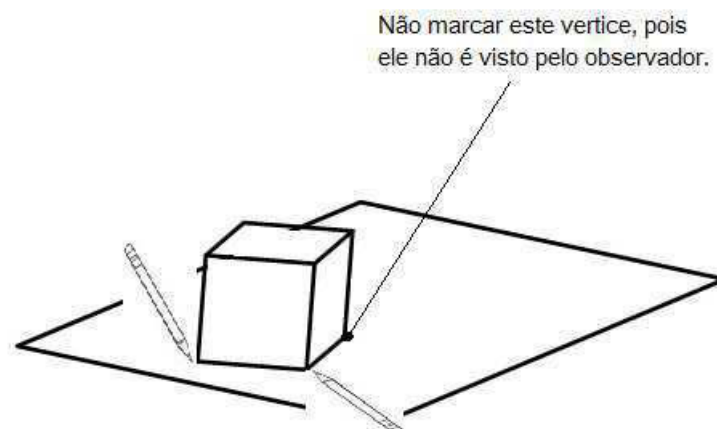


Figura 4.2: Vértices da base do sólido

6º - Considerando o prisma da Figura 4.1, ao retirarmos esse objeto, deve-se ter 7 pontos marcados na cartolina. Pedir aos alunos que liguem os pontos externos. E o ponto que ficou mais central ligar aos laterais superiores, conforme a Figura 4.3.

Observação 3: O cabos de vassoura, ou seja, o ponto de observação, deve permanecer no seu local de origem, pois será utilizado nos procedimentos finais.

7º - Os alunos devem pintar as três figuras planas quadrangulares obtidas e depois fazer um recorte conforme a linha tracejada na Figura 4.4.

8º - E agora o ponto culminante da oficina. Os alunos devem tirar fotos da folha de cartolina com suas câmeras de celulares posicionadas no lugar da lanterna(lazer), ou

seja, na ponta do cabo de vassoura. A imagem que vai aparecer deve ser o cubo com efeito 3D. Figura 4.5.

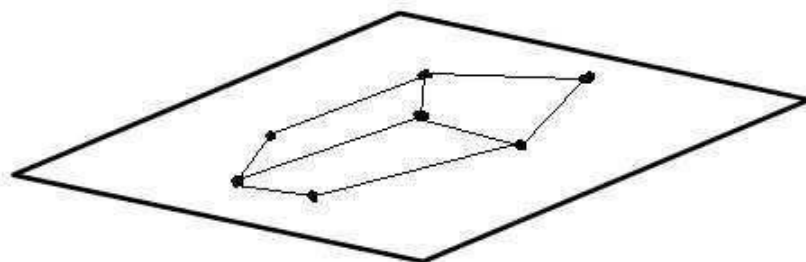


Figura 4.3: Vértices na cartolina (a)

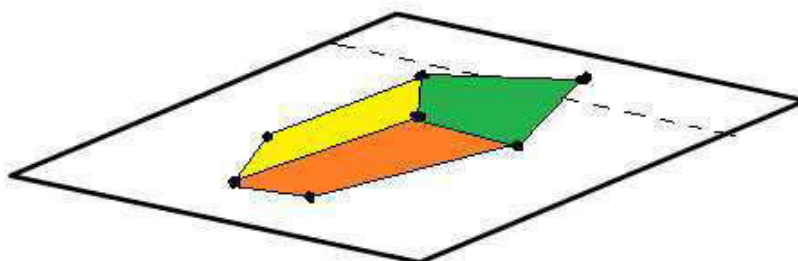


Figura 4.4: Vértices na cartolina (b)

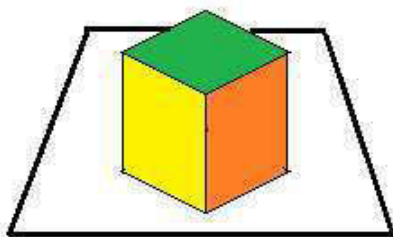


Figura 4.5: Imagem vista do ponto de observação

## 4.2 Oficina 2: projeção em vários planos

Nesta oficina acrescentaremos um pouco mais de complexidade, e estaremos fazendo a projeção em mais de um plano. Da mesma forma estaremos dando um objeto para cada grupo e estes farão a projeção dos objetos, primeiramente em dois planos, fazendo uma dobra ao meio de folha de papel A3 e ajustando-a ao diedro dado, e depois a projeção em três planos, recortando três folhas de cartolina e ajustando-as à forma do triedro dado.

### 4.2.1 Material necessário

Material utilizado pelos grupos:

- 5 mesas;
- 5 Lanternas(lazer) pequenas,
- 5 Cabos de vassouras com base para fixação;
- 5 diedros retos ( $90^\circ$ ) de madeira;
- 5 triedros de trêsângulos retos
- 5 folhas de papel A3 grossa;
- 5 tubos pequenos de cola
- 5 coleções de lápis de cor e 5 réguas(50 cm);
- o sólido a ser projetado, dessa vez um paralelepípedo com dimensões entre 15 cm e 20 cm de altura e base quadra de 8 cm a 10 cm. Não superior a essas dimensões para que possa ser projetado na folha de papel A3 ajustada no diedro ou triedro.
- celulares dos próprios alunos

### 4.2.2 Procedimentos: planificação em dois planos

1º - Divisão dos grupos e direcionamento para sua mesa de trabalho que já devem conter os materiais necessários.

2º - Faça uma apresentação da oficina enfatizando seus objetivos e conteúdos. Não esquecendo de definir diedro e triedro, conforme Figuras 4.6 e 4.7, respectivamente.

3º - Cada grupo deve escolher um colega, aluno A, para ser o observador (olho), observar Figura 4.8. Esse observador vai manipular a lanterna que estará no topo do cabo de vassoura, a qual será posicionada entre 1 e 2 metros de distância da mesa. Esse aluno A deve focar o raio da lanterna em cada um dos vértices do objeto que esteja sobre sua visão, de maneira que este raio também intercepte a folha de papel A3 como ilustrado na Figura 4.8.

4º - Pedir ao grupo que dobrem a folha de papel A3 ao meio e ponha cola nas pontas, pelo lado externo, para ser colada no diedro de madeira sobre a mesa. Depois colocar o objeto a ser projetado em cima da folha de A3 conforme a Figuras 4.6 e 4.7. O objeto deve ser colocado de forma que nenhuma face fique ortogonal ao aluno A, inclusive os lados do diedro devem ser posicionados de forma que não seja ortogonal ao aluno observador. Conceito e definição de ortogonalidade devem ser falados antes, para que os alunos possam lembrar e tenham melhor entendimento sobre o posicionamento.

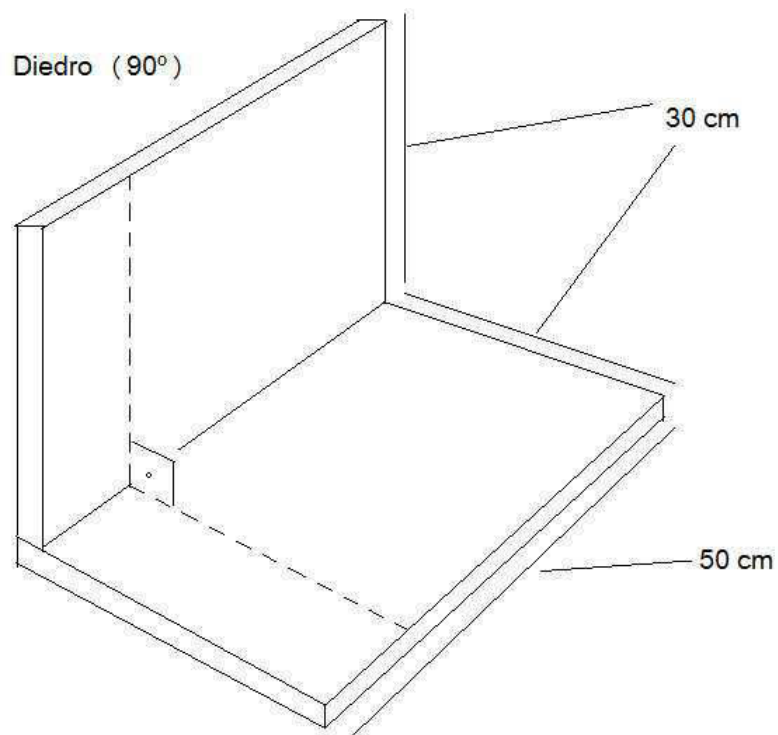
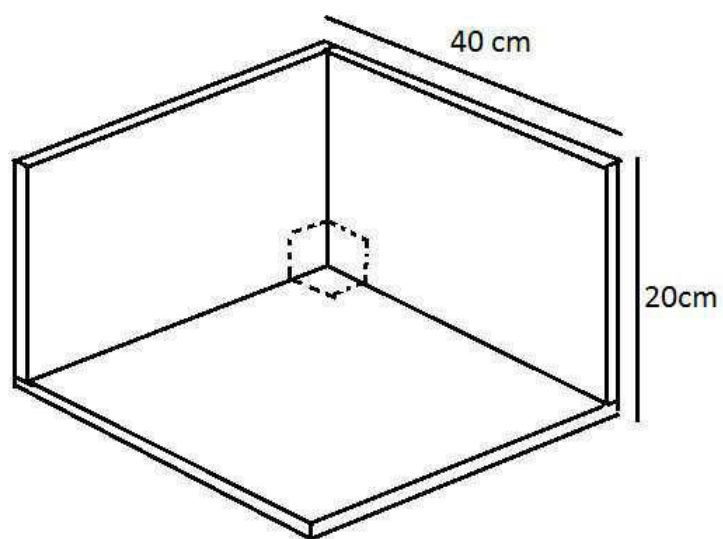


Figura 4.6: Diedro reto



Triedro de três ângulos retos

Figura 4.7: Triedro trirretângulo



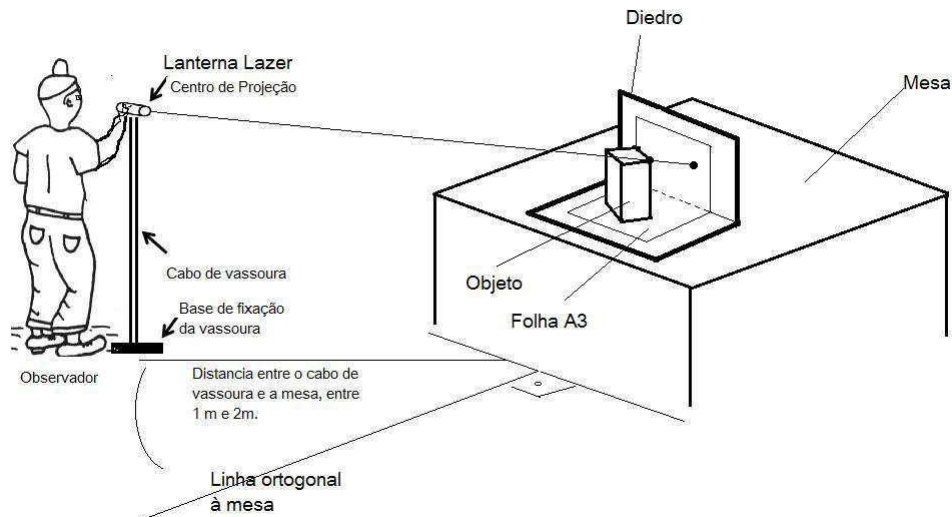


Figura 4.8: Cenário da Oficina 2

5° - este procedimento é semelhante à oficina anterior. Na verdade, os procedimentos são todos análogos à oficina anterior. A diferença é que deverão ser marcados dois novos pontos. O aluno A deve focar o raio da lanterna na dobra da folha da direita para a esquerda, e também da esquerda para a direita. No ponto onde o raio da lanterna desaparecer na folha A3, deverá ser marcado esse ponto, assim serão dois pontos, um pela direita e outro pela esquerda, como indicado na Figura 4.9.

6° - Nesse momento, tem-se 9 pontos marcados na folha A3. Então, retira-se a folha A3 do diedro, pede-se aos alunos que liguem os 8 pontos externos, e o ponto que sobrou central, deverá ser ligado aos dois laterais superiores, conforme as Figuras 4.9 e 4.10.

Lembrando que não se deve mover o cabo de vassoura do seu lugar, ele deve continuar no mesmo local onde o observador manipulou o laser

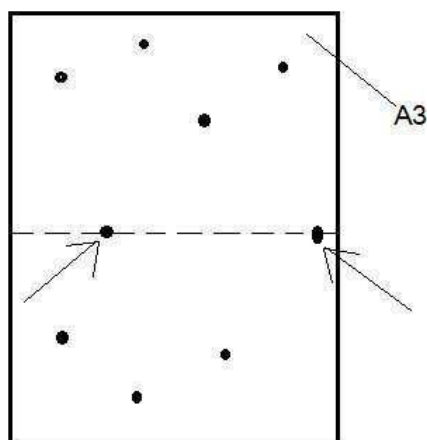


Figura 4.9: Vértices no papel A3

Deverá ser marcado um 10° ponto na linha de dobra, que deve ser obtido pela

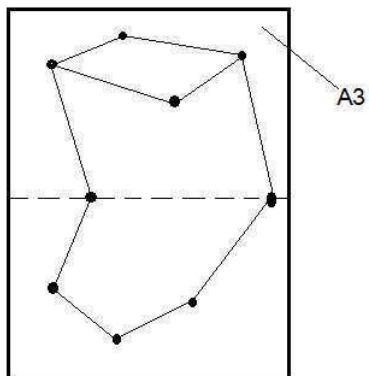


Figura 4.10: Vértices unidos

paralela ao lado linha que une os pontos identificados na Figura 4.11. E, finalmente,

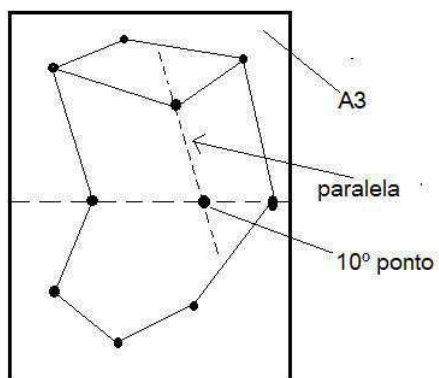


Figura 4.11: Linha passando pelo 10º ponto

para essa etapa, ligar os pontos fazendo um corte na metade do plano vertical. Após, pintura devemos obter as seguintes Figuras 4.12 e 4.13.

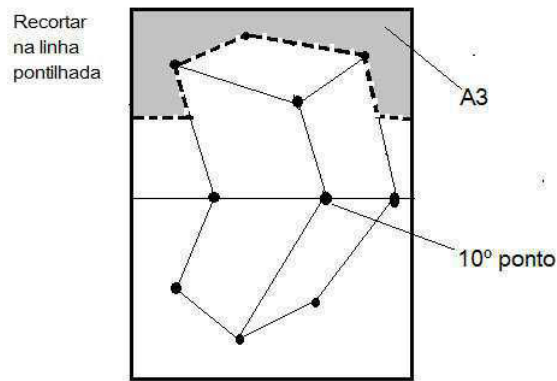


Figura 4.12: Pontos a serem unidos

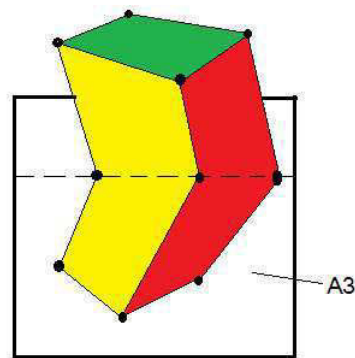


Figura 4.13: Forma planificada do sólido no papel A3

7º - E agora o ponto culminante da oficina 2. Pede-se aos alunos que coloquem novamente a folha de papel A3 no diedro para tirar fotos com suas próprias câmeras de celulares posicionadas no lugar da lanterna de lazer, ou seja, na ponta do cabo de vassoura. A imagem que vai aparecer deve ser o paralelepípedo com sensação de que ele de fato está sobre a folha A3 e não desenhado na mesma. Deve-se ver algo como na Figura 4.14.

### 4.2.3 Procedimentos: planificação em três planos

Para obtenção da projeção do sólido em três planos, os procedimentos são os mesmos anteriores. Resaltamos que teremos três folhas de papel A3 recortadas no tamanho dos lados e da base do triedro.

As sequências das Figuras 4.15 à 4.18 ilustram muito bem as etapas para construção da projeção em três planos. O objeto projetado será o mesmo utilizado na projeção em dois planos, ou seja, prisma. Observe atentamente.

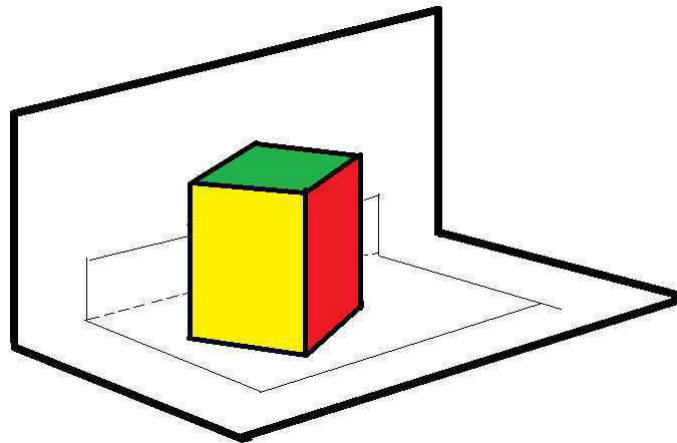


Figura 4.14: Imagem obtida do sólido no diedro

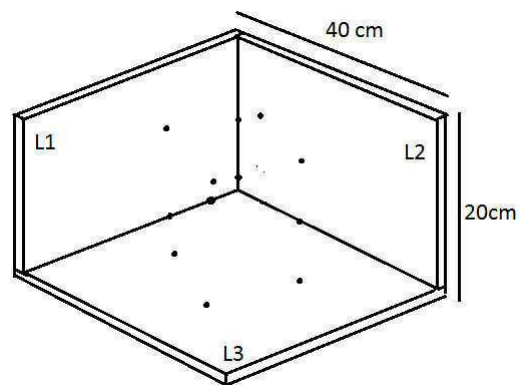


Figura 4.15: Pontos marcados pela projeção do laser

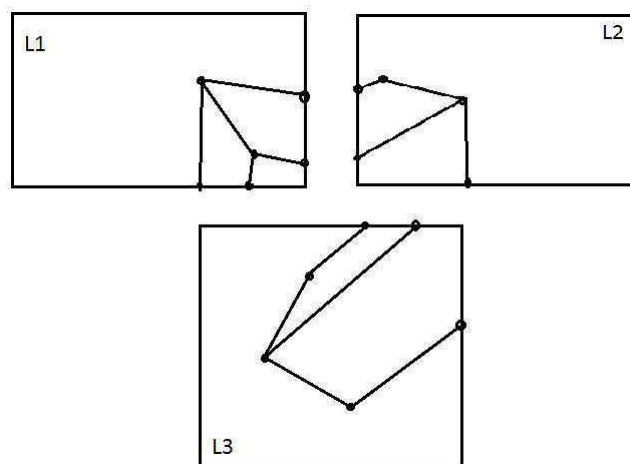


Figura 4.16: Figuras obtidas pela união dos pontos

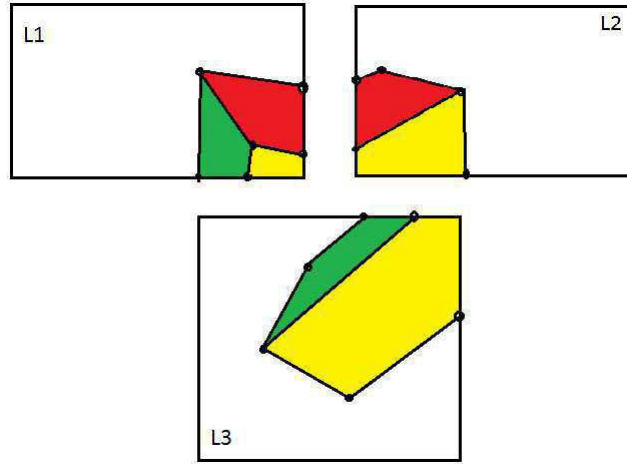


Figura 4.17: Imagens planificadas do objeto nas três faces do triedro

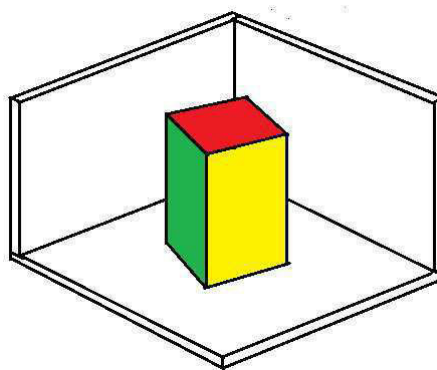


Figura 4.18: Imagem obtida em 3D do objeto



## 5 Oficina em Campo

No capítulo anterior fizemos uma explanação dos procedimentos que foram adotados durante a realização da Oficina de Geometria de Efeito 3D. Agora trataremos de observações, análises e resultados da oficina em campo. Nos três eventos em que a oficina foi apresentada, foi observado um número excessivo de inscrições em relação à demais oficinas disponibilizadas pelos eventos. Aqui nos atentaremos mais precisamente ao evento III Mostra DE Atividades do PIBID-Uruçuí: Modelagem, Métodos e Técnicas que Contribuem para o Ensino e Aprendizagem. Na Figura 5.1 é mostrada uma foto do evento destacando total atenção dos alunos.



Figura 5.1: Oficina de Geometria de efeito 3D - III Mostra PIBID

### 5.1 Da Aplicação de Conteúdos de Geometria

A ilustração obtida na Figura 5.2 mostra um momento da Oficina 1 em que foi feita uma parada na oficina para aplicação e contextualização de conteúdos. Na Tabela 5.1 estão pontuados questionamentos feitos aos alunos, não necessariamente na ordem em

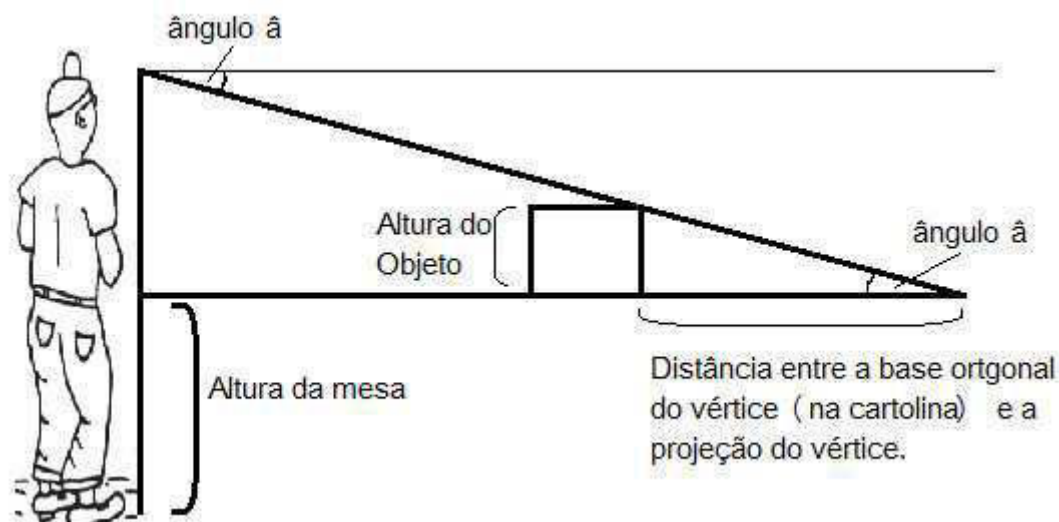


Figura 5.2: 1ª Ilustração Oficina 1 para aplicação de conteúdos da geometria

que se apresentam.

Uma outra situação também foi ilustrada, agora em relação a oficina 2, conforme a Figura 5.3. É importante frisar que nessa situação é exigido um pouco mais de conhecimento de notações de espaço, ponto, reta, paralelismo, eixo ortogonal, conjunto no espaço  $R^3$ .

Ainda com relação à Figura 5.3, os próprios alunos apresentaram questionamentos sobre a caixa obtida. Foi um belo momento para explicar e tirar dúvidas sobre o paralelepípedo que aparece sempre que é feita a localização de um ponto em um sistema tridimensional.

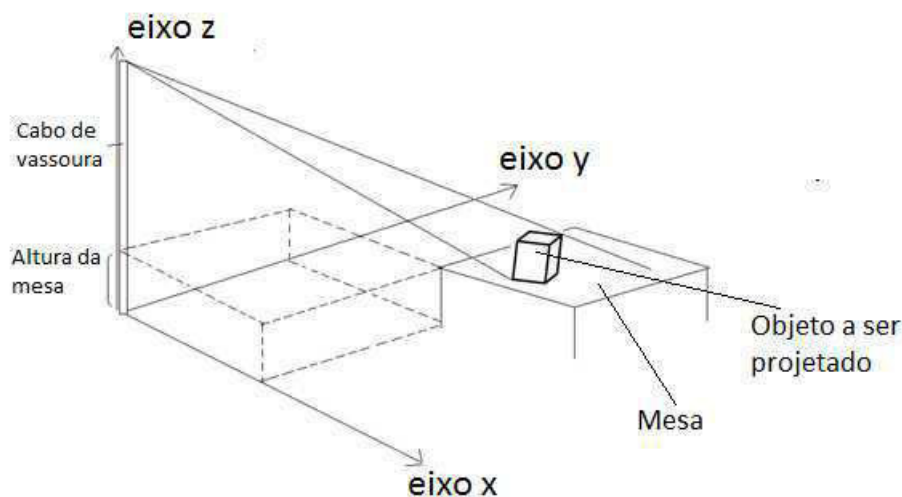


Figura 5.3: 2ª Ilustração Oficina 1 para aplicação de conteúdos da geometria

Na ilustração da Figura 5.3, houve necessidade de uma apresentação rápida sobre localização e posicionamento de um ponto em espaço através de programas gráficos.



Questionamento	Conteúdo relacionado
Qual a distância da base do vértice até o ponto de projeção do vértice?	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Semelhança de triângulos</li> <li>- Ângulos</li> <li>- conceitos da trigonometria</li> <li>- Teorema de Tales de Mileto</li> </ul>
Encontre as medidas dos lados dos triângulos observados na ilustração da oficina.	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Relações em um triângulo retângulo</li> <li>- Teorema de Pitágoras</li> <li>- Semelhança de triângulos</li> </ul>
Qual a medida do valor aproximado do ângulo $\hat{a}$ ?	<ul style="list-style-type: none"> <li>- conceitos de seno, cosseno e tangentes, com uso da tabela de seno</li> <li>- soma de ângulos internos de um triângulo</li> </ul>
Uma propaganda no campo de futebol pretende obter a imagem de um bloco na forma da letra I de altura igual a 1,5 m , sabendo que o ponto de observação está a uma distância de 150 metros de onde se pretende obter a imagem, e a uma altura de 51,5 m do solo , qual deve ser o comprimento da letra planejado em uma lona para que se obtenha a imagem na altura desejada?	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Ângulos</li> <li>- Relações trigonométricas</li> <li>- Teorema de Pitágoras</li> <li>- semelhança de triângulos</li> </ul>

Tabela 5.1: Questionamentos e conteúdos relacionados - Oficina 1

O programa utilizado foi o Winplot, que é simples e disponibilizado gratuitamente na internet. feito isso, deu-se continuidade a oficina.

Para essa situação, foi considerado a base do cabo de vassoura como origem, e as coordenadas linhas paralelas às paredes, sendo o piso da sala contendo os eixos X e Y. Foram feitos os questionamentos apresentados na Tabela 5.2. observemos.

## 5.2 Da Produção dos Alunos

No que se refere a oficina, o seu andamento foi espetacular, graças ao apoio dos alunos que se mostraram de forma a sempre cooperar, sendo que alguns alunos se tornaram até auxiliares na orientação para alguns outros alunos ou grupos que não conseguiram o entendimento no primeiro momento.

Questionamento	Conteúdo relacionado
Obtenha as coordenadas de algum vértice da base superior do paralelepípedo.	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Coordenadas no plano e no espaço: eixos das abscissas, ordenadas, e cotas</li> <li>- Vetores</li> </ul>
Encontre a distância entre vértice utilizado anteriormente e sua projeção na folha de papel A3	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Coordenadas no plano e no espaço: eixos das abscissas, ordenadas, e cotas</li> <li>- Vetores</li> <li>- Distância entre pontos</li> </ul>

Tabela 5.2: Questionamentos e conteúdos relacionados - Oficina 2

No que diz respeito à produção dos alunos, as Figuras 5.4 à 5.11 apresentam algumas dessas.

### 5.3 Dos Resultados da aplicação da oficina

Quando se analisa resultados ou mesmos conclusões de um trabalho científico como esse partimos do princípio de que neste sejam apresentados resultados que tenham um sentido de finalidade, de definições claras acerca dos objetivos delineados pelo pesquisador. Porém, imbuído no contexto do paradigma da complexidade, no qual a relatividade é o adjetivo principal, entendemos que a apresentação dos resultados de uma pesquisa seja um referencial para novas discussões, novos embates científicos e, assim sendo, destacamos como importantes, além dos resultados expostos com teor de finalização, as sugestões e encaminhamentos que o pesquisador possa deixar relacionados ao tema de seus estudos. Nesse sentido, faremos uma discussão voltada para os elementos que emergiram a partir da coleta de dados e no percurso serão feitas sugestões, que, no nosso entendimento, poderão contribuir para a melhoria do ensino/aprendizagem de Matemática.

E diante disso, o que se observou foi um comprometimento incomensurável por partes dos alunos no sentido de fazer da melhor maneira possível acontecer o esperado, a figura em 3D. E isso foi alcançado. Muito mais que isso, os questionamentos feitos durante a oficina, foram todos solucionados e com a participação de todo o grupo.

A situação pareceu inusitada para os alunos. O questionamento sugido na oficina sobre a caixa, mais precisamente o paralelepípedo, na projeção em três planos, significa o tanto que subestimamos a capacidade e aguçamento da mente desses acadêmicos. O Teorema de Pitágoras foi por tantas vezes utilizados que, que os alunos chegaram



Figura 5.4: Projeção feita pelos alunos (a)



Figura 5.5: Projeção feita pelos alunos (b)

a conclusão que tão importante é o conhecimento deste. E mais, a comparação de resultados como os valores encontrados pelo Teorema de Pitágora e pelas relações trigonométricas tiveram assim, um relevância muito grande, pois os alunos ficaram fascinados pela exatidão dos resultados.

Além disso, os questionamentos favoreceram boa parte dos conteúdos da geometria plana, espacial e analítica abordados nos ensino médio. Como a oficina oferece uma gama de possibilidades, a realização de um projeto voltado para aplicação de conteúdos com auxílio da oficina é muito proveitoso. Várias são as indagações e novos questionamentos que se podem fazer.



Figura 5.6: Projeção feita pelos alunos (c)

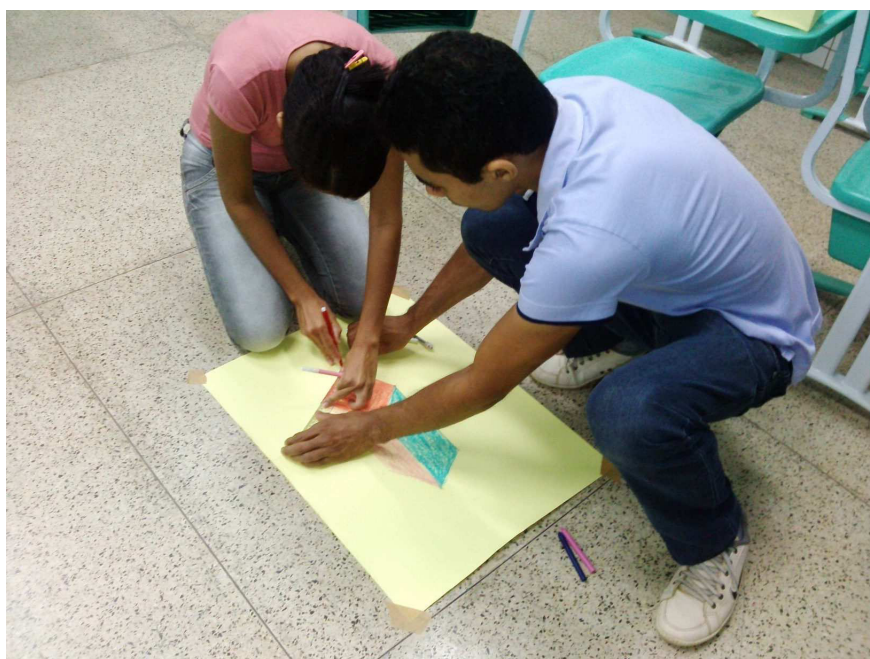


Figura 5.7: Projeção feita pelos alunos (d)

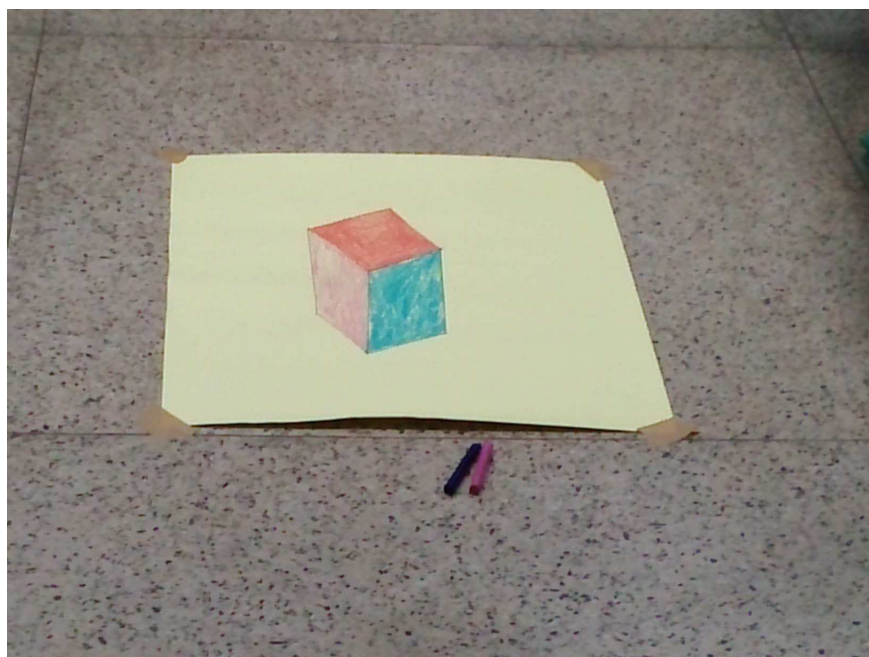


Figura 5.8: Projeção feita pelos alunos (e)

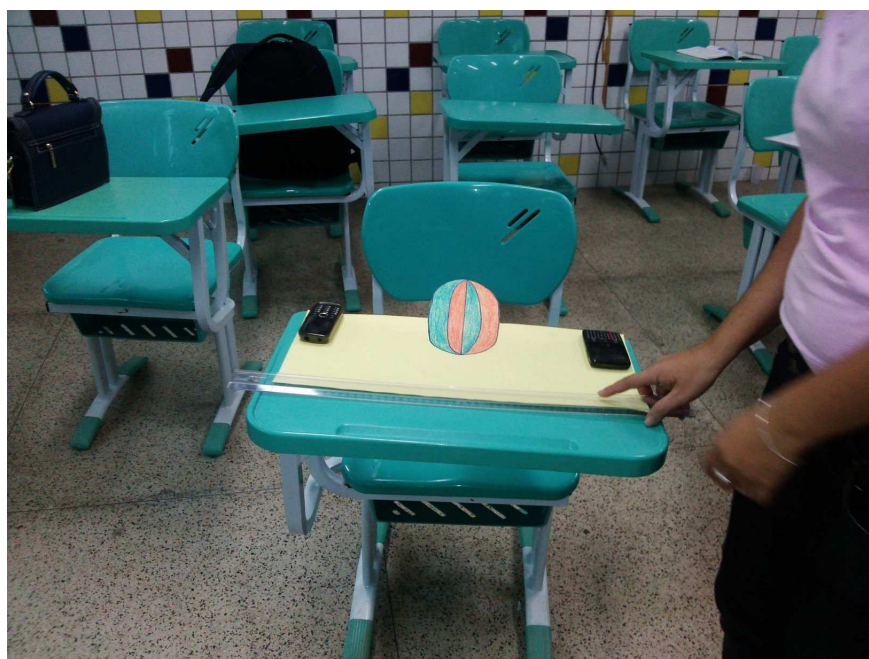


Figura 5.9: Projeção feita pelos alunos (f)

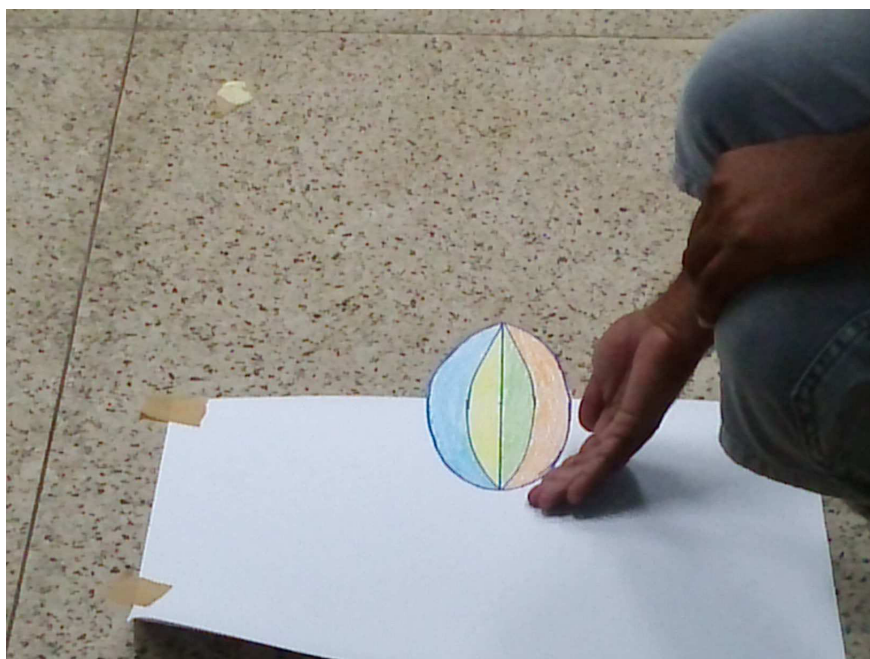


Figura 5.10: Projeção feita pelos alunos (g)



Figura 5.11: Projeção feita pelos alunos (h)

## 6 Conclusão

Os estudos sobre a aprendizagem de Matemática têm nos mostrado, há algum tempo, que se faz necessário repensarmos as práticas teóricas e didáticas que permeiam as salas de aula do sistema educativo brasileiro e, também, o currículo dessa ciência, especialmente no que concerne ao Ensino Básico. D'Ambrósio (2001), Fiorentini (1995) e Pavanello (2001), apontam para essa necessidade.

As discussões referem-se a muitos elementos constituintes do processo de ensino e aprendizagem de Matemática. Para muitos, como D'Ambrósio (2001), os currículos precisam ser repensados; a formação docente, conforme atesta Cury (2001), necessita atender as exigências que se impõem para um profissional do ensino nos dias atuais, voltado para uma aprendizagem na qual o aluno seja o construtor do seu próprio conhecimento; os processos didáticos em sala de aula, de acordo com Valente (1996), devem, claro, ter também como aliada a tecnologia, uma vez que não mais se concebe o ambiente escolar ignorando os avanços científicos do mundo moderno. Porém, essas vertentes, na prática, ainda não têm ganhado força no meio educacional e, talvez por isso, o que se percebe são relatos de docentes e de discentes além dos resultados de avaliações que mostram uma realidade preocupante.

As análises e resultados da oficina indicam que a metodologia proposta contribuiu para um melhor desempenho da aprendizagem dos alunos. Importante, acrescenta-se a esses resultados o interesse e a motivação dos alunos em sala de aula no desenvolvimento das atividades experimentais envolvendo os modelos concretos de geometria e a melhora no entendimento das propriedades geométricas. E sem dúvida, esse interesse é que vai ser um fator fundamental na aprendizagem.

E ainda podemos concluir que esta oficina não se aplica, necessariamente, somente ao ensino médio, podendo serem feitas algumas adaptações para o ensino fundamental. E mais ainda, também podem ocorrer adaptações para o ensino superior, pois os questionamentos em torno da geometria analítica e das transformações lineares em  $\mathbb{R}^n$ , são imensos.

Vale ainda ressaltar que podemos ter a computação gráfica como aliada, uma vez que é preciso insistir que a concentração dos esforços deve ser redirecionada para a representação bidimensional da geometria espacial, para a simulação espacial destes fenômenos, e usando a computação para modelar e posicionar corretamente os sólidos e

seus inter-relacionamentos, a obtenção de projeções e interseções pode se dar de modo mais confiável e preciso pela geometria analítica do software do que pela geometria gráfica do desenho.

Enfim, a oficina nos mostrou que é possível a sua concepção como rotina nas escolas de ensino médio, pois é uma aliada na conquista do aluno, dando-lhe conhecimento e estímulo para aprendizagem de um conteúdo que vem se tornando muito distante das necessidades reais de uma vida acadêmica.



# Referências

- [1] ALMOULOU, S. A.; Mello, E. G. S. *Iniciação à demonstração: aprendendo conceitos geométricos*. Trabalho apresentado na ANPED. 2000. Disponível em:  
  
<[http://www.ufrrj.br/emanped/paginas/conteudo\\_producoes/docs\\_23/iniciacao.pdf](http://www.ufrrj.br/emanped/paginas/conteudo_producoes/docs_23/iniciacao.pdf)> acesso em: 20/fev/2014.
- [2] CURY, H. N. /em Concepções e crenças dos professores de matemática: pesquisas realizadas e significados dos termos utilizados. *Bolema*. Rio Claro, v. 12, n. 13, p. 24-43. 1999.
- [3] D'AMBROSIO, U. *Educação pra uma sociedade em transição*. 2. ed. Campinas: Papirus, 2001. 197 p.
- [4] D'AMBROSIO, U. *Conteúdo nos cursos de formação de professores de matemática*. 2004. Disponível em:  
  
<<http://www.velo.sites.uol.com.br/conteudo.html>> acesso em: 19/mai/2014.
- [5] FIORENTINI, D. *Alguns modos de ver e conceber o ensino da matemática no Brasil*. *Zetetike*, Campinas, n.4, 3. 1995, p.1-37.
- [6] FONSECA, Solange. *Metodologia de Ensino: matemática*. Belo Horizonte: Ed. Lê: Fundação Helena Antipoff, 1997.
- [7] HOLANDA, F. *Contextualização de conteúdos de matemática como facilitador da aprendizagem no ensino médio*. 2008. 67 f. Monografia(Licenciatura em Matemática) ? Instituto Federal do Piauí, Teresina, 2008.
- [8] LACOURT, H. *Noções e fundamentos de geometria descritiva*. Rio de Janeiro: Guanabara Koogan, 1995.
- [9] PAVANELLO, R. M. Matemática e Educação Matemática. *Boletim da SBEM-SP*. Campinas, SP: ano 7, n. 1, p. 3-14.

[10] PAVANELLO, R. M. *O abandono do ensino de geometria: uma visão histórica*. 1989. Dissertação (Mestrado) - Faculdade de Educação, Universidade Estadual de Campinas, SP, 1989.

[11] POMBO, O. *Os mundos impossíveis*. Instituto de Educação: Universidade de Lisboa. 2003.

<<http://www.educ.fc.ul.pt/docentes/opombo/seminario/escher/escher3.html>> acesso em: 23/mar/2014

[12] PRINCIPE JUNIOR, A. R. *Noções de geometria descritiva*. São Paulo: Nobel, reimpressão 2009.

[13] RABELLO, P. S. B. *Goemetria descritiva: fundamentos e operações básicas*. Rio de Janeiro, RJ. 2011.

<<http://www.ime.uerj.br/ensinoepesquisa/LIVROS%20DE%20GEOMETRIA/GDFUNDAMENTOS.pdf>> acesso em: 19/abr/2014