Universidade Federal do Piauí
Centro de Ciências da Natureza
Pós-Graduação em Matemática
Mestrado Profissional em Matemática - PROFMAT

Ensino de Estatística no Ensino Médio: uma aplicação no 3º ano para os alunos de Coelho Neto-MA

Amsterdã Lopes de Oliveira

Teresina - 2014

Amsterdã Lopes de Oliveira

Dissertação de Mestrado:

Ensino de Estatística no Ensino Médio: uma aplicação no 3º ano para os alunos de Coelho Neto-MA

Dissertação submetida à Coordenação Acadêmica Institucional do Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional da Universidade Federal do Piauí, oferecido em associação com a Sociedade Brasileira de Matemática, como requisito parcial para obtenção do grau de Mestre em Matemática.

Orientador:
Profa. Dra. Valmária Rocha da Silva Ferraz

Teresina - 2014

FICHA CATALOGRÁFICA
Universidade Federal do Piauí
Biblioteca Comunitária Jornalista Carlos Castello Branco
Serviço de Processamento Técnico

O48e Oliveira, Amsterdã Lopes de.
Ensino de Estatística no Ensino Médio : uma aplicação no 3º ano para os alunos de Coelho Neto-MA/ Amsterdã Lopes de Oliveira. -- Teresina, 2014.
70 f.

Dissertação (Mestrado em Matemática) – Universidade Federal do Piauí, 2014.
Orientação: Profª. Drª. Valmária Rocha da Silva Ferraz.

1. Estatística - Matemática. 2. Matemática - Ensino Médio. 3. Matemática. I. Título.

CDD 519.5

PROFMAT

UNIVERSIDADE FEDERAL DO PIAUÍ
CENTRO DE CIÊNCIAS DA NATUREZA
CENTRO DE EDUCAÇÃO ABERTA E À DISTÂNCIA
MESTRADO PROFISSIONAL EM MATEMÁTICA EM REDE NACIONAL

SBM

Dissertação de Mestrado submetida à coordenação Acadêmica Institucional, na Universidade Federal do Piauí, do Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional para obtenção do grau de **mestre em matemática** intitulada: Ensino de Estatística no Ensino médio: uma aplicação no 3º ano para os alunos de Coelho Neto-MA, defendida por Amsterdã Lopes de Oliveira em 13/08/2014 e aprovada pela banca constituída pelos professores:

Valmária Rocha da Silva Ferraz
Presidente da Banca Examinadora

Jurandir de Oliveira Lopes
Examinador

Laya Raquel Oliveira dos Santos
Examinador Externo

Dedicatória.

Dedico à Deborah, minha digníssima e amada esposa, aos meus filhos Rayssa Mel e Amsterdã Filho e aos meus pais Bernardo Bastos e Maria Gorete Lopes, pelo amor, incentivo, carinho e compreensão nesta etapa da minha vida.

Agradecimentos

Agradeço a Deus em primeiro lugar, pois sempre esteve me abençoando com seu infinito amor e misericórdia.

Agradeço a minha esposa, por ser fiel e companheira em todos os momentos de minha vida, além de compreender minha ausência no período deste curso.

Agradeço aos meus filhos Rayssa Mel e Amsterdã Filho por serem minha maior fonte de energia para eu continuar estudando, mesmo estando longe deles.

Agradeço aos meus pais Bernardo Bastos e Maria Gorete Lopes pela educação, amor e carinho que sempre tiveram por mim.

Agradeço aos meus irmãos Oberdan e Constância por acreditarem em mim e sempre estarem me dando força.

Agradeço a todos os meus professores, em especial à minha orientadora Prof. Dra. Valmária pela excelência orientação, competência, disponibilidade, atenção e amizade.

Agradeço a todos os meus amigos do curso pela amizade e compartilhamento de ideias e experiências.

Agradeço a todos os meu amigos da Escola Magno, em especial, ao professor Ricardo, professor Roberto Carlos, professora Irene e professora Dalva.

Agradeço a UFPI por acreditar e fazer essa grande parceria com o PROFMAT.

Agradeço (a CAPES, ao CNPq, a FAPEPI) pelo apoio financeiro.

"*Chamar um estatístico depois que o experimento está pronto é quase que o mesmo que lhe encomendar um exame post mortem: ele é capaz de dizer por que o experimento morreu*".

Ronald Aylmer Fisher ($1890 - 1962$).

Resumo

Esta dissertação trata de uma aplicação de Estatística través de um projeto no Ensino Médio da escola pública CE. Dr. Carlos Magno Duque Bacelar, na cidade de Coelho Neto - MA. Este projeto apresenta duas metodologias de ensino aplicadas para dois grupos: a primeira é feita de forma bem tradicional, usando somente os recursos básicos (livro didático, quadro e pincel) e a outra é realizada através de seminário, consulta em revistas matemáticas, internet, outros livros didáticos, pesquisa de campo, slides, etc. Fizemos a seleção destes dois grupos atavés de um pré-teste com 10 questões objetivas do ENEM. Em seguida foi descrita todas as etapas do projeto, sendo que posteriormente os dois grupos foram submetidos a um pós-teste para avaliar o quanto evoluíram durante o projeto. Por fim, foi feita uma análise detalhada das notas e do desempenho obtidos pelos alunos de ambos os grupos nos testes. Para tal análise, foram utilizados além dos gráficos e tabelas, os testes de hipóteses.

Palavras - chave: Estatística, Ensino de Estatística, Tabelas de Frequência, Gráficos, Testes Estatísticos

Abstract

This paper deals with an application of statistical slant of a project in high school public school CE. Dr. Carlos Magno Duque Bacelar, in the city of Coelho Neto - MA. This design features two teaching methodologies applied to two groups: the first is made of very traditional way, using only the basic resources (textbook, picture and brush) and the other is conducted through workshop, consultation mathematical journals, internet, other textbooks, field research, slides, etc.. Made the selection of these two groups through a pretest with 10 objective questions ENEM. It was then described all stages of the project, and later the two groups were subjected to a post-test to assess how developed during the project. Finally, a detailed analysis of the notes and the performance achieved by the students of both groups in the tests was taken. For this analysis, were used in addition to the charts and tables, tests of hypotheses.

Keywords - Keywords: Statistics, Education Statistics, Frequency Tables, Graphs, Statistical Tests

Sumário

Lista de Tabelas

Lista de Figuras

Introdução

Torna-se cada vez mais imprescindível o ensino de Estatística na Educação Básica. De acordo com (BRASIL [1]) o ensino de Estatística na escola vem ao encontro de uma sociedade que, muitas vezes, se comunica através de gráficos, tabelas e estatísticas descritivas. São estatísticas do trânsito, estatísticas da saúde, estatísticas do jogo de futebol, etc. Para que o cidadão sobreviva e assimile este "mar de estatísticas"é necessário que alguns conceitos sejam trabalhados desde a escola.

À medida que vamos nos integrando ao que se denomina uma sociedade da informação crescentemente globalizada, é importante que a Educação se volte para o desenvolvimento das capacidades de comunicação, de resolver problemas, de tomar decisões, de fazer inferências, de criar, de aperfeiçoar conhecimentos e valores, de trabalhar cooperativamente (BRASIL [1]). A Estatística nesse contexto tem um papel fundamental de facilitadora da leitura e conhecimento desta sociedade.

Imbuídos em contribuir na melhoria do ensino da Estatística no município de Coelho Neto - MA, desenvolvemos este presente trabalho que visa apresentar uma forma diferente de trabalhar a Estatística: o Ensino de Estatística através de Projetos, apresentando metodologias para o processo de ensino e aprendizagem desta área do conhecimento que estejam correlacionadas aos conteúdos programáticos tradicionais como uma ferramenta a mais na construção do conhecimento. (BATANERO [2]) afirma que os projetos estatísticos aumentam a motivação dos alunos e que a principal característica de um curso baseado em projetos de estatística é a ênfase que é dada às tarefas que, pelo menos aproximadamente, devem ser realistas.

Este trabalho está organizando da seguinte forma:

O capítulo inicial discorre sobre a história da Estatística, com citações de nomes de pessoas que deram importantes contribuições ao desenvolvimento dessa área do conhecimento, com suas respectivas épocas assim como também é descrito os principais motivos para a realização deste trabalho. No segundo capítulo foi apresentado um resumo sobre os principais conceitos da Estatística Básica: população, amostra, indivíduo, objeto, variáveis, frequências e gráficos.

O terceiro capítulo traz um estudo sobre as medidas de tendência central e de dispersão e a apresentação de alguns exemplos. O quarto capítulo descreve todas as etapas do projeto, desde a seleção dos grupos participantes através do pré-teste, as atividades realizadas pelo grupo B, tais como: apresentação de seminários, coleta de dados, interpretação dos dados coletados, construção de gráficos, entre outros, até a realização do pós-teste com os dois grupos. Para parametrizar o estudo, foi trabalhado os mesmos conteúdos programáticos no grupo A.

No capítulo 5 foi feita uma análise dos resultados obtidos nos testes através de tabelas e gráficos aplicados em ambos os grupos. Primeiramente, para cada grupo, apresentamos os resultados obtidos pelos alunos ou seja, mostramos o desempenho de cada aluno nos testes, assim como a evolução de cada grupo durante o projeto. Posteriormente, foi apresentado o comparativo entre os grupos tanto no pré-teste como no pós-teste.

O capítulo 6 também refere-se a uma análise dos resultados dos grupos obtidos nos testes, mas desta vez, é feita uma análise estatisticamente mais criteriosa, pois foi realizada através de testes de hipóteses estatísticas. Nesse capítulo, descrevemos o teste estatístico que foi aplicado: o teste t de Student. E o último capítulo trata-se das considerações finais deste trabalho.

Capítulo 1

História da Estatística

Em qualquer segmento ou circunstância de nossa vida precisamos analisar todos os dados que estão à nossa volta. Como por exemplos, quando queremos comprar um automóvel, observamos se ele é o mais vendido ou se tem mais estabilidade ou mais potência que um outro. Ao programarmos um passeio, verificamos o horário menos propício a assaltos ou o horário de menor congestionamento. Ao tentarmos passar num concurso público, nos inscrevemos para o lugar com menor concorrência, etc. Em tudo isso e em tantas outras atividades está se fazendo uma análise estatística. Os noticiários nos apresentam diariamente dados numéricos representados através de gráficos, tabelas, uma forma fácil de comunicação, bem organizada, própria da linguagem matemática. Por isso a Estatística é considerada um ramo da Matemática aplicada e inquestionavelmente sempre fez parte da vida do ser humano.

1.1 O surgimento da Estatística

A palavra Estatística tem sua origem na palavra latina STATUS (Estado). Segundo (ANDRADE [13]) a Estatística é um ramo do conhecimento humano que surgiu da necessidade de manipulação de dados coletados e de como extrair informações de interesses desses dados. Sendo assim a Estatística tem como principais objetivos, obter, organizar e analizar dados, cuja finalidade é descrevê-los e explicá-los.

A Estatística vista enquanto ciência só ocorreu a partir do século XVIII, nos registros do alemão Godofredo Achenwall, ainda como catalogação não regular de dados (CRESPO [12]).

Na Babilônia, na China e no Egito há vestígios de que, há uns 3000 anos a.C., já se realizavam censos e até mesmo no livro de Números, livro do Velho Testamento da Bíblia, é feita menção à uma ordem dada a Moisés, para que fosse realizado um levantamento em Israel dos homens que estivessem em condições para guerra. Usualmente, estas informações eram utilizadas para a taxação de impostos ou para o alistamento militar. O Imperador César Augusto, por exemplo, ordenou que se fizesse o censo de todo o Império Romano.

A palavra "CENSO"é derivada da palavra "CENSERE", cujo significado em Latim é "TAXAR", definindo-se também como sendo o "conjunto de dados estatísticos dos habitantes de uma cidade, estado ou nação".

Segundo (DANTE[11]) em 400 a.C., os romanos já faziam regularmente um levantamento da população e do grau de pobreza, com o objetivo de estabelecer taxas de impostos. Em 1085, Guilherme, O Conquistador, solicitou um levantamento estatístico da Inglaterra, que deveria conter informações sobre terras, proprietários, uso da terra, empregados e animais. Os resultados deste Censo foram publicados em 1086 no livro intitulado "Domesday Book"e serviram de base para o cálculo de impostos. O primeiro censo no Brasil foi realizado em 1872, e em 1936 foi criado o IBGE (Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística).

Na Inglaterra do século XVII surgiram os aritméticos políticos, dentre os quais destacaram-se John Graunt (1620-1674) e William Petty (1623-1687), que estudavam numericamente os fenômenos sociais e políticos na busca de explicações quantitativas que viessem explicá-los. O estudo consistia em análises de nascimentos e mortes. Um dos resultados mais importantes foi a constatação de que o percentual de nascimento de crianças do sexo masculino era de (51%) enquanto o do sexo feminino era de (49%). Um dos mais notáveis aritméticos políticos foi o pastor alemão Sussmilch (1707-1767), com o qual pode-se dizer que a Estatística aparece pela primeira vez como meio indutivo de investigação.

Karl Pearson (1857-1936) dedicou-se inicialmente ao estudo da evolução de Darwin, aplicando os métodos estatísticos aos problemas biológicos relacionados com a evolução e hereditariedade. Karl foi fundador do primeiro departamento universitário dedicado à Estatística aplicada, tornando-a uma disciplina científica independente, integrando-a com várias áreas do conhecimento.

1.2 Motivação do Trabalho

Vivemos no mundo da informação, das tecnologias, da globalização. Precisamos interpretar e fazer bom uso de todas as informações que nos cercam e que constantemente são coletadas e apresentadas em formas de tabelas, gráficos, pictogramas, etc. Assim, temos que estar capacitados para uma verídica leitura e interpretação crítica delas.

Neste mundo moderno, nos deparamos a cada momento com novos desafios que nos exigem um melhor tratamento dessas informações, para tanto, devemos estar preparados e bem orientados, pois cada novo desafio trás consigo uma nova oportunidade de melhorarmos como pessoa, cidadão crítico e como profissinoal neste competitivo mercado de trabalho. Nesse contexto (MARANHÃO [3]) afirma que:

> *"Os novos desafios e exigências da realidade social e econômica suscitaram no homem a revisão de posturas, valores, conceitos e atuação vigentes, o que provocou um novo perfil para o homem dos tempos atuais. A relação do homem com esse novo mundo privilegiou a informação e as diversas formas de comunicação e veiculação dos conhecimentos."*

Muitos são os motivos que contribuíram para a elaboração desse trabalho, entre os quais são citados:

1. **Melhorar o método didático**

   O professor, zeloso em suas práticas pedagógicas e inserido neste mundo competitivo e exigente, deve perceber a necessidade de melhorar ou até mesmo de mudar (quando necessário) seu método didático do ensinar Matemática. Através deste trabalho pretende-se colaborar para a desmistificação de que a Matemática é uma área do conhecimento de difícil compreensão e de pouca utilidade para o dia-a-dia do aluno, o que só é possivel quando há uma metodologia voltada para um ensino de forma mais contundente ao cotidiano deste, indo além do uso do livro didático e da permanência em sala de aula, de forma que ele venha ter uma compreensão de mundo através dos conceitos definidos em sala de aula e concretizados em sua vivência.

   Assim, acreditamos que é necessário desenvolver uma didática mais dinâmica na qual sejam propostas situações em que os estudantes realizem atividades, as quais considerem seus contextos e possam observar e construir os eventos possíveis, por meio de experimentação concreta, de coleta e organização de dados.

Deve-se oferecer ao aluno informações e aplicações estratégicas de ensino para que a Matemática não se restrinja a abstração, mas para que haja uma compreensão de conceitos e que ele possa ver, na maioria das vezes, uma aplicabilidade dos conceitos estudados nas resoluções dos problemas reais em torno de si. Nessa óptica, (MARANHÃO [4]) afirma:

> "*A adoção de um método torna o trabalho educativo mais eficiente na medida em que orienta o professor ao facilitar e possibilitar aprofundamentos teóricos e práticos. Sem contudo, ditar os procedimentos que deverão ser executados em sala de aula, pois há diversas formas de abordar uma mesma atividade sem fugir ou contrariar o método adotado.*"

2. **Melhorar a nota em Matemática na prova do Enem**

   Há vários anos, a Estatística vem se fazendo presente não somente nos currículos escolares mas também no cotidiano das pessoas, pois uma boa parte dos meios de comunicação (rádio, jornais, revistas, televisão, internet) usam modelos estatísticos para enriquecerem suas informações que a curto tempo estarão à preciação de análises e críticas.

   Nos exames nacionais, como vestibulares e concursos, e principalmente no Exame Nacional do Ensino Médio - ENEM, isso não tem sido diferente, pois eles têm cobrado muito sobre conhecimentos de Estatística em suas últimas avaliações, como podemos ver na tabela abaixo, construída a partir de uma simples análise das quatro últimas provas do ENEM.

ANO	DIA	Nº E COR DA PROVA	QUESTÕES			TOTAL
2010	2º	5-amarela	140 a 143	145	148	11
			166	167	171	
			175	180		
2011	2º	7-azul	142	154	163	9
			169	170	171	
			173	175	176	
2012	2º	6-cinza	136	139	140	9
			141	156	160	
			175	178	179	
2013	2º	5-amarela	139	141	148 a 150	11
			154	157	170	
			176	177	179	

Tabela 1.1: **Número de questões de Estatística no ENEM**

O ENEM possui um total de 90 questões no 1º dia e 90 questões no 2º dia, sendo que das 90 questões do segundo dia 45 são de Matemática. Observa-se na tabela que dentre as 45 questões de Matemática da prova do ENEM no segundo dia, 9 a 11 delas são referentes a conhecimentos de Estatística, o que corresponde entre 20% a $24,4\%$ do total de questões de Matemática. Assim, a metodologia do ensino de Estatítica aplicada nesse trabalho vem cooperar para um melhor desempenho dos alunos do 3º ano do ensino médio de Coelho Neto-MA nas provas do ENEM. Desta forma, estão aqui apresentados alguns dos principais tópicos que motivaram a elaboaração deste trabalho, na perspectiva de uma melhor apredizagem em Estatística através de uma metodologia que transcede os livros didáticos e as paredes de uma sala de aula, chegando de fato, á realidade do aluno.

Capítulo 2

Conceitos básicos de Estatística

Diariamente, temos contato com a Estatística quando vemos por exemplo, a previsão do tempo nos noticiários, os resultados das pesquisas eleitorais, a porcentagem de eficácia de um medicamento ou as previsões de inflação para um período seguinte. Vivemos em um mundo de números e saber relacionar números com fatos facilita o acompanhamento das rápidas transformações do dia-a-dia, assim como dificulta o engano induzido por resultados falseados. E para chegarmos a conclusões de forma real e convicente é necessário que venhamos a conhecer alguns conceitos básicos de Estatística.

2.1 População estatística e amostra

População estatística é o conjunto formado por todos os elementos com as mesmas características relativas a um assunto em questão numa mesma coleta de dados. Quando a população estatística é muito vasta ou quando não é possível coletar dados de todos os seus elementos, seleciona-se então uma parte dessa polução denominada de *amostra*. Sendo assim, amostra é um subconjunto da população estatística. Para que a amostra seja representativa, isto é, para que ela não apresente tendências distintas da população estatística, devem ser adotados alguns critérios de acordo com o tema(assunto) a ser pesquisado.
EXEMPLO:

Será praticamente impossível pesquisar sobre a intenção de votos de todos os eleitores do estado do Maranhão. Neste caso, todos os eleitores do estado do Maranhão constituem a *população estatística*. Recorremos então, a um grupo desses eleitores-obedecendo aos critérios de seleção-que seja bem representativo. Desta forma, este grupo de eleitores corresponde a *amostra*.

2.2 Indivíduo ou objeto

Indivíduo ou *objeto* é cada elemento que compõe a amostra. No exemplo citado anteriormente, cada eleitor é um indivíduo ou objeto da pesquisa.

2.3 Variável

Variável é uma característica qualquer de interesse que associamos à população ou à amostra para ser estudada estatisticamente. É chamada assim porque apresenta variação de elemento para elemento na população ou amostra de estudo.

2.3.1 Variável qualitativa

Seus valores são expressos por atributos (qualidade do elemento pesquisado) e ela não pode ser mensurada numericamente. Exemplo: cor dos olhos, estado civil, time preferido, classe social.

Além disso, a variável qualitativa se subdivide em:

Variável qualitativa ordinal é aquela que pode ser colocada em ordem. Exemplo: "grau de instrução"é uma *ordinal*, já que seus valores podem ser ordenados (fundamental, médio, superior, etc.)

Variável qualitativa nominal não pode ser hierarquizada ou ordenada,não tem nenhuma ordem de variações. Exemplo: a cor dos olhos, o local de nascimento, sexo, carreira, região onde mora, etc.

2.3.2 Variável quantitativa

Seus valores são expressos por números. Exemplo: altura, massa, idade, número de irmãos, etc.

A variável quantitativa pode ser classificada como:

Variável quantitativa discreta: o conjunto de resultados possíveis podem ser finito ou enumerável. Exemplo: número de filhos, idade da esposa, número de animais, etc.

Variável quantitativa contínua: os valores formam um intervalo ou união de números reais. Exemplo: peso, altura, pressão sistólica, nível de açúcar no sangue.

2.4 Frequência

Em uma pesquisa, para cada variável estudada, contamos o número de vezes que ocorre cada um de seus valores (ou realizações). O número obtido é chamado *frequência absoluta* e é indicada por n_i(cada valor assumido pela variável aparece um determinado número de vezes, o que justifica o uso do índice i).

Em geral, quando os resultados de uma pesquisa (ou estudo)são divulgados em jornais ou revistas, os valores referentes á frequência absoluta aparecem acompanhados do *número total*de valores escolhidos, a fim de tornar a análise mais significativa.

Definimos, então, para cada valor assumido por uma variável, a *frequência relativa*(f_i) como sendo a razão entre frequência absoluta (n_i) e o número total de dados (n), isto é:

$$\boxed{f_i = \frac{n_i}{n}\ .}$$

EXEMPLO:

Suponha que entre um grupo de turistas, que participavam de uma excursão, tenha sido feita uma pesquisa sobre a nacionalidade de cada um e que o resultado dela tenha sido o seguinte: André: brasileiro; Marta: brasileira; Ramón: espanhol; Luara: espanhola; Joana: brasileira; César: brasileiro; Raúl: argentino; Jonas: brasileiro; Maria: brasileira; Pablo: espanhol. Nesse exemplo, a variável é "nacionalidade"e a frequência absoluta de cada um de seus valores é: brasileira, 6; espanhola, 3; e argentina, 1. A tabela que mostra a variável de uma pesquisa e suas realizações (valores), com as frequências absoluta (n_i) e relativa (f_i) é chamada de *tabela de frequências.* Usando o exemplo anterior, temos a seguinte tabela de frequência:

Nacionalidade	n_i	f_i
brasileira	6	60%
espanhola	3	30%
argentina	1	10%
total	10	100%

Tabela 2.1: **Nacionalidade de um grupo de turistas**

2.5 Representação gráfica

Os gráficos estão presentes em diversos veículos de comunicação (jornais, revistas, internet), sendo associados aos mais variados tipos de assuntos do nosso dia-a-dia. A representação gráfica fornece uma visão de conjunto mais rápida que a observação direta dos dados numéricos. Quando empregamos corretamente, os gráficos podem evidenciar, em uma forma visual eficiente e atraente, os dados e informações que precisam transmitir.

Para tornar possível essa representação , devemos obedecer a três requisitos fundamentais: simplicidade, clareza e veracidade. Os principais gráficos são:

2.5.1 Gráficos de barras verticais

Os *gráficos de barras verticais* apresentam os dados por meio de colunas (retângulos) dispostas em posição vertical. A altura de cada coluna corresponde a frequência (absoluta ou relativa) dos valores observados.

Exemplo de gráfico de barras verticais:

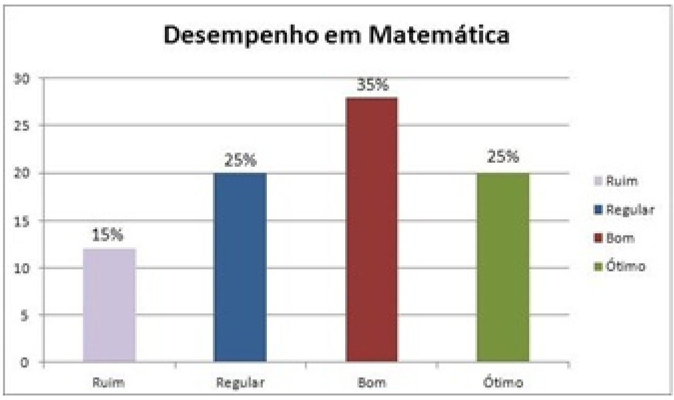


Figura 2.1: **Desempenho em Matemática de uma determinada turma**

2.5.2 Gráficos de barras horizontais

Os *gráficos de barras horizontais* utilizam as barras (retângulos) dispostas em posição horizontal. O comprimento de cada barra corresponde a frequência (absoluta ou relativa) dos valores observados.

Exemplo de gráfico de barras horizontais:

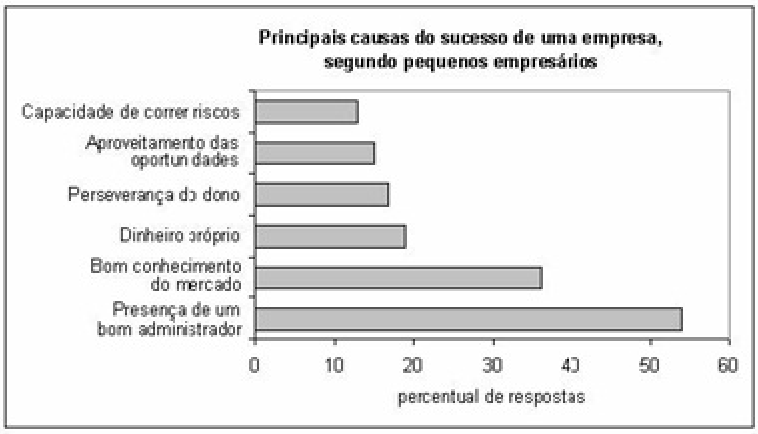


Figura 2.2: **Gráfico de barras horizontais**

2.5.3 Gráficos de segmentos

Os *gráficos de segmentos* (ou *de linha*) são muito empregados para representar duas grandezas que se relacionam. Para construir um gráfico de segmentos, adotamos um referencial parecido com o plano cartesiano, no qual os pontos correspondentes aos dados levantados são marcados e, em seguida, unidos por meios de segmentos de reta.

Exemplo de gráficos de segmentos

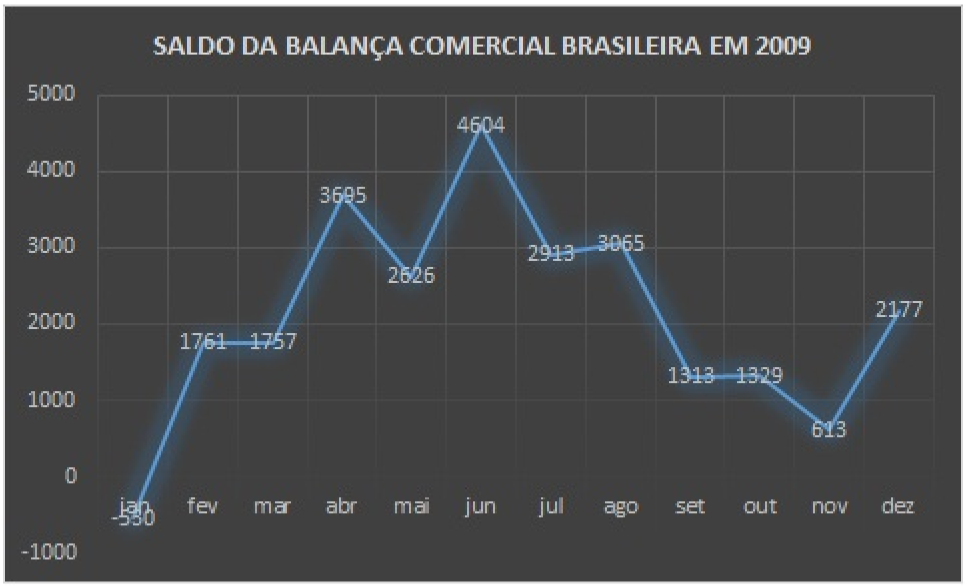


Figura 2.3: **Gráfico de segmentos**

2.5.4 Gráficos de setores

Os *gráficos de setores* apresentam os dados em um círculo, no qual cada setor indica a quantidade (ou frequência relativa) de um valor observado. Nesse tipo de representação, a área e o ângulo de cada setor são diretamente proporcionais à porcentagem que representam em relação ao todo (100%).

Exemplo de gráfico de setores

Figura 2.4: **Gastos mensais em medicamentos de um idoso**

2.5.5 Gráficos múltiplos

Em algumas situações, é necessário representar simultaneamente duas ou mais características da amostra. Para facilitar a comparação entre características distintas, podemos construir um *gráfico múltiplo*.

Exemplo de gráfico múltiplo

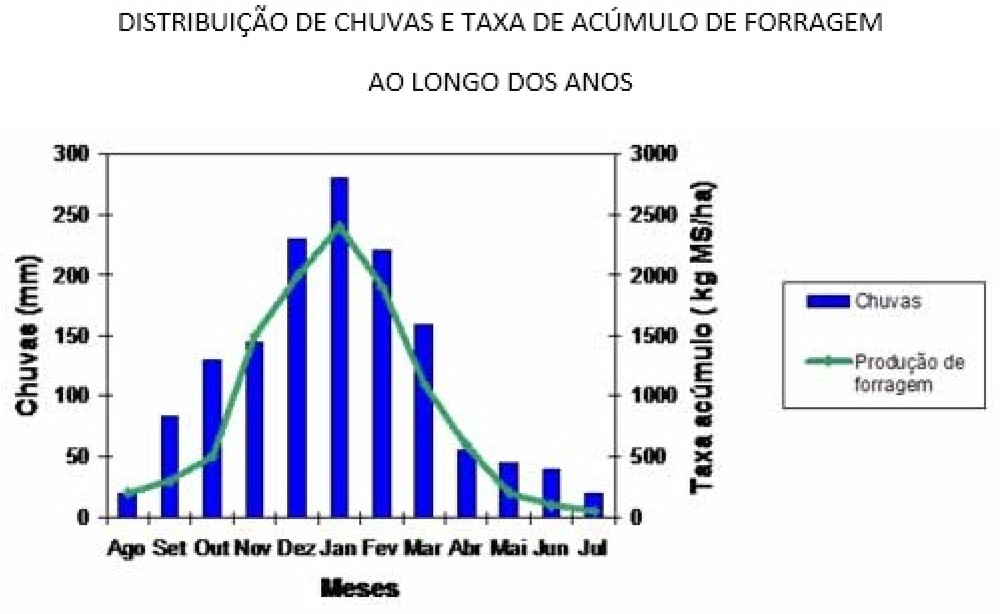


Figura 2.5: **Gráfico múltiplo**

2.5.6 Pictograma

Os gráficos chamados de *pictogramas* exibem os dados através de símbolos que, geralmente, estão relacionados com o tema apresentado, o que confere eficiência e atratividade ao resultado final.

Exemplo de pictograma

Figura 2.6: **Pictograma**

2.5.7 Histograma

Quando temos que representar uma distribuição de frequeências cuja variável tem seus valores agrupados em intervalos, costumamos utilizar um *histograma*.

O *histograma* é um gráfico formado por retângulos justapostos cujas bases são construídas sobre o eixo das abscissas. A diferença entre um histograma e um gráfico de barras é que cada retângulo do histograma descreve a frequência dos dados agrupados em um intervalo real. No gráfico de barras, cada barra descreve a frequência de uma classe unitária (um único número).

Exemplo de histograma

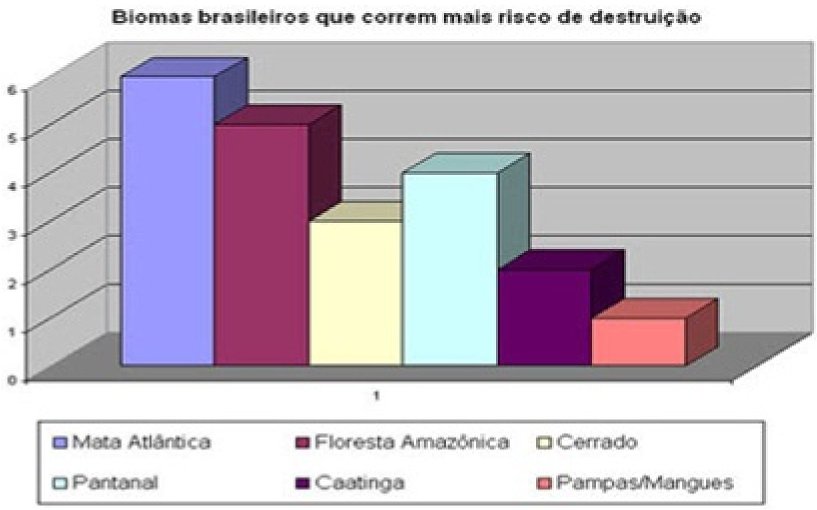


Figura 2.7: **Histograma**

Capítulo 3

Medidas estatísticas

Para fazer uma pesquisa estatística, é preciso recolher e organizar dados de uma amostra significativa do tema abordado. Como, em geral, se obtém uma grande quantidade de dados, a apresentação do resultado da pesquisa exige a escolha de uma *medida* que resuma todos os valores levantados. Umas medidas são empregadas para representar dados (medidas de tendência central) e, além disso, outras medidas que indicam quanto os dados estão dispersos em relação a essa medida representativa (medidas de dispersão).

3.1 Medidas de tendência central

Para resumir a quantidade de informação contida em um conjunto de dados pesquisado, utilizamos, em estatística, medidas que descrevem, por meio de um só número, características desses dados. As medidas estatísticas que descrevem a tendência que os dados têm de agrupamento em torno de certos valores recebem o nome de *medidas de tendência central*. São elas: *média aritmética, média aritmética ponderada, mediana* e *moda*. Essas medidas também são denominadas de *medidas de posição*, pois indicam o posicionamento dos elementos de uma amostra de números quando esta é apresentada em *rol*(dados organizados em sequência).

3.1.1 Média aritmética

Média aritmética ou simplesmente *média* é o quociente entre a soma dos valores observados e o número de observações. Indicando a média por: M_a, temos :

$$M_a = \frac{x_1 + x_2 + ... + x_n}{n} = \sum_{i=1}^{n} x_i \quad .$$

Exemplo:

Um aluno, preparando-se para o ENEM, fez 12 simulados no cursinho, ao longo do ano. em cada simulado, o número de questões era setenta. Os valores da tabela abaixo correspondem às pontuações obtidas nesses simulados:

56	52	61	53	48	68
49	59	61	62	60	55

Tabela 3.1: **Pontuação de um aluno em 12 simulados**

Qual é a média aritmética desses valores?

Solução:

$$M_a = \frac{\sum_{i=1}^{12} x_i}{12} = \frac{56 + 52 + ... + 60 + 55}{12} = \frac{684}{12} = 57.$$

3.1.2 Média aritmética ponderada

Consideremos uma coleção formada por n números: $x_1, x_2, \ldots, x_n$, de forma que cada um esteja sujeito a um peso. Nota: "peso"é sinônimo de "ponderação", respectivamente, indicado por: $p_1, p_2, \ldots, p_n$. A média aritmética ponderada (indicando-a por M_p) desses n números é a soma dos produtos de cada um multiplicados por seus respectivos pesos, dividida pela soma dos pesos, isto é:

$$M_p = \frac{\sum_{i=1}^{k} x_i.p_i}{\sum_{i=1}^{k} p_i} = \frac{x_i.p_1 + x_2.p_2 + ... + x_k.p_k}{p_1 + p_2 + ... + p_k} \quad .$$

Exemplo:

Em um dia de pesca, uma equipe de pescadores anotou a quantidade de peixes capturada de cada espécie e o preço pela qual eram vendidos a um supermercado. Veja a tabela abaixo:

Tipo de peixe	Peixe pescado (Kg)	Preço por quilo(reais)
peixe A	18	$3,00$
peixe B	10	$5,00$
peixe C	06	$9,00$

Tabela 3.2: **Tipos de peixes capturados em um dia de pesca**

Determinar o preço médio do quilo de peixe vendido pelos pescadores ao supermercado.

Solução:

$$M_p = \frac{3.18 + 5.10 + 9.6}{18 + 10 + 6} = \frac{158}{34} \cong 4,65 \Rightarrow 4,65 reais.$$

3.1.3 Mediana

Mediana de um grupo de valores previamente ordenados, de modo crescente ou decrescente, é o valor que divide esse grupo em duas partes com o mesmo número de termos. Quando o grupo tem valores em número ímpar de dados, a mediana é o termo central dessa distribuição. Quando o grupo tem valores em número par de dados, a mediana é a média aritmética dos termos centrais. Indicaremos a mediana por M_e.

Exemplo (1) : A tabela abaixo registra os valores pagos em contas de água, no primeiro semestre do ano, por um hotel localizado no litoral:

Mês	Valor(em real)
janeiro	462,33
fevereiro	150,12
março	34,17
abril	31,50
maio	30,43
junho	35,45

Tabela 3.3: **Contas de água no primeiro semestre de um ano**

Determine a mediana dos valores pagos em conta de luz.

Solução

Primeiro ordenamos os dados em ordem crescente:

30,43   31,50   34,17   35,45   150,12   462,33

Como são 06 dados, então a mediana será a média aritmética dos termos centrais, isto é:

$$M_e = \frac{34,17 + 35,45}{2} = 34,81.$$

Exemplo (2):

A seguir estão o número de acidentes de trabalho que ocorreram em uma metalúrgica nos 09 primeiros meses de certo ano:

Mês	**Nº de acidentes**
janeiro	2
fevereiro	1
março	0
abril	3
maio	1
junho	1
julho	0
agosto	0
setembro	0

Tabela 3.4: **Número de acidentes nos nove primeiros meses de um ano**

Qual é o número mediano de acidentes nessa empresa nesse período?

Solução

Primeiro ordenamos os dados em ordem crescente:

0   0   0   0   1   1   1   2   3

Como são 09 dados, então a mediana será o termo central, portanto: $M_e = 1$

3.1.4 Moda

Em uma amostra cujas frequências dos elementos não são todas iguais, chama-se **moda**, e se indica por M_o, todo elemento de maior frequência.

Exemplo :

Os salários (em real) de 18 funcionários do departamento de contabilidade de uma empresa do ramo financeiro estão relacionados na tabela abaixo:

890	890	890	930	930	930
1070	1070	1070	1070	1070	1070
1979	1979	2240	2240	2720	2720

Tabela 3.5: **Salários dos funcionários de um departamento de uma empresa**

Solução:

A moda dos salários é o de $1070,00$ reais, pois 1070 é o valor que aparece com maior frequência dentre os citados acima.

Observações:

1. Quando todos os valores de uma certa amostra apresentam a mesma frequência, então, **não há moda** na distribuição considerada.

2. Os conjuntos de dados com duas modas são **bimodais** ou mais modas **multimodais**.

3.2 Medidas de dispersão

As medidas de tendência central não são suficientes para uma análise conclusiva sobre como variam os valores desse conjunto; por exemplo, quanto esses valores estão próximos ou distantes de uma medida previamente fixada. Por isso precisamos de outras medidas para avaliar a distribuição de uma amostra de números, as chamadas *medidas de dispersão*. São elas: *desvio absoluto médio, variância* e *desvio padrão.*

3.2.1 Desvio absoluto médio

Sendo M_a a média aritmética de uma amostra de números $x_1, x_2, ..., x_n$, chama-se **desvio absoluto médio**, indicado por **Dam**, o número:

$$Dam = \frac{|x_1 - M_a| + |x_2 - M_a| + ... + |x_n - M_a|}{n} = \frac{\sum\limits_{i=1}^{n} |x_i - M_a|}{n} .$$

Exemplo:

O número de acidentes em um trecho de uma rododvia foi computado, mês a mês, durante o 2º semestre de 2013. Foram obtidos os dados:

$$20 \quad 14 \quad 15 \quad 20 \quad 27 \quad 30$$

Calcular o desvio absoluto médio desses dados.

Solução:

Primeiro calculamos a média desses valores:

$$M_a = \frac{20 + 14 + 15 + 20 + 27 + 30}{6} = \frac{126}{6} = 21.$$

E então, calculamos o desvio absoluto médio:

$$Dam = \frac{|20 - 21| + |14 - 21| + |15 - 21| + |20 - 21| + |27 - 21| + |30 - 21|}{6} = \frac{30}{6} = 5.$$

3.2.2 Variância

Outra medida que indica afastamento dos elementos de uma amostra de números em relação à média é a **variância**, representada por **Va**.

Define-se **variância** como a média aritmética entre os quadrados dos desvios dos elementos da amostra, isto é:

$$Va = \frac{(x_1 - M_a)^2 + (x_2 - M_a)^2 + ... + (x_n - M_a)^2}{n} = \frac{\sum\limits_{i=1}^{n} (x_i - M_a)^2}{n} .$$

Exemplo:

Considerando a amostra de números: $14, 12, 8$ e 2, calcule a variância desses valores.

Solução:

Primeiro calculamos a média desses valores:

$$M_a = \frac{14 + 12 + 8 + 2}{4} = \frac{36}{4} = 9.$$

Depois calculamos a variância:

$$Va = \frac{(14-9)^2 + (12-9)^2 + (8-9)^2 + (2-9)^2}{4} = \frac{25 + 9 + 1 + 49}{4} = \frac{84}{4} = 21.$$

3.2.3 Desvio padrão

Na interpretação da variância, pode surgir alguma dificuldade em relação à unidade de medida dos elementos da amostra. Por exemplo, quando os elementos da amostra representam capacidade em litro (L), a variância representa um resultado em L^2(litro quadrado - essa unidade não existe). Como essa unidade não tem significado físico, não é conveniente utilizar a variância nesse caso. Por isso define-se **desvio padrão**, representado por **Dp**, como sendo a raiz quadrada da variância, isto é:

$$Dp = \sqrt{\frac{(x_1 - M_a)^2 + (x_2 - M_a)^2 + ... + (x_n - M_a)^2}{n}} = \sqrt{\frac{\sum\limits_{i=1}^{n} (x_i - M_a)^2}{n}} = \sqrt{Va}\ .$$

Exemplo:

Na locadora de automóveis Alugo Sim, o número de veículos básicos alugados durante 15 dias está relacionado abaixo:

25	32	25	28	30
21	23	40	25	26
22	23	25	28	31

Tabela 3.6: **Número de veículos básicos alugados**

Calcule o desvio padrão desse grupo de valores obsevados e comente sobre a variabilidade desse grupo de dados.

Solução:

Calculamos primeiramente a média dos valores observados:

$$M_a = \frac{4.25 + 32 + 2.28 + 30 + 21 + 2.23 + 40 + 26 + 22 + 31}{15} = \frac{404}{15} \cong 27.$$

Calculemos agora cada quadrado da diferença entre cada valor e a média:

$$4.(25-27)^2 = 16; (32-27)^2 = 25; 2.(28-27)^2 = 2; (30-27)^2 = 9; (21-27)^2 = 36$$
$$2.(23-27)^2 = 32; (40-27)^2 = 169; (26-27)^2 = 1; (22-27)^2 = 25; (31-27)^2 = 16.$$

Determinemos então a variância:

$$\mathsf{Va} = \frac{16+25+2+9+36+32+169+1+25+16}{15} = \frac{331}{15} \cong 22,07.$$

E por fim, determinemos o desvio padrão:

$$\mathsf{Dp} = \sqrt{\mathsf{Va}} = \sqrt{22,07} \cong 4,7.$$

Comentário:

Os valores desse grupo se distanciam do valor médio cerca de $4,7$ veículos.

Capítulo 4

Desenvolvimento do projeto

O projeto foi proposto para os alunos do 3º ano do Ensino Médio da escola CE Dr. Carlos Magno Duque Bacelar, localizada na cidade de Coelho Neto - MA. Foi feito um pré-teste com os alunos com o objetivo de se formar dois grupos com 10 componentes em cada grupo. Esse pré-teste contém 10 questões objetivas referentes aos conteúdos de Estatística tais como: análise e interpretação de gráficos e de tabelas, cálculo de médias, moda, cálculo de porcentagens, etc.

Um dos grupos (grupo B) participou de forma direta do projeto: pesquisando, coletando dados, paresentando seminários, construindo tabelas e gráficos, enquanto o outro grupo (grupo A) participou das aulas que foram ministradas de forma bem tradicional com somente os seguinte instrumentos: livro didático, pincel e quadro. Porém, ambos os grupos foram submetidos a um pós-teste, cujo objetivo é analisar e verificar o quanto o conteúdo de Estatística, através de projetos e pesquisas, pode ser melhor, mais estimulante e mais agradável para os envolvidos.

4.1 Etapas do projeto

4.1.1 Etapa 1: Seleção dos grupos participantes do projeto

A seleção dos alunos participantes do projeto foi feita usando a **Amostragem Aleatória Estratificada**, que nessa forma, segundo (BUSSAB E MORETTIN [5]) a população é dividida em subpopulações ou estratos, usualmente de acordo com os valores de uma variável.

Foi apresentado então, o projeto sobre o Ensino de Estatística para as turmas de 3º ano do Ensino Médio da escola CE Dr. Carlos Magno Duque Bacelar, localizada na cidade de Coelho Neto - MA. Esclarecidos os objetivos do projeto, elaborou-se um pré-teste com 10 questões objetivas escolhidas das provas anteriores do ENEM.

Além de selecionar os dois grupos, o pré-teste serviu também para avaliar o conhecimento prévio que eles tinham sobre Estatística, como leitura e interpretação de gráficos e tabelas. Esta seleção se deu da seguinte forma: 60% de cada grupo foram com notas de 1 a 3 e 40% com notas de 4 a 7.

4.1.2 Etapa 2: História da Estatística

Para o grupo A foi proposto que elaborassem um resumo sobre a História da Estatística contida no livro didático (adotado pela escola) Matemática Contexto e Aplicações Dante, volume 3. Essa atividade, por ser comum na vida escolar desses alunos, tornou-se pouco atrativa e um tanto cansativa, e simplesmente esperavam, de forma mais rápida possível, a conclusão do resumo.

Para o grupo B foi proposto que pesquisassem sobre a história da Estatística em revistas matemáticas, em outros livros didáticos e internet. E que o resultado da pesquisa fosse apresentado na forma de um simples seminário para os demais alunos da escola. A proposta foi aceita com um certo receio pois teriam que apresentar o resultado para o público escolar.

Foram escolhidos de forma aleatória 5 (cinco) alunos de cada uma das 6 (seis) salas da escola para assistirem ao seminário do grupo B. O resultado foi surpreendente. Além de demonstrarem certo conhecimento sobre a história, importância e aplicações da Estatística, os alunos do grupo B conseguiram toda a atenção dos participantes da aula de forma dinâmica através de vídeos e slides.

4.1.3 Etapa 3: Termos de uma pesquisa estatística e tabela de frequência

Com dois dias de antecedência a essa aula, foi solicitado aos alunos do grupo B que fizessem um levantamento de dados sobre os alunos da escola. Alguns questionaram se deveria ser sobre todos os alunos da escola e a resposta foi que seria um tanto complicado, pois alguns alunos faltariam no dia da pesquisa e o tempo que se tinha para pesquisar seria insuficiente. Então foi proposto que escolhessem, de forma aleatória, 10 (dez) alunos de cada uma das 6 (seis) salas da escola nos três turnos. Também foi indagado o que seria pesquisado e então foi citado alguns exemplos como: idade, sexo, cor dos olhos, etc.

Dadas as coordenadas, o grupo B elaborou então a seguinte ficha de dados a serem coletados sobre os alunos da escola:

NOME	xxxxxxxxxx
SÉRIE	xxxxxxxxxx
SEXO	xxxxxxxxxx
IDADE(ANOS)	xxxxxxxxxx
Nº DE IRMÃOS	xxxxxxxxxx
COR DA PELE	xxxxxxxxxx
ALTURA(m)	xxxxxxxxxx
PESO(kg)	xxxxxxxxxx
COR DOS OLHOS	xxxxxxxxxx
Nº DE LIVROS LIDOS ESTE ANO	xxxxxxxxxx
TURMA	xxxxxxxxxx

Figura 4.1: **Ficha de pesquisa**

O grupo B se dividiu em três subgrupos para coletarem os dados, um para cada turno. Os alunos selecionados para a coleta de dados eram liberados pelos professores por alguns minutos, pois o trabalho foi realizado no pátio da escola. O registro da altura e do peso de cada aluno era feito mediante o uso de uma trena e de uma balança digital. Depois de coletados os dados, eles se reuniram novamente para montarem um único banco de dados. Após a elaboração do banco de dados baseado no questinário foi trabalhado em sala de aula os conceitos sobre termos estatísticos: população, amostra, indivíduo, objeto, as variáveis, suas classificações e subclassificações.

Segundo (BATANERO [2]) um dos objetivos que devem ser incluídas em um curso de estatística é capacitar os alunos para coletar, organizar, refinar, armazenar, representar e analisar os sistemas de dados simples.
Enfatizando a idéia das atividades, encontra-se em (CÁLCULO [6]):

> *"Ao trabalhar numa pesquisa de opinião, o aluno trabalha vários tópicos de matemática: ele coleta, armazena e trata dados, como um técnico maneja gráficos, frações, médias e porcentagens, como um estatístico; escolhe o gráfico mais adequado para um conjunto de dados, e prepara uma apresentação, como um executivo."*

Foram definidas também as frequências absoluta e relativa, onde se construiu algumas tabelas de frequência para algumas variáveis: idade, peso e altura, ressaltando a importância de que os valores de algumas variáveis devem ser organizados em classes. O banco de dados coletados por eles foi referência para esta aula, além disso, foi solicitado a realização de alguns exercícios do livro.

Com o grupo A, os conceitos sobre os termos estatísticos, as frequências e tabelas foram trabalhados usando somente o livro adotado pela escola (já mencionado anteriormente) nas páginas 16 a 21, usando os próprios exemplos do livro.

São destacados por (HALL [7]) as vantagens da utilização de dados reais que servem como motivação para os estudantes, que associam os conteúdos à sua realidade tornando a aprendizagem interdisciplinar, o que não são simplesmente adquiridos com problemas extraídos dos livros didáticos.

4.1.4 Etapa 4: Gráficos

As representações gráficas foram trabalhadas da seguinte forma:

GRUPO A

Foi ministrado uma aula sobre os gráficos usando somente o livro e seus exemplos, sem construir nenhum tipo de gráfico.

GRUPO B

A aula sobre os gráficos neste grupo foi ministrada usando slides no Power Point, onde se observava e comentava sobre cada tipo de gráficos, além de resolver os exercícios contidos no material e no próprio livro didático. Depois foram construídos alguns gráficos em cartolina e também no programa EXCEL usando o mesmo banco de dados elaborados por eles. Durante as construções gráficas os alunos foram compreendendo melhor os tipos de gráficos mais adequados para cada tipo de variável assim como também foram fazendo uma leitura e interpretação correta dos mesmos.

Segundo (BATANERO [2]):

> *"o primeiro passo na análise é o estudo de cada variável, a tabulação e representação gráfica. Alguns pesquisadores analisaram diferentes níveis de compreensão do gráfico (Curcio, 1989) e dificuldades dos alunos na preparação ou até mesmo na seleção de um gráfico adequado, devido à informação diferente que fornecem as várias estatísticas gráficas (Li e Shen, 1992)"*

4.1.5 Etapa 5: Medidas de tendência central e medidas de dispersão

Para os dois grupos, a metodologia aplicada na aula não foi diferente da etapa anterior. Para o grupo A a aula foi ministrada usando o livro didático com seus exemplos e exercícios. Com o grupo B, foi utilizado outro slide sobre essas medidas, com diversos exemplos e exercícios. Para consolidar mais ainda o aprendizado, além de utilizar os exercícios do livro didático, foram calculados as medidas de algumas variáveis usando o banco de dados. Nesta etapa, foi apresentado aos alunos o que cada valor estatístico (valor central ou de dispersão) representava para seu respectivos grupo analisados. Como por exemplo: a idadade média dos alunos do turno matutino; o número de irmãos.
(CAMPOS [8]) acrescenta:

> *"outra forma de encorajar o pensamento estatístico é não aceitar nenhum resultado numérico sem que ele seja relacionado ao contexto, à questão original proposta pelo problema, ou seja, é fundamental trabalhar com nossos estudantes problemas com algum significado, devendo evitar meros cálculos ou reprodução de algoritmos."*

4.1.6 Etapa 6: Pós-teste

Esta foi a última etapa do projeto, onde os dois grupos foram submetidos a um pós-teste com o objetivo de avaliar as metodologias de ensino que foram aplicadas a cada um dos grupos. Este pós-teste contém 10 questões objetivas selecionadas de provas anteriores do ENEM, assim como no pre-teste. Não diferente do pre-teste, ele também serve para avaliar o quanto os alunos obtiveram e evoluíram em conhecimento sobre Estatística no decorrer do período do projeto.

Os resultados tanto do pre-teste como do pós-teste serão analisados no próximo capítulo, onde serão feitas comparações dos resultados obtidos dentro do próprio grupo como também entre os grupos, com o objetivo de avaliar a melhor metodologia aplicada durante o projeto.

4.1.7 Comparativo das atividades aplicadas nos dois grupos

A tabela abaixo mostra uma simples e objetiva comparação das metodologias aplicadas entre os grupos A e B.

ATIVIDADE	GRUPO A	GRUPO B
Aplicação do pré-teste e do pós-teste	x	x
Pesquisa de campo (coleta de dados)		x
Apresentação de seminário		x
Aulas em vídeos e slides		x
Aula com o uso do livro didático	x	x
Resolução de exercícios extras		x
Construção de gráficos em cartolina e no EXCEL		x

Tabela 4.1: **Comparativo das atividades aplicadas nos grupos**

Nota-se por esta tabela que as atividades aplicadas para o grupo A retomam um estilo bem tradicional de se lecionar, enquanto para o grupo B as atividades aplicadas tendem a tornar as aulas um pouco mais atrativa, mais participativa e mais interativa, através de recursos como as aulas em Power Point e as construções de gráficos em cartolina e no Excel.

Capítulo 5

Análise dos resultados através de tabelas e gráficos

Neste capítulo será analisado o desempenho de cada grupo tanto no pré-teste como no pós-teste, ressaltando as questões onde houve a maior e a menor porcentagem de acertos. Posteriormente, será feito um comparativo interno dos grupos em relação aos dois testes para se verificar o quanto eles evoluíram e no final analisar qual dos grupos teve uma evolução mais significativa.

5.1 Análise do pré-teste dos grupos

As turmas do 3º ano do Ensino Médio da escola CE. Dr. Carlos Magno Duque Bacelar participaram do pré-teste. Mas apenas dois grupos foram selecionados de forma estratificada para participarem deste trabalho, o grupo A e o grupo B, e são eles que terão uma análise do desempenho no pré-teste.

5.1.1 Desempenho do grupo A no pré-teste

Um dos objetivos do pré-teste, além de selecionar os grupos para este trabalho, é o de avaliar o conhecimento prévio de estatística que eles possuem, como análise, leitura e interpretação de gráficos, cálculo de porcentagens, as médias, etc. Abaixo, segue-se a tabela de acertos do grupo A no pré-teste:

ALUNO	Q1	Q2	Q3	Q4	Q5	Q6	Q7	Q8	Q9	Q10	NOTA DO ALUNO
1		X				X		X	X		4,0
2									X		1,0
3				X					X		2,0
4				X			X		X		3,0
5		X	X					X	X		4,0
6				X					X		2,0
7		X		X		X	X		X		5,0
8					X			X	X		3,0
9	X	X					X	X			4,0
10									X		1,0

Tabela 5.1: **Número de acertos do grupo A no pré-teste**

A porcentagem de acertos do grupo A no pré-teste pode ser observada no gráfico abaixo:

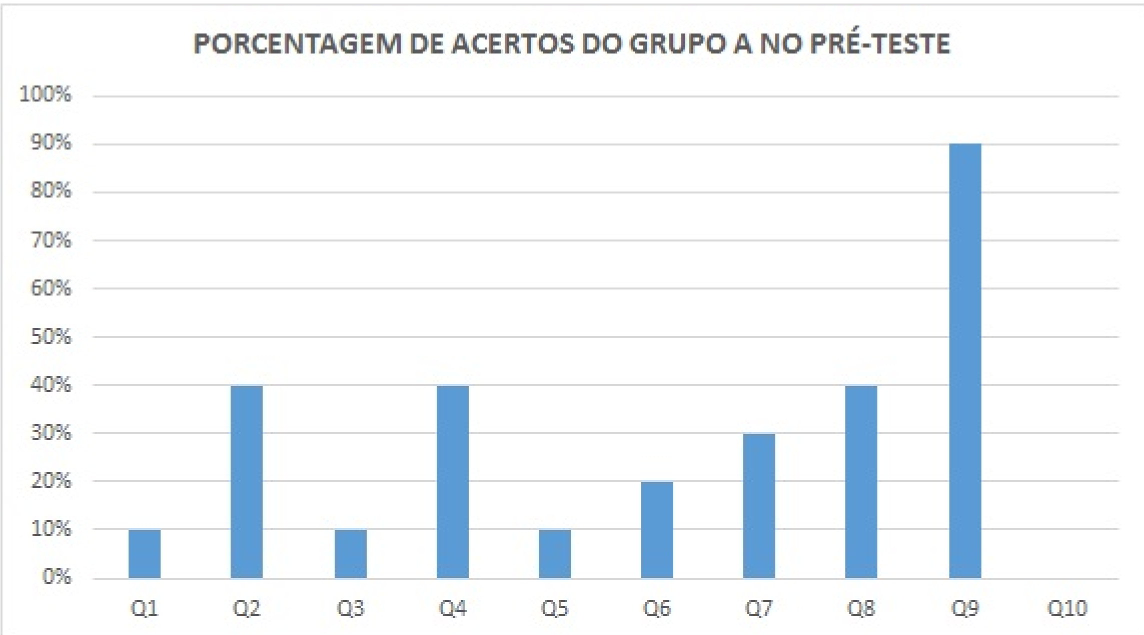


Figura 5.1: **Gráfico da porcentagem de acertos do grupo A no pré-teste**

Da tabela e do gráfico anteriores podemos afirmar:

1. A média das notas dos alunos do grupo A foi de 2,9 com um desvio padrão de aproximadamente 1,37.
2. A questão em que os alunos tiveram um melhor desempenho foi a questão 9, com 90% de acertos.
3. A questão em que os alunos tiveram o pior desempenho foi a questão 10, com 0% de acertos, isto é, ninguém acertou essa questão.

5.1.2 Desempenho do grupo B no pré-teste

Abaixo são apresentados a tabela e o gráfico referentes ao desempenho da turma B no pré-teste:

ALUNO	Q1	Q2	Q3	Q4	Q5	Q6	Q7	Q8	Q9	Q10	NOTA DO ALUNO
1		X	X	X		X	X	X	X		7,0
2	X								X		2,0
3		X				X		X	X		4,0
4				X				X	X		3,0
5		X		X		X		X	X		5,0
6					X			X	X		3,0
7			X						X		2,0
8							X				1,0
9						X			X		2,0
10	X	X						X	X		4,0

Tabela 5.2: **Número de acertos do grupo B no pré-teste**

A porcentagem de acertos do grupo B no pré-teste pode ser observada no gráfico abaixo:

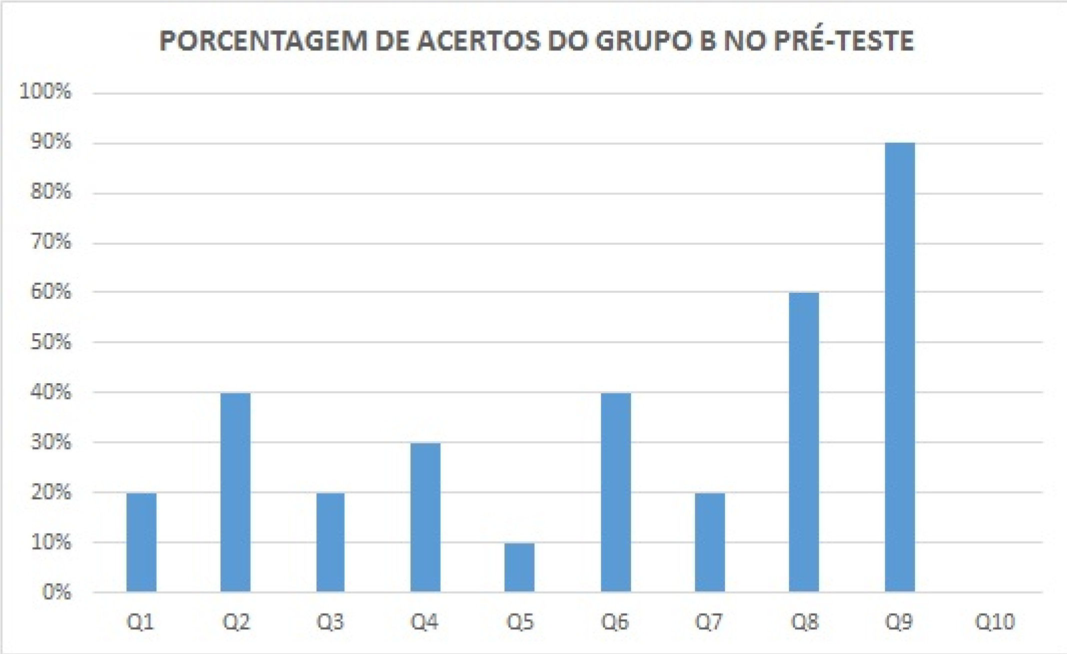


Figura 5.2: **Gráfico da porcentagem de acertos do grupo B no pré-teste**

Da tabela e do gráfico anteriores podemos afirmar:

1. A média das notas dos alunos do grupo B foi 3,3 com um desvio padrão de aproximadamente 1,77.

2. A questão em que os alunos tiveram um melhor desempenho foi a questão 9 (sobre interpretação de gráfico), com 90% de acertos.

3. A questão em que os alunos tiveram o pior desempenho foi a questão 10 (sobre mediana), com 0% de acertos, isto é, ninguém acertou essa questão.

5.1.3 Comparativo dos dois grupos no pré-teste

O desempenho de cada grupo no pré-teste foi bem parecido. Abaixo segue-se um gráfico comparativo das notas dos grupos no pré-teste:

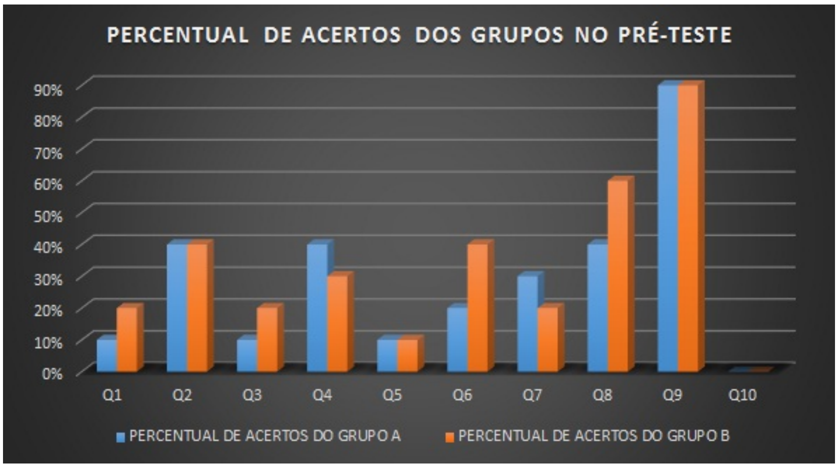


Figura 5.3: **Gráfico das porcentagens de acertos dos grupos no pré-teste**

As observações são as seguintes:

1. A média das notas de acertos dos alunos do grupo B (3,3) foi melhor que a dos alunos do grupo A (2,9).

2. As questões com o melhor e o pior desempenho foram as mesmas para os dois grupos, a questão 9 com 90% de acertos e a questão 10, com 0% de acerto.

3. O grupo A foi melhor que o grupo B nas questões: 04 e 07.

4. O grupo B foi melhor que o grupo A nas questões: 01, 03, 06 e 08.

5. Os grupos tiveram desempenho igual nas questões: 02, 05, 09 e 10.

5.2 Análise do pós-teste dos grupos

Ao final dos encontros, os dois grupos foram submetidos a um pós-teste que contém 10 questões objetivas e com níveis de dificuldades semelhantes as do pré-teste. Após a análise das notas dos alunos nesse pós-teste será possível avaliar a melhor metodologia que foi trabalhada com os grupos.

5.2.1 Desempenho do grupo A no pós-teste

O pós-teste é uma ferramenta ou instrumento que nos permite avaliar o quanto os grupos evoluíram ou não em conhecimento de Estatística durante os encontros. Ele foi aplicado simultaneamente para os dois grupos.

Abaixo, segue-se a tabela de acertos do grupo A no pós-teste:

ALUNO	Q1	Q2	Q3	Q4	Q5	Q6	Q7	Q8	Q9	Q10	NOTA DO ALUNO
1	X	X		X			X	X		X	6,0
2	X		X		X				X		4,0
3	X			X			X			X	4,0
4	X		X		X						3,0
5	X				X					X	3,0
6				X					X		2,0
7	X	X			X					X	4,0
8	X		X				X		X		4,0
9	X		X		X		X				4,0
10	X			X	X		X	X		X	6,0

Tabela 5.3: **Número de acertos do grupo A no pós-teste**

A porcentagem de acertos do grupo A no pós-teste pode ser observada no gráfico abaixo:

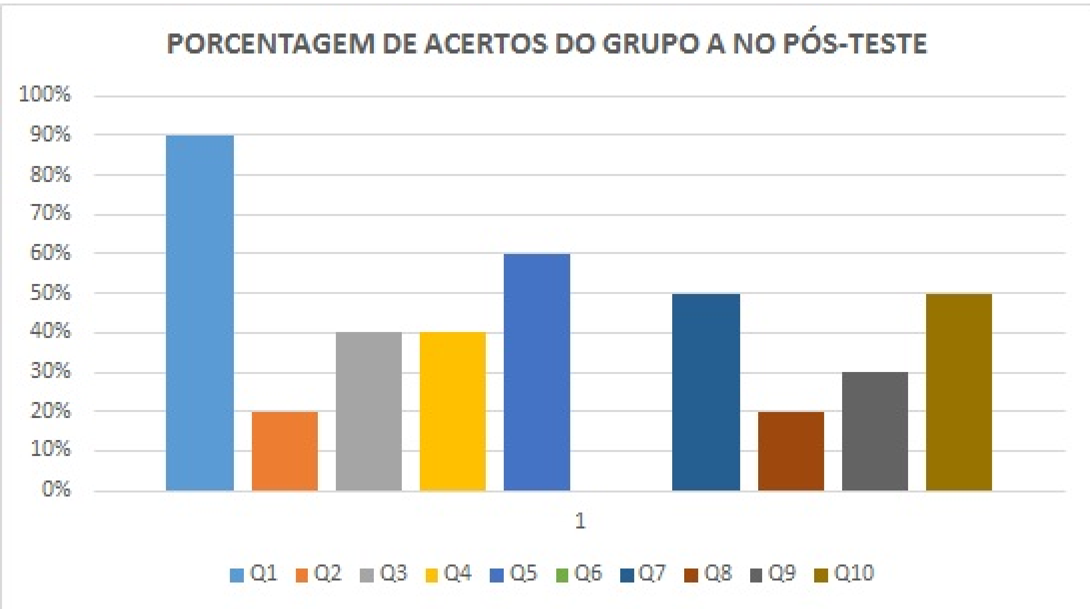


Figura 5.4: **Gráfico da porcentagem de acertos do grupo A no pós-teste**

Da tabela e do gráfico anteriores podemos afirmar:

1. A média das notas dos alunos do grupo A foi 4,0 com um desvio padrão de aproximadamente 1,25.

2. A questão em que os alunos tiveram um melhor desempenho foi a questão 1, com 90% de acertos.

3. A questão em que os alunos tiveram o pior desempenho foi a questão 6, com 0% de acertos, isto é, ninguém acertou essa questão.

5.2.2 Análise da evolução do grupo A nos testes

Será analisado de forma comparativa os resultados (notas) do grupo A nos dois testes nos quais ele foi submetido.

Abaixo, segue-se o gráfico comparativo das duas notas:

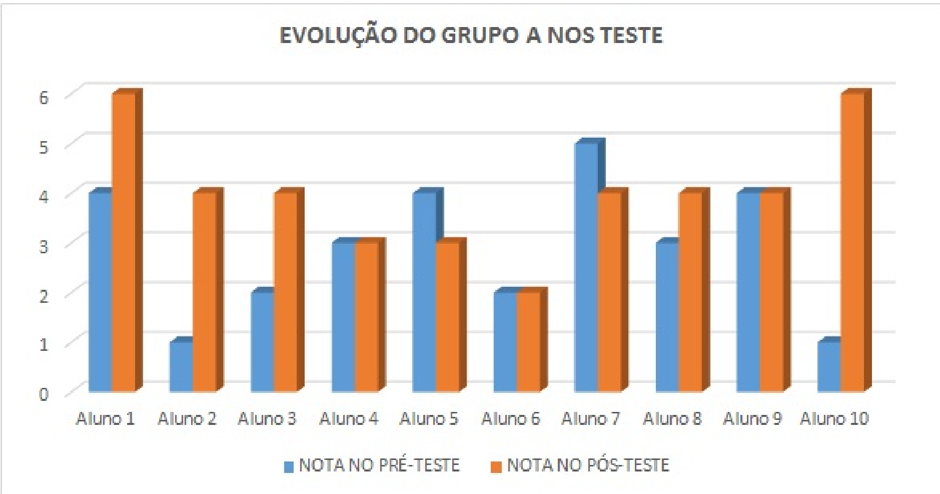


Figura 5.5: **Gráfico da evolução do grupo A nos testes**

Do gráfico observa-se que:

1. Do grupo, 5 alunos melhoraram suas notas. São eles:
   Aluno 1: passando de nota 4 para nota 6;
   Aluno 2: passando de nota 1 para nota 4;
   Aluno 3: passando de nota 2 para nota 4;
   Aluno 8: passando de nota 3 para nota 4;
   Aluno 10: passando de nota 1 para nota 6.

2. Do grupo, 3 alunos mantiveram a mesma nota. São eles:

   Aluno 4: cuja nota é 3;

   Aluno 6: cuja nota é 2;

   Aluno 9: cuja nota é 4.

3. E apenas 2 alunos do grupo, tiveram desempenho negativo. São eles:

   Aluno 5: passando de nota 4 para nota 3;

   Aluno 7: passando de nota 5 para nota 4.

5.2.3 Desempenho do grupo B no pós-teste

Na realização do pós-teste, o grupo B mostrou-se mais concentrado e mais comprometido para resolvê-lo, de tal forma que, com uma hora de aplicação do pós-teste havia 8 alunos do grupo B enquanto havia apenas 2 alunos do grupo A.
Abaixo, segue-se a tabela de acertos do grupo B no pós-teste:

ALUNO	Q1	Q2	Q3	Q4	Q5	Q6	Q7	Q8	Q9	Q10	NOTA DO ALUNO
1	X		X					X		X	4,0
2	X	X			X		X	X	X	X	7,0
3	X	X		X	X		X		X	X	7,0
4		X	X	X			X	X	X	X	7,0
5	X	X		X		X	X	X	X	X	8,0
6	X		X		X					X	4,0
7			X	X					X	X	4,0
8	X	X			X		X	X	X	X	7,0
9	X				X					X	3,0
10			X		X					X	3,0

Tabela 5.4: **Número de acertos do grupo B no pós-teste**

A porcentagem de acertos do grupo B no pós-teste pode ser observada no gráfico abaixo:

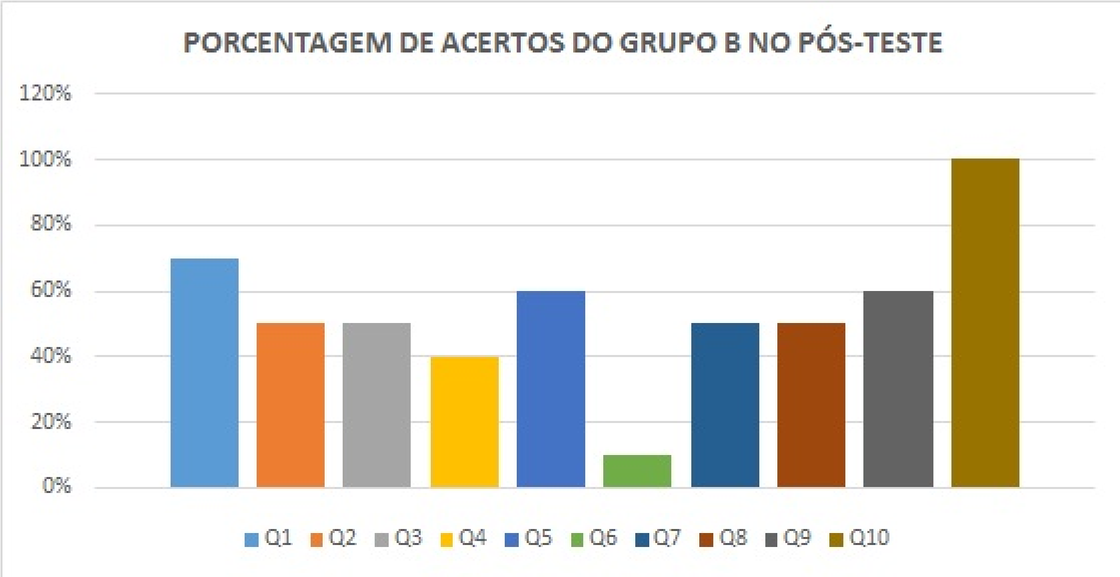


Figura 5.6: **Gráfico da porcentagem de acertos do grupo B no pós-teste**

Da tabela e do gráfico anteriores podemos:

1. A média das notas dos alunos do grupo B foi 5,4 com um desvio padrão de aproximadamente 1,95.
2. A questão em que os alunos tiveram um melhor desempenho foi a questão 10, com 100% de acertos.
3. A questão em que os alunos tiveram o pior desempenho foi a questão 6, com 10% de acertos, isto é, apenas um aluno acertou essa questão.

5.2.4 Análise da evolução do grupo B nos testes

Será analisado também, de forma comparativa, os resultados (notas) do grupo B nos dois testes nos quais ele foi submetido.

Abaixo, segue-se o gráfico comparativo das duas notas:

Figura 5.7: **Gráfico da evolução do grupo B nos testes**

Do gráfico observa-se que:

1. Do grupo, 8 alunos melhoraram suas notas. São eles:

   Aluno 2: passando de nota 2 para nota 7;

   Aluno 3: passando de nota 4 para nota 7;

   Aluno 4: passando de nota 3 para nota 7;

   Aluno 5: passando de nota 5 para nota 8;

   Aluno 6: passando de nota 3 para nota 4;

   Aluno 7: passando de nota 2 para nota 4;

   Aluno 8: passando de nota 1 para nota 7;

   Aluno 9: passando de nota 2 para nota 3.

2. E apenas 2 alunos do grupo, tiveram desempenho negativo. São eles:

   Aluno 1: passando de nota 7 para nota 4;

   Aluno 10: passando de nota 4 para nota 3.

5.2.5 Comparativo dos dois grupos no pós-teste

O grupo A, por ter sido aplicado uma metodologia bastante tradicional durante as aulas, não sentiu-se estimulado para a realização do pós-teste. Já o grupo B, mostrou-se mais ansioso, determinado e comprometido com a realização do mesmo.

As observações são as seguintes:

1. A média das notas de acertos dos alunos do grupo B (5,4) foi melhor que a dos alunos do grupo A (4,0).

2. A média das notas do grupo A passou de 2,9 para 4,0, isto é, aumentou 1,1 pontos

3. A média das notas do grupo B passou de 3,3 para 5,4, isto é, aumentou 2,1 pontos

Abaixo, segue-se um gráfico comparativo das notas dos grupos no pós-teste:

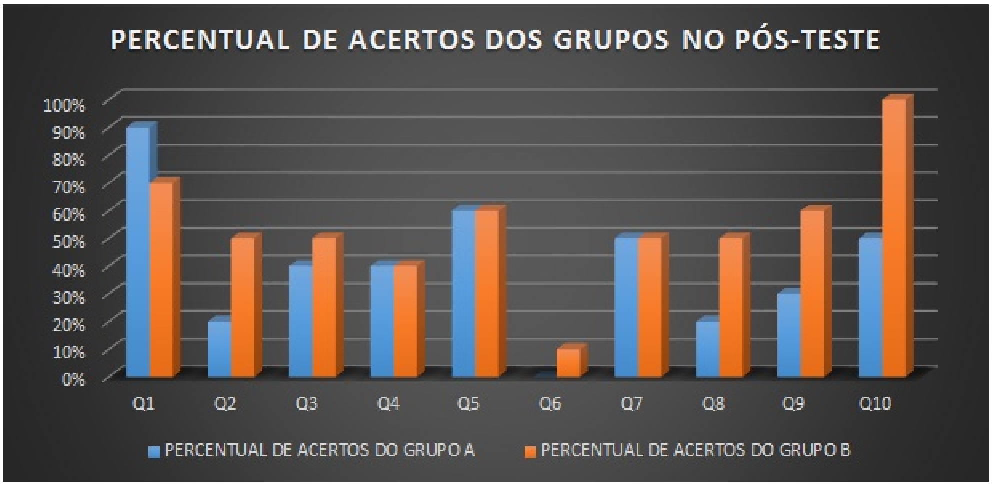


Figura 5.8: **Gráfico das porcentagens de acertos dos grupos no pós-teste**

Do gráfico podemos afirmar:

1. O grupo A teve melhor desempenho que o grupo B somente na questão 1

2. O grupo B teve melhor desempenho que o grupo A em 6 questões, são elas: 2, 3, 6, 8, 9 e 10

3. Os dois grupos tiveram o mesmo desempenho em 3 questões, são elas: 4, 5 e 7.

Capítulo 6

Análise dos resultados através de Testes de Hipóteses

No capítulo anterior, o desempenho dos grupos foi analisado através de simples tabelas e gráficos, porém não é suficiente para avaliar de forma mais precisa o quanto os grupos evoluíram nos testes durante o projeto.

É necessário que os resultados obtidos pelos grupos sejam analisados de forma mais confiável, isto é, é necessário utilizarmos ferramentas estatísticas que venham comprovar com maior segurança os resultados obtidos nos testes e assim concluir qual a melhor metodologia aplicada entre os grupos. Sendo assim, serão utilizados nesse capítulo os **Testes de Hipóteses** para melhor avaliar o desempenho dos grupos participantes do projeto.

6.1 Hipótese Estatística

Segundo (BUSSAB E MORETTIN [5]) hipótese estatística é uma afirmação feita sobre uma população, usualmente sobre um parâmetro dessa, desejando-se saber se os resultados experimentais provenientes de uma amostra contrariam ou não tal afirmação. Essa hipótese será testada com base em resultados amostrais, sendo aceita ou rejeitada. Nesse trabalho, a população estatística estudada são os alunos do 3º ano do Ensino Médio da escola CE. Dr. Carlos Magno Duque Bacelar da cidade de Coelho Neto - MA, as amostras são os grupos participantes do projeto e os parâmetros são as notas obtidas por esses grupos nos testes nos quais foram submetidos.

Em estatística trabalha-se com dois tipos de hipóteses, que como afirma (BUSSAB E MORETTIN [5]): a **hipótese nula** H_0 que é a hipótese que estamos colocando à prova e também denominada de hipótese de nulidade e a **hipótese alternativa** H_a que é a hipótese que será aceitável, caso H_0 seja rejeitada. A rejeição da hipótese nula envolve a aceitação da hipótese alternativa.

6.2 Teste de Hipótese

Um teste de hipótese é um modelo matemático utilizado para comprovar ou não a veracidade de uma determinada afirmação (hipótese) que se refere a uma população com base nos elementos amostrais coletados. Segundo (BUSSAB E MORETTIN [5]) o objetivo do teste estatístico, é então, fornecer uma metodologia que nos permita verificar se os dados amostrais trazem evidências que apóiem ou não uma hipótese (estatística) formulada.

Segundo (TRIOLA [9]), os testes de hipóteses são classificados em dois tipos distintos: paramétricos ou não paramétricos. Os testes paramétricos (utlilizados nesse trabalho) exigem que seja verificada a pressuposição de que os dados coletados sejam normalmente distribuídos enquanto que os testes não-paramétricos não fazem essa exigência e por isso são considerados menos consistentes. No caso paramétrico, como o nome já diz, o objetivo é testar hipóteses acerca de parâmetros, com base em dados amostrais. Os testes paramétricos podem ser divididos em testes para:

a) Uma amostra

b) Duas amostras independentes

c) Duas amostras emparelhadas (dependentes)

d) Várias amostras (Análiese de variâncias)

6.3 Região crítica e Região de aceitação

Para aceitar ou rejeitar H_0 e como conseqüência, rejeitar ou aceitar H_a, é necessário estabelecer para que valores da variável da amostra vai-se rejeitar H_0, ou seja, afirmar H_a, e para que valores da variável da amostra, vai-se aceitar H_0, ou seja, nesta situação particular, afirmar H_0.

Assim o conjunto de valores que levará a rejeição da hipótese nula (H_0) será denominado de **região crítica (RC)** e a faixa restante de valores da variável é denominada de **região de aceitação (RA)** (ver figura 6.1). Um fato importante é ressaltar que a região crítica é sempre construída sob a hipótese de H_0 ser verdadeira.

Figura 6.1: **Região crítica e região de aceitação**

6.4 Nível de significância de um teste

Pelo fato de estarmos usando resultados amostrais para fazermos inferência sobre a população, estamos sujeito a erros. Segundo (TRIOLA [9]) há dois tipos de erros que se pode cometer, ou seja, quando se rejeita uma hipótese nula verdadeira, ou deixa-se de rejeitar uma hipótese nula falsa. Definem-se os erros tipo I e tipo II como sendo:

a) **Erro tipo I**: rejeitar a hipótese nula H_0 quando essa é verdadeira.

b) **Erro tipo II**: não rejeitar a hipótese nula H_0 quando essa for falsa.

Desta forma, afirma-se que o **nível de significância** (α) é a probabilidade de se rejeitar a hipótese nula H_0 quando essa for verdadeira, isto é, a probabilidade de cometer o erro do tipo I: $\alpha = P(I)$ e que o valor observado da estatística de teste, o **valor-p** (p-value) é o maior nível de significância que levaria à não rejeição da hipótese nula (ou o menor que levaria à rejeição).

A Tabela 6.1 abaixo foi extraída de (EFRON E GOUS [10]) ilustra a escala de Fisher referente ao nível de siginificância.

p-valor	0,10	0,05	0,025	0,01	0,005	0,001
Natureza da evidência	marginal	moderada	substancial	forte	muito forte	fortíssima

Tabela 6.1: **Escala de significância de Fisher**

6.5 Teste t de Student

Duas das características mais importantes de uma população são a sua média M_a, que substituiremos por $\overline{X}$ e o seu desvio padrão D_p que iremos substituir por S. É natural desejarmos tomar decisões após as análises dessas duas características. Aplicaremos o teste t Student, ou simplesmente teste t, em duas situações: para a comparação de duas amostras dependentes e para a comparação de duas amostras independetes.

6.5.1 Teste para comparação de duas amostras dependentes

Neste caso estamos interessados em comparar uma amostra extraída em dois momentos distintos. Deseja-se verificar se a diferença observada entre os dois momentos (efeito do tratamento) é significativa. Assim, para fazer um comparativo entre as duas amostras, notas do pré-teste e notas do pós-teste, será feito inferências a partir de amostras emparelhadas e o teste aplicado nos permitirá concluir se cada grupo evoluiu em seus testes. Desta forma o teste utilizado será o teste t de Student para dados pareados.

Teste t de Student para dados pareados

Nas observações pareadas, o teste apropriado para a diferença entre as médias das duas amostras consiste em primeiro determinar a diferença **d** entre cada par de valores e então testar a hipótese nula de que a média das diferenças na população é zero. Então, do ponto de vista de cálculo, o teste é aplicado a uma única amostra de valores **d**.

A diferença média para um conjunto de observações pareadas é:

$$\overline{d} = \frac{\sum d}{n} .$$

O desvio padrão das diferenças das observações pareadas é dado por:

$$S_d = \sqrt{\frac{\sum d^2 - n\overline{d}}{n-1}} \, .$$

E a estatística do teste será:

$$t = \frac{\overline{d}}{\frac{S_d}{\sqrt{n}}} \, .$$

Essa estatística deve ser comparada com o valor crítico do teste t de Student para determinado nível de significância α e $n-1$ graus de liberdade.

6.5.2 Teste para a comparação de duas amostras independentes

Neste caso estamos interessados em comparar duas populações, representadas cada uma por suas respectivas amostras. Não necessariamente as duas amostras têm o mesmo tamanho. Neste trabalho o teste será aplicado para analisar qual dos grupos obteve o melhor desempenho no final do projeto e sendo assim o teste utilizado será o teste t de Student para as médias.

Teste t de Student para as médias

Para fazer um comparativo entre o desempenho das duas turmas usaremos o teste de hipóteses para amostras independentes já que a amostra extraída de uma população não tem qualquer relação com a amostra extraída da outra.

A estatística t do teste é dada por:

$$t = \frac{\overline{X_1} - \overline{X_2}}{\sqrt{\frac{S_1^2}{n_1} + \frac{S_2^2}{n_2}}}.$$

a qual tem distribuição t de Student com $n_1 + n_2 - 2$ graus de liberdade e com variâncias diferentes com:

- $\overline{X_1}$ e $\overline{X_2}$ são as médias amostrais do grupo 1 e 2 respectivamente;

- S_1 e S_2 são os desvios padrões do grupo 1 e 2 respectivamente;

- n_1 e n_2 são os tamanhos de amostra do grupo 1 e 2 respectivamente.

6.6 Teste t para dados emparelhados: Grupo A

Para fazer um comparativo entre as duas amostras, notas do pré-teste e notas do pós-teste, será feito inferências a partir de amostras emparelhadas. Segundo (TRIOLA [9]), para que tais inferências sejam feitas, deve-se ter os seguintes requisitos:

i) Os dados amostrais consistem em dados emparelhados;

ii) As amostras são amostras aleatórias simples;

iii) Uma, ou ambas, das seguintes condições são satisfeitas: O número de pares de dados é grande, ou seja,$n > 30$, ou os pares tem diferenças provenientes de uma população com distribuição aproximadamente normal.

As amostras apresentadas neste trabalho satisfazem aos dois requisitos **i**, **ii**. Como $n < 30$ faz-se necessário realizar um teste para verificar a normalidade. Foi feito o teste de normalidade de **Kolmogorov - Smirnov**, descrito no Anexo I e verificou-se que os dados satisfazem ao item **iii** podendo assim ser aplicado o teste de hipótese t. A tabela abaixo mostra o emparelhamento das notas do grupo A no pré-teste e no pós-teste e a difereça das notas:

Aluno	$N_{pré}$	$N_{pós}$	$d = N_{pós} - N_{pré}$
1	4	6	2
2	1	4	3
3	2	4	2
4	3	3	0
5	4	3	-1
6	2	2	0
7	5	4	-1
8	3	4	1
9	4	4	0
10	1	6	5

Tabela 6.2: **Diferença das notas do grupo A nos testes**

Lançando os dados da Tabela 6.2 no programa R para processar o teste t obtemos os seguintes resultados (ver figura 6.2):

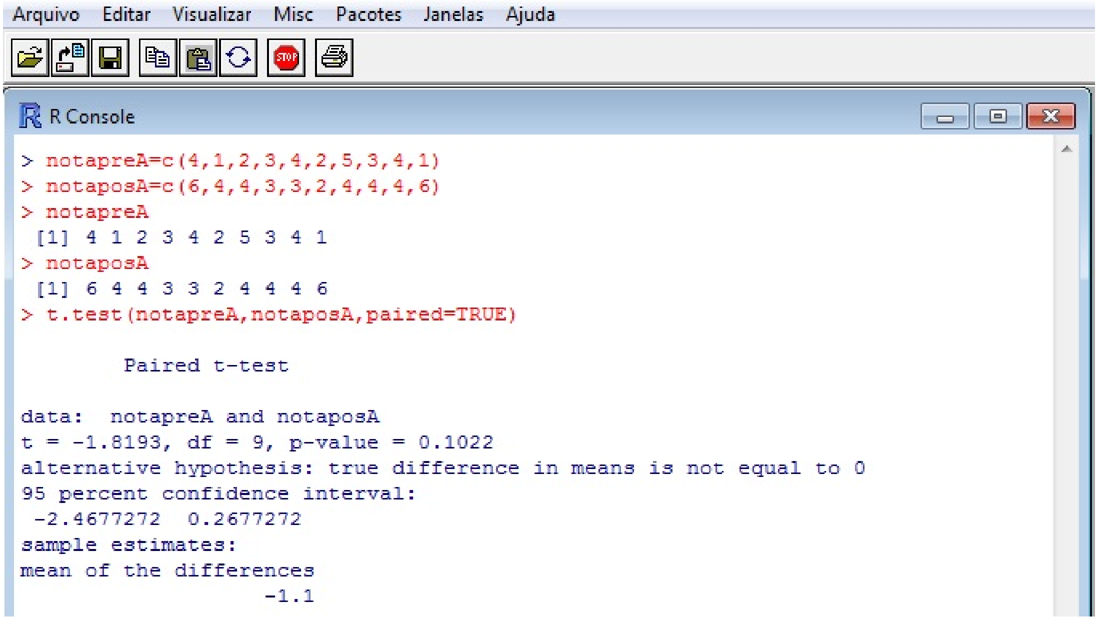


Figura 6.2: **Teste t para as notas emparelhadas do grupo A**

Para um nível de significância $\alpha = 0,05$ temos que a hipótese nula considera as médias iguais e a hipótese alternativa considera que sejam diferentes, isto é:

$$\text{Hipótes nula: } H_0\text{: } \mu_{pré(A)} = \mu_{pós(A)} \text{ e}$$
$$\text{Hipótese alternativa: } H_a\text{: } \mu_{pré(A)} \neq \mu_{pós(A)}$$

Desta forma, pelo resultado do teste apresentado no R, podemos afirmar ao nível de 5% de significância que não existe diferença significativa entre as médias, pois $(p = 0,1022) > (\alpha = 0,05)$. Logo, o desempenho obtido pelos alunos no Pós-Teste foi igual ao desempenho obtido pelos alunos no Pré-Teste. Portanto, podemos afirmar que o grupo A não evoluiu significativamente.

6.7 Teste t para dados emparelhados: Grupo B

Agora iremos analisar o desempenho do grupo B, sendo que essa outra amostra também satisfaz aos dois requisitos **i** e **ii** citados em **6.6**. Como $n < 30$ é necessário também realizar um teste para verificar a normalidade. Foi feito o teste de normalidade de **Kolmogorov -**

Smirnov, descrito no Anexo I e verificou-se que os dados satisfazem ao item **iii** podendo assim ser aplicado o teste de hipótese t. A tabela abaixo mostra o emparelhamento das notas do grupo B no pré-teste e no pós-teste e a diferença das notas:

Aluno	$N_{pré}$	$N_{pós}$	$d = N_{pós} - N_{pré}$
1	7	4	-3
2	2	7	5
3	4	7	3
4	3	7	4
5	5	8	3
6	3	4	1
7	2	4	2
8	1	7	6
9	2	3	1
10	4	3	-1

Tabela 6.3: **Diferença das notas do grupo B nos testes**

Lançamos os dados da Tabela 6.3 no programa R para processar o teste t obtemos os seguintes resultados (ver figura 6.3):

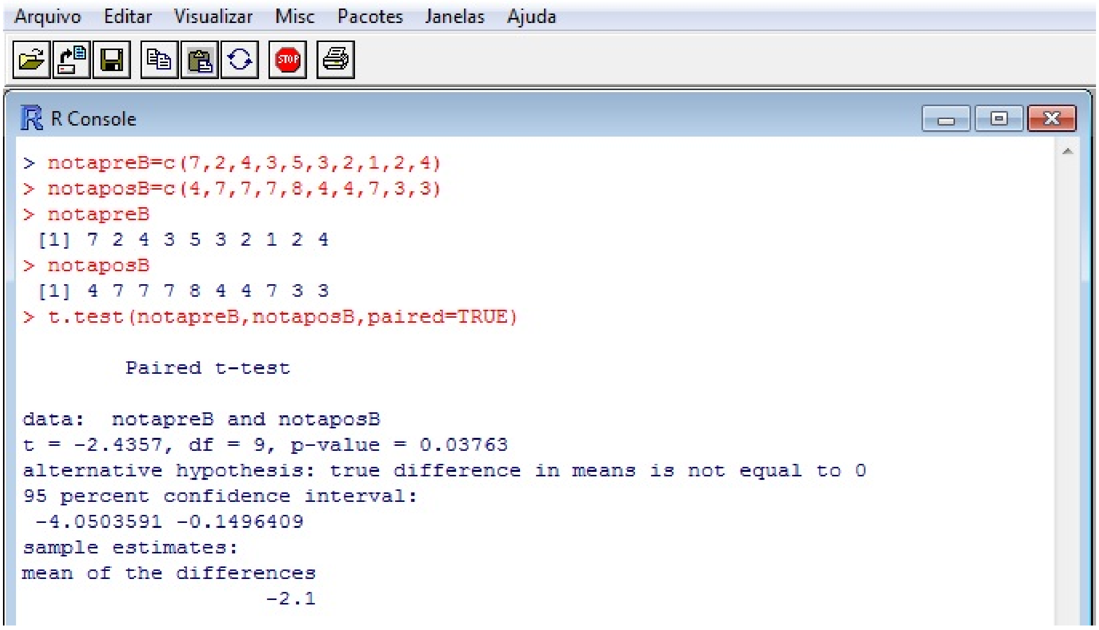


Figura 6.3: **Teste t para as notas emparelhadas do grupo B**

Para um nível de significância $\alpha = 0,05$ temos que a hipótese nula considera as médias iguais e a hipótese alternativa considera que sejam diferentes, isto é:

$$\text{Hipótes nula: } H_0\text{: } \mu_{\text{pré(B)}} = \mu_{\text{pós(B)}} \text{ e}$$
$$\text{Hipótese alternativa: } H_a\text{: } \mu_{\text{pré(B)}} \neq \mu_{\text{pós(B)}}$$

Desta forma, pelo resultado do teste apresentado no R, podemos afirmar ao nível de 5% de significância que existe diferença significativa entre as médias, pois $(p = 0,03763) < (\alpha = 0,05)$. Logo, o desempenho obtido pelos alunos do grupo B no Pós-Teste foi melhor que o desempenho obtido pelos alunos no Pré-Teste, já que a média das notas no Pós-Teste foi 5,4 e a nota do Pré-Teste foi 3,3. Sendo assim, podemos afirmar que o grupo B evoluiu significativamente.

6.8 Teste t para comparar o desempenho dos grupos

Duas amostras são independentes se a amostra extraída de uma população não tem qualquer relação com a amostra extraída da outra. Há procedimentos de inferência estatística para situações que envolvem médias de duas populações independentes. Segundo (TRIOLA [9]), ela deve satisfazer os seguintes requisitos:

i) As duas amostras são independentes;

ii) As amostras são amostras aleatórias simples;

iii) Uma, ou ambas, das seguintes condições são satisfeitas: Os dois tamanhos amostrais são ambos grandes, ou seja, $n_1 > 30$ e $n_2 > 30$ ou ambas amostras provêm de populações com distribuições normais.

As amostras apresentadas nesta secção satisfazem aos requisitos **i**, ao **ii** e também ao **iii**(afirmadas na secção anterior e mostradas no Anexo I), sendo assim usaremos o teste t para amostras independentes. Faremos um comparativo entre o desempenho dos dois grupos, levando em consideração, primeiramente os resultados obtidos por cada grupo no pré-teste e posteriormente os resultados obtidos no pós-teste.

6.9 Comparando os resultados no pré-teste

Lançamos no R as notas dos grupos no pré-teste contidas na **Tabela 5.1** e na **Tabela 5.2** para processar o teste t para amostras independentes e obtivemos o resultado exposto na **figura 6.4**.

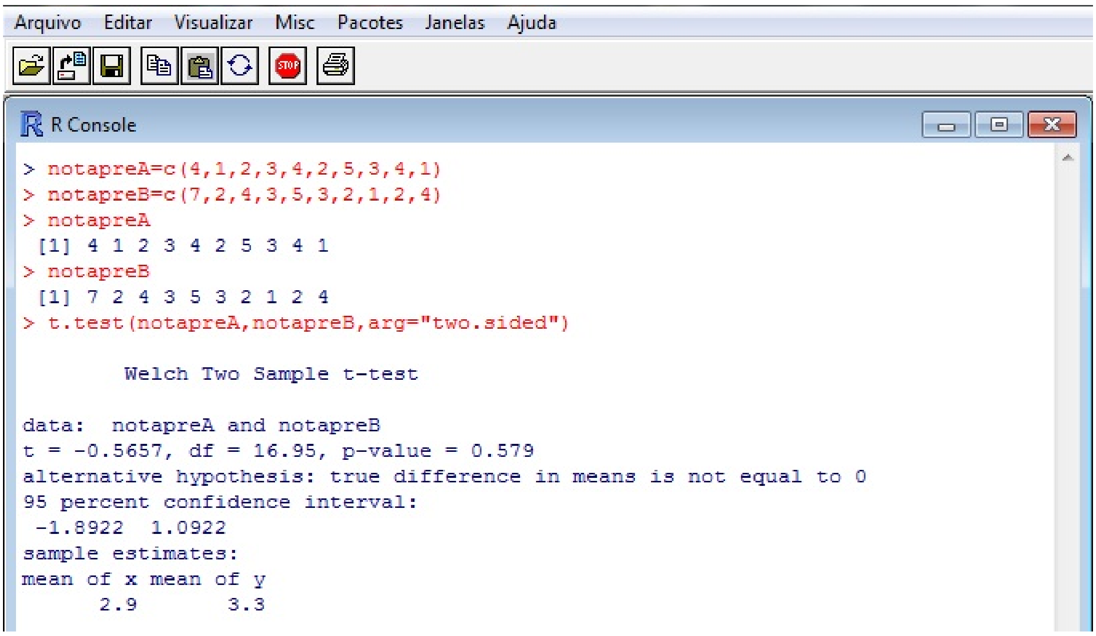


Figura 6.4: **Teste t para as notas do pré-teste dos grupos**

Para um nível de significância $\alpha = 0,05$ temos que a hipótese nula considera as médias iguais e a hipótese alternativa considera que sejam diferentes, isto é:

Hipótes nula: H_0: $\mu_{pré(A)} = \mu_{pré(B)}$ e

Hipótese alternativa: H_a: $\mu_{pré(A)} \neq \mu_{pré(B)}$

O resultado do teste t no R nos mostra que estatisticamente existe igualdade entre as médias, pois $(p = 0,579) > (\alpha = 0,05)$. Desta forma podemos afirmar que os grupos começaram o projeto com o mesmo nível de conhecimento.

6.10 Comparando os resultados no pós-teste

Lançamos no R os dados da **Tabela 5.3** e da **Tabela 5.4** para processar o teste t para amostras independentes e obtivemos o resultado exposto na **figura 6.5**.

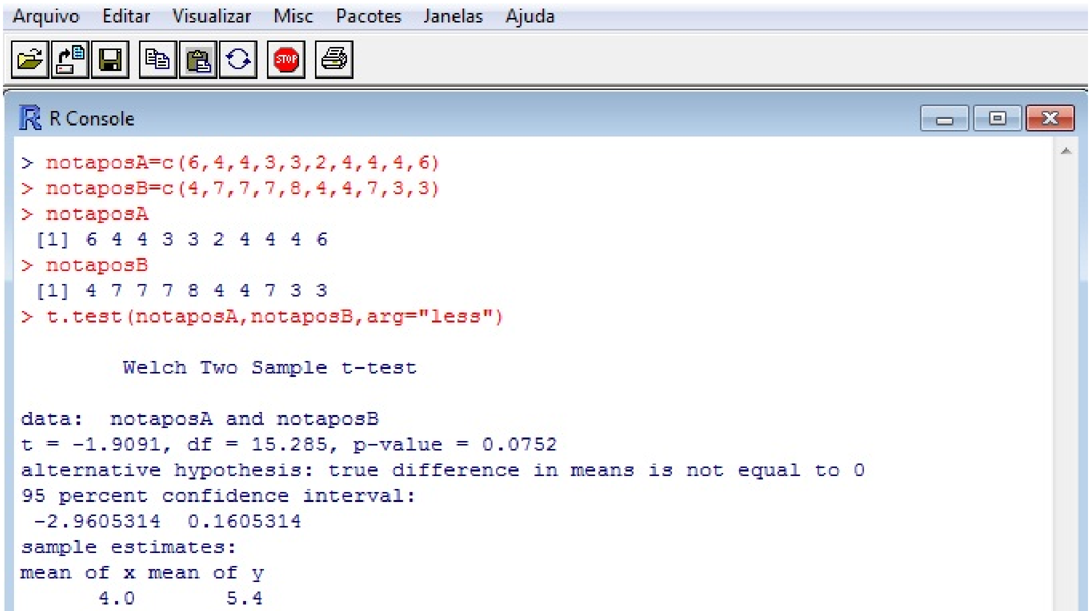


Figura 6.5: **Teste t para as notas no pós-teste dos grupos**

Para um nível de significância $\alpha = 0,05$ temos que a hipótese nula considera as médias iguais e a hipótese alternativa considera que sejam diferentes, isto é:

Hipótes nula: H_0: $\mu_{pós(A)} = \mu_{pós(B)}$ e

Hipótese alternativa: H_a: $\mu_{pós(A)} < \mu_{pós(B)}$

De acordo com o resultado do teste t, temos que as médias são iguais, pois $(p = 0,0752) > (\alpha = 0,05)$. Porém, ao nível de significância $\alpha = 0,10$ (nível marginal) rejeitamos a hipótese nula, isto é, a hipótese de que as médias sejam iguais. Sendo assim, o grupo B foi melhor que o grupo A no pós-teste.

Capítulo 7

Considerações finais

O Ensino de Estatística através de projetos torna-se um forte instrumento facilitador do processo de ensino-aprendizagem, não somente pelo fato de proporcionar aos alunos a oportunidade de realizar pesquisas de campo, como foi feita na própria escola, mas também, pelo fato de trabalharem com dados estatísticos reais pertinentes aos alunos da mesma, passando assim a conhecer melhor o seu ambiente escolar, representando-o através de tabelas e gráficos.

Este projeto também proporcionou aos alunos uma nova dinâmica de ensino, fazendo que os mesmos participassem mais das aulas, aumentando o seu desejo em aprender e incorporando um conteúdo de suma importância para sua formação como cidadão.

Foi bastante notável no grupo B a vontade de apresentar o seminário no pátio da escola (embora alguns ainda inseguros), de realizar a coleta de dados, e nas construções gráficas. Em todas as atividades desenvolvidas a participação dos alunos foi bastante positiva e os mesmos puderam aprender de forma dinâmica os conceitos de estatística não apenas de maneira narrativa, mas também fazendo uma correlação entre as formas experimental e teórica.

Também foi bastante visível a total desmotivação dos alunos do grupo A, se sentindo obrigados a participarem das aulas, pois as mesmas eram bastante cansativas, sem muitas novidades, semelhantes as que estavam acostumados em seu dia a dia. Desmotivação essa, que durante o pós-teste, com uma hora de prova, tinha em sala de aula somente dois alunos do grupo A, enquanto ainda havia 8 alunos do grupo B, perceptivelmente, concentrados.

Este trabalho, por um lado confirmou as concepções prévias da ineficiência do ensino de Estatística no ensino médio em nosso município e da pouca importância que os conteúdos ainda representam na grade curricular, mesmo sabendo o quanto eles são cobrados em exames nacionais como no ENEM. Por outro lado, apresentou indícios de como intervir didaticamente, principalmente através de projetos, para melhorias deste ensino.

Conclui-se então que o ensino da estatística através de projetos é uma das vias fundamentais para a formação social e intelectual do corpo discente, fazendo deste um individuo cheio de conhecimentos e um cidadão crítico, preparado para ser inserido numa sociedade repleta de constantes mudanças.

Referências Bibliográficas

[1] BRASIL. Ministério da Educação. **Parâmetros Curriculares Nacionais**: Ensino Médio. Brasília: Ministério da Educação, 1999.

[2] BATANERO, C. **Estadística con Proyectos**. Universidad de Granada, 2011

[3] MARANHÃO. **Referenciais Curriculares**: *Ensino Médio: Estado do Maranhão / Secretaria de Estado da Educação*. São Luis, 2007

[4] MARANHÃO. **Diretrizes Curriculares Educação Básica**: *Estado do Maranhão / Secretaria de Estado da Educação*.São Luis, 2014

[5] BUSSAB, Wilton de O., MORETTIN, Pedro A. **Estatística Básica**. 5.*ed*. - São Paulo: Saraiva, 2004

[6] CÁLCULO. **Cálculo Matemática para todos**. São Paulo: segmento, a. 2, n.21, out. 2012

[7] HALL, J.(2011).- *Engaging teachers and students with real data: benefits and challenges*. En C. BATANERO, G. Burrill, y C. Reading (Eds.), Teaching statistics in school mathematics. Challenges for teaching and teacher education. A joint ICMI and IASE study (pp. 335-346). New York: Springer.

[8] CAMPOS, C. R. **A Educação Estatística: uma investigação acerca dos aspectos relevantes à didática da estatística em cursos de graduação**. Tese (Doutorado em Educação Matemática). Instituto de Geociências e Ciências Exatas, UNESP-Rio Claro, 2007.

[9] TRIOLA, M.F. **Introdução a Estatística**. 10.ed. LTC, 2008.

[10] EFROM, B., GOUS, A. **Bayesian and frequentist model selection**. TR n. 193, *Division of Biostatistics*, Stanford University, 1997.

[11] DANTE, L.R. **Matemática Contexto e Aplicações**. São Paulo: Ed. Ática, v.3, 2010.

[12] CRESPO, A. A. **Estatística Fácil**. Editora Saraiva 19ª edição atualizada, 2009

[13] M. M. ANDRADE, **Ensino e aprendizagem de estatística por meio da modelagem matemática**: *Uma investigação com o ensino médio.* Master's thesis, Universidade Estadual Paulista, Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Campus de Rio Claro, 2008.

[14] IEZZI, Gelson., DOLCE, Osvaldo., DEGENSZAJN, David., PÉRIGO, Roberto., ALMEIDA, Nilze de. **Matemática Ciências e Aplicações**. São Paulo: Ed. Saraiva, v.3, 2010

[15] SOUZA. Joamir Roberto de. **Novo Olhar Matemática**. São Paulo: Ed. FTD, v.3, 2010

[16] IEZZI, Gelson., HAZZAN, Samule.,DEGENSZAJN, David. **Fundamentos de Matemática Elementar**:*matemática comercial, matemática financeira, estatística descritiva.* São Paulo: Ed: Atual, v. 11, 2004.

[17] NOVANTA, A. F., "**Ensino de Estatística através de projetos**: *uma experiência no 9º ano do ensino fundamental*", Dissetarção de Mestrado, IMPA, Rio de Janeiro, RJ; 2013.

[18] http://www.mec.gov.br (acesso em: 20/02/2014)

Anexos

Anexo I - TESTE DE KOLMOGOROV - SMIRNOV

Diversos problemas existentes em estatística são tratados com a hipótese de que os dados são retirados de uma população com uma distribuição de probabilidade específica. O formato desta distribuição pode ser um dos objetivos da análise. Suponhamos, por exemplo, que uma pequena amostra de observações foram retiradas de uma população com distribuição desconhecida e que estamos interessados em testar hipóteses sobre a média desta população. O teste paramétrico tradicional, baseado na distribuição t-student, é obtido sob a hipótese de que a população tem distribuição normal. Nesse sentido, surge a necessidade de certificarmos se essa suposição pode ser assumida. Para tal finalidade, usaremos o **Teste de Kolmogorov - Smirnov**.

O teste de Kolmogorov - Smirnov pode ser utilizado para avaliar as hipóteses:

Hipótes nula: H_0: *os dados surgem de uma distribuição normal*

Hipótese alternativa: H_a: *os dados não surgem de uma distribuição normal*

Este teste observa a máxima diferença absoluta entre a função de distribuição acumulada assumida para os dados, no caso a Normal, e a função de distribuição empírica dos dados. Como critério, comparamos esta diferença com um valor crítico, para um dado nível de significância.

Seja uma amostra aleatória simples $X_1, X_2, ..., X_n$ de uma população com função de distribuição acumulada contínua desconhecida. A estatística utilizada para o teste é:

$$D_n = \sup_x |F(x) - F_n(x)|$$

.

Esta função corresponde a distância máxima vertical entre os gráficos de $F(x)$ e $F_n(x)$ sobre a amplitude dos possíveis valores de x . Em D_n temos que:

- F(x) representa a função de distribuição acumulada assumida para os dados;
- $F_n(x)$ representa a função de distribuição acumulada empírica dos dados.

Neste caso, queremos testar a hipótese $H_0 : F_X = F$ contra a hipótese alternativa $H_a : F_X \neq F$. Para isto, tomamos $X_{(1)}, X_{(2)}, ..., X_{(n)}$ as observações aleatórias ordenadas de forma crescente da população com função de distribuição contínua F_X. No caso de análise da normalidade dos dados, assumimos a função F de distribuição da normal. A função de distribuição acumulada assumida para os dados é definida por:

$$F(x_{(i)}) = P(X \leqslant x_{(i)}) \ .$$

e a função de distribuição acumulada empírica é definida por uma função escada, dada pela fórmula:

$$F_n(x) = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} I_{(-\infty,x]}(x_{(i)}) \ .$$

onde I_A é a função indicadora. A função indicadora é definida da seguinte forma:

$$I_A = \begin{cases} 1; & \text{se } x \in A \\ 0; & \text{caso contrário} \end{cases} .$$

Observe que a função da distribuição empírica $F_n(x)$ corresponde à proporção de valores menores ou iguais a . Tal função também pode ser escrita da seguinte forma:

$$F_n(x) = \begin{cases} 0; & \text{se } x < x_{(1)} \\ \frac{k}{n}; & \text{se } x_{(k)} \leqslant x < x_{(k+1)} \\ 1; & \text{se } x > x_{(n)} \end{cases} .$$

Sob H_0 , a distribuição assintótica da estatística de kolmogorov-Smirnov é dada por:

$$lim_{n\to\infty} P[\sqrt{n} D_n \leqslant x] = 1 - 2\sum_{j=1}^{\infty}(-1)^{j-1}$$

$\exp^{-2j^2x^2}$. Esta distribuição assintótica é válida quando temos conhecimento completo sobre a distribuição de H_0 , entretanto, na prática, especifica uma famíla de distribuições de probabilidade. Neste caso, a distribuição assintótica da estatística de Kolmogorov-Smirnov não conhecida e foi determinada via simulação.

Como a função de distribuição empírica é descontínua e a função de distribuição hipotética é contínua, vamos considerar duas outras estatísticas:

$$D^{+} = \sup_{x_{(i)}} |F(x_{(i)}) - F_n(x_{(i)})|$$

$$D^{-} = \sup_{x_{(i)}} |F(x_{(i)}) - F_n(x_{(i-1)})|$$

.

para calcularmos a estatística de kolmogorov-Smirnov. Essas estatísticas medem as distâncias (vertical) entre os gráficos das duas funções, teórica e empírica, nos pontos $x_{(i-1)}$ e $x_{(i)}$. Com isso, podemos utilizar como estatística de teste:

$$D_n = \max(D_+, D_-) \ .$$

Se D_n é maior que o valor crítico, rejeitamos a hipótese de normalidade dos dados com de confiança. Caso contrário, não rejeitamos a hipótese de normalidade.

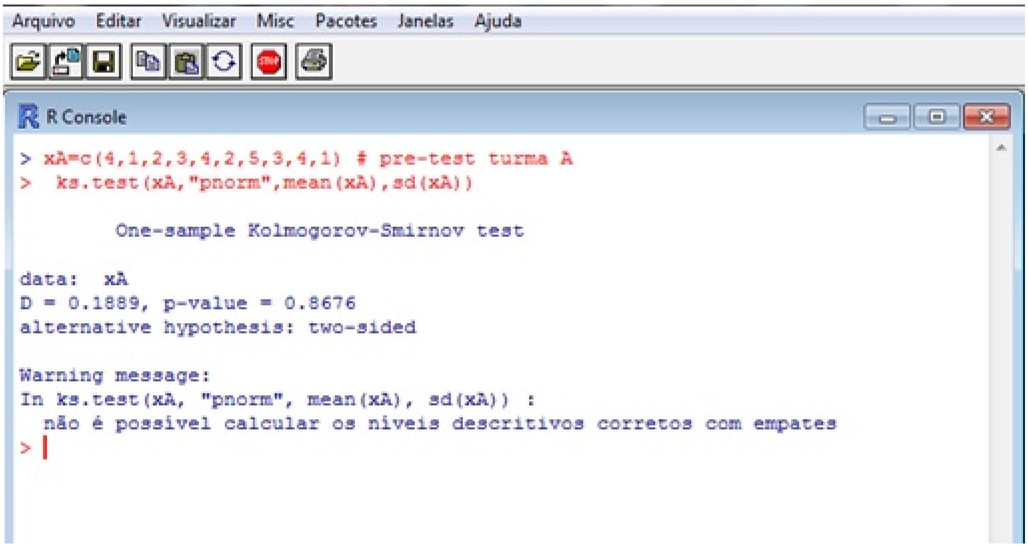
Aplicação do Teste de Kolmogorov

O teste de kolmogorov será feito no programa *R- Project*. Será realizado com os dados do pré-teste dos grupos e também para os dados do pós-teste, com o objetivo de satisfazer o requisito **iii** da **secção 6.6** e o requisito **iii** da **secção 6.8**.

Teste de kolmogorov para o grupo A

Notas do pré-teste do grupo A

Lançamos as notas do pré-teste do grupo A no R para processar o teste de kolmogorov, o resultado está exposto abaixo:



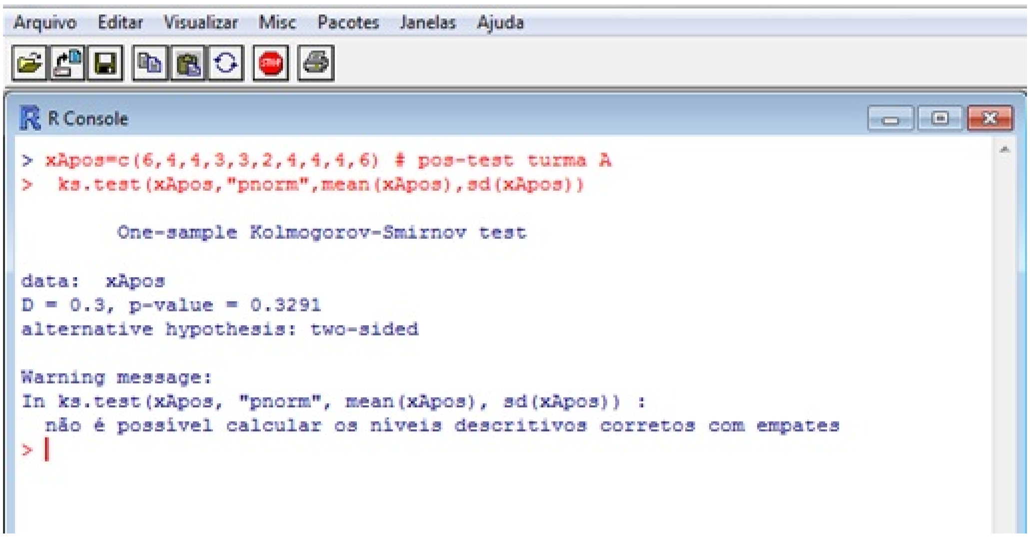
Para um nível de significância $\alpha = 0,05$ temos que:

$$\mathrm{H}_0\text{: } \textit{os dados surgem de uma distribuição normal} \text{ e}$$
$$\mathrm{H}_a\text{: } \textit{os dados não surgem de uma distribuição normal}$$

Para um nível de significância de $\alpha = 0,05$, não podemos rejeitar H_0, pois $(p = 0,8676) > (\alpha = 0,05)$. Sendo assim, as notas do pré-teste de A provém de uma distribuição normal.

Notas do pós-teste do grupo A

Lançamos as notas do pós-teste do grupo A no R para processar o teste de kolmogorov, o resultado está exposto abaixo:



Para um nível de significância $\alpha = 0,05$ temos que:

$$\mathrm{H}_0\text{: } \textit{os dados surgem de uma distribuição normal} \text{ e}$$

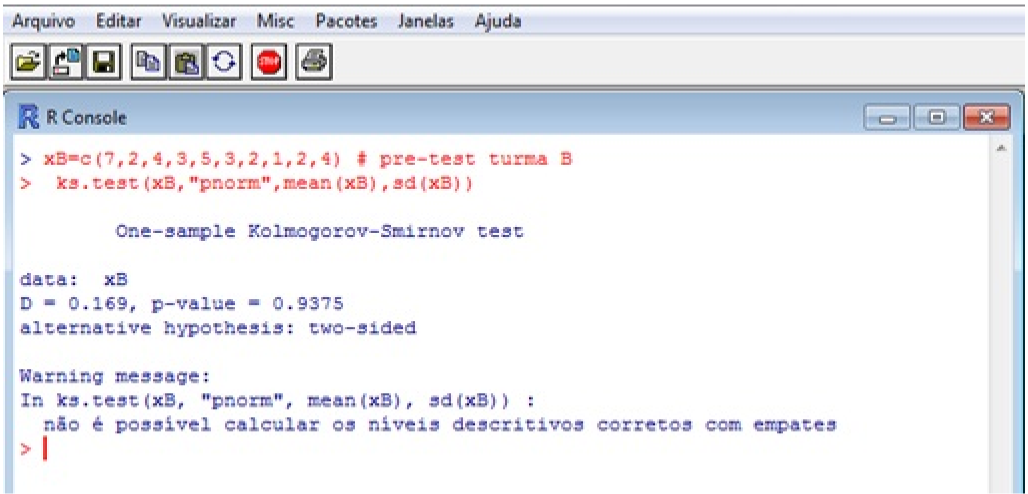
H_a: *os dados não surgem de uma distribuição normal*

Para um nível de significância de $\alpha = 0,05$, não podemos rejeitar H_0, pois $(p = 0,3291) > (\alpha = 0,05)$. Sendo assim, as notas do pós-teste de A provém de uma distribuição normal.

Teste de kolmogorov para o grupo B

Notas do pré-teste do grupo B

Lançamos as notas do pré-teste do grupo B no R para processar o teste de kolmogorov, o resultado está exposto abaixo:



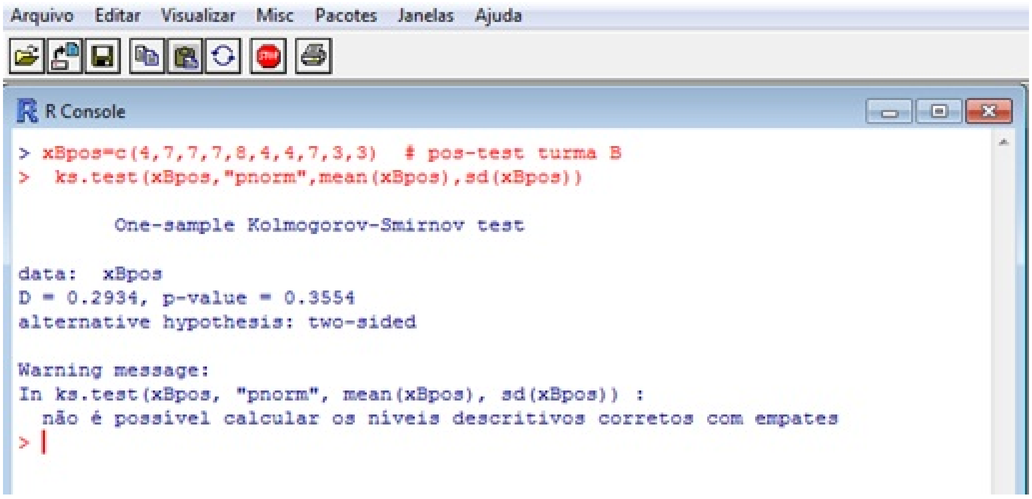
Para um nível de significância $\alpha = 0,05$ temos que:

$$\text{H}_0\text{: } \textit{os dados surgem de uma distribuição normal} \text{ e}$$
$$\text{H}_a\text{: } \textit{os dados não surgem de uma distribuição normal}$$

Para um nível de significância de $\alpha = 0,05$, não podemos rejeitar H_0, pois $(p = 0,9375) > (\alpha = 0,05)$. Sendo assim, as notas do pré-teste de B provém de uma distribuição normal.

Notas do pós-teste do grupo B

Por fim, lançamos as notas do pós-teste do grupo B no R para processar o teste de kolmogorov, o resultado está exposto abaixo:



Para um nível de significância $\alpha = 0,05$ temos que:

H_0: *os dados surgem de uma distribuição normal* e

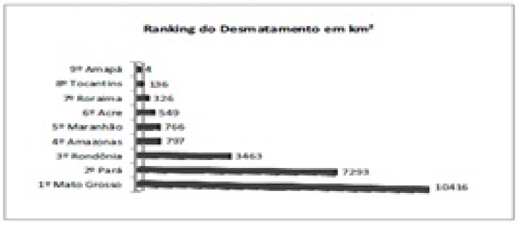
H_a: *os dados não surgem de uma distribuição normal*

Para um nível de significância de $\alpha = 0,05$, não podemos rejeitar H_0, pois $(p = 0,3554) > (\alpha = 0,05)$. Sendo assim, as notas do pós-teste de B provém de uma distribuição normal.

Anexo II - PRÉ-TESTE

Questão(01)

Em sete de abril de 2004, um jornal publicou o *ranking* de desmatamento, conforme gráfico, da chamada Amazônia Legal, integrada por nove estados.



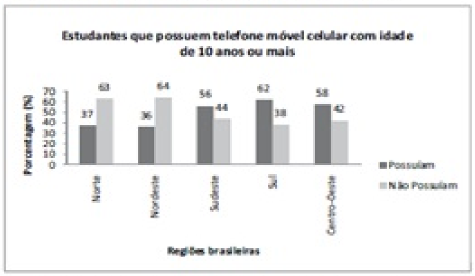
Disponível em: www.folhaonline.com.br. Acesso em: 30 abr. 2010 (adaptado).

Considerando-se que até 2009 o desmatamento cresceu 10,5% em relação aos dados de 2004, o desmatamento médio por estado em 2009 está entre

- Ⓐ 100 km² e 900 km².
- Ⓑ 1 000 km² e 2 700 km².
- Ⓒ 2 800 km² e 3 200 km².
- Ⓓ 3 300 km² e 4 000 km².
- Ⓔ 4 100 km² e 5 800 km².

Questão(02)

Os dados do gráfico foram coletados por meio da Pesquisa Nacional por Amostra de Domicílios.



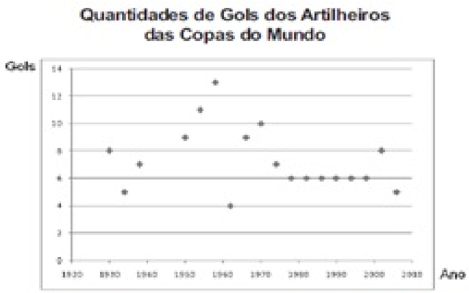
Fonte: IBGE. Disponível em: http://www.ibge.gov.br. Acesso em: 28 abr. 2010 (adaptado).

Supondo-se que, no Sudeste, 14 900 estudantes foram entrevistados nessa pesquisa, quantos deles possuíam telefone móvel celular?

- Ⓐ 5 513
- Ⓑ 6 556
- Ⓒ 7 450
- Ⓓ 8 344
- Ⓔ 9 536

Questão(03)

O gráfico apresenta a quantidade de gols marcados pelos artilheiros das Copas do Mundo desde a Copa de 1930 até a de 2006.



Disponível em: http://www.suapesquisa.com. Acesso em: 23 abr. 2010 (adaptado).

A partir dos dados apresentados, qual a mediana das quantidades de gols marcados pelos artilheiros das Copas do Mundo?

- Ⓐ 6 gols
- Ⓑ 6,5 gols
- Ⓒ 7 gols
- Ⓓ 7,3 gols
- Ⓔ 8,5 gols

Questão(04)

Marco e Paulo foram classificados em um concurso. Para classificação no concurso o candidato deveria obter média aritmética na pontuação igual ou superior a 14. Em caso de empate na média, o desempate seria em favor da pontuação mais regular. No quadro a seguir são apresentados os pontos obtidos nas provas de Matemática, Português e Conhecimentos Gerais, a média, a mediana e o desvio padrão dos dois candidatos.
Dados dos candidatos no concurso

	Matemática	Português	Conhecimentos Gerais	Média	Mediana	Desvio Padrão
Marco	14	15	16	15	15	0,32
Paulo	8	19	18	15	18	4,97

O candidato com pontuação mais regular, portanto mais bem classificado no concurso, é

- Ⓐ Marco, pois a média e a mediana são iguais.
- Ⓑ Marco, pois obteve menor desvio padrão.
- Ⓒ Paulo, pois obteve a maior pontuação da tabela, 19 em Português.
- Ⓓ Paulo, pois obteve maior mediana.
- Ⓔ Paulo, pois obteve maior desvio padrão.

Questão(05)

O quadro seguinte mostra o desempenho de um time de futebol no último campeonato. A coluna da esquerda mostra o número de gols marcados e a coluna da direita informa em quantos jogos o time marcou aquele número de gols.

Gols marcados	Quantidade de partidas
0	5
1	3
2	4
3	3
4	2
5	2
7	1

Se X, Y e Z são, respectivamente, a média, a mediana e a moda desta distribuição, então

- Ⓐ X = Y < Z.
- Ⓑ Z < X = Y.
- Ⓒ Y < Z < X.
- Ⓓ Z < X < Y.
- Ⓔ Z < Y < X.

Questão(06)

A participação dos estudantes na Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas (OBMEP) aumenta a cada ano. O quadro indica o percentual de medalhistas de ouro, por região, nas edições da OBMEP de 2005 a 2009:

Região	2005	2006	2007	2008	2009
Norte	2%	2%	1%	2%	1%
Nordeste	18%	19%	21%	15%	19%
Centro-Oeste	5%	6%	7%	8%	9%
Sudeste	55%	61%	58%	66%	60%
Sul	21%	12%	13%	9%	11%

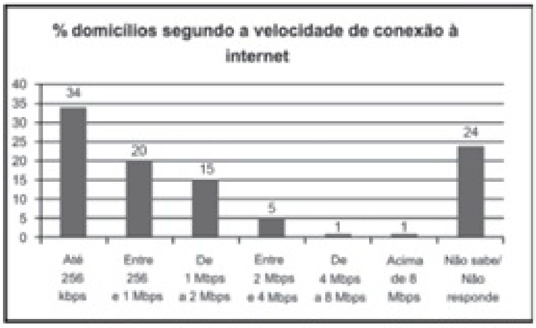
Disponível em: http://www.obmep.org.br. Acesso em: abr. 2010 (adaptado).

Em relação às edições de 2005 a 2009 da OBMEP, qual o percentual médio de medalhistas de ouro da região Nordeste?

- Ⓐ 14,6%
- Ⓑ 18,2%
- Ⓒ 18,4%
- Ⓓ 19,0%
- Ⓔ 21,0%

Questão(07)

O gráfico mostra a velocidade de conexão à internet utilizada em domicílios no Brasil. Esses dados são resultado da mais recente pesquisa, de 2009, realizada pelo Comitê Gestor da Internet (CGI).



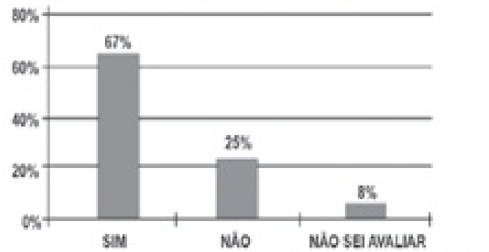
Disponível em: http://agencia.ipea.gov.br. Acesso em: 28 abr. 2010 (adaptado).

Escolhendo-se, aleatoriamente, um domicílio pesquisado, qual a chance de haver banda larga de conexão de pelo menos 1 Mbps neste domicílio?

- Ⓐ 0,45
- Ⓑ 0,42
- Ⓒ 0,30
- Ⓓ 0,22
- Ⓔ 0,15

Questão(08)

Uma enquete, realizada em março de 2010, perguntava aos internautas se eles acreditavam que as atividades humanas provocam o aquecimento global. Eram três as alternativas possíveis e 279 internautas responderam à enquete, como mostra o gráfico.



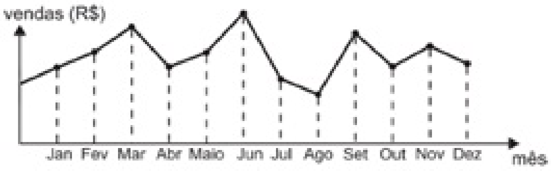
Época. Ed. 619, 29 mar. 2010 (adaptado).

Analisando os dados do gráfico, quantos internautas responderam "NÃO" à enquete?

- Ⓐ Menos de 23.
- Ⓑ Mais de 23 e menos de 25.
- Ⓒ Mais de 50 e menos de 75.
- Ⓓ Mais de 100 e menos de 190.
- Ⓔ Mais de 200.

Questão(09)

O dono de uma farmácia resolveu colocar à vista do público o gráfico mostrado a seguir, que apresenta a evolução do total de vendas (em Reais) de certo medicamento ao longo do ano de 2011.



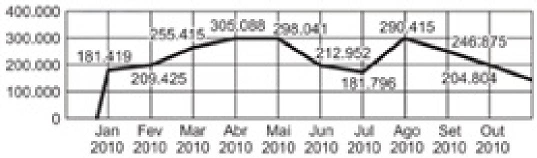
De acordo com o gráfico, os meses em que ocorreram, respectivamente, a maior e a menor venda absolutas em 2011 foram

- (A) março e abril.
- (B) março e agosto.
- (C) agosto e setembro.
- (D) junho e setembro.
- (E) junho e agosto.

Questão(10)

O gráfico apresenta o comportamento de emprego formal surgido, segundo o CAGED, no período de janeiro de 2010 a outubro de 2010.

BRASIL - Comportamento do Emprego Formal no período de janeiro a outubro de 2010 - CAGED

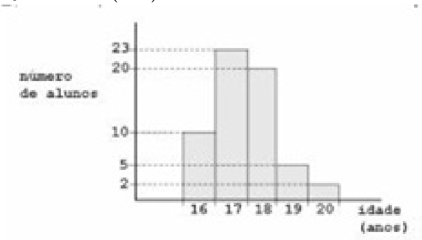


Com base no gráfico, o valor da parte inteira da mediana dos empregos formais surgidos no período é

- (A) 212.952.
- (B) 229.913.
- (C) 240.621.
- (D) 255.496.
- (E) 298.041.

Anexo III - PÓS-TESTE

Questão(01)



Qual das alternativas representa melhor a média de idades dos alunos?

a) 16 anos e 10 meses.
b) 17 anos e 1 mês.
c) 17 anos e 5 meses.
d) 18 anos e 6 meses.
e) 19 anos e 2 meses.

Questão(02)

A tabela abaixo apresenta o percentual de candidatos por faixa de pontuação, na prova discursiva de Matemática do PSS-2005/UFPB.

PONTOS	%
0	10,1
1 a 4	36,3
5 a 8	31,3
9 a 12	13,2
13 a 16	5,6
17 a 20	2,6
21 a 24	0,9

Fonte: COPERVE/UFPB

Com base nesses dados, é correto afirmar:
a) Mais de 10% obtiveram, no mínimo, 13 pontos.
b) No máximo, 40% obtiveram até 4 pontos.
c) Mais de 70% obtiveram, no máximo, 8 pontos.
d) Mais de 3% obtiveram de 17 a, no máximo, 20 pontos.
e) Mais de 4% obtiveram de 17 a 24 pontos.

Questão(03)

A tabela mostra alguns dados da emissão de dióxido de carbono de uma fábrica, em função do número de toneladas produzidas.

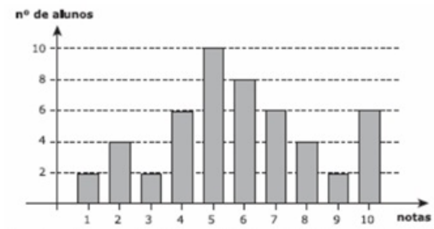
Produção (em toneladas)	Emissão de dióxido de carbono (em partes por milhão – ppm)
1,1	2,14
1,2	2,30
1,3	2,46
1,4	2,64
1,5	2,83
1,6	3,03
1,7	3,25
1,8	3,48
1,9	3,73
2,0	4,00

Cadernos do Gestar II, Matemática TP3. Disponível em: www.mec.gov.br. Acesso em: 14 jul. 2009.

Os dados na tabela indicam que a taxa média de variação entre a emissão de dióxido de carbono (em ppm) e a produção (em toneladas) é:
a) inferior a 0,18.
b) superior a 0,18 e inferior a 0,50.
c) superior a 0,50 e inferior a 1,50.
d) superior a 1,50 e inferior a 2,80.
e) superior a 2,80.

Questão(04)

Chama-se mediana de um conjunto de 50 dados ordenados em ordem crescente o número x dado pela média aritmética entre os 25º- e o 26º- dado. Observe no gráfico a seguir uma representação para as notas de 50 alunos do primeiro semestre de Ciências Econômicas numa determinada prova.



A mediana das notas dos 50 alunos de Ciências Econômicas nesta prova é igual a
a) 3.
b) 4.
c) 5.
d) 6.
e) 7.

Questão(05)

Brasil e França têm relações comerciais há mais de 200 anos. Enquanto a França é a 5.ª nação mais rica do planeta, o Brasil é a 10.ª, e ambas se destacam na economia mundial. No entanto, devido a uma série de restrições, o comércio entre esses dois países ainda não é adequadamente explorado, como mostra a tabela seguinte, referente ao período 2003-2007.

Investimentos Bilaterais (em milhões de dólares)

ANO	BRASIL NA FRANÇA	FRANÇA NO BRASIL
2003	367	825
2004	357	485
2005	354	1458
2006	539	744
2007	280	1214

Os dados da tabela mostram que, no período considerado, os valores médios dos investimentos da França no Brasil foram maiores que os investimentos do Brasil na França em um valor:

a) inferior a 300 milhões de dólares.
b) B superior a 300 milhões de dólares, mas inferior a 400 milhões de dólares.
c) superior a 400 milhões de dólares, mas inferior a 500 milhões de dólares.
d) superior a 500 milhões de dólares, mas inferior a 600 milhões de dólares.
e) superior a 600 milhões de dólares.

Questão(06)

Durante o ano letivo, um professor de matemática aplicou cinco provas para seus alunos. A tabela apresenta as notas obtidas por um determinado aluno em quatro das cinco provas realizadas e os pesos estabelecidos pelo professor para cada prova.

PROVA	I	II	III	IV	V
NOTA	6,5	7,3	7,5	?	6,2
PESO	1	2	3	2	2

Se o aluno foi aprovado com média final ponderada igual a 7,3, calculada entre as cinco provas, a nota obtida por esse aluno na prova IV foi:

a) 9,0.
b) 8,5.
c) 8,3.
d) 8,0.
e) 7,5.

Questão(07)

Em um concurso, foi aplicada uma prova a 1000 candidatos, distribuídos em cinco grupos, A, B, C, D e E, conforme tabela abaixo.

GRUPO	NÚMERO DE CANDIDATOS	MÉDIA ARITMÉTICA DAS NOTAS OBTIDAS
A	150	4,0
B	250	2,0
C	300	3,0
D	200	5,0
E	100	6,0

A média aritmética final das notas da prova é:

a) 4,8
b) 5,2
c) 3,6
d) 3,2
e) 2,9

Questão(08)

Na tabela, são apresentados dados da cotação mensal do ovo extra branco vendido no atacado, em Brasília, em reais, por caixa de 30 dúzias de ovos, em alguns meses dos anos 2007 e 2008

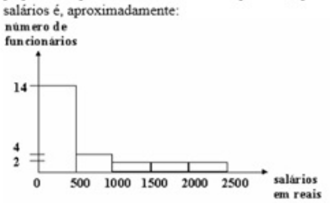
MÊS	COTAÇÃO	ANO
Outubro	R$ 83,00	2007
Novembro	R$ 73,10	2007
Dezembro	R$ 81,60	2007
Janeiro	R$ 82,00	2008
Fevereiro	R$ 85,30	2008
Março	R$ 84,00	2008
Abril	R$ 84,60	2008

De acordo com esses dados, o valor da mediana das cotações mensais do ovo extra branco nesse período era igual a

a) R$ 73,10.
b) R$ 81,50.
c) R$ 82,00.
d) R$ 83,00.
e) R$ 85,30.

Questão(09)

O histograma a seguir apresenta a distribuição de frequência das faixas salariais numa pequena empresa. Com os dados disponíveis, pode-se concluir que a média desses salários é, aproximadamente:



a) R$ 420,00
b) R$ 536,00
c) R$ 562,00
d) R$ 640,00
e) R$ 708,00

Questão(10)

Uma equipe de especialistas do centro meteorológico de uma cidade mediu a temperatura do ambiente, sempre no mesmo horário, durante 15 dias intercalados, a partir do primeiro dia de um mês. Esse tipo de procedimento é frequente, uma vez que os dados coletados servem de referência para estudos e verificação de tendências climáticas ao longo dos meses e anos.

As medições ocorridas nesse período estão indicadas no quadro:

Dia do mês	Temperatura (em °C)
1	15,5
3	14
5	13,5
7	18
9	19,5
11	20
13	13,5
15	13,5
17	18
19	20
21	18,5
23	13,5
25	21,5
27	20
29	16

Em relação à temperatura, os valores da média, mediana e moda são, respectivamente, iguais a

A) 17 °C, 17 °C e 13,5 °C.
B) 17 °C, 18 °C e 13,5 °C.
C) 17 °C, 13,5 °C e 18 °C.
D) 17 °C, 18 °C e 21,5 °C.
E) 17 °C, 13,5 °C e 21,5 °C.

Anexo IV - FOTOS

Grupo B apresentando seminário

Alunos prestigiando o seminário do grupo B

Alunos preenchendo a ficha para coleta de dados

Verificando peso e altura dos alunos