



**INSTITUTO NACIONAL DE MATEMÁTICA PURA E APLICADA  
MESTRADO PROFISSIONAL EM MATEMÁTICA EM REDE NACIONAL**

Josimar José da Silva

**UMA ANÁLISE CRÍTICA DAS PROVAS DA PRIMEIRA FASE DA OBMEP – NÍVEL 3**

Trabalho de Conclusão de Curso do Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional, apresentado ao Instituto Nacional de Matemática Pura e Aplicada como requisito parcial para a obtenção do título de Mestre.

Orientador: Prof. Paulo Cezar Pinto Carvalho, PhD

Rio de Janeiro  
Fevereiro de 2013

## **OBMEP – 1ª FASE**

### **UMA ANÁLISE CRÍTICA DAS PROVAS DA PRIMEIRA FASE DA OBMEP - NÍVEL 3**

Trabalho de Conclusão de Curso do Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional, apresentado ao Instituto Nacional de Matemática Pura e Aplicada como requisito parcial para a obtenção do título de Mestre.

Josimar José da Silva

Aprovado por:

---

Paulo Cezar Pinto Carvalho (Orientador - IMPA)

---

Carlos Gustavo Moreira (IMPA)

---

Michel Spira (UFMG)

---

Adán Corcho (Suplente - UFRJ)

Rio de Janeiro  
Fevereiro de 2013

*Dedico este trabalho à minha mulher Patricia Ruel, à minha filha Jady Louise e à minha mãe Maria do Carmo, por todo apoio e incentivo me dado, aceitando com serenidade a minha ausência ao longo dos dois anos de mestrado, principalmente em janeiro deste ano de 2013, no qual estive integralmente envolvido com a produção deste trabalho.*

## Agradecimentos

Quero agradecer inicialmente ao meu orientador neste trabalho, Professor Paulo Cezar, pela confiança e por toda a ajuda prestada ao longo de sua realização. Estendo também minha gratidão aos funcionários do IMPA, pela gentileza e presteza com que sempre fui atendido; à banca, em especial ao Professor Michel Spira, pelas excelentes sugestões; e a todos os idealizadores do extraordinário PROFMAT, programa que, além de cumprir seu principal objetivo (melhorar o ensino no Brasil), ainda contribui para viabilizar a pós-graduação para o licenciado em Matemática, que sempre foi “órfão da Academia”, perdido em algum lugar entre a Educação e a Matemática.

Agradeço à CAPES, pela bolsa, sem a qual essa conquista seria dificultada.

Sou muito grato aos colegas de trabalho do Colégio Pedro II, do Campus Engenho Novo II, por toda a disposição em me ajudar com questões de horário.

Tenho de agradecer muito aos meus queridos colegas de mestrado, pelo espírito de companheirismo durante os dois anos de curso e, em especial, aos colegas Ailton da Matta, Fabiano Maciel, Clayton Gonçalves, Sandro Vinícius e, de forma destacada, ao meu grande amigo, também de outras jornadas, Cláudio Silveira, o qual considero como irmão, cuja parceria no decorrer de todo o curso foi de valor imensurável.

*“Afinal de contas o que é a Matemática senão a solução de quebra-cabeças? E o que é a Ciência senão um esforço sistemático para obter respostas cada vez melhores para os quebra-cabeças impostos pela natureza?”*

Martin Gardner

# Resumo

## UMA ANÁLISE CRÍTICA DAS PROVAS DA PRIMEIRA FASE DA OBMEP - NÍVEL 3

Josimar José da Silva<sup>1</sup>

Orientador: Prof. Paulo Cezar Pinto Carvalho, PhD

Este trabalho traz uma análise das provas da primeira fase da Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas (OBMEP), dos anos 2011 e 2012 e foi realizado por um professor com experiência na rede pública, em três etapas: análise das provas, comparação com os dados da Fundação Carlos Chagas (FCC) e recomendações à OBMEP e às escolas.

Palavras-chave:

OBMEP; olimpíada de matemática; escolas públicas.

---

<sup>1</sup> Porções deste trabalho foram feitas com a colaboração do Professor Cláudio Silveira de Souza.

# Sumário

1. Introdução .....	1
2. Análise das Provas .....	3
2.1. Prova de 2011 – Nível 3 .....	4
2.2. Prova de 2012 – Nível 3 .....	17
2.3. Comparação das Provas .....	30
3. Comparação da análise prévia com o desempenho dos alunos .....	31
3.1. Comparação dos resultados .....	33
3.2 Análise das questões transversais .....	47
4. Conclusão.....	53
Referências bibliográficas .....	56
Anexo - Questionário .....	57

## Lista de quadros

Quadro 1. Correspondência entre o nível da prova e a escolaridade. ....	1
Quadro 2. Prova de 2011 – Nível 3 – Josimar Silva .....	16
Quadro 3. Prova de 2011 – Nível 3 – Cláudio Silveira.....	16
Quadro 4. Prova de 2012 – Nível 3 – Josimar Silva .....	29
Quadro 5. Prova de 2012 – Nível 3 – Cláudio Silveira.....	29
Quadro 6. Prova de 2011 – Nível 3 – FCC .....	31
Quadro 7. Prova de 2011 – Nível 3 – FCC .....	32
Quadro 8. Prova de 2012 – Nível 3 – FCC .....	32
Quadro 9. Prova de 2012 – Nível 3 – FCC .....	32
Quadro 10. Prova de 2011 – Nível 3.....	33
Quadro 11. Análise comparativa – Questão 9.....	34
Quadro 12. Análise comparativa – Questão 15.....	35
Quadro 13. Análise comparativa – Questão 17.....	36
Quadro 14. Análise comparativa – Questão 19.....	37
Quadro 15. Prova de 2012 – Nível 3.....	38
Quadro 16. Análise comparativa – Questão 1.....	39
Quadro 17. Análise comparativa – Questão 5.....	40
Quadro 18. Análise comparativa – Questão 6.....	41
Quadro 19. Análise comparativa – Questão 7.....	42
Quadro 20. Análise comparativa – Questão 9.....	43
Quadro 21. Análise comparativa – Questão 13.....	44
Quadro 22. Análise comparativa – Questão 14.....	45
Quadro 23. Análise comparativa – Questão 16.....	46
Quadro 24. Questões transversais por ano .....	47
Quadro 25. Questões transversais de 2011.....	47
Quadro 26. Questões transversais de 2012.....	49



## Lista de gráficos

Gráfico 1. Josimar Silva .....	16
Gráfico 2. Cláudio Silveira.....	16
Gráfico 3. Josimar Silva .....	29
Gráfico 4. Cláudio Silveira.....	29

# 1. Introdução

A Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas (OBMEP), como parte do programa de Popularização de Ciência, Tecnologia e Inovação e Melhoria do Ensino do Ministério de Ciência, Tecnologia e Inovação (MCTI), tem por objetivo contribuir para a qualidade da educação básica por meio de promoção e estímulo do estudo da Matemática entre alunos das escolas públicas, de forma a promover o desenvolvimento científico e tecnológico, com significativos ganhos sociais para o país.

Deste modo, a OBMEP se consolida como uma avaliação desafiadora no cenário educacional, apostando que jovens talentos possam ser identificados e que tantos outros possam ser estimulados cognitivamente, alcançando estágios mais elaborados de desenvolvimento intelectual.

O Instituto Nacional de Matemática Pura e Aplicada (IMPA) e a Sociedade Brasileira de Matemática (SBM), responsáveis pela organização da OBMEP e compreendendo a extensão e a força política da OBMEP, disponibilizam ferramentas didáticas, tais como as provas com as soluções e os materiais instrucionais, que objetivam o aperfeiçoamento do corpo docente e discente das escolas e o estímulo ao estudo da Matemática. Em consonância com a amplitude do programa, todas as ferramentas citadas encontram-se em plataforma *online* para que o acesso seja universal e democrático através do *link* [www.obmep.org.br](http://www.obmep.org.br).

A OBMEP é realizada anualmente em duas fases, em três níveis de escolaridade, sendo a primeira com 20 questões objetivas, cada uma com apenas uma opção correta dentre as cinco apresentadas e 2h30min (duas horas e trinta minutos) de duração. Na Primeira Fase, são selecionados os 5% (cinco por cento) do total de alunos inscritos, em cada escola.

## Quadro 1. Correspondência entre o nível da prova e a escolaridade.

OBMEP	Escolaridade dos alunos
Nível 1	6 <sup>o</sup> e 7 <sup>o</sup> anos do E.F.
Nível 2	8 <sup>o</sup> e 9 <sup>o</sup> anos do E.F.
Nível 3	1 <sup>o</sup> , 2 <sup>o</sup> e 3 <sup>o</sup> anos do E.M.

Aos alunos medalhistas são oferecidas bolsas dos programas do Conselho Nacional do Desenvolvimento Científico e Tecnológico (CNPq) e da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES) e prêmios aos professores, escolas e secretarias de educação.

Este trabalho é desenvolvido em três etapas:

**Primeira etapa.** O autor analisou as provas da Primeira Fase da OBMEP, Nível 3, de 2011 e de 2012, e avaliou se os conteúdos exigidos estavam adequados à escolaridade a que se destinava ou se dependia de conhecimentos que os alunos só adquiririam mais tarde, se a linguagem adotada era adequada à escolaridade e à maturidade dos alunos, se o enunciado era suficientemente claro e se havia falta ou excesso de informações. Nessa análise, cada questão foi classificada como fácil, média ou difícil. Por fim, as provas foram comparadas entre si, quanto ao grau de dificuldade. Paralelamente, e de forma independente, Cláudio Silveira de Souza realizava, no seu Trabalho de Conclusão de Curso, a mesma análise e avaliação.

**Segunda etapa.** O autor realizou a comparação de suas análises com as de Cláudio e também com os dados estatísticos recebidos da Fundação Carlos Chagas (FCC), que indicavam a porcentagem de acerto de cada questão. Em seguida, apontou as discrepâncias e as possíveis causas que as originaram; identificou e analisou as questões presentes em mais de um nível, isto é, as questões transversais; e aplicou um questionário eletrônico<sup>2</sup>. É importante ressaltar que os dados da FCC só foram disponibilizados para o autor após o término da primeira etapa.

**Terceira etapa.** O autor concluiu o trabalho apresentando suas considerações e recomendações obtidas a partir de suas percepções e das respostas do questionário eletrônico de dez perguntas, respondido por 183 professores da rede pública.

---

<sup>2</sup> Disponível em: <<http://www.surveymonkey.com/s/5QWSC3P>>. Acesso em: 29 jan 2013.

## 2. Análise das Provas

Neste capítulo, são apresentadas as análises das questões, Nível 3 dos anos 2011 e 2012, segundo a adequação do conteúdo, da linguagem e da clareza em relação à escolaridade ou à maturidade dos alunos.

A classificação da questão como fácil, média ou difícil, atendeu ao seguinte critério:

**Questão fácil.** A maioria dos alunos bem preparados (isto é, que são aprovados sem dificuldade na disciplina) deve ser capaz de resolver.

**Questão média.** Cerca de metade dos alunos bem preparados deve ser capaz de resolver.

**Questão difícil.** Mesmo os alunos bem preparados devem ter dificuldades em resolver.

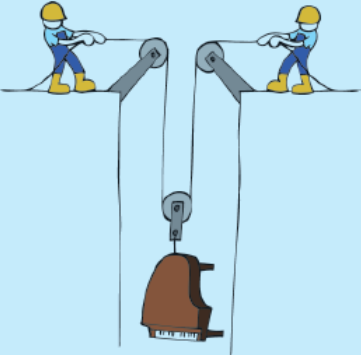
Após o término das análises das questões, as duas provas foram comparadas entre si quanto ao grau de dificuldade.

As análises do autor e de Cláudio, apresentadas neste capítulo, são decorrentes das suas percepções e foram realizadas de forma independente, sem a comunicação entre os mesmos e sem o conhecimento da porcentagem de acerto de cada questão. Mais claramente, a análise das questões terminou em dezembro de 2012 e os dados estatísticos da FCC só foram recebidos pelo autor e por Cláudio, em janeiro de 2013.

## 2.1.Prova de 2011 – Nível 3

1. A figura mostra dois homens erguendo um piano com uma corda. Se um dos homens puxar 15 m de corda e o outro puxar 25 m, quantos metros o piano vai subir?

A) 15  
 B) 20  
C) 25  
D) 30  
E) 40

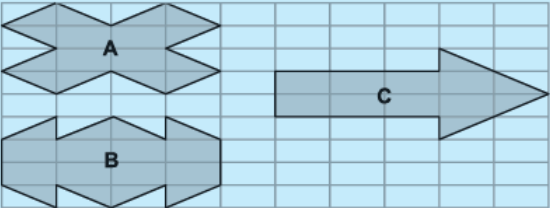


**Josimar Silva.** Enunciado simples, claro e objetivo, mesmo com a omissão de que os trechos da corda que estão entre duas roldanas são paralelos. Questão difícil. Adequada ao Nível 3.

**Cláudio Silveira.** Enunciado simples, claro e objetivo, apesar de ser uma questão difícil. Adequada ao Nível 3.

2. Na malha retangular ao lado, o perímetro da figura A é 156 cm e o da figura B é 144 cm. Qual é o perímetro da figura C?

A) 125 cm  
 B) 144 cm  
C) 160 cm  
D) 172 cm  
E) 175 cm

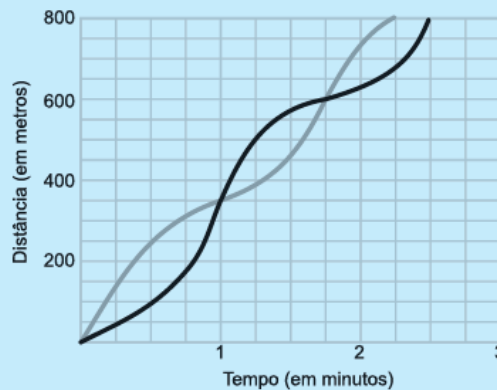


**Josimar Silva.** Enunciado simples, claro e objetivo. Questão fácil, exigindo conteúdo básico e raciocínio. Adequada ao Nível 3.

**Cláudio Silveira.** Enunciado simples, claro e objetivo. Exige uma manipulação das medidas dos segmentos horizontal, vertical e diagonal não muito elementar. Questão de dificuldade média. Adequada ao Nível 3.

3. A tartaruga e o coelho disputaram uma corrida de 800 metros e o coelho ganhou. Os gráficos representam a relação entre a distância percorrida e o tempo para cada um deles. Pode-se afirmar que

- A) durante o primeiro minuto e meio, a tartaruga ficou sempre na frente do coelho.
- B) a tartaruga ficou atrás do coelho por pelo menos dois minutos.
- C) o coelho terminou a corrida em dois minutos e meio.
- D) a tartaruga ficou à frente do coelho por pelo menos 30 segundos.
- E) o coelho cruzou a linha de chegada 50 metros à frente da tartaruga.



**Josimar Silva.** Enunciado claro. Questão fácil, mas do tipo verdadeiro ou falso. O aluno não é capaz de resolver o problema sem ver as opções, tendo que analisá-las, uma a uma. Porém, ainda assim, a questão é aceitável para o Nível 3.

**Cláudio Silveira.** Enunciado simples, claro e objetivo. Questão fácil que explora análise gráfica. Adequada ao Nível 3.

4. Quatro times disputaram um torneio de futebol em que cada um jogou uma vez contra cada um dos outros. Se uma partida terminasse empatada, cada time ganhava um ponto; caso contrário, o vencedor ganhava três pontos e o perdedor, zero. A tabela mostra a pontuação final do torneio. Quantos foram os empates?

Time	Pontos
Cruzinthians	5
Flameiras	3
Nauritiba	3
Gremiense	2

- A) 2
- B) 3
- C) 4
- D) 5
- E) 6

**Josimar Silva.** Enunciado simples, claro e objetivo. Questão de dificuldade média. Adequada ao Nível 3. A resolução apresentada pelo comitê da OBMEP não é boa. Segue uma resolução que deveria ser divulgada:

Tem-se que, no cômputo geral de pontos do torneio, cada vitória geraria 3 pontos e cada empate, apenas dois pontos (déficit de 1 ponto). Logo o número de empates é igual ao número de déficits de 1 ponto. Verifica-se que foram, ao todo, 6 jogos. Se não houvesse empate, ter-se-ia um total de  $3 \times 6 = 18$  pontos no torneio, mas como esse total foi de  $5 + 3 + 3 + 2 = 13$ , isso significa que houve  $18 - 13 = 5$  empates.

**Cláudio Silveira.** Enunciado simples, claro e objetivo. Questão de dificuldade média, que pode ser resolvida através da montagem e resolução de um sistema de equações do 1º grau com duas variáveis. Adequada ao Nível 3. Como sugestão, segue a seguinte solução, de caráter mais algébrico.

$v$ : número de partidas em que houve um vencedor

$e$ : número de partidas que terminaram empatadas

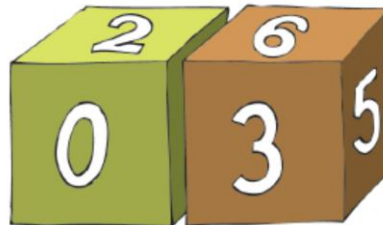
Como foram realizados 6 jogos e distribuídos 13 pontos, tem-se que

$$\begin{cases} v + e = 6 \\ 3v + 2e = 13 \end{cases}$$

Resolvendo esse sistema, conclui-se que  $e = 5$ .

5. Pedro tem dois cubos com faces numeradas, com os quais ele consegue indicar os dias do mês de 01 a 31. Para formar as datas, os cubos são colocados lado a lado e podem ser girados ou trocados de posição. A face com o 6 também é usada para mostrar o 9. Na figura ao lado, os cubos mostram o dia 03. Qual é a soma dos números das quatro faces **não** visíveis no cubo da esquerda?

- A) 15
- B) 16
- C) 18
- D) 19
- E) 20



**Josimar Silva.** Enunciado simples, claro e objetivo. Questão difícil, mas que não exige conteúdo, explora apenas o raciocínio. Adequada ao Nível 3.

**Cláudio Silveira.** Enunciado claro e objetivo. Questão difícil, que exige boa capacidade de raciocínio. Adequada ao Nível 3.

6. Márcia cortou quatro tiras retangulares de mesma largura, cada uma de um dos lados de uma folha de papel medindo 30 cm por 40 cm. O pedaço de papel que sobrou tem 68% da área da folha original. Qual é a largura das tiras?

- A) 1 cm
- B) 2 cm
- C) 3 cm
- D) 4 cm
- E) 5 cm



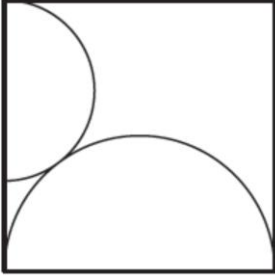
**Josimar Silva.** Não fica claro no enunciado que o corte feito para gerar uma tira produza um único lado da tira retangular. Uma vez admitindo isso, a questão pode ser classificada como fácil. Adequada ao Nível 3.

**Cláudio Silveira.** Há problemas no enunciado. Deveria ter ficado mais claro o que é tira. O que deveria ser dito é que o corte é retilíneo, percorrendo toda a extensão de um dos lados do retângulo. Adequada ao Nível 3.



7. Na figura, os dois semicírculos são tangentes e o lado do quadrado mede 36 cm. Qual é o raio do semicírculo menor?


A) 8 cm  
 B) 9 cm  
 C) 10 cm  
 D) 11 cm  
 E) 12 cm



**Josimar Silva.** Enunciado simples, claro e objetivo. Questão fácil e adequada ao Nível 3.

**Cláudio Silveira.** Enunciado simples, claro e objetivo. Questão fácil, resolvida diretamente com a aplicação do teorema de Pitágoras. Adequada ao Nível 3.

8. Tia Geralda sabe que um de seus sobrinhos Ana, Bruno, Cecília, Daniela ou Eduardo comeu todos os biscoitos. Ela também sabe que o culpado sempre mente e que os inocentes sempre dizem a verdade.



- Bruno diz: “O culpado é Eduardo ou Daniela.”
- Eduardo diz: “O culpado é uma menina.”
- Por fim, Daniela diz: “Se Bruno é culpado então Cecília é inocente.”

Quem comeu os biscoitos?

A) Ana  
 B) Bruno  
 C) Cecília  
 D) Daniela  
 E) Eduardo

**Josimar Silva.** Enunciado claro e objetivo. Questão de dificuldade média, exigindo apenas raciocínio, sem o emprego de qualquer conteúdo. Adequada ao Nível 3.

**Cláudio Silveira.** Enunciado claro e objetivo. Questão de nível médio, aferindo a capacidade do aluno de raciocinar logicamente sobre sentenças falsas e verdadeiras, algo não muito explorado no ensino regular. Adequada ao Nível 3.

9. Com os algarismos 1, 4, 6 e 8 pode-se formar vários números de três algarismos distintos. Qual é a soma de todos esses números?

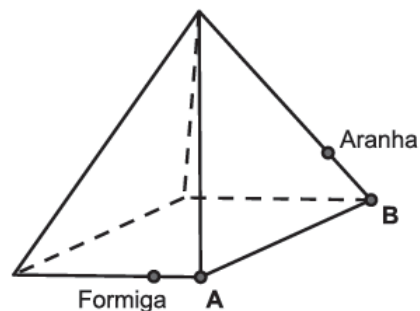
- A) 12654
- B) 12740
- C) 13124
- D) 13210
- E) 13320

**Josimar Silva.** Enunciado simples, claro e objetivo. Questão clássica de combinatória, porém, se o aluno não a conhecer, terá dificuldade em resolvê-la. Questão difícil e adequada ao Nível 3.

**Cláudio Silveira.** Enunciado simples, claro e objetivo. Questão de dificuldade média que exige algo mais que o mero uso do princípio multiplicativo. Adequada ao Nível 3.

10. A figura representa uma pirâmide de base quadrada cujas arestas medem 1 m. Uma formiga e uma aranha estão nas posições indicadas, a 25 cm dos vértices A e B, respectivamente. Qual é a menor distância que a aranha deve percorrer para chegar até a formiga, andando somente sobre as faces triangulares da pirâmide?

- A) 1 m
- B)  $\frac{1+\sqrt{3}}{2}$  m
- C)  $\frac{\sqrt{3}}{2}$  m
- D)  $\frac{\sqrt{5}}{3}$  m
- E)  $\frac{4}{5}$  m



**Josimar Silva.** Enunciado simples, claro e objetivo. Questão de dificuldade média, envolvendo planificação de pirâmide e conceitos de geometria plana. Adequada ao Nível 3.

**Cláudio Silveira.** Enunciado simples, claro e objetivo. Questão de dificuldade média, pois a menor distância que a aranha deve percorrer não é obtida com a planificação mais usual de uma pirâmide quadrangular. Leva vantagem o aluno que já estudou geometria espacial. Adequada ao Nível 3.

11. Um grupo de crianças quer comprar pizzas com 12 pedaços cada uma. Três pizzas não são suficientes para que cada menino coma 7 pedaços e cada menina coma 2 pedaços. Por outro lado, quatro pizzas são suficientes para que cada menino coma 8 pedaços, cada menina coma 4 pedaços e ainda sobrem pedaços. Quantas crianças há no grupo?
- A) 9
  - B) 8
  - C) 7
  - D) 6
  - E) 4

**Josimar Silva.** Enunciado claro e objetivo. Questão difícil, exigindo habilidade algébrica e raciocínio. Adequada ao Nível 3.

**Cláudio Silveira.** Enunciado simples, claro e objetivo. Questão difícil que envolve a montagem e resolução nada elementar de um sistema de inequações a duas variáveis. Adequada ao Nível 3.

12. Três amigas possuem, cada uma, três blusas: uma amarela, uma branca e uma preta. Se cada amiga escolher ao acaso uma de suas blusas, qual é a probabilidade de que as cores das blusas escolhidas sejam todas diferentes?
- A)  $\frac{1}{9}$
  - B)  $\frac{1}{8}$
  - C)  $\frac{2}{9}$
  - D)  $\frac{3}{8}$
  - E)  $\frac{3}{4}$

**Josimar Silva.** Enunciado simples, claro e objetivo. Questão fácil e bem próxima do que se encontra em livros didáticos. Adequada ao Nível 3.

**Cláudio Silveira.** Enunciado simples, claro e objetivo. Questão fácil de probabilidade, em que o aluno que já estudou o assunto leva vantagem. Adequada ao Nível 3.

**13.** Na figura, AEFD é um retângulo, ABCD é um quadrado cujo lado mede 1 cm e os segmentos BF e DE são perpendiculares. Qual é a medida, em centímetros, do segmento AE?

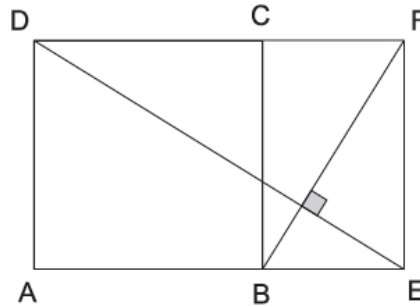
A)  $\sqrt{2}$

B)  $\frac{\sqrt{3}}{2}$

C) 2

D)  $\frac{8}{5}$

E)  $\frac{1+\sqrt{5}}{2}$



**Josimar Silva.** Enunciado simples, claro e objetivo. Questão difícil, explorando o conceito de semelhança de triângulos. Adequada ao Nível 3.

**Cláudio Silveira.** Enunciado simples, claro e objetivo. Questão de dificuldade média, envolvendo semelhança de triângulos. Adequada ao Nível 3.

**14.** Alberto, Bernardo e Carlos disputaram uma corrida, na qual cada um deles correu com velocidade constante durante todo o percurso. Quando Alberto cruzou a linha de chegada, Bernardo e Carlos estavam 36 e 46 metros atrás dele, respectivamente. Quando Bernardo cruzou a linha de chegada, Carlos estava 16 metros atrás dele. Qual é o comprimento da pista?

A) 96 m

B) 100 m

C) 120 m

D) 136 m

E) 144 m

**Josimar Silva.** Enunciado claro e objetivo. Questão clássica, mas que para o aluno que nunca fez nada parecido, pode apresentar alguma dificuldade. Questão de dificuldade média e adequada ao Nível 3.


**Cláudio Silveira.** Enunciado claro e objetivo. Questão de dificuldade média, resolvida com o uso de razões e proporções. Adequada ao Nível 3.

**15.** Uma caixa contém 105 bolas pretas, 89 bolas cinzentas e 5 bolas brancas. Fora da caixa há bolas brancas em quantidade suficiente para efetuar repetidamente o seguinte procedimento, até que sobrem duas bolas na caixa:

- retiram-se, sem olhar, duas bolas da caixa;
- se as bolas retiradas forem de cores diferentes, a de cor mais escura é devolvida para a caixa;
- caso contrário, descartam-se as bolas retiradas e coloca-se na caixa uma bola branca.

Sobre as cores das duas bolas que sobram, pode-se garantir que

A) as duas serão brancas.  
B) as duas serão cinzentas.  
C) as duas serão pretas.  
 D) exatamente uma será preta.  
E) exatamente uma será cinzenta.

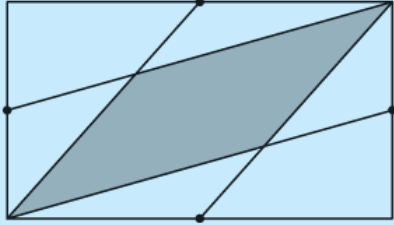


**Josimar Silva.** Enunciado claro e objetivo. Para o aluno que já se deparou com algo parecido (questões envolvendo paridade), a questão é fácil, mas se desconhece o modelo, é difícil. Adequada ao Nível 3.

**Cláudio Silveira.** Enunciado claro. Questão muito difícil em que um aluno que não esteja habituado a lidar com questões afins dificilmente conseguirá resolver. Porém, ainda assim, a questão é aceitável para o Nível 3.

**16.** A figura mostra um retângulo de área  $42 \text{ cm}^2$  com os pontos médios dos lados em destaque. Qual é a área, em  $\text{cm}^2$ , da região cinza?

A) 8  
 B) 10  
 C) 12  
 D) 14  
 E) 16



**Josimar Silva.** Enunciado simples, claro e objetivo. O aluno que já estudou geometria analítica, comumente abordada no 3º ano, terá uma ferramenta a mais para atacar o problema, conferindo, assim, alguma vantagem a estes alunos. Questão difícil.

**Cláudio Silveira.** Enunciado simples, claro e objetivo para uma questão difícil, que exige uma maturidade no cálculo de áreas de figuras planas, normalmente não apresentada pela maioria dos alunos de ensino médio. Adequada ao Nível 3.

**17.** Dois carros saíram juntos de Quixajuba pela estrada em direção a Paraqui. A velocidade do primeiro carro era  $50 \text{ km/h}$  e a do segundo carro era  $40 \text{ km/h}$ . Depois de 30 minutos um terceiro carro saiu de Quixajuba pela mesma estrada, também com velocidade constante, e alcançou o primeiro carro uma hora e meia depois de ultrapassar o segundo. Qual era a velocidade do terceiro carro?

A)  $30 \text{ km/h}$   
 B)  $45 \text{ km/h}$   
 C)  $60 \text{ km/h}$   
 D)  $70 \text{ km/h}$   
 E)  $75 \text{ km/h}$

**Josimar Silva.** Enunciado claro e objetivo. Questão difícil, que exige habilidade algébrica e atenção na leitura do enunciado. Adequada ao Nível 3.

**Cláudio Silveira.** Enunciado claro e objetivo. Questão difícil e um pouco similar à questão 14, tanto no estilo quanto no instrumento matemático usado para sua resolução. Adequada ao Nível 3.

18. Na divisão indicada na figura, os asteriscos representam algarismos, iguais ou não. Qual é o algarismo representado pelo asterisco apontado pela flecha?

- A) 8
- B) 7
- C) 6
- D) 3
- E) 0

$$\begin{array}{r}
 \begin{array}{r}
 \text{*****} \\
 - \text{****} \\
 \hline
 000** \\
 - ** \\
 \hline
 01
 \end{array}
 \end{array}$$

**Josimar Silva.** Enunciado simples, claro e objetivo. Questão difícil, exigindo raciocínio e cálculo numérico elementar. Adequada ao Nível 3.

**Cláudio Silveira.** Enunciado simples, claro e objetivo. Apesar de tratar de um assunto tão elementar como divisão euclidiana, é uma questão difícil. Adequada ao Nível 3.

19. Escreva os algarismos de 0 até 9 em uma linha, na ordem que você escolher. Na linha de baixo junte os vizinhos, formando nove números novos, e some esses números como no exemplo:

2		1		3		7		4		9		5		8		0		6
	21		13		37		74		49		95		58		80		06	
$21 + 13 + 37 + 74 + 49 + 95 + 58 + 80 + 6 = 433$																		

Qual é a maior soma que é possível obter desse modo?

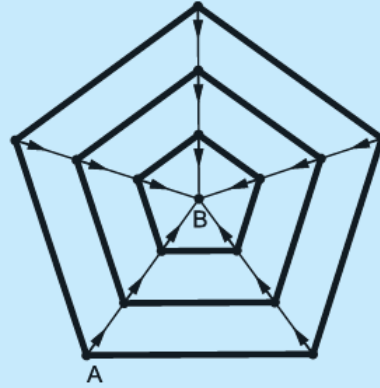
- A) 506
- B) 494
- C) 469
- D) 447
- E) 432

**Josimar Silva.** Enunciado claro e objetivo. Questão difícil, exigindo raciocínio e cálculo numérico elementar. Adequada ao Nível 3.

**Cláudio Silveira.** Enunciado simples, claro e objetivo. Questão difícil, que exige uma habilidade numérica apresentada por poucos alunos do ensino médio. Adequada ao Nível 3.

20. Uma aranha encontra-se no ponto A de sua teia e quer chegar ao ponto B sem passar mais de uma vez por um mesmo segmento da teia. Além disso, ao percorrer um segmento radial (em traço mais fino), ela deve seguir o sentido indicado pela flecha. Quantos são os caminhos possíveis?

- A)  $2^3 \times 5$
- B)  $11^3 \times 5^2$
- C)  $5^3$
- D)  $11^3$
- E)  $2 \times 5^3$



**Josimar Silva.** Enunciado claro e objetivo. Questão difícil, exigindo principalmente organização e raciocínio, além de aplicação do princípio multiplicativo. Adequada ao Nível 3.

**Cláudio Silveira.** Enunciado claro. Questão difícil, pois a chance do aluno não enumerar todos os casos, para posteriormente aplicar o princípio multiplicativo, é muito grande. Adequada ao Nível 3.



## Quadros e Gráficos

Buscando um entendimento global da prova quanto ao seu grau de dificuldade, as análises feitas acima foram resumidas nos quadros e gráficos apresentados a seguir.

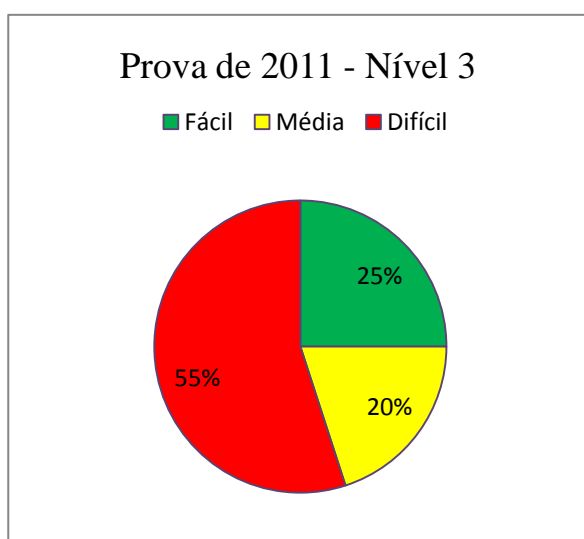
**Quadro 2. Prova de 2011 – Nível 3 – Josimar Silva**

Grau de dificuldade	Número da questão	Número de questões
Fácil	2, 3, 6, 7 e 12	5
Média	4, 8, 10 e 14	4
Difícil	1, 5, 9, 11, 13, 15, 16, 17, 18, 19 e 20	11

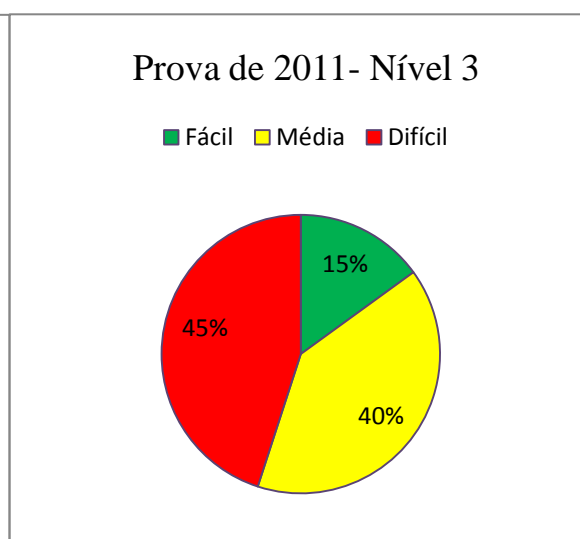
**Quadro 3. Prova de 2011 – Nível 3 – Cláudio Silveira**

Grau de dificuldade	Número da questão	Número de questões
Fácil	3, 7 e 12	3
Média	2, 4, 6, 8, 9, 10, 13 e 14	8
Difícil	1, 5, 11, 15, 16, 17, 18, 19 e 20	9

**Gráfico 1. Josimar Silva**

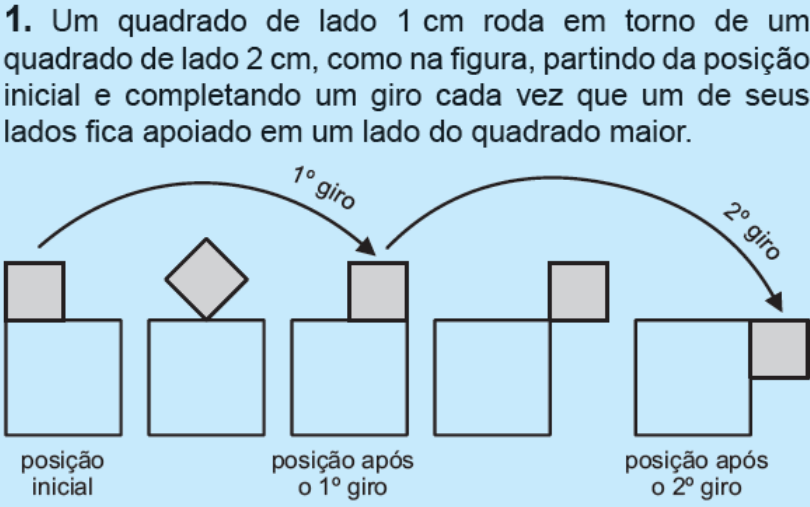


**Gráfico 2. Cláudio Silveira**

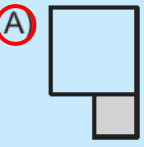
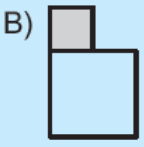
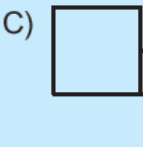


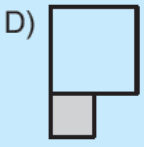
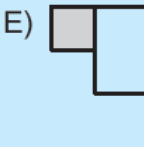
## 2.2. Prova de 2012 – Nível 3

1. Um quadrado de lado 1 cm roda em torno de um quadrado de lado 2 cm, como na figura, partindo da posição inicial e completando um giro cada vez que um de seus lados fica apoiado em um lado do quadrado maior.



Qual das figuras a seguir representa a posição dos dois quadrados após o 2012º giro?

(A)  B)  C) 

D)  E) 

**Josimar Silva.** Enunciado simples, claro e objetivo. Exigindo apenas cálculo numérico elementar e raciocínio. Questão fácil. Adequada ao Nível 3.

**Cláudio Silveira.** Enunciado simples, claro e objetivo. Questão fácil, que utiliza o algoritmo da divisão. Adequada ao Nível 3.

2. Renata montou uma sequência de triângulos com palitos de fósforo, seguindo o padrão indicado na figura. Um desses triângulos foi construído com 135 palitos de fósforo. Quantos palitos tem um lado desse triângulo?

A) 6  
 B) 7  
 C) 8  
 D) 9  
 E) 10

**Josimar Silva.** Enunciado simples, claro e objetivo. Questão de grau de dificuldade médio, que exige análise da figura e é mais facilmente resolvida pelo aluno que já estudou progressão aritmética. Adequada ao Nível 3.

**Cláudio Silveira.** Enunciado simples, claro e objetivo. Questão fácil em que o aluno que já estudou progressão aritmética leva vantagem. Adequada ao Nível 3.

3. Júlio escreveu todos os números de 1 a 1000. Depois ele apagou o número 3 e, em ordem crescente, prosseguiu apagando os números que eram soma de dois números não apagados. Quantos números restaram quando Júlio terminou a tarefa?

1 2 ~~3~~ 4 ~~5~~ ~~6~~ 7 ~~8~~ ...

A) 333  
 B) 335  
 C) 337  
 D) 340  
 E) 345

**Josimar Silva.** Enunciado simples, claro e objetivo. Questão difícil. Adequada ao Nível 3.

**Cláudio Silveira.** Enunciado claro. Questão difícil em que a percepção do padrão numérico dos números da sequência não é nada elementar. Porém, ainda assim, a questão é aceitável para o Nível 3.

4. Cinco cartas, inicialmente dispostas como na figura, serão embaralhadas. Em cada embaralhamento, a primeira carta passa a ser a segunda, a segunda passa a ser a quarta, a terceira passa a ser a primeira, a quarta passa a ser a quinta e a quinta passa a ser a terceira. Qual será a primeira carta após 2012 embaralhamentos?

Posição inicial

Posição após o primeiro embaralhamento

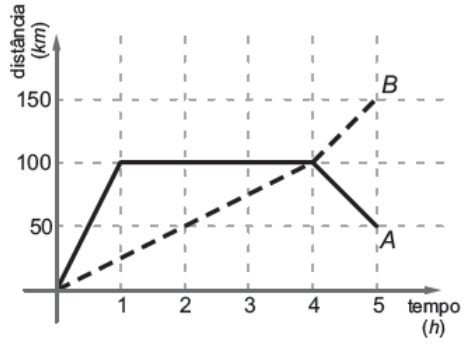
A) B) C)

D) E)

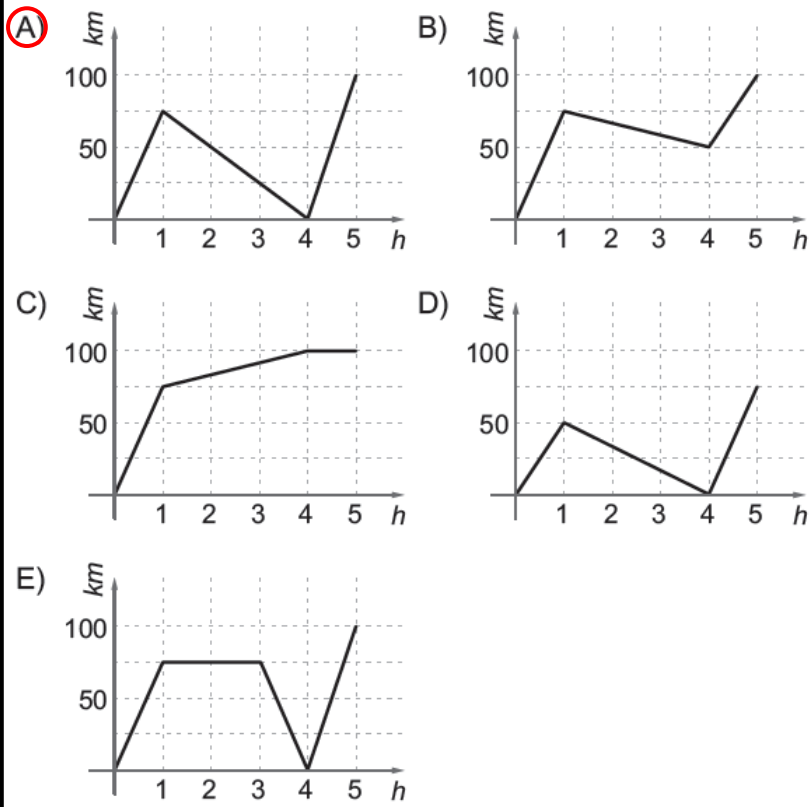
**Josimar Silva.** Enunciado claro e objetivo. Questão fácil, exigindo principalmente organização no raciocínio. Adequada ao Nível 3.

**Cláudio Silveira.** Enunciado simples e claro. Questão fácil em que basta o aluno perceber a periodicidade das cartas para encaminhar corretamente a solução da questão. Adequada ao Nível 3.

5. Dois carros A e B partem de Quixajuba, ao mesmo tempo, pela estrada que vai para Pirajuba. No gráfico ao lado, a linha contínua e a linha pontilhada representam, respectivamente, a distância de A e B a



Quixajuba, ao longo da estrada, em função do tempo. Qual dos gráficos abaixo representa a distância entre os dois carros, ao longo da estrada, em função do tempo?

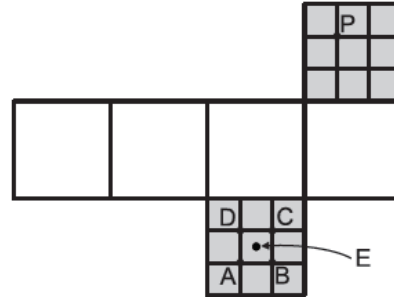


**Josimar Silva.** Enunciado claro e objetivo. Questão fácil. Exige um tipo de análise de gráficos, não muito comum. Adequada ao Nível 3.

**Cláudio Silveira.** Enunciado simples, claro e objetivo. Questão fácil de análise gráfica. É adequada ao Nível 3.

6. Dois pontos na superfície de um cubo são *opostos* se o segmento de reta que os liga passa pelo centro do cubo. Na figura vemos uma planificação de um cubo, na qual as faces destacadas em cinzento foram divididas em nove quadradinhos iguais. Quando o cubo for montado, qual será o ponto oposto ao ponto P?

- A) A
- B
- C) C
- D) D
- E) E



**Josimar Silva.** Enunciado simples, claro e objetivo. Questão fácil. Exige apenas visualização espacial. Adequada ao Nível 3.

**Cláudio Silveira.** Enunciado claro e objetivo. Questão de dificuldade média envolvendo a planificação de um cubo, em que o aluno que já estudou geometria espacial leva vantagem. Adequada ao Nível 3.

7. Quantas vezes  $17^2$  deve aparecer dentro do radicando na igualdade  $\sqrt{17^2 + 17^2 + \dots + 17^2} = 17^2 + 17^2 + 17^2$  para que ela seja verdadeira?

- A) 9
- B) 51
- C) 289
- D) 861
- E) 2601

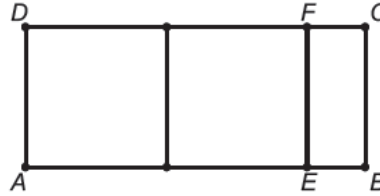
**Josimar Silva.** Enunciado simples, claro e objetivo. Questão fácil, cobrando raciocínio, além de cálculo com radical. Adequada ao Nível 3.

**Cláudio Silveira.** Enunciado simples, claro e objetivo. Questão de dificuldade média que exige razoável habilidade com potências e radicais. Adequada ao Nível 3.

8. A figura mostra um retângulo  $ABCD$  decomposto em dois quadrados e um retângulo menor  $BCFE$ . Quando  $BCFE$  é semelhante a  $ABCD$ , dizemos que  $ABCD$  é um retângulo

de prata e a razão  $\frac{AB}{AD}$  é chamada razão de prata. Qual é o valor da razão de prata?

- A) 1
- B)  $\sqrt{2}$
- C)  $1+\sqrt{2}$
- D)  $\sqrt{3}$
- E)  $1+\sqrt{3}$

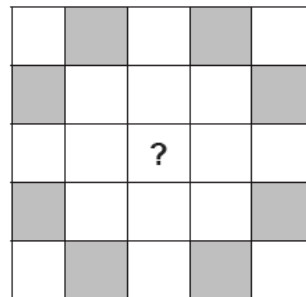


**Josimar Silva.** Enunciado simples, claro e objetivo. Questão fácil, exigindo alguma habilidade algébrica e o conhecimento do conceito de figuras planas semelhantes. Adequada ao Nível 3.

**Cláudio Silveira.** Enunciado simples, claro e objetivo. Questão de dificuldade média, envolvendo semelhança de retângulos, com posterior resolução de uma equação do 2º grau. Adequada ao Nível 3.

9. No quadriculado  $5 \times 5$  ao lado colocam-se os números de 1 a 25, um em cada casa, de modo que a soma dos números que aparecem em cada linha, coluna e diagonal é a mesma. Sabe-se que a soma dos números que aparecem nas casas cinzentas é 104. Qual é o número que aparece na casa central?

- A) 13
- B) 14
- C) 15
- D) 16
- E) 17

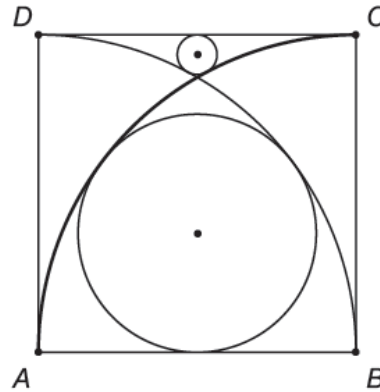


**Josimar Silva.** Enunciado simples, claro e objetivo. Questão difícil. A sua resolução fica facilitada com a ideia da soma dos termos de uma progressão aritmética, porém o mais importante é o raciocínio. Adequada ao Nível 3.

**Cláudio Silveira.** Enunciado simples, claro e objetivo. Questão difícil em que a montagem da estratégia para somar os números contidos nas casas brancas não é muito óbvia. Adequada ao Nível 3.

10. Na figura,  $ABCD$  é um quadrado de lado 1 e os arcos  $\widehat{BD}$  e  $\widehat{AC}$  têm centros  $A$  e  $B$ , respectivamente. Os círculos tangenciam esses arcos e um lado do quadrado, como indicado. Qual é a razão entre os raios do círculo maior e do círculo menor?

- A) 4,5
- B) 5
- C) 5,5
- D) 6
- E) 6,5



**Josimar Silva.** Enunciado simples, claro e objetivo. Questão de nível médio. Exige muito mais raciocínio do que conteúdo. Adequada ao Nível 3.

**Cláudio Silveira.** Enunciado simples, claro e objetivo. Questão difícil de geometria plana que exige alguns traçados e posterior aplicação do teorema de Pitágoras duas vezes. Adequada ao Nível 3.

11. Dois trens viajam com velocidades constantes. Em comparação com o trem mais rápido, o trem mais lento demora 5 minutos a mais para percorrer 6 km e, num intervalo de 20 minutos, percorre 4 km a menos. Qual é a velocidade, em quilômetros por hora, do trem mais rápido?

- A) 21
- B) 27
- C) 30
- D) 33
- E) 36

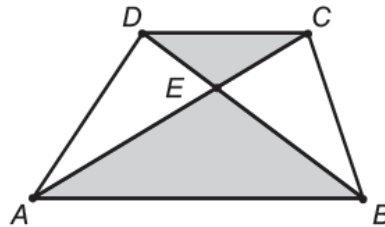
**Josimar Silva.** Enunciado fácil, claro e objetivo. Questão de dificuldade média, exigindo trato algébrico. Adequada ao Nível 3.

**Cláudio Silveira.** Enunciado simples, claro e objetivo. Questão de dificuldade média que envolve razões e proporções, com posterior resolução de uma equação do 2º grau. Adequada ao Nível 3.



12. A figura mostra um trapézio  $ABCD$  de bases  $AB$  e  $CD$ ; o ponto  $E$  é o ponto de encontro de suas diagonais. Os triângulos  $ABE$  e  $CDE$  têm áreas  $a$  e  $b$ , respectivamente. Qual é a área do trapézio?

- A)  $2(\sqrt{a} + \sqrt{b})^2$
- B)  $\frac{3}{2}(a + b)$
- C)  $(\sqrt{a} + \sqrt{b})^2$
- D)  $2(a + b)$
- E)  $\sqrt{ab}$



**Josimar Silva.** Enunciado simples, claro e objetivo. Questão difícil, com exigência de conteúdo e cálculo algébrico, além de raciocínio. Adequada ao Nível 3.

**Cláudio Silveira.** Enunciado simples, claro, e objetivo. Questão difícil de áreas. Adequada ao Nível 3.

13. Para fazer várias blusas iguais, uma costureira gastou R\$ 2,99 para comprar botões de 4 centavos e laços de 7 centavos. Ela usou todos os botões e laços que comprou. Quantas blusas ela fez?

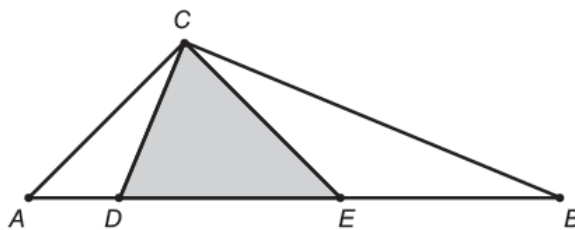
- A) 2
- B) 5
- C) 10
- D) 13
- E) 23

**Josimar Silva.** Enunciado simples, claro e objetivo. Questão difícil, exigindo raciocínio aritmético. Adequada ao Nível 3.

**Cláudio Silveira.** Enunciado simples, claro e objetivo. Questão difícil sobre teoria dos números, que um aluno não habituado com o tema provavelmente não irá resolver. Adequada ao Nível 3.

14. Na figura, os segmentos  $AC$ ,  $CE$  e  $EB$  têm o mesmo comprimento, os ângulos  $\hat{ACE}$  e  $\hat{BCD}$  são retos e a área do triângulo  $CDE$  é 1. Qual é a área do triângulo  $ABC$ ?

- A)  $\sqrt{2}$
- B) 2
- C)  $\sqrt{2} + 1$
- D)  $2\sqrt{2}$
- E) 3



**Josimar Silva.** Enunciado simples, claro e objetivo. Questão difícil, exigindo conteúdo e raciocínio. Adequada ao Nível 3.

**Cláudio Silveira.** Enunciado simples, claro e objetivo. Questão difícil de geometria plana que exige o uso do teorema de Pitágoras, análise dos ângulos internos dos triângulos e cálculo de áreas. Questão adequada ao Nível 3.

15. Para a decoração da festa junina, Joana colocou em fila 25 bandeirinhas azuis, 14 brancas e 10 verdes, sem nunca deixar que duas bandeirinhas de mesma cor ficassem juntas. O que podemos concluir, com certeza, dessa informação?

- A) Nas extremidades da fila aparecem uma bandeirinha azul e uma branca.
- B) Há cinco bandeirinhas consecutivas nas quais não aparece a cor verde.
- C) Há pelo menos uma bandeirinha branca ao lado de uma verde.
- D) Pelo menos quatro bandeirinhas azuis têm uma branca de cada lado.
- E) Não existe um grupo de três bandeirinhas consecutivas de cores todas diferentes.



**Josimar Silva.** Enunciado claro. Questão difícil e do tipo verdadeiro ou falso. O aluno não é capaz de resolver o problema sem ver as opções, tendo que analisá-las, uma a uma. Porém, ainda assim a questão é aceitável para o Nível 3.

**Cláudio Silveira.** Enunciado simples, claro e objetivo. Questão difícil de raciocínio lógico. A ausência de uma pergunta obriga o aluno a analisar todas as opções até encontrar a resposta correta. Adequada ao Nível 3.

**16.** Três casais fizeram compras em uma livraria. Vitor comprou 3 livros a mais do que Lorena e Pedro comprou 5 livros a mais do que Cláudia. Cada um dos homens comprou 4 livros a mais do que a respectiva esposa. Lorena e Cláudia compraram mais livros do que Bianca, que só comprou 3 livros. Qual das seguintes afirmações é verdadeira?

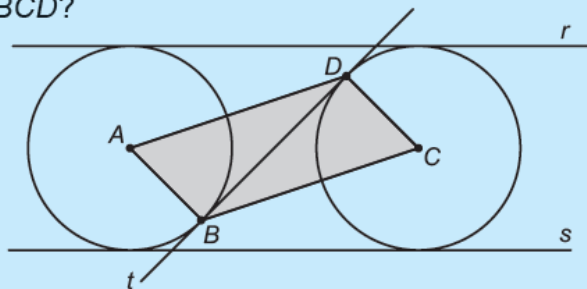
- A) Vitor comprou mais livros do que Pedro.
- B) Pedro é marido de Cláudia.
- C) Pedro foi o marido que comprou o maior número de livros.
- D) Cláudia comprou um livro a mais do que Lorena.
- E) Vitor é marido de Bianca.

**Josimar Silva.** Enunciado complicado pela quantidade de informação, porém bem formulado. Questão difícil, exigindo capacidade de organização e representação de dados. Adequada ao Nível 3.

**Cláudio Silveira.** Enunciado claro. Questão de dificuldade média de raciocínio lógico que novamente obriga o aluno a analisar todas as opções até encontrar a resposta correta. Adequada ao Nível 3.

**17.** Na figura, as retas  $r$  e  $s$  são paralelas e a distância entre elas é 2 cm. A reta  $t$  forma um ângulo de  $45^\circ$  com a reta  $r$ . Os círculos com centro em  $A$  e  $C$  tangenciam a reta  $t$  nos pontos  $B$  e  $D$ , respectivamente, e tangenciam as retas  $r$  e  $s$ . Qual é a área, em centímetros quadrados, do quadrilátero  $ABCD$ ?

- A)  $\sqrt{2}$
- B) 2
- C)  $1 + \sqrt{2}$
- D)  $2\sqrt{2}$
- E) 3

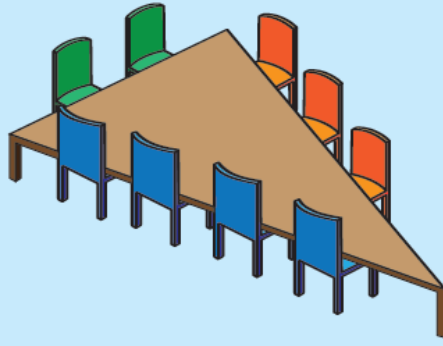


**Josimar Silva.** Enunciado simples, claro e objetivo. Questão de dificuldade média, com exigência de conteúdos básicos de geometria plana e criatividade. Adequada ao Nível 3.

**Comentário – Cláudio Silveira.** Enunciado claro. Questão difícil envolvendo a determinação de algumas grandezas lineares para o cálculo da área pedida. Adequada ao Nível 3.

**18.** Seis amigos, entre eles Alice e Bernardo, vão jantar em uma mesa triangular, cujos lados têm 2, 3 e 4 lugares, como na figura. De quantas maneiras esses amigos podem sentar-se à mesa de modo que Alice e Bernardo fiquem juntos e em um mesmo lado da mesa?

- A) 288
- B) 6720
- C) 10080
- D) 15120
- E) 60480



**Josimar Silva.** Enunciado correto, mas poderia ter sido mais cuidadoso evitando que o trecho do comando “*fiquem juntos e em um mesmo lado*” pudesse, tão facilmente, ser lido como “*fiquem juntos em um mesmo lado*”, modificando profundamente a questão, com a simples supressão da conjunção “e”. Questão de dificuldade média, bem próxima do que se encontra em livros didáticos. Adequada ao Nível 3.

**Cláudio Silveira.** Enunciado simples, claro e objetivo. Questão de dificuldade média que envolve a aplicação do princípio multiplicativo. Adequada ao Nível 3.

**19.** André partiu de Pirajuba, foi até Quixajuba e voltou sem parar, com velocidade constante. Simultaneamente, e pela mesma estrada, Júlio partiu de Quixajuba, foi até Pirajuba e voltou, também sem parar e com velocidade constante. Eles se encontraram pela primeira vez a 70 km de Quixajuba e uma segunda vez a 40 km de Pirajuba, quando ambos voltavam para sua cidade de origem. Quantos quilômetros tem a estrada de Quixajuba a Pirajuba?

- A) 120
- B) 145
- C) 150
- D) 170
- E) 180

**Josimar Silva.** Enunciado simples, claro e objetivo. Modelo de questão conhecida, mas para o aluno que nunca se deparou com algo parecido, ela se mostrará difícil. Questão adequada ao Nível 3.

**Cláudio Silveira.** Enunciado claro. Questão de dificuldade média, mas um pouco repetitiva se considerarmos que razões e proporções com posterior resolução de equação do 2º grau já foi cobrado na questão 11. Adequada ao Nível 3.

**20.** Pedro vai participar de um programa de prêmios em que há uma urna contendo quatro bolas com valores diferentes e desconhecidos por ele, que serão sorteadas uma a uma até que ele decida ficar com uma delas. Ele observa o valor das duas primeiras bolas sorteadas e as descarta. Se o valor da terceira bola sorteada for maior que os das duas primeiras, ele ficará com ela e, caso contrário, ficará com a bola que restou. Qual é a probabilidade de Pedro ficar com a bola de maior valor?

A)  $\frac{1}{4}$   
B)  $\frac{1}{3}$   
C)  $\frac{3}{8}$   
 D)  $\frac{5}{12}$   
E)  $\frac{1}{2}$

Operacionalização:  
FE  
Fundação Carlos Chagas

**Josimar Silva.** Enunciado simples, claro e objetivo. Questão de dificuldade média, cuja maior exigência é de raciocínio. Adequada ao Nível 3.

**Cláudio Silveira.** Enunciado claro. Questão de dificuldade média sobre probabilidade que exige uma atenta análise dos casos favoráveis. O aluno que já estudou o assunto leva certa vantagem. Adequada ao Nível 3.

## Quadros e Gráficos

Buscando um entendimento global da prova quanto ao seu grau de dificuldade, as análises feitas acima foram resumidas nos quadros e gráficos apresentados a seguir.

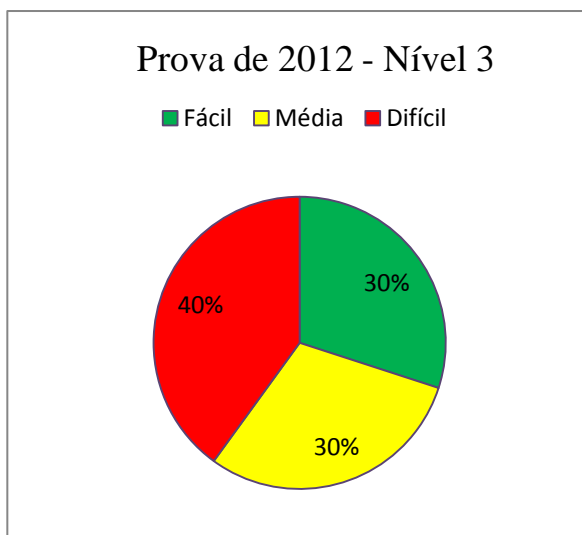
**Quadro 4. Prova de 2012 – Nível 3 – Josimar Silva**

Grau de dificuldade	Número da questão	Número de questões
Fácil	1, 4, 5, 6, 7 e 8	6
Média	2, 10, 11, 17, 18 e 20	6
Difícil	3, 9, 12, 13, 14, 15, 16 e 19	8

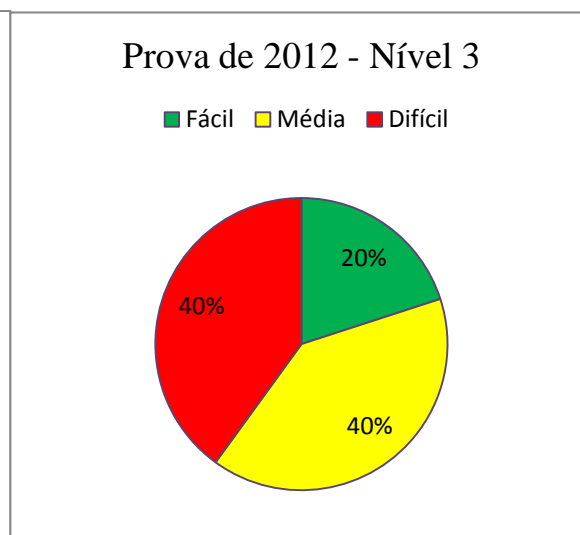
**Quadro 5. Prova de 2012 – Nível 3 – Cláudio Silveira**

Grau de dificuldade	Número da questão	Número de questões
Fácil	1, 2, 4 e 5	4
Média	6, 7, 8, 11, 16, 18, 19 e 20	8
Difícil	3, 9, 10, 12, 13, 14, 15 e 17	8

**Gráfico 3. Josimar Silva**



**Gráfico 4. Cláudio Silveira**



### 2.3.Comparação das Provas

A fim de nortear a análise comparativa das provas, foi considerado relevante responder às perguntas a seguir.

**Primeira pergunta.** Considera adequada a distribuição de conteúdos? Há conteúdos fundamentais para o nível que não foram cobertos na prova?

**Josimar Silva.** Sim, a distribuição é adequada. Alguns conteúdos importantes não são cobertos porque alguns alunos ainda não os estudaram na escola, como, por exemplo, geometria espacial (que aparece discretamente), pois geralmente não é abordada no 1º ano do ensino médio.

**Cláudio Silveira.** Sim, levando-se em conta o fato de que poucos conteúdos de ensino médio podem ser cobrados por causa dos alunos do 1º ano. O assunto funções poderia ter sido cobrado com mais ênfase.

**Segunda pergunta.** Comparada à prova de 2011, considera que a prova de 2012 foi mais fácil, mais difícil, ou no mesmo grau de dificuldade?

**Josimar Silva.** Mais fácil. As tabelas com os graus de dificuldade de cada questão, nas duas provas, sugerem que a prova de 2012 foi ligeiramente mais fácil do que a de 2011, por conter um número maior de questões fáceis. Vale destacar que não há um critério bem definido para a classificação e comparação de graus de dificuldade das provas. Por exemplo, se as questões classificadas como difíceis da OBMEP 2012 forem muito mais difíceis do que qualquer uma das questões classificadas como difíceis da OBMEP 2011, a comparação poderia apontar a de 2011 como a mais fácil. Como não parece ser o caso, a análise feita indica a OBMEP 2012 como a mais fácil.

**Cláudio Silveira.** Ligeiramente mais fácil. No comparativo de quantidade de questões fáceis, médias e difíceis há um equilíbrio, porém na prova de 2011 algumas questões classificadas como médias seriam, mais precisamente, médias para difíceis e algumas outras classificadas como difíceis seriam, na verdade, muito difíceis.

### 3. Comparação da análise prévia com o desempenho dos alunos<sup>3</sup>

Nesta etapa, com o recebimento dos dados da FCC (porcentagem de acerto de cada questão da prova), foi realizada a comparação da análise feita no capítulo anterior com esses dados e apontadas as divergências mais extremas. Entretanto, para se realizar a comparação foi necessário relacionar o grau de dificuldade de cada questão com a porcentagem de acerto. Após uma análise do conjunto de dados recebidos, foi adotado que a fronteira entre as faixas (difícil/média e média/fácil) seria em 30% e em 50%, flexibilizando esses valores de acordo com as particularidades de cada série de porcentagens, a fim de se obter um melhor agrupamento dos graus de dificuldade.

Essas porcentagens fornecidas pela FCC, apresentadas nos Quadros 6 e 8, são o resultado do desempenho dos 5% dos alunos indicados por cada escola para a Segunda Fase.

**Quadro 6. Prova de 2011 – Nível 3 – FCC**

Questão	Acertos	Grau de dificuldade
14	58%	Fácil
17	51%	Fácil
7	49%	Fácil
19	48%	Fácil
9	47%	Fácil
6	46%	Fácil
15	46%	Fácil
5	42%	Média
11	41%	Média
16	41%	Média
18	38%	Média
12	37%	Média
13	37%	Média
3	34%	Média
2	31%	Média
10	31%	Média
4	27%	Difícil
8	26%	Difícil
1	25%	Difícil
20	24%	Difícil

Média: 39%

Mediana: 40%

<sup>3</sup> Este capítulo foi escrito com a colaboração do Professor Cláudio Silveira de Souza.



**Quadro 7. Prova de 2011 – Nível 3 – FCC**

<b>Grau de dificuldade</b>	<b>Número da questão</b>	<b>Número de questões</b>
Fácil	6, 7, 9, 14, 15, 17 e 19	7
Média	2, 3, 5, 10, 11, 12, 13, 16 e 18	9
Difícil	1, 4, 8 e 20	4

**Quadro 8. Prova de 2012 – Nível 3 – FCC**

<b>Questão</b>	<b>Acertos</b>	<b>Grau de dificuldade</b>
2	68%	Fácil
16	66%	Fácil
9	60%	Fácil
8	56%	Fácil
13	50%	Fácil
14	49%	Fácil
4	42%	Média
3	41%	Média
12	39%	Média
11	38%	Média
15	34%	Difícil
10	33%	Difícil
1	32%	Difícil
17	32%	Difícil
6	31%	Difícil
19	29%	Difícil
5	28%	Difícil
20	28%	Difícil
18	27%	Difícil
7	16%	Difícil

Média: 40%

Mediana: 36%

**Quadro 9. Prova de 2012 – Nível 3 – FCC**

<b>Grau de dificuldade</b>	<b>Número da questão</b>	<b>Número de questões</b>
Fácil	2, 8, 9, 13, 14 e 16	6
Média	3, 4, 11, 12	4
Difícil	1, 5, 6, 7, 10, 15, 17, 18, 19 e 20	10

### 3.1. Comparação dos resultados

O Quadro 10 apresenta, sinteticamente, os resultados das análises do autor, de Cláudio, e da FCC. Ele permite perceber em quais questões houve discrepâncias relevantes, a saber: 9, 15, 17 e 19.

**Quadro 10. Prova de 2011 – Nível 3**


Questão Autor	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
Josimar	Red	Verde	Verde	Amarelo	Red	Verde	Verde	Amarelo	Red	Amarelo	Red	Verde	Red	Amarelo	Red	Red	Red	Red	Red	Red
Cláudio	Red	Amarelo	Verde	Amarelo	Red	Amarelo	Verde	Amarelo	Amarelo	Amarelo	Red	Verde	Amarelo	Amarelo	Red	Red	Red	Red	Red	Red
FCC	Red	Amarelo	Amarelo	Red	Amarelo	Verde	Verde	Red	Verde	Amarelo	Amarelo	Amarelo	Amarelo	Verde	Verde	Amarelo	Verde	Amarelo	Verde	Red

No Quadro 10, a questão classificada simultaneamente como fácil (cor verde) e difícil (cor vermelha) foi denominada discrepante. Os próximos quadros apresentam a análise das questões mencionadas acima.

**Quadro 11. Análise comparativa – Questão 9**

Prova de 2011	Análise inicial
<p>9. Com os algarismos 1, 4, 6 e 8 pode-se formar vários números de três algarismos distintos. Qual é a soma de todos esses números?</p> <p><input checked="" type="radio"/> A) 12654  <input type="radio"/> B) 12740  <input type="radio"/> C) 13124  <input type="radio"/> D) 13210  <input type="radio"/> E) 13320</p>	<p><b>Josimar Silva.</b> Enunciado simples, claro e objetivo. Questão clássica de combinatória, porém, se o aluno não a conhecer, terá dificuldade em resolvê-la. Questão difícil e adequada ao Nível 3.</p> <p><b>Cláudio Silveira.</b> Enunciado simples, claro e objetivo. Questão de dificuldade média que exige algo mais que o mero uso do princípio multiplicativo. Adequada ao Nível 3.</p>
<p style="text-align: center;"><b>Comparando com o resultado da FCC</b></p> <p>Questão com 47% de acerto no Nível 3, classificada como fácil e com resultado discrepante em relação à análise inicial.</p> <p style="text-align: center;"><b>Possíveis causas da discrepância</b></p> <p>Trata-se de uma questão bem diferente daquelas usualmente encontradas nos livros didáticos. Em vez da tradicional pergunta acerca da quantidade de números formados, pede a soma desses números. Isso exige algo mais que a simples aplicação do princípio multiplicativo.</p> <p>Quando o aluno não conhece esse modelo de questão, tem dificuldade em resolvê-la. As opções “A” e “C” apresentam números que terminam em 4, mesmo algarismo final de 4!, o que pode ter contribuído para o alto índice de acerto.</p>	

## Quadro 12. Análise comparativa – Questão 15

Prova de 2011	Análise inicial
<p><b>15.</b> Uma caixa contém 105 bolas pretas, 89 bolas cinzentas e 5 bolas brancas. Fora da caixa há bolas brancas em quantidade suficiente para efetuar repetidamente o seguinte procedimento, até que sobrem duas bolas na caixa:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• retiram-se, sem olhar, duas bolas da caixa;</li> <li>• se as bolas retiradas forem de cores diferentes, a de cor mais escura é devolvida para a caixa;</li> <li>• caso contrário, descartam-se as bolas retiradas e coloca-se na caixa uma bola branca.</li> </ul> <p>Sobre as cores das duas bolas que sobram, pode-se garantir que</p> <p>A) as duas serão brancas.          B) as duas serão cinzentas.          C) as duas serão pretas.  <input checked="" type="radio"/> D) exatamente uma será preta.          E) exatamente uma será cinzenta.</p> 	<p><b>Josimar Silva.</b> Enunciado claro e objetivo. Para o aluno que já se deparou com algo parecido (questões envolvendo paridade), a questão é fácil, mas se desconhece o modelo, é difícil. Adequada ao Nível 3.</p> <p><b>Cláudio Silveira.</b> Enunciado claro. Questão muito difícil em que um aluno que não esteja habituado a lidar com questões afins dificilmente conseguirá resolver. Porém, ainda assim, a questão é aceitável para o Nível 3.</p>
<p><b>Comparando com o resultado da FCC</b></p> <p>Questão com 46% de acerto no Nível 3, classificada como fácil e com resultado discrepante em relação à análise inicial.</p> <p style="text-align: center;"><b>Possíveis causas da discrepância</b></p> <p>Questão de raciocínio lógico, envolvendo análise de paridade, que dificilmente é trabalhada em aulas regulares. Sem um treinamento prévio que envolva questões com estilo similar, é pouco provável que o aluno a resolva conscientemente.</p> <p>Parece ser muito improvável que o aluno tenha percebido que a quantidade de bolas pretas decai de duas em duas e que, por conseguinte, essa quantidade tem que ser, a todo o momento, ímpar. Isso implica a eliminação de todos os distratores, o que justificaria o índice de acertos apresentado.</p>	

**Quadro 13. Análise comparativa – Questão 17**

Prova de 2011	Análise inicial
<p><b>17.</b> Dois carros saíram juntos de Quixajuba pela estrada em direção a Paraquá. A velocidade do primeiro carro era 50 km/h e a do segundo carro era 40 km/h. Depois de 30 minutos um terceiro carro saiu de Quixajuba pela mesma estrada, também com velocidade constante, e alcançou o primeiro carro uma hora e meia depois de ultrapassar o segundo. Qual era a velocidade do terceiro carro?</p> <p>A) 30 km/h            B) 45 km/h  <input checked="" type="radio"/> C) 60 km/h            D) 70 km/h            E) 75 km/h</p>	<p><b>Josimar Silva.</b> Enunciado claro e objetivo. Questão difícil, que exige habilidade algébrica e atenção na leitura do enunciado. Adequada ao Nível 3.</p> <p><b>Cláudio Silveira.</b> Enunciado claro e objetivo. Questão difícil e um pouco similar à questão 14, tanto no estilo quanto no instrumento matemático usado para sua resolução. Adequada ao Nível 3.</p>
<p style="text-align: center;"><b>Comparando com o resultado da FCC</b></p> <p>Questão com 51% de acerto no Nível 3, classificada como fácil e com resultado discrepante em relação à análise inicial.</p> <p style="text-align: center;"><b>Possíveis causas da discrepância</b></p> <p>Montar e manipular as equações que traduzem os movimentos é uma tarefa nada elementar que provavelmente não está ao alcance da maioria dos alunos, apesar da questão ter apresentado 51% de acertos.</p> <p>As opções “A” e “B” são facilmente descartáveis, o que encoraja o aluno a testar as três opções restantes, sendo que a resposta já se encontra na opção “C”, o que pode ser constatado por inspeção, sem maiores dificuldades. Portanto, os distratores não são bons e, provavelmente, contribuíram para o elevado percentual de acertos.</p>	

**Quadro 14. Análise comparativa – Questão 19**

Prova de 2011	Análise inicial																														
<p><b>19.</b> Escreva os algarismos de 0 até 9 em uma linha, na ordem que você escolher. Na linha de baixo junte os vizinhos, formando nove números novos, e some esses números como no exemplo:</p> <table border="1" data-bbox="212 577 762 658"> <tr> <td>2</td><td>1</td><td>3</td><td>7</td><td>4</td><td>9</td><td>5</td><td>8</td><td>0</td><td>6</td> </tr> <tr> <td>21</td><td>13</td><td>37</td><td>74</td><td>49</td><td>95</td><td>58</td><td>80</td><td>06</td><td></td> </tr> <tr> <td colspan="10" style="text-align: center;"><math>21 + 13 + 37 + 74 + 49 + 95 + 58 + 80 + 6 = 433</math></td> </tr> </table> <p>Qual é a maior soma que é possível obter desse modo?</p> <p>A) 506  <input checked="" type="radio"/> B) 494          C) 469          D) 447          E) 432</p>	2	1	3	7	4	9	5	8	0	6	21	13	37	74	49	95	58	80	06		$21 + 13 + 37 + 74 + 49 + 95 + 58 + 80 + 6 = 433$										<p><b>Josimar Silva.</b> Enunciado claro e objetivo. Questão difícil, exigindo raciocínio e cálculo numérico elementar. Adequada ao Nível 3.</p> <p><b>Cláudio Silveira.</b> Enunciado simples, claro e objetivo. Questão difícil, que exige uma habilidade numérica apresentada por poucos alunos do ensino médio. Adequada ao Nível 3.</p>
2	1	3	7	4	9	5	8	0	6																						
21	13	37	74	49	95	58	80	06																							
$21 + 13 + 37 + 74 + 49 + 95 + 58 + 80 + 6 = 433$																															
<p><b>Comparando com o resultado da FCC</b></p> <p>Questão com 48% de acerto no Nível 3, classificada como fácil e com resultado discrepante em relação à análise inicial.</p> <p><b>Possíveis causas da discrepância</b></p> <p>Entende-se que a análise das posições dos algarismos na primeira linha da tabela, de forma a maximizar a soma dos nove números formados na linha seguinte, é um passo que seria dado por uma pequena parcela dos alunos.</p> <p>Entretanto, os distratores são ruins, pois há quatro opções em que o algarismo das centenas é 4, o que pode ter levado o aluno a descartar a opção “A”. Houve a preferência pela opção “B” pois, dentre as outras quatro opções, é a que apresenta a maior soma.</p>																															

O Quadro 15 apresenta, sinteticamente, os resultados das análises do autor, de Josimar, e da FCC. Ele permite perceber em quais questões houve discrepâncias relevantes, a saber: 1, 5, 6, 7, 9, 13, 14 e 16.

**Quadro 15. Prova de 2012 – Nível 3**

Questão Autor	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
Josimar	Verde	Amarelo	Vermelho	Verde	Verde	Verde	Verde	Verde	Vermelho	Amarelo	Amarelo	Vermelho	Vermelho	Vermelho	Vermelho	Vermelho	Amarelo	Amarelo	Vermelho	Amarelo
Cláudio	Verde	Verde	Vermelho	Verde	Verde	Amarelo	Amarelo	Amarelo	Vermelho	Vermelho	Amarelo	Vermelho	Vermelho	Vermelho	Vermelho	Amarelo	Vermelho	Amarelo	Amarelo	Amarelo
FCC	Vermelho	Verde	Amarelo	Amarelo	Vermelho	Vermelho	Vermelho	Verde	Verde	Vermelho	Amarelo	Amarelo	Verde	Verde	Vermelho	Verde	Vermelho	Vermelho	Vermelho	Vermelho

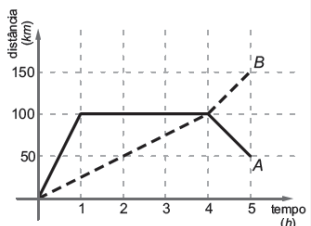
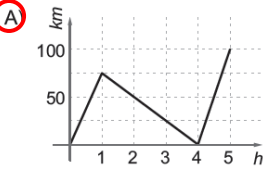
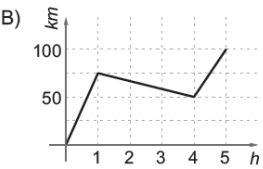
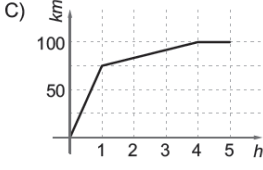
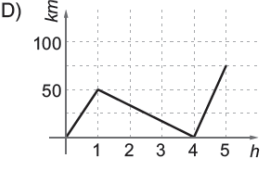
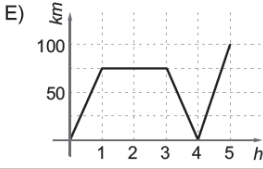
No Quadro 15, a questão classificada simultaneamente como fácil (cor verde) e difícil (cor vermelha) foi denominada discrepante. Os próximos quadros apresentam a análise das questões mencionadas acima.

### Quadro 16. Análise comparativa – Questão 1

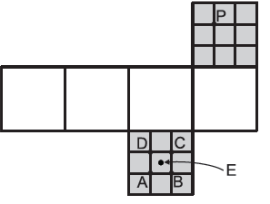
Prova de 2012	Análise inicial
<p>1. Um quadrado de lado 1 cm roda em torno de um quadrado de lado 2 cm, como na figura, partindo da posição inicial e completando um giro cada vez que um de seus lados fica apoiado em um lado do quadrado maior.</p> <p>Qual das figuras a seguir representa a posição dos dois quadrados após o 2012º giro?</p> <p><input checked="" type="radio"/> A) <input type="radio"/> B) <input type="radio"/> C)</p> <p><input type="radio"/> D) <input type="radio"/> E)</p>	<p><b>Josimar Silva.</b> Enunciado simples, claro e objetivo. Exigindo apenas cálculo numérico elementar e raciocínio. Questão fácil. Adequada ao Nível 3.</p> <p><b>Cláudio Silveira.</b> Enunciado simples, claro e objetivo. Questão fácil, que utiliza o algoritmo da divisão. Adequada ao Nível 3.</p>
<p><b>Comparando com o resultado da FCC</b></p>	
<p>Questão com 32% de acerto no Nível 3, classificada como difícil e com resultado discrepante em relação à análise inicial.</p>	
<p><b>Possíveis causas da discrepância</b></p>	
<p>A questão exige o reconhecimento de uma periodicidade bastante elementar, seguida de uma simples divisão euclidiana. Isso justificaria ser essa a primeira questão da prova, que pretensamente deveria ser fácil.</p>	
<p>Pode ter havido uma dificuldade do aluno na percepção das posições do menor quadrado no decorrer dos giros e suas sistemáticas repetições. Além disso, pode ter ocorrido uma confusão entre a posição do quadrado menor após 2012 giros e a 2012ª posição dele, tomando a posição inicial como a 1ª posição. Noutras palavras, o fato do 1º giro produzir a 2ª posição pode ter provocado a confusão, levando o aluno a assinalar se as opções “C” ou “D”.</p>	
<p>De qualquer forma, foi uma surpresa o baixo percentual de acertos.</p>	



Quadro 17. Análise comparativa – Questão 5

Prova de 2012	Análise inicial
<p>5. Dois carros A e B partem de Quixajuba, ao mesmo tempo, pela estrada que vai para Pirajuba. No gráfico ao lado, a linha contínua e a linha pontilhada representam, respectivamente, a distância de A e B a Quixajuba, ao longo da estrada, em função do tempo. Qual dos gráficos abaixo representa a distância entre os dois carros, ao longo da estrada, em função do tempo?</p>  <p>A) </p> <p>B) </p> <p>C) </p> <p>D) </p> <p>E) </p>	<p><b>Josimar Silva.</b> Enunciado claro e objetivo. Questão fácil. Exige um tipo de análise de gráficos, não muito comum. É adequada ao Nível 3.</p> <p><b>Cláudio Silveira.</b> Enunciado simples, claro e objetivo. Questão fácil de análise gráfica. Adequada ao Nível 3.</p>
<p style="text-align: center;"><b>Comparando com o resultado da FCC</b></p> <p>Questão com 28% de acerto no Nível 3, classificada como difícil e com resultado discrepante em relação à análise inicial.</p> <p style="text-align: center;"><b>Possíveis causas da discrepância</b></p> <p>Entendeu-se ser uma questão fácil, pois as informações contidas no gráfico são muito claras, além de ser possível excluir facilmente alguns distratores pela análise das posições relativas dos carros ao longo do tempo.</p> <p>Entretanto, trata-se de uma análise gráfica diferente da que o aluno está habituado. Nela, o aluno precisa estabelecer também a comparação entre os dois gráficos e não apenas analisar cada gráfico em relação aos eixos coordenados.</p>	

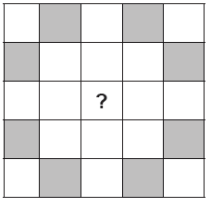
### Quadro 18. Análise comparativa – Questão 6

Prova de 2012	Análise inicial
<p>6. Dois pontos na superfície de um cubo são <i>opostos</i> se o segmento de reta que os liga passa pelo centro do cubo. Na figura vemos uma planificação de um cubo, na qual as faces destacadas em cinzento foram divididas em nove quadradinhos iguais. Quando o cubo for montado, qual será o ponto oposto ao ponto P?</p> <p>A) A  <input checked="" type="radio"/> B) B            C) C            D) D            E) E</p> 	<p><b>Josimar Silva.</b> Enunciado simples, claro e objetivo. Questão fácil. Exige apenas visualização espacial. Adequada ao Nível</p> <p><b>Cláudio Silveira.</b> Enunciado claro e objetivo. Questão de dificuldade média envolvendo a planificação de um cubo, em que o aluno que já estudou geometria espacial leva vantagem. Adequada ao Nível 3.</p>
<p><b>Comparando com o resultado da FCC</b></p>	
<p>Questão com 31% de acerto no Nível 3, classificada como difícil e com resultado discrepante em relação à análise inicial.</p>	
<p><b>Possíveis causas da discrepância</b></p>	
<p>Acreditou-se não ser uma questão difícil, pois o cubo é um sólido geométrico bastante familiar aos alunos e a análise das posições das letras fica restrita a somente duas faces que são opostas.</p> <p>Porém, vale ressaltar a dificuldade natural do aluno em lidar com visualizações espaciais, além de haver uma parcela considerável que ainda não estudou formalmente geometria espacial.</p>	

### Quadro 19. Análise comparativa – Questão 7

Prova de 2012	Análise inicial
<div style="border: 1px solid black; padding: 5px;"> <p>7. Quantas vezes <math>17^2</math> deve aparecer dentro do radicando na igualdade <math>\sqrt{17^2 + 17^2 + \dots + 17^2} = 17^2 + 17^2 + 17^2</math> para que ela seja verdadeira?</p> <p>A) 9            B) 51            C) 289            D) 861  <input checked="" type="radio"/> E) 2601</p> </div>	<p><b>Josimar Silva.</b> Enunciado simples, claro e objetivo. Questão fácil, cobrando raciocínio, além de cálculo com radical. Adequada ao Nível 3.</p> <p><b>Cláudio Silveira.</b> Enunciado simples, claro e objetivo. Questão de dificuldade média que exige razoável habilidade com potências e radicais. Adequada ao Nível 3.</p>
<p><b>Comparando com o resultado da FCC</b></p> <p>Questão com 16% de acerto no Nível 3, classificada como difícil e com resultado discrepante em relação à análise inicial.</p> <p><b>Possíveis causas da discrepância</b></p> <p>Causou grande surpresa o baixíssimo percentual de acertos da questão (questão mais errada da prova), pois há outras questões nessa mesma prova com um grau de exigência de maturidade matemática bem maior que tiveram um aproveitamento melhor.</p> <p>Se a quantidade de parcelas iguais a <math>17^2</math> for representada por <math>k^2</math>, encontra-se <math>k = 51</math>, o que pode ter levado o aluno a assinalar a opção “B”, em vez de <math>51^2 = 2601</math>, opção “E”, resposta da questão. Sendo assim, a opção “B” constituiria uma “pegadinha”. Some-se ao exposto, a dificuldade apresentada por muitos alunos em lidar com radicais.</p>	

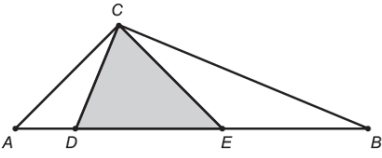
### Quadro 20. Análise comparativa – Questão 9

Prova de 2012	Análise inicial
<p>9. No quadriculado 5×5 ao lado colocam-se os números de 1 a 25, um em cada casa, de modo que a soma dos números que aparecem em cada linha, coluna e diagonal é a mesma. Sabe-se que a soma dos números que aparecem nas casas cinzentas é 104. Qual é o número que aparece na casa central?</p> <p>(A) 13            B) 14            C) 15            D) 16            E) 17</p> 	<p><b>Josimar Silva.</b> Enunciado simples, claro e objetivo. Questão difícil. A sua resolução fica facilitada com a ideia da soma dos termos de uma P.A., porém o mais importante é o raciocínio. Adequada ao Nível 3.</p> <p><b>Cláudio Silveira.</b> Enunciado simples, claro e objetivo. Questão difícil em que a montagem da estratégia para somar os números contidos nas casas brancas não é muito óbvia. Adequada ao Nível 3.</p>
<p><b>Comparando com o resultado da FCC</b></p> <p>Questão com 60% de acerto no Nível 3, classificada como fácil e com resultado discrepante em relação à análise inicial.</p> <p><b>Possíveis causas da discrepância</b></p> <p>Uma sequência de inteiros de 1 a 25, cujo termo central é 13, pode justificar o alto índice de acerto dessa difícil questão, na qual se pede o número da casa central.</p> <p>Trata-se de uma questão em que se conjectura que o percentual de alunos que efetivamente conseguiram resolvê-la foi bem menor do que os que simplesmente marcaram a opção correta.</p> <p>A percepção de que as casas brancas constituem juntas uma linha, uma coluna e duas diagonais, com três exclusões do número da casa central, não parece ser elementar.</p>	

### Quadro 21. Análise comparativa – Questão 13

Prova de 2012	Análise inicial
<p data-bbox="213 461 766 562"><b>13.</b> Para fazer várias blusas iguais, uma costureira gastou R\$ 2,99 para comprar botões de 4 centavos e laços de 7 centavos. Ela usou todos os botões e laços que comprou. Quantas blusas ela fez?</p> <p data-bbox="213 573 284 696">A) 2 B) 5 C) 10 <b>D) 13</b> E) 23</p>	<p data-bbox="807 376 1431 521"><b>Josimar Silva.</b> Enunciado simples, claro e objetivo. Questão difícil, exigindo raciocínio aritmético. Adequada ao Nível 3.</p> <p data-bbox="807 573 1431 824"><b>Cláudio Silveira.</b> Enunciado simples, claro e objetivo. Questão difícil sobre teoria dos números, em que um aluno não habituado com o tema provavelmente não irá resolver. Adequada ao Nível 3.</p>
<p data-bbox="555 967 1078 999" style="text-align: center;"><b>Comparando com o resultado da FCC</b></p> <p data-bbox="204 1048 1431 1133">Questão com 50% de acerto no Nível 3, classificada como fácil e com resultado discrepante em relação à análise inicial.</p> <p data-bbox="593 1182 1037 1214" style="text-align: center;"><b>Possíveis causas da discrepância</b></p> <p data-bbox="204 1263 1431 1339">Avaliou-se que as opções de resposta colaboraram firmemente para que a questão tivesse um significativo percentual de acertos.</p> <p data-bbox="204 1375 1431 1451">Tendo-se a percepção de que a questão envolve divisibilidade, a única opção que apresenta um divisor de 299 é a opção “D”, que corresponde à resposta correta.</p> <p data-bbox="204 1487 1431 1563">Parece ser pouco provável que metade dos alunos tenha feito a análise das possibilidades com a posterior conclusão de que foram feitas treze blusas.</p>	

Quadro 22. Análise comparativa – Questão 14

Prova de 2012	Análise inicial
<p>14. Na figura, os segmentos <math>AC</math>, <math>CE</math> e <math>EB</math> têm o mesmo comprimento, os ângulos <math>\hat{A}CE</math> e <math>\hat{B}CD</math> são retos e a área do triângulo <math>CDE</math> é 1. Qual é a área do triângulo <math>ABC</math>?</p> <p>A) <math>\sqrt{2}</math>            B) 2  <input checked="" type="radio"/> C) <math>\sqrt{2}+1</math>            D) <math>2\sqrt{2}</math>            E) 3</p> 	<p><b>Josimar Silva.</b> Enunciado simples, claro e objetivo. Questão difícil, exigindo conteúdo e raciocínio. Adequada ao Nível 3.</p> <p><b>Cláudio Silveira.</b> Enunciado simples, claro e objetivo. Questão difícil de geometria plana que exige o uso do teorema de Pitágoras, análise dos ângulos internos dos triângulos e cálculo de áreas. Questão adequada ao Nível 3.</p>
<p><b>Comparando com o resultado da FCC</b></p> <p>Questão com 49% de acerto no Nível 3, classificada como fácil e com resultado discrepante em relação à análise inicial.</p> <p><b>Possíveis causas da discrepância</b></p> <p>Questão que exige boa maturidade geométrica para ser efetivamente resolvida, por envolver o uso conveniente do teorema de Pitágoras, além da análise das medidas dos ângulos internos dos triângulos e posterior comparação de suas áreas.</p> <p>No entanto, a figura permite que, de forma aproximada, o aluno estime que <math>DE = EB = 2AD</math>, o que implicaria <math>\text{Área}(CDE) = \text{Área}(CEB) = 2\text{Área}(CAD)</math>, já que os referidos triângulos têm a mesma altura. Se <math>\text{Área}(CDE) = 1</math>, então <math>\text{Área}(ABC) = 1 + 1 + 0,5 = 2,5</math>, sendo a opção “C” a que mais se aproxima desse valor.</p>	

### Quadro 23. Análise comparativa – Questão 16

Prova de 2012	Análise inicial
<p><b>16.</b> Três casais fizeram compras em uma livraria. Vitor comprou 3 livros a mais do que Lorena e Pedro comprou 5 livros a mais do que Cláudia. Cada um dos homens comprou 4 livros a mais do que a respectiva esposa. Lorena e Cláudia compraram mais livros do que Bianca, que só comprou 3 livros. Qual das seguintes afirmações é verdadeira?</p> <p>A) Vitor comprou mais livros do que Pedro.            B) Pedro é marido de Cláudia.  <input checked="" type="radio"/> C) Pedro foi o marido que comprou o maior número de livros.            D) Cláudia comprou um livro a mais do que Lorena.            E) Vitor é marido de Bianca.</p>	<p><b>Josimar Silva.</b> Enunciado complicado pela quantidade de informação, porém bem formulado. Questão difícil, exigindo capacidade de organização e representação de dados. Adequada ao Nível 3.</p> <p><b>Cláudio Silveira.</b> Enunciado claro. Questão de dificuldade média de raciocínio lógico que obriga o aluno a analisar todas as opções até encontrar a resposta correta. Adequada ao Nível 3.</p>
<p style="text-align: center;"><b>Comparando com o resultado da FCC</b></p> <p>Questão com 66% de acerto no Nível 3, classificada como fácil e com resultado discrepante em relação à análise inicial.</p> <p style="text-align: center;"><b>Possíveis causas da discrepância</b></p> <p>A questão apresenta elevado grau de dificuldade, porém foi a segunda mais acertada da prova. O surpreendente percentual de acerto (66%) pode ser consequência das relações <math>Vitor = Lúcia + 3</math> e <math>Pedro = Cláudia + 5</math>, que pode ter sido entendido como um forte indício de que Pedro tenha sido o marido que mais livros comprou.</p> <p>Avaliou-se que toda a análise de casos que a questão exige para ser efetivamente resolvida foi feita por uma pequena parcela dos alunos, o que reforça a impressão de que, numa prova de múltipla escolha, uma questão muito acertada não significa necessariamente que foi de fato resolvida.</p> <p>Conclui-se, portanto, que a construção das opções de resposta deve merecer atenção tão grande quanto a própria construção do enunciado da questão, a fim de não gerar esse tipo de distorção.</p>	


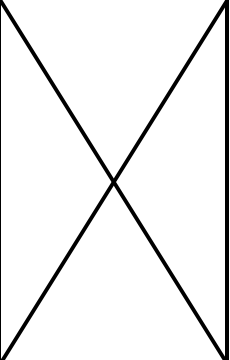

### 3.2 Análise das questões transversais

Questões transversais são aquelas que estão presentes em mais de um nível, e têm por finalidade enfatizar que, para a sua resolução, não é necessário o emprego de conteúdo específico. Nesta seção, verificou-se a adequação das questões e se a porcentagem de acertos com relação aos níveis foi comparativamente coerente.

**Quadro 24. Questões transversais por ano**

Prova	2011	2012
Nível 1, 2 e 3	3	3
Nível 1 e 2	2	3
Nível 2 e 3	2	3
Nível 1 e 3	0	0

**Quadro 25. Questões transversais de 2011**

Prova de 2011	Nível 1	Nível 2	Nível 3
<p>Vovô Eduardo comemorou todos os seus aniversários a partir dos 40 anos colocando, no bolo, velinhas em forma de algarismos de 0 a 9 para indicar sua idade. Primeiro ele comprou as velinhas de números 0 e 4. Ele sempre guardou as velinhas para usar nos próximos aniversários, comprando uma nova somente quando não era possível indicar sua idade com as guardadas. Hoje vovô Eduardo tem 85 anos. Quantas velinhas ele comprou até hoje?</p> <p>A) 10 B) 11 C) 13 D) 14 E) 16</p> 	<p>Questão 7</p> <p>Acertos: 33%</p>	<p>Questão 5</p> <p>Acertos: 39%</p>	
<p>A questão é adequada aos dois níveis, pois pode ser resolvida por simples contagem direta. Os percentuais de acerto são coerentes.</p>			
<p>A figura mostra dois homens erguendo um piano com uma corda. Se um dos homens puxar 15 m de corda e o outro puxar 25 m, quantos metros o piano vai subir?</p> <p>A) 15 B) 20 C) 25 D) 30 E) 40</p> 	<p>Questão 9</p> <p>Acertos: 10%</p>	<p>Questão 6</p> <p>Acertos: 19%</p>	<p>Questão 1</p> <p>Acertos: 25%</p>
<p>A questão é adequada aos três níveis, pois para a sua resolução basta o conhecimento de operações básicas. Porém, a baixa porcentagem de acerto evidencia que o aluno não compreendeu o funcionamento do sistema mecânico apresentado.</p>			

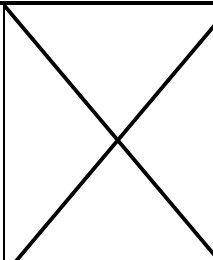


<p>Quatro times disputaram um torneio de futebol em que cada um jogou uma vez contra cada um dos outros. Se uma partida terminasse empatada, cada time ganhava um ponto; caso contrário, o vencedor ganhava três pontos e o perdedor, zero. A tabela mostra a pontuação final do torneio. Quantos foram os empates?</p> <table border="1" data-bbox="363 315 571 412"> <thead> <tr> <th>Time</th> <th>Pontos</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>Cruzeirinhos</td> <td>5</td> </tr> <tr> <td>Flamêntas</td> <td>3</td> </tr> <tr> <td>Nautila</td> <td>3</td> </tr> <tr> <td>Grêmense</td> <td>2</td> </tr> </tbody> </table> <p>A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6</p>	Time	Pontos	Cruzeirinhos	5	Flamêntas	3	Nautila	3	Grêmense	2	<p>Questão 14</p> <p>Acertos: 17%</p>	<p>Questão 8</p> <p>Acertos: 21%</p>	<p>Questão 4</p> <p>Acertos: 27%</p>
Time	Pontos												
Cruzeirinhos	5												
Flamêntas	3												
Nautila	3												
Grêmense	2												


A questão é adequada e os percentuais de acerto são coerentes. Pode ser resolvida do seguinte modo:

Tem-se que, no cômputo geral de pontos do torneio, cada vitória geraria 3 pontos e cada empate, apenas dois pontos (déficit de 1 ponto). Logo o número de empates é igual ao número de déficits de 1 ponto. Verifica-se que foram, ao todo, 6 jogos. Se não houvesse empate, ter-se-ia um total de  $3 \times 6 = 18$  pontos no torneio, mas como esse total foi de  $5 + 3 + 3 + 2 = 13$ , isso significa que houve  $18 - 13 = 5$  empates.



Porém, entende-se que a construção desse raciocínio é pouco provável para alunos dos Níveis 1 e 2..

<p>João e Ana são irmãos. João tem cinco irmãos a mais do que Ana. Quantos irmãos Ana tem a mais do que irmãos?</p> <p>A) 2 B) 3 C) 5 D) 6 E) 7</p>	<p>Questão 16</p> <p>Acertos: 19%</p>	<p>Questão 11</p> <p>Acertos: 17%</p>	
---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	---------------------------------------	---------------------------------------	---------------------------------------------------------------------------------------

A questão é adequada. Os percentuais de acerto não são coerentes em virtude de o aluno do Nível 1, possivelmente, ter resolvido a questão por meio de conjecturas, diferentemente do que deve ter acontecido com o aluno do Nível 2, pois o mesmo tende a utilizar ferramentas algébricas que podem inibir a criatividade.

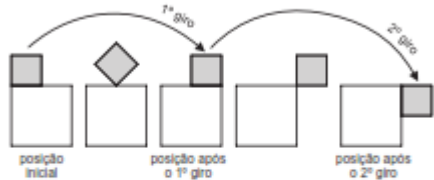





<p>Pedro tem dois cubos com faces numeradas, com os quais ele consegue indicar os dias do mês de 01 a 31. Para formar as datas, os cubos são colocados lado a lado e podem ser girados ou trocados de posição. A face com o 6 também é usada para mostrar o 9. Na figura ao lado, os cubos mostram o dia 03. Qual é a soma dos números das quatro faces não visíveis no cubo da esquerda?</p> <p>A) 15 B) 16 C) 18 D) 19 E) 20</p> 	<p>Questão 20</p> <p>Acertos: 34%</p>	<p>Questão 12</p> <p>Acertos: 36%</p>	<p>Questão 5</p> <p>Acertos: 42%</p>
----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	---------------------------------------	---------------------------------------	--------------------------------------

A questão é adequada e a porcentagem de acerto é coerente.


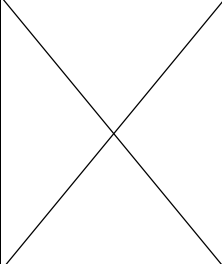
<p>Uma caixa contém 105 bolas pretas, 89 bolas cinzentas e 5 bolas brancas. Fora da caixa há bolas brancas em quantidade suficiente para efetuar repetidamente o seguinte procedimento, até que sobrem duas bolas na caixa:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>retiram-se, sem olhar, duas bolas da caixa;</li> <li>se as bolas retiradas forem de cores diferentes, a de cor mais escura é devolvida para a caixa;</li> <li>caso contrário, descartam-se as bolas retiradas e coloca-se na caixa uma bola branca.</li> </ul> <p>Sobre as cores das duas bolas que sobram, pode-se garantir que</p> <p>A) as duas serão brancas.  B) as duas serão cinzentas.  C) as duas serão pretas.  D) exatamente uma será preta.  E) exatamente uma será cinzenta.</p> 	X	<p>Questão 19</p> <p>Acertos: 40%</p>	<p>Questão 15</p> <p>Acertos: 46%</p>
<p>A questão é adequada aos dois níveis e a porcentagem de acerto é coerente.</p>			
<p>Tia Geralda sabe que um de seus sobrinhos Ana, Bruno, Cecília, Daniela ou Eduardo comeu todos os biscoitos. Ela também sabe que o culpado sempre mente e que os inocentes sempre dizem a verdade.</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>Bruno diz: "O culpado é Eduardo ou Daniela."</li> <li>Eduardo diz: "O culpado é uma menina."</li> <li>Por fim, Daniela diz: "Se Bruno é culpado então Cecília é inocente."</li> </ul> <p>Quem comeu os biscoitos?</p> <p>A) Ana  B) Bruno  C) Cecília  D) Daniela  E) Eduardo</p> 	X	<p>Questão 14</p> <p>Acertos: 30%</p>	<p>Questão 8</p> <p>Acertos: 26%</p>
<p>A incoerência das porcentagens de acertos pode indicar que a opção correta tenha sido escolhida de modo aleatório, devido à dificuldade da questão.</p>			

**Quadro 26. Questões transversais de 2012**

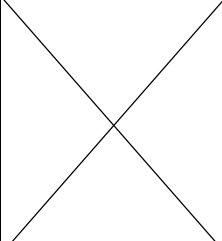
Prova de 2012	Nível 1	Nível 2	Nível 3
<p>A professora Luisa observou que o número de meninas de sua turma dividido pelo número de meninos dessa mesma turma é 0,48. Qual é o menor número possível de alunos dessa turma?</p> <p>A) 24  B) 37  C) 40  D) 45  E) 48</p>	<p>Questão 6</p> <p>Acertos: 34%</p>	<p>Questão 4</p> <p>Acertos: 38%</p>	X
<p>A questão é adequada aos dois níveis e a porcentagem de acerto é coerente. Porém, percebe-se que a opção "A" pode ter atraído uma parte de alunos, principalmente os do Nível 1, pois há uma fração equivalente a 0,48 cujo numerador é 24. Em relação à porcentagem de acerto do Nível 2, esperava-se um valor maior.</p>			

<p>Um quadrado de lado 1 cm roda em torno de um quadrado de lado 2 cm, como na figura, partindo da posição inicial e completando um giro cada vez que um de seus lados fica apoiado em um lado do quadrado maior.</p>  <p>Qual das figuras a seguir representa a posição dos dois quadrados após o 2012º giro?</p> <p>A)  B)  C) </p> <p>D)  E) </p>	<p>Questão 9</p> <p>Acertos: 20%</p>	<p>Questão 3</p> <p>Acertos: 24%</p>	<p>Questão 1</p> <p>Acertos: 32%</p>
------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	--------------------------------------	--------------------------------------	--------------------------------------


A questão é adequada aos três níveis e a porcentagem de acerto é coerente. A questão exige o reconhecimento de uma periodicidade bastante elementar, seguida de uma simples divisão euclidiana. Pode ter havido uma dificuldade do aluno na percepção das posições do menor quadrado no decorrer dos giros e suas sistemáticas repetições. De qualquer forma, foi uma surpresa o baixo percentual de acertos.

<p>O retângulo ao lado, que foi recortado de uma folha de papel quadriculado, mede 4 cm de largura por 5 cm de altura. Qual é a área da região cinzenta?</p> <p>A) 10 cm<sup>2</sup> B) 11 cm<sup>2</sup> C) 12,5 cm<sup>2</sup> D) 13 cm<sup>2</sup> E) 14,5 cm<sup>2</sup></p> 	<p>Questão 12</p> <p>Acertos: 39%</p>	<p>Questão 6</p> <p>Acertos: 46%</p>	
-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	---------------------------------------	--------------------------------------	--------------------------------------------------------------------------------------

A questão é adequada aos dois níveis e os percentuais de acerto são coerentes.

<p>João fez uma viagem de ida e volta entre Pirajuba e Quixajuba em seu carro, que pode rodar com álcool e com gasolina. Na ida, apenas com álcool no tanque, seu carro fez 12 km por litro e na volta, apenas com gasolina no tanque, fez 15 km por litro. No total, João gastou 16 litros de combustível nessa viagem. Qual é a distância entre Pirajuba e Quixajuba?</p> <p>A) 60 km B) 96 km C) 120 km D) 150 km E) 180 km</p>	<p>Questão 18</p> <p>Acertos: 39%</p>	<p>Questão 11</p> <p>Acertos: 44%</p>	
----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	---------------------------------------	---------------------------------------	---------------------------------------------------------------------------------------

A questão é adequada aos dois níveis e a porcentagem de acerto é coerente. No nível 1, o aluno deve ter resolvido utilizando conjecturas, como por exemplo a construção de uma tabela, enquanto que, no Nível 2, o aluno deve ter utilizado processos algébricos.


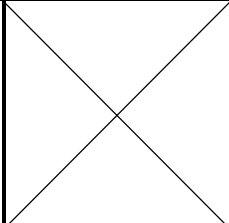
<p>Para a decoração da festa junina, Joana colocou em fila 25 bandeirinhas azuis, 14 brancas e 10 verdes, sem nunca deixar que duas bandeirinhas de mesma cor ficassem juntas. O que podemos concluir, com certeza, dessa informação?</p> <p>A) Nas extremidades da fila aparecem uma bandeirinha azul e uma branca. B) Há cinco bandeirinhas consecutivas nas quais não aparece a cor verde. C) Há pelo menos uma bandeirinha branca ao lado de uma verde. D) Pelo menos quatro bandeirinhas azuis têm uma branca de cada lado. E) Não existe um grupo de três bandeirinhas consecutivas de cores todas diferentes.</p> 	<p>Questão 19</p> <p>Acertos: 33%</p>	<p>Questão 17</p> <p>Acertos: 33%</p>	<p>Questão 15</p> <p>Acertos: 34%</p>
------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	---------------------------------------	---------------------------------------	---------------------------------------

A questão é adequada aos três níveis, tendo grau de dificuldade bem elevado. O empate dos








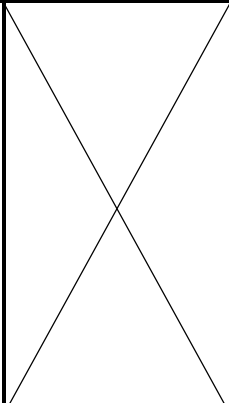
percentuais, praticamente nos três níveis, sugere que esses acertos foram oriundos de “chute”. As três primeiras opções são atrativas por parecerem maiores (por causa da posição da figura). Parece ter havido descarte das duas últimas opções e as escolhas se dividiram igualmente entre as três primeiras.

<p>Três casais fizeram compras em uma livraria. Vitor comprou 3 livros a mais do que Lorena e Pedro comprou 5 livros a mais do que Cláudia. Cada um dos homens comprou 4 livros a mais do que a respectiva esposa. Lorena e Cláudia compraram mais livros do que Bianca, que só comprou 3 livros. Qual das seguintes afirmações é verdadeira?</p> <p>A) Vitor comprou mais livros do que Pedro.          B) Pedro é marido de Cláudia.          C) Pedro foi o marido que comprou o maior número de livros.          D) Cláudia comprou um livro a mais do que Lorena.          E) Vitor é marido de Bianca.</p> <p>D) Pelo menos quatro bandeirinhas azuis têm uma branca de cada lado.          E) Não existe um grupo de três bandeirinhas consecutivas de cores todas diferentes.</p>	<p>Questão 20</p> <p>Acertos: 62%</p>	<p>Questão 20</p> <p>Acertos: 66%</p>	<p>Questão 16</p> <p>Acertos: 66%</p>
---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	---------------------------------------	---------------------------------------	---------------------------------------


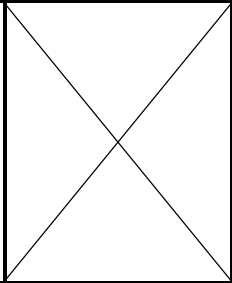
A questão é adequada aos três níveis. Apesar de comparativamente coerentes, os percentuais de acerto são surpreendentes, consequência das relações  $Vitor = Lúcia + 3$  e  $Pedro = Cláudia + 5$ , que pode ter sido entendido como um forte indício de que Pedro tenha sido o marido que mais livros comprou. Provavelmente, o número de alunos que resolveu efetivamente a questão foi muito menor do que o indicado pelos percentuais.

<p>Renata montou uma sequência de triângulos com palitos de fósforo, seguindo o padrão indicado na figura. Um desses triângulos foi construído com 135 palitos de fósforo. Quantos palitos formam o lado desse triângulo?</p> <p>A) 6          B) 7          C) 8          D) 9          E) 10</p> 		<p>Questão 9</p> <p>Acertos: 58%</p>	<p>Questão 2</p> <p>Acertos: 68%</p>
--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	------------------------------------------------------------------------------------	--------------------------------------	--------------------------------------

A questão é adequada aos dois níveis e a porcentagem de acerto é coerente. É possível que os alunos do Nível 3, que já estudaram progressão aritmética, levem certa vantagem.

<p>Cinco cartas, inicialmente dispostas como na figura, serão embaralhadas. Em cada embaralhamento, a primeira carta passa a ser a segunda, a segunda passa a ser a quarta, a terceira passa a ser a primeira, a quarta passa a ser a quinta e a quinta passa a ser a terceira. Qual será a primeira carta após 2012 embaralhamentos?</p> <p>Posição inicial</p>  <p>Posição após o primeiro embaralhamento</p>  <p>A)  B)  C) </p> <p>D)  E) </p>		<p>Questão 12</p> <p>Acertos: 37%</p>	<p>Questão 4</p> <p>Acertos: 42%</p>
---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	-------------------------------------------------------------------------------------	---------------------------------------	--------------------------------------

A questão é adequada aos dois níveis e a porcentagem de acerto é coerente.

<p>No quadriculado 5 x 5 ao lado colocam-se os números de 1 a 25, um em cada casa, de modo que a soma dos números que aparecem em cada linha, coluna e diagonal é a mesma. Sabe-se que a soma dos números que aparecem nas casas cinzentas é 104. Qual é o número que aparece na casa central?</p> <p>A) 13 B) 14 C) 15 D) 16 E) 17</p> 		<p>Questão 19</p> <p>Acertos: 43%</p>	<p>Questão 9</p> <p>Acertos: 60%</p>
<p>A questão é adequada aos dois níveis e os percentuais de acerto são coerentes. É possível que os alunos do Nível 3, que já estudaram progressão aritmética, levem certa vantagem, justificando assim a diferença dos percentuais.</p>			

## 4. Conclusão

Sou professor de Matemática do ensino básico desde 1994, tendo ingressado no magistério público em 1995, na Secretaria Municipal de Educação do Rio de Janeiro (2º segmento do Ensino Fundamental), onde atuei até 2005. Em 2003, ingressei no Colégio Pedro II, da rede federal de educação, no qual leciono Matemática nos Ensinos Fundamental e Médio, até os dias de hoje. Na rede particular de ensino, fui professor de Matemática em diversas escolas e cursos preparatórios, lecionando atualmente no Instituto de Tecnologia ORT, no Colégio de São Bento e no Colégio Cruzeiro. É com base nesta experiência profissional que elaborei as considerações finais abaixo.

O intuito da criação da OBMEP é nobre. Fomentar o aprendizado na escola pública é, hoje, uma tarefa urgentemente necessária. Inegavelmente, a Matemática é o principal veículo para o desenvolvimento do raciocínio lógico-dedutivo, na escola. O Ensino da Matemática por meio da Resolução de Problemas é, sem dúvida, um dos principais caminhos a ser seguido pelo ensino da Matemática no Brasil. Resolver problemas tem grande valor educacional pelo fato de trabalhar com habilidades importantes, como leitura e interpretação de texto, conjecturas, percepções de padrão, construção de estratégias resolutivas, enfim, constitui um modelo de ensino que se aproxima do que é completo, no que tange ao desenvolvimento intelectual do aluno.

Nessa perspectiva, a OBMEP apresenta ao aluno problemas matemáticos verdadeiramente educadores e impressionantemente bem elaborados. Esses problemas são bem diferentes dos normalmente encontrados nos livros didáticos, o que causa estranheza a muitos alunos. Habitualmente, lidando, em essência, com exercícios de fixação, uma parcela considerável de alunos e professores sente desconforto no trato de problemas que não são facilmente resolvidos com mera aplicação de fórmulas ou com um rápido enquadramento em casos clássicos. A originalidade e a criatividade das questões impressionam até mesmo professores com larga experiência em sala de aula, cuja vivência profissional conta com a constante criação e busca de problemas matemáticos interessantes.

Os exercícios de fixação cumprem um papel primordial no ensino da Matemática; eles não podem ser suprimidos, mas por razões diversas a maior parte dos alunos não chega a ir além deles, e isso contribui para que a Matemática pareça desestimulante. Espera-se também que o professor se sinta instado a se preparar para resolver problemas que exigem mais raciocínio do que os problemas com os quais está acostumado. Nesse processo no qual se deseja ter professor

se preparando e aluno raciocinando, fica muito difícil encontrar pontos negativos. Porém, há quem os encontre. Há instituições que fazem duras críticas à filosofia por trás das olimpíadas de Matemática, de um modo geral, não especificamente à OBMEP, sob a alegação de que competições estimulam o individualismo, em desalinho com a busca por uma sociedade mais democrática e com menos distinção entre seus indivíduos. Mas o que precisa ser dito é que, felizmente, não somos todos iguais. Somos diferentes e isso não deve ser ignorado. Tratar os desiguais como se assim não o fossem é pouco inteligente, bem como tentar eliminar a competitividade da nossa sociedade a partir da escola, sendo esta uma preparação para a vida nessa mesma sociedade altamente competitiva. Quando o boxe, o futebol ou o atletismo livram alguém da miséria, normalmente recebem louros, mesmo fazendo isso por meio da competição, mas é incoerente a escola não poder também fazê-lo. Diferentemente das outras olimpíadas, que têm um foco maior em identificar jovens talentos para a Matemática, a OBMEP, apesar de também se prestar a esse fim, tem como principal objetivo provocar elevação no nível de professores e de alunos, inclusive disponibilizando material didático de altíssima qualidade. Marca-se, com isso, um forte traço de inclusão social. Fala-se muito na inclusão do aluno que tem dificuldade de aprendizado, diz-se que são excluídos dos processos pedagógicos, mas pouco se fala dos alunos com forte potencial intelectual que não têm suas habilidades cognitivas desenvolvidas em sua plenitude e, até mesmo, em muitos casos, precariamente desenvolvidas. Por força de justiça, caberia incluí-los na lista dos excluídos, mas isso não costuma ser feito. Diante do exposto, não é exagero colocar a OBMEP no mesmo *status* das principais ações educacionais do nosso tempo.

### **Recomendações para as escolas/professores**

As escolas devem promover a OBMEP, incentivando seus alunos e professores e incorporando essa atividade ao calendário escolar. Precisam entender que um melhor aprendizado em Matemática comumente traz, a reboque, uma melhora em todas as outras disciplinas. Diretores e coordenadores pedagógicos, mesmo não sendo professores de Matemática, poderiam analisar as provas da 1ª Fase, Nível 1, para tentarem entender o “espírito” da OBMEP. Perceberiam rapidamente que não se trata de exercícios de fixação e veriam com clareza que capacitar os alunos para a OBMEP implica prepará-los melhor, não somente em Matemática, mas também para os desafios da vida, independentemente da profissão que cada aluno venha a ter. Nesse contexto, às escolas cabe a reflexão sobre a célebre frase do escritor espanhol Arrabal: “Seja lá o que você venha a fazer, se souber matemática, fará bem melhor”.

## **Recomendações para o Comitê de Provas da OBMEP**

Os enunciados das questões são excelentes, com ótima linguagem e sensata dosagem de rigor, mas a escolha dos distratores parece não ter recebido o mesmo cuidado. É sabido que encontrar opções igualmente plausíveis é uma tarefa difícil, mas há forte indício de que distratores ruins tenham contribuído para desempenho inesperado em algumas questões difíceis, cujo índice de acertos foi alto.

A resolução das questões, escrita ou em vídeo, também não está no mesmo nível de excelência que as questões. Algumas escolhas na forma de resolver não são boas. Mais de uma forma poderia ser exposta, em alguns casos. Não há problema, por exemplo, em se utilizar de recorte para se fazer encaixe, mostrando o raciocínio que o aluno poderia ter utilizado, desde que tal recurso tenha apenas o caráter ilustrativo e não seja indispensável para a resolução do problema. Questões com índices demasiadamente baixos de acerto poderiam ser objetos de análise, cujo resultado deveria ser levado às escolas, visando a promover uma atenção ao conteúdo ou à habilidade em pauta.



## Referências bibliográficas

BIONDI, R. L.; VASCONCELLOS, L.; NAERCIO, A. **Avaliando o impacto da OBMEP - Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas - na qualidade da educação.**

Disponível em: <<http://server22.obmep.org.br:8080/media/servicos/recursos/251396.o>>.

Acesso em: 30 jan 2013.

Centro de Gestão e Estudos Estratégicos. **Avaliação do Impacto da Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas (OBMEP).** Brasília: CGEE, 2011.

Disponível em: <<http://server22.obmep.org.br:8080/media/servicos/recursos/251395.o>>. Acesso em: 30 jan 2013.

LIMA, Elon Lages (ed). **Exame de Textos Análise de livros de Matemática para o Ensino Médio.** 1 ed. Rio de Janeiro: VITTAE/IMPA/SBM, 2001.

LIMA, Elon Lages. **Matemática e Ensino.** 3 ed. Rio de Janeiro: SBM, 2007.

OBMEP. **Provas e Soluções.**

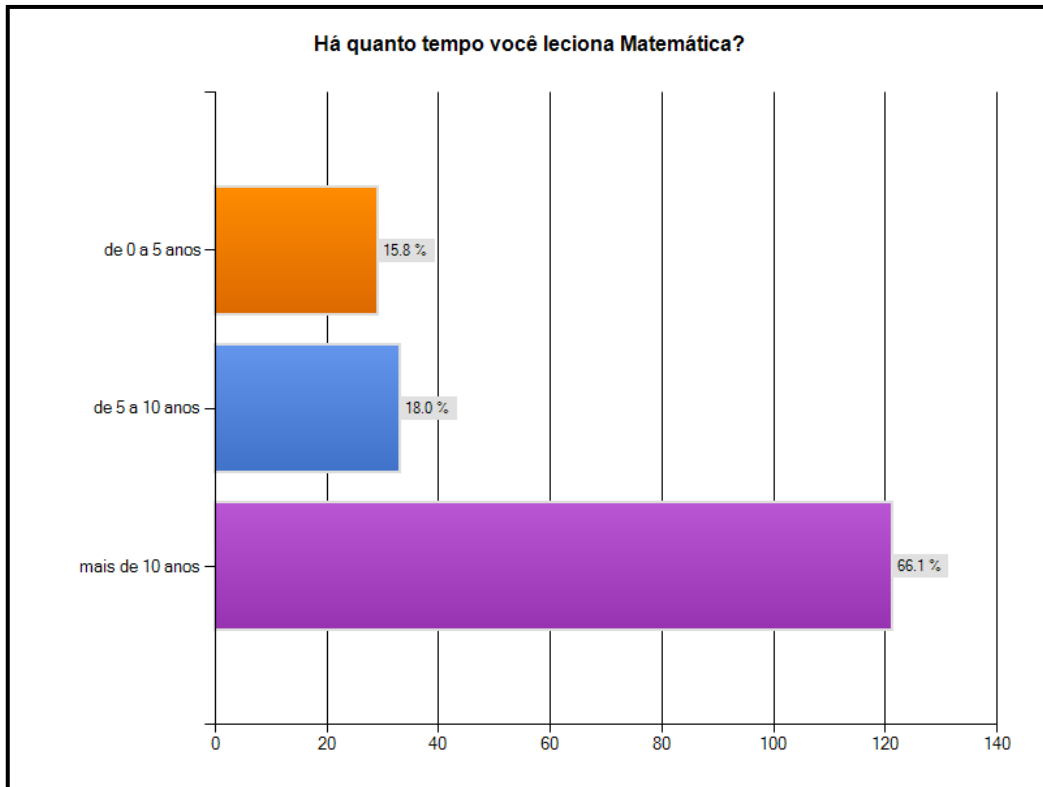
Disponível em: <<http://www.obmep.org.br/provas.htm>>. Acesso em: 30 jan 2013.

SurveyMonkey. **Questionário eletrônico.**

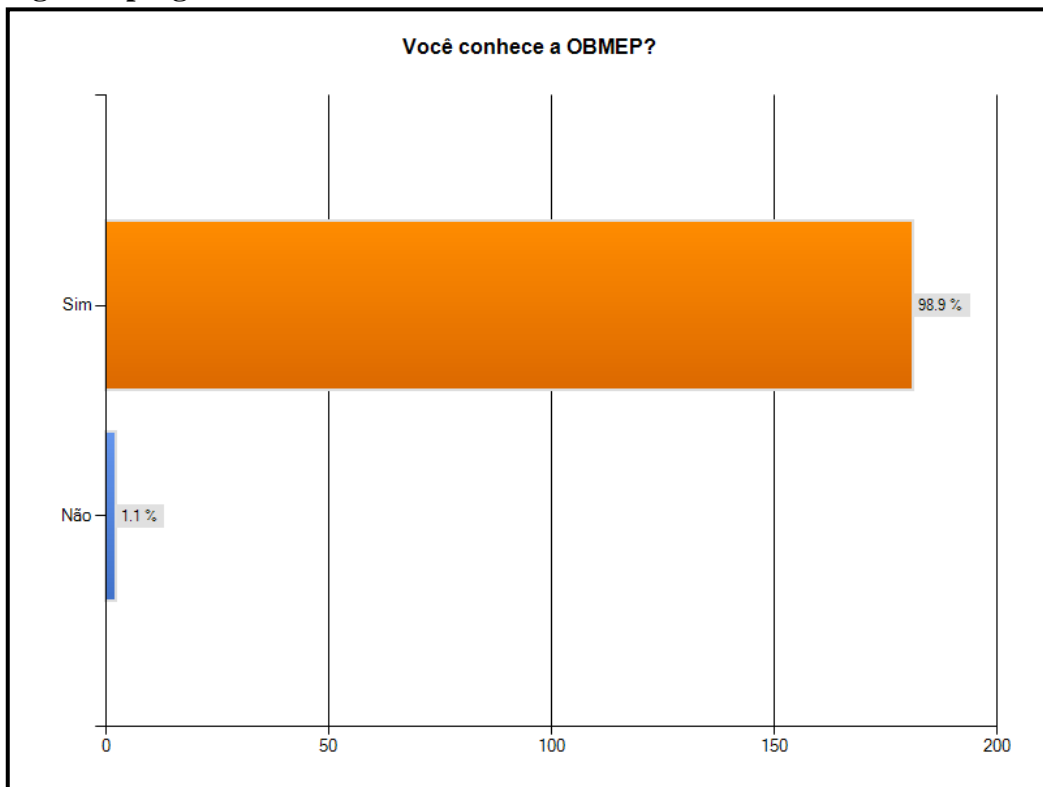
Disponível em: <<http://www.surveymonkey.com/s/5QWSC3P>>. Acesso em: 29 jan 2013.

## Anexo - Questionário

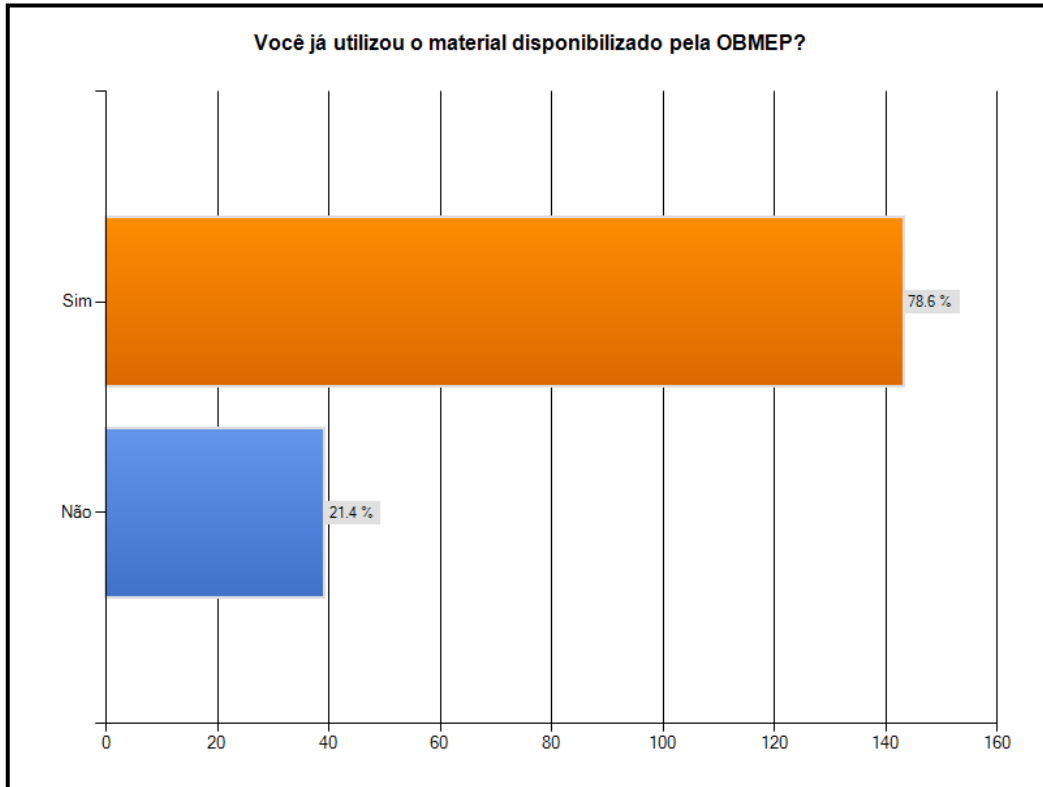
### Primeira pergunta.



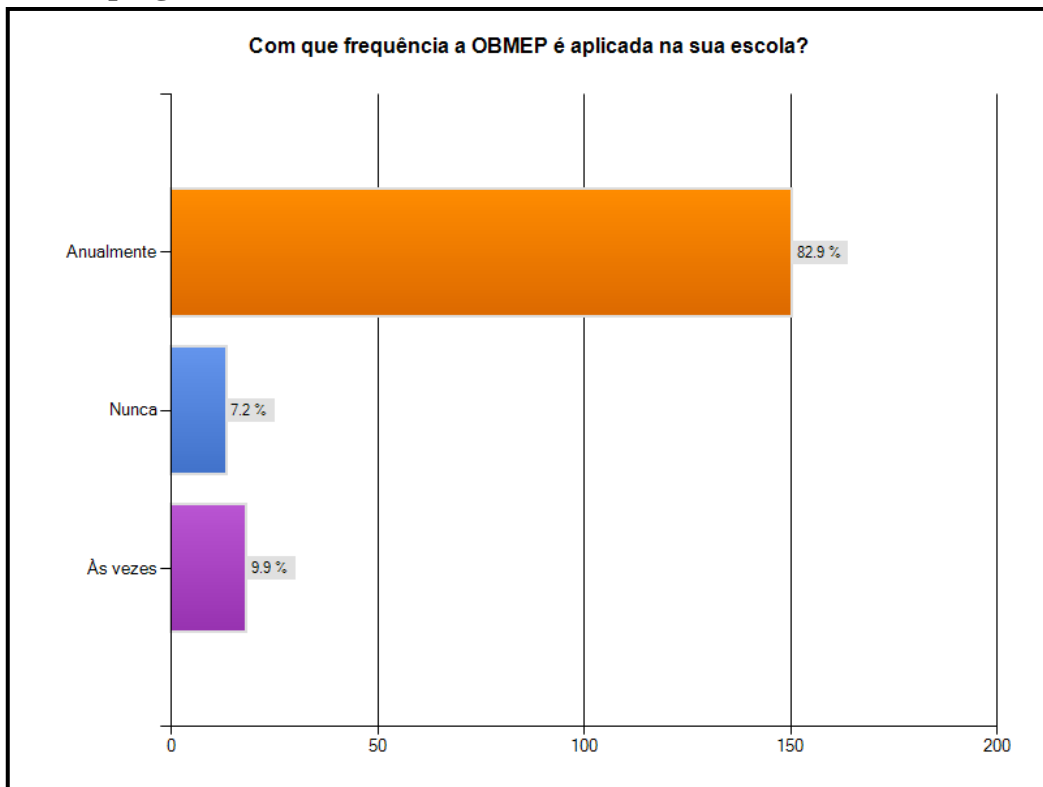
### Segunda pergunta.



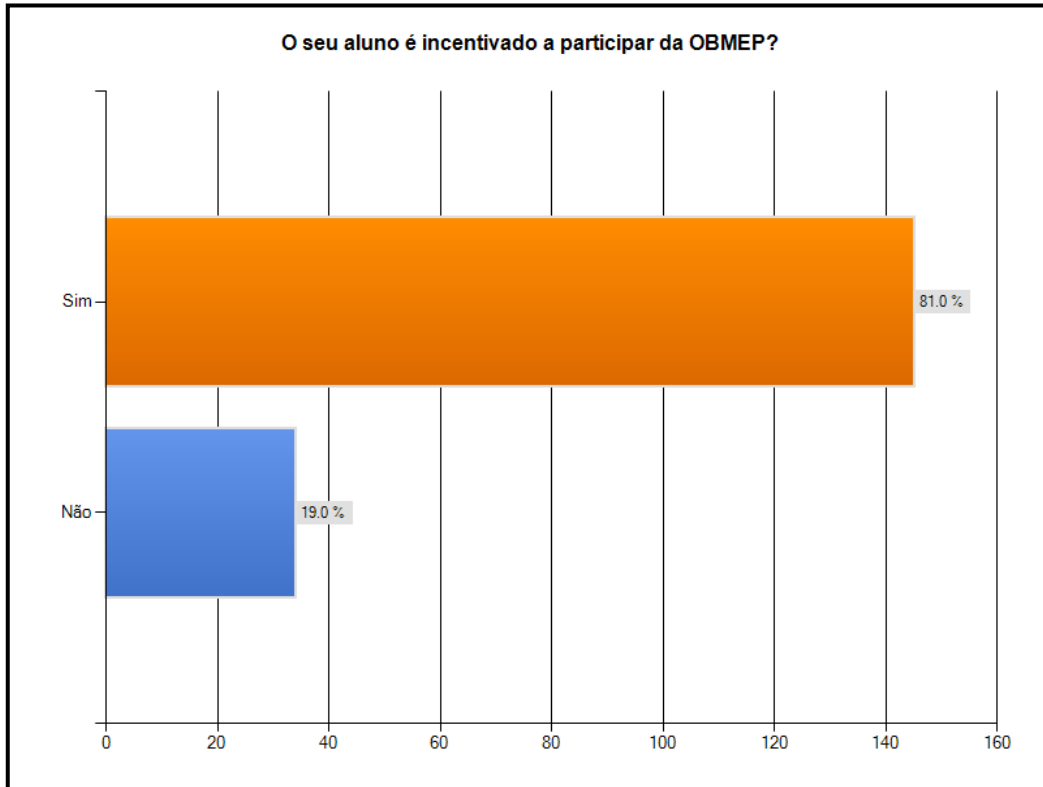
### Terceira pergunta.



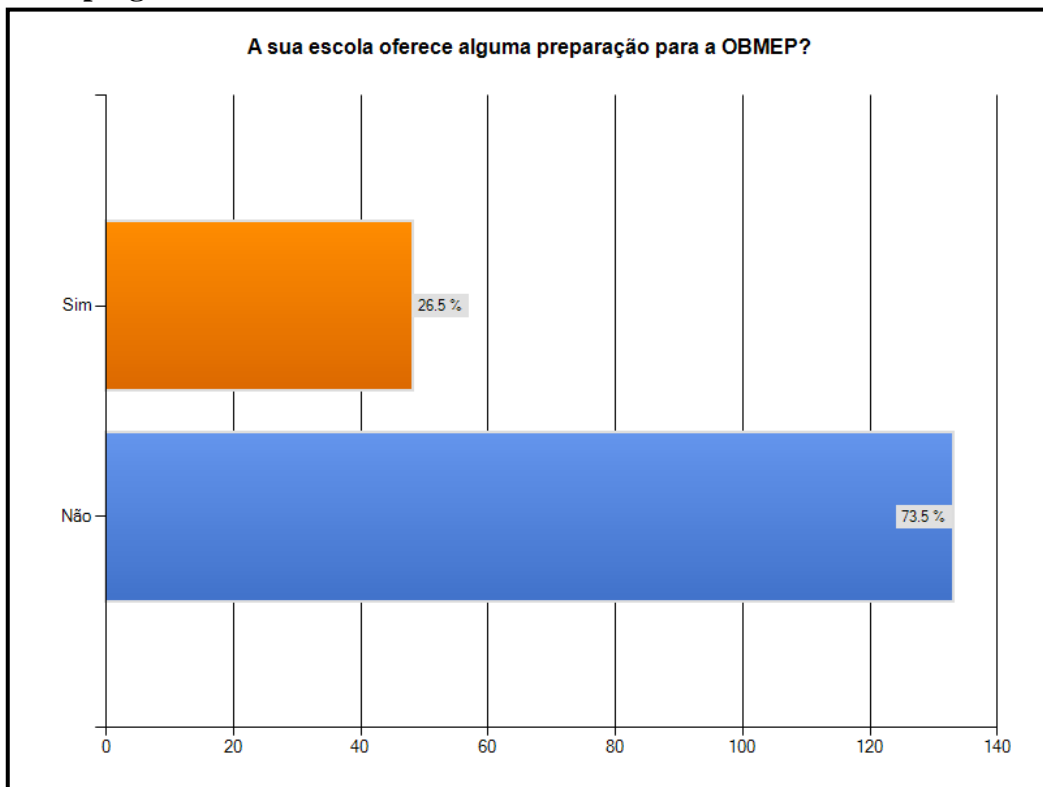
### Quarta pergunta.



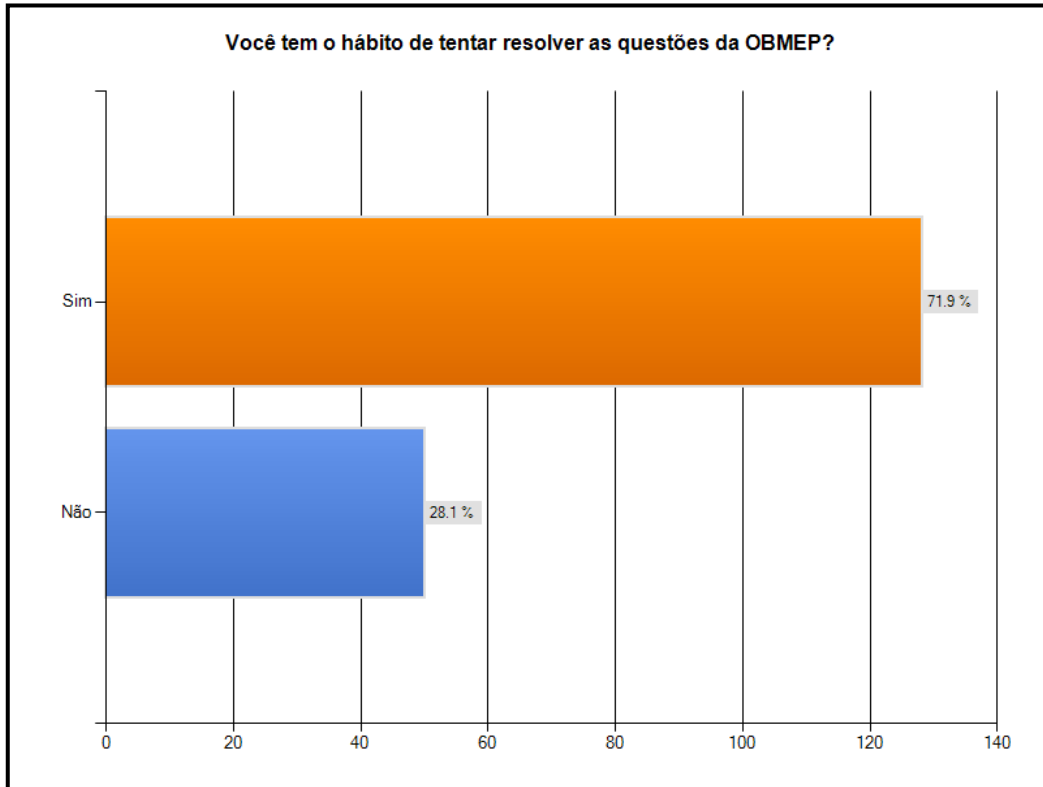
### Quinta pergunta.



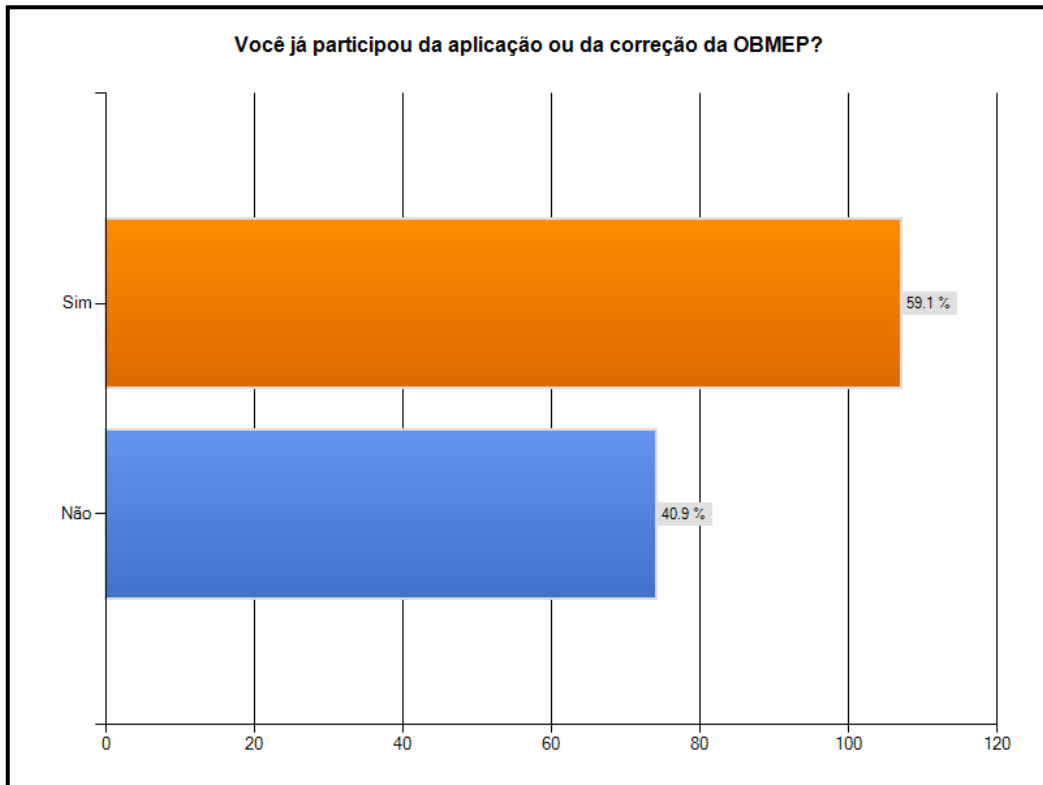
### Sexta pergunta.



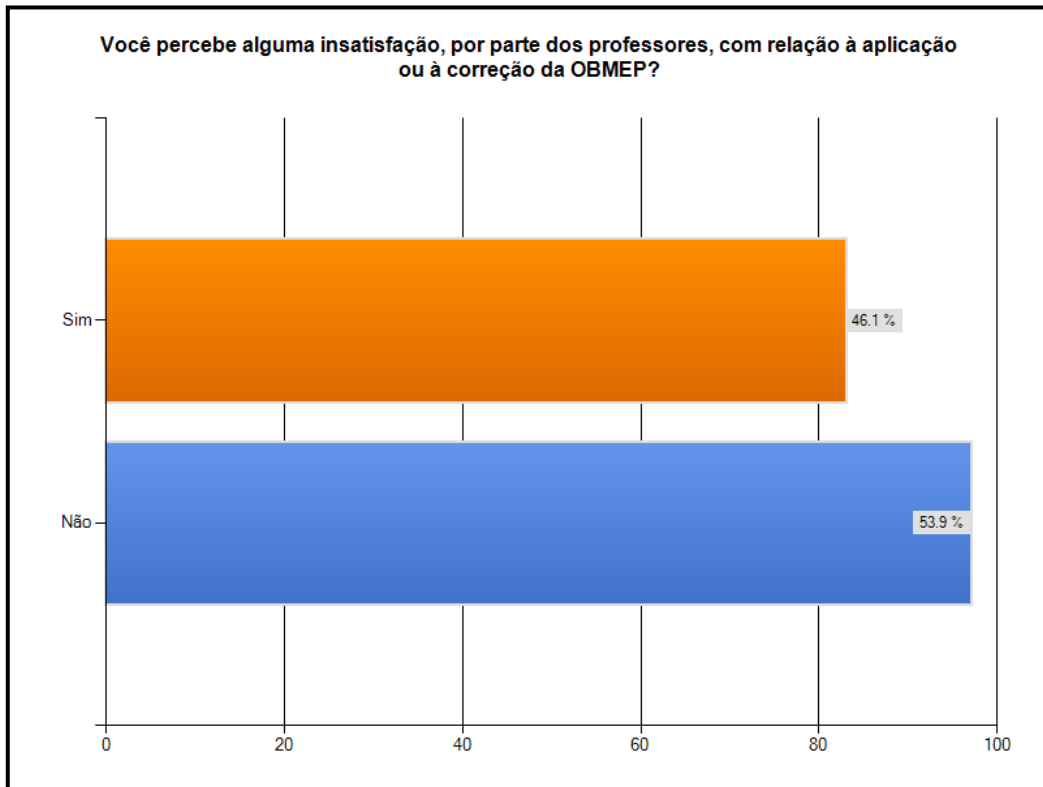
**Sétima pergunta.**



**Oitava pergunta.**



### Nona pergunta.



### Décima pergunta.

