



INSTITUTO NACIONAL DE MATEMÁTICA PURA E APLICADA
MESTRADO PROFISSIONAL EM MATEMÁTICA EM REDE NACIONAL

Ailton Artimos da Matta

UMA ANÁLISE CRÍTICA DAS PROVAS DA PRIMEIRA FASE DA OBMEP – NÍVEL 2

Trabalho de Conclusão de Curso do Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional, apresentado ao Instituto Nacional de Matemática Pura e Aplicada como requisito parcial para a obtenção do título de Mestre.

Orientador: Prof. Paulo Cezar Pinto Carvalho, PhD.

Rio de Janeiro
Fevereiro de 2013

UMA ANÁLISE CRÍTICA DAS PROVAS DA PRIMEIRA FASE DA OBMEP – NÍVEL 2

Trabalho de Conclusão de Curso do Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional, apresentado ao Instituto Nacional de Matemática Pura e Aplicada como requisito parcial para a obtenção do título de Mestre.

Ailton Artimos da Matta

Aprovado por:

Paulo Cezar Pinto Carvalho (Orientador – IMPA)

Carlos Gustavo Moreira (IMPA)

Michel Spira (UFMG)

Adán Corcho (Suplente – UFRJ)

Rio de Janeiro
Fevereiro de 2013

Dedicatórias

A Jeime Mainá Barçal da Matta, minha mulher, com amor e alegria.

A Filipe Barçal da Matta, meu filho, com amor e alegria.

A Ario Iolando da Matta (*in memorium*), meu pai, com minha profunda gratidão.

A Albertina Artimos da Matta, minha mãe, com meu profundo carinho.

Ailton Artimos da Matta

Agradecimentos

A Paulo Cezar Pinto de Carvalho, professor e orientador, pela retidão nas suas ações.

A Carlos Gustavo Moreira e Michel Spira, pelas correções e sugestões.

A Cláudio, Clayton, Fabiano, Josimar e Sandro, mestrandos do IMPA, pela valiosa parceria.

Aos meus familiares, por todos os momentos.

Aos meus amigos, por acreditarem sempre.

Aos meus alunos, pela inspiração.

Ailton Artimos da Matta

Resumo

UMA ANÁLISE CRÍTICA DAS PROVAS DA PRIMEIRA FASE DA OBMEP – NÍVEL 2

Ailton Artimos da Matta¹

Orientador: Prof. Paulo Cezar Pinto Carvalho, PhD.

O presente texto relata a análise crítica das provas da Primeira Fase da Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas (OBMEP), Nível 2, dos anos 2011 e 2012. O desenvolvimento do trabalho começa com a análise das questões seguida da comparação do resultado dessa análise com os dados recebidos da Fundação Carlos Chagas (FCC). É proposto um questionário eletrônico e, por fim, são estabelecidas recomendações destinadas à OBMEP.

Palavras-chave:

OBMEP; Olimpíada de matemática; Escolas públicas.

¹ Porções deste trabalho foram feitas com a colaboração do Prof. Carlo Fabiano Maciel de Albuquerque.

Sumário

1. Introdução	1
2. Análise das Provas	3
2.1. Prova de 2011 – Nível 2	4
2.2. Prova de 2012 – Nível 2	15
2.3. Comparação das Provas.....	26
3. Comparação da Análise com o Desempenho dos Alunos	28
3.1. Comparação dos Resultados	30
3.2. Questões Transversais	43
4. Conclusão.....	49
Referências Bibliográficas	51
Anexo – Questionário eletrônico.....	52

Lista de quadros

Quadro 1. Correspondência entre o nível da prova e a escolaridade.	1
Quadro 2. Prova de 2011 – Nível 2 – Fabiano	14
Quadro 3. Prova de 2011 – Nível 2 – Ailton.....	14
Quadro 4. Prova de 2012 – Nível 2 – Fabiano	25
Quadro 5. Prova de 2012 – Nível 2 – Ailton.....	25
Quadro 6. Questões com o mesmo princípio resolutivo.	26
Quadro 7. Questões com o mesmo princípio resolutivo.	27
Quadro 8. Prova de 2011 – Nível 2 – FCC	28
Quadro 9. Prova de 2011 – Nível 2 – FCC	29
Quadro 10. Prova de 2012 – Nível 2 – FCC	29
Quadro 11. Prova de 2012 – Nível 2 – FCC	29
Quadro 12. Prova de 2011 – Nível 2.....	30
Quadro 13. Análise comparativa – Questão 6.....	31
Quadro 14. Análise comparativa – Questão 9.....	32
Quadro 15. Análise comparativa – Questão 10.....	33
Quadro 16. Análise comparativa – Questão 11.....	34
Quadro 17. Análise comparativa – Questão 13.....	35
Quadro 18. Análise comparativa – Questão 17.....	36
Quadro 19. Prova de 2012 – Nível 2.....	37
Quadro 20. Análise comparativa – Questão 2.....	38
Quadro 21. Análise comparativa – Questão 3.....	39
Quadro 22. Análise comparativa – Questão 5.....	40
Quadro 23. Análise comparativa – Questão 20.....	41
Quadro 24. Análise comparativa – Questão 11.....	42
Quadro 25. Questões transversais por ano	43
Quadro 26. Questões transversais de 2011.....	43
Quadro 27. Questões transversais de 2012.....	46

Lista de gráficos

Gráfico 1. Fabiano.....	14
Gráfico 2. Ailton	14
Gráfico 3. Fabiano.....	25
Gráfico 4. Ailton	25

1. Introdução

A Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas (OBMEP), como parte do programa de Popularização de Ciência, Tecnologia e Inovação e Melhoria do Ensino do Ministério de Ciência, Tecnologia e Inovação (MCTI), tem por objetivo contribuir para a qualidade da educação básica por meio de promoção e estímulo do estudo da Matemática entre alunos das escolas públicas, de forma a promover o desenvolvimento científico e tecnológico com significativos ganhos sociais para o país.

Deste modo, a OBMEP se consolida como uma avaliação desafiadora no cenário educacional, apostando que jovens talentosos possam ser identificados e que tantos outros possam ser estimulados cognitivamente, alcançando estágios mais elaborados de desenvolvimento intelectual.

O Instituto Nacional de Matemática Pura e Aplicada (IMPA) e a Sociedade Brasileira de Matemática (SBM), responsáveis pela organização da OBMEP e compreendendo a extensão e a força política da OBMEP, disponibilizam ferramentas didáticas, tais como as provas com as soluções e os materiais instrucionais, que objetivam o aperfeiçoamento do corpo docente e discente das escolas e o estímulo do estudo da Matemática. Em consonância com a amplitude do programa, universal e democrático, as ferramentas citadas são acessadas através do *link* <www.obmep.org.br>.

A OBMEP é realizada anualmente em duas fases, em três níveis de escolaridade, sendo a primeira com 20 questões objetivas, cada uma com apenas uma opção correta dentre as cinco apresentadas e 2h 30min (duas horas e trinta minutos) de duração. Na Primeira Fase, são selecionados os 5% (cinco por cento) do total de alunos inscritos em cada escola, classificando-os para a Segunda Fase.

Quadro 1. Correspondência entre o nível da prova e a escolaridade.

OBMEP	Escolaridade dos alunos
Nível 1	6º e 7º anos do E.F.
Nível 2	8º e 9º anos do E.F.
Nível 3	1º, 2º e 3º anos do E.M.

Aos alunos medalhistas são oferecidas bolsas dos programas do Conselho Nacional do Desenvolvimento Científico e Tecnológico (CNPq) e da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES) e prêmios aos professores, escolas e secretarias de educação.

Este trabalho foi desenvolvido em três etapas:

Primeira etapa. O autor analisou as provas da Primeira Fase da OBMEP, Nível 2, de 2011 e de 2012 e avaliou se os conteúdos exigidos estavam adequados à escolaridade a que se destinava ou se dependia de conhecimentos que os alunos só adquiririam mais tarde, se a linguagem adotada era adequada à escolaridade e à maturidade dos alunos, se o enunciado era suficientemente claro e se havia falta ou excesso de informações. Nessa análise, cada questão foi classificada como fácil, média ou difícil. Por fim, as provas foram comparadas entre si, quanto ao grau de dificuldade. Paralelamente, e de forma independente, o Prof. Carlo Fabiano Maciel de Albuquerque realizava no seu TCC a mesma análise e avaliação.

Segunda etapa. O autor realizou a comparação de suas análises com as do Prof. Fabiano e também com os dados estatísticos recebidos da Fundação Carlos Chagas (FCC) que indicavam a porcentagem de acerto de cada questão, apontando as discrepâncias e as possíveis causas que as originaram; identificou e analisou as questões presentes em mais de um nível, isto é, as questões transversais; e aplicou um questionário eletrônico². É importante ressaltar que os dados da FCC só foram disponibilizados para o autor após o término da primeira etapa.

Terceira etapa. O autor concluiu o trabalho apresentando suas considerações e recomendações obtidas a partir de suas percepções e das respostas do questionário eletrônico de dez perguntas, respondido por 183 professores da rede pública.

² Disponível em: <<http://www.surveymonkey.com/s/5QWSC3P>>. Acesso em: 29 jan. 2013.

2. Análise das Provas

Neste capítulo, são apresentadas as análises das questões, Nível 2 dos anos 2011 e 2012, segundo a adequação do conteúdo, da linguagem e da clareza em relação à escolaridade ou à maturidade dos alunos.

A classificação da questão como fácil, média ou difícil, atendeu ao seguinte critério:

Questão fácil. A maioria dos alunos bem preparados (isto é, que são aprovados sem dificuldade na disciplina) deve ser capaz de resolver.

Questão média. Cerca de metade dos alunos bem preparados deve ser capaz de resolver.

Questão difícil. Mesmo os alunos bem preparados devem ter dificuldades em resolver.

Após o término das análises das questões, as duas provas foram comparadas entre si quanto ao grau de dificuldade.

As análises do autor e do Prof. Fabiano, apresentadas neste capítulo, são decorrentes das suas percepções e foram realizadas de forma independente, sem a comunicação entre os mesmos e sem o conhecimento da porcentagem de acerto de cada questão. A análise das questões terminou em dezembro de 2012 e os dados estatísticos da FCC só foram recebidos pelo autor e por Fabiano em janeiro de 2013.

2.1. Prova de 2011 – Nível 2

1. Quantos copos de 130 mililitros é possível encher, até a borda, com dois litros de água?

A) 11
B) 12
C) 13
D) 14
☒ E) 15



Fabiano. Questão fácil, de enunciado claro, com conteúdo adequado, linguagem de acordo com a escolaridade e de fácil interpretação. Porém, todas as letras servem como resposta já que a questão não deixou claro que estava se referindo ao número máximo de copos cheios.

Ailton. Conteúdo e linguagem adequados. No enunciado deveria ser colocada a expressão “no máximo”.

Redação original: *Quantos copos de 130 mililitros é possível encher, até a borda, com dois litros de água?*

Redação proposta: Quantos copos de 130 mililitros, no máximo, é possível encher com dois litros de água?

A questão é fácil, pois exige, minimamente, que o aluno domine as operações fundamentais da aritmética.

2. Qual é o resto da divisão de $1 \times 2 \times 3 \times 4 \times \dots \times 2011 + 21$ por 8?

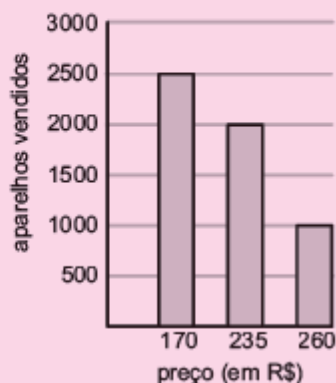
A) 2
B) 3
☒ C) 5
D) 6
E) 7

Fabiano. Questão fácil, de enunciado claro, com conteúdo adequado, linguagem de acordo com a escolaridade e de fácil interpretação.

Ailton. Conteúdo e linguagem adequados. A questão é fácil, pois exige que o aluno compreenda o significado do resto em uma divisão de um número natural por outro.

3. O gráfico mostra o resultado da venda de celulares pela empresa BARATOCEL no ano de 2010. Qual foi o preço médio, em reais, dos celulares vendidos nesse ano?

- A) 180
- B) 200
- C) 205
- ☒ D) 210
- E) 220

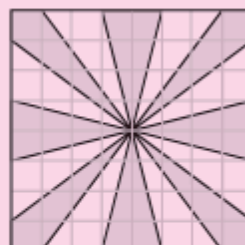


Fabiano. Questão fácil, de enunciado claro, com conteúdo adequado, linguagem de acordo com a escolaridade e de fácil interpretação.

Ailton. Conteúdo e linguagem adequados. A questão é fácil, pois exige que o aluno, além da leitura do gráfico, saiba a definição de média.

4. Na figura, os lados do quadrado foram divididos em oito partes iguais. Qual é a razão entre a área cinza e a área desse quadrado?

- ☒ A) $\frac{1}{2}$
- B) $\frac{3}{5}$
- C) $\frac{5}{8}$
- D) $\frac{3}{4}$
- E) 1



Fabiano. Questão fácil, de enunciado claro, com conteúdo adequado, linguagem de acordo com a escolaridade e de fácil interpretação.

Ailton. Conteúdo e linguagem adequados. A questão é de dificuldade média e exige que o aluno saiba calcular área.

5. Vovô Eduardo comemorou todos os seus aniversários a partir dos 40 anos colocando, no bolo, velinhas em forma de algarismos de 0 a 9 para indicar sua idade. Primeiro ele comprou as velinhas de números 0 e 4. Ele sempre guardou as velinhas para usar nos próximos aniversários, comprando uma nova somente quando não era possível indicar sua idade com as guardadas. Hoje vovô Eduardo tem 85 anos. Quantas velinhas ele comprou até hoje?

- A) 10
- B) 11
- C) 13
- ☒ D) 14
- E) 16

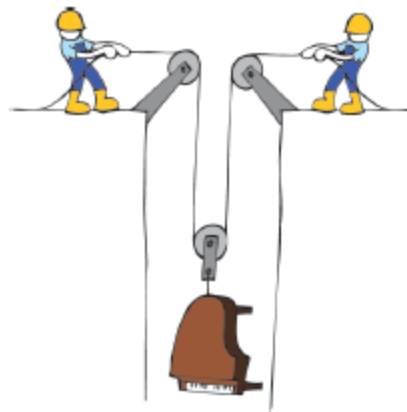


Fabiano. Questão fácil, de enunciado claro, com conteúdo adequado, linguagem de acordo com a escolaridade e de fácil interpretação. Exige um pouco mais atenção em relação às anteriores devido ao que se deseja como resposta.

Ailton. Conteúdo e linguagem adequados. A questão é fácil, pois exige que o aluno faça contagem direta.

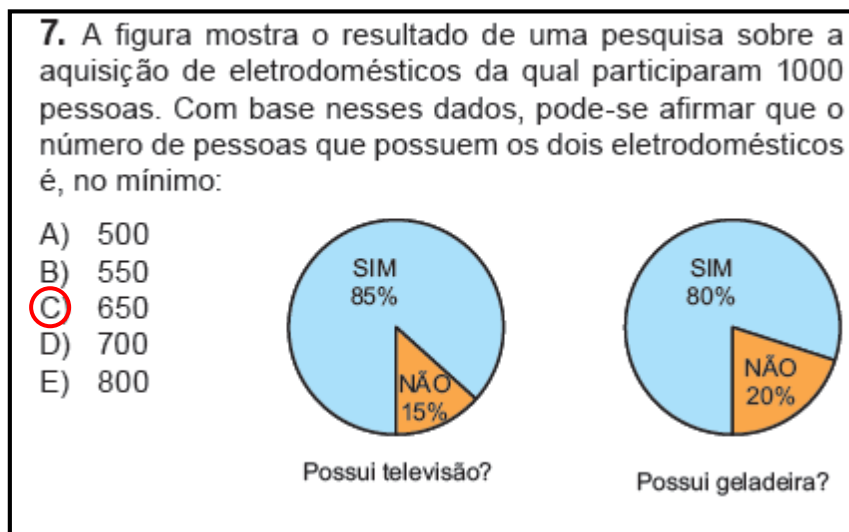
6. A figura mostra dois homens erguendo um piano com uma corda. Se um dos homens puxar 15 m de corda e o outro puxar 25 m, quantos metros o piano vai subir?

- A) 15
- ☒ B) 20
- C) 25
- D) 30
- E) 40



Fabiano. Questão com grau de dificuldade média, de enunciado claro, com conteúdo adequado, linguagem de acordo com a escolaridade e de fácil interpretação. Porém, os alunos teriam que saber que a polia móvel divide ao meio essa medida. O enunciado poderia explicar isso, não deixando assim, que a falta desse conhecimento fosse algo impeditivo para a resolução da questão.

Ailton. Conteúdo e linguagem adequados. A questão é fácil, mas exige que o aluno entenda o funcionamento do sistema físico apresentado.



Fabiano. Questão de dificuldade média, de enunciado claro, com conteúdo adequado, linguagem de acordo com a escolaridade e de fácil interpretação.

Ailton. Conteúdo e linguagem adequados. A questão é de dificuldade média, pois requer do aluno um pouco de raciocínio e de abstração.

8. Quatro times disputaram um torneio de futebol em que cada um jogou uma vez contra cada um dos outros. Se uma partida terminasse empatada, cada time ganhava um ponto; caso contrário, o vencedor ganhava três pontos e o perdedor, zero. A tabela mostra a pontuação final do torneio. Quantos foram os empates?

Time	Pontos
Cruzinthians	5
Flameiras	3
Nauritiba	3
Greminese	2

A) 2
B) 3
C) 4
D) 5
E) 6

Fabiano. Questão de dificuldade média, de enunciado claro, com conteúdo adequado, linguagem de acordo com a escolaridade e de fácil interpretação.

Ailton. Conteúdo e linguagem adequados. A questão é de dificuldade média, pois pode ser resolvida através da montagem e resolução de um sistema de equações do 1º grau com duas variáveis.

9. Adão atribuiu um valor numérico a cada letra do alfabeto. Multiplicando os valores atribuídos às letras, ele obteve PAPAI=12, GALO=5 e PAPAGAIO=24. Qual é o valor que ele atribuiu à letra L?

A) $\frac{1}{4}$
B) $\frac{5}{8}$
C) $\frac{10}{3}$
D) 2
☒ E) $\frac{5}{2}$

Fabiano. Questão fácil, de enunciado claro, com conteúdo adequado, linguagem de acordo com a escolaridade e de fácil interpretação.

Ailton. Conteúdo e linguagem adequados. A questão é fácil, pois exige que o aluno saiba operar, minimamente, polinômios.

10. Um triângulo equilátero e um hexágono regular têm o mesmo perímetro. A área do hexágono é 6 m². Qual é a área do triângulo?

A) 2 m²
B) 3 m²
☒ C) 4 m²
D) 5 m²
E) 6 m²



Fabiano. Questão fácil, de enunciado claro, com conteúdo adequado, linguagem de acordo com a escolaridade e de fácil interpretação.

Ailton. Conteúdo e linguagem adequados. A questão é de dificuldade média, pois exige que o aluno perceba a decomposição de polígonos como um facilitador.

11. João e Ana são irmãos. João tem cinco irmãos a mais do que irmãs. Quantos irmãos Ana tem a mais do que irmãs?

- A) 2
- B) 3
- C) 5
- D) 6
- ☒ E) 7

Fabiano. Questão de dificuldade média, de enunciado claro, com conteúdo adequado, linguagem de acordo com a escolaridade e de fácil interpretação.

Ailton. Conteúdo e linguagem adequados. A questão é fácil, pois uma única conjectura feita pelo aluno é suficiente para acertar a questão.

12. Pedro tem dois cubos com faces numeradas, com os quais ele consegue indicar os dias do mês de 01 a 31. Para formar as datas, os cubos são colocados lado a lado e podem ser girados ou trocados de posição. A face com o 6 também é usada para mostrar o 9. Na figura ao lado, os cubos mostram o dia 03. Qual é a soma dos números das quatro faces **não** visíveis no cubo da esquerda?

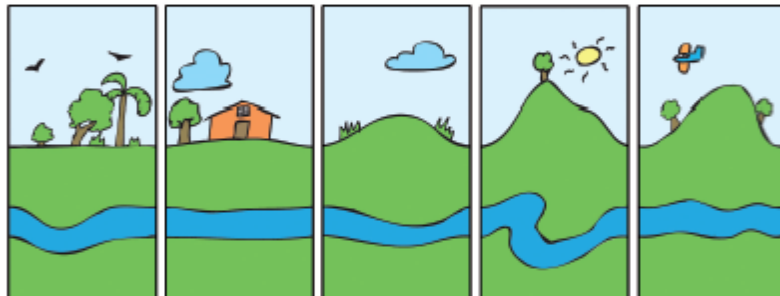
- A) 15
- B) 16
- C) 18
- D) 19
- ☒ E) 20



Fabiano. Questão de dificuldade média, de enunciado claro, com conteúdo adequado, linguagem de acordo com a escolaridade e de fácil interpretação.

Ailton. Conteúdo e linguagem adequados. A questão é de dificuldade média, pois exige que o aluno conjecture algumas possibilidades de resultados.

13. Podemos montar paisagens colocando lado a lado, em qualquer ordem, os cinco quadros da figura. Trocando a ordem dos quadros uma vez por dia, por quanto tempo, aproximadamente, é possível evitar que uma mesma paisagem se repita?



- A) uma semana
- B) um mês
- C) dois meses
- ☒ D) quatro meses
- E) seis meses

Fabiano. Questão fácil, de enunciado claro, com conteúdo adequado, linguagem de acordo com a escolaridade e de fácil interpretação.

Ailton. Conteúdo e linguagem adequados. A questão é fácil, pois depende do aluno usar o princípio multiplicativo.

14. Tia Geralda sabe que um de seus sobrinhos Ana, Bruno, Cecília, Daniela ou Eduardo comeu todos os biscoitos. Ela também sabe que o culpado sempre mente e que os inocentes sempre dizem a verdade.



- Bruno diz: "O culpado é Eduardo ou Daniela."
- Eduardo diz: "O culpado é uma menina."
- Por fim, Daniela diz: "Se Bruno é culpado então Cecília é inocente."

Quem comeu os biscoitos?

- A) Ana
- B) Bruno
- C) Cecília
- D) Daniela
- ☒ E) Eduardo

Fabiano. Questão de dificuldade média, de enunciado claro, com conteúdo adequado, linguagem de acordo com a escolaridade e de fácil interpretação.

Ailton. A questão é difícil e não é proposta aos alunos frequentemente. A questão é inadequada ao Nível 2.

15. Alvino está a meio quilômetro da praia quando começa a entrar água em seu barco, a 40 litros por minuto. O barco pode suportar, no máximo, 150 litros de água sem afundar. A velocidade do barco é 4 quilômetros por hora. Quantos litros de água por minuto, no mínimo, Alvino deve tirar do barco para chegar à praia?

☒ A) 20
B) 24
C) 28
D) 30
E) 32



Fabiano. Questão fácil, de enunciado claro, com conteúdo adequado, linguagem de acordo com a escolaridade e de fácil interpretação.

Ailton. Conteúdo e linguagem adequados. A questão é de dificuldade média, pois exige que o aluno saiba lidar com proporcionalidades.

16. Márcia cortou quatro tiras retangulares de mesma largura, cada uma de um dos lados de uma folha de papel medindo 30 cm por 50 cm. O perímetro do pedaço de papel que sobrou é 85% do perímetro da folha original. Qual é a largura das tiras?

A) 2 cm
B) 2,5 cm
☒ C) 3 cm
D) 3,2 cm
E) 3,5 cm



Fabiano. Questão fácil, de enunciado claro, com conteúdo adequado, linguagem de acordo com a escolaridade e de fácil interpretação. Porém, o entendimento do que são tiras pode variar. Sendo assim, a questão poderia trazer uma figura que deixasse bem claro o que foi explicado no enunciado.

Ailton. Conteúdo e linguagem adequados. A questão é fácil, pois depende do aluno relacionar os perímetros antes e depois dos cortes.

17. Mariana escreveu as decomposições em fatores primos dos números naturais de 2 a 100:

2, 3, 2×2 , 5, 2×3 , ..., $3 \times 3 \times 11$, $2 \times 2 \times 5 \times 5$.

Quantas vezes ela escreveu o algarismo 2?

A) 99
☒ B) 104
C) 152
D) 188
E) 191

Fabiano. Questão difícil, de enunciado claro, com conteúdo adequado, linguagem de acordo com a escolaridade e de fácil interpretação. Exigia uma atenção maior devido à natureza da pergunta.

Ailton. Conteúdo e linguagem adequados. A questão é difícil, pois a resolução da questão, além de ser extensa, requer a percepção de detalhes.

18. Na multiplicação indicada na figura os asteriscos representam algarismos, iguais ou não. Qual é a soma dos números que foram multiplicados?

A) 82
B) 95
☒ C) 110
D) 127
E) 132

$$\begin{array}{r} \ast \ast \\ \times \ast \ast \\ \hline \ast \ast \ast \\ + \ast \ast \\ \hline 1656 \end{array}$$

Fabiano. Questão difícil, de enunciado claro, com conteúdo adequado, linguagem de acordo com a escolaridade e de fácil interpretação. Exige por parte do aluno mais atenção e domínio de resolução de problemas, devido as etapas necessárias para se chegar à resposta.

Ailton. Conteúdo e linguagem adequados. A questão é difícil, pois exige que o aluno decomponha o número em fatores primos e conjecture algumas possibilidades de resultados.

19. Uma caixa contém 105 bolas pretas, 89 bolas cinzentas e 5 bolas brancas. Fora da caixa há bolas brancas em quantidade suficiente para efetuar repetidamente o seguinte procedimento, até que sobrem duas bolas na caixa:

- retiram-se, sem olhar, duas bolas da caixa;
- se as bolas retiradas forem de cores diferentes, a de cor mais escura é devolvida para a caixa;
- caso contrário, descartam-se as bolas retiradas e coloca-se na caixa uma bola branca.

Sobre as cores das duas bolas que sobram, pode-se garantir que

- A) as duas serão brancas.
- B) as duas serão cinzentas.
- C) as duas serão pretas.
- ☒ D) exatamente uma será preta.
- E) exatamente uma será cinzenta.



Fabiano. Questão difícil, de enunciado claro, com conteúdo adequado, linguagem de acordo com a escolaridade e de fácil interpretação. Exigia uma atenção maior devido a etapas necessárias para se chegar à resposta.

Ailton. Conteúdo e linguagem adequados. A questão é difícil, pois exige raciocínio e capacidade de abstração.

20. Rubens dirige seu carro com velocidade constante. Ele presta muita atenção nas placas da estrada que indicam a distância, em quilômetros, à cidade de Paraqui. Na primeira placa ele vê um número de três algarismos com um zero no meio. Quarenta e cinco minutos depois, ele passa por uma segunda placa e vê um número de dois algarismos, formado pelos mesmos algarismos da primeira placa em ordem inversa e sem o zero. Passados mais quarenta e cinco minutos, ele vê uma terceira placa com um número formado pelos mesmos dois algarismos da segunda placa. Qual é a velocidade do Rubens, em quilômetros por hora?

- ☒ A) 60
- B) 70
- C) 80
- D) 90
- E) 100

Fabiano. Questão difícil, de enunciado claro, com conteúdo adequado, linguagem de acordo com a escolaridade e de fácil interpretação. Exigia uma atenção maior devido a etapas necessárias para se chegar à resposta.

Ailton. Conteúdo e linguagem adequados. A questão é difícil, pois exige que o aluno saiba representar um número na base decimal, além de conhecer o conceito de velocidade.

Quadros e Gráficos.

Buscando um entendimento global da prova quanto ao seu grau de dificuldade, as análises descritas acima foram resumidas nos quadros e gráficos apresentados a seguir.

Quadro 2. Prova de 2011 – Nível 2 – Fabiano

Grau de dificuldade	Número da questão	Número de questões
Fácil	1, 2, 3, 4, 5, 9, 10, 13, 15 e 16	10
Média	6, 7, 8, 11, 12 e 14	6
Difícil	17, 18, 19 e 20	4

Quadro 3. Prova de 2011 – Nível 2 – Ailton

Grau de dificuldade	Número da questão	Número de questões
Fácil	1, 2, 3, 5, 6, 9, 11, 13 e 16	9
Média	4, 7, 8, 10, 12 e 15	6
Difícil	14, 17, 18, 19 e 20	5

Gráfico 1. Fabiano

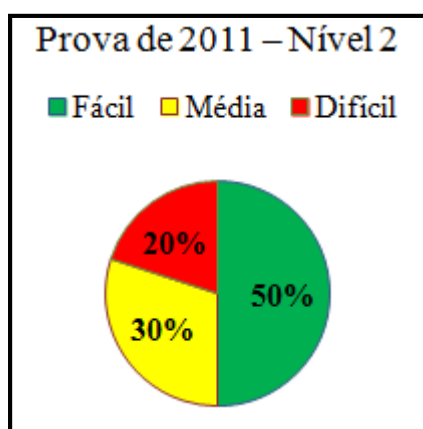
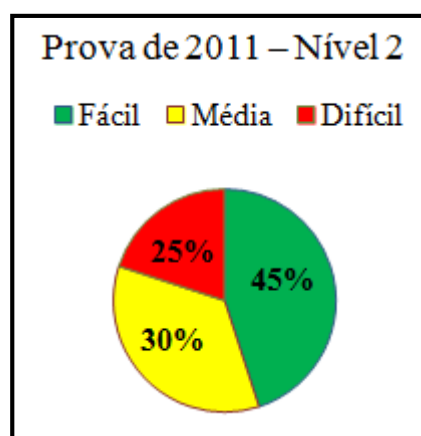


Gráfico 2. Ailton



2.2. Prova de 2012 – Nível 2

1. O valor de $1000 \times 20,12 \times 2,012 \times 100$ é:

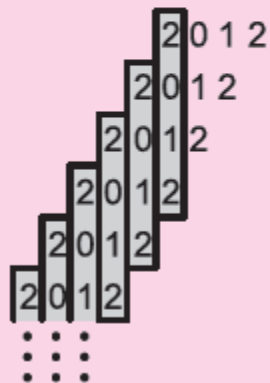
A) $(20120)^2$
B) $(2,012)^2$
C) $(201,2)^2$
D) $(20,12)^2$
☒ E) $(2012)^2$

Fabiano. Questão fácil, de enunciado claro, com conteúdo adequado, linguagem de acordo com a escolaridade e de fácil interpretação.

Ailton. Conteúdo e linguagem adequados. A questão é muito fácil.

2. Carlinhos escreveu várias vezes o número 2012 horizontalmente, como indicado na figura. Em seguida, ele desenhou 2012 retângulos, cada um ao redor de cada um dos números 2012 que podiam ser lidos verticalmente. Qual é a soma de todos os algarismos escritos por Carlinhos?

A) 10000
B) 10060
C) 10075
☒ D) 12012
E) 20120



Fabiano. Questão de dificuldade média, de enunciado claro, com conteúdo adequado, linguagem de acordo com a escolaridade e de fácil interpretação.

Ailton. Conteúdo e linguagem adequados. A questão é fácil e exige que o aluno visualize os três primeiros e os três últimos números horizontais.

3. Um quadrado de lado 1 cm roda em torno de um quadrado de lado 2 cm, como na figura, partindo da posição inicial e completando um giro cada vez que um de seus lados fica apoiado em um lado do quadrado maior.

Qual das figuras a seguir representa a posição dos dois quadrados após o 2012º giro?

☒ A)

B)

C)

D)

E)

Fabiano. Questão de dificuldade média, de enunciado claro, com conteúdo adequado, linguagem de acordo com a escolaridade e de fácil interpretação.

Ailton. Conteúdo e linguagem adequados. A questão é fácil, pois exige que o aluno identifique quantos giros o quadrado dá até retornar a posição inicial.

4. A professora Luísa observou que o número de meninas de sua turma dividido pelo número de meninos dessa mesma turma é 0,48. Qual é o menor número possível de alunos dessa turma?

A) 24

☒ B) 37

C) 40

D) 45

E) 48

Fabiano. Questão fácil, de enunciado claro, com conteúdo adequado, linguagem de acordo com a escolaridade e de fácil interpretação.

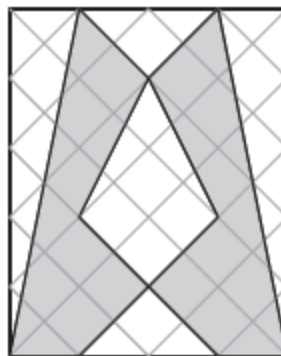
Ailton. Conteúdo e linguagem adequados. A questão é fácil.

5. Uma caixa contém bolas brancas e pretas. Daniel retirou 60% das bolas, observou que 55% dessas bolas eram brancas e devolveu todas as bolas para a caixa. Qual é o maior percentual possível de bolas brancas na caixa?
- A) 60%
 - B) 65%
 - C) 68%
 - ☒ D) 73%
 - E) 75%

Fabiano. Questão fácil, de enunciado claro, com conteúdo adequado, linguagem de acordo com a escolaridade e de fácil interpretação.

Ailton. Conteúdo e linguagem adequados. A questão é de dificuldade média, pois requer do aluno um pouco mais de raciocínio e de abstração.

6. O retângulo ao lado, que foi recortado de uma folha de papel quadriculado, mede 4 cm de largura por 5 cm de altura. Qual é a área da região cinzenta?
- ☒ A) 10 cm²
 - B) 11 cm²
 - C) 12,5 cm²
 - D) 13 cm²
 - E) 14,5 cm²



Fabiano. Questão fácil, de enunciado claro, com conteúdo adequado, linguagem de acordo com a escolaridade e de fácil interpretação.

Ailton. Conteúdo e linguagem adequados. A questão é de dificuldade média e exige que o aluno saiba calcular área.

7. Ana escreveu cinco números em uma folha de papel. Escondendo cada um deles e somando os outros quatro, ela obteve os seguintes resultados: 29, 32, 35, 39 e 41. Qual é a soma do maior com o menor dos números que Ana escreveu?

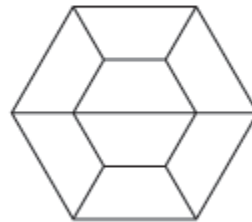
- A) 10
- B) 12
- C) 15
- ☒ D) 18
- E) 20

Fabiano. Questão fácil, de enunciado claro, com conteúdo adequado, linguagem de acordo com a escolaridade e de fácil interpretação.

Ailton. Conteúdo e linguagem adequados. A questão é de dificuldade média, pois exige que o aluno resolva um sistema de equações ou tenha uma boa capacidade de abstração.

8. A figura foi formada por oito trapézios isósceles idênticos, cuja base maior mede 10 cm. Qual é a medida, em centímetros, da base menor de cada um desses trapézios?

- A) 4
- B) 4,5
- ☒ C) 5
- D) 5,5
- E) 6



Fabiano. Questão fácil, de enunciado claro, com conteúdo adequado, linguagem de acordo com a escolaridade e de fácil interpretação.

Ailton. Conteúdo e linguagem adequados. A questão é de dificuldade média, pois exige que o aluno saiba lidar com polígonos regulares.

9. Renata montou uma sequência de triângulos com palitos de fósforo, seguindo o padrão indicado na figura. Um desses triângulos foi construído com 135 palitos de fósforo. Quantos palitos formam o lado desse triângulo?

- A) 6
- B) 7
- C) 8
- ☒ D) 9
- E) 10



Fabiano. Questão de dificuldade média, de enunciado claro, com conteúdo adequado, linguagem de acordo com a escolaridade e de fácil interpretação. Exige experiência este tipo de questão, pois perceber a sequência e sua lei geral não é muito simples.

Ailton. Conteúdo e linguagem adequados. A questão é de dificuldade média a, pois exige que o aluno identifique o padrão numérico de palitos na formação dos triângulos.

10. Se A e B representam algarismos diferentes e o valor de $A \times A + A$ é o número de dois algarismos AB , qual é o valor de $B \times B + B$?

- A) A
- ☒ B) B
- C) AB
- D) AA
- E) ABA

Fabiano. Questão fácil, de enunciado claro, com conteúdo adequado, linguagem de acordo com a escolaridade e de fácil interpretação. Porém, experiência neste tipo de questão é quase fundamental.

Ailton. Conteúdo e linguagem adequados. A questão é fácil, pois exige que o aluno reconheça os valores relativos dos algarismos de um número no sistema de numeração decimal.

11. João fez uma viagem de ida e volta entre Pirajuba e Quixajuba em seu carro, que pode rodar com álcool e com gasolina. Na ida, apenas com álcool no tanque, seu carro fez 12 km por litro e na volta, apenas com gasolina no tanque, fez 15 km por litro. No total, João gastou 18 litros de combustível nessa viagem. Qual é a distância entre Pirajuba e Quixajuba?

- A) 60 km
- B) 96 km
- ☒ C) 120 km
- D) 150 km
- E) 180 km

Fabiano. Questão difícil, de enunciado claro, com conteúdo adequado, linguagem de acordo com a escolaridade e de fácil interpretação. A resolução passa por várias etapas, motivo este que a levou ser classificada como difícil.

Ailton. Conteúdo e linguagem adequados. A questão é fácil e exige que o aluno utilize o conceito de razão para relacionar os consumos.

12. Cinco cartas, inicialmente dispostas como na figura, serão embaralhadas. Em cada embaralhamento, a primeira carta passa a ser a segunda, a segunda passa a ser a quarta, a terceira passa a ser a primeira, a quarta passa a ser a quinta e a quinta passa a ser a terceira. Qual será a primeira carta após 2012 embaralhamentos?



Posição inicial



Posição após o primeiro embaralhamento

A) 

B) 

C) 

D) 

☒ E) 

Fabiano. Questão fácil, de enunciado claro, com conteúdo adequado, linguagem de acordo com a escolaridade e de fácil interpretação. Requer apenas atenção e organização.

Ailton. Conteúdo e linguagem adequados. A questão é fácil, pois exige que o aluno identifique após quantos embaralhamentos o A (ás) retorna a posição inicial.

- 13.** Ana, Bernardo, Célia e Danilo repararam que Danilo é mais alto que Célia e que a diferença entre as alturas de Célia e Ana é igual à diferença entre as alturas de Ana e Danilo. Observaram também que a soma das alturas dos dois rapazes é igual à soma das alturas das duas garotas. Qual das alternativas a seguir é verdadeira?
- A) Célia é mais alta que Ana.
 - B) A diferença entre as alturas dos meninos é igual à diferença entre as alturas das meninas.
 - C) Célia é a mais baixa do grupo.
 - ☒ D) A diferença entre as alturas de Danilo e Célia é igual à diferença entre as alturas de Ana e Bernardo.
 - E) Ana é a mais alta de todos.

Fabiano. Questão difícil, de enunciado claro, com conteúdo adequado, linguagem de acordo com a escolaridade e de fácil interpretação. A modelagem da questão é a maior dificuldade da questão.

Ailton. Conteúdo e linguagem adequados. A questão é de dificuldade média, pois exige que o aluno sistematize as condições dadas.

14. Fazendo oito cortes em um cubo, perto de seus vértices, obtemos um sólido com 14 faces, que numeramos de 1 a 14. Na figura observamos esse sólido sob dois pontos de vista diferentes. Qual é o número da face oposta à face de número 13?

- A) 5
- B) 6
- C) 7
- D) 11
- ☒ E) 12

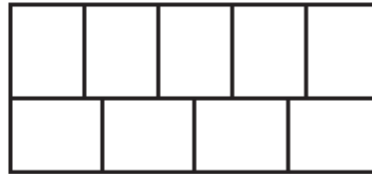


Fabiano. Questão difícil, de enunciado claro, com conteúdo adequado, linguagem de acordo com a escolaridade e de fácil interpretação. Além da resolução passar por várias etapas, a visualização espacial exige muita abstração por parte do aluno.

Ailton. Conteúdo e linguagem adequados. A questão é de dificuldade média, pois exige que o aluno tenha uma boa visão espacial.

15. A figura mostra um retângulo de área 720 cm^2 , formado por nove retângulos menores e iguais. Qual é o perímetro, em centímetros, de um dos retângulos menores?

- A) 20
- B) 24
- C) 30
- ☒ D) 36
- E) 48



Fabiano. Questão fácil, de enunciado claro, com conteúdo adequado, linguagem de acordo com a escolaridade e de fácil interpretação.

Ailton. Conteúdo e linguagem adequados. A questão é de dificuldade média, pois exige que aluno utilize o conceito de área e resolva um sistema de equações.

16. Quantos são os números naturais entre 0 e 999 nos quais aparece pelo menos um algarismo 2 e nenhum algarismo 3?

- A) 192
- B) 204
- ☒ C) 217
- D) 225
- E) 254

Fabiano. Questão de dificuldade média, de enunciado claro, com conteúdo adequado, linguagem de acordo com a escolaridade e de fácil interpretação. A questão exige um bom conhecimento sobre métodos de contagem.

Ailton. Conteúdo e linguagem adequados. A questão é de dificuldade média, pois envolve uma contagem direta e indireta.

17. Para a decoração da festa junina, Joana colocou em fila 25 bandeirinhas azuis, 14 brancas e 10 verdes, sem nunca deixar que duas bandeirinhas de mesma cor ficassem juntas. O que podemos concluir, com certeza, dessa informação?

- A) Nas extremidades da fila aparecem uma bandeirinha azul e uma branca.
- ☒ B) Há cinco bandeirinhas consecutivas nas quais não aparece a cor verde.
- C) Há pelo menos uma bandeirinha branca ao lado de uma verde.
- D) Pelo menos quatro bandeirinhas azuis têm uma branca de cada lado.
- E) Não existe um grupo de três bandeirinhas consecutivas de cores todas diferentes.

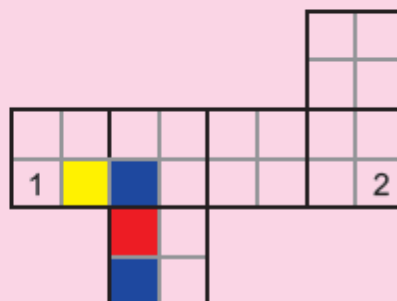


Fabiano. Questão muito difícil, de enunciado claro, com conteúdo adequado, linguagem de acordo com a escolaridade e de fácil interpretação. Além da resolução passar por várias etapas, a questão exige um bom conhecimento sobre métodos de contagem.

Ailton. Conteúdo e linguagem adequados. A questão é difícil, pois exige raciocínio e capacidade de abstração.

18. Cada face de um cubo está dividida em quatro quadrados coloridos de amarelo, azul ou vermelho, de modo que quaisquer dois quadrados com um lado comum têm cores diferentes. A figura ao lado mostra uma planificação desse cubo, com a indicação das cores de quatro quadrados. Quais são as cores dos quadrados indicados com 1 e 2, respectivamente?

- A) vermelho e azul
- B) azul e azul
- C) azul e amarelo
- D) vermelho e vermelho
- ☒ E) vermelho e amarelo

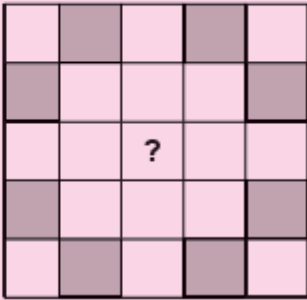


Fabiano. Questão de dificuldade média, de enunciado claro, com conteúdo adequado, linguagem de acordo com a escolaridade e de fácil interpretação. A questão exige uma boa visualização espacial e um bom raciocínio lógico.

Ailton. Conteúdo e linguagem adequados. A questão é fácil e exige que o aluno tenha boa visão espacial.

19. No quadriculado 5×5 ao lado colocam-se os números de 1 a 25, um em cada casa, de modo que a soma dos números que aparecem em cada linha, coluna e diagonal é a mesma. Sabe-se que a soma dos números que aparecem nas casas cinzentas é 104. Qual é o número que aparece na casa central?

☒ A) 13
B) 14
C) 15
D) 16
E) 17



Fabiano. Questão de dificuldade média, de enunciado claro, com conteúdo adequado, linguagem de acordo com a escolaridade e de fácil interpretação. A questão exige tempo e experiência.

Ailton. Conteúdo e linguagem adequados. A questão é difícil, pois exige que o aluno perceba que quatro somas específicas resolvem a questão.

20. Três casais fizeram compras em uma livraria. Vitor comprou 3 livros a mais do que Lorena e Pedro comprou 5 livros a mais do que Cláudia. Cada um dos homens comprou 4 livros a mais do que a respectiva esposa. Lorena e Cláudia compraram mais livros do que Bianca, que só comprou 3 livros. Qual das seguintes afirmações é verdadeira?

A) Vitor comprou mais livros do que Pedro.
B) Pedro é marido de Cláudia.
☒ C) Pedro foi o marido que comprou o maior número de livros.
D) Cláudia comprou um livro a mais do que Lorena.
E) Vitor é marido de Bianca.

Fabiano. Questão muito difícil, de enunciado claro, com conteúdo adequado, linguagem de acordo com a escolaridade e de fácil interpretação. Além da resolução passar por várias etapas, a questão exige muita experiência em raciocínio lógico.

Ailton. Conteúdo e linguagem adequados. A questão é difícil, pois exige que o aluno sistematize as suas observações.

Quadros e Gráficos.

Buscando um entendimento global da prova quanto ao seu grau de dificuldade, as análises feitas acima foram resumidas nos quadros e gráficos apresentados a seguir.

Quadro 4. Prova de 2012 – Nível 2 – Fabiano

Grau de dificuldade	Número da questão	Número de questões
Fácil	1, 4, 5, 6, 7, 8, 10, 12 e 15	9
Média	2, 3, 9, 16, 18 e 19	6
Difícil	11, 13, 14, 17 e 20	5

Quadro 5. Prova de 2012 – Nível 2 – Ailton

Grau de dificuldade	Número da questão	Número de questões
Fácil	1, 2, 3, 4, 10, 11, 12 e 18	8
Média	5, 6, 7, 8, 9, 13, 14, 15 e 16	9
Difícil	17, 19 e 20	3

Gráfico 3. Fabiano

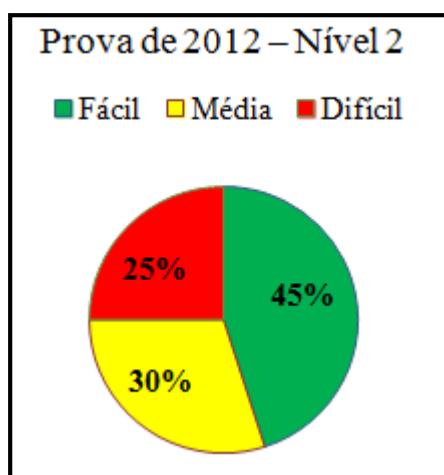
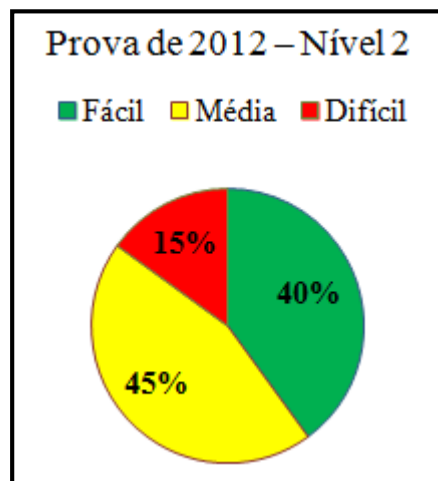


Gráfico 4. Ailton



2.3. Comparação das Provas

A fim de nortear a análise comparativa das provas, foi considerado relevante responder as perguntas a seguir.

Primeira pergunta. Considera adequada a distribuição de conteúdos? Há conteúdos fundamentais para o nível que não foram cobertos na prova?

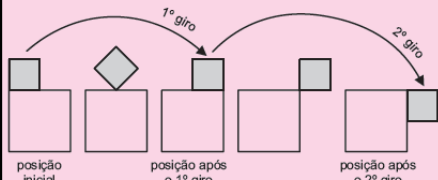
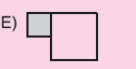
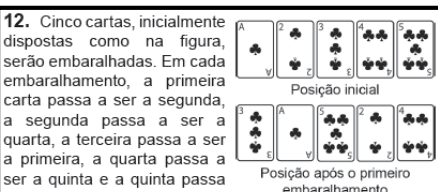
Fabiano. A distribuição dos conteúdos é adequada, apesar de ter aparecido em alguns momentos questões que envolviam métodos de contagem e visão espacial, temas que normalmente são poucos trabalhados até esse nível de ensino. Percebemos que em todos os problemas o conhecimento estrito do assunto não se fez necessário.

Ailton. A distribuição dos conteúdos é adequada, exceto nas questões que apresentam o mesmo princípio resolutivo.

Quadro 6. Questões com o mesmo princípio resolutivo.

Prova de 2011		Justificativa
5. Vovô Eduardo comemorou todos os seus aniversários a partir dos 40 anos colocando, no bolo, velinhas em forma de algarismos de 0 a 9 para indicar sua idade. Primeiro ele comprou as velinhas de números 0 e 4. Ele sempre guardou as velinhas para usar nos próximos aniversários, comprando uma nova somente quando não era possível indicar sua idade com as guardadas. Hoje vovô Eduardo tem 85 anos. Quantas velinhas ele comprou até hoje? A) 10 B) 11 C) 13 D) 14 E) 16 	17. Mariana escreveu as decomposições em fatores primos dos números naturais de 2 a 100: $2, 3, 2 \times 2, 5, 2 \times 3, \dots, 3 \times 3 \times 11, 2 \times 2 \times 5 \times 5.$ Quantas vezes ela escreveu o algarismo 2? A) 99 B) 104 C) 152 D) 188 E) 191	As questões apresentam graus de dificuldade diferentes, mas as resoluções recaem em contagem direta.

Quadro 7. Questões com o mesmo princípio resolutivo.

Prova de 2012	Parâmetro	
3. Um quadrado de lado 1 cm roda em torno de um quadrado de lado 2 cm, como na figura, partindo da posição inicial e completando um giro cada vez que um de seus lados fica apoiado em um lado do quadrado maior.  Qual das figuras a seguir representa a posição dos dois quadrados após o 2012º giro? A)  B)  C)  D)  E) 	12. Cinco cartas, inicialmente dispostas como na figura, serão embaralhadas. Em cada embaralhamento, a primeira carta passa a ser a segunda, a segunda passa a ser a quarta, a terceira passa a ser a primeira, a quarta passa a ser a quinta e a quinta passa a ser a terceira. Qual será a primeira carta após 2012 embaralhamentos?  A)  B)  C)  D)  E) 	As resoluções das questões recaem em identificação de padrão (período de um ciclo).
13. Ana, Bernardo, Célia e Danilo repararam que Danilo é mais alto que Célia e que a diferença entre as alturas de Célia e Ana é igual à diferença entre as alturas de Ana e Danilo. Observaram também que a soma das alturas dos dois rapazes é igual à soma das alturas das duas garotas. Qual das alternativas a seguir é verdadeira? A) Célia é mais alta que Ana. B) A diferença entre as alturas dos meninos é igual à diferença entre as alturas das meninas. C) Célia é a mais baixa do grupo. D) A diferença entre as alturas de Danilo e Célia é igual à diferença entre as alturas de Ana e Bernardo. E) Ana é a mais alta de todos.	20. Três casais fizeram compras em uma livraria. Vitor comprou 3 livros a mais do que Lorena e Pedro comprou 5 livros a mais do que Cláudia. Cada um dos homens comprou 4 livros a mais do que a respectiva esposa. Lorena e Cláudia compraram mais livros do que Bianca, que só comprou 3 livros. Qual das seguintes afirmações é verdadeira? A) Vitor comprou mais livros do que Pedro. B) Pedro é marido de Cláudia. C) Pedro foi o marido que comprou o maior número de livros. D) Cláudia comprou um livro a mais do que Lorena. E) Vitor é marido de Bianca.	As questões apresentam graus de dificuldade diferentes, mas, na visão do aluno, as resoluções se desenvolvem em testes de hipóteses na forma de tentativa e erro.

Segunda pergunta. Comparada à prova de 2011, considera que a prova de 2012 foi mais fácil, mais difícil, ou no mesmo nível de dificuldade?

Fabiano. Na prova de 2011, houve um número maior de questões fáceis. Na prova de 2012, por esta análise preliminar, conclui-se que a prova de 2012 apresentou um grau de dificuldade um pouco maior (uma questão) do que a prova de 2011. O número de questões médias é o mesmo em ambas as provas.

Ailton. A prova de 2011 foi considerada mais difícil do que a prova de 2012.

3. Comparação da Análise com o Desempenho dos Alunos

Nesta etapa, com o recebimento dos dados da FCC (porcentagem de acerto de cada questão da prova), foi realizada a comparação da análise feita no capítulo anterior com esses dados e apontadas as divergências mais extremas. Entretanto, para se realizar a comparação foi necessário relacionar o grau de dificuldade de cada questão com a porcentagem de acerto. Após uma análise do conjunto de dados recebidos, foi adotado que a fronteira entre as faixas (difícil/média e média/fácil) seria em 30% e em 50%, flexibilizando esses valores de acordo com as particularidades de cada série de porcentagens, a fim de se obter um melhor agrupamento dos graus de dificuldade.

Essas porcentagens fornecidas pela FCC, representadas nos Quadros 8 e 10, são o resultado do desempenho dos 5% dos alunos indicados por cada escola para a Segunda Fase.

Quadro 8. Prova de 2011 – Nível 2 – FCC

Questão	Porcentagem de acerto	Grau de dificuldade
2	63%	Fácil
1	57%	Fácil
17	49%	Fácil
4	45%	Média
16	40%	Média
18	40%	Média
19	40%	Média
5	39%	Média
7	38%	Média
12	36%	Média
3	34%	Média
20	31%	Média
14	30%	Média
15	30%	Média
10	26%	Difícil
9	23%	Difícil
8	21%	Difícil
6	19%	Difícil
13	19%	Difícil
11	17%	Difícil

Observação. A média das porcentagens de acerto em 2011 foi 35%.

Quadro 9. Prova de 2011 – Nível 2 – FCC

Grau de dificuldade	Número da questão	Número de questões
Fácil	1, 2 e 17	3
Média	3, 4, 5, 7, 12, 14, 15, 16, 18, 19 e 20	11
Difícil	6, 8, 9, 10, 11 e 13	6

Quadro 10. Prova de 2012 – Nível 2 – FCC

Questão	Porcentagem de acerto	Grau de dificuldade
20	66%	Fácil
9	58%	Fácil
8	57%	Fácil
6	46%	Média
13	45%	Média
11	44%	Média
7	43%	Média
19	43%	Média
14	41%	Média
15	39%	Média
4	38%	Média
12	37%	Média
16	37%	Média
18	34%	Média
17	33%	Média
10	31%	Média
1	29%	Média
3	24%	Difícil
2	23%	Difícil
5	20%	Difícil

Observação. A média das porcentagens de acerto em 2012 foi 39%. Desconsiderando, no cálculo a questão 20, a média é 38%.

Quadro 11. Prova de 2012 – Nível 2 – FCC

Grau de dificuldade	Número da questão	Número de questões
Fácil	8, 9 e 20	3
Média	1, 4, 6, 7, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18 e 19	14
Difícil	2, 3 e 5	3

3.1. Comparação dos Resultados

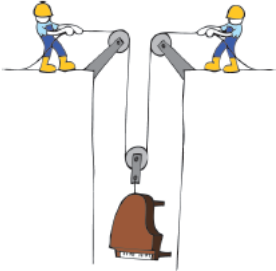
O Quadro 12 apresenta, sinteticamente, os resultados das análises do autor, do Prof. Fabiano, e da FCC.

Quadro 12. Prova de 2011 – Nível 2

Questão Autor	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
Fabiano																				
Ailton																				
FCC																				

No Quadro 12, a questão classificada simultaneamente como fácil (cor verde) e difícil (cor vermelha) foi considerada discrepante. Portanto, os próximos quadros apresentam as análises das questões 6, 9, 10, 11, 13 e 17 da Prova de 2011.

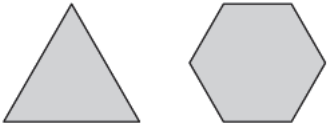
Quadro 13. Análise comparativa – Questão 6

Prova de 2011	Análise inicial
6. A figura mostra dois homens erguendo um piano com uma corda. Se um dos homens puxar 15 m de corda e o outro puxar 25 m, quantos metros o piano vai subir? A) 15 ☒ B) 20 C) 25 D) 30 E) 40 	Fabiano. Questão com grau de dificuldade média, de enunciado claro, com conteúdo adequado, linguagem de acordo com a escolaridade e de fácil interpretação. Porém, os alunos teriam que saber que a polia móvel divide ao meio essa medida. O enunciado poderia explicar isso, não deixando assim, que a falta desse conhecimento fosse algo impeditivo para a resolução da questão. Ailton. Conteúdo e linguagem adequados. A questão é fácil, mas exige que o aluno entenda o funcionamento do sistema físico apresentado.
Comparando com o resultado da FCC Questão com baixa porcentagem de acerto (10%, 19% e 25%) nos três níveis de prova, classificada como a segunda mais difícil do Nível 2 e com resultado discrepante em relação à análise inicial. Possíveis causas da discrepância quanto às alternativas A letra A ou C apresenta o quanto cada homem puxou de corda, ou seja, atraiu os alunos que não compreenderam o funcionamento da polia móvel. A letra E representa a soma dos comprimentos puxados, tornando-se extremamente atrativa aos alunos, pois é muito natural que eles interpretem dessa forma, principalmente os que nunca estudaram polias móveis. A letra D em nada atrai os alunos, tenham ou não estudado polias. A correta letra B é obtida quando o aluno percebe que se os homens puxam a o mesmo comprimento de cada lado, então o piano sobe esse mesmo comprimento. Características específicas da questão A questão é concreta e de fácil entendimento geométrico. A baixa porcentagem de acerto sinaliza que a sua resolução requer uma reflexão mais profunda por parte do aluno. É uma questão transversal global e justifica-se pelo fato de não ser dependente de conteúdos formais vistos na escola.	

Quadro 14. Análise comparativa – Questão 9

Prova de 2011	Análise inicial
9. Adão atribuiu um valor numérico a cada letra do alfabeto. Multiplicando os valores atribuídos às letras, ele obteve PAPAI=12, GALO=5 e PAPAGAIO=24. Qual é o valor que ele atribuiu à letra L? A) $\frac{1}{4}$ B) $\frac{5}{8}$ C) $\frac{10}{3}$ D) 2 ☒ E) $\frac{5}{2}$	Fabiano. Questão fácil, de enunciado claro, com conteúdo adequado, linguagem de acordo com a escolaridade e de fácil interpretação. Ailton. Conteúdo e linguagem adequados. A questão é fácil, pois exige que o aluno saiba operar, minimamente, polinômios.
Comparando com o resultado da FCC Questão com porcentagem de 23% de acerto no Nível 2, classificada como difícil e com resultado discrepante em relação à análise inicial. Possíveis causas da discrepância quanto às alternativas A porcentagem de acerto da questão foi próximo ao da probabilidade de acertar ‘chutando’ (20%) e isso pode indicar que muitos alunos optaram por esse procedimento. As demais letras retratam valores obtidos por contas aleatórias envolvendo os valores mencionados como, por exemplo, a divisão entre 24 e 12 que aponta para a letra D. Características específicas da questão Apesar de ser uma questão de fácil resolução, esta apresenta uma representação incomum na Álgebra que frequentemente usa o x, y e z. Pode este fato ter impedido o aluno de associar que a substituição e a simplificação de monômios constituíam a base da resolução da questão.	

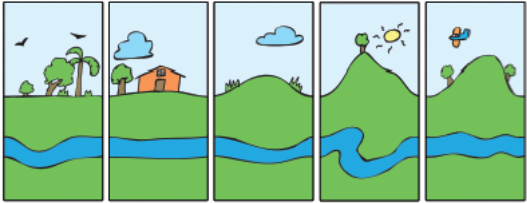
Quadro 15. Análise comparativa – Questão 10

Prova de 2011	Análise inicial
10. Um triângulo equilátero e um hexágono regular têm o mesmo perímetro. A área do hexágono é 6 m^2. Qual é a área do triângulo? A) 2 m^2 B) 3 m^2 ☒ C) 4 m^2 D) 5 m^2 E) 6 m^2 	Fabiano. Questão fácil, de enunciado claro, com conteúdo adequado, linguagem de acordo com a escolaridade e de fácil interpretação. Ailton. Conteúdo e linguagem adequados. A questão é de dificuldade média, pois exige que o aluno perceba a decomposição de polígonos como um facilitador.
Comparando com o resultado da FCC Questão com porcentagem de 20% de acerto no Nível 2, classificada como difícil e com resultado discrepante em relação à análise inicial. Possíveis causas da discrepância quanto às alternativas As letras D e E tornam-se atraentes aos alunos que ‘chutaram’, devido ao fato de utilizarem como critério a aparente equivalência entre as figuras. As letras A e B são as que menos chamam a atenção, pois a aparente equivalência entre as figuras as deixam muito distantes do que os alunos imaginam como resposta. Características específicas da questão A questão aborda figuras isoperímetro, uso não muito frequente quando comparado com questões que envolvem figuras equivalentes. Pode-se também mencionar a confusão que muitos alunos fazem entre o conceito de perímetro e de área. Além disso, os alunos ao se depararem com questões de área e perímetro tentam recorrer a fórmulas memorizadas, em muitos casos de forma incorreta. A questão envolve decomposição de figuras, conhecimento das relações entre polígonos regulares e exige experiência no traçado e visualização de figuras dentro de figuras.	

Quadro 16. Análise comparativa – Questão 11

Prova de 2011	Análise inicial
11. João e Ana são irmãos. João tem cinco irmãos a mais do que irmãs. Quantos irmãos Ana tem a mais do que irmãs? A) 2 B) 3 C) 5 D) 6 E) 7	Fabiano. Questão de dificuldade média, de enunciado claro, com conteúdo adequado, linguagem de acordo com a escolaridade e de fácil interpretação. Ailton. Conteúdo e linguagem adequados. A questão é fácil, pois uma única conjectura feita pelo aluno é suficiente para acertar a questão.
Comparando com o resultado da FCC Questão com porcentagem de 17% de acerto no Nível 2, classificada como a mais difícil do Nível 2 e com resultado discrepante em relação à análise inicial. Possíveis causas da discrepância quanto às alternativas As letras A e B não atraem os alunos, haja vista que as informações dadas não induzem os alunos a ‘chutarem’ essas letras. Nas outras letras, os valores são bem plausíveis, porém deve haver uma tendência de escolha pelas letras C e D em detrimento a letra E. Características específicas da questão O fator que causa maior dificuldade aos alunos é o entendimento do enunciado, pois a maioria tem dificuldade de interpretar textos. Ainda em relação a isso, o texto pode tornar-se confuso, pois a repetição das palavras irmãos e irmãs pode atrapalhá-los na organização e modelagem do problema. A questão tanto pode ser resolvida por via algébrica quanto por via aritmética (uma conjectura é suficiente) e é transversal com o Nível 1. Surpreendentemente, a porcentagem de acerto do Nível 1 é 19%, ou seja, maior do que a do Nível 2. É possível que o aluno do Nível 1 tenha adotado a via aritmética, enquanto que o aluno do Nível 2 tenha preferido a via algébrica. A questão sinaliza uma dificuldade do aluno em conjecturar modelos diferentes do seu cotidiano escolar.	

Quadro 17. Análise comparativa – Questão 13

Prova de 2011	Análise inicial
13. Podemos montar paisagens colocando lado a lado, em qualquer ordem, os cinco quadros da figura. Trocando a ordem dos quadros uma vez por dia, por quanto tempo, aproximadamente, é possível evitar que uma mesma paisagem se repita?  A) uma semana B) um mês C) dois meses D) quatro meses E) seis meses	Fabiano. Questão fácil, de enunciado claro, com conteúdo adequado, linguagem de acordo com a escolaridade e de fácil interpretação. Ailton. Conteúdo e linguagem adequados. A questão é fácil, pois depende do aluno usar o princípio multiplicativo.
Comparando com o resultado da FCC Questão com porcentagem de 19% de acerto no Nível 2, classificada como difícil e com resultado discrepante em relação à análise inicial. Possíveis causas da discrepância quanto às alternativas A letra A é facilmente desconsiderada pelos alunos, visto que numa simples tentativa de resolver a questão por contagem direta o número 7 é superado rapidamente, deixando claro que essa não é a resposta. As demais letras referem-se a número de meses e, como o número de quadros é ‘apenas 5’, os alunos podem supor que são muitos dias para poucas paisagens. Então, 4 meses ou 6 meses (120 e 180 dias) representam números ‘grandes demais’ para uma possível resposta. É possível que as respostas dos alunos concentrem-se nas letras B e C, acarretando uma baixa incidência na letra D. Características específicas da questão A baixa porcentagem de acerto pode estar relacionada à tímida abordagem do princípio multiplicativo na maioria das escolas públicas. Os problemas de contagem não são abordados pelos professores ou são de forma a não estimular a compreensão dos conceitos fundamentais deste assunto. Muitas das vezes, o uso de exemplos simples e repetidos não permite que os alunos adquiram habilidade suficiente para a manipulação frente a enunciados distintos. É possível que não tenha ficado claro na questão a relação paisagem-quadro, embora haja duas fases distintas para se resolver a questão.	

Quadro 18. Análise comparativa – Questão 17

Prova de 2011	Análise inicial
17. Mariana escreveu as decomposições em fatores primos dos números naturais de 2 a 100: 2, 3, 2×2, 5, 2×3, ..., $3 \times 3 \times 11$, $2 \times 2 \times 5 \times 5$. Quantas vezes ela escreveu o algarismo 2? A) 99 ☒ B) 104 C) 152 D) 188 E) 191	Fabiano. Questão difícil, de enunciado claro, com conteúdo adequado, linguagem de acordo com a escolaridade e de fácil interpretação. Exigia uma atenção maior devido à natureza da pergunta. Ailton. Conteúdo e linguagem adequados. A questão é difícil, pois a resolução da questão, além de ser extensa, requer a percepção de detalhes.
Comparando com o resultado da FCC Questão com porcentagem de 49% de acerto no Nível 2, classificada como fácil e com resultado discrepante em relação à análise inicial. Possíveis causas da discrepância quanto às alternativas Os alunos que decidiram resolver a questão por contagem direta, mesmo cometendo um erro na contagem, tendem a ‘chutar’ a letra A ou a letra B, pois o erro previsível na contagem direta é não incluir todos os algarismos 2 e ficar com o resultado abaixo de 104. Essa tendência parece ser confirmada, já que a probabilidade de acerto supondo só duas letras é 50%. Características específicas da questão A questão deixa claro que o aluno precisa saber fatorar e contar. A fatoração é fácil, embora a contagem direta passe por detalhes singulares. Outro motivo que ajuda a explicar o alto percentual de acerto é o fato dessa questão ser encorajadora, isto é, ao olhar do aluno ser possível resolvê-la.	

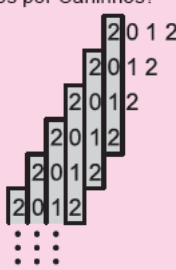
O Quadro 19 apresenta, sinteticamente, os resultados das análises do autor, de Fabiano, e da FCC.

Quadro 19. Prova de 2012 – Nível 2

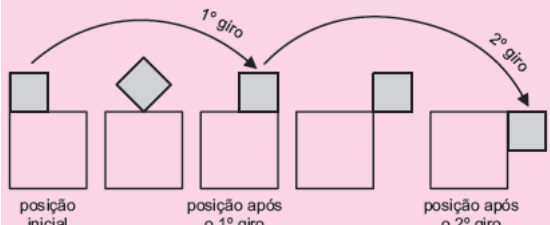
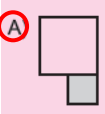
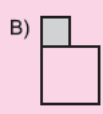
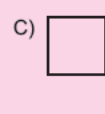
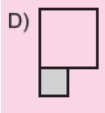
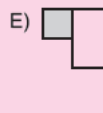
Questão Autor	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
Fabiano																				
Ailton																				
FCC																				

No Quadro 19, a questão classificada simultaneamente como fácil (cor verde) e difícil (cor vermelha) foi considerada discrepante. Portanto, os próximos quadros apresentam as análises das questões 2, 3, 5, 11 e 20 da Prova de 2012.

Quadro 20. Análise comparativa – Questão 2

Prova de 2012	Análise inicial
2. Carlinhos escreveu várias vezes o número 2012 horizontalmente, como indicado na figura. Em seguida, ele desenhou 2012 retângulos, cada um ao redor de cada um dos números 2012 que podiam ser lidos verticalmente. Qual é a soma de todos os algarismos escritos por Carlinhos? A) 10000 B) 10060 C) 10075 D) 12012 E) 20120 	Fabiano. Questão de dificuldade média, de enunciado claro, com conteúdo adequado, linguagem de acordo com a escolaridade e de fácil interpretação. Ailton. Conteúdo e linguagem adequados. A questão é fácil e exige que o aluno constitua os três últimos números horizontais.
Comparando com o resultado da FCC Questão com porcentagem de 23% de acerto no Nível 2, classificada como difícil e com resultado discrepante em relação à análise inicial. Possíveis causas da discrepância quanto às alternativas A letra A é obtida multiplicando-se a soma dos algarismos de 2012 por 2000, ou seja, é pouco atraente por não estar de acordo com o enunciado. A questão deseja saber qual é a soma de todos os algarismos escritos e não a soma dos algarismos que estão dentro dos retângulos, esse detalhe induz muitos alunos a escolherem a letra B, tornando-a muito atraente pela multiplicação da soma dos algarismos de 2012 por 2012. As letras D e E não são muito atraentes, pois para os alunos obterem esses valores provavelmente encontraram durante seus cálculos os valores das alternativas A e B. Características específicas da questão O fator que causa maior dificuldade nos alunos é o entendimento do enunciado, pois a maioria dos alunos tem dificuldade de interpretar textos. Além disso, quando são abordadas as direções vertical e horizontal e também a quantidade de vezes que é escrito o mesmo número, o problema toma uma dimensão maior para os alunos, devido à suposta impossibilidade de fazer a soma. Há uma clara dificuldade do aluno em ler horizontalmente os números 2012 e identificar a regularidade nessa nova leitura. É uma questão que, possivelmente, não integra a prática de ensino do professor.	

Quadro 21. Análise comparativa – Questão 3

Prova de 2012	Análise inicial
3. Um quadrado de lado 1 cm roda em torno de um quadrado de lado 2 cm, como na figura, partindo da posição inicial e completando um giro cada vez que um de seus lados fica apoiado em um lado do quadrado maior.  Qual das figuras a seguir representa a posição dos dois quadrados após o 2012º giro? A  B  C  D  E 	Fabiano. Questão de dificuldade média, de enunciado claro, com conteúdo adequado, linguagem de acordo com a escolaridade e de fácil interpretação. Ailton. Conteúdo e linguagem adequados. A questão é fácil, pois exige que o aluno identifique quantos giros o quadrado dá até retornar a posição inicial.
Comparando com o resultado da FCC Questão com porcentagem de 24% de acerto no Nível 2, classificada como difícil e com resultado discrepante em relação à análise inicial. Possíveis causas da discrepância quanto às alternativas As letras não se diferenciaram muito em relação à atratividade no caso de ‘chutes’ dos alunos, pois todas as figuras eram respostas possíveis para os alunos que não perceberam a periodicidade das posições possíveis. Já para aqueles que perceberam a periodicidade, mas não associaram a resposta com o resto da divisão, a opção seria a letra B. Além disso, a letra B é a única que aparece no enunciado. Características específicas da questão O enunciado é um fator de grande dificuldade para os alunos, pois possui várias informações que podem ser consideradas difíceis quando reunidas num único contexto. Por exemplo, o entendimento do que é um giro; a continuidade das posições possíveis após o 2º giro, que não está representada na figura; e a quantidade muito grande de giros. Mais uma questão que, possivelmente, não integra a prática de ensino do professor.	

Quadro 22. Análise comparativa – Questão 5

Prova de 2012	Análise inicial
5. Uma caixa contém bolas brancas e pretas. Daniel retirou 60% das bolas, observou que 55% dessas bolas eram brancas e devolveu todas as bolas para a caixa. Qual é o maior percentual possível de bolas brancas na caixa? A) 60% B) 65% C) 68% D) 73% E) 75%	Fabiano. Questão fácil, de enunciado claro, com conteúdo adequado, linguagem de acordo com a escolaridade e de fácil interpretação. Ailton. Conteúdo e linguagem adequados. A questão é de dificuldade média, pois requer do aluno um pouco mais de raciocínio e de abstração.
Comparando com o resultado da FCC Questão com porcentagem de 20% de acerto no Nível 2, classificada como a mais difícil do Nível 2 e com resultado discrepante em relação à análise inicial. Possíveis causas da discrepância quanto às alternativas A questão não dá nenhuma pista para os alunos quanto à resposta, já que os valores das letras B, C, D e E não são obtidos efetuando-se diretamente as operações básicas entre os valores dados. A letra A tem o mesmo valor da retirada inicial, o que os alunos devem perceber facilmente que não faz sentido. Características específicas da questão É bem verdade que a questão trata de porcentagem, porém efetuar cálculos envolvendo porcentagens de porcentagens é algo que a maioria dos alunos tem dificuldade. Além disso, para se chegar à resposta correta o aluno tem que interpretar muito bem o que de fato ocorre na retirada e recolocação das bolas no que diz respeito aos percentuais existentes e encontrados. Outro fator que a torna difícil é que a pergunta se refere ao maior percentual possível, ou seja, o aluno, após efetuar os cálculos, deverá ter muita clareza do que significa o maior percentual possível.	

Quadro 23. Análise comparativa – Questão 20

Prova de 2012	Análise inicial
20. Três casais fizeram compras em uma livraria. Vitor comprou 3 livros a mais do que Lorena e Pedro comprou 5 livros a mais do que Cláudia. Cada um dos homens comprou 4 livros a mais do que a respectiva esposa. Lorena e Cláudia compraram mais livros do que Bianca, que só comprou 3 livros. Qual das seguintes afirmações é verdadeira? A) Vitor comprou mais livros do que Pedro. B) Pedro é marido de Cláudia. ☒ C) Pedro foi o marido que comprou o maior número de livros. D) Cláudia comprou um livro a mais do que Lorena. E) Vitor é marido de Bianca.	Fabiano. Questão muito difícil, de enunciado claro, com conteúdo adequado, linguagem de acordo com a escolaridade e de fácil interpretação. Além da resolução passar por várias etapas, a questão exige muita experiência em raciocínio lógico. Ailton. Conteúdo e linguagem adequados. A questão é difícil, pois exige raciocínio e capacidade de abstração, além de conjecturar.
Comparando com o resultado da FCC Questão com alta porcentagem de acerto (62%, 66% e 66%) nos três níveis de prova, classificada como fácil nos três níveis e com resultado discrepante em relação à análise inicial. Foi a mais fácil do Nível 2 e a segunda mais fácil nos Níveis 1 e 3. Possíveis causas da discrepância quanto às alternativas Pedro comprou 5 livros a mais do que Cláudia que comprou mais livros do que Bianca, então Pedro comprou 4 livros a mais que a sua esposa Lorena que comprou 1 livro a menos do que Cláudia. Se Vitor ou o terceiro marido comprassem 4 livros a mais do que Cláudia não seria suficiente para comprar mais do que Pedro. É possível que parte desse raciocínio tenha sido desenvolvido pelos alunos para marcar a letra C ou para descartar outras letras. A letra B é descartada pelos alunos, pois a contradição é percebida quando o enunciado especifica que cada homem comprou 4 livros a mais que a esposa e que Pedro comprou 5 livros a mais que Cláudia. A letra D é descartada pelos alunos, pois Cláudia comprou 1 livro a menos do que Lorena. A letra E também é descartada pelos alunos, pois se estivesse certa, Vitor poderia ser marido de Bianca ou de Lorena, implicando que Bianca e Lorena compraram o mesmo número de livros, o que contradiz a questão. Características específicas da questão A questão exige dos alunos muita atenção, organização e raciocínio lógico. Entretanto, a porcentagem de acertos não reflete a plena resolução da questão. É possível que os alunos tenham associada a letra C ao fato de 5 ser maior do que 3, claramente informadas na questão (Pedro = Cláudia + 5 e Vitor = Lorena + 3).	

Quadro 24. Análise comparativa – Questão 11

Prova de 2012	Análise inicial
11. João fez uma viagem de ida e volta entre Pirajuba e Quixajuba em seu carro, que pode rodar com álcool e com gasolina. Na ida, apenas com álcool no tanque, seu carro fez 12 km por litro e na volta, apenas com gasolina no tanque, fez 15 km por litro. No total, João gastou 18 litros de combustível nessa viagem. Qual é a distância entre Pirajuba e Quixajuba? A) 60 km B) 96 km ☒ C) 120 km D) 150 km E) 180 km	Fabiano. Questão difícil, de enunciado claro, com conteúdo adequado, linguagem de acordo com a escolaridade e de fácil interpretação. A resolução passa por várias etapas, motivo este que a levou ser classificada como difícil. Ailton. Conteúdo e linguagem adequados. A questão é fácil e exige que o aluno utilize o conceito de razão para relacionar os consumos.
Comparando com o resultado da FCC Questão com porcentagem de 44% de acerto no Nível 2, classificada como média e discrepante nos resultados das análises iniciais dos autores. Comparando os resultados dos autores A discrepância dos resultados apoia-se na individualidade de cada autor. Para o primeiro autor (Fabiano), a suposta dificuldade estaria nas diversas etapas que o aluno passaria até chegar à resposta correta. A atenção, a organização e a aplicação dos conceitos que envolvem razão e proporcionalidades gerariam uma complexidade na questão, portanto uma dificuldade para o aluno. Para o segundo autor (Ailton), a suposta facilidade estaria na formulação algébrica $\frac{x}{12} + \frac{x}{15} = 18$, fato esse não tão imediato.	

3.2. Questões Transversais

Questões transversais são aquelas que estão presentes em mais de um nível e têm por finalidade enfatizar que, para a sua resolução, não é necessário o emprego de conteúdos específicos. Nesta seção, verificou-se que se as questões são adequadas e se a porcentagem de acertos com relação aos níveis foi comparativamente coerente.

Quadro 25. Questões transversais por ano

Prova	2011	2012
Nível 1, 2 e 3	3	3
Nível 1 e 2	2	3
Nível 2 e 3	2	3
Nível 1 e 3	0	0

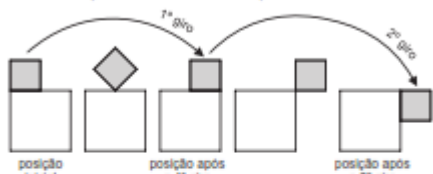
Quadro 26. Questões transversais de 2011

Prova de 2011	Nível 1	Nível 2	Nível 3
Vovô Eduardo comemorou todos os seus aniversários a partir dos 40 anos colocando, no bolo, velinhas em forma de algarismos de 0 a 9 para indicar sua idade. Primeiro ele comprou as velinhas de números 0 e 4. Ele sempre guardou as velinhas para usar nos próximos aniversários, comprando uma nova somente quando não era possível indicar sua idade com as guardadas. Hoje vovô Eduardo tem 65 anos. Quantas velinhas ele comprou até hoje? A) 10 B) 11 C) 13 D) 14 E) 16 	Questão 7 Acertos 33%	Questão 5 Acertos 39%	
A questão é adequada aos dois níveis, pois pode ser resolvida por simples contagem direta. A porcentagem de acerto é coerente.			
A figura mostra dois homens erguendo um piano com uma corda. Se um dos homens puxar 15 m de corda e o outro puxar 25 m, quantos metros o piano vai subir? A) 15 B) 20 C) 25 D) 30 E) 40 	Questão 9 Acertos 10%	Questão 6 Acertos 19%	Questão 1 Acertos 25%
A questão é adequada aos três níveis, pois para a sua resolução basta o conhecimento de operações básicas. Porém, a baixa porcentagem de acerto, evidencia que o aluno não compreendeu o funcionamento do sistema mecânico apresentado.			

Quatro times disputaram um torneio de futebol em que cada um jogou uma vez contra cada um dos outros. Se uma partida terminasse empatada, cada time ganhava um ponto; caso contrário, o vencedor ganhava três pontos e o perdedor, zero. A tabela mostra a pontuação final do torneio. Quantos foram os empates? <table><tr><th>Time</th><th>Pontos</th></tr><tr><td>Cruzeirinhos</td><td>5</td></tr><tr><td>Flamengo</td><td>3</td></tr><tr><td>Nautibá</td><td>3</td></tr><tr><td>Grêmioense</td><td>2</td></tr></table> A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6	Time	Pontos	Cruzeirinhos	5	Flamengo	3	Nautibá	3	Grêmioense	2	Questão 14 Acertos 17%	Questão 8 Acertos 21%	Questão 4 Acertos 27%
Time	Pontos												
Cruzeirinhos	5												
Flamengo	3												
Nautibá	3												
Grêmioense	2												
A questão é adequada e a porcentagem de acerto é coerente. Pode ser resolvida do seguinte modo: Tem-se que, no cômputo geral de pontos do torneio, cada vitória geraria 3 pontos e cada empate, apenas dois pontos (déficit de 1 ponto). Logo o número de empates é igual ao número de déficits de 1 ponto. Verifica-se que foram, ao todo, 6 jogos. Se não houvesse empate, ter-se-ia um total de $3 \times 6 = 18$ pontos no torneio, mas como esse total foi de $5 + 3 + 3 + 2 = 13$, isso significa que houve $18 - 13 = 5$ empates. Porém, entende-se que a construção desse raciocínio é pouco provável para alunos dos níveis 1 e 2.													
João e Ana são irmãos. João tem cinco irmãos a mais do que Ana. Quantos irmãos Ana tem a mais do que João? A) 2 B) 3 C) 5 D) 6 E) 7	Questão 16 Acertos 19%	Questão 11 Acertos 17%											
A questão é adequada. A porcentagem de acerto não é coerente em virtude de o aluno do Nível 1, possivelmente, ter resolvido a questão por meio de conjecturas. Diferentemente do que deve ter acontecido com o aluno do Nível 2, pois o mesmo tende a utilizar ferramentas algébricas que podem inibir a criatividade.													
Pedro tem dois cubos com faces numeradas, com os quais ele consegue indicar os dias do mês de 01 a 31. Para formar as datas, os cubos são colocados lado a lado e podem ser girados ou trocados de posição. A face com o 6 também é usada para mostrar o 9. Na figura ao lado, os cubos mostram o dia 03. Qual é a soma dos números das quatro faces não visíveis no cubo da esquerda? A) 15 B) 16 C) 18 D) 19 E) 20	Questão 20 Acertos 34%	Questão 12 Acertos 36%	Questão 5 Acertos 42%										
A questão é adequada e a porcentagem de acerto é coerente.													

Uma caixa contém 105 bolas pretas, 89 bolas cinzentas e 5 bolas brancas. Fora da caixa há bolas brancas em quantidade suficiente para efetuar repetidamente o seguinte procedimento, até que sobrem duas bolas na caixa: - retiram-se, sem olhar, duas bolas da caixa; - se as bolas retiradas forem de cores diferentes, a de cor mais escura é devolvida para a caixa; - caso contrário, descartam-se as bolas retiradas e coloca-se na caixa uma bola branca. Sobre as cores das duas bolas que sobram, pode-se garantir que A) as duas serão brancas. B) as duas serão cinzentas. C) as duas serão pretas. D) exatamente uma será preta. E) exatamente uma será cinzenta. 	X	Questão 19 Acertos 40%	Questão 15 Acertos 46%
A questão é adequada aos dois níveis e a percentagem de acerto é coerente.			
Tia Geralda sabe que um de seus sobrinhos Ana, Bruno, Cecília, Daniela ou Eduardo comeu todos os biscoitos. Ela também sabe que o culpado sempre mente e que os inocentes sempre dizem a verdade.  - Bruno diz: "O culpado é Eduardo ou Daniela." - Eduardo diz: "O culpado é uma menina." - Por fim, Daniela diz: "Se Bruno é culpado então Cecília é inocente." Quem comeu os biscoitos? A) Ana B) Bruno C) Cecília D) Daniela E) Eduardo	X	Questão 14 Acertos 30%	Questão 8 Acertos 26%
Houve divergências em relação à adequação da questão. A incoerência das percentagens de acertos pode refletir que a letra correta tenha sido escolhida de modo aleatório devido à dificuldade da questão.			

Quadro 27. Questões transversais de 2012

Prova de 2012	Nível 1	Nível 2	Nível 3
A professora Luisa observou que o número de meninas de sua turma dividido pelo número de meninos dessa mesma turma é 0,48. Qual é o menor número possível de alunos dessa turma? A) 24 B) 37 C) 40 D) 45 E) 48	Questão 6 Acertos 34%	Questão 4 Acertos 38%	
A questão é adequada aos dois níveis e a porcentagem de acerto é coerente. Porém, percebe-se que a letra A pode ter atraído uma parte de alunos, principalmente os do Nível 1, pois há uma fração equivalente a 0,48 cujo numerador é 24. Em relação à porcentagem de acerto do Nível 2, esperava-se um valor maior.			
Um quadrado de lado 1 cm roda em torno de um quadrado de lado 2 cm, como na figura, partindo da posição inicial e completando um giro cada vez que um de seus lados fica apoiado em um lado do quadrado maior.  Qual das figuras a seguir representa a posição dos dois quadrados após o 2012º giro? A)  B)  C)  D)  E) 	Questão 9 Acertos 20%	Questão 3 Acertos 24%	Questão 1 Acertos 32%
A questão é adequada aos três níveis e a porcentagem de acerto é coerente. A questão exige o reconhecimento de uma periodicidade bastante elementar, seguida de uma simples divisão euclidiana. O aluno pode ter tido dificuldade em perceber as posições do menor quadrado no decorrer dos giros e suas sistemáticas repetições. De qualquer forma, foi uma surpresa o baixo percentual de acertos.			
O retângulo ao lado, que foi recortado de uma folha de papel quadriculado, mede 4 cm de largura por 5 cm de altura. Qual é a área da região cinzenta? A) 10 cm² B) 11 cm² C) 12,5 cm² D) 13 cm² E) 14,5 cm² 	Questão 12 Acertos 39%	Questão 6 Acertos 46%	
A questão é adequada aos dois níveis e a porcentagem de acerto é coerente.			

João fez uma viagem de ida e volta entre Pirajuba e Quixajuba em seu carro, que pode rodar com álcool e com gasolina. Na ida, apenas com álcool no tanque, seu carro fez 12 km por litro e na volta, apenas com gasolina no tanque, fez 15 km por litro. No total, João gastou 18 litros de combustível nessa viagem. Qual é a distância entre Pirajuba e Quixajuba? A) 60 km B) 96 km C) 120 km D) 150 km E) 180 km	Questão 18 Acertos 39%	Questão 11 Acertos 44%	
A questão é adequada aos dois níveis e a porcentagem de acerto é coerente. No Nível 1, o aluno deve ter resolvido utilizando conjecturas, como por exemplo a construção de uma tabela, enquanto que, no Nível 2, o aluno deve ter utilizado processos algébricos.			
Para a decoração da festa junina, Joana colocou em fila 25 bandeirinhas azuis, 14 brancas e 10 verdes, sem nunca deixar que duas bandeirinhas de mesma cor ficassem juntas. O que podemos concluir, com certeza, dessa informação? A) Nas extremidades da fila aparecem uma bandeirinha azul e uma branca. B) Há cinco bandeirinhas consecutivas nas quais não aparece a cor verde. C) Há pelo menos uma bandeirinha branca ao lado de uma verde. D) Pelo menos quatro bandeirinhas azuis têm uma branca de cada lado. E) Não existe um grupo de três bandeirinhas consecutivas de cores todas diferentes. 	Questão 19 Acertos 33%	Questão 17 Acertos 33%	Questão 15 Acertos 34%
A questão é adequada aos três níveis, tendo grau de dificuldade bem elevado. O empate das porcentagens, praticamente nos três níveis, sugere que esses acertos foram oriundos de ‘chute’. As três primeiras opções são atrativas por parecerem maiores (por causa da posição da figura). Parece ter havido descarte das duas últimas opções e as escolhas se dividiram igualmente entre as três primeiras.			
Três casais fizeram compras em uma livraria. Vitor comprou 3 livros a mais do que Lorena e Pedro comprou 5 livros a mais do que Cláudia. Cada um dos homens comprou 4 livros a mais do que a respectiva esposa. Lorena e Cláudia compraram mais livros do que Bianca, que só comprou 3 livros. Qual das seguintes afirmações é verdadeira? A) Vitor comprou mais livros do que Pedro. B) Pedro é marido de Cláudia. C) Pedro foi o marido que comprou o maior número de livros. D) Cláudia comprou um livro a mais do que Lorena. E) Vitor é marido de Bianca. D) Pelo menos quatro bandeirinhas azuis têm uma branca de cada lado. E) Não existe um grupo de três bandeirinhas consecutivas de cores todas diferentes.	Questão 20 Acertos 62%	Questão 20 Acertos 66%	Questão 16 Acertos 66%
A questão é adequada aos três níveis. Apesar de comparativamente coerentes, as porcentagens de acerto são surpreendentes, consequência das relações ‘Vitor = Lúcia + 3’ e ‘Pedro = Cláudia + 5’, que pode ter sido entendido como um forte indício de que Pedro tenha sido o marido que comprou mais livros. Provavelmente, o número de alunos que resolveu efetivamente a questão foi muito menor do que o indicado pelos percentuais.			

Renata montou uma sequência de triângulos com palitos de fósforo, seguindo o padrão indicado na figura. Um desses triângulos foi construído com 135 palitos de fósforo. Quantos palitos formam o lado desse triângulo? A) 6 B) 7 C) 8 D) 9 E) 10 	X	Questão 9 Acertos 58%	Questão 2 Acertos 68%
A questão é adequada aos dois níveis e a porcentagem de acerto é coerente. É possível que os alunos do Nível 3, que já estudaram progressão aritmética, levem certa vantagem.			
Cinco cartas, inicialmente dispostas como na figura, serão embaralhadas. Em cada embaralhamento, a primeira carta passa a ser a segunda, a segunda passa a ser a quarta, a terceira passa a ser a primeira, a quarta passa a ser a quinta e a quinta passa a ser a terceira. Qual será a primeira carta após 2012 embaralhamentos? Posição inicial  Posição após o primeiro embaralhamento  A)  B)  C)  D)  E) 	X	Questão 12 Acertos 37%	Questão 4 Acertos 42%
A questão é adequada aos dois níveis e a porcentagem de acerto é coerente.			
No quadriculado 5×5 ao lado colocam-se os números de 1 a 25, um em cada casa, de modo que a soma dos números que aparecem em cada linha, coluna e diagonal é a mesma. Sabe-se que a soma dos números que aparecem nas casas cinzentas é 104. Qual é o número que aparece na casa central? A) 13 B) 14 C) 15 D) 16 E) 17 	X	Questão 19 Acertos 43%	Questão 9 Acertos 60%
A questão é adequada aos dois níveis e as porcentagens de acerto são coerentes. É possível que os alunos do Nível 3, que já estudaram progressão aritmética, levem certa vantagem, justificando assim a diferença dos percentuais.			

4. Conclusão

O autor, Ailton Artimos da Matta, é engenheiro civil e professor de Matemática da educação básica. Atualmente, é professor do Instituto Federal do Rio de Janeiro e da rede municipal de Duque de Caxias. É com base nesta experiência que as considerações finais abaixo foram elaboradas.

Ao fim deste trabalho, fica claro que a OBMEP desenvolve o seu projeto com estreito alinhamento dos seus objetivos e das suas realizações³. Além disso, vem continuamente alargando o seu *site* inclusive promovendo a publicidade total das suas ações, sejam pedagógicas ou institucionais. Entretanto, dois pontos são levantados nessa conclusão: o pedagógico e o estratégico.

Pedagógico

Ao término da análise das provas da OBMEP, constato que há uma proposta de ensino de Matemática baseada, fundamentalmente, no desenvolvimento cognitivo dos alunos, acima da visão utilitarista da Matemática. Particularmente, refiro-me às provas dos níveis 1 e 2, destinadas aos alunos do Ensino Fundamental. Entretanto, após a análise realizada, percebo dois fatos contundentes. Primeiro fato: questões com altas porcentagens de acerto e não resolvidas pelos alunos de forma plena (questão 17 do Quadro 8 e questão 20 do Quadro 10). Segundo fato: questões avaliadas como fáceis e com baixíssimas porcentagens de acerto (questões 11, 13, 6, 8 e 9 do Quadro 8 e questões 5, 2 e 3 do Quadro 10). Considero que o conhecimento desses dois fatos não seja novidade para a Comissão de Provas da OBMEP. Entretanto, mesmo sabendo que as resoluções das questões das provas da primeira fase são publicadas (texto e vídeo), entendo que esses fatos específicos apontam para a necessidade de reapresentá-las. A reapresentação deve incluir mais de uma resolução, deve detalhar a estratégia utilizada e deve utilizar, além do *site*, outros veículos de comunicação, por exemplo, o *banner* de divulgação ou o material didático enviado para cada escola. No *site* devem constar animações que possibilitem o entendimento mais imediato da questão, por exemplo, a questão 6 de 2011 (roldana móvel). Procedendo assim, o usuário se aproximará mais do *site* da OBMEP e vislumbrará a possibilidade de um processo mais interativo (plataforma), abordado no próximo ponto. Concluindo, fazendo essas reapresentações, a sensação de algo inacabado é desfeita.

³ Disponível em: <<http://www.obmep.org.br/apresentacao.html>>. Acesso em: 30 jan 2013.

Estratégico

No âmbito do meu exercício profissional na rede municipal, já percebia alguns entraves na divulgação e na aplicação das provas da Primeira Fase da OBMEP. Essa percepção foi reforçada por comentários de vários colegas do magistério público e pelo *sim* de 46,1% dos professores que responderam a nona pergunta do questionário: Você percebe alguma insatisfação, por parte dos professores, quanto à aplicação ou à correção das provas da OBMEP? (Anexo). O questionário também mostra, e não é novidade, através das respostas da terceira pergunta até a oitava, que há um espaço nas escolas ainda a ser conquistado pela OBMEP. As repostas do questionário indicam que é tímida a utilização do material didático da OBMEP e que falta incentivo e preparo do aluno, contrapondo-se as ações que são realizadas naqueles que conseguem bons resultados na OBMEP. Encurtando, o que desejo salientar é que a OBMEP pode amenizar essa situação, através do professor responsável (PR) pela divulgação e aplicação das provas, propondo um programa que integre SME/Escola/PR, tendo com pano de fundo a escolha deste através de um processo eletivo que privilegie a opinião do corpo docente da escola, e especificando, neste programa, um plano de trabalho docente remunerado por bolsa. Concluindo, vejo nessa medida estratégica, a possibilidade real de um maior comprometimento da escola com o projeto OBMEP, assegurando a presença de um interlocutor em cada escola.

Referências Bibliográficas

BIONDI, R. L.; VASCONCELLOS, L.; NAERCIO, A. **Avaliando o impacto da OBMEP - Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas - na qualidade da educação.**

Disponível em: <<http://server22.obmep.org.br:8080/media/servicos/recursos/251396.o>>. Acesso em: 30 jan 2013.

Centro de Gestão e Estudos Estratégicos. **Avaliação do Impacto da Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas (OBMEP).** Brasília: CGEE, 2011.

Disponível em: <<http://server22.obmep.org.br:8080/media/servicos/recursos/251395.o>>. Acesso em: 30 jan 2013.

LIMA, Elon Lages. **Exame de Textos Análise de livros de Matemática para o Ensino Médio.** Rio de Janeiro: VITTA/IMPA/SBM, 2001.

LIMA, Elon Lages. **Matemática e Ensino.** 3 ed. Rio de Janeiro: SBM, 2007.

OBMEP. **Provas e Soluções.**

Disponível em: <<http://www.obmep.org.br/provas.htm>>. Acesso em: 30 jan 2013.

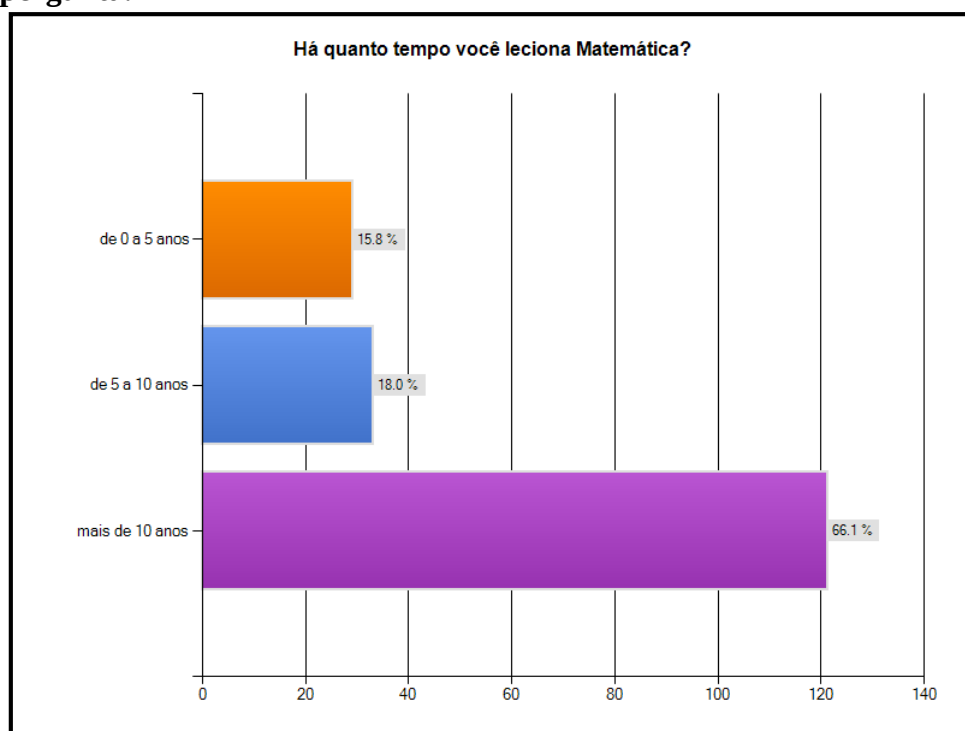
SurveyMonkey. **Questionário eletrônico.**

Disponível em: <<http://www.surveymonkey.com/s/5QWSC3P>>. Acesso em: 29 jan 2013.

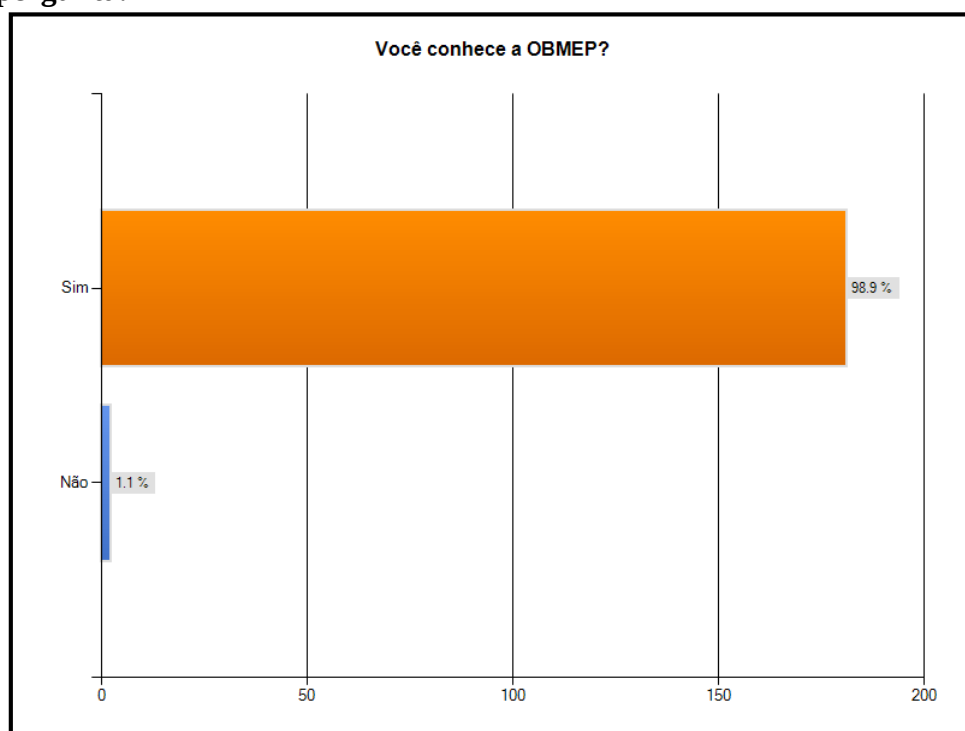
Anexo – Questionário eletrônico

Esse questionário foi proposto e respondido por 183 professores de Matemática da rede publica. Seguem as perguntas e as respostas.

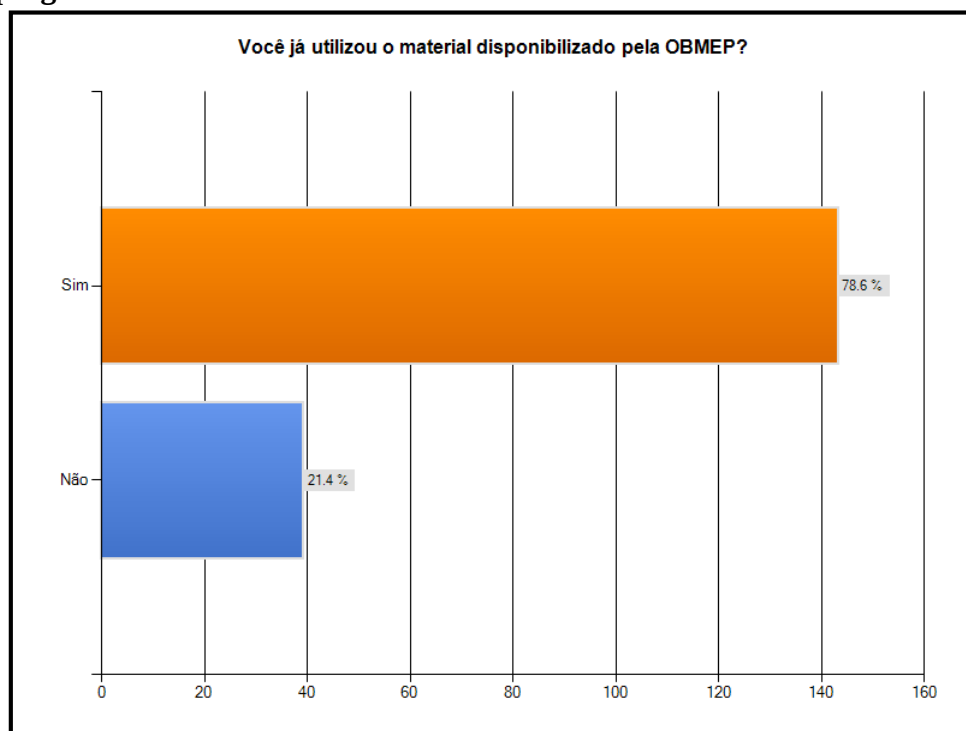
Primeira pergunta.



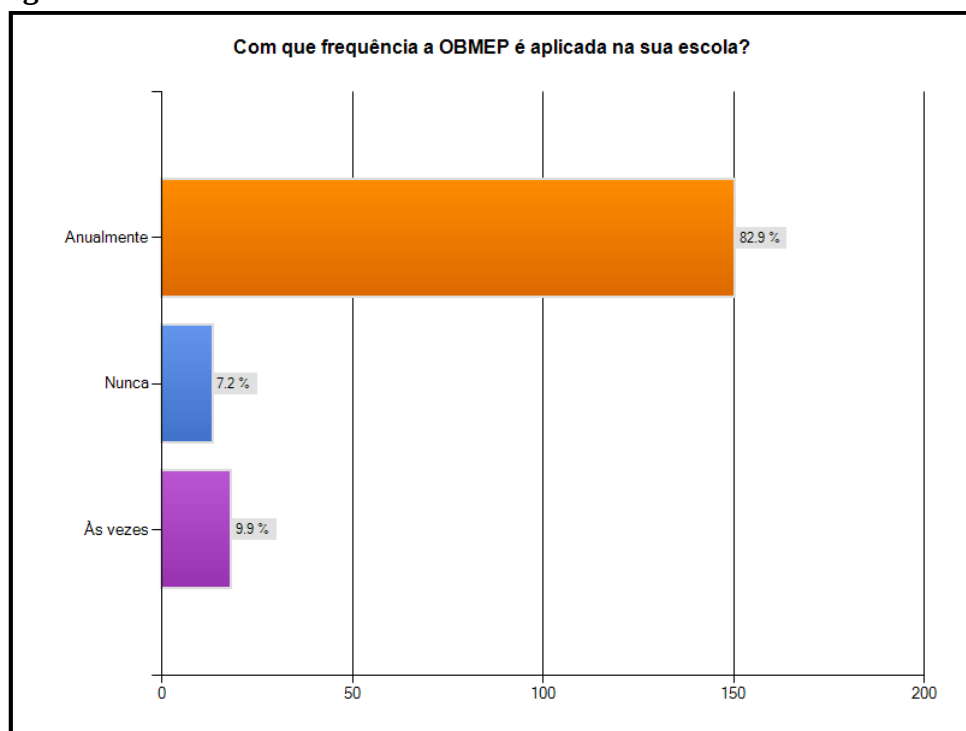
Segunda pergunta.



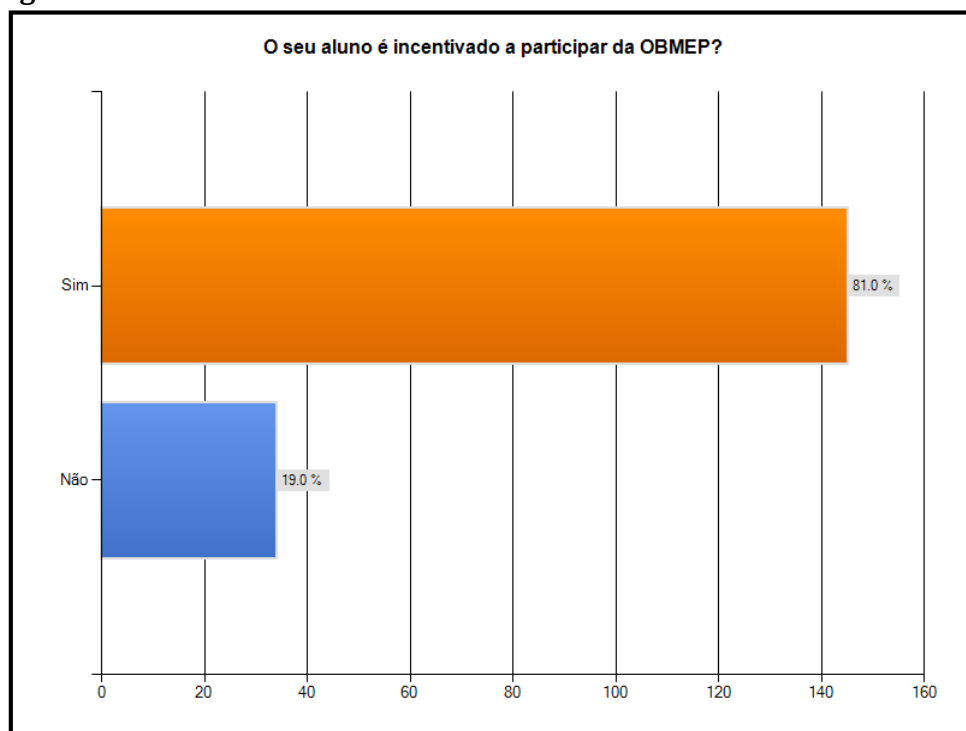
Terceira pergunta.



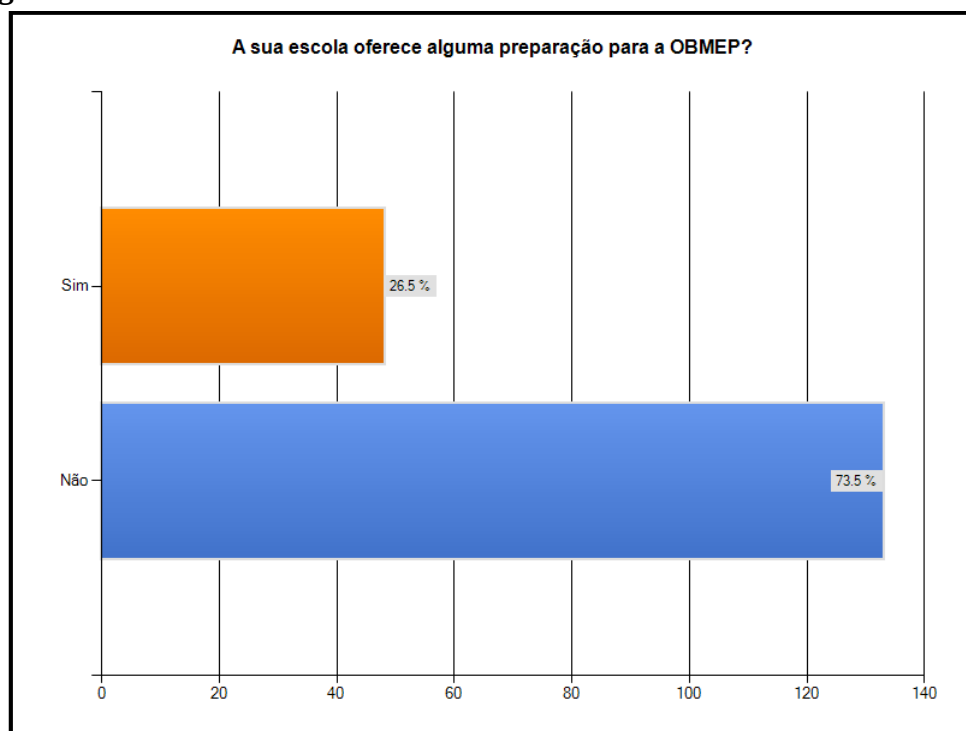
Quarta pergunta.



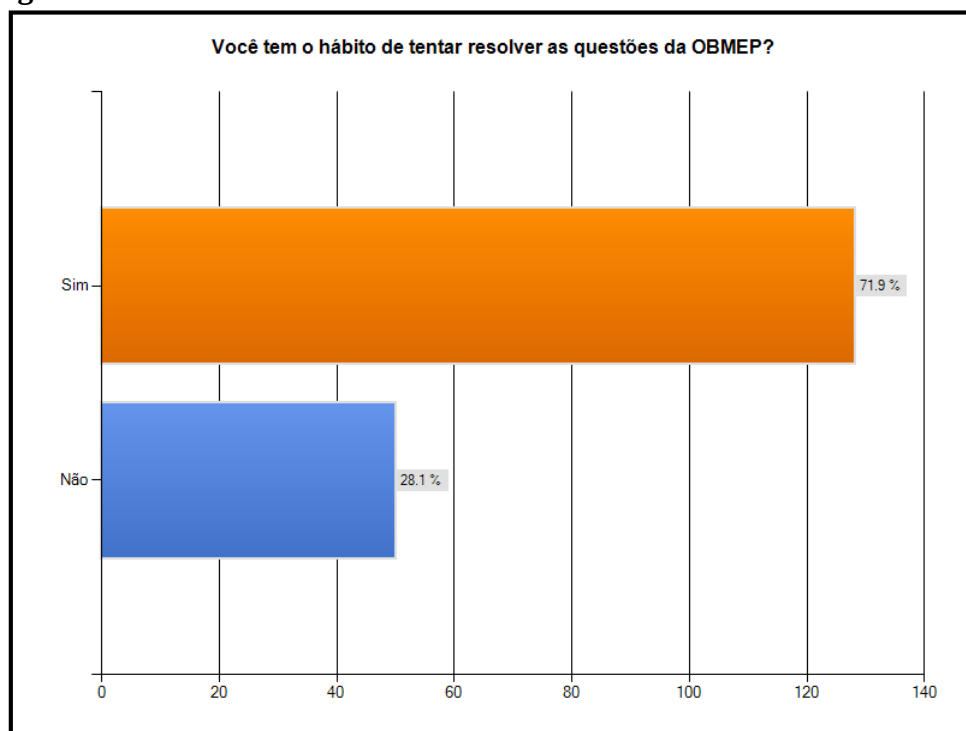
Quinta pergunta.



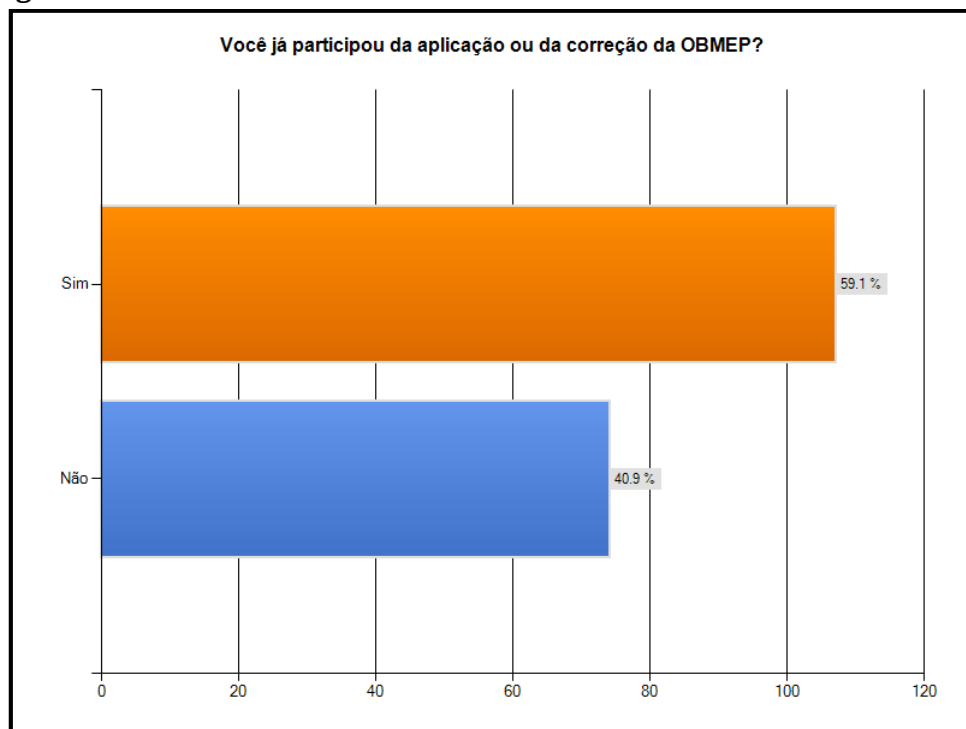
Sexta pergunta.



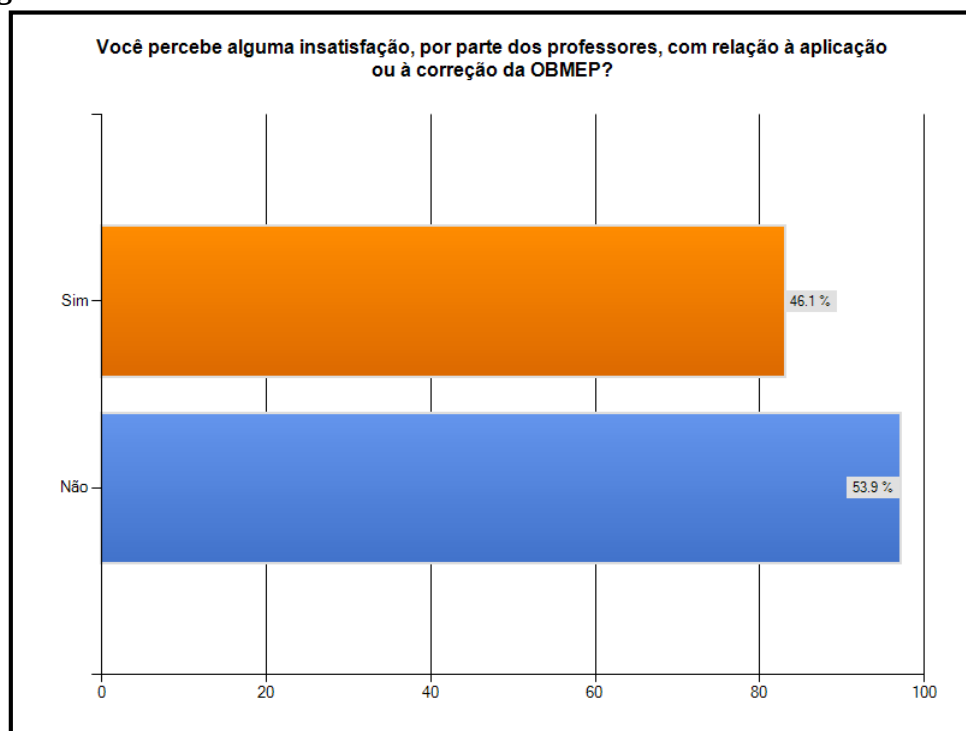
Sétima pergunta.



Oitava pergunta.



Nona pergunta.



Décima pergunta.

