



**INSTITUTO NACIONAL DE MATEMÁTICA PURA E APLICADA
MESTRADO PROFISSIONAL EM MATEMÁTICA EM REDE NACIONAL**

Carlo Fabiano Maciel de Albuquerque

UMA ANÁLISE CRÍTICA DAS PROVAS DA PRIMEIRA FASE DA OBMEP – NÍVEL 2

Trabalho de Conclusão de Curso do Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional, apresentado ao Instituto Nacional de Matemática Pura e Aplicada como requisito parcial para a obtenção do título de Mestre.

Orientador: Prof. Paulo Cezar Pinto Carvalho, PhD.

Rio de Janeiro
Fevereiro de 2013

UMA ANÁLISE CRÍTICA DAS PROVAS DA PRIMEIRA FASE DA OBMEP – NÍVEL 2

Trabalho de Conclusão de Curso do Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional, apresentado ao Instituto Nacional de Matemática Pura e Aplicada como requisito parcial para a obtenção do título de Mestre.

Carlo Fabiano Maciel de Albuquerque

Aprovado por:

Paulo Cezar Pinto Carvalho (Orientador – IMPA)

Carlos Gustavo Moreira (IMPA)

Michel Spira (UFMG)

Adán Corcho (Suplente – UFRJ)

Rio de Janeiro
Fevereiro de 2013

Dedicatória

Aos meus alunos, que me ensinaram o valor e o verdadeiro sentimento do que é ser um professor.

Agradecimentos

Ao Prof. Paulo Cezar Pinto Carvalho, PhD, sereno e competente, agradeço por sua zelosa orientação.

A Ailton, Cláudio, Clayton, Josimar e Sandro, mestrandos do IMPA e integrantes do grupo de estudos, do qual fiz parte no programa de mestrado, mostro-me grato pela qualidade dos diálogos de forma a facilitar meu aprendizado.

À minha família, pelo apoio e ensinamentos ao longo de minha vida. A você, Andréa, que não mediu esforços para a concretização de mais essa etapa da minha vida.

Resumo

UMA ANÁLISE CRÍTICA DAS PROVAS DA PRIMEIRA FASE DA OBMEP – NÍVEL 2

Carlo Fabiano Maciel de Albuquerque ¹

Orientador: Prof. Paulo Cezar Pinto Carvalho, PhD.

O presente texto, elaborado por um professor com experiência na rede pública, apresenta uma análise crítica das provas da Primeira Fase da Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas (OBMEP), Nível 2, dos anos 2011 e 2012. O desenvolvimento do trabalho começa com a análise das questões e de uma comparação do resultado dessa análise com os dados (percentuais de acerto) recebidos da Fundação Carlos Chagas (FCC). Em seguida, foi proposto um questionário eletrônico, respondido por professores da rede pública, a fim de se conhecer o envolvimento destes professores com a OBMEP. Por fim, são estabelecidas considerações e recomendações destinadas aos professores em exercício na rede pública e à OBMEP.

Palavras-chave:

OBMEP; olimpíada de matemática; escolas públicas.

¹ Porções deste trabalho foram feitas com a colaboração do Prof. Ailton Artimos da Matta.

Sumário

1. Introdução	1
2. Análise das Provas	3
2.1. Prova de 2011 – Nível 2	4
2.2. Prova de 2012 – Nível 2	16
2.3. Comparação das Provas	28
3. Comparação da análise prévia com o desempenho dos alunos.....	29
3.1. Comparação dos resultados	31
3.2. Questões transversais.....	44
4. Conclusão.....	50
5. Referências bibliográficas.....	56
6. Anexo - Questionário.....	57

Lista de quadros

Quadro 1. Correspondência entre o nível da prova e a escolaridade.	1
Quadro 2. Prova de 2011 – Nível 2 – Fabiano	15
Quadro 3. Prova de 2011 – Nível 2 – Ailton.....	15
Quadro 4. Prova de 2012 – Nível 2 – Fabiano	27
Quadro 5. Prova de 2012 – Nível 2 – Ailton.....	27
Quadro 6. Prova de 2011 – Nível 2 – FCC	29
Quadro 7. Prova de 2011 – Nível 2 – FCC	30
Quadro 8. Prova de 2012 – Nível 2 – FCC	30
Quadro 9. Prova de 2012 – Nível 2 – FCC	30
Quadro 10. Prova de 2011 – Nível 2.....	31
Quadro 11. Análise comparativa – Questão 6.....	32
Quadro 12. Análise comparativa – Questão 9.....	33
Quadro 13. Análise comparativa – Questão 10.....	34
Quadro 14. Análise comparativa – Questão 11	35
Quadro 15. Análise comparativa – Questão 13.....	36
Quadro 16. Análise comparativa – Questão 17.....	37
Quadro 17. Prova de 2012 – Nível 2.....	38
Quadro 18. Análise comparativa – Questão 2.....	39
Quadro 19. Análise comparativa – Questão 3.....	40
Quadro 20. Análise comparativa – Questão 5.....	41
Quadro 21. Análise comparativa – Questão 20.....	42
Quadro 22. Análise comparativa – Questão 11	43
Quadro 23. Questões transversais por ano	44
Quadro 24. Questões transversais de 2011.....	44
Quadro 25. Questões transversais de 2012.....	46

Lista de gráficos

Gráfico 1. Fabiano.....	15
Gráfico 2. Ailton	15
Gráfico 3. Fabiano.....	27
Gráfico 4. Ailton	27

1. Introdução

A Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas (OBMEP), como parte do programa de Popularização de Ciência, Tecnologia e Inovação e Melhoria do Ensino do Ministério de Ciência, Tecnologia e Inovação (MCTI), tem por objetivo contribuir para a qualidade da educação básica por meio de promoção e estímulo do estudo da Matemática entre alunos das escolas públicas, de forma a promover o desenvolvimento científico e tecnológico com significativos ganhos sociais para o país.

Deste modo, a OBMEP se consolida como uma avaliação desafiadora no cenário educacional, apostando que jovens talentosos possam ser identificados e que tantos outros possam ser estimulados cognitivamente, alcançando estágios mais elaborados de desenvolvimento intelectual.

O Instituto Nacional de Matemática Pura e Aplicada (IMPA) e a Sociedade Brasileira de Matemática (SBM), responsáveis pela organização da OBMEP e compreendendo a extensão e a força política da OBMEP, disponibilizam ferramentas didáticas, tais como as provas com as soluções e os materiais instrucionais, que objetivam o aperfeiçoamento do corpo docente e discente das escolas e o estímulo do estudo da Matemática. Em consonância com a amplitude do programa, universal e democrático, as ferramentas citadas são acessadas através do *link* www.obmep.org.br.

A OBMEP é realizada anualmente em duas fases, em três níveis de escolaridade, sendo a primeira com 20 questões objetivas, cada uma com apenas uma opção correta dentre as cinco apresentadas e 2h 30min (duas horas e trinta minutos) de duração. Na Primeira Fase, são selecionados os 5% (cinco por cento) do total de alunos inscritos em cada escola, classificando-os para a Segunda Fase.

Quadro 1. Correspondência entre o nível da prova e a escolaridade.

OBMEP	Escolaridade dos alunos
Nível 1	6 ^o e 7 ^o anos do E.F.
Nível 2	8 ^o e 9 ^o anos do E.F.
Nível 3	1 ^o , 2 ^o e 3 ^o anos do E.M.

Aos alunos medalhistas são oferecidas bolsas dos programas do Conselho Nacional do Desenvolvimento Científico e Tecnológico (CNPq) e da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES) e prêmios aos professores, escolas e secretarias de educação.

Este trabalho é desenvolvido em três etapas:

Primeira etapa. O autor analisou as provas da Primeira Fase da OBMEP, Nível 2, de 2011 e de 2012 e avaliou se os conteúdos exigidos estavam adequados à escolaridade a que se destinava ou se dependia de conhecimentos que os alunos só adquiririam mais tarde; se a linguagem adotada era adequada à escolaridade e à maturidade dos alunos; se o enunciado era suficientemente claro e se havia falta ou excesso de informações. Nessa análise, cada questão foi classificada como fácil, média ou difícil. Por fim, as provas foram comparadas entre si, quanto ao grau de dificuldade. Paralelamente, e de forma independente, o Prof. Ailton Artimos da Matta realizava no seu TCC a mesma análise e avaliação..

Segunda etapa. O autor realizou a comparação de suas análises com as de Ailton e também com os dados estatísticos recebidos da Fundação Carlos Chagas (FCC) que indicavam a porcentagem de acerto de cada questão, apontando as discrepâncias e as possíveis causas que as originaram; identificou e analisou as questões presentes em mais de um nível, isto é, as questões transversais; e aplicou um questionário eletrônico². É importante ressaltar que os dados da FCC só foram disponibilizados para o autor após o término da primeira etapa.

Terceira etapa. O autor concluiu o trabalho apresentando suas considerações e recomendações obtidas a partir de suas percepções e das respostas do questionário eletrônico de dez perguntas, respondido por 183 professores da rede pública.

² Disponível em: <<http://www.surveymonkey.com/s/5QWSC3P>>. Acesso em: 29 jan 2013.

2. Análise das Provas

Neste capítulo são apresentadas as análises das questões, Nível 2, dos anos 2011 e 2012, segundo a adequação do conteúdo, da linguagem e da clareza em relação à escolaridade ou à maturidade dos alunos.

A classificação da questão como fácil, média ou difícil, atendeu ao seguinte critério:

Questão fácil. A maioria dos alunos bem preparados (isto é, que são aprovados sem dificuldade na disciplina) deve ser capaz de resolver.

Questão média. Cerca de metade dos alunos bem preparados deve ser capaz de resolver.

Questão difícil. Mesmo os alunos bem preparados devem ter dificuldades em resolver.

Após o término das análises das questões, as duas provas foram comparadas entre si quanto ao grau de dificuldade.

As análises do autor e de Ailton, apresentadas neste capítulo, são decorrentes das suas percepções e foram realizadas de forma independente, sem a comunicação entre os mesmos e sem o conhecimento da porcentagem de acerto de cada questão. Mais claramente, a análise das questões terminou em dezembro de 2012 e os dados estatísticos da FCC só foram recebidos pelo autor e por Ailton em janeiro de 2013.

2.1.Prova de 2011 – Nível 2

1. Quantos copos de 130 mililitros é possível encher, até a borda, com dois litros de água?

A) 11
B) 12
C) 13
D) 14
 E) 15



Fabiano. Questão fácil, de enunciado claro, com conteúdo adequado, linguagem de acordo com a escolaridade e de fácil interpretação. Porém, todas as letras servem como resposta já que a questão não deixou claro que estava se referindo ao número máximo de copos cheios.

Ailton. Conteúdo e linguagem adequados. No enunciado deveria ser colocada a expressão “no máximo”..

Redação original: *Quantos copos de 130 mililitros é possível encher, até a borda, com dois litros de água?*

Redação proposta: Quantos copos de 130 mililitros, no máximo, é possível encher com dois litros de água?

A questão é fácil, pois exige, minimamente, que o aluno domine as operações fundamentais da aritmética.

2. Qual é o resto da divisão de $1 \times 2 \times 3 \times 4 \times \dots \times 2011 + 21$ por 8?

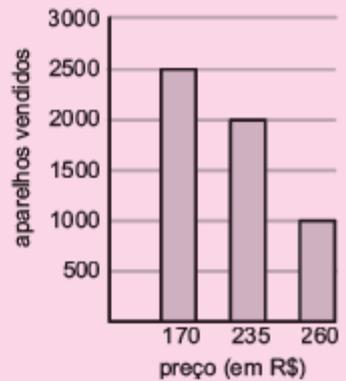
A) 2
B) 3
 C) 5
D) 6
E) 7

Fabiano. Questão fácil, de enunciado claro, com conteúdo adequado, linguagem de acordo com a escolaridade e de fácil interpretação.

Ailton. Conteúdo e linguagem adequados. A questão é fácil, pois exige que o aluno compreenda o significado do resto em uma divisão de um número natural por outro.

3. O gráfico mostra o resultado da venda de celulares pela empresa BARATOCEL no ano de 2010. Qual foi o preço médio, em reais, dos celulares vendidos nesse ano?

- A) 180
- B) 200
- C) 205
- D) 210
- E) 220

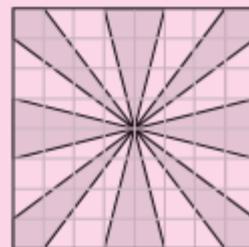


Fabiano. Questão fácil, de enunciado claro, com conteúdo adequado, linguagem de acordo com a escolaridade e de fácil interpretação.

Ailton. Conteúdo e linguagem adequados. A questão é fácil, pois exige que o aluno, além da leitura do gráfico, saiba a definição de média.

4. Na figura, os lados do quadrado foram divididos em oito partes iguais. Qual é a razão entre a área cinza e a área desse quadrado?

- A) $\frac{1}{2}$
- B) $\frac{3}{5}$
- C) $\frac{5}{8}$
- D) $\frac{3}{4}$
- E) 1

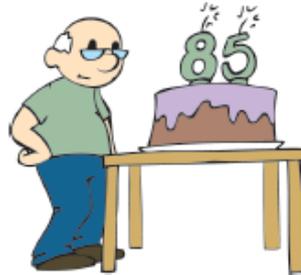


Fabiano. Questão fácil, de enunciado claro, com conteúdo adequado, linguagem de acordo com a escolaridade e de fácil interpretação.

Ailton. Conteúdo e linguagem adequados. A questão é de dificuldade média e exige que o aluno saiba calcular área.

5. Vovô Eduardo comemorou todos os seus aniversários a partir dos 40 anos colocando, no bolo, velinhas em forma de algarismos de 0 a 9 para indicar sua idade. Primeiro ele comprou as velinhas de números 0 e 4. Ele sempre guardou as velinhas para usar nos próximos aniversários, comprando uma nova somente quando não era possível indicar sua idade com as guardadas. Hoje vovô Eduardo tem 85 anos. Quantas velinhas ele comprou até hoje?

- A) 10
- B) 11
- C) 13
- D) 14
- E) 16

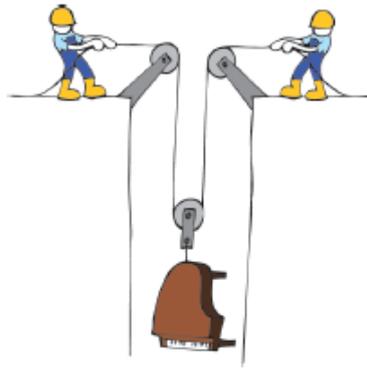


Fabiano. Questão fácil, de enunciado claro, com conteúdo adequado, linguagem de acordo com a escolaridade e de fácil interpretação. Exige um pouco mais atenção em relação às anteriores devido ao que se deseja como resposta.

Ailton. Conteúdo e linguagem adequados. A questão é fácil, pois exige que o aluno faça contagem direta.

6. A figura mostra dois homens erguendo um piano com uma corda. Se um dos homens puxar 15 m de corda e o outro puxar 25 m, quantos metros o piano vai subir?

- A) 15
- B) 20
- C) 25
- D) 30
- E) 40

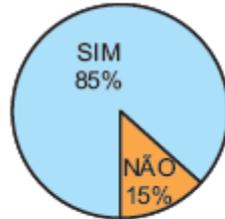


Fabiano. Questão com grau de dificuldade média, de enunciado claro, com conteúdo adequado, linguagem de acordo com a escolaridade e de fácil interpretação. Porém, os alunos teriam que saber que a polia móvel divide ao meio essa medida. O enunciado poderia explicar isso, não deixando assim, que a falta desse conhecimento fosse algo impeditivo para a resolução da questão.

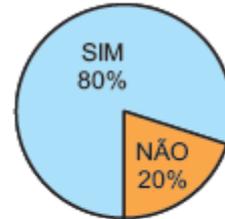
Ailton. Conteúdo e linguagem adequados. A questão é fácil, mas exige que o aluno entenda o funcionamento do sistema físico apresentado.

7. A figura mostra o resultado de uma pesquisa sobre a aquisição de eletrodomésticos da qual participaram 1000 pessoas. Com base nesses dados, pode-se afirmar que o número de pessoas que possuem os dois eletrodomésticos é, no mínimo:

- A) 500
- B) 550
- C) 650
- D) 700
- E) 800



Possui televisão?



Possui geladeira?

Fabiano. Questão de dificuldade média, de enunciado claro, com conteúdo adequado, linguagem de acordo com a escolaridade e de fácil interpretação.

Ailton. Conteúdo e linguagem adequados. A questão é de dificuldade média, pois requer do aluno um pouco de raciocínio e de abstração.

8. Quatro times disputaram um torneio de futebol em que cada um jogou uma vez contra cada um dos outros. Se uma partida terminasse empatada, cada time ganhava um ponto; caso contrário, o vencedor ganhava três pontos e o perdedor, zero. A tabela mostra a pontuação final do torneio. Quantos foram os empates?

Time	Pontos
Cruzinthians	5
Flameiras	3
Nauritiba	3
Gremiense	2

- A) 2
- B) 3
- C) 4
- D) 5
- E) 6

Fabiano. Questão de dificuldade média, de enunciado claro, com conteúdo adequado, linguagem de acordo com a escolaridade e de fácil interpretação.

Ailton. Conteúdo e linguagem adequados. A questão é de dificuldade média, pois pode ser resolvida através da montagem e resolução de um sistema de equações do 1º grau com duas variáveis.

9. Adão atribuiu um valor numérico a cada letra do alfabeto. Multiplicando os valores atribuídos às letras, ele obteve PAPAI=12, GALO=5 e PAPAGAIO=24. Qual é o valor que ele atribuiu à letra L?

- A) $\frac{1}{4}$
- B) $\frac{5}{8}$
- C) $\frac{10}{3}$
- D) 2
- E) $\frac{5}{2}$

Fabiano. Questão fácil, de enunciado claro, com conteúdo adequado, linguagem de acordo com a escolaridade e de fácil interpretação.

Ailton. Conteúdo e linguagem adequados. A questão é fácil, pois exige que o aluno saiba operar, minimamente, polinômios.

10. Um triângulo equilátero e um hexágono regular têm o mesmo perímetro. A área do hexágono é 6 m^2 . Qual é a área do triângulo?

- A) 2 m^2
- B) 3 m^2
- C) 4 m^2
- D) 5 m^2
- E) 6 m^2



Fabiano. Questão fácil, de enunciado claro, com conteúdo adequado, linguagem de acordo com a escolaridade e de fácil interpretação.

Ailton. Conteúdo e linguagem adequados. A questão é de dificuldade média, pois exige que o aluno perceba a decomposição de polígonos como um facilitador.

11. João e Ana são irmãos. João tem cinco irmãos a mais do que irmãs. Quantos irmãos Ana tem a mais do que irmãs?

- A) 2
- B) 3
- C) 5
- D) 6
- E) 7

Fabiano. Questão de dificuldade média, de enunciado claro, com conteúdo adequado, linguagem de acordo com a escolaridade e de fácil interpretação.

Ailton. Conteúdo e linguagem adequados. A questão é fácil, pois uma única conjectura feita pelo aluno é suficiente para acertar a questão.

12. Pedro tem dois cubos com faces numeradas, com os quais ele consegue indicar os dias do mês de 01 a 31. Para formar as datas, os cubos são colocados lado a lado e podem ser girados ou trocados de posição. A face com o 6 também é usada para mostrar o 9. Na figura ao lado, os cubos mostram o dia 03. Qual é a soma dos números das quatro faces **não** visíveis no cubo da esquerda?

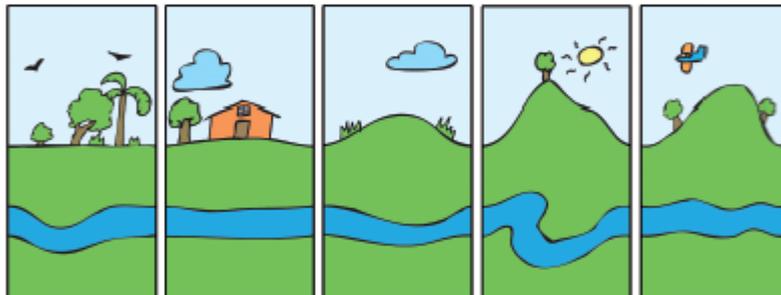
- A) 15
- B) 16
- C) 18
- D) 19
- E) 20



Fabiano. Questão de dificuldade média, de enunciado claro, com conteúdo adequado, linguagem de acordo com a escolaridade e de fácil interpretação.

Ailton. Conteúdo e linguagem adequados. A questão é de dificuldade média, pois exige que o aluno conjecture algumas possibilidades de resultados.

13. Podemos montar paisagens colocando lado a lado, em qualquer ordem, os cinco quadros da figura. Trocando a ordem dos quadros uma vez por dia, por quanto tempo, aproximadamente, é possível evitar que uma mesma paisagem se repita?



- A) uma semana
- B) um mês
- C) dois meses
- D) quatro meses
- E) seis meses

Fabiano. Questão fácil, de enunciado claro, com conteúdo adequado, linguagem de acordo com a escolaridade e de fácil interpretação.

Ailton. Conteúdo e linguagem adequados. A questão é fácil, pois depende do aluno usar o princípio multiplicativo.

14. Tia Geralda sabe que um de seus sobrinhos Ana, Bruno, Cecília, Daniela ou Eduardo comeu todos os biscoitos. Ela também sabe que o culpado sempre mente e que os inocentes sempre dizem a verdade.



- Bruno diz: “O culpado é Eduardo ou Daniela.”
- Eduardo diz: “O culpado é uma menina.”
- Por fim, Daniela diz: “Se Bruno é culpado então Cecília é inocente.”

Quem comeu os biscoitos?

- A) Ana
- B) Bruno
- C) Cecília
- D) Daniela
- E) Eduardo

Fabiano. Questão de dificuldade média, de enunciado claro, com conteúdo adequado, linguagem de acordo com a escolaridade e de fácil interpretação.

Ailton. A questão é difícil e não é proposta aos alunos frequentemente. A questão é inadequada ao Nível 2..

15. Alvino está a meio quilômetro da praia quando começa a entrar água em seu barco, a 40 litros por minuto. O barco pode suportar, no máximo, 150 litros de água sem afundar. A velocidade do barco é 4 quilômetros por hora. Quantos litros de água por minuto, no mínimo, Alvino deve tirar do barco para chegar à praia?



- A) 20
- B) 24
- C) 28
- D) 30
- E) 32

Fabiano. Questão fácil, de enunciado claro, com conteúdo adequado, linguagem de acordo com a escolaridade e de fácil interpretação.

Ailton. Conteúdo e linguagem adequados. A questão é de dificuldade média, pois exige que o aluno saiba lidar com proporcionalidades.

16. Márcia cortou quatro tiras retangulares de mesma largura, cada uma de um dos lados de uma folha de papel medindo 30 cm por 50 cm. O perímetro do pedaço de papel que sobrou é 85% do perímetro da folha original. Qual é a largura das tiras?

- A) 2 cm
- B) 2,5 cm
- C) 3 cm
- D) 3,2 cm
- E) 3,5 cm



Fabiano. Questão fácil, de enunciado claro, com conteúdo adequado, linguagem de acordo com a escolaridade e de fácil interpretação. Porém, o entendimento do que são tiras pode variar. Sendo assim, a questão poderia trazer uma figura que deixasse bem claro o que foi explicado no enunciado.

Ailton. Conteúdo e linguagem adequados. A questão é fácil, pois depende do aluno relacionar os perímetros antes e depois dos cortes.

17. Mariana escreveu as decomposições em fatores primos dos números naturais de 2 a 100:

2, 3, 2×2 , 5, 2×3 , ..., $3 \times 3 \times 11$, $2 \times 2 \times 5 \times 5$.

Quantas vezes ela escreveu o algarismo 2?

- A) 99
- B) 104
- C) 152
- D) 188
- E) 191

Fabiano. Questão difícil, de enunciado claro, com conteúdo adequado, linguagem de acordo com a escolaridade e de fácil interpretação. Exigia uma atenção maior devido à natureza da pergunta.

Ailton. Conteúdo e linguagem adequados. A questão é difícil, pois a resolução da questão, além de ser extensa, requer a percepção de detalhes.

18. Na multiplicação indicada na figura os asteriscos representam algarismos, iguais ou não. Qual é a soma dos números que foram multiplicados?

- A) 82
- B) 95
- C) 110
- D) 127
- E) 132

$$\begin{array}{r}
 \ast \ast \\
 \times \ast \ast \\
 \hline
 \ast \ast \ast \\
 + \ast \ast \\
 \hline
 1656
 \end{array}$$

Fabiano. Questão difícil, de enunciado claro, com conteúdo adequado, linguagem de acordo com a escolaridade e de fácil interpretação. Exige por parte do aluno mais atenção e domínio de resolução de problemas, devido as etapas necessárias para se chegar à resposta.

Ailton. Conteúdo e linguagem adequados. A questão é difícil, pois exige que o aluno decomponha o número em fatores primos e conjecture algumas possibilidades de resultados.

19. Uma caixa contém 105 bolas pretas, 89 bolas cinzentas e 5 bolas brancas. Fora da caixa há bolas brancas em quantidade suficiente para efetuar repetidamente o seguinte procedimento, até que sobrem duas bolas na caixa:

- retiram-se, sem olhar, duas bolas da caixa;
- se as bolas retiradas forem de cores diferentes, a de cor mais escura é devolvida para a caixa;
- caso contrário, descartam-se as bolas retiradas e coloca-se na caixa uma bola branca.

Sobre as cores das duas bolas que sobram, pode-se garantir que

- A) as duas serão brancas.
- B) as duas serão cinzentas.
- C) as duas serão pretas.
- D) exatamente uma será preta.
- E) exatamente uma será cinzenta.



Fabiano. Questão difícil, de enunciado claro, com conteúdo adequado, linguagem de acordo com a escolaridade e de fácil interpretação. Exigia uma atenção maior devido a etapas necessárias para se chegar à resposta.

Ailton. Conteúdo e linguagem adequados. A questão é difícil, pois exige raciocínio e capacidade de abstração.

20. Rubens dirige seu carro com velocidade constante. Ele presta muita atenção nas placas da estrada que indicam a distância, em quilômetros, à cidade de Paraqui. Na primeira placa ele vê um número de três algarismos com um zero no meio. Quarenta e cinco minutos depois, ele passa por uma segunda placa e vê um número de dois algarismos, formado pelos mesmos algarismos da primeira placa em ordem inversa e sem o zero. Passados mais quarenta e cinco minutos, ele vê uma terceira placa com um número formado pelos mesmos dois algarismos da segunda placa. Qual é a velocidade do Rubens, em quilômetros por hora?

- A) 60
- B) 70
- C) 80
- D) 90
- E) 100

Fabiano. Questão difícil, de enunciado claro, com conteúdo adequado, linguagem de acordo com a escolaridade e de fácil interpretação. Exigia uma atenção maior devido a etapas necessárias para se chegar à resposta.

Ailton. Conteúdo e linguagem adequados. A questão é difícil, pois exige que o aluno saiba representar um número na base decimal, além de conhecer o conceito de velocidade.

Quadros e Gráficos.

Buscando um entendimento global da prova quanto ao seu grau de dificuldade, as análises feitas acima foram resumidas nos quadros e gráficos apresentados a seguir.

Quadro 2. Prova de 2011 – Nível 2 – Fabiano

Grau de dificuldade	Questão	Número de questões
Fácil	1, 2, 3, 4, 5, 9, 10, 13, 15 e 16	10
Média	6, 7, 8, 11, 12 e 14	6
Difícil	17, 18, 19 e 20	4

Quadro 3. Prova de 2011 – Nível 2 – Ailton

Grau de dificuldade	Número da questão	Número de questões
Fácil	1, 2, 3, 5, 6, 9, 11, 13 e 16	9
Média	4, 7, 8, 10, 12 e 15	6
Difícil	14, 17, 18, 19 e 20	5

Gráfico 1. Fabiano

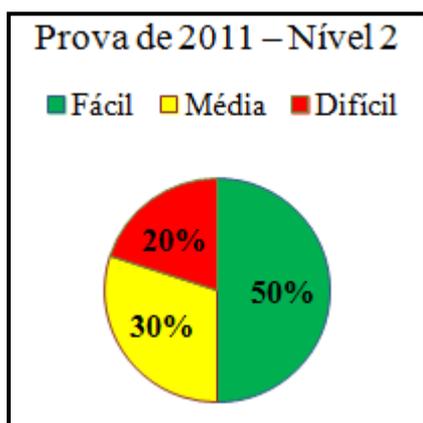
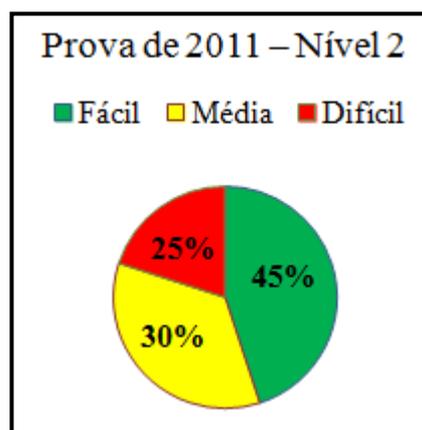


Gráfico 2. Ailton



2.2. Prova de 2012 – Nível 2

1. O valor de $1000 \times 20,12 \times 2,012 \times 100$ é:

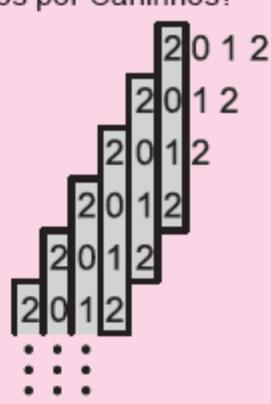
- A) $(20120)^2$
- B) $(2,012)^2$
- C) $(201,2)^2$
- D) $(20,12)^2$
- E) $(2012)^2$

Fabiano. Questão fácil, de enunciado claro, com conteúdo adequado, linguagem de acordo com a escolaridade e de fácil interpretação.

Ailton. Conteúdo e linguagem adequados. A questão é muito fácil.

2. Carlinhos escreveu várias vezes o número 2012 horizontalmente, como indicado na figura. Em seguida, ele desenhou 2012 retângulos, cada um ao redor de cada um dos números 2012 que podiam ser lidos verticalmente. Qual é a soma de todos os algarismos escritos por Carlinhos?

- A) 10000
- B) 10060
- C) 10075
- D) 12012
- E) 20120



Fabiano. Questão de dificuldade média, de enunciado claro, com conteúdo adequado, linguagem de acordo com a escolaridade e de fácil interpretação.

Ailton. Conteúdo e linguagem adequados. A questão é fácil e exige que o aluno visualize os três primeiros e os três últimos números horizontais.

3. Um quadrado de lado 1 cm roda em torno de um quadrado de lado 2 cm, como na figura, partindo da posição inicial e completando um giro cada vez que um de seus lados fica apoiado em um lado do quadrado maior.

Qual das figuras a seguir representa a posição dos dois quadrados após o 2012º giro?

A) B) C) D) E)

Fabiano. Questão de dificuldade média, de enunciado claro, com conteúdo adequado, linguagem de acordo com a escolaridade e de fácil interpretação.

Ailton. Conteúdo e linguagem adequados. A questão é fácil, pois exige que o aluno identifique quantos giros o quadrado dá até retornar a posição inicial.

4. A professora Luísa observou que o número de meninas de sua turma dividido pelo número de meninos dessa mesma turma é 0,48. Qual é o menor número possível de alunos dessa turma?

A) 24
 B) 37
 C) 40
 D) 45
 E) 48

Fabiano. Questão fácil, de enunciado claro, com conteúdo adequado, linguagem de acordo com a escolaridade e de fácil interpretação.

Ailton. Conteúdo e linguagem adequados. A questão é fácil.

5. Uma caixa contém bolas brancas e pretas. Daniel retirou 60% das bolas, observou que 55% dessas bolas eram brancas e devolveu todas as bolas para a caixa. Qual é o maior percentual possível de bolas brancas na caixa?

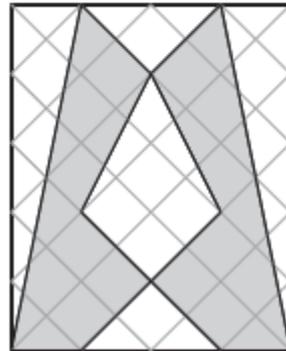
- A) 60%
- B) 65%
- C) 68%
- D) 73%
- E) 75%

Fabiano. Questão fácil, de enunciado claro, com conteúdo adequado, linguagem de acordo com a escolaridade e de fácil interpretação.

Ailton. Conteúdo e linguagem adequados. A questão é de dificuldade média, pois requer do aluno um pouco mais de raciocínio e de abstração.

6. O retângulo ao lado, que foi recortado de uma folha de papel quadriculado, mede 4 cm de largura por 5 cm de altura. Qual é a área da região cinzenta?

- A) 10 cm²
- B) 11 cm²
- C) 12,5 cm²
- D) 13 cm²
- E) 14,5 cm²



Fabiano. Questão fácil, de enunciado claro, com conteúdo adequado, linguagem de acordo com a escolaridade e de fácil interpretação.

Ailton. Conteúdo e linguagem adequados. A questão é de dificuldade média e exige que o aluno saiba calcular área.

7. Ana escreveu cinco números em uma folha de papel. Escondendo cada um deles e somando os outros quatro, ela obteve os seguintes resultados: 29, 32, 35, 39 e 41. Qual é a soma do maior com o menor dos números que Ana escreveu?

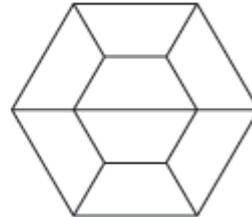
- A) 10
- B) 12
- C) 15
- D) 18
- E) 20

Fabiano. Questão fácil, de enunciado claro, com conteúdo adequado, linguagem de acordo com a escolaridade e de fácil interpretação.

Ailton. Conteúdo e linguagem adequados. A questão é de dificuldade média, pois exige que o aluno resolva um sistema de equações ou tenha uma boa capacidade de abstração.

8. A figura foi formada por oito trapézios isósceles idênticos, cuja base maior mede 10 cm. Qual é a medida, em centímetros, da base menor de cada um desses trapézios?

- A) 4
- B) 4,5
- C) 5
- D) 5,5
- E) 6



Fabiano. Questão fácil, de enunciado claro, com conteúdo adequado, linguagem de acordo com a escolaridade e de fácil interpretação.

Ailton. Conteúdo e linguagem adequados. A questão é de dificuldade média, pois exige que o aluno saiba lidar com polígonos regulares.

9. Renata montou uma sequência de triângulos com palitos de fósforo, seguindo o padrão indicado na figura. Um desses triângulos foi construído com 135 palitos de fósforo. Quantos palitos formam o lado desse triângulo?

A) 6
 B) 7
 C) 8
 D) 9
 E) 10

Fabiano. Questão de dificuldade média, de enunciado claro, com conteúdo adequado, linguagem de acordo com a escolaridade e de fácil interpretação. Exige experiência este tipo de questão, pois perceber a sequência e sua lei geral não é muito simples.

Ailton. Conteúdo e linguagem adequados. A questão é de dificuldade média a, pois exige que o aluno identifique o padrão numérico de palitos na formação dos triângulos.

10. Se A e B representam algarismos diferentes e o valor de $A \times A + A$ é o número de dois algarismos AB , qual é o valor de $B \times B + B$?

A) A
 B) B
 C) AB
 D) AA
 E) ABA

Fabiano. Questão fácil, de enunciado claro, com conteúdo adequado, linguagem de acordo com a escolaridade e de fácil interpretação. Porém, experiência neste tipo de questão é quase fundamental.

Ailton. Conteúdo e linguagem adequados. A questão é fácil, pois exige que o aluno reconheça os valores relativos dos algarismos de um número no sistema de numeração decimal.

11. João fez uma viagem de ida e volta entre Pirajuba e Quixajuba em seu carro, que pode rodar com álcool e com gasolina. Na ida, apenas com álcool no tanque, seu carro fez 12 km por litro e na volta, apenas com gasolina no tanque, fez 15 km por litro. No total, João gastou 18 litros de combustível nessa viagem. Qual é a distância entre Pirajuba e Quixajuba?

- A) 60 km
- B) 96 km
- C) 120 km
- D) 150 km
- E) 180 km

Fabiano. Questão difícil, de enunciado claro, com conteúdo adequado, linguagem de acordo com a escolaridade e de fácil interpretação. A resolução passa por várias etapas, motivo este que a levou ser classificada como difícil.

Ailton. Conteúdo e linguagem adequados. A questão é fácil e exige que o aluno utilize o conceito de razão para relacionar as distâncias.

12. Cinco cartas, inicialmente dispostas como na figura, serão embaralhadas. Em cada embaralhamento, a primeira carta passa a ser a segunda, a segunda passa a ser a quarta, a terceira passa a ser a primeira, a quarta passa a ser a quinta e a quinta passa a ser a terceira. Qual será a primeira carta após 2012 embaralhamentos?

Posição inicial

Posição após o primeiro embaralhamento

A) B) C)

D) E)

Fabiano. Questão fácil, de enunciado claro, com conteúdo adequado, linguagem de acordo com a escolaridade e de fácil interpretação. Requer apenas atenção e organização.

Ailton. Conteúdo e linguagem adequados. A questão é fácil, pois exige que o aluno identifique após quantos embaralhamentos o A (ás) retorna a posição inicial.

13. Ana, Bernardo, Célia e Danilo repararam que Danilo é mais alto que Célia e que a diferença entre as alturas de Célia e Ana é igual à diferença entre as alturas de Ana e Danilo. Observaram também que a soma das alturas dos dois rapazes é igual à soma das alturas das duas garotas. Qual das alternativas a seguir é verdadeira?

- A) Célia é mais alta que Ana.
- B) A diferença entre as alturas dos meninos é igual à diferença entre as alturas das meninas.
- C) Célia é a mais baixa do grupo.
- D) A diferença entre as alturas de Danilo e Célia é igual à diferença entre as alturas de Ana e Bernardo.
- E) Ana é a mais alta de todos.

Fabiano. Questão difícil, de enunciado claro, com conteúdo adequado, linguagem de acordo com a escolaridade e de fácil interpretação. A modelagem da questão é a maior dificuldade da questão.

Ailton. Conteúdo e linguagem adequados. A questão é de dificuldade média, pois exige que o aluno sistematize as condições dadas.

14. Fazendo oito cortes em um cubo, perto de seus vértices, obtemos um sólido com 14 faces, que numeramos de 1 a 14. Na figura observamos esse sólido sob dois pontos de vista diferentes. Qual é o número da face oposta à face de número 13?

- A) 5
- B) 6
- C) 7
- D) 11
- E) 12

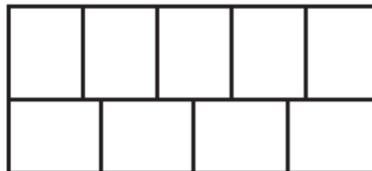


Fabiano. Questão difícil, de enunciado claro, com conteúdo adequado, linguagem de acordo com a escolaridade e de fácil interpretação. Além da resolução passar por várias etapas, a visualização espacial exige muita abstração por parte do aluno.

Ailton. Conteúdo e linguagem adequados. A questão é de dificuldade média, pois exige que o aluno tenha uma boa visão espacial.

15. A figura mostra um retângulo de área 720 cm^2 , formado por nove retângulos menores e iguais. Qual é o perímetro, em centímetros, de um dos retângulos menores?

- A) 20
- B) 24
- C) 30
- D) 36
- E) 48



Fabiano. Questão fácil, de enunciado claro, com conteúdo adequado, linguagem de acordo com a escolaridade e de fácil interpretação.

Ailton. Conteúdo e linguagem adequados. A questão é de dificuldade média, pois exige que aluno utilize o conceito de área e resolva um sistema de equações.

16. Quantos são os números naturais entre 0 e 999 nos quais aparece pelo menos um algarismo 2 e nenhum algarismo 3?

- A) 192
- B) 204
- C) 217
- D) 225
- E) 254

Fabiano. Questão de dificuldade média, de enunciado claro, com conteúdo adequado, linguagem de acordo com a escolaridade e de fácil interpretação. A questão exige um bom conhecimento sobre métodos de contagem.

Ailton. Conteúdo e linguagem adequados. A questão é de dificuldade média, pois envolve uma contagem direta e indireta.

17. Para a decoração da festa junina, Joana colocou em fila 25 bandeirinhas azuis, 14 brancas e 10 verdes, sem nunca deixar que duas bandeirinhas de mesma cor ficassem juntas. O que podemos concluir, com certeza, dessa informação?

- A) Nas extremidades da fila aparecem uma bandeirinha azul e uma branca.
- B) Há cinco bandeirinhas consecutivas nas quais não aparece a cor verde.
- C) Há pelo menos uma bandeirinha branca ao lado de uma verde.
- D) Pelo menos quatro bandeirinhas azuis têm uma branca de cada lado.
- E) Não existe um grupo de três bandeirinhas consecutivas de cores todas diferentes.

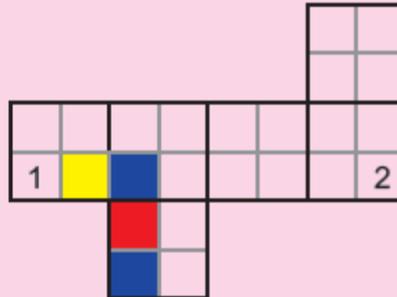


Fabiano. Questão muito difícil, de enunciado claro, com conteúdo adequado, linguagem de acordo com a escolaridade e de fácil interpretação. Além da resolução passar por várias etapas, a questão exige um bom conhecimento sobre métodos de contagem.

Ailton. Conteúdo e linguagem adequados. A questão é difícil, pois exige raciocínio e capacidade de abstração.

18. Cada face de um cubo está dividida em quatro quadrados coloridos de amarelo, azul ou vermelho, de modo que quaisquer dois quadrados com um lado comum têm cores diferentes. A figura ao lado mostra uma planificação desse cubo, com a indicação das cores de quatro quadrados. Quais são as cores dos quadrados indicados com 1 e 2, respectivamente?

- A) vermelho e azul
- B) azul e azul
- C) azul e amarelo
- D) vermelho e vermelho
- E) vermelho e amarelo

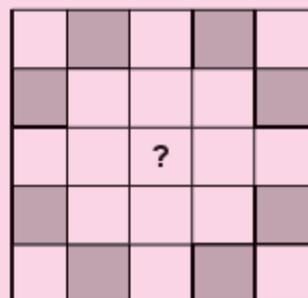


Fabiano. Questão de dificuldade média, de enunciado claro, com conteúdo adequado, linguagem de acordo com a escolaridade e de fácil interpretação. A questão exige uma boa visualização espacial e um bom raciocínio lógico.

Ailton. Conteúdo e linguagem adequados. A questão é fácil e exige que o aluno tenha boa visão espacial.

19. No quadriculado 5×5 ao lado colocam-se os números de 1 a 25, um em cada casa, de modo que a soma dos números que aparecem em cada linha, coluna e diagonal é a mesma. Sabe-se que a soma dos números que aparecem nas casas cinzentas é 104. Qual é o número que aparece na casa central?

- A) 13
- B) 14
- C) 15
- D) 16
- E) 17



Fabiano. Questão de dificuldade média, de enunciado claro, com conteúdo adequado, linguagem de acordo com a escolaridade e de fácil interpretação. A questão exige tempo e experiência.

Ailton. Conteúdo e linguagem adequados. A questão é difícil, pois exige que o aluno perceba que quatro somas específicas resolvem a questão.

20. Três casais fizeram compras em uma livraria. Vitor comprou 3 livros a mais do que Lorena e Pedro comprou 5 livros a mais do que Cláudia. Cada um dos homens comprou 4 livros a mais do que a respectiva esposa. Lorena e Cláudia compraram mais livros do que Bianca, que só comprou 3 livros. Qual das seguintes afirmações é verdadeira?

- A) Vitor comprou mais livros do que Pedro.
- B) Pedro é marido de Cláudia.
- C) Pedro foi o marido que comprou o maior número de livros.
- D) Cláudia comprou um livro a mais do que Lorena.
- E) Vitor é marido de Bianca.

Fabiano. Questão muito difícil, de enunciado claro, com conteúdo adequado, linguagem de acordo com a escolaridade e de fácil interpretação. Além da resolução passar por várias etapas, a questão exige muita experiência em raciocínio lógico.

Ailton. Conteúdo e linguagem adequados. A questão é difícil, pois exige que o aluno sistematize as suas observações.

Quadros e Gráficos.

Buscando um entendimento global da prova quanto ao seu grau de dificuldade, as análises feitas acima foram resumidas nos quadros e gráficos apresentados a seguir.

Quadro 4. Prova de 2012 – Nível 2 – Fabiano

Grau de dificuldade	Número da questão	Número de questões
Fácil	1, 4, 5, 6, 7, 8, 10, 12 e 15	9
Média	2, 3, 9, 16, 18 e 19	6
Difícil	11, 13, 14, 17 e 20	5

Quadro 5. Prova de 2012 – Nível 2 – Ailton

Grau de dificuldade	Número da questão	Número de questões
Fácil	1, 2, 3, 4, 10, 11, 12 e 18	8
Média	5, 6, 7, 8, 9, 13, 14, 15 e 16	9
Difícil	17, 19 e 20	3

Gráfico 3. Fabiano

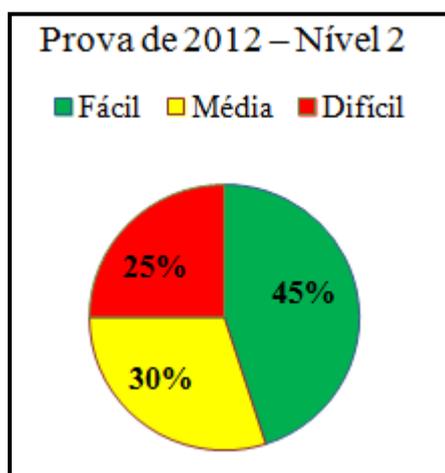
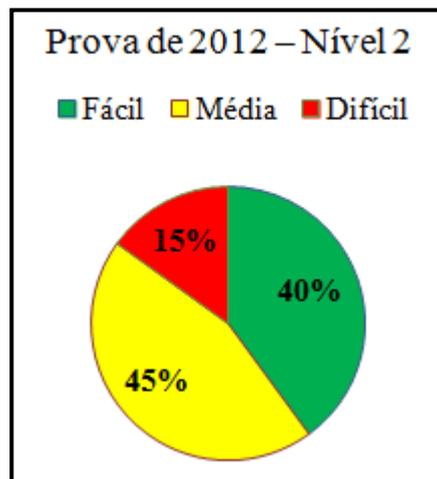


Gráfico 4. Ailton



2.3. Comparação das Provas

A fim de nortear a análise comparativa das provas, foi considerado relevante responder as perguntas a seguir.

Primeira pergunta. Considera adequada a distribuição de conteúdos? Há conteúdos fundamentais para o nível que não foram cobertos na prova?

Fabiano. A distribuição dos conteúdos é adequada, apesar de ter aparecido em alguns momentos questões que envolviam métodos de contagem e visão espacial, temas que normalmente são poucos trabalhados até esse nível de ensino. Percebemos que em todos os problemas o conhecimento estrito do assunto não se fez necessário.

Ailton. A distribuição dos conteúdos é adequada exceto nas questões que apresentam similaridade nas soluções.

Segunda pergunta. Comparada à prova de 2011, considera que a prova de 2012 foi mais fácil, mais difícil, ou no mesmo nível de dificuldade?

Fabiano. Na prova de 2011, houve um número maior de questões fáceis. Na prova de 2012, por esta análise preliminar, conclui-se que a prova de 2012 apresentou um grau de dificuldade um pouco maior (uma questão) do que a prova de 2011. O número de questões médias é o mesmo em ambas as provas.

Ailton. A prova de 2011 foi considerada mais difícil do que a prova de 2012.

3. Comparação da análise prévia com o desempenho dos alunos

Nesta etapa, com o recebimento dos dados da FCC (porcentagem de acerto de cada questão da prova), foi realizada a comparação da análise feita no capítulo anterior com esses dados e apontadas às divergências mais extremas. Entretanto, para se realizar a comparação foi necessário relacionar o grau de dificuldade de cada questão com a porcentagem de acerto. Após uma análise do conjunto de dados recebidos, foi adotado que a fronteira entre as faixas (difícil/média e média/fácil) seria em 30% e em 50%, flexibilizando esses valores de acordo com as particularidades de cada série de porcentagens, a fim de se obter um melhor agrupamento dos graus de dificuldade.

Essas porcentagens fornecidas pela FCC, representadas nos Quadros 6 e 8, são o resultado do desempenho dos 5% dos alunos indicados por cada escola para a Segunda Fase.

Quadro 6. Prova de 2011 – Nível 2 – FCC

Questão	Acertos	Grau de dificuldade
2	63%	Fácil
1	57%	Fácil
17	49%	Fácil
4	45%	Média
16	40%	Média
18	40%	Média
19	40%	Média
5	39%	Média
7	38%	Média
12	36%	Média
3	34%	Média
20	31%	Média
14	30%	Média
15	30%	Média
10	26%	Difícil
9	23%	Difícil
8	21%	Difícil
6	19%	Difícil
13	19%	Difícil
11	17%	Difícil

Média Aritmética: 34,9%

Mediana: 35%

Quadro 7. Prova de 2011 – Nível 2 – FCC

Grau de dificuldade	Número da questão	Número de questões
Fácil	1, 2 e 17	3
Média	3, 4, 5, 7, 12, 14, 15, 16, 18, 19 e 20	11
Difícil	6, 8, 9, 10, 11 e 13	6

Quadro 8. Prova de 2012 – Nível 2 – FCC

Questão	Acertos	Grau de dificuldade
20	66%	Fácil
9	58%	Fácil
8	57%	Fácil
6	46%	Média
13	45%	Média
11	44%	Média
7	43%	Média
19	43%	Média
14	41%	Média
15	39%	Média
4	38%	Média
12	37%	Média
16	37%	Média
18	34%	Média
17	33%	Média
10	31%	Média
1	29%	Média
3	24%	Difícil
2	23%	Difícil
5	20%	Difícil

Média Aritmética: 39,4%

Mediana: 38,5%

Na análise inicial deste trabalho, classifiquei a prova de 2011 como mais fácil do que a de 2012, o que não se verifica quando comparadas as médias relativas aos percentuais de acertos constantes no quadro 6 e 8.

Quadro 9. Prova de 2012 – Nível 2 – FCC

Grau de dificuldade	Número da questão	Número de questões
Fácil	8, 9 e 20	3
Média	1, 4, 6, 7, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18 e 19	14
Difícil	2, 3 e 5	3

3.1.Comparação dos resultados

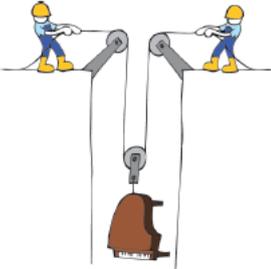
O Quadro 10 apresenta, sinteticamente, os resultados das análises do autor, de Ailton, e da FCC.

Quadro 10. Prova de 2011 – Nível 2

Questão Autor	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
Fabiano	Verde	Verde	Verde	Verde	Verde	Amarelo	Amarelo	Amarelo	Verde	Verde	Amarelo	Amarelo	Verde	Amarelo	Verde	Verde	Vermelho	Vermelho	Vermelho	Vermelho
Ailton	Verde	Verde	Verde	Amarelo	Verde	Verde	Amarelo	Amarelo	Verde	Amarelo	Verde	Amarelo	Verde	Vermelho	Amarelo	Verde	Vermelho	Vermelho	Vermelho	Vermelho
FCC	Verde	Verde	Amarelo	Amarelo	Amarelo	Vermelho	Amarelo	Vermelho	Vermelho	Vermelho	Vermelho	Amarelo	Vermelho	Amarelo	Amarelo	Amarelo	Verde	Amarelo	Amarelo	Amarelo

No Quadro 10, a questão classificada simultaneamente como fácil (cor verde) e difícil (cor vermelha) foi denominada discrepante. Portanto, o próximo quadro apresenta a análise das questões 6, 9, 10, 11, 13 e 17 da Prova de 2011.

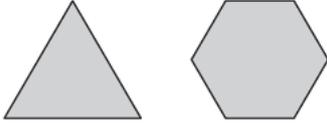
Quadro 11. Análise comparativa – Questão 6

Prova de 2011	Análise inicial
<p>6. A figura mostra dois homens erguendo um piano com uma corda. Se um dos homens puxar 15 m de corda e o outro puxar 25 m, quantos metros o piano vai subir?</p> <p>A) 15 <input checked="" type="radio"/> B) 20 C) 25 D) 30 E) 40</p> 	<p>Fabiano. Questão com grau de dificuldade média, de enunciado claro, com conteúdo adequado, linguagem de acordo com a escolaridade e de fácil interpretação. Porém, os alunos teriam que saber que a polia móvel divide ao meio essa medida. O enunciado poderia explicar isso, não deixando assim, que a falta desse conhecimento fosse algo impeditivo para a resolução da questão.</p> <p>Ailton. Conteúdo e linguagem adequados. A questão é fácil, mas exige que o aluno entenda o funcionamento do sistema físico apresentado.</p>
<p>Comparando com o resultado da FCC</p> <p>Questão com baixa porcentagem de acerto (10%, 19% e 25%) nos três níveis de prova, classificada como a segunda mais difícil do Nível 2 e com resultado discrepante em relação à análise inicial.</p> <p>Possíveis causas da discrepância quanto às alternativas</p> <p>A letra A ou C apresenta o quanto cada homem puxou de corda, ou seja, atraiu os alunos que não compreenderam o funcionamento da polia móvel.</p> <p>A letra E representa a soma dos comprimentos puxados, tornando-se extremamente atrativa aos alunos, pois é muito natural que eles interpretem dessa forma, principalmente os que nunca estudaram polias móveis.</p> <p>A letra D em nada atrai os alunos, tenham ou não estudado polias.</p> <p>A correta letra B é obtida quando o aluno percebe que se os homens puxam a o mesmo comprimento de cada lado, então o piano sobe esse mesmo comprimento.</p> <p>Características específicas da questão</p> <p>A questão é concreta e de fácil entendimento geométrico. A baixa porcentagem de acerto sinaliza que a sua resolução requer uma reflexão mais profunda por parte do aluno. É uma questão transversal global e justifica-se pelo fato de não ser dependente de conteúdos formais vistos na escola.</p>	

Quadro 12. Análise comparativa – Questão 9

Prova de 2011	Análise inicial
<p>9. Adão atribuiu um valor numérico a cada letra do alfabeto. Multiplicando os valores atribuídos às letras, ele obteve PAPAI=12, GALO=5 e PAPAGAIO=24. Qual é o valor que ele atribuiu à letra L?</p> <p>A) $\frac{1}{4}$</p> <p>B) $\frac{5}{8}$</p> <p>C) $\frac{10}{3}$</p> <p>D) 2</p> <p><input checked="" type="radio"/> E) $\frac{5}{2}$</p>	<p>Fabiano. Questão fácil, de enunciado claro, com conteúdo adequado, linguagem de acordo com a escolaridade e de fácil interpretação.</p> <p>Ailton. Conteúdo e linguagem adequados. A questão é fácil, pois exige que o aluno saiba operar, minimamente, polinômios.</p>
<p style="text-align: center;">Comparando com o resultado da FCC</p> <p>Questão com porcentagem de 23% de acerto no Nível 2, classificada como difícil e com resultado discrepante em relação à análise inicial.</p> <p style="text-align: center;">Possíveis causas da discrepância quanto às alternativas</p> <p>A porcentagem de acerto da questão foi próximo ao da probabilidade de acertar ‘chutando’ (20%) e isso pode indicar que muitos alunos optaram por esse procedimento. As demais letras retratam valores obtidos por contas aleatórias envolvendo os valores mencionados como, por exemplo, a divisão entre 24 e 12 que aponta para a letra D.</p> <p style="text-align: center;">Características específicas da questão</p> <p>Apesar de ser uma questão de fácil resolução, esta apresenta uma representação incomum na Álgebra que frequentemente usa o x, y e z. Pode este fato ter impedido o aluno de associar que a substituição e a simplificação de monômios constituíam a base da resolução da questão.</p>	

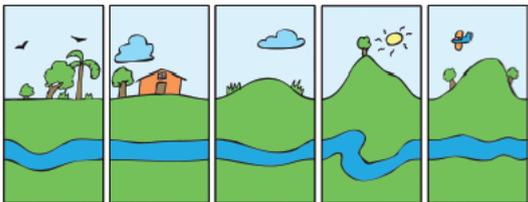
Quadro 13. Análise comparativa – Questão 10

Prova de 2011	Análise inicial
<p>10. Um triângulo equilátero e um hexágono regular têm o mesmo perímetro. A área do hexágono é 6 m^2. Qual é a área do triângulo?</p> <p>A) 2 m^2 B) 3 m^2 <input checked="" type="radio"/> C) 4 m^2 D) 5 m^2 E) 6 m^2</p> 	<p>Fabiano. Questão fácil, de enunciado claro, com conteúdo adequado, linguagem de acordo com a escolaridade e de fácil interpretação.</p> <p>Ailton. Conteúdo e linguagem adequados. A questão é de dificuldade média, pois exige que o aluno perceba a decomposição de polígonos como um facilitador.</p>
<p style="text-align: center;">Comparando com o resultado da FCC</p> <p>Questão com porcentagem de 20% de acerto no Nível 2, classificada como difícil e com resultado discrepante em relação à análise inicial.</p> <p style="text-align: center;">Possíveis causas da discrepância quanto às alternativas</p> <p>As letras D e E tornam-se atraentes aos alunos que ‘chutaram’, devido ao fato de utilizarem como critério a aparente equivalência entre as figuras.</p> <p>Apesar da aparente equivalência entre as figuras não indicar a letra B como uma boa candidata ao chamado ‘chute’, essa letra surge da divisão do número de lados do hexágono pelo número de lados do triângulo.</p> <p>A letra A é que menos chama a atenção, pois a aparente equivalência entre as figuras a deixa muito distante do que os alunos imaginam como resposta.</p> <p style="text-align: center;">Características específicas da questão</p> <p>A questão aborda figuras isoperímetro, uso não muito frequente quando comparado com questões que envolvem figuras equivalentes. Pode-se também mencionar a confusão que muitos alunos fazem entre o conceito de perímetro e de área. Além disso, os alunos ao se depararem com questões de área e perímetro tentam recorrer a fórmulas memorizadas, em muitos casos de forma incorreta. A questão envolve decomposição de figuras, conhecimento das relações entre polígonos regulares e exige experiência no traçado e visualização de figuras dentro de figuras.</p>	

Quadro 14. Análise comparativa – Questão 11

Prova de 2011	Análise inicial
<p>11. João e Ana são irmãos. João tem cinco irmãos a mais do que irmãs. Quantos irmãos Ana tem a mais do que irmãs?</p> <p>A) 2 B) 3 C) 5 D) 6 E) 7</p>	<p>Fabiano. Questão de dificuldade média, de enunciado claro, com conteúdo adequado, linguagem de acordo com a escolaridade e de fácil interpretação.</p> <p>Ailton. Conteúdo e linguagem adequados. A questão é fácil, pois uma única conjectura feita pelo aluno é suficiente para acertar a questão.</p>
<p style="text-align: center;">Comparando com o resultado da FCC</p> <p>Questão com porcentagem de 17% de acerto no Nível 2, classificada como a mais difícil do Nível 2 e com resultado discrepante em relação à análise inicial.</p> <p style="text-align: center;">Possíveis causas da discrepância quanto às alternativas</p> <p>As letras A e B não atraem os alunos, haja vista que as informações dadas não induzem os alunos a ‘chutarem’ essas letras. Nas outras letras, os valores são bem plausíveis, porém deve haver uma tendência de escolha pelas letras D e E cujos valores são maiores do que o 5, informado no problema.</p> <p style="text-align: center;">Características específicas da questão</p> <p>O fator que causa maior dificuldade aos alunos é o entendimento do enunciado, pois a maioria tem dificuldade de interpretar textos. Ainda em relação a isso, o texto pode tornar-se confuso, pois a repetição das palavras irmãos e irmãs pode atrapalhá-los na organização e modelagem do problema. A questão tanto pode ser resolvida por via algébrica quanto por via aritmética (uma conjectura é suficiente) e é transversal com o Nível 1. Surpreendentemente, a porcentagem de acerto do Nível 1 é 19%, ou seja, maior do que a do Nível 2. É possível que o aluno do Nível 1 tenha adotado a via aritmética, enquanto que o aluno do Nível 2 tenha preferido a via algébrica. A questão sinaliza uma dificuldade do aluno em conjecturar modelos diferentes do seu cotidiano escolar.</p>	

Quadro 15. Análise comparativa – Questão 13

Prova de 2011	Análise inicial
<p>13. Podemos montar paisagens colocando lado a lado, em qualquer ordem, os cinco quadros da figura. Trocando a ordem dos quadros uma vez por dia, por quanto tempo, aproximadamente, é possível evitar que uma mesma paisagem se repita?</p>  <p>A) uma semana B) um mês C) dois meses D) quatro meses E) seis meses</p>	<p>Fabiano. Questão fácil, de enunciado claro, com conteúdo adequado, linguagem de acordo com a escolaridade e de fácil interpretação.</p> <p>Ailton. Conteúdo e linguagem adequados. A questão é fácil, pois depende do aluno usar o princípio multiplicativo.</p>
<p style="text-align: center;">Comparando com o resultado da FCC</p> <p>Questão com porcentagem de 19% de acerto no Nível 2, classificada como difícil e com resultado discrepante em relação à análise inicial.</p> <p style="text-align: center;">Possíveis causas da discrepância quanto às alternativas</p> <p>A letra A é facilmente desconsiderada pelos alunos, visto que numa simples tentativa de resolver a questão por contagem direta o número 7 é superado rapidamente, deixando claro que essa não é a resposta. As demais letras referem-se a número de meses e, como o número de quadros é ‘apenas 5’, os alunos podem supor que são muitos dias para poucas paisagens. Então, 4 meses ou 6 meses (120 e 180 dias) representam números ‘grandes demais’ para uma possível resposta. É possível que as respostas dos alunos concentrem-se nas letras B e C, acarretando uma baixa incidência na letra D.</p> <p style="text-align: center;">Características específicas da questão</p> <p>A baixa porcentagem de acerto pode estar relacionada à tímida abordagem do princípio multiplicativo na maioria das escolas públicas. Os problemas de contagem não são abordados pelos professores ou são de forma a não estimular a compreensão dos conceitos fundamentais deste assunto. Muitas das vezes, o uso de exemplos simples e repetidos não permite que os alunos adquiram habilidade suficiente para a manipulação frente a enunciados distintos. É possível que não tenha ficado claro na questão a relação paisagem-quadro, embora haja duas fases distintas para se resolver a questão.</p>	

Quadro 16. Análise comparativa – Questão 17

Prova de 2011	Análise inicial
<p>17. Mariana escreveu as decomposições em fatores primos dos números naturais de 2 a 100:</p> <p>2, 3, 2×2, 5, 2×3, ..., $3 \times 3 \times 11$, $2 \times 2 \times 5 \times 5$.</p> <p>Quantas vezes ela escreveu o algarismo 2?</p> <p>A) 99 <input checked="" type="radio"/> B) 104 C) 152 D) 188 E) 191</p>	<p>Fabiano. Questão difícil, de enunciado claro, com conteúdo adequado, linguagem de acordo com a escolaridade e de fácil interpretação. Exigia uma atenção maior devido à natureza da pergunta.</p> <p>Ailton. Conteúdo e linguagem adequados. A questão é difícil, pois a resolução da questão, além de ser extensa, requer a percepção de detalhes.</p>
<p style="text-align: center;">Comparando com o resultado da FCC</p> <p>Questão com porcentagem de 49% de acerto no Nível 2, classificada como fácil e com resultado discrepante em relação à análise inicial.</p> <p style="text-align: center;">Possíveis causas da discrepância quanto às alternativas</p> <p>Os alunos que decidiram resolver a questão por contagem direta, mesmo cometendo um erro na contagem, tendem a ‘chutar’ a letra A ou a letra B, pois o erro previsível na contagem direta é não incluir todos os algarismos 2 e ficar com o resultado abaixo de 104. Essa tendência parece ser confirmada, já que a probabilidade de acerto supondo só duas letras é 50%.</p> <p style="text-align: center;">Características específicas da questão</p> <p>A questão deixa claro a necessidade do aluno saber fatoração e contagem. A maioria dos alunos apresenta certa desenvoltura na fatoração e, com relação a contagem, os alunos poderiam resolvê-la pela contagem direta, sem a necessidade de elaborar uma estratégia de contagem mais difícil, embora a resolução formal da questão esteja associada a detalhes singulares. Outro fator que ajuda a explicar o alto percentual de acerto é o fato dessa questão ser encorajadora, isto é, ao olhar do aluno ser possível resolvê-la.</p>	

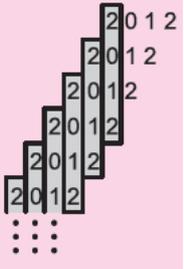
O Quadro 17 apresenta, sinteticamente, os resultados das análises do autor, de Ailton, e da FCC.

Quadro 17. Prova de 2012 – Nível 2

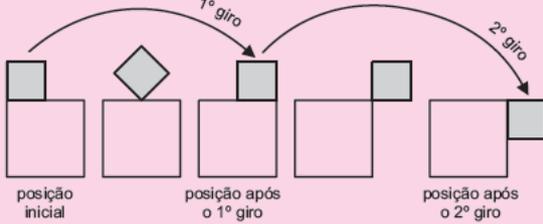
Questão Autor	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
Fabiano	Verde	Amarelo	Amarelo	Verde	Verde	Verde	Verde	Verde	Amarelo	Verde	Vermelho	Verde	Vermelho	Vermelho	Verde	Amarelo	Vermelho	Amarelo	Amarelo	Vermelho
Ailton	Verde	Verde	Verde	Verde	Amarelo	Amarelo	Amarelo	Amarelo	Amarelo	Verde	Verde	Verde	Amarelo	Amarelo	Amarelo	Amarelo	Vermelho	Verde	Vermelho	Vermelho
FCC	Amarelo	Vermelho	Vermelho	Amarelo	Vermelho	Amarelo	Amarelo	Verde	Verde	Amarelo	Amarelo	Amarelo	Amarelo	Amarelo	Amarelo	Amarelo	Amarelo	Amarelo	Amarelo	Verde

No Quadro 17, a questão classificada simultaneamente como fácil (cor verde) e difícil (cor vermelha) foi denominada discrepante. Portanto, o próximo quadro apresenta a análise das questões 2, 3, 5, 11 e 20 da Prova de 2012.

Quadro 18. Análise comparativa – Questão 2

Prova de 2012	Análise inicial
<p>2. Carlinhos escreveu várias vezes o número 2012 horizontalmente, como indicado na figura. Em seguida, ele desenhou 2012 retângulos, cada um ao redor de cada um dos números 2012 que podiam ser lidos verticalmente. Qual é a soma de todos os algarismos escritos por Carlinhos?</p> <p>A) 10000 B) 10060 <input checked="" type="radio"/> C) 10075 D) 12012 E) 20120</p> 	<p>Fabiano. Questão de dificuldade média, de enunciado claro, com conteúdo adequado, linguagem de acordo com a escolaridade e de fácil interpretação.</p> <p>Ailton. Conteúdo e linguagem adequados. A questão é fácil e exige que o aluno constitua os três últimos números horizontais.</p>
<p>Comparando com o resultado da FCC</p> <p>Questão com porcentagem de 23% de acerto no Nível 2, classificada como difícil e com resultado discrepante em relação à análise inicial.</p> <p>Possíveis causas da discrepância quanto às alternativas</p> <p>A letra A é obtida multiplicando-se a soma dos algarismos de 2012 por 2000, ou seja, é pouco atraente por não estar de acordo com o enunciado.</p> <p>A questão deseja saber qual é a soma de todos os algarismos escritos e não a soma dos algarismos que estão dentro dos retângulos, esse detalhe induz muitos alunos a escolherem a letra B, tornando-a muito atraente pela multiplicação da soma dos algarismos de 2012 por 2012.</p> <p>As letras D e E não são muito atraentes, pois para os alunos obterem esses valores provavelmente encontraram durante seus cálculos os valores das alternativas A e B.</p> <p>Características específicas da questão</p> <p>O fator que causa maior dificuldade nos alunos é o entendimento do enunciado, pois a maioria dos alunos tem dificuldade de interpretar textos. Além disso, quando são abordadas as direções vertical e horizontal e também a quantidade de vezes que é escrito o mesmo número, o problema toma uma dimensão maior para os alunos, devido à suposta impossibilidade de fazer a soma. Há uma clara dificuldade do aluno em ler horizontalmente os números 2012 e identificar a regularidade nessa nova leitura. É uma questão que, possivelmente, não integra a prática de ensino do professor.</p>	

Quadro 19. Análise comparativa – Questão 3

Prova de 2012	Análise inicial
<p>3. Um quadrado de lado 1 cm roda em torno de um quadrado de lado 2 cm, como na figura, partindo da posição inicial e completando um giro cada vez que um de seus lados fica apoiado em um lado do quadrado maior.</p>  <p>Qual das figuras a seguir representa a posição dos dois quadrados após o 2012º giro?</p> <p><input checked="" type="radio"/> A)  B)  C) </p> <p>D)  E) </p>	<p>Fabiano. Questão de dificuldade média, de enunciado claro, com conteúdo adequado, linguagem de acordo com a escolaridade e de fácil interpretação.</p> <p>Ailton. Conteúdo e linguagem adequados. A questão é fácil, pois exige que o aluno identifique quantos giros o quadrado dá até retornar a posição inicial.</p>
<p>Comparando com o resultado da FCC</p>	
<p>Questão com porcentagem de 24% de acerto no Nível 2, classificada como difícil e com resultado discrepante em relação à análise inicial.</p>	
<p>Possíveis causas da discrepância quanto às alternativas</p>	
<p>As letras não se diferenciaram muito em relação à atratividade no caso de ‘chutes’ dos alunos, pois todas as figuras eram respostas possíveis para os alunos que não perceberam a periodicidade das posições possíveis. Já para aqueles que perceberam a periodicidade, mas não associaram a resposta com o resto da divisão, a opção seria a letra B. Além disso, a letra B é a única que aparece no enunciado.</p>	
<p>Características específicas da questão</p>	
<p>O enunciado é um fator de grande dificuldade para os alunos, pois possui várias informações que podem ser consideradas difíceis quando reunidas num único contexto. Por exemplo, o entendimento do que é um giro; a continuidade das posições possíveis após o 2º giro, que não está representada na figura; e a quantidade muito grande de giros. Mais uma questão que, possivelmente, não integra a prática de ensino do professor.</p>	

Quadro 20. Análise comparativa – Questão 5

Prova de 2012	Análise inicial
<p>5. Uma caixa contém bolas brancas e pretas. Daniel retirou 60% das bolas, observou que 55% dessas bolas eram brancas e devolveu todas as bolas para a caixa. Qual é o maior percentual possível de bolas brancas na caixa?</p> <p>A) 60% B) 65% C) 68% D) 73% E) 75%</p>	<p>Fabiano. Questão fácil, de enunciado claro, com conteúdo adequado, linguagem de acordo com a escolaridade e de fácil interpretação.</p> <p>Ailton. Conteúdo e linguagem adequados. A questão é de dificuldade média, pois requer do aluno um pouco mais de raciocínio e de abstração.</p>
<p style="text-align: center;">Comparando com o resultado da FCC</p> <p>Questão com porcentagem de 20% de acerto no Nível 2, classificada como a mais difícil do Nível 2 e com resultado discrepante em relação à análise inicial.</p> <p style="text-align: center;">Possíveis causas da discrepância quanto às alternativas</p> <p>A questão não dá nenhuma pista para os alunos quanto à resposta, já que os valores das letras B, C, D e E não são obtidos efetuando-se diretamente as operações básicas entre os valores dados. A letra A tem o mesmo valor da retirada inicial, o que os alunos devem perceber facilmente que não faz sentido.</p> <p style="text-align: center;">Características específicas da questão</p> <p>É bem verdade que a questão trata de porcentagem, porém efetuar cálculos envolvendo porcentagens de porcentagens é algo que a maioria dos alunos tem dificuldade. Além disso, para se chegar à resposta correta o aluno tem que interpretar muito bem o que de fato ocorre na retirada e reposição das bolas no que diz respeito aos percentuais existentes e encontrados. Outro fator que a torna difícil é que a pergunta se refere ao maior percentual possível, ou seja, o aluno, após efetuar os cálculos, deverá ter muita clareza do que significa o maior percentual possível.</p>	

Quadro 21. Análise comparativa – Questão 20

Prova de 2012	Análise inicial
<p>20. Três casais fizeram compras em uma livraria. Vitor comprou 3 livros a mais do que Lorena e Pedro comprou 5 livros a mais do que Cláudia. Cada um dos homens comprou 4 livros a mais do que a respectiva esposa. Lorena e Cláudia compraram mais livros do que Bianca, que só comprou 3 livros. Qual das seguintes afirmações é verdadeira?</p> <p>A) Vitor comprou mais livros do que Pedro. B) Pedro é marido de Cláudia. <input checked="" type="radio"/> C) Pedro foi o marido que comprou o maior número de livros. D) Cláudia comprou um livro a mais do que Lorena. E) Vitor é marido de Bianca.</p>	<p>Fabiano. Questão muito difícil, de enunciado claro, com conteúdo adequado, linguagem de acordo com a escolaridade e de fácil interpretação. Além da resolução passar por várias etapas, a questão exige muita experiência em raciocínio lógico.</p> <p>Ailton. Conteúdo e linguagem adequados. A questão é difícil, pois exige raciocínio e capacidade de abstração, além de conjecturar.</p>
<p>Comparando com o resultado da FCC</p> <p>Questão com alta porcentagem de acerto (62%, 66% e 66%) nos três níveis de prova, classificada como fácil nos três níveis e com resultado discrepante em relação à análise inicial. Foi a mais fácil do Nível 2 e a segunda mais fácil nos Níveis 1 e 3.</p> <p style="text-align: center;">Possíveis causas da discrepância quanto às alternativas</p> <p>Pedro comprou 5 livros a mais do que Cláudia que comprou mais livros do que Bianca, então Pedro comprou 4 livros a mais que a sua esposa Lorena que comprou 1 livro a menos do que Cláudia. Se Vitor ou o terceiro marido comprassem 4 livros a mais do que Cláudia não seria suficiente para comprar mais do que Pedro. É possível que parte desse raciocínio tenha sido desenvolvido pelos alunos para marcar a letra C ou para descartar outras letras.</p> <p>A letra B é descartada pelos alunos, pois a contradição é percebida quando o enunciado especifica que cada homem comprou 4 livros a mais que a esposa e que Pedro comprou 5 livros a mais que Cláudia.</p> <p>A letra D é descartada pelos alunos, pois Cláudia comprou 1 livro a menos do que Lorena.</p> <p>A letra E também é descartada pelos alunos, pois se estivesse certa, Vitor poderia ser marido de Bianca ou de Lorena, implicando que Bianca e Lorena compraram o mesmo número de livros, o que contradiz a questão.</p> <p style="text-align: center;">Características específicas da questão</p> <p>A questão exige dos alunos muita atenção, organização e raciocínio lógico. Entretanto, a porcentagem de acertos não reflete a plena resolução da questão. É possível que os alunos tenham associada a letra C ao fato de 5 ser maior do que 3, claramente informadas na questão (Pedro = Cláudia + 5 e Vitor = Lorena + 3).</p>	

Quadro 22. Análise comparativa – Questão 11

Prova de 2012	Análise inicial
<p>11. João fez uma viagem de ida e volta entre Pirajuba e Quixajuba em seu carro, que pode rodar com álcool e com gasolina. Na ida, apenas com álcool no tanque, seu carro fez 12 km por litro e na volta, apenas com gasolina no tanque, fez 15 km por litro. No total, João gastou 18 litros de combustível nessa viagem. Qual é a distância entre Pirajuba e Quixajuba?</p> <p>A) 60 km B) 96 km <input checked="" type="radio"/> C) 120 km D) 150 km E) 180 km</p>	<p>Fabiano. Questão difícil, de enunciado claro, com conteúdo adequado, linguagem de acordo com a escolaridade e de fácil interpretação. A resolução passa por várias etapas, motivo este que a levou ser classificada como difícil.</p> <p>Ailton. Conteúdo e linguagem adequados. A questão é fácil e exige que o aluno utilize o conceito de razão para relacionar as distâncias.</p>
<p>Comparando com o resultado da FCC</p> <p>Questão com porcentagem de 44% de acerto no Nível 2, classificada como média e discrepante nos resultados das análises iniciais dos autores.</p> <p>Comparando os resultados dos autores</p> <p>A discrepância dos resultados apoia-se na individualidade de cada autor.</p> <p>Para o primeiro autor (Fabiano), a suposta dificuldade estaria nas diversas etapas que o aluno passaria até chegar à resposta correta. A atenção, a organização e a aplicação dos conceitos que envolvem razão e proporcionalidades gerariam uma complexidade na questão, portanto uma dificuldade para o aluno.</p> <p>Para o segundo autor (Ailton), a suposta facilidade estaria na formulação algébrica $\frac{x}{12} + \frac{x}{15} = 1$, fato esse não tão imediato.</p>	

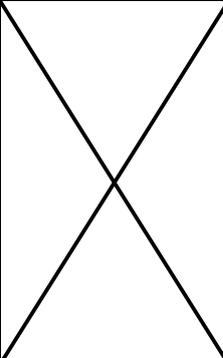
3.2. Questões transversais

Questões transversais são aquelas que estão presentes em mais de um nível e têm por finalidade enfatizar que, para a sua resolução, não é necessário o emprego de conteúdos específicos. Nesta seção, verificou-se se as questões são adequadas e se a porcentagem de acertos com relação aos níveis foi comparativamente coerente.

Quadro 23. Questões transversais por ano

Prova	2011	2012
Nível 1, 2 e 3	3	3
Nível 1 e 2	2	3
Nível 2 e 3	2	3
Nível 1 e 3	0	0

Quadro 24. Questões transversais de 2011

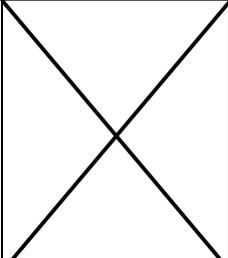
Prova de 2011	Nível 1	Nível 2	Nível 3
<p>Vovô Eduardo comemorou todos os seus aniversários a partir dos 40 anos colocando, no bolo, velinhas em forma de algarismos de 0 a 9 para indicar sua idade. Primeiro ele comprou as velinhas de números 0 e 4. Ele sempre guardou as velinhas para usar nos próximos aniversários, comprando uma nova somente quando não era possível indicar sua idade com as guardadas. Hoje vovô Eduardo tem 85 anos. Quantas velinhas ele comprou até hoje?</p> <p>A) 10 B) 11 C) 13 D) 14 E) 16</p> 	<p>Questão 7</p> <p>Acertos 33%</p>	<p>Questão 5</p> <p>Acertos 39%</p>	
<p>A questão é adequada aos dois níveis, pois pode ser resolvida por simples contagem direta. Os percentuais de acerto são coerentes.</p>			
<p>A figura mostra dois homens erguendo um piano com uma corda. Se um dos homens puxar 15 m de corda e o outro puxar 25 m, quantos metros o piano vai subir?</p> <p>A) 15 B) 20 C) 25 D) 30 E) 40</p> 	<p>Questão 9</p> <p>Acertos 10%</p>	<p>Questão 6</p> <p>Acertos 19%</p>	<p>Questão 1</p> <p>Acertos 25%</p>
<p>A questão é adequada aos três níveis, pois para a sua resolução basta o conhecimento de operações básicas. Porém, os baixos percentuais de acerto evidenciam que os alunos não compreenderam o funcionamento do sistema mecânico apresentado.</p>			

<p>Quatro times disputaram um torneio de futebol em que cada um jogou uma vez contra cada um dos outros. Se uma partida terminasse empatada, cada time ganhava um ponto; caso contrário, o vencedor ganhava três pontos e o perdedor, zero. A tabela mostra a pontuação final do torneio. Quantos foram os empates?</p> <table border="1" data-bbox="363 315 571 412"> <thead> <tr> <th>Time</th> <th>Pontos</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>Cruzeirinhos</td> <td>5</td> </tr> <tr> <td>Flamêntas</td> <td>3</td> </tr> <tr> <td>Nautila</td> <td>3</td> </tr> <tr> <td>Greminense</td> <td>2</td> </tr> </tbody> </table> <p>A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6</p>	Time	Pontos	Cruzeirinhos	5	Flamêntas	3	Nautila	3	Greminense	2	<p>Questão 14</p> <p>Acertos 17%</p>	<p>Questão 8</p> <p>Acertos 21%</p>	<p>Questão 4</p> <p>Acertos 27%</p>
Time	Pontos												
Cruzeirinhos	5												
Flamêntas	3												
Nautila	3												
Greminense	2												

A questão é adequada e os percentuais de acerto são coerentes. Pode ser resolvida do seguinte modo:

Tem-se que, no cômputo geral de pontos do torneio, cada vitória geraria 3 pontos e cada empate, apenas dois pontos (déficit de 1 ponto). Logo o número de empates é igual ao número de déficits de 1 ponto. Verifica-se que foram, ao todo, 6 jogos. Se não houvesse empate, ter-se-ia um total de $3 \times 6 = 18$ pontos no torneio, mas como esse total foi de $5 + 3 + 3 + 2 = 13$, isso significa que houve $18 - 13 = 5$ empates.

Porém, entende-se que a construção desse raciocínio é pouco provável para alunos dos Níveis 1 e 2.

<p>João e Ana são irmãos. João tem cinco irmãos a mais do que Ana. Quantos irmãos Ana tem a mais do que João?</p> <p>A) 2 B) 3 C) 5 D) 6 E) 7</p>	<p>Questão 16</p> <p>Acertos 19%</p>	<p>Questão 11</p> <p>Acertos 17%</p>	
---	--------------------------------------	--------------------------------------	--

A questão é adequada. Os percentuais de acerto não são coerentes em virtude dos alunos do Nível 1, possivelmente, terem resolvido a questão por meio de conjecturas. Diferentemente do que deve ter acontecido com os alunos do Nível 2, pois os mesmos tendem a utilizar ferramentas algébricas que podem inibir a criatividade.

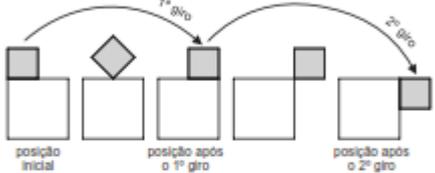
<p>Pedro tem dois cubos com faces numeradas, com os quais ele consegue indicar os dias do mês de 01 a 31. Para formar as datas, os cubos são colocados lado a lado e podem ser girados ou trocados de posição. A face com o 6 também é usada para mostrar o 9. Na figura ao lado, os cubos mostram o dia 03. Qual é a soma dos números das quatro faces não visíveis no cubo da esquerda?</p> <p>A) 15 B) 16 C) 18 D) 19 E) 20</p> 	<p>Questão 20</p> <p>Acertos 34%</p>	<p>Questão 12</p> <p>Acertos 36%</p>	<p>Questão 5</p> <p>Acertos 42%</p>
--	--------------------------------------	--------------------------------------	-------------------------------------

A questão é adequada e os percentuais de acerto são coerentes.

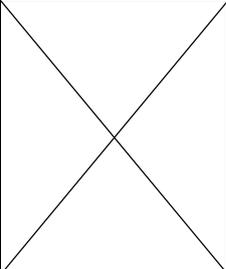
<p>Uma caixa contém 105 bolas pretas, 89 bolas cinzentas e 5 bolas brancas. Fora da caixa há bolas brancas em quantidade suficiente para efetuar repetidamente o seguinte procedimento, até que sobrem duas bolas na caixa:</p> <ul style="list-style-type: none"> retiram-se, sem olhar, duas bolas da caixa; se as bolas retiradas forem de cores diferentes, a de cor mais escura é devolvida para a caixa; caso contrário, descartam-se as bolas retiradas e coloca-se na caixa uma bola branca. <p>Sobre as cores das duas bolas que sobram, pode-se garantir que</p> <p>A) as duas serão brancas. B) as duas serão cinzentas. C) as duas serão pretas. D) exatamente uma será preta. E) exatamente uma será cinzenta.</p> 	X	<p>Questão 19</p> <p>Acertos 40%</p>	<p>Questão 15</p> <p>Acertos 46%</p>
<p>A questão é adequada aos dois níveis e os percentuais de acerto são coerentes.</p>			
<p>Tia Geralda sabe que um de seus sobrinhos Ana, Bruno, Cecília, Daniela ou Eduardo comeu todos os biscoitos. Ela também sabe que o culpado sempre mente e que os inocentes sempre dizem a verdade.</p> <ul style="list-style-type: none"> Bruno diz: "O culpado é Eduardo ou Daniela." Eduardo diz: "O culpado é uma menina." Por fim, Daniela diz: "Se Bruno é culpado então Cecília é inocente." <p>Quem comeu os biscoitos?</p> <p>A) Ana B) Bruno C) Cecília D) Daniela E) Eduardo</p> 	X	<p>Questão 14</p> <p>Acertos 30%</p>	<p>Questão 8</p> <p>Acertos 26%</p>
<p>Houve divergências em relação a adequação da questão. A incoerência dos percentuais de acertos pode refletir que a letra correta tenha sido escolhida de modo aleatório devido a dificuldade da questão.</p>			

Quadro 25. Questões transversais de 2012

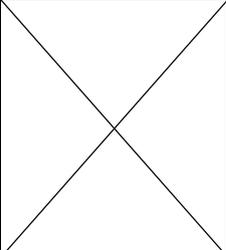
Prova de 2012	Nível 1	Nível 2	Nível 3
<p>A professora Luisa observou que o número de meninas de sua turma dividido pelo número de meninos dessa mesma turma é 0,48. Qual é o menor número possível de alunos dessa turma?</p> <p>A) 24 B) 37 C) 40 D) 45 E) 48</p>	<p>Questão 6</p> <p>Acertos 34%</p>	<p>Questão 4</p> <p>Acertos 38%</p>	X
<p>A questão é adequada aos dois níveis e os percentuais de acerto são coerentes. Porém, percebe-se que a letra A pode ter atraído uma parte de alunos, principalmente os do Nível 1, pois há uma fração equivalente a 0,48 cujo numerador é 24. Em relação à porcentagem de acerto do Nível 2, esperava-se um valor maior.</p>			

<p>Um quadrado de lado 1 cm roda em torno de um quadrado de lado 2 cm, como na figura, partindo da posição inicial e completando um giro cada vez que um de seus lados fica apoiado em um lado do quadrado maior.</p>  <p>Qual das figuras a seguir representa a posição dos dois quadrados após o 2012º giro?</p> <p>A)  B)  C) </p> <p>D)  E) </p>	<p>Questão 9</p> <p>Acertos 20%</p>	<p>Questão 3</p> <p>Acertos 24%</p>	<p>Questão 1</p> <p>Acertos 32%</p>
--	-------------------------------------	-------------------------------------	-------------------------------------

A questão é adequada aos três níveis e os percentuais de acerto são coerentes. A questão exige o reconhecimento de uma periodicidade bastante elementar, seguida de uma simples divisão euclidiana. Pode ter havido uma dificuldade do aluno na percepção das posições do menor quadrado no decorrer dos giros e suas sistemáticas repetições. De qualquer forma, os baixos percentuais de acertos foram surpreendentes.

<p>O retângulo ao lado, que foi recortado de uma folha de papel quadriculado, mede 4 cm de largura por 5 cm de altura. Qual é a área da região cinzenta?</p> <p>A) 10 cm² B) 11 cm² C) 12,5 cm² D) 13 cm² E) 14,5 cm²</p> 	<p>Questão 12</p> <p>Acertos 39%</p>	<p>Questão 6</p> <p>Acertos 46%</p>	
---	--------------------------------------	-------------------------------------	--

A questão é adequada aos dois níveis e os percentuais de acerto são coerentes.

<p>João fez uma viagem de ida e volta entre Pirajuba e Quixajuba em seu carro, que pode rodar com álcool e com gasolina. Na ida, apenas com álcool no tanque, seu carro fez 12 km por litro e na volta, apenas com gasolina no tanque, fez 15 km por litro. No total, João gastou 18 litros de combustível nessa viagem. Qual é a distância entre Pirajuba e Quixajuba?</p> <p>A) 60 km B) 96 km C) 120 km D) 150 km E) 180 km</p>	<p>Questão 18</p> <p>Acertos 39%</p>	<p>Questão 11</p> <p>Acertos 44%</p>	
--	--------------------------------------	--------------------------------------	---

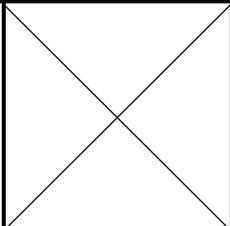
A questão é adequada aos dois níveis. No nível 1, os alunos devem ter resolvido utilizando conjecturas, como por exemplo, a construção, e posterior comparação, de uma tabela indicando a distância e a quantidade de cada combustível utilizado, enquanto no Nível 2, além dessa hipótese, os alunos tenderiam a utilizar equações.

<p>Para a decoração da festa junina, Joana colocou em fila 25 bandeirinhas azuis, 14 brancas e 10 verdes, sem nunca deixar que duas bandeirinhas de mesma cor ficassem juntas. O que podemos concluir, com certeza, dessa informação?</p> <p>A) Nas extremidades da fila aparecem uma bandeirinha azul e uma branca. B) Há cinco bandeirinhas consecutivas nas quais não aparece a cor verde. C) Há pelo menos uma bandeirinha branca ao lado de uma verde. D) Pelo menos quatro bandeirinhas azuis têm uma branca de cada lado. E) Não existe um grupo de três bandeirinhas consecutivas de cores todas diferentes.</p> 	<p>Questão 19</p> <p>Acertos 33%</p>	<p>Questão 17</p> <p>Acertos 33%</p>	<p>Questão 15</p> <p>Acertos 34%</p>
--	--------------------------------------	--------------------------------------	--------------------------------------

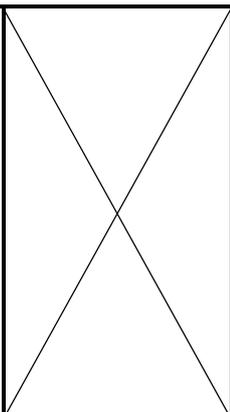
A questão é adequada aos três níveis, tendo grau de dificuldade bem elevado. O empate dos percentuais, praticamente nos três níveis, sugere que esses acertos foram oriundos de “chute”. As três primeiras opções são atrativas por parecerem maiores (por causa da posição da figura). Parece ter havido descarte das duas últimas opções e as escolhas se dividiram igualmente entre as três primeiras.

<p>Três casais fizeram compras em uma livraria. Vitor comprou 3 livros a mais do que Lorena e Pedro comprou 5 livros a mais do que Cláudia. Cada um dos homens comprou 4 livros a mais do que a respectiva esposa. Lorena e Cláudia compraram mais livros do que Blanca, que só comprou 3 livros. Qual das seguintes afirmações é verdadeira?</p> <p>A) Vitor comprou mais livros do que Pedro. B) Pedro é marido de Cláudia. C) Pedro foi o marido que comprou o maior número de livros. D) Cláudia comprou um livro a mais do que Lorena. E) Vitor é marido de Blanca.</p> <p>D) Pelo menos quatro bandeirinhas azuis têm uma branca de cada lado. E) Não existe um grupo de três bandeirinhas consecutivas de cores todas diferentes.</p>	<p>Questão 20</p> <p>Acertos 62%</p>	<p>Questão 20</p> <p>Acertos 66%</p>	<p>Questão 16</p> <p>Acertos 66%</p>
---	--------------------------------------	--------------------------------------	--------------------------------------

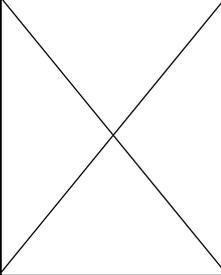
A questão é adequada aos três níveis. Apesar de comparativamente coerentes, os percentuais de acerto são surpreendentes, consequência das relações $Vitor = Lúcia + 3$ e $Pedro = Cláudia + 5$, que pode ter sido entendido como um forte indício de que Pedro tenha sido o marido que mais livros comprou. Provavelmente, o número de alunos que resolveram efetivamente a questão foi muito menor do que o indicado pelos percentuais.

<p>Renata montou uma sequência de triângulos com palitos de fósforo, seguindo o padrão indicado na figura. Um desses triângulos foi construído com 135 palitos de fósforo. Quantos palitos formam o lado desse triângulo?</p> <p>A) 6 B) 7 C) 8 D) 9 E) 10</p> 		<p>Questão 9</p> <p>Acertos 58%</p>	<p>Questão 2</p> <p>Acertos 68%</p>
--	--	-------------------------------------	-------------------------------------

A questão é adequada aos dois níveis e os percentuais de acerto são coerentes. É possível que os alunos do Nível 3, que já estudaram progressão aritmética, levem certa vantagem.

<p>Cinco cartas, inicialmente dispostas como na figura, serão embaralhadas. Em cada embaralhamento, a primeira carta passa a ser a segunda, a segunda passa a ser a quarta, a terceira passa a ser a primeira, a quarta passa a ser a quinta e a quinta passa a ser a terceira. Qual será a primeira carta após 2012 embaralhamentos?</p> <p>Posição inicial: A (♣️), B (♠️), C (♠️), D (♠️), E (♠️)</p> <p>Posição após o primeiro embaralhamento: A (♠️), B (♠️), C (♠️), D (♠️), E (♠️)</p> <p>A)  B)  C) </p> <p>D)  E) </p>		<p>Questão 12</p> <p>Acertos 37%</p>	<p>Questão 4</p> <p>Acertos 42%</p>
---	---	--------------------------------------	-------------------------------------

A questão é adequada aos dois níveis e os percentuais de acerto são coerentes.

<p>No quadriculado 5×5 ao lado colocam-se os números de 1 a 25, um em cada casa, de modo que a soma dos números que aparecem em cada linha, coluna e diagonal é a mesma. Sabe-se que a soma dos números que aparecem nas casas cinzentas é 104. Qual é o número que aparece na casa central?</p> <p>A) 13 B) 14 C) 15 D) 16 E) 17</p> 		<p>Questão 19</p> <p>Acertos 43%</p>	<p>Questão 9</p> <p>Acertos 60%</p>
<p>A questão é adequada aos dois níveis e os percentuais de acerto são coerentes. É possível que os alunos do Nível 3, que já estudaram progressão aritmética, levem certa vantagem, justificando assim a diferença dos percentuais.</p>			

4. Conclusão

A reportagem intitulada “Garimpo de inteligência”, publicada na edição número 1 (agosto de 2004) pela revista “Desafios do Desenvolvimento”, a publicação mensal de informações e debates do IPEA, já mencionava a importância de uma olimpíada na qual as escolas públicas estivessem incluídas:

Se as escolas públicas participassem das provas, o número de inscritos poderia atingir pelo menos 5 milhões de jovens, segundo a previsão de Suely Druck, presidente da Sociedade Brasileira de Matemática (SBM), organizadora desses jogos há 25 anos, pois existem 34 milhões de alunos no ensino fundamental e metade dos estudantes abandona os estudos antes que se possa fazer alguma avaliação de seu talento.

A OBMEP surgiu da percepção da importância da melhoria do ensino de matemática no desenvolvimento do país. Esse projeto de política pública de inclusão social criado para estimular o estudo da Matemática entre alunos e professores de todo o país, teve sua primeira edição em 2005, na qual se inscreveram 10.520.831 de alunos, dos quais 457.725 passaram para a 2ª fase. A sua última edição, a OBMEP-2012, registrou 19.166.371 inscritos, sendo que 823.871 participaram da 2ª fase. Como menciona o próprio site da OBMEP “Os sucessivos recordes de participação fazem da OBMEP a maior Olimpíada de Matemática do mundo”.

A inclusão dos alunos das escolas públicas em olimpíadas de matemática possibilita a descoberta de novos talentos, pois a quase totalidade desses alunos não participava da OBM e, assim, não teriam como despertar a atenção para seu desempenho diferenciado, o que certamente lhe proporcionaria oportunidades até então inacessíveis.

Hoje, não há dúvidas do sucesso da OBMEP e da sua importância para a sociedade brasileira. Assim, este trabalho foi elaborado de forma a permitir a verificação e a constatação de aspectos sobre a OBMEP que margearam algumas considerações as Escolas Públicas e a este Comitê Central.

Os resultados obtidos após a aplicação do questionário, em anexo, confirmaram que a OBMEP está consolidada em alcance no que diz respeito aos professores e às escolas, visto que 98,9% dos professores disseram conhecer a OBMEP, e 82,9% das escolas aplicam a OBMEP anualmente.

O questionário mostra também que 81% dos professores afirmaram que seus alunos são incentivados a participarem da OBMEP, porém 73,5% das escolas não oferecem preparação para a OBMEP. Significando que pequeno percentual das escolas além de incentivarem, prepara os alunos, considerando de alguma forma a Olimpíada como instrumento pedagógico da escola. Por outro lado, a maioria das escolas, apesar de incentivarem os alunos, esses não encontram as condições necessárias para se prepararem corretamente para OBMEP. Uma possibilidade para que este quadro fosse revertido seria a criação de um curso nos moldes do PAPMEM, com o objetivo de qualificar os professores das escolas para a preparação de seus alunos. Este curso poderia ser estruturado como o PROFMAT, no que diz respeito à utilização de Universidades e seus professores. Nesses polos, os cursos seriam realizados anualmente e teriam como condicionante a participação da escola na OBMEP. Esse curso, dentre outras coisas, seria abordaria como trabalhar com questões envolvendo raciocínio lógico e criatividade, visto que são características marcantes da OBMEP. Considerando a abrangência das Universidades no país, o atendimento aos professores ocorreria regionalmente, o que seria um fator extremamente positivo, que possibilitaria aos professores receberem bolsa alimentação e transporte.

Constatou-se também que 71,9% dos professores têm o hábito de tentar resolver questões da OBMEP; 59,1% participaram da aplicação ou correção e 96,7% consideram a OBMEP uma atividade importante para seu aluno. Assim a adesão ao curso deverá ser muito grande, trazendo com certeza um bom retorno ao ensino da Matemática no país.

Um fator que chama atenção é que 46,1% dos professores entrevistados relata que há insatisfação com relação à aplicação ou correção da OBMEP em suas escolas. A partir da vivência escolar, pode-se inferir que tal insatisfação se dá por conta dos professores acharem que estão perdendo tempo de aula; que estão trabalhando à toa, pois aquilo não é tarefa sua; ou seja, estão realizando uma atividade extra e de que a aplicação da prova é “perda de tempo”, já que apenas os alunos muito bons se sairão bem, enquanto os que têm dificuldade ficarão desestimulados, pois seu desempenho baixo afetará sua autoestima. Aqui encontramos uma das maiores críticas à OBMEP, o fato das questões serem mais elaboradas do que aquelas normalmente estudadas pelos alunos, fazendo com que muitos afirmem que a maioria não se

sente bem ao participar da OBMEP, pois não conseguem fazer a maioria das questões. Esse fato deveria servir como estímulo ao aluno; mas é bem verdade que o seu baixo desempenho só será visto como estímulo se houver por parte da escola e dos professores um trabalho feito com esse objetivo. A premiação dos alunos que se destacaram deve ser feita em todas as escolas e, se possível, como um evento de comemoração para todos, escola, professores e alunos. Os alunos premiados deverão ser incentivados a disseminarem o prazer em estudar matemática, seja atuando como monitores, seja passando de sala em sala e contando suas experiências ao participar das diversas etapas da OBMEP, principalmente aqueles que em edições anteriores não foram premiados e que passaram a ser após um esforço conjunto com a escola e os professores. Esses alunos e professores devem também mencionar as Bolsas de Iniciação Científica Jr.(PIC), o Programa de Iniciação Científica e de Mestrado (PICME) e que a Olimpíada serve como critério para o programa “Ciência sem Fronteiras”. Outra ação que pode ajudar é que seja concedida uma espécie de “menção honrosa” aos melhores alunos de cada escola, assim em todas as escolas em que a OBMEP é realizada ocorrerá uma solenidade de premiação, o que mostrará aos alunos ser possível sim ter um bom desempenho na OBMEP.

A análise realizada neste trabalho, das provas dos anos de 2011 e 2012, permitiu que considerações fossem feitas com o intuito de contribuir tanto com o Comitê Central da OBMEP, quanto com as Escolas Públicas. Essas considerações foram originadas, por muitas vezes, de reflexões e de observações da minha experiência profissional docente de 15 anos de atuação nas redes particular e pública de ensino. Graduei-me em 1998 na Universidade do Estado do Rio de Janeiro (UERJ) e, a partir daí, lecionei em projetos sociais, como o Agente Jovem da Secretaria Municipal do Trabalho da Cidade do Rio de Janeiro, e em cursos preparatórios para o ingresso em escolas militares. Logo depois, aprovado em concurso federal, assumi dedicação exclusiva com o Sistema Colégio Militar do Brasil, do Exército Brasileiro, atuando na educação básica dos Colégios Militares do Recife e do Rio de Janeiro, no qual atuei como coordenador pedagógico do 9º ano. Ainda, no sistema federal de ensino, lecionei no Colégio de Aplicação da Universidade Federal do Rio de Janeiro (CAP-UFRJ) por dois anos. Por sua vez, os colégios Cruzeiro, Pentágono e São José proporcionaram minha inclusão na rede privada de ensino, ampliando minha experiência profissional diante da complexidade do fenômeno educativo.

Levando em conta todos os aspectos mencionados para a análise realizada neste trabalho, seguem as seguintes considerações:

1) Ao Comitê Central da OBMEP

a) As alternativas das questões poderiam ser elaboradas de forma a possibilitar um indicador do raciocínio lógico-matemático dos alunos. Ao ser analisado o percentual de cada uma das alternativas, um relatório seria enviado às escolas com uma análise baseada nos referidos percentuais, permitindo assim uma pré-avaliação do desenvolvimento desse raciocínio, cujo objetivo seria o planejamento de ações didáticas visando a melhoria do processo de aprendizagem. ***Objetivos da OBMEP atendidos: contribuir para a melhoria da qualidade da educação básica; incentivar o aperfeiçoamento dos professores das escolas públicas.***

b) Questões que fossem consideradas discrepantes, com relação ao grau de dificuldade, entre o entendimento da banca e os resultados obtidos após a correção, deveriam ser reenviadas às escolas com a solução e com sugestões de abordagens. Após isso, questões deste tipo deveriam constar das provas seguintes, tendo com isso a possibilidade de se verificar se houve melhora em relação a esses conteúdos ou forma de abordagens. ***Objetivos da OBMEP atendidos: contribuir para a melhoria da qualidade da educação básica; incentivar o aperfeiçoamento dos professores das escolas públicas.***

c) As questões que fogem a forma como normalmente são ensinados os conteúdos nas escolas não deveriam aparecer no início da prova, pois este trabalho mostra que esses tipos têm um percentual de acerto que muitas vezes a classificam como difícil. ***Objetivos da OBMEP atendidos: estimular e promover o estudo da Matemática entre alunos das escolas públicas.***

d) Experiências bem sucedidas em todo país devem ser amplamente divulgadas nas escolas através de materiais didáticos como vídeos e apostilas. Outra sugestão seria cursos ministrados pelos responsáveis por esse sucesso. ***Objetivos da OBMEP atendidos: contribuir para a integração entre escolas públicas, universidades, institutos de pesquisa e sociedades científicas.***

e) Questões que abordem o mesmo conteúdo e tenham forma semelhante de serem elaboradas, caso sejam cobradas em anos consecutivos, devem ser posicionadas, na prova posterior, numa posição que não seja no final da prova, pois seu índice de acerto provavelmente a classificará como Média ou Fácil, no que diz respeito ao grau de dificuldade, pois este índice é obtido em função dos alunos que passam para a 2ª fase, ou seja, aqueles que tendem a se preparar para a prova resolvendo questões de anos anteriores. **Objetivos da OBMEP atendidos: estimular e promover o estudo da Matemática entre alunos das escolas públicas.**

f) Deve-se evitar que questões similares figurem na mesma prova, pois se de um lado isso é bom para o aluno que sabe resolvê-la, por outro, torna a prova mais difícil para aqueles que não sabem. **Objetivos da OBMEP atendidos: estimular e promover o estudo da Matemática entre alunos das escolas públicas.**

2) Às Escolas

a) As escolas devem incluir no seu calendário anual a aplicação da prova, em horário regular das suas aulas e, juntamente a isso, criar algum mecanismo de incentivo a participação e de valorização da OBMEP. **Objetivos da OBMEP atendidos: contribuir para a melhoria da qualidade da educação básica; incentivar o aperfeiçoamento dos professores das escolas públicas; estimular e promover o estudo da Matemática entre alunos das escolas públicas.**

b) Os professores poderiam adotar a prática de utilizarem em suas avaliações questões da OBMEP. Essas questões poderiam aparecer nos mais diversos tipos de avaliações. **Objetivos da OBMEP atendidos: contribuir para a melhoria da qualidade da educação básica; incentivar o aperfeiçoamento dos professores das escolas públicas; estimular e promover o estudo da Matemática entre alunos das escolas públicas.**

c) Deve-se também solicitar às escolas que divulguem amplamente as premiações, principalmente aquelas destinadas às escolas e aos professores. **Objetivos da OBMEP atendidos: incentivar o aperfeiçoamento dos professores das escolas públicas.**

d) Por parte das escolas, uma reflexão que pode trazer ótimos resultados é se verificar o porquê de alguns alunos que se destacam na escola não conseguirem participar da 2ª fase da OBMEP. ***Objetivos da OBMEP atendidos: contribuir para a melhoria da qualidade da educação básica; incentivar o aperfeiçoamento dos professores das escolas públicas; estimular e promover o estudo da Matemática entre alunos das escolas públicas.***

e) As escolas devem criar ações para que haja uma melhor integração entre todos os membros da comunidade escolar, visando a dissolução da insatisfação com relação à aplicação ou correção da OBMEP em suas escolas. ***Objetivos da OBMEP atendidos: contribuir para a melhoria da qualidade da educação básica; incentivar o aperfeiçoamento dos professores das escolas públicas; estimular e promover o estudo da Matemática entre alunos das escolas públicas.***

5. Referências bibliográficas

BIONDI, R. L.; VASCONCELLOS, L.; NAERCIO, A. **Avaliando o impacto da OBMEP - Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas - na qualidade da educação.** Disponível em: <<http://obmep.org.br>>. Acesso em: 30 jan 2013.

Centro de Gestão e Estudos Estratégicos. **Avaliação do Impacto da Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas (OBMEP).** Brasília: CGEE, 2011. Disponível em: <<http://obmep.org.br>>. Acesso em: 30 jan 2013.

CLEMENTE, W. Garimpo de inteligência - A Olimpíada de Matemática revela talentos para a pesquisa de novas tecnologia. **Revista Desafios do Desenvolvimento** [online], n. 1, ago. 2004. Disponível em: <http://www.ipea.gov.br/desafios/index.php?option=com_content&view=article&id=709&catid=28&Itemid=39>. Acesso em: 24 jan. 2013. p. 42-48.

LIMA, Elon Lages (ed). **Exame de Textos Análise de livros de Matemática para o Ensino Médio.** Rio de Janeiro: VITTAE/IMPA/SBM, 2001.

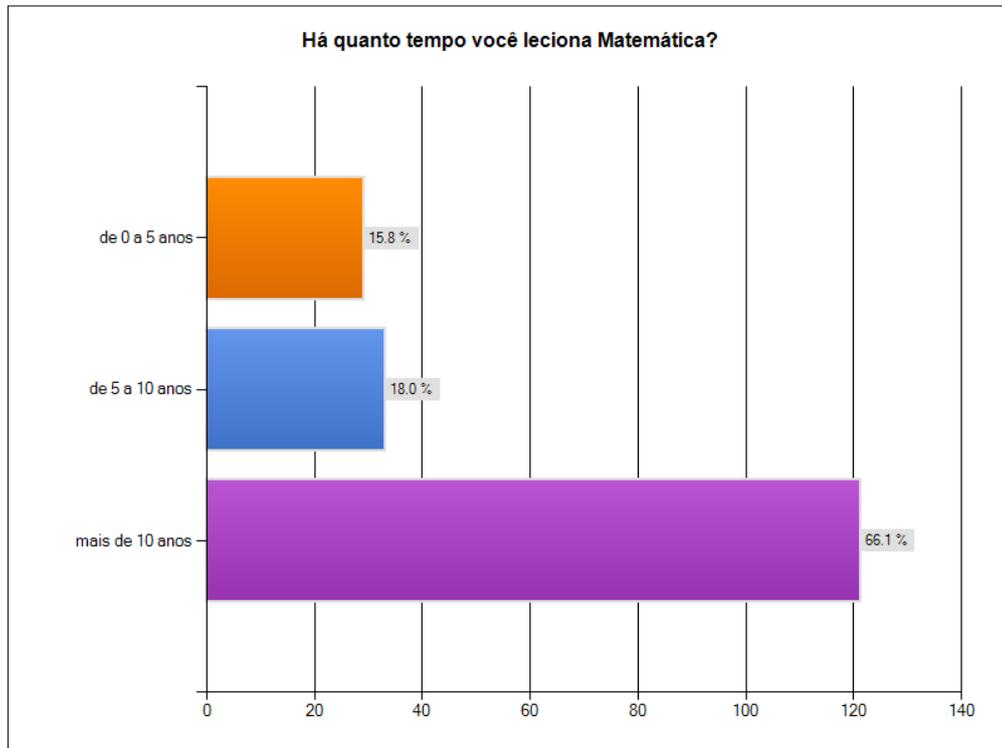
LIMA, Elon Lages. **Matemática e Ensino.** 3 ed. Rio de Janeiro: SBM, 2007.

OBMEP. **Provas e Soluções.** Disponível em: <<http://www.obmep.org.br/provas.htm>>. Acesso em: 30 jan 2013.

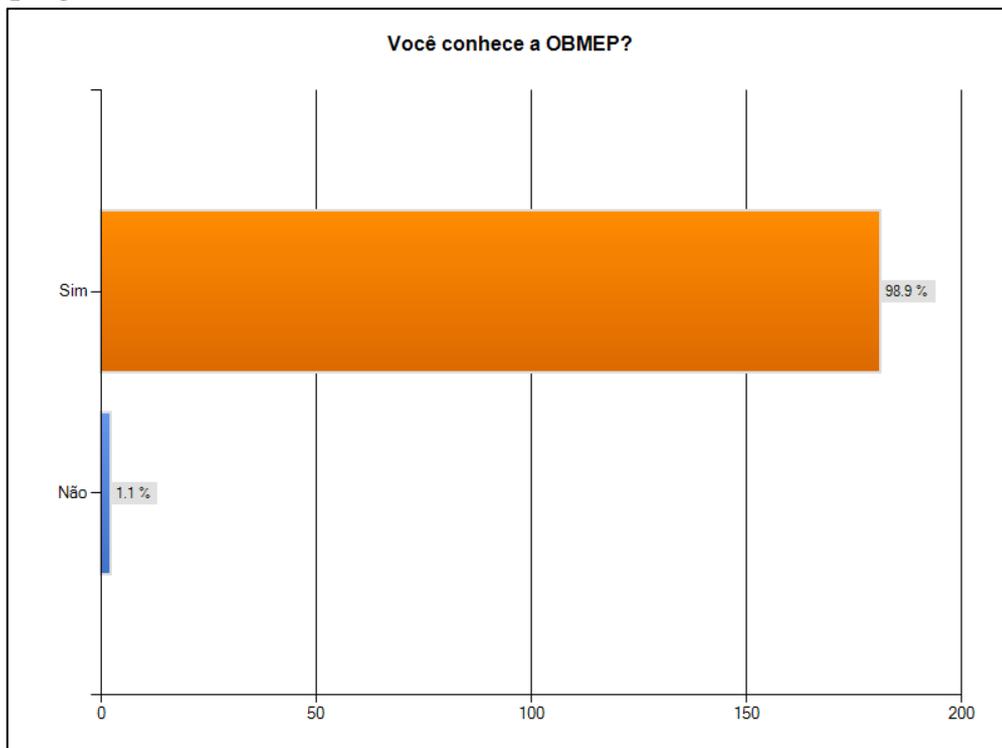
SurveyMonkey. **Questionário eletrônico.** Disponível em: <<http://www.surveymonkey.com/s/5QWSC3P>>. Acesso em: 29 jan 2013.

6. Anexo - Questionário

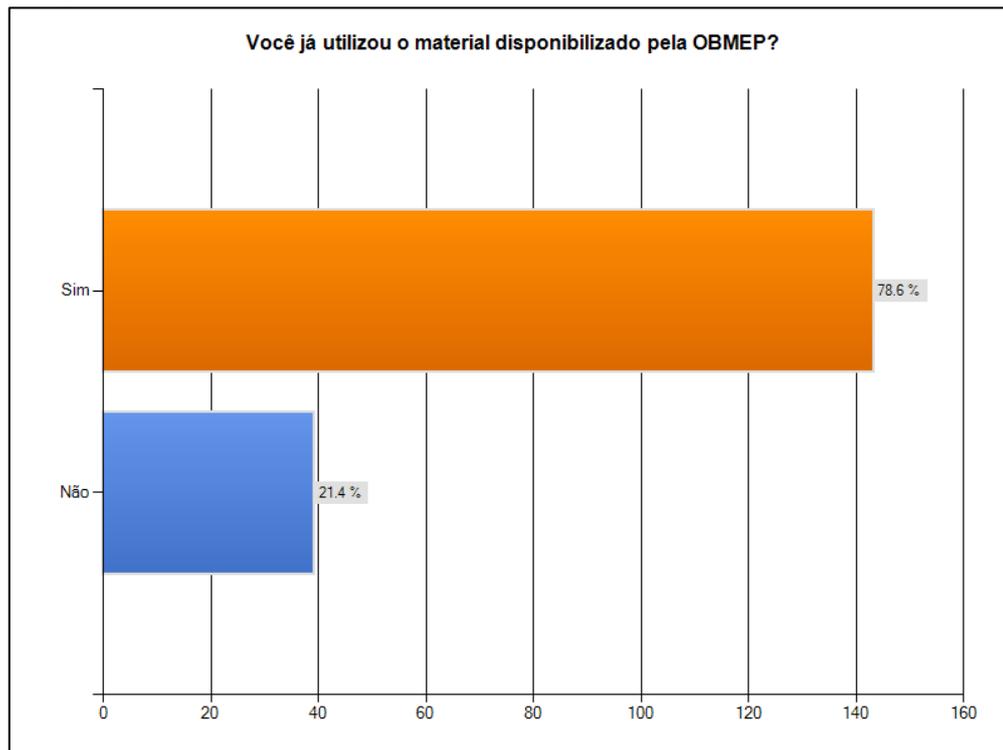
Primeira pergunta.



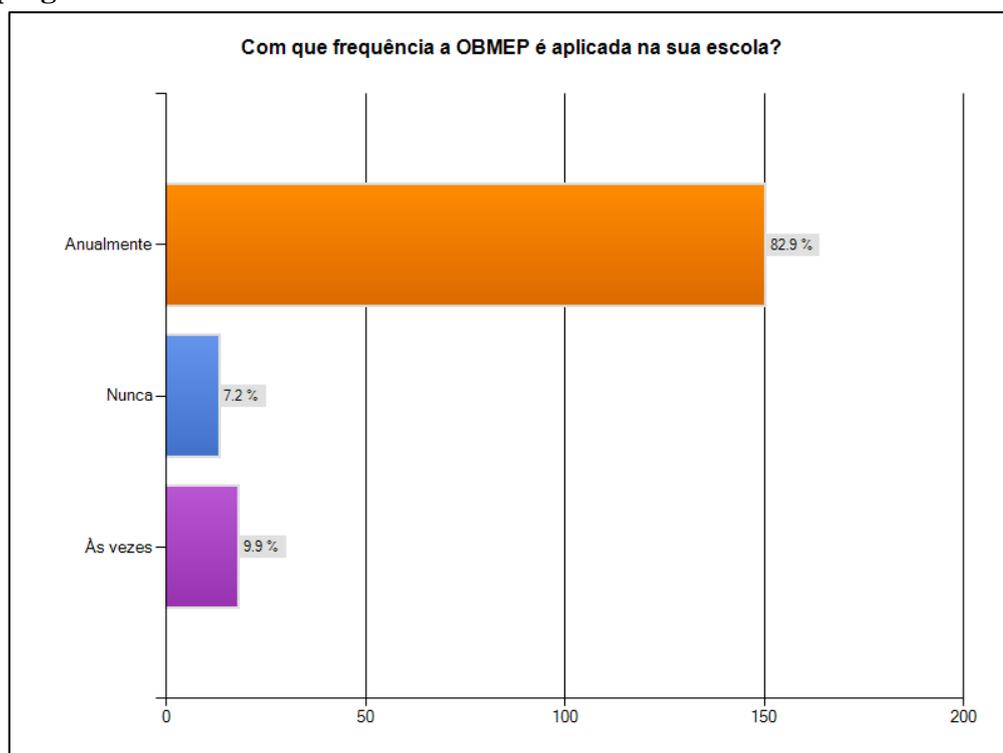
Segunda pergunta.



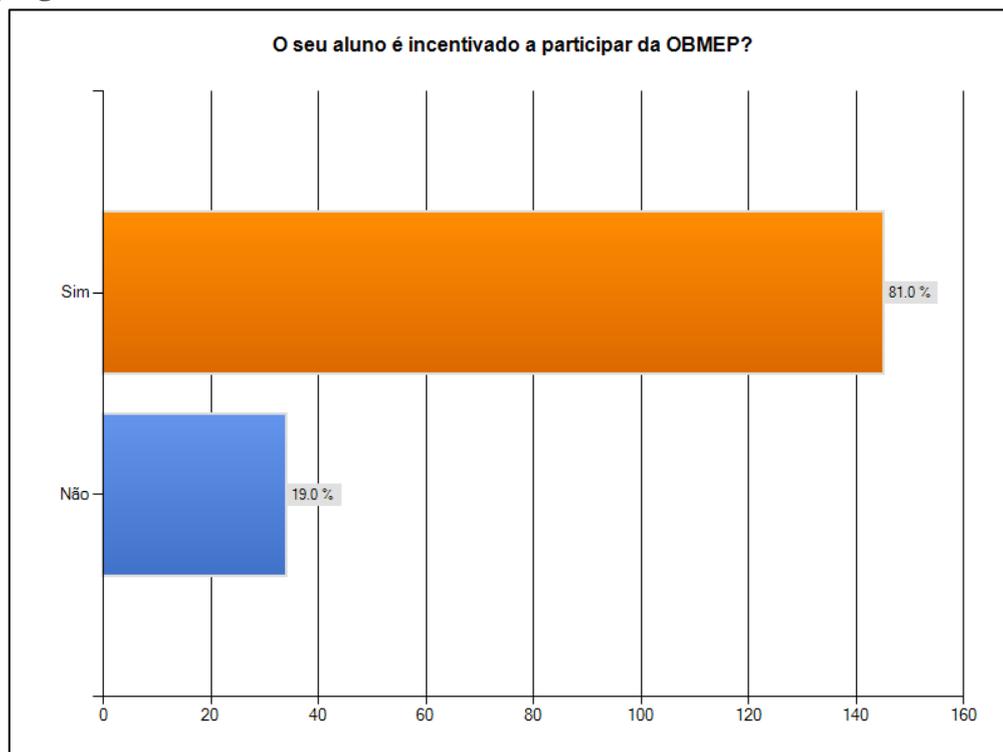
Terceira pergunta.



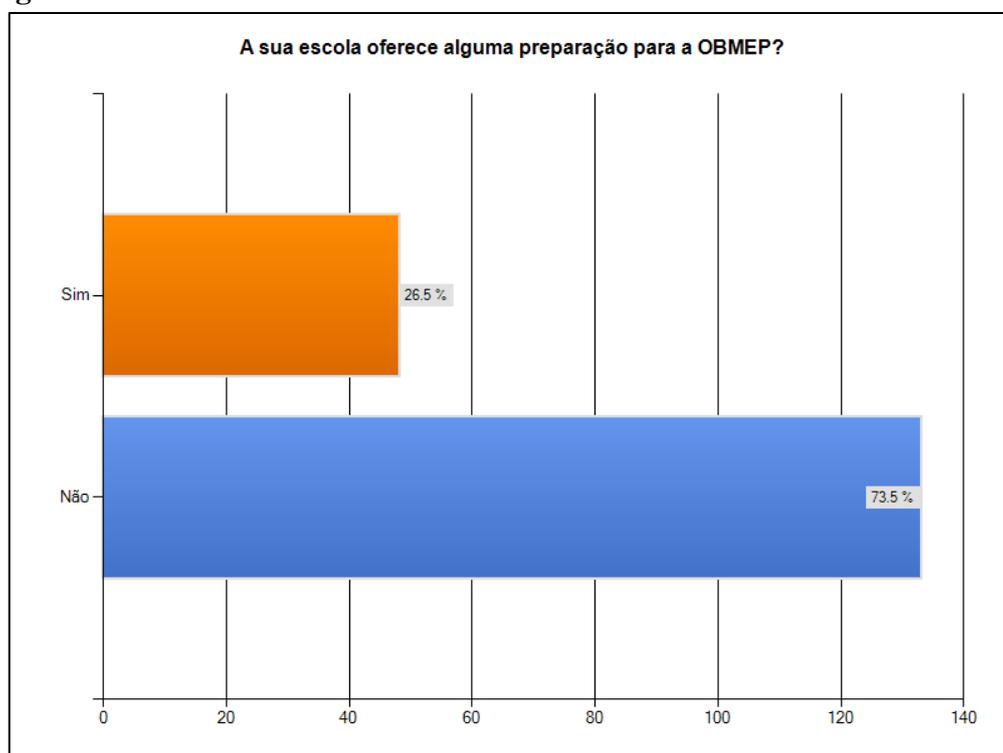
Quarta pergunta.



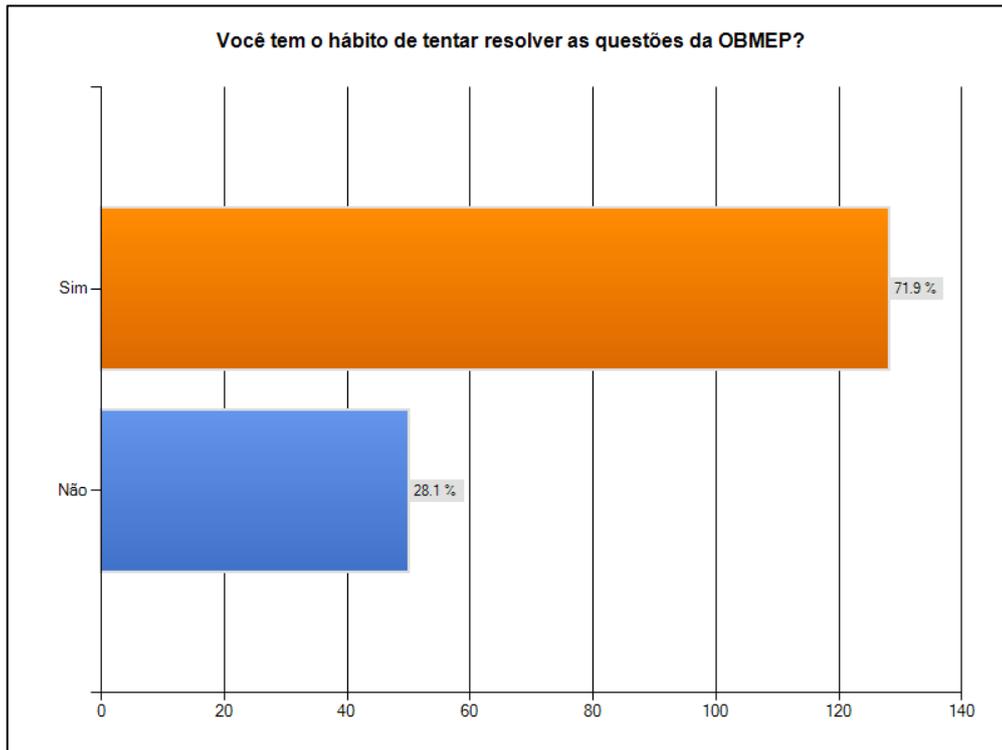
Quinta pergunta.



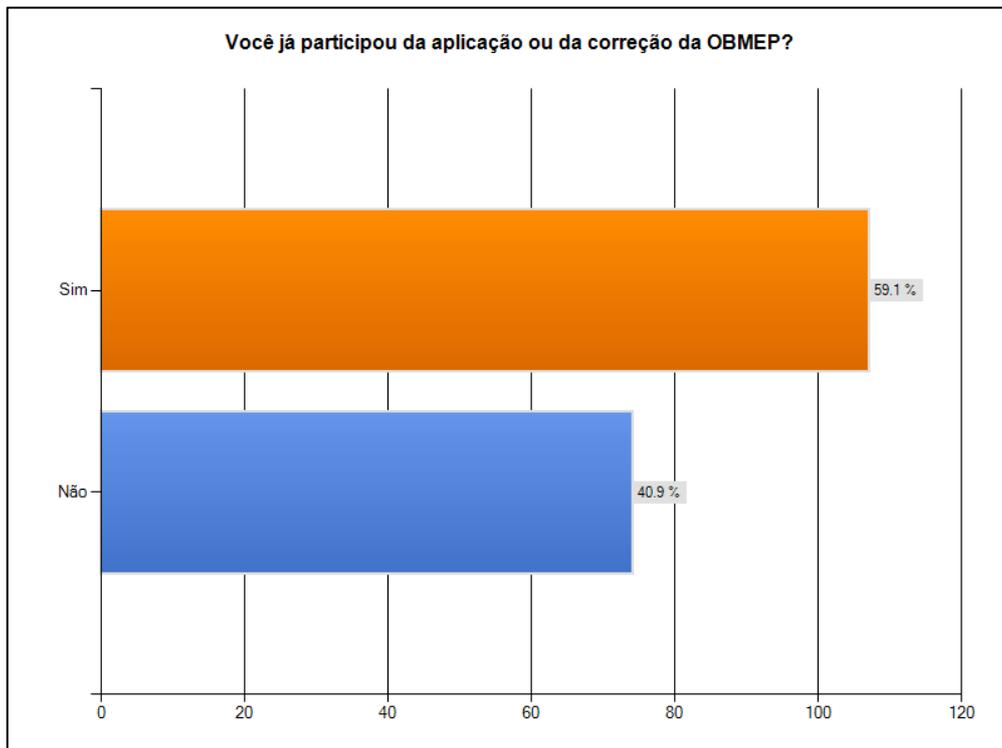
Sexta pergunta.



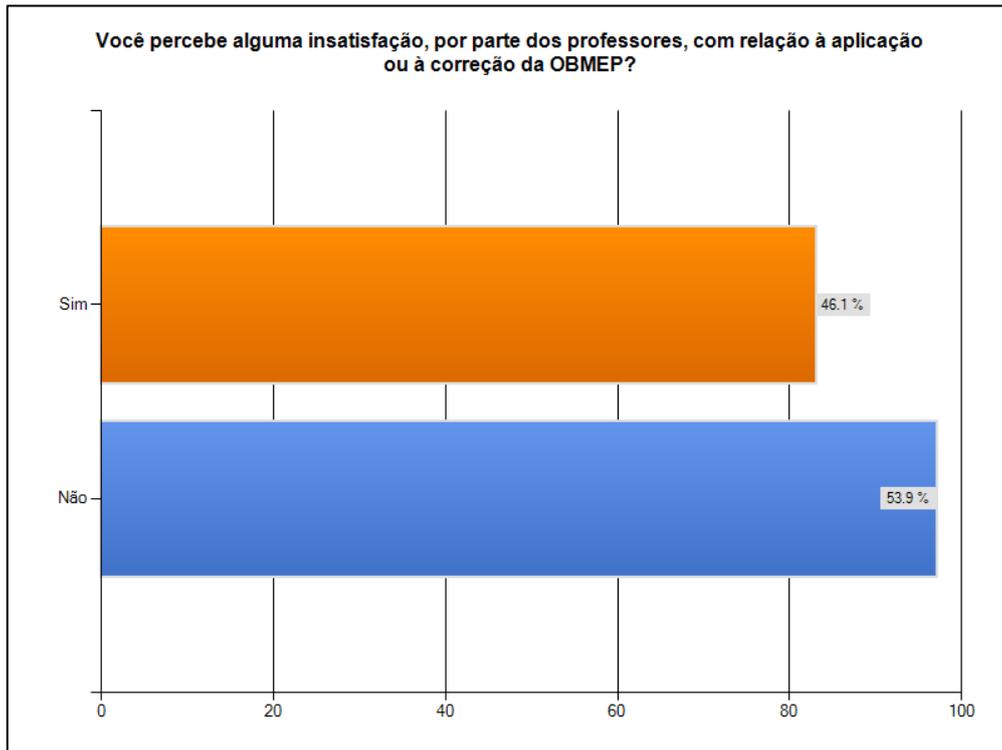
Sétima pergunta.



Oitava pergunta.



Nona pergunta.



Décima pergunta.

