



**UNIVERSIDADE FEDERAL DO CEARÁ**  
**CENTRO DE CIÊNCIAS**  
**DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA**  
**PROGRAMA DE MESTRADO PROFISSIONAL**  
**EM MATEMÁTICA EM REDE NACIONAL**

**FABRÍCIO VERAS DOS SANTOS**

**ALGUMAS APLICAÇÕES DO KIG**  
**NO ESTUDO DA GEOMETRIA ANALÍTICA**

**FORTALEZA-CE**  
**2014**

FABRÍCIO VERAS DOS SANTOS

**ALGUMAS APLICAÇÕES DO KIG  
NO ESTUDO DA GEOMETRIA ANALÍTICA**

Dissertação de Mestrado apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Matemática em Rede Nacional, do Departamento de Matemática da Universidade Federal do Ceará, como requisito parcial para a obtenção do Título de Mestre em Matemática. Área de concentração: Ensino de Matemática.

Orientador: Prof. Dr. Marcos Ferreira de Melo

FORTALEZA

2014

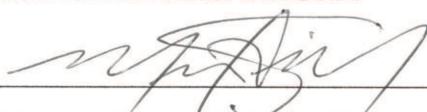
FABRÍCIO VERAS DOS SANTOS

ALGUMAS APLICAÇÕES DO KIG NO ESTUDO DA GEOMETRIA ANALÍTICA


Dissertação de Mestrado apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Matemática em Rede Nacional, do Departamento de Matemática da Universidade Federal do Ceará, como requisito parcial para a obtenção do Título de Mestre em Matemática. Área de concentração: Ensino de Matemática.

Aprovada em: 07 / 06 / 2014.

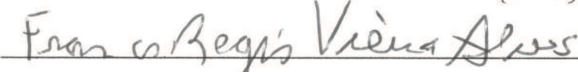
BANCA EXAMINADORA



Prof. Dr. Marcos Ferreira de Melo (Orientador)  
Universidade Federal do Ceará (UFC)



Prof. Dr. Jonatan Floriano da Silva  
Universidade Federal do Ceará (UFC)



Prof. Dr. Francisco Régis Vieira Alves

Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Ceará (IFCE)

## **Dedicatória**

Dedico este trabalho à minha querida namorada Gracielle, que durante toda esta jornada de estudos esteve ao meu lado incentivando-me em prol dessa grande conquista, com paciência, amor e compreensão.

Aos meus pais, Raimundo e Silonilde, pela dedicação e carinho que me dedicaram durante todos os momentos de minha vida.

Às minhas irmãs Alyne e Mônica que também me deram muita força durante os momentos difíceis dessa empreitada.

A todos que fazem a Escola Dona Marieta Cals, Núcleo Gestor, Professores, Funcionários e Alunos, na certeza de que essa minha conquista é também da escola, dedico tudo que consegui a eles que depositaram em mim muita confiança e atenção nesse período de estudos.

## **Agradecimentos**

Agradeço acima de tudo a Deus, por ter me guiado durante todo esse tempo de estudos, por não ter me deixado desanimar mesmo diante de muitas dificuldades pelas quais passei e por ter me protegido no percurso de milhares de quilômetros andados durante esses últimos anos.

À minha família, pais, irmãs, namorada, por toda a força que me deram nesse período de dedicação ao Mestrado.

De modo particular ao meu amigo Agigleudo, do polo de Juazeiro do Norte, pelo tempo que estudamos juntos, nos ajudando diante de nossas dificuldades; e também aos meus amigos Daniel Marques e Nicomedes Pontes, do polo de Fortaleza, por terem me acolhido com todo empenho na turma de Fortaleza, me ajudando nos momentos de dificuldade e nas muitas horas que passamos estudando juntos.

Ao professor Dr. Marcelo Ferreira de Melo, coordenador do polo de Fortaleza, por ter me acolhido da melhor maneira possível na transferência do polo de Juazeiro do Norte para o polo de Fortaleza. A ele minha eterna gratidão.

Ao meu orientador, professor Dr. Marcos Ferreira de Melo, pelo grande apoio que me deu nessa fase de conclusão, da elaboração do Trabalho de Conclusão de Curso, sendo muito atencioso e prestativo sempre que solicitado e de prontidão.

À CAPES pelo apoio financeiro que foi dado durante todo o curso, ajuda indispensável nesse período, visto os deslocamentos feitos toda semana.

A todos que, direta ou indiretamente, contribuíram para que este momento fosse alcançado, sem cada um dessas pessoas, e outras que por algum motivo tenha esquecido, eu com certeza não teria conseguido.

Muito obrigado a todos.

## RESUMO

O trabalho aqui exposto visa apresentar a inserção do uso do computador, especificamente, o software Kig no processo de ensino-aprendizagem de Geometria Analítica, de modo particular no Estudo da Reta, estudo esse feito na terceira série do Ensino Médio. As metodologias ora apresentadas abordam o uso do software livre Kig, programa da plataforma Linux, em atividades manipulativas, onde o aluno por si só, com o uso do computador constrói o conhecimento, relacionando o conteúdo fundamentado teoricamente ao conteúdo trabalhado por meio do computador. Ao se manusear o Kig, software escolhido para este trabalho, tanto o professor quanto o aluno poderão analisar variações reais e concretas nas características dos conjuntos algébricos estudados em Geometria Analítica, que aqui tratamos do estudo do ponto e estudo da reta. Com isso, na resolução de um problema apresentado, o aluno não mais precisa elaborar e aplicar aquelas tão apresentadas e conhecidas fórmulas algébricas. Além do mais, o trabalho apresenta a fundamentação teórica do conteúdo abordado, possibilidades no crescimento e melhorias no processo de ensino e aprendizagem de Geometria Analítica e até mesmo dificuldades apresentadas por muitos nesse processo, tanto por parte dos professores quanto por parte dos alunos.

Palavras-chave: Kig, Geometria Analítica, Estudo da Reta, Geometria Dinâmica, Software Livre.

## **ABSTRACT**

The work exposed here aims to present the insertion of computer use, particularly, the Kig Software in the teaching-learning of analytic geometry, in particular the study of Straight Line, this study was done in the third year of high school. The methodologies presented approach the use of free software “Kig”, the Linux platform program in manipulative activities, where the student alone, using the computer builds knowledge relating to the content, based theoretically, which was worked through computer. When handling the “Kig”, chosen software for this work, both the teacher and the student can analyze real and concrete variations in the characteristics of algebraic sets studied in Analytic Geometry, that here we deal with the study of point and study the Straight Line. Thus, in solving a given problem, the student no longer needs to develop and implement those presented and known as algebraic formulas. Furthermore, the paper presents the theoretical foundation of content addressed, possibilities for growth and improvements in the process of teaching and learning Analytic Geometry and even though many difficulties presented by this procedure, both by teachers and by students.

Keywords: Kig, Analytic Geometry, Study of Straight Line, Dynamic Geometry, Free Software.

## LISTA DE FIGURAS

**Figura 2.1:** Representação de René Descartes e Pierre de Fermat.

**Figura 2.2:** Representação dos quadrantes.

**Figura 2.3:** Bissetrizes dos quadrantes pares e ímpares.

**Figura 2.4:** Distância entre dois pontos.

**Figura 2.5:** Ponto Médio.

**Figura 2.6:** Alinhamento de pontos.

**Figura 2.7:** Área do triângulo.

**Figura 2.8:** Reta paralela ao eixo x.

**Figura 2.9:** Reta paralela ao eixo y.

**Figura 2.10:** Bissetriz.

**Figura 2.11:** Coeficiente angular.

**Figura 2.12:** Reta com coeficiente angular  $m$  e que passa por  $P$ .

**Figura 2.13:** Reta com coeficiente linear  $n$ .

**Figura 2.14:** Retas paralelas.

**Figura 2.15:** Retas paralelas verticais.

**Figura 2.16:** Retas concorrentes.

**Figura 2.17:** Retas perpendiculares.

**Figura 2.18:** Ângulo entre retas.

**Figura 2.19:** Caso particular de ângulo entre retas.

**Figura 2.20:** Distância entre ponto e reta.

**Figura 2.21:** Demonstração da distância entre um ponto e uma reta.

**Figura 3.1:** Edubar: barra de ferramentas do Linux Educacional 3.0

**Figura 3.2:** Área de trabalho do Kig

**Figura 3.3:** Construindo um ponto

**Figura 3.4:** Construindo um objeto



**Figura 3.5:** Construindo um círculo

**Figura 4.1:** Comprimento de um segmento.

**Figura 4.2:** Coordenadas do ponto médio de um segmento.

**Figura 4.3:** Reflexão de ponto sobre ponto.

**Figura 4.4:** Pontos colineares.

**Figura 4.5:** Pontos não colineares.

**Figura 4.6:** Baricentro e área do triângulo.

**Figura 4.7:** Equação da reta por dois pontos.

**Figura 4.8:** Coeficiente angular de uma reta dados dois pontos.

**Figura 4.9:** Coeficiente angular de uma reta decrescente.

**Figura 4.10:** Reta que passa por P e é paralela a outra reta dada.

**Figura 4.11:** Teste de paralelismo entre retas.

**Figura 4.12:** Mediatriz de um segmento.

## SUMÁRIO

Introdução.....	10
1 Análises Preliminares.....	13
1.1 Explorando a Geometria com o software de geometria dinâmica.....	13
1.2 Orientações Curriculares para a Geometria Analítica.....	15
2 Fundamentação Teórica.....	17
2.1 Sistema Cartesiano Ortogonal.....	17
2.2 Distância entre dois pontos no plano cartesiano.....	18
2.3 Coordenadas do ponto médio.....	19
2.4 Estudo da reta: Condição de alinhamento de três pontos.....	21
2.5 Área de um triângulo.....	22
2.6 Equação geral da reta.....	23
2.7 Casos particulares.....	23
2.8 Inclinação e coeficiente angular de uma reta.....	24
2.9 Cálculo do coeficiente angular.....	25
2.10 Equação da reta que passa por um ponto $P(x_1, y_1)$ de coeficiente angular $m$ ....	25
2.11 Equação reduzida da reta.....	26
2.12 Posições relativas de duas retas.....	26
2.13 Ângulo entre duas retas.....	28
2.14 Caso particular.....	29
2.15 Distância entre ponto e reta.....	30
3 O Linux.....	32
3.1 O Linux Educacional.....	33
3.2 O Kig.....	34
4 Aplicações do Kig no Estudo da Geometria Analítica.....	39
Conclusão.....	51
Referências Bibliográficas.....	54
Anexos.....	55

## Introdução

Muitos são os problemas citados sobre os diversos motivos que levam o ensino da matemática ao insucesso ou à insuficiência no aprendizado nas escolas brasileiras, de um modo particular no ensino médio das escolas da rede pública estadual do Ceará. Esses problemas são constantemente debatidos nos mais diversos setores da educação brasileira, seja num encontro de professores em um planejamento ou mesmo na pesquisa das políticas públicas da educação brasileira pelos técnicos da educação. Vemos que os indicadores apontam para uma preocupação no quesito ensino-aprendizagem. Temos então a grande preocupação de pensar o que fazer para mudar a forma de ensinar matemática, sobre o que fazer para que o educando seja o agente do sucesso, levando ao processo de ensino-aprendizagem algo que desperte no educando o prazer ao aprender. São questões sempre debatidas, mas nem sempre se chega a um denominador comum, muitas vezes nada se é feito.

Nos cursos de Licenciatura em Matemática, nas disciplinas de Estágio Supervisionado, até mesmo na prática pedagógica do dia a dia, aprendemos que precisamos inovar nas aulas de Matemática e, para isso, contamos com diversos recursos tecnológicos a nosso favor como televisão, DVD player, computadores, projetores multimídias, até mesmo um rádio. Os recursos estão à disposição dos professores, mas ainda vemos uma predominância dos métodos tradicionais no ensino de Matemática, com aulas simplesmente expositivas. Sentimos uma repulsa, uma resistência à aceitação da utilização dessas novas ferramentas em sala de aula, muitas vezes pela simples preferência ao método tradicional de ensino, mas em grande parte, ainda percebemos a falta de formação tecnológica dos professores. Os professores ainda se recusam a conhecer o novo, se inteirar dessas novas ferramentas tecnológicas, deixando assim para o aluno a investigação, a busca por meios que eles mesmos criam para facilitar a aprendizagem de certos conteúdos. Para que essas ferramentas sejam utilizadas de maneira produtiva é necessária uma capacitação pessoal por parte de cada professor, precisando, portanto, se desvencilhar dessa resistência ao novo.

Somos norteadores do aprendizado de uma geração de educandos que está vivenciando um constante e veloz bombardeamento de informações por parte das novas tecnologias, celulares, computadores, tablets, acesso à internet etc. A grande maioria desses educandos vive diariamente com essas tecnologias, o que faz com que o ensino tradicionalista não atraia tanto como deveria.

Muitos de nós temos então a preocupação e curiosidade de buscar meios que auxiliem esse processo de ensino e aprendizagem, fazendo uma ponte de conexão entre os

conteúdos matemáticos, de um modo particular a Geometria Analítica, conteúdo enfatizado neste trabalho, e sua utilização por meio dos recursos computacionais. Muitos alunos veem esse conteúdo como um assunto muito difícil de aprender e, muitas vezes, não conseguem ligar o seu estudo à utilização no dia a dia ou mesmo seu estudo de maneira concreta. Neste trabalho estamos propondo atividades que facilitam o estudo da Geometria Analítica, de modo restrito, o Estudo da Reta, utilizando o KIG, um software livre de geometria dinâmica da plataforma Linux, sistema operacional utilizado nos Laboratórios Escolares de Informática das escolas públicas.

Este trabalho se divide em quatro capítulos, da seguinte maneira:

No primeiro capítulo mostraremos o Estudo da Geometria Analítica de acordo com os PCN's (Parâmetros Curriculares Nacionais) bem como suas Orientações Curriculares para o Ensino Médio, que é o nosso foco de estudo neste trabalho, visto que é um conteúdo trabalhado na terceira série do ensino médio. Trata-se especificamente de uma análise preliminar, sendo mostrados objetivos, competências e habilidades a serem desenvolvidas pelos educandos sujeitos desse processo. É destacada neste capítulo, a importância do uso das tecnologias no processo de ensino e aprendizagem.

No capítulo 2 apresentaremos a fundamentação teórica que trata do conteúdo a ser trabalhado e exposto neste trabalho, o Estudo da Reta na Geometria Analítica. Como suporte às atividades a serem aplicadas com o Kig, com o uso do computador, são apresentadas neste capítulo definições e demonstrações necessárias ao estudo ora apresentado.

Dando sequência, o terceiro capítulo vem apresentar de maneira resumida a plataforma Linux, bem como uma de suas versões que está presente nos computadores de muitos Laboratórios Escolares de Informática, o Linux Educacional 4.0. A ideologia do software livre é apresentada de maneira bem clara neste capítulo. Dentre os recursos educativos contidos no Linux Educacional 4.0, apresentaremos o software de geometria dinâmica Kig, explicitando as principais ferramentas desse software no estudo da Geometria Analítica.

No capítulo 4 são apresentados alguns exemplos da aplicação do Kig no estudo da reta, na Geometria Analítica. Essas aplicações são exemplos comumente trabalhados em sala de aula, só que de maneira meramente expositiva, no quadro. Vale salientar que essas aplicações devem ser feitas de maneira paralela ao aprendizado em sala de aula, necessitando de um conhecimento prévio do conteúdo trabalhado, não deixando fugir o rigor do método tradicional do ensino matemático. Estas aplicações estão totalmente fundamentadas no capítulo 2, que traz o conteúdo trabalhado e apresentado neste trabalho.

Por fim fazemos uma conclusão acerca da utilização do Kig em sala de aula ou laboratórios de informática, apresentando as dificuldades que venham aparecer bem como os resultados positivos desta ferramenta no Estudo da Reta na Geometria Analítica.

## Capítulo 1

### Análises Preliminares

Este capítulo se volta à apresentação de alguns aspectos do processo de ensino e aprendizagem da Geometria Analítica bem como esse estudo feito com ajuda de um software de geometria dinâmica.

#### 1.1. Explorando a Geometria com o software de geometria dinâmica

Os ambientes de geometria dinâmica oferecem ferramentas de auxílio do âmbito computacional possibilitando a simulação de construções geométricas, substituindo régua, compassos, transferidores etc.

Para que estas ferramentas sejam utilizadas de maneira significativa e positiva há uma série de requisitos para o uso dessas tecnologias na educação escolar. Primeiramente a escola deve estar equipada com máquinas para o processamento dessas informações em ambientes próprios, salas de aula ou laboratórios de informática. Nas escolas da rede pública estadual do Ceará, os Laboratórios Educacionais de Informática contam com o sistema apresentado neste trabalho, o Linux Educacional, contendo o Kig, software de geometria dinâmica, que está sendo abordado aqui.

Além do mais, exige-se do professor uma mudança significativa na sua prática pedagógica, muitas vezes exposta de maneira tradicionalista. Segundo Cox (2008, p.75):

Para fomentar mudanças o professor precisa rever suas posturas, reavaliar seus propósitos, remodelar as ferramentas; o docente precisa reestruturar-se, o que requer estudo, análise e esforço; em uma palavra: preparação.

O professor representa a base, é a peça-chave nesta transformação, sem a preparação, ou mesmo o envolvimento, quase nada se pode realizar.

A inserção de recursos computacionais no Ensino da Matemática requer uma análise das especificidades de cada programa. A escolha deve seguir critérios próprios ao conteúdo trabalhado em sala de aula.

Segundo Giraldo (2013, p. 392),

A introdução de uma ferramenta tecnológica em sala de aula deve se orientar por objetivos e competências a serem adquiridas pelos estudantes. Caso contrário, é bastante provável que a ferramenta não seja realmente integrada ao processo de

ensino, convertendo-se apenas a um simples adereço. Este processo deve envolver a compreensão da adequação da ferramenta aos conceitos matemáticos abordados, bem como as perspectivas didáticas em que ocorre a integração da tecnologia. É fundamental que sejam consideradas ainda as potencialidades e prováveis limitações dos recursos tecnológicos quando aplicados ao contexto de ensino e aprendizagem em questão.

Estando a escola disposta e readequada de maneira a propiciar aos alunos esse acesso ao uso das tecnologias computacionais no ensino da Matemática, cabe à mesma incentivar, estimular os alunos a participarem e interajam, serem os agentes desse processo de construção do conhecimento. Esta readequação no método didático faz com que os alunos sejam meros receptores de informações e passem a agir de maneira ativa na busca e construção do seu próprio aprendizado.

Cox (2008, p.70) ressalta a importância desse estímulo ao aluno de forma que:

Com a adoção dos recursos da informática no ambiente da escola repensada, aliada à pesquisa, as tediosas aulas, em que os alunos eram vistos como passivos ouvintes e limitavam-se à reprodução, podem ser substituídas por dinâmico ambiente de aprendizado no qual a capacidade criadora e crítica de jovens aprendizes é desafiada e compelida a desenvolver-se gradativamente.

A partir das atividades apresentadas nesse trabalho esperamos que o aluno desenvolva o seu raciocínio lógico-dedutivo, construindo soluções a partir do manuseio e das construções geométricas.

Giraldo (2013, p. 120) relata que um dos objetivos das atividades desenvolvidas de usando esses softwares é:

[...] apresentar possibilidades de uso de ambientes de geometria dinâmica no ensino de geometria euclidiana plana, tanto para a aprendizagem de conceitos geométricos específicos quanto para o desenvolvimento do raciocínio matemático dedutivo envolvido, buscando sempre a forma mais geral e sólida possível para que os conhecimentos adquiridos possam ser reconhecidos e aplicados, mesmo sem o apoio do computador.

Todos sabemos da grande importância que os recursos tecnológicos apresentam no processo de ensino e aprendizagem. Os alunos estão diariamente em contato com esses recursos, portanto temos que procurar fazer um elo entre a Matemática e essa tecnologia, procurando despertar a curiosidade do aluno para construir e compreender que essa importância age diretamente no seu aprendizado.

Analisando as ORIENTAÇÕES CURRICULARES PARA O ENSINO MÉDIO (2006, p.87), sobre o uso da tecnologia em sala de aula:

Não se pode negar o impacto provocado pela tecnologia de informação e comunicação na configuração da sociedade atual. Por um lado, tem-se a inserção dessas tecnologia no dia a dia da sociedade, a exigir indivíduos com capacitação para bem usá-la; por outro lado, tem-se nessa mesma tecnologia um recurso que pode subsidiar o processo de aprendizagem da Matemática. É importante contemplar uma formação escolar nesses dois sentidos, ou seja, a Matemática como ferramenta para entender a tecnologia, e a tecnologia como ferramenta para entender a Matemática.

## 1.2. Orientações Curriculares para a Geometria Analítica

É necessário, antes de se trabalhar qualquer conteúdo em sala de aula, conhecê-lo afim de que se defina a importância do mesmo dentro do programa curricular e os objetivos propostos de acordo a o assunto desejado. Analisando os PCN+ (2002, p. 125), determinamos as habilidades esperadas ao se trabalhar a Geometria Analítica:

Geometria Analítica: representações no plano cartesiano e equações; interseção e posições relativas de figuras.

- Interpretar e fazer uso de modelos para a resolução de problemas geométricos.
- Reconhecer que uma mesma situação pode ser tratada com diferentes instrumentais matemáticos, de acordo com suas características.
- Associar situações e problemas geométricos a suas correspondentes formas algébricas e representações gráficas e vice-versa.
- Construir uma visão sistemática das diferentes linguagens e campos de estudo da Matemática, estabelecendo conexões entre eles.

Ainda segundo os PCN+ (2002, p. 124):

A unidade Geometria analítica tem como função tratar algebricamente as propriedades e os elementos geométricos. O aluno do ensino médio terá a oportunidade de conhecer essa forma de pensar que transforma problemas geométricos na resolução de equações, sistemas ou inequações. O aluno deve perceber que um mesmo problema pode então ser abordado com diferentes instrumentos matemáticos de acordo com suas características. Por exemplo, a construção de uma reta que passe por um ponto dado e seja paralela a uma reta dada pode ser obtida de diferentes maneiras. Se o ponto e a reta estão desenhados em papel, a solução pode ser feita por meio de uma construção geométrica, usando-se instrumentos. No entanto, se o ponto e a reta são dados por suas coordenadas e equações, o mesmo problema possui uma solução algébrica, mas que pode ser representada graficamente. Então, mais importante do que memorizar diferentes equações para um mesmo ente geométrico, é necessário investir para garantir a compreensão do que a geometria analítica propõe. Para isso, o trabalho com este tema pode ser centrado em estabelecer a correspondência entre as funções do 1º e 2º grau seus gráficos e a resolução de problemas que exigem o estudo da posição relativa de pontos, retas, circunferências e parábolas. Além de conhecer uma forma de pensar em Matemática, entender o mundo do século 17, que deu origem ao cartesianismo, pode ser uma excelente oportunidade para que o aluno perceba o desenvolvimento histórico do conhecimento e como certos momentos dessa história transformaram a ciência e a forma de viver da humanidade.



Podemos destacar que o estudo da Geometria Analítica nos permite solucionar problemas do dia a dia, como ler um mapa, ou mesmo entender o funcionamento de algumas máquinas, como o aparelho de GPS, que representa a localização de pontos em um plano, a superfície terrestre. Segundo as ORIENTAÇÕES CURRICULARES PARA O ENSINO MÉDIO (2006, p. 75):

O estudo da Geometria deve possibilitar aos alunos o desenvolvimento da capacidade de resolver problemas práticos do cotidiano, como, por exemplo, orientar-se no espaço, ler mapas, estimar e comparar distâncias percorridas, reconhecer propriedades de formas geométricas básicas, saber usar diferentes unidades de medida. Também é um estudo em que os alunos podem ter uma oportunidade especial, com certeza não é a única, de apreciar a faceta da Matemática que trata de teoremas e argumentações dedutivas.

Vale lembrar que o tema e assunto escolhidos pelo professor deve ter como foco e meta o desenvolvimento das competências destinadas à área trabalhada e com isso, cada aluno deve ser capaz de desenvolver as habilidades relacionadas ao tema proposto. De acordo com os PCN+ (2002, p.132):

Se aos alunos não forem apresentadas propostas de análise de situações em contextos sociais ou culturais, ou se lhes for negada a oportunidade de falar e se posicionar, essas competências dificilmente serão desenvolvidas pelo projeto pedagógico da escola.

## Capítulo 2

### Fundamentação Teórica

A Geometria Analítica, do ponto de vista de muitos estudiosos, é vista como um dos maiores progressos do estudo da Matemática. Este ramo da Matemática realiza conexões entre a Geometria e a Álgebra, possibilitando a compreensão de vários problemas, com a solução de um sistema linear ou mesmo o estudo das retas em figuras bidimensionais ou tridimensionais. Embora não haja um consenso sobre data de início do estudo da Geometria Analítica, alguns relatos citam que já era estudo de conhecimento dos gregos, egípcios e romanos, mas as maiores contribuições foram dos franceses René Descartes (1596-1650) e Pierre de Fermat (1601-1665). A maior contribuição de Descartes foi o livro Discurso do método, onde ele aborda e defende o uso da razão matemática na condução das ciências, em detrimento das práticas puramente experimentais. Fermat, que por sua vez trabalhava de maneira paralela e independente de Descartes, realizou estudos relacionados a equações que representavam curvas matemáticas no plano.



Fonte: <http://philosophy.tamu.edu> (2.1a)



Fonte: <http://pt.wikipedia.org> (2.1b)

*Figura 2.1: Representação de René Descartes e Pierre de Fermat*

#### 2.1. Sistema Cartesiano Ortogonal

Segundo Giovanni e Bonjorno, o sistema de coordenadas cartesianas ortogonal, chamado apenas de plano cartesiano, é representado por dois eixos, chamados de  $Ox$  e  $Oy$ , se tocando em um único ponto, chamado de origem  $O$ , perpendiculares entre si. Estes eixos são orientados, conforme a figura, e, ao se cruzarem, dividem o plano em quatro regiões denominadas quadrantes, cuja indicação é feita no sentido anti-horário. Cada ponto  $P$  do plano cartesiano é identificado por um par ordenado  $(x, y)$  de números reais.

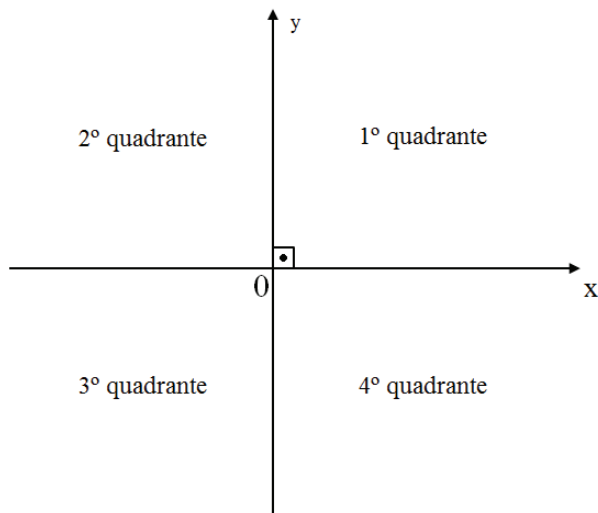


Figura 2.2: Representação dos quadrantes

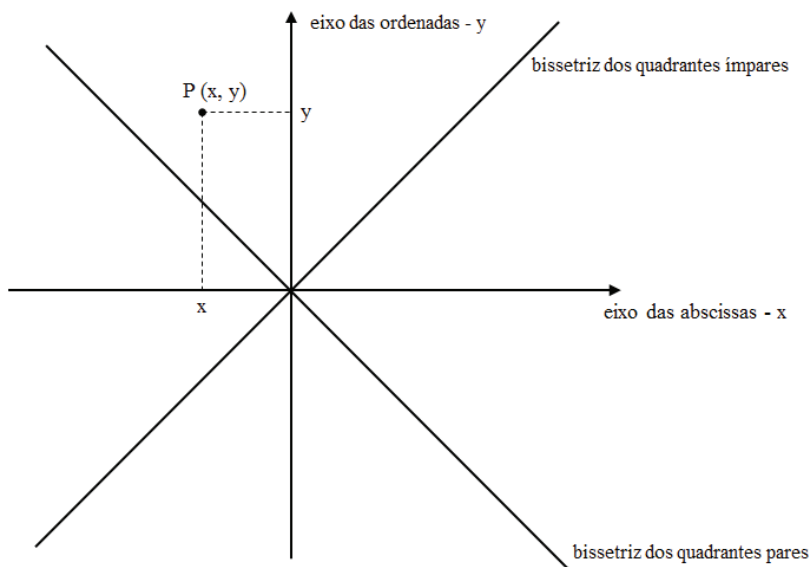


Figura 2.3: Bissetrizes dos quadrantes pares e ímpares

## 2.2. Distância entre dois pontos no plano cartesiano

Consideremos os pontos,  $A(x_1, y_1)$  e  $B(x_2, y_2)$ , do sistema cartesiano ortogonal indicado na figura. O segmento  $AB$  é a hipotenusa do triângulo  $ABC$  e a medida de  $AB$  corresponde à distância entre esses dois pontos. Para determinar a distância entre os pontos  $A$  e  $B$ , vamos usar o teorema de Pitágoras no triângulo retângulo ( $\hat{C}$  é reto), conforme mostrado abaixo:

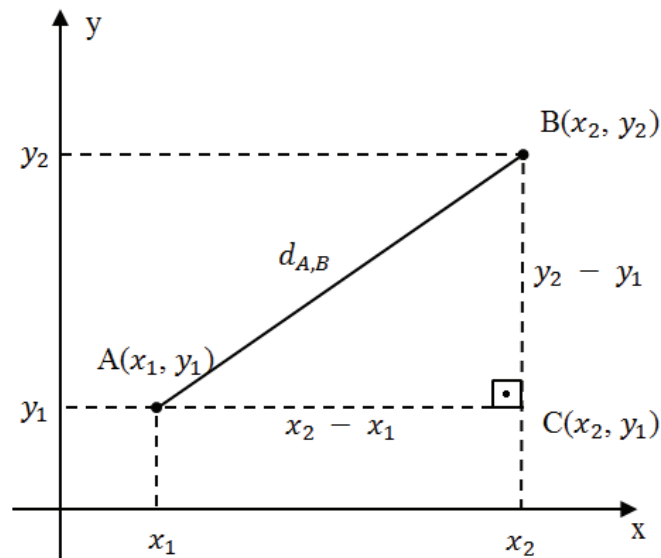


Figura 2.4: Distância entre dois pontos

$$[d_{A,B}]^2 = [d_{A,C}]^2 + [d_{B,C}]^2$$

$$d_{A,C} = |x_2 - x_1| \text{ e } d_{B,C} = |y_2 - y_1|$$

$$[d_{A,B}]^2 = |x_2 - x_1|^2 + |y_2 - y_1|^2$$

Como  $|x_2 - x_1|^2 = (x_2 - x_1)^2$  e  $|y_2 - y_1|^2 = (y_2 - y_1)^2$ , concluímos que a distância entre os pontos  $A$  e  $B$  é dada por  $(d_{A,B})^2 = (x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2$ . Logo, temos que

$$d_{A,B} = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

Essa fórmula é válida para os pontos  $A$  e  $B$  localizados em quaisquer quadrantes.

### 2.3. Coordenadas do ponto médio

Vamos determinar as coordenadas do ponto médio de um segmento  $\overline{AB}$  em função das coordenadas  $A$  e  $B$  do segmento.

Seja  $M(x_M, y_M)$  o ponto médio do segmento  $\overline{AB}$ .

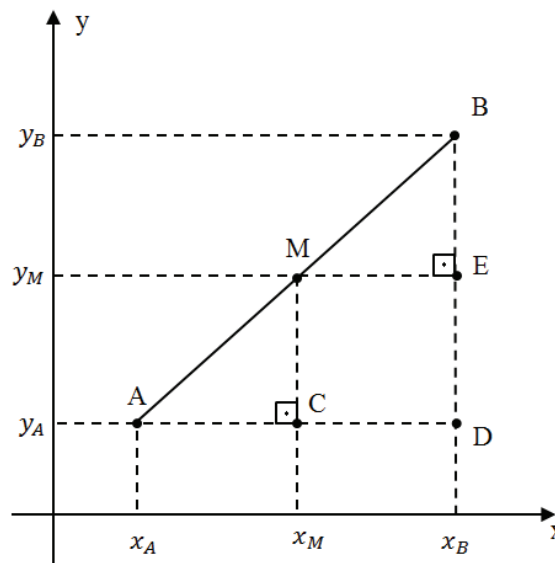


Figura 2.5: Ponto Médio

Temos:

$$\begin{array}{l} \Delta ACM \sim \Delta MEB \\ \text{(caso } LAA_o: \text{ lado, ângulo e ângulo oposto)} \end{array} \left\{ \begin{array}{l} \hat{A} \cong \hat{M} \text{ (ângulos correspondentes)} \\ \hat{C} \cong \hat{E} \text{ (ângulos retos)} \\ \overline{AM} \cong \overline{BM} \text{ (M é o ponto médio)} \end{array} \right.$$

$$\text{Daí: } \begin{cases} d(A, C) = d(M, E) & (1) \\ d(C, M) = d(E, B) & (2) \end{cases}$$

De (1), vem:

$$d(A, C) = d(M, E) \Rightarrow |x_M - x_A| = |x_B - x_M|$$

De acordo com a figura, temos:  $x_M - x_A = x_B - x_M$

$$2x_M = x_A + x_B$$

$$x_M = \frac{x_A + x_B}{2}$$

De (2), vem:

$$d(C, M) = d(E, B) \Rightarrow |y_M - y_A| = |y_B - y_M|$$

De acordo com a figura, temos:  $y_M - y_A = y_B - y_M$

$$2y_M = y_A + y_B$$

$$y_M = \frac{y_A + y_B}{2}$$

$$\text{Daí: } M \left( \frac{x_A + x_B}{2}, \frac{y_A + y_B}{2} \right)$$

A abscissa do ponto médio é a média aritmética das abscissas das extremidades do segmento; a ordenada do ponto médio é a média aritmética das extremidades do segmento.

#### 2.4. Estudo da reta: Condição de alinhamento de três pontos

Sabemos que por dois pontos distintos passa uma única reta, ou seja, dados  $A(x_1, y_1)$  e  $B(x_2, y_2)$  eles estarão sempre alinhados. Mas, qual a condição para que três pontos distintos  $A$ ,  $B$  e  $C$  estejam alinhados?

A figura a seguir mostra três pontos,  $A(x_1, y_1)$ ,  $B(x_2, y_2)$  e  $C(x_3, y_3)$ , que estão alinhados, ou seja, são pontos de uma mesma reta. Vejamos, então, a condição para que três pontos sejam colineares, em função de suas coordenadas.

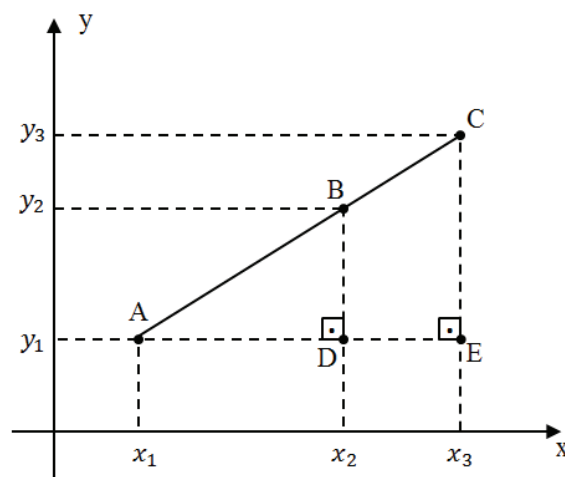


Figura 2.6: Alinhamento de pontos

Observando a figura, temos:

$$\Delta ACE \sim \Delta ABD \rightarrow \frac{AE}{AD} = \frac{EC}{DB} \rightarrow \frac{x_3 - x_1}{x_2 - x_1} = \frac{y_3 - y_1}{y_2 - y_1}$$

Transformando a igualdade:

$$\frac{x_3 - x_1}{x_2 - x_1} = \frac{y_3 - y_1}{y_2 - y_1} \Rightarrow (x_3 - x_1)(y_2 - y_1) = (x_2 - x_1)(y_3 - y_1)$$

$$(x_3 - x_1)(y_2 - y_1) - (x_2 - x_1)(y_3 - y_1) = 0$$

$$x_3y_2 - x_3y_1 - x_1y_2 + x_1y_1 - x_2y_3 + x_2y_1 + x_1y_3 - x_1y_1 = 0$$

$$x_1y_2 - x_1y_3 + x_2y_3 - x_2y_1 + x_3y_1 - x_3y_2 = 0$$

$$x_1(y_2 - y_3) + x_2(y_3 - y_1) + x_3(y_1 - y_2) = 0$$

Essa igualdade é equivalente a:

$$x_1 \cdot \begin{vmatrix} y_2 & 1 \\ y_3 & 1 \end{vmatrix} - x_2 \cdot \begin{vmatrix} y_1 & 1 \\ y_3 & 1 \end{vmatrix} + x_3 \cdot \begin{vmatrix} y_1 & 1 \\ y_2 & 1 \end{vmatrix} = 0$$

$$\text{Daí: } \begin{vmatrix} x_1 & y_1 & 1 \\ x_2 & y_2 & 1 \\ x_3 & y_3 & 1 \end{vmatrix} = 0$$

Portanto, se os pontos  $A(x_1, y_1)$ ,  $B(x_2, y_2)$  e  $C(x_3, y_3)$  estão alinhados, então:

$$\begin{vmatrix} x_1 & y_1 & 1 \\ x_2 & y_2 & 1 \\ x_3 & y_3 & 1 \end{vmatrix} = 0$$

## 2.5. Área de um triângulo

Consideremos os pontos  $A(x_1, y_1)$ ,  $B(x_2, y_2)$  e  $C(x_3, y_3)$ , indicados na figura.

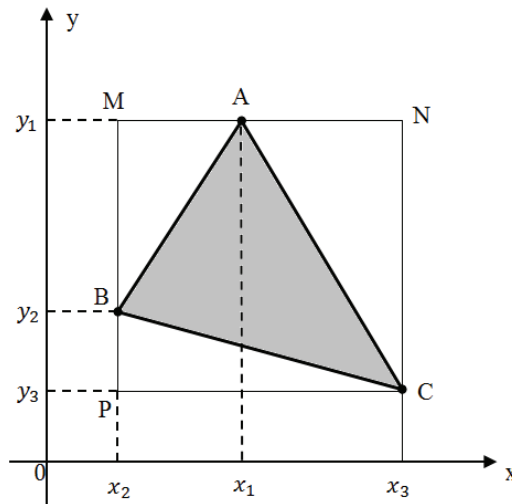


Figura 2.7: Área do triângulo

A área do triângulo  $ABC$  é igual à diferença entre as áreas do retângulo  $MNCP$  e dos triângulos  $AMB$ ,  $BPC$  e  $ANC$ . Logo:

$$S_{ABC} = S_{MNCP} - S_{AMB} - S_{BPC} - S_{ANC}$$

$$S = (x_3 - x_2)(y_1 - y_3) - \frac{(x_1 - x_2)(y_1 - y_2)}{2} - \frac{(x_3 - x_2)(y_2 - y_3)}{2} - \frac{(x_3 - x_1)(y_1 - y_3)}{2}$$

Simplificando, temos:

$$S = \frac{x_1 y_2 - x_1 y_3 + x_2 y_3 - x_2 y_1 + x_3 y_1 - x_3 y_3}{2}$$

$$2S = x_1(y_2 - y_3) + x_2(y_3 - y_1) + x_3(y_1 - y_2)$$

$$2S = x_1 \begin{vmatrix} y_2 & 1 \\ y_3 & 1 \end{vmatrix} - x_2 \begin{vmatrix} y_1 & 1 \\ y_3 & 1 \end{vmatrix} + x_3 \begin{vmatrix} y_1 & 1 \\ y_2 & 1 \end{vmatrix} \Rightarrow 2S = \begin{vmatrix} x_1 & y_1 & 1 \\ x_2 & y_2 & 1 \\ x_3 & y_3 & 1 \end{vmatrix}$$

$$S = \frac{1}{2} \cdot \begin{vmatrix} x_1 & y_1 & 1 \\ x_2 & y_2 & 1 \\ x_3 & y_3 & 1 \end{vmatrix}$$

Do modo como fizemos aqui, o determinante do 2º membro é um número positivo. Fazendo:

$$D = \begin{vmatrix} x_1 & y_1 & 1 \\ x_2 & y_2 & 1 \\ x_3 & y_3 & 1 \end{vmatrix} \text{ e sabendo que a área de um triângulo é sempre positiva,}$$

devemos considerar, no caso geral, o módulo do determinante  $D$ . Daí, escrevemos:

$$S = \frac{1}{2} \cdot D$$

## 2.6. Equação geral da reta

Consideremos a reta  $r$  indicada na figura e os pontos  $A(x_1, y_1)$  e  $B(x_2, y_2)$  pertencentes a ela. Seja  $P(x, y)$  um ponto qualquer dessa reta, diferente de  $A$  e  $B$ . Como os pontos  $P, A$  e  $B$  são colineares, temos:

$$\begin{vmatrix} x & y & 1 \\ x_1 & y_1 & 1 \\ x_2 & y_2 & 1 \end{vmatrix} = 0 \Rightarrow y_1x + x_2y + x_1y_2 - x_2y_1 - x_1y - y_2x = 0$$

$$(y_1 - y_2)x + (x_2 - x_1)y + (x_1y_2 - x_2y_1) = 0$$

$$\text{Fazendo: } y_1 - y_2 = a$$

$$x_2 - x_1 = b$$

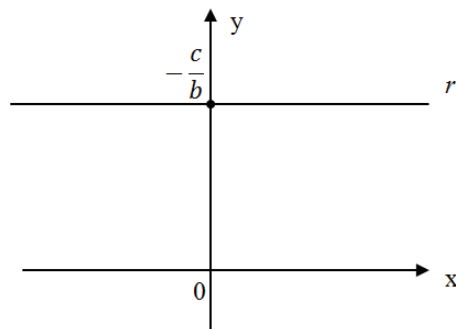
$$x_1y_2 - x_2y_1 = c$$

obtemos a equação geral da reta  $r: ax + by + c = 0$  com  $a, b$  e  $c$  números reais constantes.

Toda reta possui uma equação da forma  $ax + by + c = 0$ , em que  $a$  e  $b$  não são ambos nulos, que é chamada de *equação geral da reta*.

## 2.7. Casos particulares

**1º caso:** A reta  $r$  é paralela ao eixo  $x$ .



Se  $a = 0$  e  $c \neq 0$ , temos:

$$ax + by + c = 0 \Rightarrow by + c = 0$$

$$y = -\frac{c}{b} \quad (b \neq 0)$$

Figura 2.8: Reta paralela ao eixo  $x$



**2º caso:** A reta  $r$  é paralela ao eixo  $y$ .

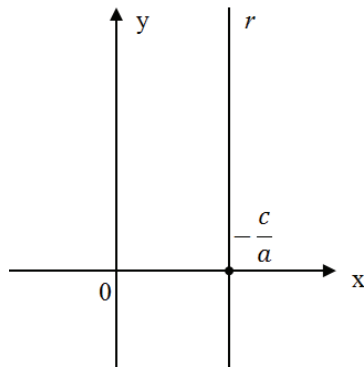


Figura 2.9: Reta paralela ao eixo  $y$

Se  $b = 0$  e  $c \neq 0$ , temos:

$$ax + by + c = 0 \Rightarrow ax + c = 0$$

$$x = -\frac{c}{a} \quad (a \neq 0)$$

**3º caso:** A reta  $r$  passa pela origem.

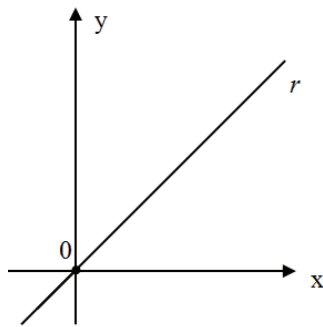


Figura 2.10: Bissetriz

Se  $a \neq 0$ ,  $b \neq 0$  e  $c = 0$ , temos:

$$ax + by = 0$$

Se  $x + y = 0$ , a reta é bissetriz dos quadrantes pares.

Se  $x - y = 0$ , a reta é bissetriz dos quadrantes ímpares.

## 2.8. Inclinação e coeficiente angular de uma reta

A figura a seguir mostra uma reta  $r$  não paralela ao eixo  $y$ . Seja  $\alpha$  o ângulo que a reta forma com o eixo  $x$ , medido do eixo para  $r$  no sentido anti-horário.

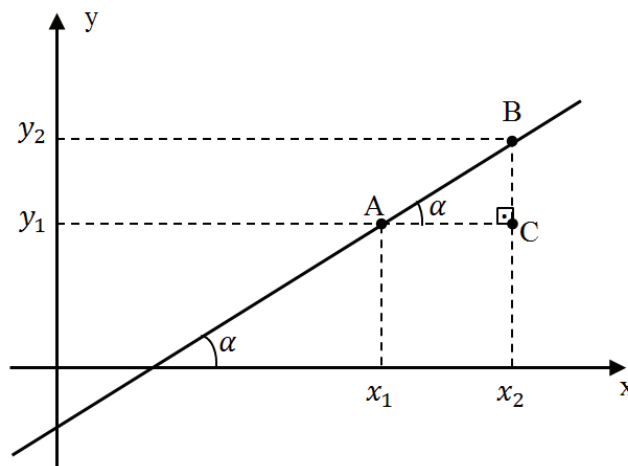


Figura 2.11: Coeficiente angular

A medida do ângulo  $\alpha$  é a chamada *inclinação* da reta  $r$ . Denomina-se coeficiente angular ou declividade da reta  $r$  o número real  $m$  que expressa a tangente trigonométrica de sua inclinação  $\alpha$ , ou seja,

$$m = \operatorname{tg} \alpha$$

## 2.9. Cálculo do coeficiente angular

Consideremos a reta  $r$  da figura 2.11, que passa pelos pontos  $A(x_1, y_1)$  e  $B(x_2, y_2)$ , com  $x_1 \neq x_2$ , e que forma com o eixo  $x$  um ângulo de medida  $\alpha$ . Sendo o triângulo  $ABC$  retângulo ( $\hat{C}$  é reto), temos:

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{CB}{AC} \Rightarrow \operatorname{tg} \alpha = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

Portanto, o coeficiente angular da reta é expressado por  $m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$ .

## 2.10. Equação da reta que passa por um ponto $P(x_1, y_1)$ de coeficiente angular $m$

Consideremos uma reta  $r$  que passa pelo ponto  $P(x_1, y_1)$  e tem coeficiente angular  $m$ . Marcando o ponto  $Q(x, y)$  sobre a reta  $r$ , com  $Q \neq P$ , vamos determinar a equação que representa a reta que passa por esses dois pontos.

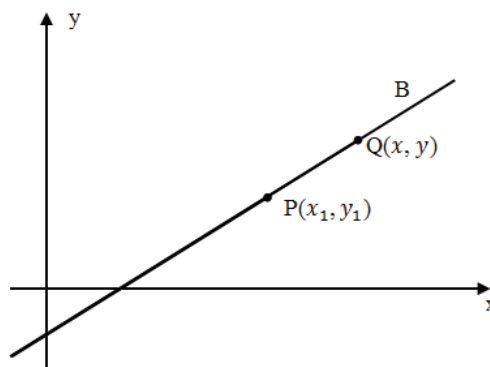


Figura 2.12: Reta com coeficiente angular  $m$  e que passa por  $P$

Utilizando a fórmula do coeficiente angular:

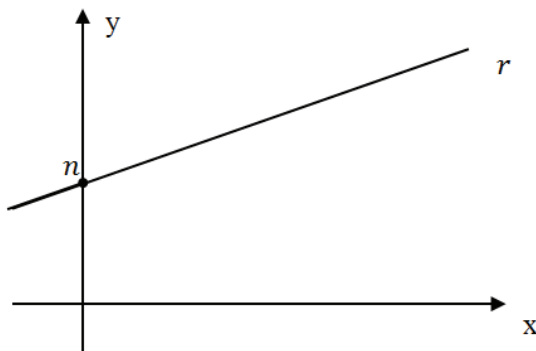
$$m = \frac{y - y_1}{x - x_1} \Rightarrow y - y_1 = m \cdot (x - x_1) \rightarrow \text{equação da reta}$$

### 2.11. Equação reduzida da reta

Sabemos que a equação da reta, conhecidos um ponto  $P(x_1, y_1)$  da reta e o seu coeficiente angular  $m$ , é dada por:

$$y - y_1 = m \cdot (x - x_1)$$

Particularmente, consideremos a reta  $r$  da figura que passa pelo ponto  $P(0, n)$  e tem coeficiente angular  $m$ .



A equação dessa reta é:

$$y - y_1 = m \cdot (x - x_1)$$

$$y - n = m \cdot (x - 0)$$

$$y - n = mx$$

$$y = mx + n$$

Figura 2.13: Reta com coeficiente linear  $n$

Essa forma é denominada *equação reduzida da reta*, em que  $m$  é o coeficiente angular e o número real  $n$ , ordenada onde a reta corta o eixo  $y$ , é o coeficiente linear da reta.

$$y = mx + n$$



coeficiente linear

coeficiente angular

### 2.12. Posições relativas de duas retas

Consideremos as retas  $l_1: y = m_1x + n_1$  e  $l_2: y = m_2x + n_2$  de inclinações  $\alpha_1$  e  $\alpha_2$ , respectivamente.

Podem ocorrer os seguintes casos:

1º caso:  $\alpha_1 = \alpha_2$

Supondo  $\alpha_1 = \alpha_2 \neq 90^\circ$ , temos:

$$\alpha_1 = \alpha_2 \Rightarrow \operatorname{tg} \alpha_1 = \operatorname{tg} \alpha_2 \Leftrightarrow m_1 = m_2$$

Nesse caso, as retas  $l_1$  e  $l_2$  são paralelas ( $l_1 // l_2$ ), ou coincidentes ( $l_1 \equiv l_2$ ).

Observe:

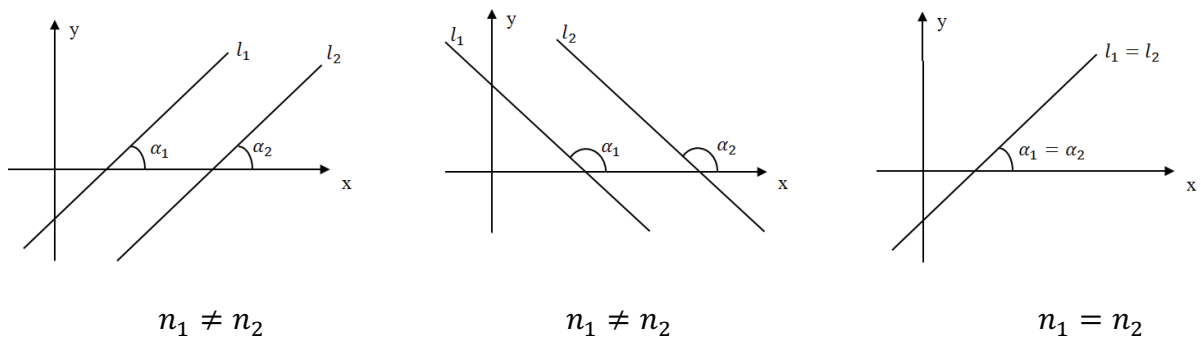


Figura 2.14: Retas paralelas

Vejam os que acontecem se  $\alpha_1 = \alpha_2 = 90^\circ$ . Nesse particular,  $m_1 = \operatorname{tg} \alpha_1$  e  $m_2 = \operatorname{tg} \alpha_2$  não estão definidos e as retas  $l_1$  e  $l_2$  são verticais.

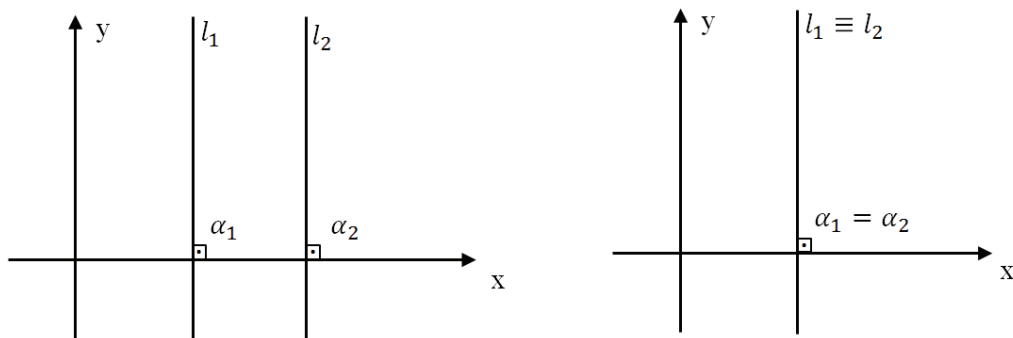


Figura 2.15: Retas paralelas verticais

2º caso:  $\alpha_1 \neq \alpha_2$

Supondo  $\alpha_1 \neq 90^\circ$  e  $\alpha_2 \neq 90^\circ$ , temos:

$$\alpha_1 \neq \alpha_2 \Rightarrow \operatorname{tg} \alpha_1 \neq \operatorname{tg} \alpha_2 \Leftrightarrow m_1 \neq m_2$$

Nesse caso, as retas  $l_1$  e  $l_2$  são concorrentes ( $l_1 \times l_2$ ). Observe:

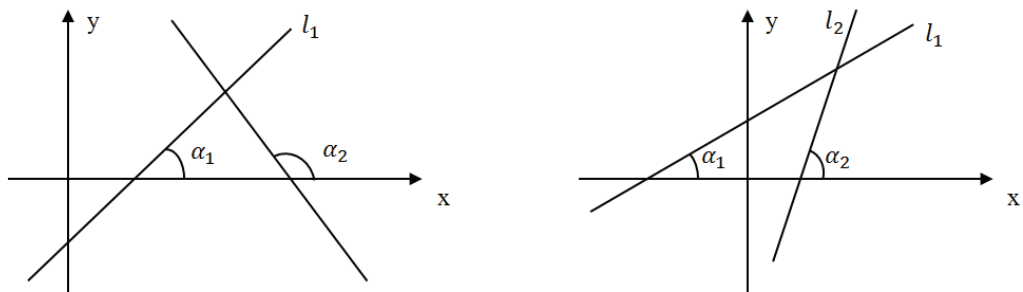


Figura 2.16: Retas concorrentes

Vejam a condição particular em que as retas  $l_1$  e  $l_2$  são perpendiculares ( $l_1 \perp l_2$ ).

Consideremos duas retas  $l_1$  e  $l_2$  concorrentes num ponto  $P$ , de tal forma que nenhuma delas seja vertical e  $l_1 \perp l_2$ .

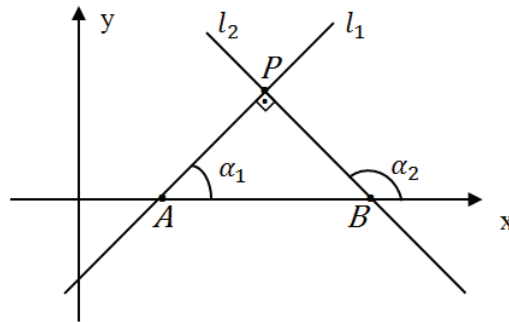


Figura 2.17: Retas perpendiculares

Do triângulo APB, vem:

$$\alpha_1 = \alpha_2 + 90^\circ \Rightarrow \operatorname{tg} \alpha_1 = \operatorname{tg} (\alpha_2 + 90^\circ)$$

$$\operatorname{tg} \alpha_1 = \frac{\operatorname{sen} (\alpha_2 + 90^\circ)}{\operatorname{cos} (\alpha_2 + 90^\circ)}$$

$$\operatorname{tg} \alpha_1 = \frac{\operatorname{sen} \alpha_2 \cdot \operatorname{cos} 90^\circ + \operatorname{sen} 90^\circ \cdot \operatorname{cos} \alpha_2}{\operatorname{cos} \alpha_2 \cdot \operatorname{cos} 90^\circ - \operatorname{sen} \alpha_2 \cdot \operatorname{sen} 90^\circ}$$

$$\operatorname{tg} \alpha_1 = -\frac{\operatorname{cos} \alpha_2}{\operatorname{sen} \alpha_2} \Rightarrow \operatorname{tg} \alpha_1 = -\frac{1}{\operatorname{tg} \alpha_2}$$

Como  $\operatorname{tg} \alpha_1 = m_1$  e  $\operatorname{tg} \alpha_2 = m_2$ , temos:

$$\operatorname{tg} \alpha_1 = -\frac{1}{\operatorname{tg} \alpha_2} \Leftrightarrow m_1 = -\frac{1}{m_2}$$

Duas retas  $l_1$  e  $l_2$  de coeficientes angulares  $m_1$  e  $m_2$ , respectivamente, são perpendiculares se, e somente se,  $m_1 = -\frac{1}{m_2}$ .

### 2.13. Ângulo entre duas retas

A figura a seguir mostra duas retas,  $l_1$  e  $l_2$ , não perpendiculares entre si e de coeficientes angulares  $m_1$  e  $m_2$ , respectivamente.

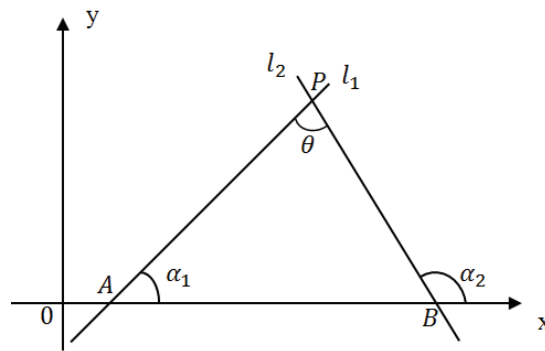


Figura 2.18: Ângulo entre retas

Indicamos por  $\theta$  a medida do ângulo agudo formado pelas retas  $l_1$  e  $l_2$ .

Vamos, agora, deduzir uma fórmula que nos permita calcular  $\theta$ .

No  $\Delta PAB$ , pela Geometria Plana:

$$\alpha_2 = \theta + \alpha_1$$

$$\theta = \alpha_2 - \alpha_1$$

$$\operatorname{tg} \theta = \operatorname{tg} (\alpha_2 - \alpha_1)$$

Lembrando que  $\theta$  é um ângulo agudo, a tangente de  $\theta$  é positiva. Daí, escrevemos:

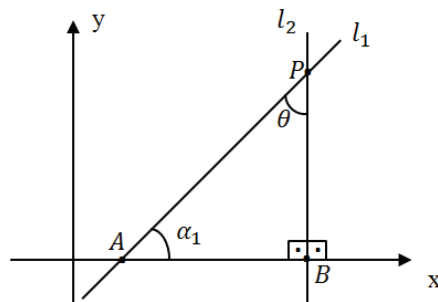
$$\operatorname{tg} \theta = \left| \frac{\operatorname{tg} \alpha_2 - \operatorname{tg} \alpha_1}{1 + \operatorname{tg} \alpha_2 \cdot \operatorname{tg} \alpha_1} \right|$$

Como  $\operatorname{tg} \alpha_1 = m_1$  e  $\operatorname{tg} \alpha_2 = m_2$ , temos a fórmula:

$$\operatorname{tg} \theta = \left| \frac{m_2 - m_1}{1 + m_2 \cdot m_1} \right|$$

#### 2.14. Caso particular

Uma das retas é vertical.



No  $\Delta$  retângulo  $PBA$ , temos:

$$\theta + \alpha_1 = 90^\circ \Rightarrow \theta = 90^\circ - \alpha_1$$

$$\operatorname{tg} \theta = \operatorname{tg} (90^\circ - \alpha_1)$$

$$\operatorname{tg} \theta = \operatorname{cotg} \alpha_1 \Rightarrow \operatorname{tg} \theta = \frac{1}{\operatorname{tg} \alpha_1}$$

Figura 2.19: Caso particular de ângulo entre retas

Como  $\theta$  é agudo, a tangente de  $\theta$  é positiva. Mas, não sabemos o sinal de  $m_1$ . Daí, escrevemos:

$$\operatorname{tg} \theta = \left| \frac{1}{m_1} \right|$$

### 2.15. Distância entre ponto e reta

Dados um ponto  $P(x_P, y_P)$  e uma reta  $r$  de equação  $ax + by + c = 0$ , a distância entre  $P$  e  $r$  é dada por:

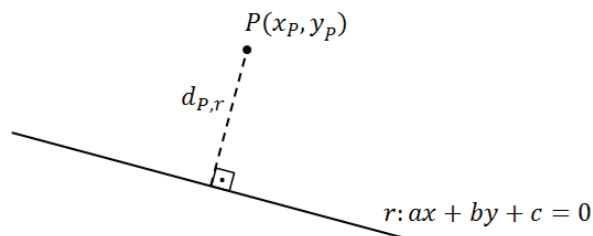


Figura 2.20: Distância entre ponto e reta

$$d_{P,r} = \frac{|ax_P + by_P + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}}$$

*Demonstração:*

Consideremos a figura abaixo, onde  $P \notin r$ .

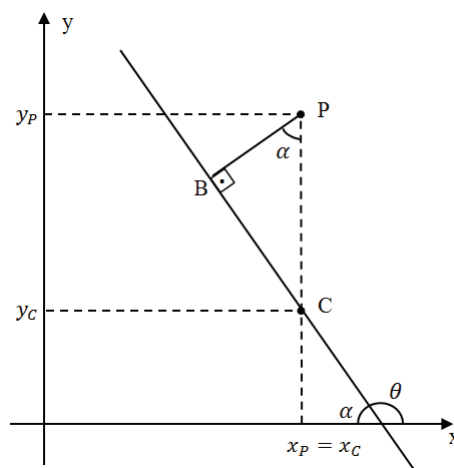


Figura 2.21: Demonstração da distância entre um ponto e uma reta

Se chamarmos de  $B$  o pé da perpendicular baixada de  $P$  sobre a reta  $r$ , teremos a distância do ponto  $P$  à reta  $r$  igual à distância do ponto  $P$  ao ponto  $B$ . Logo:

$$\Delta PBC \Rightarrow \cos \alpha = \frac{PB}{PC}$$

$$PB = PC \cdot \cos \alpha$$

$$d_{P,r} = PC \cdot \cos \alpha \quad (1)$$

Como o ponto  $C(x_P, y_C)$  pertence à reta  $r$ , temos:

$$ax + by + c = 0 \Rightarrow ax_P + by_C + c = 0$$

$$by_C = -ax_P - c$$

$$y_C = \frac{-ax_P - c}{b}$$

Mas  $PC = |y_P - y_C| \Rightarrow PC = \left| y_P + \frac{ax_P + c}{b} \right| \Rightarrow PC = \left| \frac{ax_P + by_P + c}{b} \right|$  ou, então

$$PC = \frac{|ax_P + by_P + c|}{|b|} \quad (2)$$

$$tg \alpha = -tg \theta \Rightarrow tg \alpha = -\left(-\frac{a}{b}\right) \Rightarrow tg \alpha = \frac{a}{b}$$

$$tg^2 \alpha = \frac{a^2}{b^2}$$

$$\text{Mas } \cos^2 \alpha = \frac{1}{1 + tg^2 \alpha} \Rightarrow \cos^2 \alpha = \frac{1}{1 + \frac{a^2}{b^2}} \Rightarrow \cos^2 \alpha = \frac{b^2}{a^2 + b^2}$$

$$\cos \alpha = \frac{|b|}{\sqrt{a^2 + b^2}} \quad (3)$$

Substituindo (3) e (2) em (1):

$$d_{P,r} = PC \cdot \cos \alpha \Rightarrow d_{P,r} = \frac{|ax_P + by_P + c|}{|b|} \cdot \frac{|b|}{\sqrt{a^2 + b^2}}$$

$$d_{P,r} = \frac{|ax_P + by_P + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}}$$

Com a demonstração da distância entre ponto e reta finalizamos a fundamentação teórica visto que a aplicação do software Kig neste trabalho se volta apenas ao estudo da reta no plano. Na sequência vemos o software trabalhado no projeto juntamente com seu sistema operacional.



## Capítulo 3

### O LINUX

O Linux é fruto de um sistema operacional escrito na linguagem de programação C, linguagem essa capaz de ser usada para praticamente todo tipo de objeto. Um software escrito nessa linguagem pode ser facilmente usado em qualquer plataforma, por isso se garante que o Linux é um sistema com grande eficácia de utilização. O sistema do qual se origina o Linux é o Unix, desenvolvido pela empresa Bell Labs, em 1969, como solução para se resolver grandes problemas de incompatibilidade de certos softwares de computadores ultrapassados que tinham seus próprios sistemas, por exemplo, os primeiros computadores que chegavam a ocupar salas inteiras. Esse fato dava muito trabalho aos programadores e usuários. O Unix possibilitava o uso em máquinas de diferentes hardwares. Nos anos 80, com o surgimento dos PCs, o Unix ficou de lado, por ser muito pesado para rodar nos PCs, que passaram a utilizar como sistemas o MS-DOS e Windows.

Já na década de 90, com o aumento da capacidade de processamentos dos computadores, o estudante finlandês, LINUS TORVALDS, teve a ideia de desenvolver um sistema compatível com o abandonado Unix e que também pudesse ser rodado nos PCs. Reescreveu os códigos de um sistema comercial Unix (o Minix) e registrou na General Public License (Licença Pública Geral), que representa a licença para a utilização de softwares livres, permitindo assim que o código fonte do projeto não fosse fechado.

Assim, usuários passaram a conhecer o projeto e, gostando, contribuíram com o sistema, garantindo assim, atualizações periódicas e gratuitas. O Linux é um sistema multiusuário bem mais seguro do que o Windows, não deixando de rodar muitos aplicativos da plataforma Windows por meio do Wine, uma ferramenta Linux. O Linux se apresenta em diversas versões, tais como: Mandriva, Fedora, Opensuse, Gentoo, Xandros, Debian, Knoppix, Kurumin, Ubuntu, bem como as versões de Linux Educacional, de modo particular o Linux Educacional 4.0, que será apresentado a seguir.

### 3.1. O Linux Educacional

O Linux Educacional tem como objetivo facilitar a utilização de software livre em ambientes de informática voltados para a educação, proporcionando aos técnicos, professores e alunos uma maior liberdade de personalização do ambiente.

A versão 4.0, com novos recursos de interface e diversos aplicativos novos, foi desenvolvida pela Universidade Federal do Paraná (UFPR), com o apoio dos técnicos dos Núcleos de Tecnologia Educacional. Ela já está disponível em todas as escolas públicas brasileiras através do Programa Nacional de Tecnologia Educacional (ProInfo). O programa de Inclusão Digital Brasileiro visa o desenvolvimento de plataformas baseadas em mídias digitais como forma de apoiar ações de educação. O PROINFODATA tem como objetivo acompanhar o estado de funcionamento dos laboratórios PROINFO deste programa.

Na versão 4.0, o ambiente de trabalho oferece novos recursos e ferramentas, com uma interface bem fácil de ser utilizada, tal como a Edubar, uma barra de acesso rápido a essas ferramentas.



Figura 3.1: Edubar: barra de ferramentas do Linux Educacional 3.0

Além das Ferramentas de Produtividade, Gráfico, Internet, Multimídia e Ferramentas de Sistema, o Linux Educacional 4.0 traz em sua versão Programas Educacionais a fim de utilização como ferramenta de auxílio no processo de ensino e aprendizagem. Nessa versão do sistema, os Programas Educacionais já instalados são:

- Aprender o Alfabeto (Klettres)
- Calculadora Gráfica (Kalgebra)
- Desenho (Tux Paint)
- Desenho de funções matemáticas (KmPlot)
- Exercícios com frações (Kbruch)
- Ferramenta de Referência/Estudo do Japonês (Kiten)
- Geometria Dinâmica (GeoGebra)
- Geometria Interativa (Kig)

- Globo na área de trabalho (Marble)
- Jogo da Forca (KHangMan)
- Jogo de Ordenação de Letras (Kanagram)
- Jogo Simon Diz (Blinken)
- Linguagem de Programação (Squeak)
- Linguagem Logo (Kturtle)
- Planetário Virtual (Kstarts)
- Série Educacional (Gcompris)
- Simulador físico interativo (Step)
- Software matemático (Cantor)
- Tabela Periódica dos Elementos (Kalzium)
- Teoria dos Grafos de Rocs
- Treinador de Vocabulário (KwordQuiz)
- Treinador de Vocabulário (Parley)
- Treinamento em Geografia (Kgeography)

### 3.2. O Kig

De acordo com a linha de pensamento citada na introdução do trabalho ora escrito, apresentamos o Software Kig como uma ferramenta de melhoria no ensino da Matemática, um auxílio nas demonstrações dos conteúdos matemáticos, de modo específico, o estudo da Geometria Analítica, onde o aluno visualiza de forma concreta as construções geométricas através do computador.

O Kig é um aplicativo do Linux Educacional 4.0 para o estudo de geometria de forma interativa, utilizando imagens mais concretas que ajudam em uma melhor compreensão dos conteúdos. Por ser um software livre, está aberto a constantes modificações. Tem como autor original Dominique Devriese além de outros colaboradores que contribuíram nas mais variadas ferramentas tais como Maurizio Paolini, Pino Toscano, Franco Pasquarelli, Francesca Gatti e Petr Gajdos.

O Kig possui uma interface de fácil utilização, além de dar instruções sobre cada ferramenta nele contida, a fim de que se faça a utilização correta das mesmas. Quando se clica num botão da janela, aparecem na barra de status as instruções de como proceder.

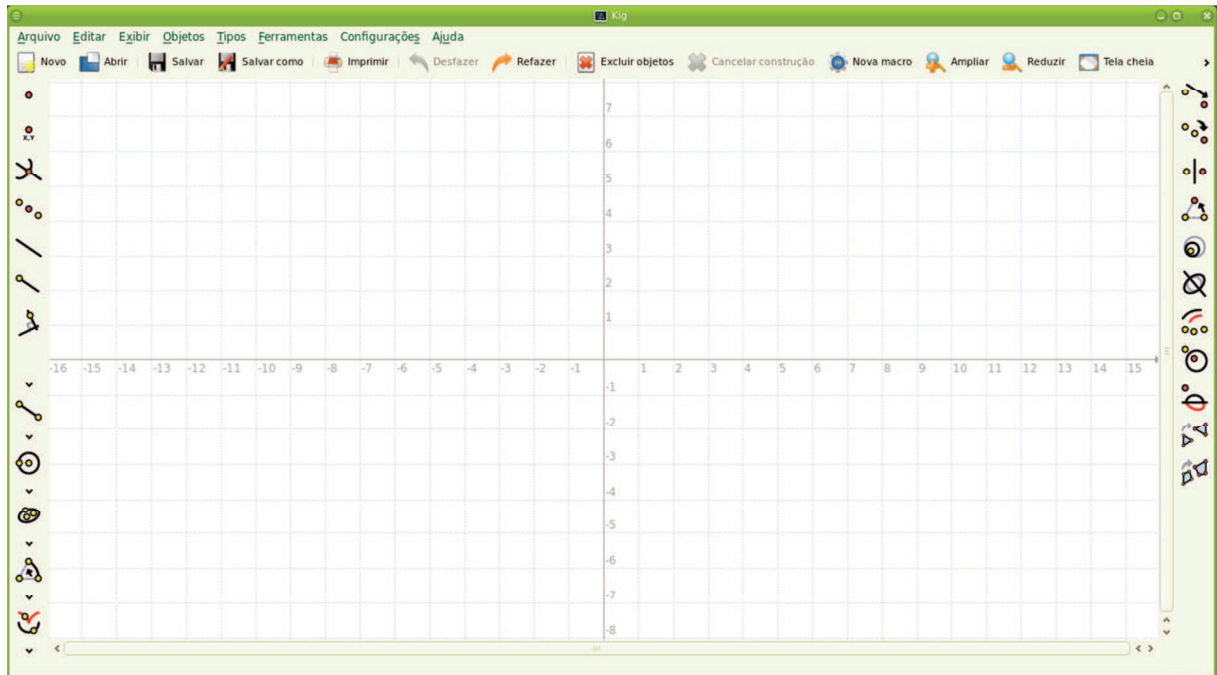


Figura 3.2: Área de trabalho do Kig

Este programa cumpre significativamente dois objetivos:

- Permitir aos educandos um estudo mais aprofundado, explorando figuras e conceitos matemáticos utilizando o computador, bem como auxiliando o professor nesse processo de facilitação da aprendizagem.
- Servir como ferramenta para desenho de figuras geométricas, bem como sua inserção em diferentes trabalhos.

Veamos a seguir alguns procedimentos executáveis no Kig que servem como base para a utilização do software:

### **Construindo objetos**

#### **Construindo pontos**

Para construir um ponto podemos proceder de diversas formas:

- Selecionar, na barra de menu, *Objetos* → *Pontos* → *Ponto*. Depois clica na posição desejada da janela, onde quer se construir o ponto. Pressionando a tecla *shift* do teclado, ativa o modo de desenho instantâneo, permitindo que qualquer ponto em construção aponte exatamente para a grade.

- Clicar no botão apropriado da barra de ferramentas.

- Um ponto também pode ser normalmente criado clicando em algum ponto da janela de construção com o botão do meio do mouse.

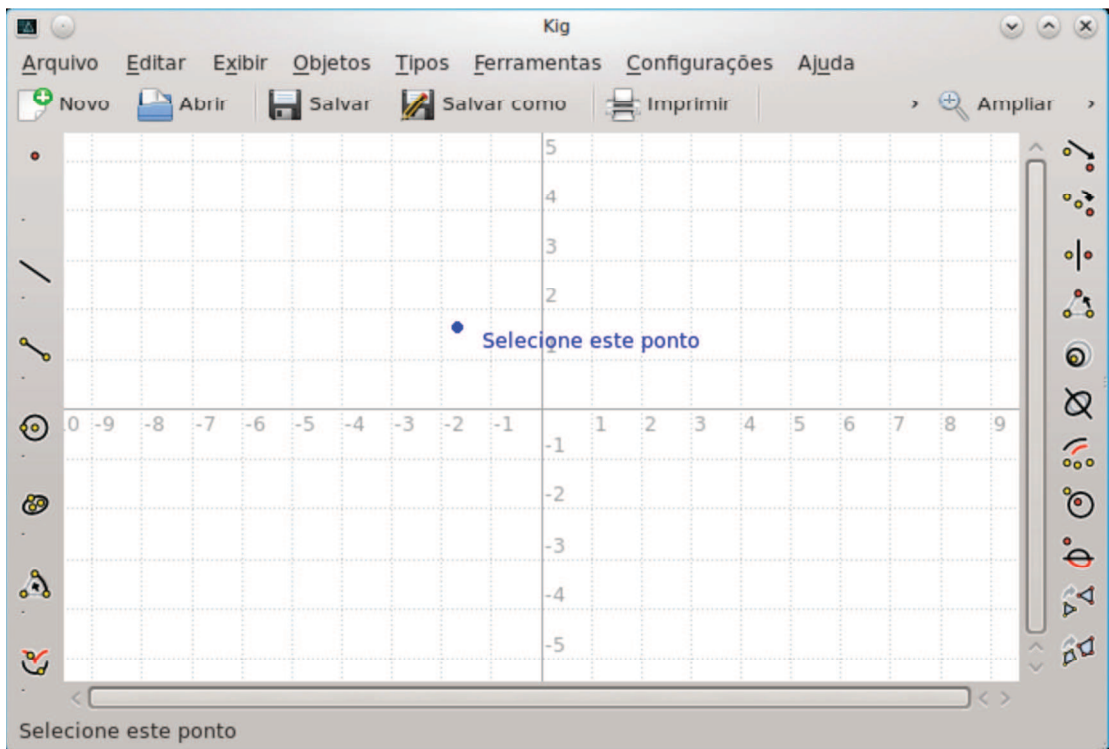


Figura 3.3: Construindo um ponto

### Construindo outros objetos

Para construir outro objeto qualquer, deve-se clicar no botão do objeto desejado na barra de ferramentas ou selecionar normalmente no menu *Objetos*.

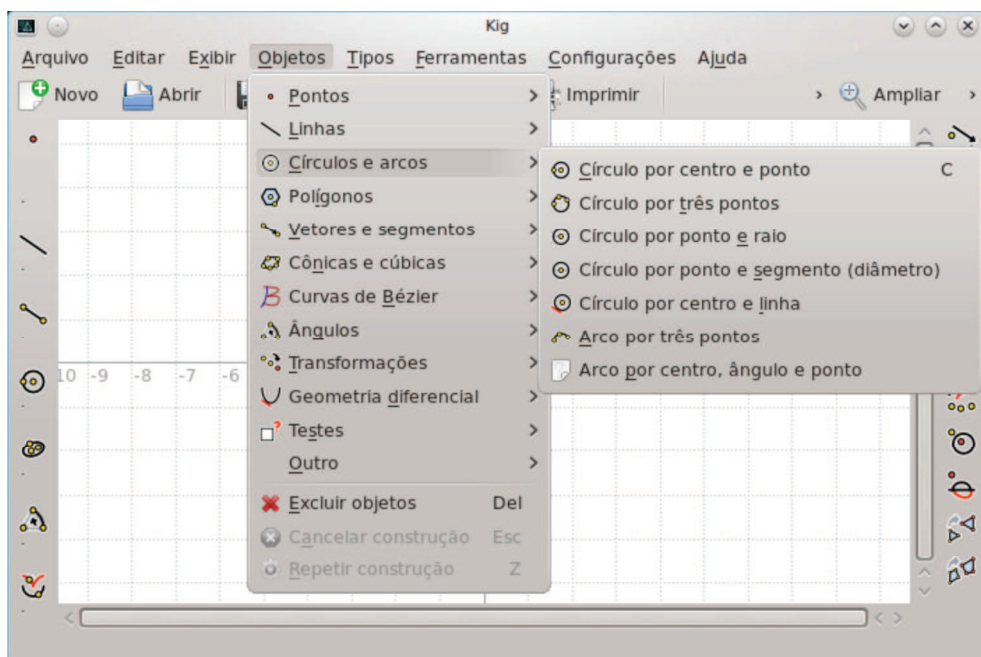


Figura 3.4: Construindo um objeto

Após isso, se dará o início da construção do objeto selecionado, seguindo corretamente todos os passos até que o mesmo esteja construído. Por exemplo, na construção de um segmento, deve-se primeiramente selecionar o ponto de início do novo segmento, seguido do ponto final do segmento, para que o segmento apareça. O cancelamento da construção de qualquer objeto se dá clicando no botão *Cancelar construção* na barra de ferramentas ou clicando na tecla *Esc* do teclado.

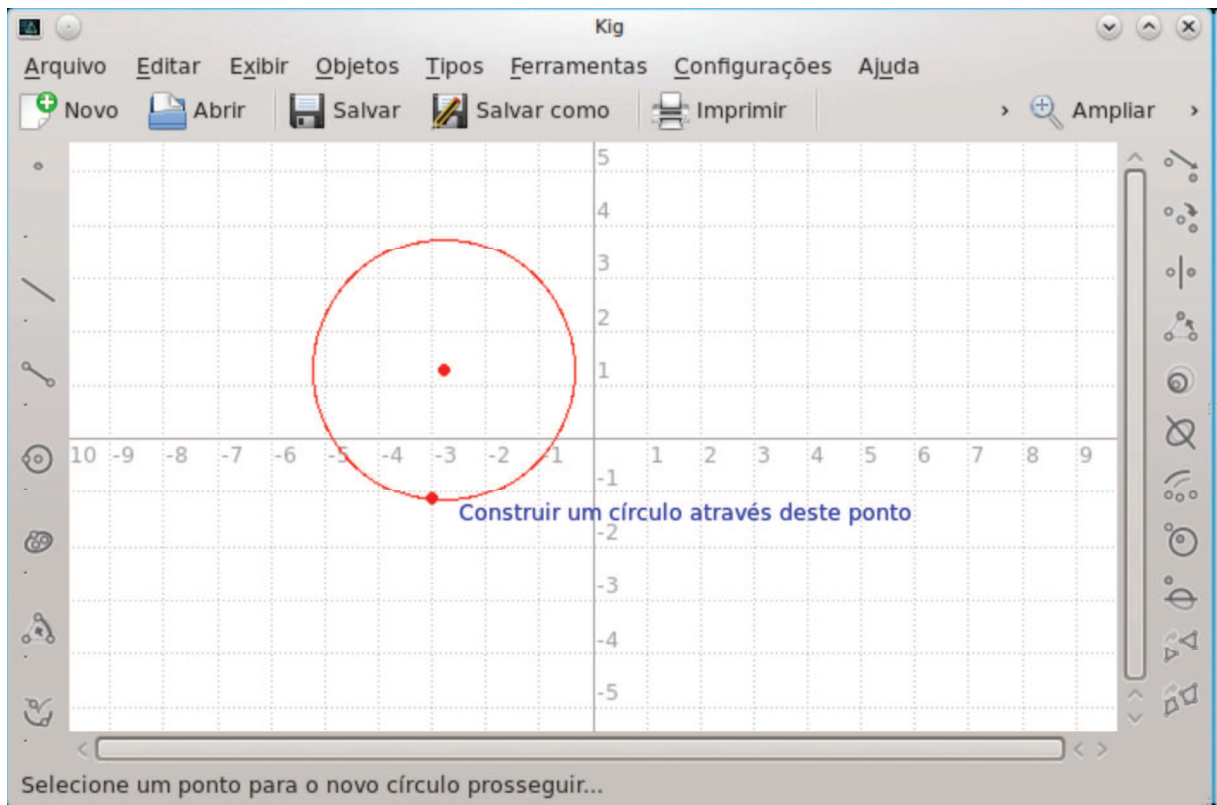


Figura 3.5: Construindo um círculo

### Movendo objetos

Para mover objetos, primeiramente é necessário selecioná-los, em seguida podemos começar a movê-lo clicando com o botão esquerdo do mouse direcionando para o novo local. A movimentação também pode ser feita clicando no objeto com o botão direito do mouse e selecionando *Mover* na janela que aparecerá.

### Removendo objetos

Para remover objetos, podemos utilizar as seguintes indicações:

- Selecionar o objeto desejado e depois pressionar a tecla *Del* do teclado;

- Selecionar o objeto desejado e depois clicar no botão *Excluir objetos* da barra de ferramentas;
- Clicar com o botão direito do mouse sobre o objeto que deseja excluir e, na janela que aparecerá, clicar em *Excluir*.



## Capítulo 4

### Aplicações do Kig no Estudo da Geometria Analítica

Neste capítulo apresentaremos atividades propostas que vêm a demonstrar o fundamento principal do trabalho, que se trata de algumas aplicações do Kig no estudo da Geometria Analítica. Essas atividades mostram questionamentos comumente aplicados a alunos do 3º Ano do Ensino Médio durante o estudo desse conteúdo, fugindo da sala de aula, de métodos tradicionais de ensino, direcionando-os à demonstração prática e concreta desses assuntos com a utilização de uma das ferramentas mais importantes no processo de ensino aprendizagem, o computador.

Cada exemplo posteriormente apresentado será resolvido utilizando-se o software Kig, com a demonstração de todos os passos para se chegar ao resultado esperado.

#### Estudo do Ponto

Como a Geometria Analítica, por sua essência, está baseada no estudo do ponto e de suas formações no sistema cartesiano de coordenadas, iniciamos a apresentação das aplicações do software Kig na localização de pontos no plano cartesiano e, conseqüentemente, a formação de objetos geométricos a partir dele.

*Ex.1: Sejam dois pontos  $P(-1, 3)$  e  $Q(5, -1)$ . Determinar a distância entre os pontos  $P$  e  $Q$ .*

Em sala de aula, o cálculo da distância entre dois pontos se dá de maneira metódica, por aplicação direta da fórmula que deriva da aplicação do Teorema de Pitágoras num triângulo retângulo cujos vértices são esses pontos  $P$  e  $Q$ . Com o Kig se torna bem atrativo o aprendizado e o aluno vê a construção dos objetos passo a passo. Para resolver esse exemplo utilizamos primeiramente a ferramenta *Ponto por coordenadas* para localizar no sistema de coordenadas cartesianas os pontos acima apresentados. Ao clicar no ícone escolhido aparecerá uma caixa onde devem ser digitadas as coordenadas de cada ponto, no formato “x;y”, teclando *enter* em seguida.

De outro modo, a localização desses pontos pode ser feita clicando no ícone *Ponto* e, segurando a tecla *shift* do teclado, localiza o ponto no plano com a ajuda do mouse. Localizados os pontos, clicaremos no ícone *Segmento* para construir o segmento com extremos nos pontos  $P$  e  $Q$ . Construído o segmento  $\overline{PQ}$ , clicamos sobre ele com o botão



direito do mouse e, em seguida, escolhemos a função *Comprimento*, aparecendo na área de trabalho o comprimento do segmento  $\overline{PQ}$ , que é exatamente a distância entre os pontos extremos do mesmo.

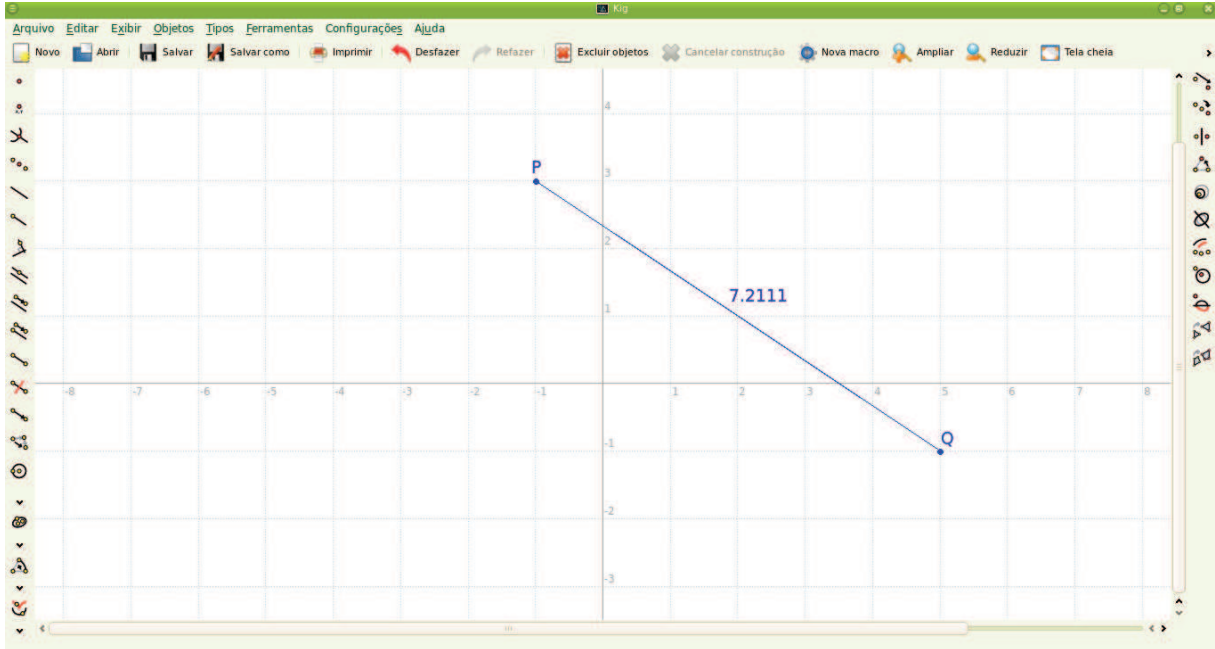
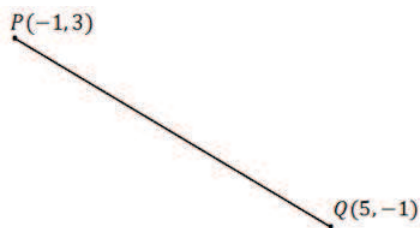


Figura 4.1: Comprimento de um segmento

Ex.2: Quais as coordenadas do ponto  $M$  que divide o segmento  $\overline{PQ}$  da figura abaixo em dois segmentos congruentes?



A localização e identificação do ponto médio de um segmento é exatamente a aplicação de semelhança de figuras planas, de modo particular, semelhança de triângulos. Devemos apresentar em sala de aula a fundamentação teórica desse exemplo, partindo da ideia dos triângulos formados e contendo esses dois pontos como dois de seus vértices. Utilizando o Kig, temos de maneira rápida e bem representativa a localização do ponto médio desse segmento com apenas um clique na ferramenta adequada, no ícone *Ponto médio*. Ao clicar nessa ferramenta o programa dá as instruções para que este seja localizado, clicando seguidamente nos dois extremos do segmento, ou ainda, levando o cursor do mouse sobre o segmento especificado e clicando sobre o mesmo, aproveitaremos o segmento construído no exemplo anterior. Automaticamente o ponto médio será localizado.

Outra maneira de se localizar o ponto médio de um segmento é clicando sobre o mesmo com o botão direito do mouse. Aparecerá uma caixa de ferramenta onde clicaremos em *Construir* e depois *Ponto médio*, sendo construído o ponto desejado. Para verificar com exatidão as coordenadas desse ponto, clicaremos sobre o mesmo com o botão direito do mouse, na caixa que abrirá clicaremos em *Adicionar rótulo de texto* e depois *Coordenada*. Teremos por fim as coordenadas do ponto médio do segmento  $\overline{PQ}$ .

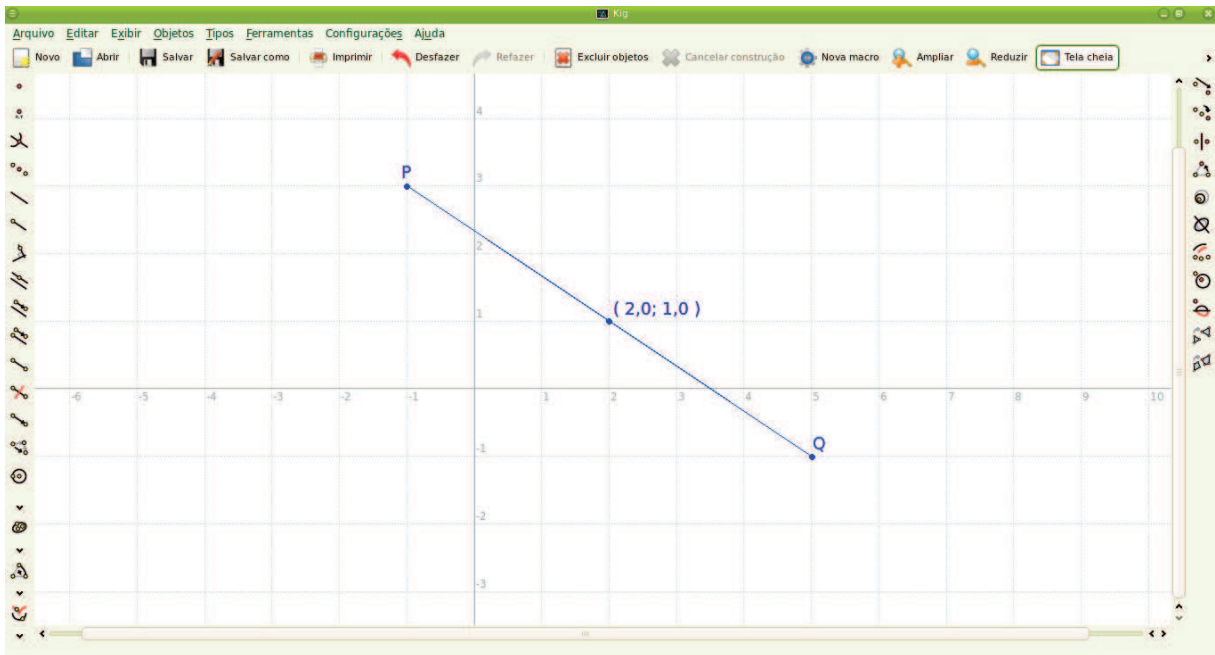


Figura 4.2: Coordenadas do ponto médio de um segmento

*Ex.3: Se  $M(3,2)$  é o ponto médio do segmento em que uma das extremidades é a origem do sistema cartesiano, então quais as coordenadas da outra extremidade?*

Temos aqui um exemplo clássico de reflexão de ponto sobre ponto. Pelo método tradicional de ensino de Matemática, resolvemos esse problema aplicando as relações que determinam o ponto médio de um segmento, conhecidos seus extremos. Primeiramente localizamos o ponto que representa a origem do sistema cartesiano  $(0,0)$  seguido do ponto  $M(3,2)$ , utilizando alguma das ferramentas de construção de pontos. Em seguida utilizaremos a ferramenta *Refletir sobre ponto*, clicando no ponto  $(0,0)$  que será refletido e depois no ponto  $M$  que é por onde o anterior será refletido.

Automaticamente se constrói o ponto esperado, que é a outra extremidade do segmento. Basta agora se adicionar um rótulo de texto sobre o ponto construído para que se mostrem fielmente as coordenadas deste ponto. Se outra maneira isso pode ser feito clicando-se com o botão direito sobre o ponto a ser refletido,  $(0,0)$ , na caixa de ferramentas que

aparecerá escolhemos a função *Transformar*, e em seguida *Refletir sobre o ponto*, clicando depois no ponto *M* que é por onde o outro será refletido.

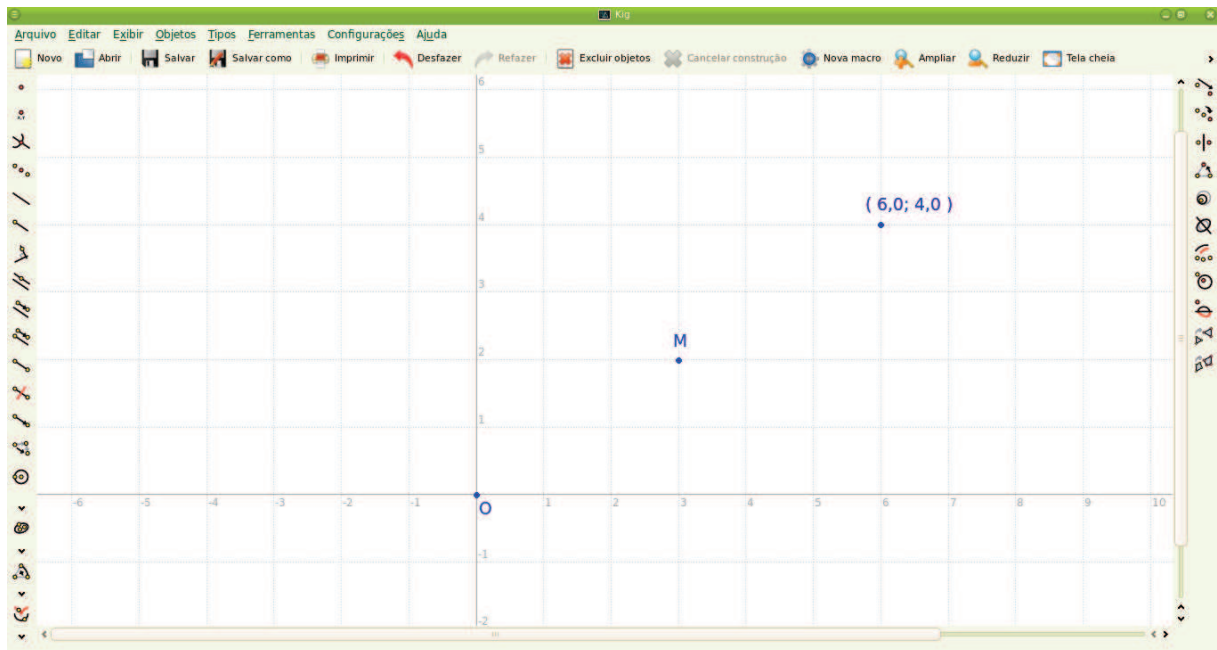


Figura 4.3: Reflexão de ponto sobre ponto

Ex.4: Verifique, dentre os pontos a seguir, quais estão alinhados:

- a)  $A(2, 1)$ ,  $B(-3, -9)$  e  $C(4, 5)$ .  
 b)  $D(1, 3)$ ,  $E(2, 7)$  e  $F(0, 1)$ .

No 3º ano do ensino médio é estudado o alinhamento entre pontos se baseando teoricamente da semelhança de triângulos, ou de maneira mais prática, é apresentada para os alunos essa condição como sendo o determinante formado pelas coordenadas dos três pontos. Vimos na fundamentação teórica que três pontos estão alinhados se, e somente se, o determinante formado pelas coordenadas dos três pontos for nulo. Utilizando o Kig veremos essa análise a partir de apenas uma ferramenta, *Teste colinear*. Após construir os três pontos no plano, clicamos com o botão direito do mouse sobre um dos pontos, em seguida clicamos em *Testar*, na caixa que se abre, e por último *Teste colinear*.

O software nos guia acerca dos passos que devemos seguir, clicando no segundo ponto e terceiro ponto a ser analisado. Depois de clicado no terceiro ponto surge na tela uma caixa de texto mostrando se os pontos são colineares ou não, conforme ilustrações abaixo. Os pontos *A*, *B* e *C* estão alinhados, e os pontos *D*, *E* e *F* estão desalinhados.

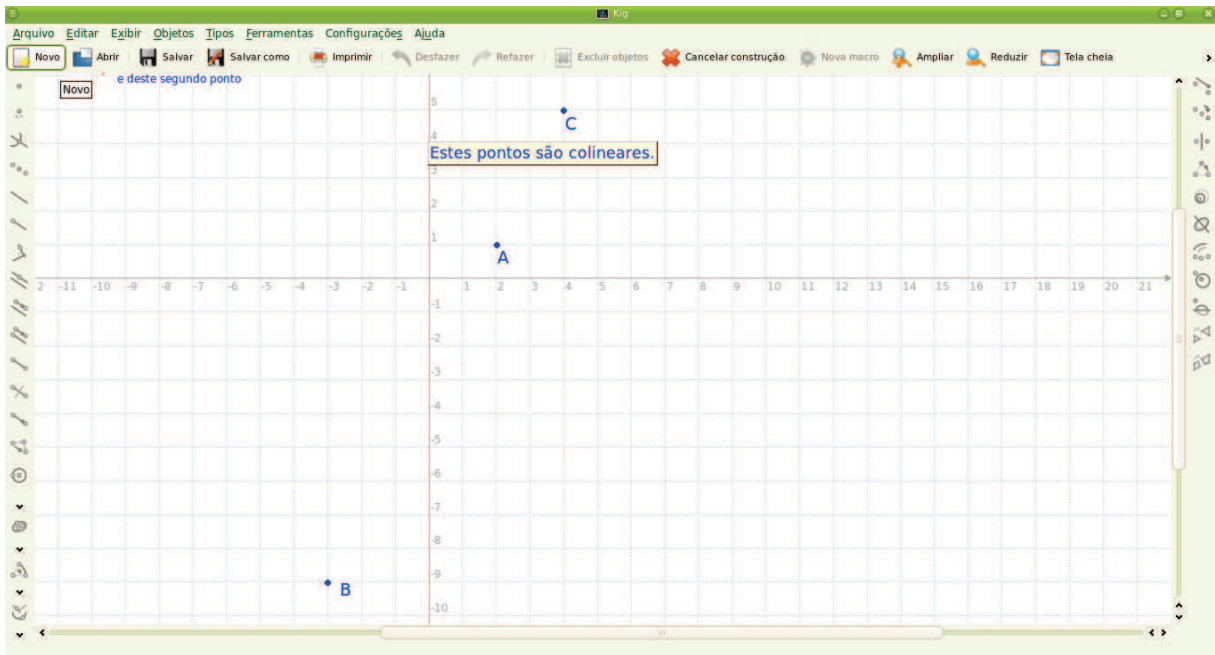


Figura 4.4: Pontos colineares

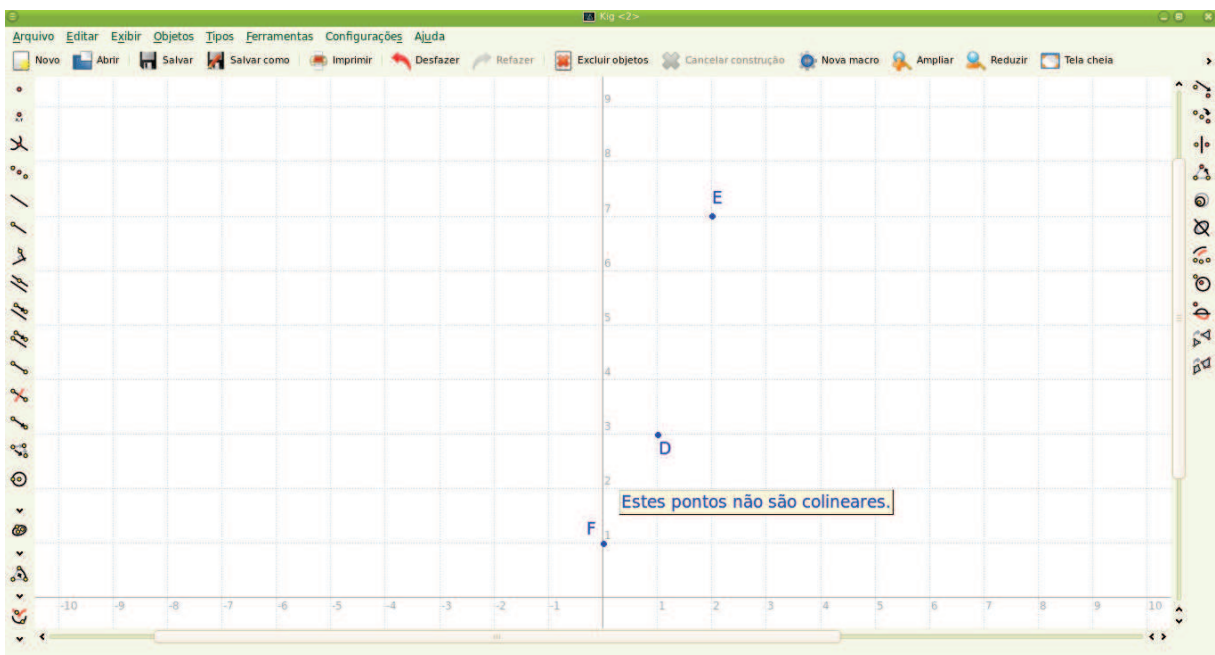


Figura 4.5: Pontos não colineares

Ex.5: Seja  $ABC$  um triângulo cujos vértices são os pontos  $A(0, -3)$ ,  $B(6, 1)$  e  $C(-6, 8)$ .

Determine:

- o ponto de encontro das medianas.
- a área do triângulo.

O ponto de encontro das medianas de um triângulo é chamado de baricentro. Na prática associamos esse ponto ao ponto de equilíbrio de um triângulo, ou seja, pela física chamamos de centro de massa. As coordenadas do baricentro correspondem a média aritmética das coordenadas dos vértices de um triângulo, logo, para defini-lo basta calcular essa média. Utilizando o Kig devemos localizar os pontos  $A$ ,  $B$  e  $C$ , vértices deste triângulo, e em seguida construir o triângulo.

Para isto devemos clicar no ícone *Triângulo através de seus vértices* da barra de ferramenta e, após isso, clicar com o cursor do mouse nos três vértices, ficando assim construído o triângulo  $ABC$ . De outro modo isto pode ser feito clicando-se sobre um dos vértices com o botão direito do mouse e, na caixa de ferramentas que se abre, clicamos em *Iniciar*, seguido de *Triângulo através de seus vértices*. Construído o triângulo, depois basta clicarmos com o botão direito do mouse sobre o triângulo, na caixa que se abre clicamos em *Construir*, por fim clicamos em *Centro de massa dos vértices*, que corresponde ao ponto de encontro das medianas.

Para verificarmos as coordenadas exatas deste ponto, clicamos com o botão direito do mouse sobre o mesmo, depois clicamos em *Adicionar rótulo de texto*, seguido de *Coordenada*, aparecendo na tela as coordenadas do baricentro. De modo análogo resolvemos o item b do exemplo clicando com o botão direito do mouse sobre o triângulo, depois clicamos em *Adicionar rótulo de texto*, para que apareçam mais ferramentas e cliquemos em *Superfície*, que corresponde a medida da área do triângulo selecionado.

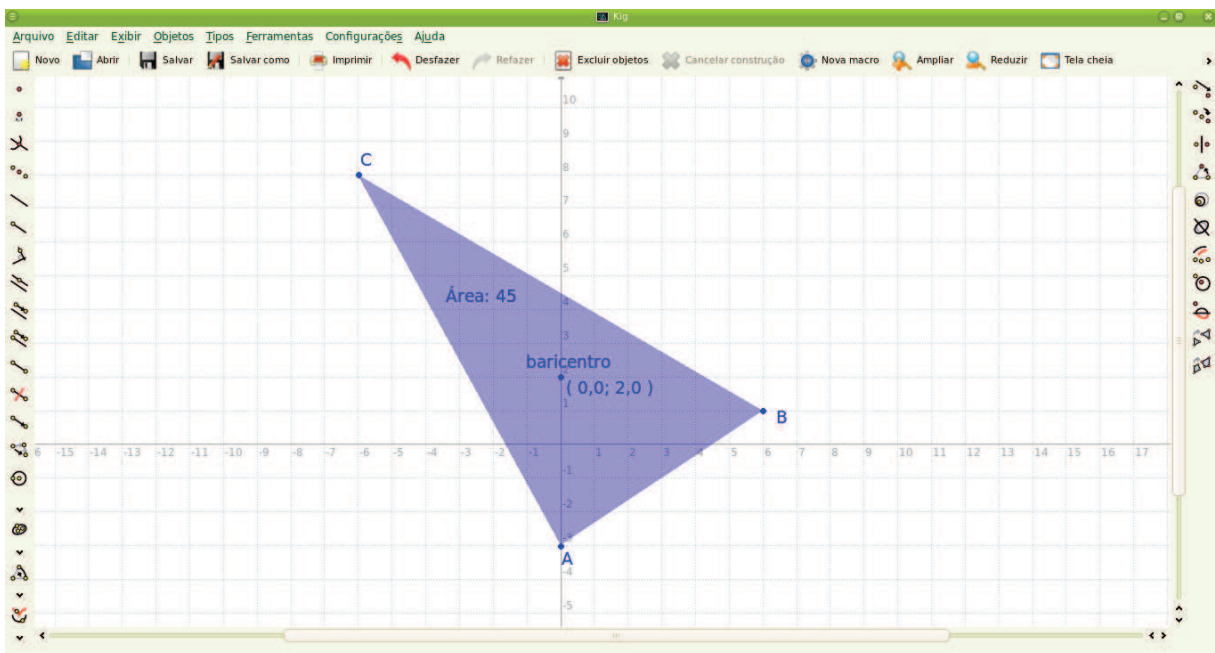


Figura 4.6: Baricentro e área do triângulo



## Estudo da Reta

Pretendemos mostrar a partir dos exemplos seguintes o estudo da reta utilizando o Kig. Iniciamos esses exemplos por uma simples construção de uma reta dados dois pontos até a obtenção da equação de retas suportes das diagonais de um quadrado.

*Ex.6: Qual é a equação da reta que passa pelos pontos  $P(2, 1)$  e  $Q(4, 5)$ ?*

Como pretendemos mostrar a utilização do Kig no estudo da Geometria Analítica vamos construir uma reta passando por dois pontos distintos,  $P$  e  $Q$ . Para isso localizamos os pontos no plano com as ferramentas de construção de pontos já apresentadas e, em seguida, clicamos no ícone *Linha* da barra de ferramentas, construindo a reta clicando sobre os dois pontos que ela contém. Podemos construir esta reta clicando diretamente no ícone *Linha* e com a tecla *shift* do teclado pressionada localizamos os pontos  $P$  e  $Q$ .

Com a reta criada passamos a determinar a equação da mesma, clicando com o botão direito do mouse sobre a linha, depois clicamos em *Adicionar rótulo de texto* e, por fim, clicamos em *Equação*. Está solucionado este exemplo.

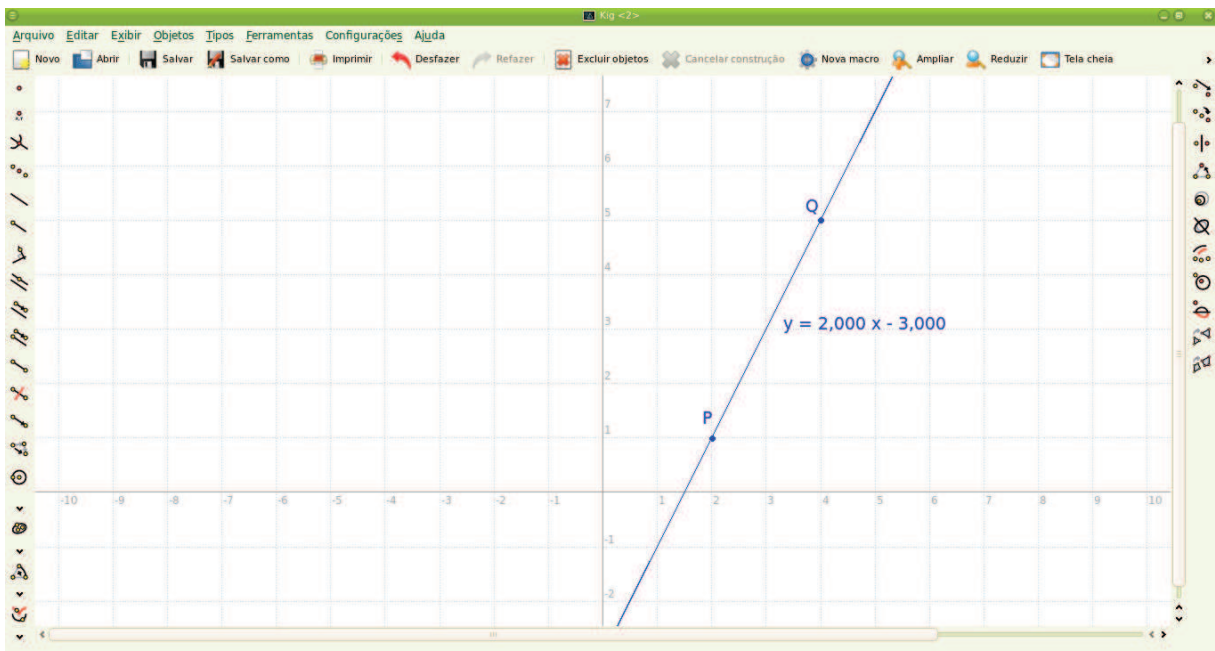


Figura 4.7: Equação da reta por dois pontos

Ex.7: Qual é o coeficiente angular da reta representada pelo exemplo 6?

Para se definir o coeficiente angular de uma reta utilizando as ferramentas do Kig seguimos os mesmos passos apresentados no exemplo 6. Na última ferramenta, ao invés de escolhermos *Equação*, clicamos em *Inclinação*, que representa exatamente o coeficiente angular da reta, a tangente do ângulo formado entre a reta e o eixo das abscissas.

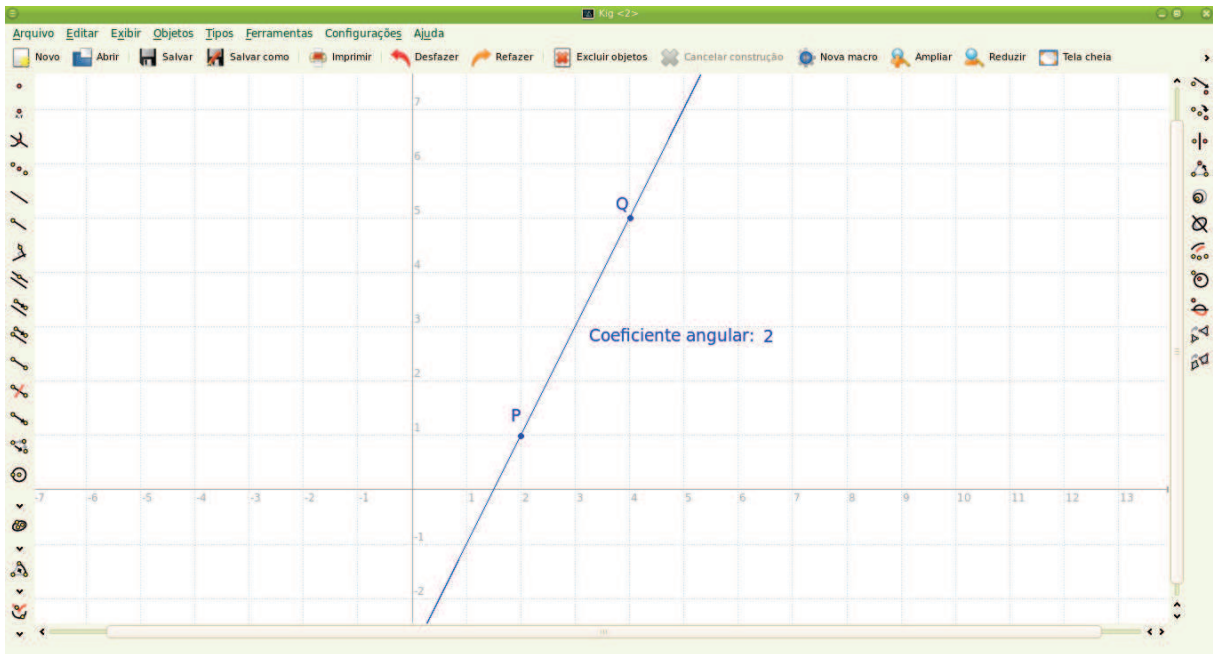


Figura 4.8: Coeficiente angular de uma reta dados dois pontos

Dentro do estudo da reta podemos utilizar e mostrar a variação do coeficiente angular para o aluno observando a declividade da reta. Para isso, construímos uma reta que passa por dois pontos quaisquer. Tomaremos como base a reta representada na figura acima, já com o seu coeficiente angular definido e apresentado na tela. Para verificar esta variação do coeficiente angular basta clicarmos sobre um dos pontos, neste caso o ponto  $Q$ , e o movimentarmos com o mouse. Vemos que o coeficiente angular anteriormente apresentado varia de acordo com a declividade da reta, se mostrando positivo para a reta crescente e negativo para a reta decrescente.

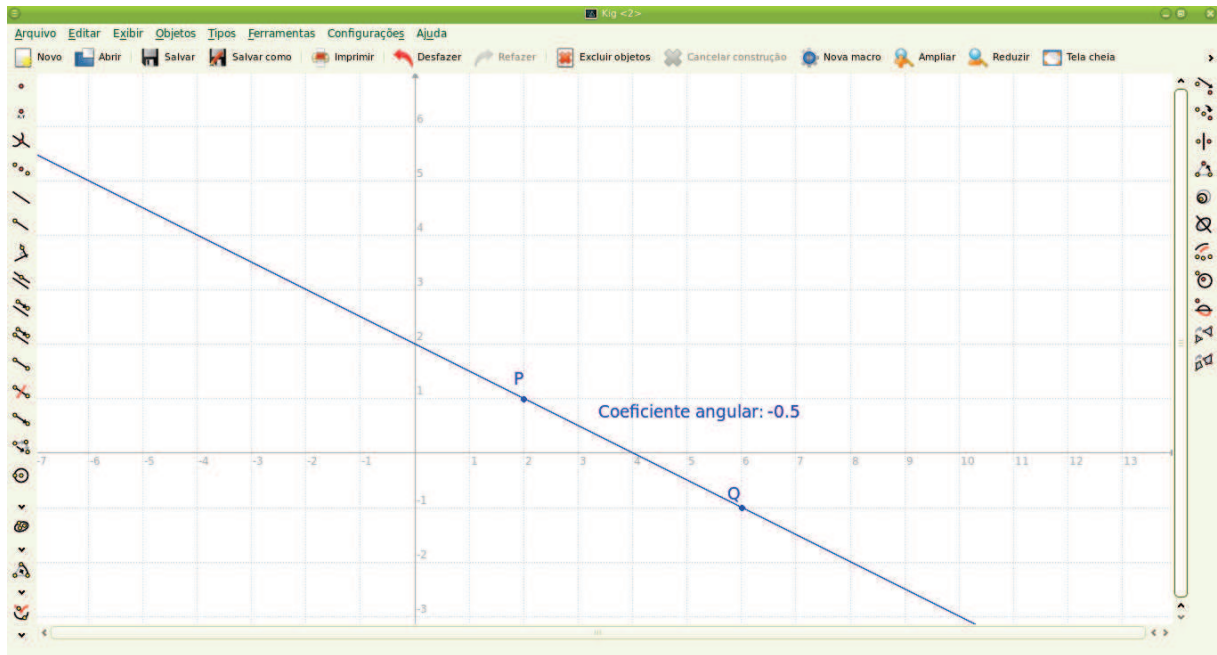


Figura 4.9: Coeficiente angular de uma reta decrescente

*Ex.8: Determinar a equação da reta que passa pelo ponto  $P(4,5)$  e é paralela a uma outra reta que corta o eixo das abscissas na coordenada 2 e corta o eixo das ordenadas na coordenada 4.*

Para determinar o que se pede construiremos a reta que corta a abscissa 2 e a ordenada 4, utilizando a ferramenta *Linha*, com o auxílio da tecla *shift* do teclado para maior precisão. Em seguida construímos o ponto P com suas coordenadas definidas. Clicamos no ícone *Paralela*, seguindo as instruções apresentadas na barra de status, clicando na linha que representa a reta construída anteriormente e depois no ponto P, ou vice-versa. É então construída a reta paralela à outra reta dada e que contém o ponto P.

Podemos ainda construir esta reta paralela clicando sobre a reta com o botão direito do mouse, na caixa de ferramentas que aparece clicamos em *Iniciar* e, em seguida, clicamos em *Paralela*, seguindo as mesmas instruções anteriormente apresentadas.

Podemos demonstrar aos alunos neste exemplo que, ao movermos o ponto P pelo plano, a reta paralela construída o segue, sempre em relação à reta inicialmente construída.



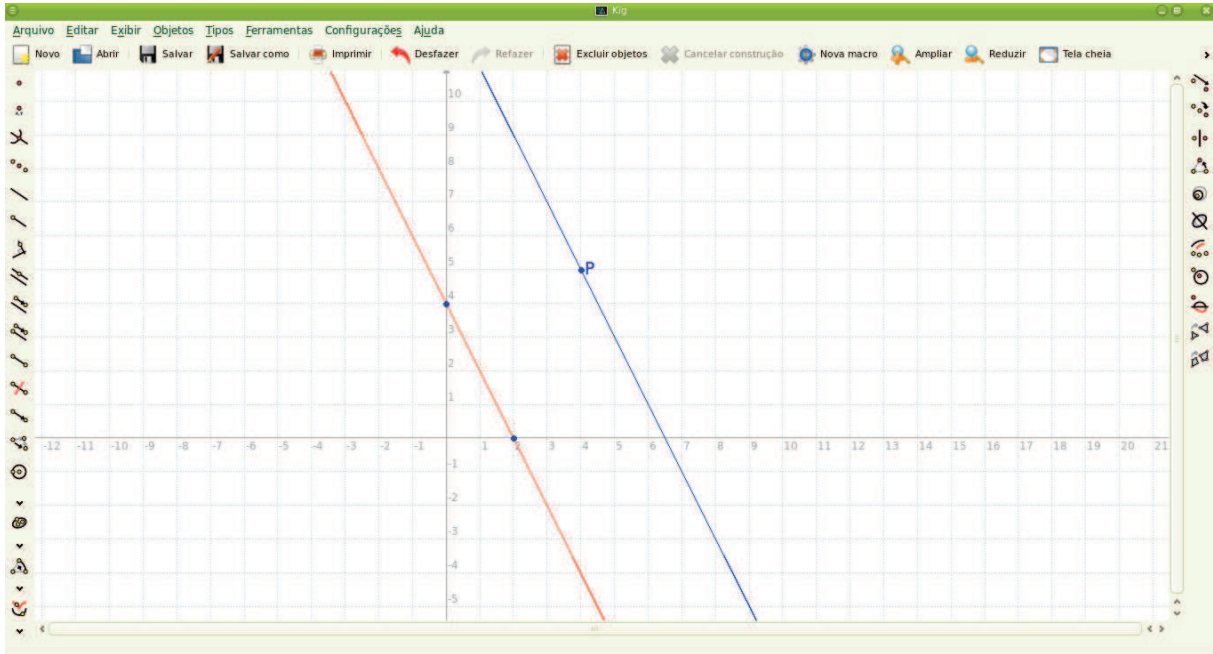


Figura 4.10: Reta que passa por  $P$  e é paralela a outra reta dada

Ex.9: Verifique se são paralelas as retas  $r$ , que contém os pontos  $A(1,5)$  e  $B(3,2)$ , e  $s$ , que contém os pontos  $C(8,-1)$  e  $D(2,7)$ .

Este é um exemplo comum apresentado aos alunos do 3º ano do ensino médio no estudo da reta. Esta verificação, pelo método tradicional, se dá através da análise dos coeficientes angulares das retas  $r$  e  $s$ , pois retas paralelas apresentam o mesmo coeficiente angular. Com o uso do Kig esta verificação é feita pelo teste de paralelismo. Primeiramente construímos as duas retas a partir dos pontos que cada uma passa.

Para verificarmos se há paralelismo entre as retas clicamos com o botão direito do mouse sobre a reta  $r$ , na caixa de ferramentas que aparece clicamos em *Testar*, e em seguida clicamos em *Teste paralelo*. Ao clicarmos sobre a outra reta  $s$ , aparece uma caixa de texto dizendo se são ou não paralelas. Para o exemplo acima apresentado, temos que as retas  $r$  e  $s$  não são paralelas.

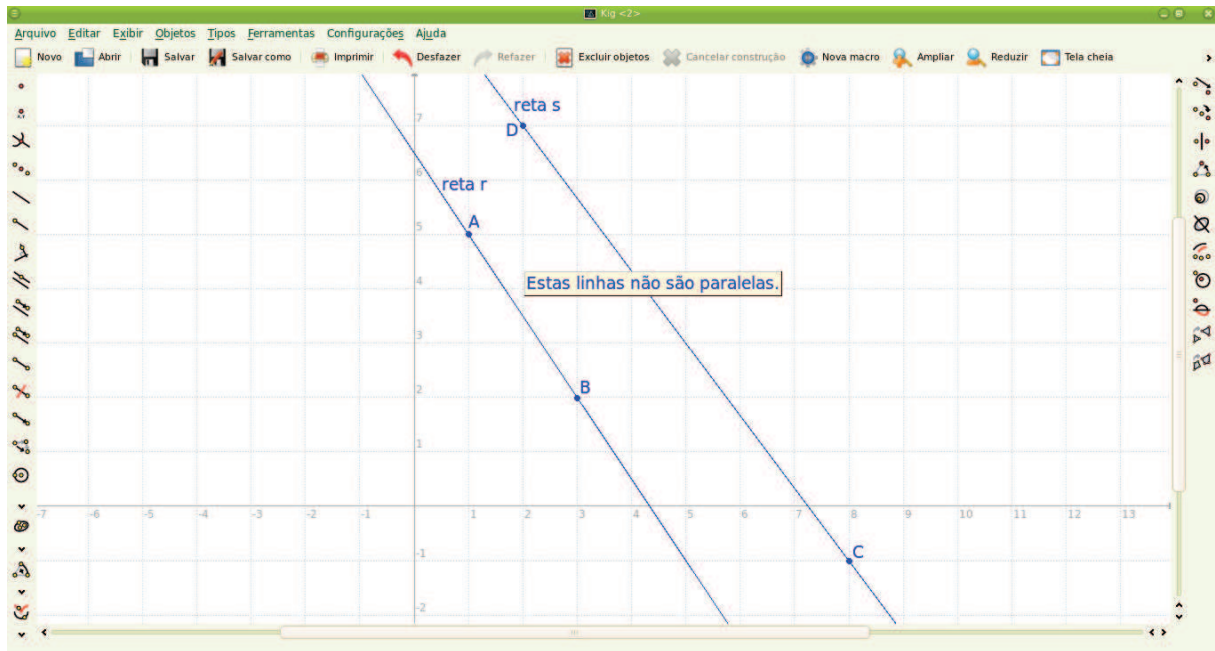


Figura 4.11: Teste de paralelismo entre retas

Ex.10: Os pontos  $A(-4, -2)$  e  $C(4, 6)$  são extremos da diagonal de um quadrado. Qual a equação da reta suporte da outra diagonal.

Para demonstrar a solução deste exemplo no Kig, inicialmente construímos os pontos  $A$  e  $C$  e o segmento de reta  $\overline{AC}$  que representa uma diagonal do quadrado. Por se tratar de um quadrado, as diagonais se cruzam perpendicularmente e, cada segmento cortado pelas diagonais são congruentes, o ponto de interseção das duas diagonais corresponde ao ponto médio das mesmas. Portanto, a reta suporte da outra diagonal deste quadrado corta o ponto médio do segmento  $\overline{AC}$  e é perpendicular ao mesmo. Portanto, concluímos que a reta suporte da outra diagonal é a mediatriz do segmento  $\overline{AC}$ .

Para construir a mediatriz devemos clicar no ícone *Eixo do segmento*, na barra de ferramentas, e depois selecionamos o segmento pelo qual será construída esse eixo. A linha então construída é a reta suporte da outra diagonal. Para determinar sua equação basta clicarmos sobre ela com o botão direito do mouse, *Adicionar rótulo de texto* e, por fim, clicamos em *Equação*. Está definida a equação da reta suporte da outra diagonal.

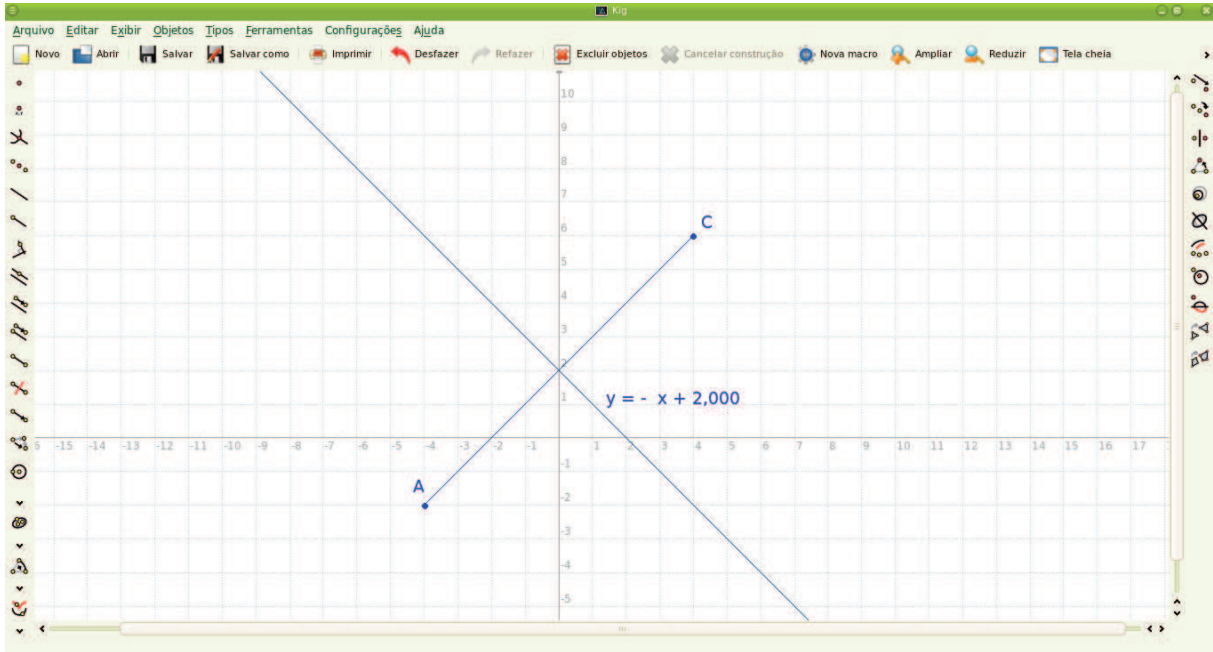


Figura 4.12: Mediatriz de um segmento

## Conclusão

A busca por ferramentas que venham auxiliar e facilitar o aprendizado dos alunos vem sendo cada vez mais constante por parte dos professores e pesquisadores em relação à disciplina de Matemática. Esse fato se dá devido ao grande número de alunos que demonstram alguma dificuldade em relação aos conteúdos da disciplina, seja no aprendizado ou mesmo na compreensão. Muitos alunos não veem a Matemática como uma disciplina muito agradável, devido à complexidade de muitos conteúdos ou mesmo por falta de técnicas de aprendizado mais chamativas, já que na grande maioria das vezes os professores de Matemática utilizam em sua prática pedagógica o método de ensino tradicional, que vai da exposição do conteúdo teórico, aplicação de exemplos comuns e, por fim, os exercícios propostos. Para se contornar essa situação é que se justifica a utilização de novos recursos para o processo de ensino e aprendizagem de Matemática, como: animações, televisores, computadores, projetores multimídias, softwares educativos, como o Kig, dentre outros, para que os alunos vejam a Matemática com outros olhos e seu estudo seja mais proveitoso, atraente e prazeroso.

O estudo da Geometria Analítica, de modo particular o Estudo da Reta, objeto principal nesse trabalho, não pode se dar apenas pelo método tradicional de ensino, apenas com aulas meramente expositivas, visto que o estudo dos lugares geométricos, como retas, circunferências etc, para uma melhor compreensão, necessitam de desenhos bem feitos, o que não pode ser feito utilizando apenas o pincel e o quadro, já que os objetos de desenhos utilizáveis em sala de aula não dão uma perfeição nas figuras, embora a demonstração teórica seja indispensável a qualquer estudo matemático. É necessário, então, que se utilizem recursos que ampliem o campo de visualização dos alunos. Vale ressaltar que toda e qualquer nova forma de ensinar deve ser bem analisada para a melhor utilização da mesma, impedindo assim que soframos um efeito contrário, banalizando ou prejudicando de alguma maneira o nosso estudo. O ensino da Matemática nunca vai se soltar totalmente do método tradicionalista, pois, em cada conteúdo, é de fundamental importância a fundamentação teórica, o que se dá pela demonstração de fórmulas e/ou teoremas. A inserção de novos meios de aprendizado exige do professor mais tempo, maior preparação para que o resultado seja mais proveitoso e o aprendizado seja satisfatório.

O professor se torna assim um mediador na aplicação dessa metodologia, onde é inserido no processo de aprendizagem do aluno a construção do próprio conhecimento, visto que o aluno é que passa a ser o agente do aprendizado, sua experimentação e criatividade são

despertados com a manipulação das ferramentas tecnológicas, o aluno sente na pele a necessidade do conhecimento, vencendo seus medos e dificuldades, procurando por si só a solução dos problemas propostos. As atividades inovadoras, sendo bem planejadas, substituem os exercícios repetitivos comumente aplicados no ensino da Matemática.

É necessário conhecer bem os conteúdos aplicados em sala de aula antes de transmiti-los. Os PCNs (Parâmetros Curriculares Nacionais) apresentam os objetivos, competências e habilidades de cada tema matemático, auxiliando ao professor no estudo e planejamento de todas as atividades. De acordo com os PCNs, a Geometria Analítica deve ser trabalhada de modo que o aluno reconheça que uma mesma situação pode ser tratada com diferentes instrumentais matemáticos. O instrumental em questão neste trabalho é a utilização do software Kig, no Estudo da Reta, na Geometria Analítica.

Não é fácil fazer a conexão entre a forma tradicional de ensino e o uso do computador em sala de aula. Inúmeras são as dificuldades apresentadas por que não o faz, desde a falta de estrutura nas escolas até o desinteresse por parte dos professores e dos alunos.

As escolas da rede pública estadual de ensino do Ceará contam com equipamentos que podem auxiliar essa nova maneira de auxiliar o aprendizado. Os computadores dos Laboratórios Escolares de Informática apresentam o sistema operacional Linux, por ser um software livre. Dentre as versões do Linux temos o Linux Educacional 4.0 que conta, dentre muitos programas educativos, com o Kig, o software trabalhado neste trabalho. Com isso, percebemos a necessidade de utilizar essas ferramentas. As atividades propostas utilizando-se o Kig convidam o aluno para o aprendizado, principalmente aqueles que tem mais dificuldades, sem falar que grande parte dos alunos tem acesso a muitos recursos tecnológicos, seja um celular até mesmo um computador com acesso a internet.

O Kig possibilita aos alunos o manuseio com os próprios lugares geométricos, desde um ponto até as mais variadas figuras planas. Todos os assuntos de Geometria Analítica, trabalhados comumente no 3º ano do ensino médio, podem ser desenvolvidos com este software, como: localização de pontos, construção de segmentos e retas, construção de figura planas, bem como suas propriedades, comprimento, perímetro, áreas, equações etc. Após desenvolver as atividades propostas com o Kig, os alunos visualizam e verificam a veracidade de suas soluções que, no método tradicional, se resume a números e/ou equações algébricas.

Concluimos que a utilização do Kig no Estudo da Reta, na Geometria Analítica, conduz os alunos a um aprendizado mais significativo, prazeroso e consistente. A utilização

do computador nas aulas de Geometria Analítica distribui mais ainda as responsabilidades, não ficando apenas para o professor, o aluno se sente chamado ao aprendizado.

## Referências Bibliográficas

- [1] *Coleta de dados do projeto PROINFO/MEC de inclusão digital nas escolas públicas brasileiras*. <<http://proinfodata.c3sl.ufpr.br/>>, acessado em 14/05/2014.
- [2] COX, kenia kodel. *Informática da Educação Escolar, Coleção Polêmicas do Nosso Tempo* – 2. ed. Campinas, SP: Autores Associados, 2008. 124p.
- [3] DEVRIESE, dominique. Tradução de Marcus Gama. *Manual do kig*. <[http://docs.kde.org/development/pt\\_BR/kdeedu/kig/kig.pdf](http://docs.kde.org/development/pt_BR/kdeedu/kig/kig.pdf)>, acessado em 14/05/2014.
- [4] GIOVANNI, josé ruy; BONJORNO, josé roberto. *Matemática Completa: Volume 3*. São Paulo, SP: FTD, 2005. 400p.
- [5] GIRALDO, victor; CAETANO, Paulo; MATTOS, Francisco. *Recursos Computacionais no Ensino da Matemática, Coleção PROFMAT*. Rio de Janeiro, RJ: SBM, 2013. 423p.
- [6] *História do Linux*. <<http://ferreiratecnologo.blogspot.com.br/2012/10/linux-educacional.html>>, acessado em 14/05/2014.
- [7] *Linux Educacional 4.0*. <<http://linuxeducacional.c3sl.ufpr.br/LE4/>>, acessado em 13/05/2014.
- [8] ORIENTAÇÕES CURRICULARES PARA O ENSINO MÉDIO, *Ciências da Natureza, Matemática e suas tecnologias*. Disponível em: <[http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/book\\_volume\\_02\\_internet.pdf](http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/book_volume_02_internet.pdf)>, acesso em 03 de junho de 2014.
- [9] PCN+, ENSINO MÉDIO, *Orientações Educacionais Complementares aos Parâmetros Curriculares Nacionais, Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologias*. Brasília, DF: MEC; SEMTEC, 2002. 144p.

## ANEXO – FERRAMENTAS DA BARRA DE MENU DO SOFTWARE KIG, SEGUIDA DE SUAS UTILIZAÇÕES



### **Ponto**

Para se criar um ponto basta clicar na localização do mesmo sobre a janela de trabalho. Ou mesmo criando um ponto sobre uma curva qualquer, clicando sobre a curva.



### **Ponto por coordenadas**

Para construir um ponto utilizando suas coordenadas, digite essas coordenadas no seguinte formato  $x;y$ , o ponto será definido.



### **Fazer interseção**

Para criar o ponto de interseção, basta clicar seguidamente nos dois objetos pelos quais deve se fazer a interseção.



### **Ponto médio**

Para se construir o ponto médio entre dois pontos, basta clicar seguidamente nesses dois pontos. Caso se queira o ponto médio de um segmento, basta clicar sobre o segmento após ter escolhido essa ferramenta.



### **Linha por dois pontos**

Para construir uma linha que passa por dois pontos, basta clicar seguidamente nesses pontos.



### **Meia-linha**

Para a construção da meia-linha, é necessário selecionar o ponto de início da meia linha, seguido do ponto pelo qual a meia-linha deva prosseguir.



### **Perpendicular**

Para a construção de uma linha perpendicular a outra dada, deve-se clicar no ponto pelo qual essa linha passará, clicando em seguida na linha por onde essa perpendicular será criada.





### **Paralela**

Para a construção de uma linha paralela a outra dada, deve-se clicar no ponto pelo qual essa linha passará, clicando em seguida na linha por onde essa paralela será criada.



### **Linha pelo vetor**

Selecione um vetor na direção da nova linha.



### **Metade da linha de um vetor**

Selecione um vetor na direção da nova meia-linha.



### **Segmento**

Primeiro selecione o ponto de início desse novo segmento, depois selecione o ponto final. Está construído o segmento de reta.



### **Eixo do segmento**

O eixo do segmento é a mediatriz de um segmento dado. Basta selecionar o segmento para o qual se deseja desenhar o eixo.



### **Vetor**

Selecione-se o ponto de início para o novo vetor seguido do ponto final.



### **Soma de vetores**

Para se construir a soma de  $n$  vetores, basta clicar seguidamente nos vetores a serem somados.



### **Círculo por centro e ponto**

Para a construção desse objeto basta selecionar o ponto que será centro desse círculo, seguido de um ponto por onde o círculo passa.



### **Círculo por três pontos**

Selecione-se os três pontos e em seguida o círculo é construído.



### **Círculo pelo ponto e de raio**

Primeiramente seleciona-se o ponto que representa o centro do círculo. Em seguida seleciona a medida do raio desse círculo clicando no valor numérico que representa

esse raio.



#### **Arco por três pontos**

Selecionando três pontos da janela, será construído um arco que contém esses três pontos.



#### **Hipérbole por focos e pontos**

Seleciona-se o primeiro foco da nova hipérbole seguido do segundo foco. Por fim, seleciona-se um ponto que pertence à nova hipérbole.



#### **Elipse por focos e pontos**

Seleciona-se o primeiro foco da nova elipse seguido do segundo foco. Por fim, seleciona-se um ponto que pertence à nova elipse.



#### **Parábola vertical por três pontos**

Seleciona-se três pontos pertencentes a este objeto e ele será criado.



#### **Cônica por cinco pontos**

Esta ferramenta cria a cônica que contém 5 pontos escolhidos do plano.



#### **Linhas radiais para cônicas**

Para se criar essas linhas seleciona-se as cônicas para construí-las.



#### **Ângulo por três pontos**

Um ângulo é criado com esta ferramenta selecionando um ponto para que a primeira meia-linha do ângulo deva prosseguir. Em seguida, seleciona-se um ponto que será o vértice do ângulo. Por fim, seleciona-se um ponto para que a segunda meia-linha do ângulo deva prosseguir.



#### **Bissetor de um ângulo**

Para se criar o bissetor (a bissetriz) de um ângulo basta clicar sobre este ângulo, logo após ter escolhido essa ferramenta.



#### **Locus**

Seleciona-se o ponto móvel, que servirá para ser movido enquanto se desenha o locus.

**AI****Rótulo de texto**

Para se criar um rótulo de texto basta escolher o local onde esse deve ficar e digitar o texto desejado.

**5I****Valor numérico**

Para se criar um valor numérico basta escolher o local onde esse deve ficar e digitar o valor desejado.

**Quadrado**

Para construir um quadrado basta clicar em dois pontos que serão vértices de um dos lados. Após isso o quadrado é construído.

**Polígono aberto - linha poligonal**

Para criar uma linha poligonal, clica-se nos pontos vértices do polígono aberto e, no vértice que deve ser o último, clica-se duas vezes.

**Polígono através de seus vértices**

Para criar um polígono, clica-se nos pontos vértices do polígono e, no vértice que deve ser o último, para fechar a figura, clica-se duas vezes.

**Polígono regular com o centro fornecido**

Seleciona o ponto que deve ser centro do polígono. Em seguida seleciona um ponto do novo polígono, no caso um dos vértices. O número de lados do polígono será definido movimentando o mouse.

**Triângulo através de seus vértices**

Para criar um triângulo qualquer, deve-se selecionar os três pontos que devem ser os vértices desse triângulo.

**Triângulo equilátero**

Para se construir um triângulo equilátero, basta selecionar os dois pontos que são vértices de um lado qualquer. Após isso, o triângulo equilátero será construído.

**Vértices de um polígono**

Para que se construa os vértices de um polígono qualquer basta clicar nesse botão e em seguida no polígono desejado.



### Teste paralelo

Este botão verifica se duas retas são paralelas ou não. Clica-se na primeira reta a ser conferida e ao colocar o cursor do mouse sobre a segunda reta, aparecerá na tela um quadro informativo dizendo se são ou não paralelas.



### Teste ortogonal:

Este botão verifica se duas retas são perpendiculares ou não. Clica-se na primeira reta a ser conferida e ao colocar o cursor do mouse sobre a segunda reta, aparecerá na tela um quadro informativo dizendo se são ou não ortogonais.



### Teste colinear

Esta ferramenta possibilita verificar se três pontos são colineares ou não. Clica-se nos dois primeiros pontos a serem verificados e, ao colocar o cursor do mouse sobre o terceiro e último ponto, aparecerá uma caixa de texto dizendo se são colineares ou não.



### Teste se contém

Verifica se uma curva contém um ponto definido. Primeiro seleciona o ponto desejado e em seguida clica na curva. Após isso aparecerá uma caixa de texto informando se contém ou não contém o ponto.



### Teste de distância

Verifica se há uma mesma distância entre dois pontos e um terceiro ponto dado. Seleciona o ponto de onde os outros dois devem ter a mesma distância. Em seguida, ao clicar nos outros dois pontos, teremos a informação se têm a mesma distância.



### Traduzir

Primeiro seleciona-se o objeto a transladar e em seguida o vetor pelo qual esse objeto vai transladar.



### Refletir sobre o ponto

Para construir a reflexão de um ponto sobre outro, basta selecionar o ponto a ser refletido depois selecionar o ponto sobre o qual o primeiro se reflete.



### **Refletir na linha**

Para construir a reflexão de objeto sobre uma linha, basta selecionar esse objeto a ser refletido depois selecionar a linha sobre a qual o objeto se reflete.



### **Girar**

Primeiro seleciona-se o objeto para rotacionar. Seleciona-se o ponto central dessa rotação e, em seguida, seleciona o ângulo da rotação.



### **Escalar**

Para escalar um objeto, seleciona-o, em seguida seleciona o ponto central de escalonamento desse objeto. Por fim, seleciona-se uma extensão ou um segmento cujo comprimento é o fator do escalonamento.



### **Escalar sobre linha**

Para escalar um objeto sobre uma linha dada, seleciona-o, em seguida seleciona-se a linha para aplicar o escalonamento. Por fim, seleciona-se uma extensão ou um segmento cujo comprimento é o fator do escalonamento.



### **Aplicar a similitude**

Seleciona-se o objeto a transformar seguido do centro para a similitude. Seleciona-se o ponto onde deve se mapear a similitude para outro ponto e, por fim, seleciona-se o ponto onde o mapeamento de similitude feito em outro ponto deve ser aplicado.



### **Inversão de ponto, linha ou círculo**

Para inverter um objeto seleciona-o e, em seguida, seleciona o círculo no qual se deseja basear a inversão.



### **Homologia harmônica**

Seleciona-se o objeto a transformar. Depois seleciona-se o ponto central da homologia harmônica. Por fim, seleciona-se o eixo da homologia harmônica.



### **Afinidade genérica**

Seleciona-se o objeto a transformar. Depois seleciona-se o triângulo que será transformado em outro triângulo fornecido. Por fim seleciona-se o outro triângulo.



### **Transformação projetiva genérica**

Seleciona-se o objeto a transformar. Depois seleciona-se o quadrilátero que tenha que ser transformado em outro quadrilátero fornecido.



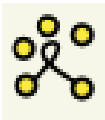
### **Curva de Bézier quadrática por seus pontos de controle**

Seleciona-se um ponto para ser o ponto de controle da nova curva de Bézier quadrática. Em seguida seleciona-se o segundo e o terceiro pontos para serem pontos de controle.



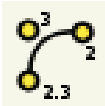
### **Curva de Bézier cúbica por seus pontos de controle**

Seleciona-se os quatro pontos de controle.



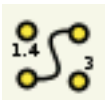
### **Curva de Bézier por seus pontos de controle**

Seleciona-se os n pontos de controle.



### **Curva de Bézier quadrática racional por seus pontos de controle**

Seleciona-se três pontos e três valores numéricos como pesos para construir a curva de Bézier racional.



### **Curva de Bézier cúbica racional por seus pontos de controle**

Seleciona-se três pontos e três valores numéricos como pesos para construir a curva de Bézier racional.



### **Curva de Bézier racional por seus pontos de controle**

Seleciona-se um ponto para ser ponto de controle dessa curva. Selecione um rótulo numérico para ser um peso do último ponto selecionado. Até a curva desejada.