

UNIVERSIDADE FEDERAL DO TRIÂNGULO MINEIRO



**MESTRADO PROFISSIONAL EM MATEMÁTICA EM REDE
NACIONAL**



PROFMAT

GUSTAVO ALVES PIMENTA

**ELABORAÇÃO DE ATIVIDADES PARA A INTRODUÇÃO DO
CONCEITO DE RAZÃO E PROPORÇÃO: COM ANÁLISE DE
PROFESSORES ELABORADORES DE MATERIAL DIDÁTICO DA
REDE PRIVADA DE ENSINO**

UBERABA-MG

2014

GUSTAVO ALVES PIMENTA

**ELABORAÇÃO DE ATIVIDADES PARA A INTRODUÇÃO DO
CONCEITO DE RAZÃO E PROPORÇÃO: COM ANÁLISE DE
PROFESSORES ELABORADORES DE MATERIAL DIDÁTICO DA
REDE PRIVADA DE ENSINO**

Texto apresentado à banca para defesa da dissertação de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional-PROFMAT, como parte das atividades para obtenção do título de Mestre em Matemática da Universidade Federal do Triângulo Mineiro - UFTM, Departamento de Matemática.

UBERABA-MG

2014

**Catálogo na fonte: Biblioteca da Universidade Federal do
Triângulo Mineiro**

P697e Pimenta, Gustavo Alves
Elaboração de atividades para a introdução do conceito de razão e proporção: com análise de professores elaboradores de material didático da rede privada de ensino / Gustavo Alves Pimenta. -- 2014.
121 f. : il., fig., graf., tab.

Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional)
-- Universidade Federal do Triângulo Mineiro, Uberaba, MG, 2014
Orientador: Prof. Dr. Flávio Molina da Silva
Coorientador: Prof. Dr. Victor Augusto Giraldo

1. Razão e proporção. 2. Matemática – Estudo e ensino. 3. Material didático. I. Silva, Flávio Molina da. II. Universidade Federal do Triângulo Mineiro. III. Título.

CDU 311.14

**ELABORAÇÃO DE ATIVIDADES PARA A INTRODUÇÃO DO CONCEITO DE
RAZÃO E PROPORÇÃO: COM ANÁLISE DE PROFESSORES ELABORADORES DE
MATERIAL DIDÁTICO DA REDE PRIVADA DE ENSINO**

Dissertação apresentada ao curso de Mestrado Profissional em
Matemática em Rede Nacional - PROFMAT, da Universidade
Federal do Triângulo Mineiro, como parte das atividades para
obtenção do título de Mestre em Matemática.

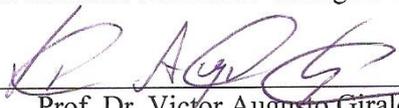
11 de julho DE 2014.

Banca Examinadora



Prof. Dr. Flávio Molina da Silva
Orientador

Universidade Federal do Triângulo Mineiro



Prof. Dr. Victor Augusto Giraldo
Coorientador

Universidade Federal do Triângulo Mineiro



Prof. Dra. Marcela Luciano Vilela de Souza
Universidade Federal do Rio de Janeiro



Prof. Dra. Deismara Ferreira
Universidade Federal de São Carlos

Dedico este trabalho à minha querida esposa, Tatiana, aos meus queridos filhos, Eduardo e Bernardo, e aos meus pais, Lazara e Vicente (in-memorian), pelo amor, carinho e apoio incondicional.

AGRADECIMENTOS

Agradeço primeiramente a Deus por ter me dado saúde e força durante esses dois anos.

Agradeço, em especial, à minha querida e dedicada esposa, Tatiana Dias Borges, por sempre estar ao meu lado, apoiando minhas decisões e dando todo o apoio para esta conquista.

Agradeço aos meus filhos, Eduardo Dias Pimenta e Bernardo Dias Pimenta, que souberam compartilhar o tempo entre os estudos e as brincadeiras.

Agradeço aos meus pais, Lazara Lima e Vicente Alves Pimenta (*in-memorian*), pela formação do meu caráter e por sempre apoiarem meus estudos.

Agradeço à minha sogra, Sandra Maria Dias Borges, que de uma forma ou de outra contribuiu para que eu chegasse ao fim dessa jornada.

Agradeço ao amigo Alex Brandão de Almeida que foi um grande parceiro e colaborador durante toda a dissertação.

Agradeço à Direção e aos colegas de trabalho do Colégio Cenecista Dr. José Ferreira, pelo apoio durante todo o curso.

Agradeço aos professores do curso de Licenciatura em Matemática da UFTM, com os quais pude trabalhar, pelo incentivo e orientação.

Agradeço aos meus colegas de curso, pela amizade, troca de experiências e companheirismo.

Agradeço aos professores do curso, em especial ao Prof. Dr. Osmar Aléssio, pelos ensinamentos.

Agradeço a todos os profissionais envolvidos, direta ou indiretamente, na criação do PROFMAT, com o intuito de melhorar a formação do professor de Matemática em todo o Brasil.

Por fim, agradeço ao meu orientador Prof. Dr. Flávio Molina da Silva, à Profa. Dra. Marcela Luciano Vilela de Souza e ao Prof. Dr. Victor Augusto Giraldo, pelo apoio, confiança e paciência que tiveram comigo durante a elaboração deste trabalho.

*“A Matemática, de modo geral, é fundamentalmente a ciência das coisas
que são evidentes por si mesmas.”*

(Felix Klein)

*“Não há ramo da Matemática, por mais abstrato que seja, que não possa
um dia vir a ser aplicado aos fenômenos do mundo real.”*

(Lobachevsky)

RESUMO

Muitos professores são questionados pelos alunos sobre motivações para aprender alguns assuntos abordados no currículo escolar. Isso, às vezes, é mais evidente na disciplina de Matemática, já que para muitos essa disciplina, da forma como é ensinada, não tem aplicação na vida prática. Visando a dar significado aos assuntos que os alunos aprendem em sala de aula, por meio da contextualização e da problematização, usando a tecnologia, a SBM (Sociedade Brasileira de Matemática), idealizadora do Projeto Klein em Língua Portuguesa, começou a desenvolver um material didático digital, denominado MatDigital, motivado pelo sucesso alcançado durante a etapa piloto do *Projeto do Livro Didático para o Ensino Fundamental* (LDEF-SBM). O objetivo do projeto LDEF-SBM era produzir um livro didático para as séries finais do ensino fundamental (6º ao 9º anos).

Neste trabalho, são apresentadas atividades sobre razão e proporção que foram desenvolvidas por um grupo de professores de Uberaba-MG que participaram da etapa inicial do MatDigital. O conceito de razão e proporção é considerado aqui como uma nova forma de comparação que será ensinada aos discentes da rede básica. O objetivo deste trabalho é apresentar atividades, com orientações ao professor, que introduzam o conceito de razão e proporção por problemas significativos e aplicados ao cotidiano dos discentes. Apresenta-se, também, uma análise dessas atividades e orientações, feita por professores de Matemática do Ensino Fundamental e Médio de um Centro Particular de Ensino, localizado na cidade de Uberaba-MG. Os professores-avaliadores foram selecionados por exercerem a licenciatura e por serem produtores de Material Didático do Sistema de Ensino CNEC (Campanha Nacional das Escolas da Comunidade).

Palavras-Chave: Razão e Proporção, Matemática – Estudo e ensino, Material didático.

ABSTRACT

Many teachers are questioned by students about motivation to learn some subjects covered in the school curriculum. This sometimes is more evident in Mathematics, since for many people this discipline, in the way it is taught, has no application in practical life. Aiming to give meaning to the subjects that students learn in the classroom through contextualization and questioning, using technology, SBM (Brazilian Mathematical Society), creator of Project Klein in Portuguese, began to develop a digital courseware, called MatDigital, motivated by the success achieved during the pilot stage of the project Textbook for Elementary School (LDEF-SBM). The goal of LDEF-SBM project was to produce a textbook for upper grades of elementary school (grades 6 to 9 years).

In this work, activities on ratio and proportion that were developed by a group of teachers from Uberaba-MG who participated in the initial stage of MatDigital are presented. The concept of ratio and proportion is considered here as a new form of comparison that will be taught to the students from the basic network. The objective of this paper is to present activities with teacher's guide, introducing the concept of ratio and proportion of significant problems and applied to daily life of students. It also presents an analysis of these activities and guidelines made by Mathematics teachers of Elementary and Secondary Education for a Private Education Centre, located in the city of Uberaba. The teacher-evaluators were selected by exercising a degree and for being producers of Teaching Materials of CNEC Education System (National Campaign Community Schools).

Keywords: Ratio and Proportion, Mathematics - Study and teaching, Teaching material.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1: Organograma Saeb	24
Figura 2: Sugestão de figura para o uso da comparação por perspectiva.....	35
Figura 3: Sugestão de figura para comparação por multiplicação.....	37
Figura 4: Sugestão de representação pelo método pictórico	38
Figura 5: Sugestão de resolução pelo método pictórico	38
Figura 6: Diagrama MatDigital	44
Figura 7: Sugestão de figura para atividade 6	58
Figura 8: Sugestão de imagem em malha quadriculada	60
Figura 9: Exemplo de uma figura original e sua ampliação	62
Figura 10: Sugestão de imagem das casas em malha quadriculada	62
Figura 11: Sugestão de imagem para a atividade 10	65
Figura 12: Sugestão de imagem para ampliação	65
Figura 13: Sugestão de imagem das quantidades de água e polpa de caju.....	69
Figura 14: Sugestão de imagem das porções de água e polpa de caju	69
Figura 15: Sugestão de imagem das quantidades de água e polpa de maracujá.....	71
Figura 16: Sugestão de imagem das porções de água e polpa de maracujá	71
Figura 17: Sugestão de imagem das quantidades de água e polpa de abacaxi	72
Figura 18: Sugestão de imagem das porções de água e polpa de abacaxi.....	72
Figura 19: Sugestão de imagem das quantidades de água e polpa de abacaxi (15 copos)	72
Figura 20: Sugestão de imagem das porções de água e polpa de abacaxi (15 copos).....	72
Figura 21: Sugestão de imagem para representação das latas	73
Figura 22: Sugestão de imagem para representação dos segmentos AB e MN	74
Figura 23: Sugestão de imagem para representar as receitas das avós.....	76
Figura 24: Sugestão de imagem para a atividade 16	77
Figura 25: Sugestão de imagem feita de palitos	85

LISTA DE QUADROS

Quadro 1: Classificação do Brasil no PISA 2012	21
Quadro 2: Médias de proficiência em Matemática Brasil 1995-2005	25

LISTA DE TABELAS

Tabela 1: Sugestão de tabela para representar a quantidade e preço da margarina.....	51
Tabela 2: Sugestão de tabela para a atividade Premiação da Mega Sena.....	52
Tabela 3: Sugestão de tabela com resposta da atividade Premiação da Mega Sena	53
Tabela 4: Sugestão de tabela receita pão de queijo - Situação 1	54
Tabela 5: Sugestão de tabela receita pão de queijo - Situação 2	55
Tabela 6: Sugestão de resposta da receita pão de queijo - Situação 1	56
Tabela 7: Resposta: Receita pão de queijo - Situação 2	56
Tabela 8: Sugestão de tabela para a comparação da idade do filho e da mãe	59
Tabela 9: Sugestão de tabela para representar altura e área dos robôs.....	60
Tabela 10: Resposta da tabela da atividade 7	61
Tabela 11: Sugestão de tabela para Casa A e Casa B.....	63
Tabela 12: Sugestão de tabela para Casa A e Casa C.....	63
Tabela 13: Sugestão de tabela para Casa B e Casa C.....	63
Tabela 14: Resposta tabela Casa A e B	64
Tabela 15: Resposta tabela Casa A e C	64
Tabela 16: Resposta tabela Casa B e C	64
Tabela 17: Sugestão de tabela para receita suco caju e maracujá	67
Tabela 18: Resposta tabela receita suco de caju.....	69
Tabela 19: Resposta tabela receita suco de maracujá.....	70
Tabela 20: Sugestão resposta usando tabela para a receita avó Ana.....	77
Tabela 21: Sugestão resposta usando tabela para a receita avó Marica	78

LISTA DE GRÁFICOS

Gráfico 1: Médias de proficiência em Matemática Brasil 1995-2005.....	25
Gráfico 2: Titulação.....	88
Gráfico 3: Curso de aperfeiçoamento/capacitação	89
Gráfico 4: Uso das tecnologias	90
Gráfico 5: Construção dos conceitos	91
Gráfico 6: Clareza e coesão	93
Gráfico 7: Número de questões	94
Gráfico 8: Graus de dificuldade	96
Gráfico 9: Organização sequencial das atividades	96

LISTA DE SIGLAS

- ABP - Aprendizagem Baseada em Problemas
- ANA - Avaliação Nacional da Alfabetização
- Aneb - Avaliação Nacional da Educação Básica
- Anresc - Avaliação Nacional do Rendimento Escolar
- CAPES – Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior
- CNEC - Campanha Nacional das Escolas da Comunidade
- ICMI - International Commission on Mathematics Instruction
- Ideb – Índice de Desenvolvimento da Educação Básica
- IMPA - Instituto de Matemática Pura e Aplicada
- Inep - Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira
- LDEF-SBM - Livro Didático para o Ensino Fundamental
- LIVA - Laboratório Interdisciplinar de Virtualização da Aprendizagem
- NCTM - National Council of Teachers of Mathematics
- OBMEP - Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas
- PBL – Problem Based Learning
- PCN – Parâmetros Curriculares Nacionais
- PISA - Programa Internacional de Avaliação de Estudantes
- PROFMAT - Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional
- Saeb - Sistema de Avaliação de Educação Básica
- SBEM - Sociedade Brasileira de Educação Matemática
- SBHMat - Sociedade Brasileira de História da Matemática
- SBM - Sociedade Brasileira de Matemática
- SBMAC - Sociedade Brasileira de Matemática Aplicada e Computacional

SUMÁRIO

LISTA DE FIGURAS	i
LISTA DE QUADROS	ii
LISTA DE TABELAS	iii
LISTA DE GRÁFICOS.....	iv
LISTA DE SIGLAS	v
INTRODUÇÃO.....	16
1 A PROBLEMÁTICA DA FORMAÇÃO DE PROFESSORES E DO ENSINO DE MATEMÁTICA NO BRASIL	20
1.1 REVISÃO DE LITERATURA DE PESQUISA	22
1.2 AVALIAÇÕES SISTÊMICAS.....	23
1.3 LIVROS DIDÁTICOS	29
1.4 EXEMPLOS DE ATIVIDADES E ORIENTAÇÕES PROPOSTAS NO MATDIGITAL	34
2 CONTEXTO: O PROJETO KLEIN E O PROJETO MATDIGITAL.....	40
2.1 BREVE HISTÓRICO	40
2.2 O PROJETO KLEIN E O PROJETO LDEF-SBM	41
2.3 O PROJETO MATDIGITAL	43
3 ATIVIDADES DESENVOLVIDAS E ORIENTAÇÕES AO PROFESSOR.....	48
3.1 ATIVIDADES ELABORADAS E ORIENTAÇÕES	48
4 ANÁLISE DAS ATIVIDADES ELABORADAS.....	87
4.1 O QUESTIONÁRIO	87
4.2 PARTICIPANTES.....	87
4.3 RESPOSTAS DO QUESTIONÁRIO.....	88
5 CONSIDERAÇÕES FINAIS.....	110
6 REFERÊNCIAS	113
ANEXOS.....	118
ANEXO A – QUESTIONÁRIO PARA OS PROFESSORES	119

INTRODUÇÃO

Muitos livros didáticos apresentam o assunto sobre razão e proporção de forma abstrata, dando ênfase ao formalismo por meio de notações e propriedades pouco atrativas para a maioria dos discentes do Ensino Fundamental. A introdução da razão e proporção por meio de problemas aplicados pode facilitar a compreensão dos discentes, mas nem sempre é uma tarefa fácil para muitos professores, já que muitos deles abordam o assunto tomando razão com conceitos e definições erradas.

Neste trabalho, serão apresentadas atividades propostas para a introdução do conceito de razão e proporção em sala de aula e elaboradas usando-se a razão como um método de comparações entre grandezas. Pretende-se dar significado ao assunto por intermédio de problemas aplicados a situações que sejam comuns para os discentes.

Segundo Ribeiro (2010), a Aprendizagem Baseada em Problemas (ABP) – *Problem-Based Learning* (PBL), como é conhecida mundialmente – é essencialmente uma metodologia de ensino-aprendizagem caracterizada pelo uso de situações da vida real para estimular o desenvolvimento do pensamento crítico e das habilidades de solução de problemas e para a aquisição de conceitos fundamentais da área de conhecimento em questão. A ABP, como uma metodologia de ensino-aprendizagem, estaria pautada no pressuposto de que o conhecimento prévio em relação a um assunto determina a natureza e a quantidade de conhecimentos novos que podem ser processados. Essa metodologia apoia-se igualmente na psicologia cognitiva quando pressupõe que a forma como os conhecimentos são estruturados na memória os torna mais ou menos acessíveis. A ABP ajudaria a desenvolver a capacidade dos alunos de acessar os conhecimentos na memória, a qual depende de sua contextualização.

A introdução do tema razão e proporção por meio da Aprendizagem Baseada em Problemas tem motivado muitas discussões entre os participantes da equipe de Uberaba-MG do MatDigital, vinculado ao Projeto Klein em Língua Portuguesa sendo a SBM idealizadora desse projeto, cujo principal objetivo é relacionar uma visão ampla da área da Matemática com conteúdos e suas abordagens no ensino básico e na graduação universitária.

O público-alvo do Projeto são professores dos cursos universitários de licenciatura em Matemática, professores em exercício no ensino básico, pesquisadores

de Educação Matemática, pesquisadores dos cursos de pós-graduação em Ensino de Matemática, além dos alunos de cursos de Licenciatura em Matemática.

O Projeto Klein em Língua Portuguesa produziu um material bibliográfico em língua portuguesa denominado *Livro Didático para o Ensino Fundamental* (LDEF-SBM) para o sexto ano do Ensino Fundamental, em que algumas escolas foram selecionadas para o projeto piloto.

“Em uma Etapa Piloto, versões preliminares dos livros que compõem esta Coleção estão sendo aplicadas em sala de aulas de escolas de diversos estados brasileiros, por professores participantes da equipe. Essa Etapa tem como objetivo indicar caminhos e avaliar a proposta e a estrutura da Coleção. Por meio dessa metodologia de desenvolvimento, um objetivo primário do Projeto é estabelecer um processo de discussão amplo entre professores do ensino básico e do ensino superior, visando a investigar, testar e avaliar concepções de livro-texto e de outros recursos didáticos que, por um lado, tenham como eixo conceitual central a apresentação da Matemática de forma alinhada com o espírito do Projeto Klein, e que, por outro, sejam efetivamente adequados para a sala de aula brasileira, levando em conta, em particular, o desafio imposto pela diversidade cultural entre as diferentes regiões do país.” (Capítulo 1 – *Os Números no Dia a Dia*, Projeto Klein, 2013, p.5).

Após a elaboração e aplicação do LDEF-SBM, a equipe responsável pelo Projeto Klein em Língua Portuguesa propôs a elaboração de um material digital, o MatDigital, que abrange diversos professores da educação básica e professores universitários de Matemática de todo o país. Esse projeto reuniu cerca de 100 pessoas que trabalharam para escrever um e-book, que seria utilizado na rede pública de educação básica. Uma das principais características desse projeto é a troca de experiências entre esses profissionais para escreverem um material diferenciado, que visa o ensino de uma Matemática mais dinâmica e atraente.

Neste trabalho, tem-se o objetivo de apresentar algumas atividades produzidas pela equipe de Uberaba-MG por meio da MatDigital, sobre o tema razão e proporção usando a comparação entre grandezas no Ensino Fundamental. Esta equipe era constituída pelos professores Gustavo Pimenta, Alex Brandão, Sérgio Lopes, Danilo Pinheiro, José Ricardo Rocha, Luís Gustavo Silva, Raquel Bodart, Neilon Oliveira, Marcela Souza, Mônica Martines, Marcelo Ferreira, Flávio Molina e Rafael Ottoboni. O

comitê editorial do MatDigital era composto pelos membros Cydara Ripoll, Francisco Mattos, Letícia Rangel, Marcelo Viana, Hilário Alencar e Victor Giraldo e o comitê de articulação do 7º ano do ensino fundamental era de responsabilidade da professora Glaucia Malta. As atividades foram elaboradas tentando introduzir o tema através da comparação entre grandezas e não simplesmente, como alguns autores definem número racional, pela divisão.

“No Ensino Fundamental, aprendemos que um número racional é a “razão” entre dois números inteiros. Assim, por exemplo, o número $\frac{3}{5}$ é a “razão” entre 3 e 5. O termo “razão” naquele contexto significa “divisão”. Dessa forma, $\frac{3}{5}$ é o mesmo que 3:5, que tem o mesmo resultado que a divisão 6:10, o qual se escreve como 0,6.” (Ferreira, 2011, p.65).

“Inicialmente, as atividades para introduzir a ideia de razão e de proporcionalidade como comparações entre grandezas começam com situações de comparações simples que ocorrem no dia a dia do discente, retomando as comparações que o discente conhece até o momento de suas utilidades. Posteriormente, espera-se que ele seja capaz de reconhecer situações de comparações no seu cotidiano e discuta-as com seus colegas. Espera-se também que o discente se familiarize com os termos usados nos conceitos de razão e proporção, para que, a partir daí, possa ter a ideia de razão e proporção formalizada.

As atividades foram elaboradas para motivar o discente a pensar que existem várias formas de comparação, de maneira que posteriormente ele possa reconhecê-las. Mais adiante, depois de explorar essa primeira parte, espera-se que o discente seja capaz de associar a razão e a proporção como possível comparação entre duas quantidades, sem introduzir os conceitos formalmente.” (Texto introdutório elaborado pela equipe de Uberaba-MG do MatDigital para a versão preliminar do material desenvolvido)

Na execução das atividades, pretende-se fazer a conexão entre o ensino de números racionais e a contextualização por meio da problematização de situações que sejam vivenciadas pelos discentes. Neste momento é fundamental a intervenção do professor como mediador do processo de ensino-aprendizagem.

“Na aprendizagem baseada em problemas, um problema é colocado antes de a teoria ser apresentada aos alunos, em grupos pequenos, que passam a explorá-lo e a levantar hipóteses, facilitados eficazmente por um tutor que ativa seu conhecimento prévio e os ajuda a recordar conceitos e mecanismos.” (Ribeiro, 2010, p.20)

No segundo capítulo, é apresentada a problemática da formação de professores e do ensino de matemática no Brasil e faz-se um comparativo no desempenho em Matemática entre o Brasil e outros países na avaliação PISA. Também é apresentada uma revisão de literatura de pesquisa e uma síntese das avaliações sistêmicas. Além disso, mostram-se como alguns autores de livros didáticos definem o conceito de razão e faz-se um comparativo com as atividades propostas neste trabalho.

No terceiro capítulo, é feito um breve histórico sobre o Projeto Klein e, na sequência, apresenta-se o objetivo e a metodologia de desenvolvimento do MatDigital, em que se descreve a dinâmica das reuniões, o desenvolvimento do material e qual foi o resultado da experiência com os debates e discussões entre os professores do ensino básico, professores universitários e coordenadores do projeto para o processo de produção do MatDigital.

No quarto capítulo, são apresentadas as atividades, bem como as orientações e sugestões dadas ao professor aplicador do material. Cabe mencionar que o MatDigital tem o propósito de apresentar atividades multimídia. As adaptações das atividades para o material digital não serão apresentadas neste trabalho.

No quinto capítulo, é apresentada a análise dos resultados do questionário aplicado aos professores do Centro Particular de Ensino Fundamental e Médio que avaliaram as atividades aos discentes e as orientações ao professor. É importante destacar que todos os professores participantes da pesquisa, além de estarem vivenciando o desenvolvimento dos alunos em sala de aula, também são produtores de Material Didático do Sistema de Ensino CNEC. No último capítulo, são apresentadas as considerações finais e propostas futuras de trabalho.

1 A PROBLEMÁTICA DA FORMAÇÃO DE PROFESSORES E DO ENSINO DE MATEMÁTICA NO BRASIL

No Brasil, o ensino da Matemática vem sendo alvo de estudos a partir das décadas 60/70. A necessidade do desenvolvimento científico e/ou tecnológico para um crescimento da economia brasileira, sem depender da importação de tecnologia de outros países e aumentar o seu potencial agrícola, passa primeiro por uma boa educação e, sem sombras de dúvidas, por uma educação matemática de alta qualidade. Tentar encontrar o caminho que leve a uma forma de ensinar Matemática, de maneira eficiente, e que mantenha todos os alunos interessados e participativos, é um desafio que o Brasil vem enfrentando há décadas.

Nas décadas de 60/70, surgiu um movimento denominado Matemática Moderna (PCN, 1997), que surge com o objetivo de proporcionar uma modernização econômica, como via de acesso a um desenvolvimento científico e tecnológico. O foco desse movimento era aproximar a Matemática pura com a Matemática escolar. Porém, o ensino da Matemática passou a dar maior ênfase em abstrações internas e algebrizações, não alcançando assim o objetivo de aplicação dos conhecimentos matemáticos na vivência do educando. Com esse foco, a Matemática ensinada ficava restrita aos professores detentores do conhecimento matemático e a um grupo restrito de alunos que tinha um alto nível de abstração. No Brasil, a Matemática moderna foi veiculada principalmente pelos livros didáticos.

Em 1980, o *National Council of Teachers of Mathematics* (NCTM), dos Estados Unidos, apresentou algumas recomendações para o ensino da Matemática no documento “Agenda para Ação”. Este documento tinha como foco o ensino da Matemática através da resolução de problemas e também, a compreensão da relevância de aspectos sociais, antropológicos e linguísticos na aprendizagem da Matemática. Essas propostas levaram a uma ampla discussão curricular que ocorreu mundialmente. Por outro lado, essas propostas não mudaram muito o resultado de suas avaliações sistêmicas no Brasil. (PCN - Parâmetros Curriculares Nacionais)

Muitas propostas foram discutidas desde então e os resultados obtidos, a partir de várias mudanças de ideias e concepções em relação ao ensino da Matemática, não vêm ajudando a melhorar o nível de nossos alunos, como mostram os índices da avaliação PISA (Programa Internacional de Avaliação de Estudantes), que traz o Brasil nas últimas colocações em relação ao ensino de Matemática. Esses dados contradizem o governo que, por meio de seu sistema de avaliação de Educação Básica (Saeb), aponta uma melhora no rendimento dos alunos, na disciplina de Matemática.

Posição	Região	Nota em matemática
1	Xangai (China)	613
2	Cingapura	573
3	Hong Kong (China)	561
4	Taiwan (Taipei)	560
5	Coreia do Sul	554
6	Macau (China)	538
7	Japão	536
8	Liechtenstein	535
9	Suíça	531
10	Holanda	523
Média		494
58	Brasil	391
59	Tunísia	388
59	Argentina	388
61	Jordânia	386
62	Colômbia	376
62	Qatar	376
64	Indonésia	375
65	Peru	368

Quadro 1: Classificação do Brasil no PISA 2012

(Fonte: UOL, 2014)

Dessa forma, identificam-se falhas em nossos instrumentos de avaliações sistêmicas em relação aos modelos de avaliações internacionais, pois, no mesmo período em que melhoramos internamente, pioramos em relação aos moldes internacionais.

“[...] E aí a conclusão é inescapável: pioramos. Caímos no ranking internacional em todas as áreas em relação ao último Pisa, de 2009: de 57º para 58º lugar em matemática, de 53º para 59º em ciências e de 53º para 55º em linguagem. Esse retrocesso é particularmente preocupante e vergonhoso porque partimos de uma base muito baixa e nossa “vizinhança” no Pisa é composta por países bastante atrasados, como Jordânia, Tunísia, Albânia e Argentina. Pela vitalidade da nossa economia e solidez das nossas instituições, era de se esperar que pudéssemos ter uma evolução mais acelerada em nossa educação. Se ainda não é possível chegar ao nível dos países desenvolvidos, deveríamos pelo menos subir um pouco, em direção a nações do patamar da Romênia, Sérvia, Chile e Turquia.” (Instituto Millenium, 2013).

1.1 REVISÃO DE LITERATURA DE PESQUISA

Segundo Félix Klein, a formação do professor de Matemática passa por uma dupla descontinuidade, ou seja, a Matemática elementar aprendida por ele terá pouca influência no curso universitário, quando o mesmo terá um grupo de disciplinas específicas em que quase todas trazem novidades para o futuro professor, pois são muito abstratas, além de um grupo de disciplinas pedagógicas. Ao terminar a graduação, ele se depara com a Matemática no ensino básico que retoma a matemática elementar, a qual não foi tratada na universidade, pois, para muitos alunos, falta maturidade para fazer a conexão necessária dos conteúdos tratados nas disciplinas específicas com os conceitos elementares, já que, para muitos dos estudantes do curso de licenciatura em Matemática, o ensino de certas situações na graduação quase não tem utilidade no ensino básico.

Em sua obra *Matemática Elementar de um Ponto de Vista Superior*, Klein identifica uma ruptura entre a Matemática escolar e a superior, em que, segundo Rangel e Giraldo, 2013, p.10:

“Os jovens estudantes universitários são confrontados com problemas que nada têm a ver com as coisas que estudaram na escola e, naturalmente, esquecem-nas rapidamente. Quando, depois de completarem o curso, se tornam professores confrontados com a necessidade de ensinar a matemática elementar na forma adequada ao grau de ensino, primário ou secundário, a que se dedicam, e como não conseguem estabelecer praticamente nenhuma relação entre esta tarefa e a matemática que aprenderam na universidade, facilmente aceitam o ensino tradicional, ficando os estudos universitários como uma memória mais ou menos agradável que não tem influência na sua forma de ensinar.” (KLEIN, 2009, p.1)

Nesse cenário, os muitos professores recém-formados, no início de suas atividades docentes, têm como referência os seus professores da Educação Básica que lhes servem de modelo para exercerem sua profissão e têm pouca referência em relação aos seus professores universitários, o que, segundo Klein, dificulta o ensino da Matemática com um olhar superior.

“Não é nossa intenção aqui advogar a posição de que tais disciplinas têm importância menor na formação inicial de professores, muito pelo contrário. Porém, alinhamo-nos com os autores que defendem a necessidade de um terceiro componente curricular. Se os conteúdos da matemática escolar não forem revisitados, sob uma nova ótica, nos cursos de formação, então a única visão que os futuros professores terão sobre eles será aquela construída durante sua própria experiência anterior como alunos da escola básica. De fato, não é incomum que a experiência com alunos na escola básica e os exemplos dos professores constituam as referências dominantes para a prática pedagógica dos futuros professores – como se o curso de licenciatura tivesse tido um papel inócuo para a sua formação.”
(Giraldo e Roque, 2013, p.11)

Dada a importância do professor como intermediador da construção do conhecimento junto as atividades, foram desenvolvidos neste trabalho, textos para orientação ao professor, nos quais se indica pontualmente o que se espera de cada atividade elaborada e sugestões de respostas e encaminhamentos para cada uma delas.

1.2 AVALIAÇÕES SISTÊMICAS

Primeiramente, será apresentado o que é o Sistema de Avaliação da Educação Básica (Saeb). O Saeb tem como principal objetivo avaliar a Educação Básica brasileira e contribuir para a melhoria de sua qualidade e para a universalização do acesso à escola, oferecendo subsídios concretos para a formulação, a reformulação e o monitoramento das políticas públicas voltadas para a Educação Básica. Além disso, procura também oferecer dados e indicadores que possibilitem maior compreensão dos fatores que influenciam o desempenho dos alunos nas áreas e nos anos avaliados.

O Saeb é composto por três avaliações, organizadas como na Figura 1:



Figura 1: Organograma Saeb

(Fonte: Inep, 2013)

A Avaliação Nacional da Educação Básica (Aneb) abrange, de maneira amostral, alunos das redes públicas e privadas do país, em áreas urbanas e rurais, matriculados na 4^a série / 5^o ano e 8^a série / 9^o ano do Ensino Fundamental e no 3^o ano do Ensino Médio, tendo como principal objetivo avaliar a qualidade, a equidade e a eficiência da educação brasileira. Apresenta os resultados do país como um todo, das regiões geográficas e das unidades da federação.

A Avaliação Nacional do Rendimento Escolar (Anresc), também denominada “Prova Brasil”, trata-se de uma avaliação censitária envolvendo os alunos da 4^a série / 5^o ano e 8^a série / 9^o ano do Ensino Fundamental das escolas públicas das redes municipais, estaduais e federal, com o objetivo de avaliar a qualidade do ensino ministrado nas escolas públicas. Participam desta avaliação as escolas que possuem, no mínimo, 20 alunos matriculados nas séries/anos avaliados, sendo os resultados disponibilizados por escola e por ente federativo.

A Avaliação Nacional da Alfabetização (ANA) trata-se de uma avaliação censitária envolvendo os alunos do 3^o ano do Ensino Fundamental das escolas públicas, com o objetivo principal de avaliar os níveis de alfabetização e letramento em Língua Portuguesa, alfabetização Matemática e condições de oferta do Ciclo de Alfabetização das redes públicas. A ANA foi incorporada ao Saeb pela Portaria nº 482, de 7 de junho de 2013. A Aneb e a Anresc/Prova Brasil são realizadas bianualmente, enquanto a realização da ANA é anual. O indicador utilizado pelo Ministério da Educação Brasileira é o Índice de Desenvolvimento da Educação Básica (Ideb).

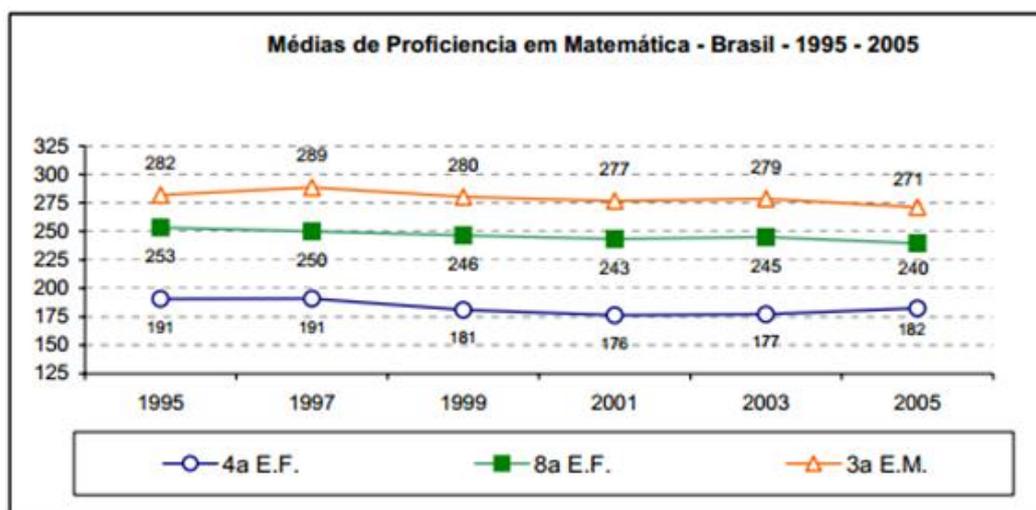
O quadro e o gráfico, em seguida, mostram as médias de proficiência em Matemática no Brasil entre os anos de 1995 e 2005.

Quadro 2: Médias de proficiência em Matemática Brasil 1995-2005

Série	1995	1997	1999	2001	2003	2005
4ª Série do E. F.	190,6	190,8	181,0	176,3	177,1	182,4
8ª Série do E. F.	253,2	250,0	246,4	243,4	245,0	239,5
3ª Série do E. M.	281,9	288,7	280,3	276,7	278,7	271,3

(Fonte: Inep, 2013)

Gráfico 1: Médias de proficiência em Matemática Brasil 1995-2005



(Fonte: Inep, 2013)

Observa-se que as médias dos anos de 1995, 2003 e 2005 foram estimadas incluindo-se o estrato de escolas públicas federais. Em todos os anos, a zona rural foi avaliada e incluída para a estimativa das médias apenas na 4ª série. E, para a composição do estrato rural, não foi incluída a Região Norte em 1997 e em 1999 e 2001, apenas participaram os estados da Região Nordeste, Minas Gerais e o Mato Grosso.

Essas informações mostram que mesmo com o empenho da comunidade matemática, não se conseguiu, na prática, melhorar o ensino da Matemática. Existem outros fatores que contribuíram para essa queda, os quais não são objeto do nosso

estudo. O que se pretende com esse trabalho é propor uma melhora da aprendizagem matemática no cenário atual, de uma educação igualitária, inclusiva e que almeja que todos avancem, com ensino de qualidade e para todos.

O Ideb foi criado pelo Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira (Inep) em 2007 e representa a iniciativa pioneira de reunir num só indicador dois conceitos igualmente importantes para a qualidade da educação: fluxo escolar e médias de desempenho nas avaliações. Ele agrega ao enfoque pedagógico dos resultados das avaliações em larga escala do Inep à possibilidade de resultados sintéticos, facilmente assimiláveis e que permitam traçar metas de qualidade educacional para os sistemas.

Apontar o melhor caminho é complicado no que diz respeito ao método, à didática aplicada pelos profissionais da educação, levando em consideração as diferenças encontradas nas diversas regiões brasileiras. Estabelecer uma regra geral que poderá dar certo em uma região, não quer dizer que dará certo em outras regiões do país. Uma educação matemática de qualidade passa por uma boa formação dos professores de Matemática e, se essa formação for sólida e consistente, teremos profissionais melhores qualificados para ministrar suas aulas com qualidade, conteúdo e informações úteis para a formação do educando.

Apesar de sua grande relevância para o desenvolvimento do conhecimento dos professores e as possíveis implicações para os currículos de sua formação, esta questão (a relação entre o conhecimento pedagógico de conteúdo e o conhecimento de conteúdo) permanece não resolvida empiricamente, principalmente porque poucos instrumentos estão disponíveis para explorar diretamente o conhecimento docente. (KRAUSS et al, 2008, tradução Giraldo)

Com relação à melhor formação continuada dos professores, na área de Matemática, foi criado, em 2011, e encontra-se em pleno funcionamento, o Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional (PROFMAT), com bolsas para professores de Matemática da rede pública. Esse programa visa a solidificar a formação matemática dos professores da rede pública de ensino. O grande problema é que esses cursos não atingem a maioria dos profissionais, pois não conseguem chegar a todos os locais do território nacional, devido à falta de recursos e de profissionais qualificados para trabalharem nesses programas de pós-graduação e especialização.

Segundo Krauss (2008), um conhecimento profundo de Matemática pode permitir que os professores alcancem um amplo repertório de estratégias para explicar e representar conceitos matemáticos a seus alunos. Os autores destacam ainda a dificuldade para se estabelecerem métodos para uma investigação empírica que relacione o conhecimento pedagógico de conteúdo e o conhecimento de conteúdo.

Porém, ficaria mais fácil implantar tais programas em várias regiões do país, e dar uma melhor qualificação a seus professores, se as Secretarias Municipais e Estaduais trabalhassem em conjunto com SBM, podendo oferecer cursos de capacitação em quase todas as cidades do Brasil.

“[...] Professores são participantes vitais na criação de possibilidades matemáticas. Longe de serem agentes periféricos que passivamente estabelecem resultados matemáticos, professores dão forma e substância a matemáticas culturais – isto é, não só à matemática formal, mas também a uma gama de aplicações culturalmente situadas, práticas e perspectivas que são habilitadas pela matemática formal e por outros modelos matemáticos de referência.” (DAVIS & RENERT, 2009, p.41, Rangel, Giraldo & Maculan).

Uma possível solução seria a elaboração de um material didático moderno e condizente com a realidade na qual estamos todos inseridos, um material que possibilitasse um embasamento teórico eficiente e, ao mesmo tempo, que permitisse a participação efetiva dos professores na sua elaboração, não somente nos relatos das aplicações das atividades, mas também sugerindo novas atividades e comentando os seus relatos de sucesso e insucesso.

Um material que não tivesse uma estrutura linear, tão comum nos livros didáticos atuais, que busque os conteúdos não somente através de situações problemas fantasiosas, mas que respeitem os conhecimentos prévios dos alunos, valorizando a construção de um novo conhecimento através de outros conhecimentos já aprendidos.

Para que isso seja possível, seria necessária a criação de uma grande comunidade de matemáticos, que tivesse uma abrangência nacional, em que vários professores de Matemática teriam a oportunidade de trocar experiências, ouvir comentários de outros

professores dos mais diversos níveis de ensino, ou seja, não somente professores da Educação Básica, mas também professores e pesquisadores universitários.

A mediação dessas discussões seriam feitas por professores pesquisadores das mais diversas áreas do conhecimento matemático, fazendo assim uma busca pela elementarização do conhecimento, defendidos por Felix Klein.

[...] “Klein identifica como *matemática elementar* aquela que congrega as partes essenciais que encerram a capacidade de sustentar e de estruturar a Matemática. Assim, *não há diferença de valor entre o que é elementar e o que é superior* – são partes que se fundem e se articulam compondo, com a mesma importância, a Matemática como ciência (SCHUBRING, 2003). Essa observação explica o entendimento de Klein acerca do *saber de matemática* do professor e, mais ainda, sugere que esse entendimento se alinha às ideias atuais sobre o *saber de matemática para o ensino* (e.g. SHULMAN, 1986, 1987; BALL & COHEN, 1999; BALL & BASS, 2000; BALL, THAMES & PHELPS, 2008, DAVIS & RENERT, 2009b, DAVIS, 2010). Klein enfatiza a importância fundamental de um *meta-saber*, isto é, um *saber sobre o saber*. Para Schubring (2012), esse *meta-saber* tem um caráter essencialmente epistemológico, indicando que o saber do professor deve alcançar a dimensão da própria natureza desses conceitos, indo além dos conceitos e teorias a serem ensinados.

A noção de *matemática elementar* também é fundamental para a percepção, nos termos de Klein, da relação entre a matemática escolar e a matemática universitária. Klein não se alinha com o entendimento de uma transposição vertical do conhecimento matemático produzido na academia para a escola, à qual caberia apenas o papel passivo de receber e difundir um conhecimento pronto, sem qualquer interferência em sua produção. Segundo Schubring (2012), Klein lida com a relação entre esses domínios do conhecimento admitindo a *elementarização* como um processo de *translação histórica*, por meio do qual, à medida que a matemática superior é mais bem compreendida, suas partes elementares vão se identificando e se organizando, permitindo o aprofundamento da compreensão e a difusão mais ampla de conceitos e criando assim condições para a produção de novos conhecimentos. Assim, cabe à escola não só difundir o conhecimento elementar, como também contribuir com o próprio processo de *elementarização*, por meio da criação de categorias próprias para a seleção e adaptação de conteúdos e da avaliação das necessidades do ensino e da formação. Nessa perspectiva, a escola assume um papel de autoria e independência no próprio processo de produção do conhecimento.” (Rangel e Giraldo, pag. 11)

Assim, entende-se que seja necessária a elaboração de um material abrangente de conteúdos e recursos digitais suplementares, e que possa levar em conta todas as características regionais, sendo ainda, agradável aos alunos e que atenda a todas as exigências curriculares nacionais.

1.3 LIVROS DIDÁTICOS

Grande parte dos livros didáticos brasileiros introduzem os conceitos matemáticos seguindo o modelo de apresentar primeiro as definições, dando mais ênfase ao formalismo, não se preocupando em dar significado aos conceitos, ou seja, não apresentam exemplos concretos de situações do cotidiano do discente, para que ele perceba a aplicação do assunto no seu dia-a-dia. Após apresentar a definição, os autores propõem uma lista de exercícios de aplicação direta dessa definição. Esse é o modelo não-problematizador, que leva o discente a construir uma visão da matemática em que os conceitos são definidos de forma arbitrária, como um simples jogo lógico sem nenhum significado prático para ele.

Em seguida, apresenta-se a forma que alguns autores de livros didáticos do ensino fundamental abordam o conceito de razão, dando ênfase para o formalismo na apresentação de sua definição.

Razão entre dois números racionais a e b , com $b \neq 0$, é o quociente entre esses números.
Indica-se a razão entre a e b por $\frac{a}{b}$ ou $a : b$.

(Fonte: Matemática: 6ª série / Edwaldo Bianchini – 4ª ed. rev. e ampl. São Paulo: Moderna, 1996 – pág. 142)

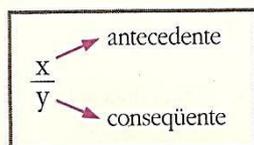
Sendo a e b dois números racionais, com $b \neq 0$, denomina-se razão entre a e b ou razão de a para b o quociente $a : b$ ou $\frac{a}{b}$.

(Fonte: *Aprendendo Matemática* / José Ruy Giovanni & Eduardo Parente – São Paulo: FTD, 1999 – pág. 171)

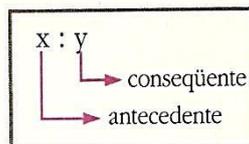
De uma maneira geral:

Sendo x e y dois números racionais, com $y \neq 0$, denomina-se razão entre x e y ou razão de x para y o quociente $x : y$ ou $\frac{x}{y}$.

Quando escrevemos uma razão na forma fracionária ou na forma de divisão, o primeiro número é denominado **antecedente**, enquanto o segundo número é denominado **conseqüente**. O antecedente e o conseqüente são os termos de uma razão.



ou



A razão $\frac{x}{y}$ pode ser lida de uma das seguintes maneiras:

razão de x para y

ou

x está para y

ou

x para y

(Fonte: *Matemática Pensar e Descobrir*, 6 / José Ruy Giovanni, José Ruy Giovanni Jr. – São Paulo: FDT, 1996 – pág. 188)

Apresenta-se uma lista de exercícios de aplicação direta dessa definição.

- Escreva em seu caderno como se lêem as razões:
 - $\frac{3}{4}$ 3 para 4
 - $\frac{2}{9}$ 2 para 9
 - $\frac{1}{2}$ 1 para 2
 - $\frac{2}{1}$ 2 para 1
 - 1 : 100 1 para 100
 - 3 : 400 3 para 400
- Verifique o nome que o termo a recebe nas seguintes razões:
 - $\frac{a}{5}$ antecedente
 - $\frac{2}{a}$ ($a \neq 0$) conseqüente
- Na razão $\frac{2}{9}$, identifique o antecedente e o conseqüente. antecedente = 2; conseqüente = 9
- Represente a razão entre o primeiro e o segundo número, nos seguintes casos:
 - 2 e 3 $\frac{2}{3}$
 - 3 e $\frac{4}{5}$ $\frac{15}{4}$
 - $\frac{2}{9}$ e 4 $\frac{1}{18}$
 - 6 e 8 $\frac{3}{4}$
 - $\frac{2}{3}$ e $\frac{3}{4}$ $\frac{8}{9}$
 - 0,6 e 0,8 $\frac{3}{4}$
 - 5 e 15 $\frac{1}{3}$
 - 3 e $\frac{2}{5}$ $\frac{15}{2}$
 - 2,4 e 3,6 $\frac{2}{3}$
- Numa classe há 20 rapazes e 25 moças. Encontre a razão entre:
 - o número de rapazes e o número de moças; $\frac{4}{5}$
 - o número de moças e o número de rapazes; $\frac{5}{4}$
 - o número de rapazes e o número de alunos da classe; $\frac{4}{9}$
 - o número de moças e o número de alunos da classe. $\frac{5}{9}$
- Dê a forma simplificada da razão $\frac{a}{b}$ nos seguintes casos:
 - $a = 20$ e $b = 100$ $\frac{1}{5}$
 - $a = -32$ e $b = 28$ $-\frac{8}{7}$
 - $a = 25$ e $b = 50$ $\frac{1}{2}$
 - $a = -18$ e $b = -12$ $\frac{3}{2}$
- Em 1993, Ayrton Senna foi vice-campeão de Fórmula 1, conquistando 73 pontos num total de 16 provas. Qual é a razão entre o número de pontos conquistados e o número de provas? $\frac{73}{16}$

Ayrton Senna na última participação do Grande Prêmio Brasil de Fórmula 1, em 1994. O piloto foi três vezes campeão: em 1988, 1990 e 1991.



(Fonte: Matemática: 6ª série / Edwaldo Bianchini – 4ª ed. rev. e ampl. São Paulo: Moderna, 1996 – pág.

RAZÃO

334 • Uma cidade A possui o triplo de habitantes de uma cidade B . Isso significa que a razão do número de habitantes da cidade A para o número de habitantes da cidade B é de 3 para 1, que podemos representar por $\frac{3}{1}$.

335 • Num torneio de voleibol, uma equipe venceu a metade dos jogos que disputou. Nessas condições, a razão do número de vitórias para o número de jogos que essa equipe disputou nesse torneio é de 1 para 2, que podemos representar por $\frac{1}{2}$.

336 • Sabe-se que $a = 0,3 : 0,15$ e $b = 4 \cdot 1,5$. Nessas condições, determine o número fracionário que expressa a razão de a para b .

$$\frac{a}{b} = \frac{0,3 : 0,15}{4 \cdot 1,5} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$$

337 • Observando o retângulo da figura seguinte e considerando \square como unidade padrão de área, determine:

a) a razão da área da região A para a área do retângulo.

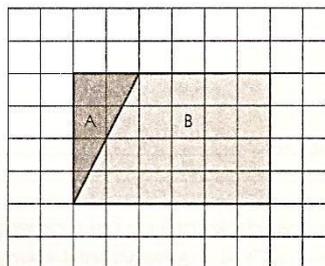
$$\frac{4}{24} = \frac{1}{6}, \text{ ou seja, } 1 \text{ para } 6$$

b) a razão da área da região B para a área do retângulo.

$$\frac{20}{24} = \frac{5}{6}, \text{ ou seja, } 5 \text{ para } 6$$

c) a razão da área da região A para a área da região B .

$$\frac{4}{20} = \frac{1}{5}, \text{ ou seja, } 1 \text{ para } 5$$



338 • Uma equipe de futebol, durante o ano de 1996, teve o seguinte desempenho: 30 vitórias, 10 empates e 5 derrotas. Nessas condições, determine:

a) a razão do número de vitórias dessa equipe para o total de jogos que disputou em 1996:

$$\frac{30}{45} = \frac{2}{3}$$

Portanto, a equipe venceu 2 jogos para cada grupo de 3 partidas que jogou.

(Fonte: *Matemática Pensar e Descobrir*, 6 / José Ruy Giovanni, José Ruy Giovanni Jr. – São Paulo:

FDT, 1996 – pág. 97)

b) a razão do número de vitórias para o número de derrotas:

$$\frac{30}{5} = \frac{6}{1}$$

Portanto, a equipe obteve 6 vitórias para cada derrota.

c) a razão do número de empates para o número de vitórias:

$$\frac{10}{30} = \frac{1}{3}$$

Portanto, a equipe empatou 1 partida para cada grupo de 3 vitórias.

Então, o número de vitórias foi o triplo do número de empates.

- 339** Sabe-se que a razão entre o número de médicos e o número de habitantes de uma cidade é de 1 para 2 000 (1 médico para cada grupo de 2 000 habitantes). Se há 30 médicos nessa cidade, qual é a sua população?

$$\frac{1}{2\,000} = \frac{30}{x}, \text{ onde } x \text{ representa a população da cidade.}$$

$$x = 2\,000 \cdot 30 = 60\,000$$

Resposta: A população dessa cidade é de 60 000 habitantes.

- 340** Dois segmentos têm 80 cm e 3,20 m de comprimento, respectivamente. Determine a razão da medida do primeiro para o segundo.

$$1^{\circ} \longrightarrow 80 \text{ cm}$$

$$2^{\circ} \longrightarrow 3,20 \text{ m} = (3,20 \cdot 100) \text{ cm} = 320 \text{ cm}$$

$$\frac{\text{medida do } 1^{\circ} \text{ segmento}}{\text{medida do } 2^{\circ} \text{ segmento}} = \frac{80}{320} = \frac{1}{4}$$

Resposta: A razão é $\frac{1}{4}$.

- 341** A capacidade total de um recipiente é de 2,5 l. Esse recipiente contém, neste momento, 1 l de um certo líquido. Qual é a razão total da quantidade de líquido que o recipiente contém, neste momento, e a capacidade total do recipiente?
(Sugestão: Para calcular mais facilmente a razão, multiplique o antecedente e o conseqüente por 10.)

$$\frac{\text{quantidade que o recipiente contém}}{\text{capacidade total}} = \frac{1}{2,5} = \frac{1 \cdot 10}{2,5 \cdot 10} = \frac{10}{25} = \frac{2}{5}$$

Resposta: A razão pedida é de 2 para 5.

(Fonte: *Matemática Pensar e Descobrir*, 6 / José Ruy Giovanni, José Ruy Giovanni Jr. – São Paulo:

FDT, 1996 – pág. 98)

342 Num retângulo, a base mede 800 mm e a altura, 60 cm. Determine a razão da medida da base para a medida da altura.

$$\begin{aligned} \text{medida da base} &= 800 \text{ mm} = (800 \cdot 0,1) \text{ cm} = 80 \text{ cm} \\ \text{medida da altura} &= 60 \text{ cm} \end{aligned}$$

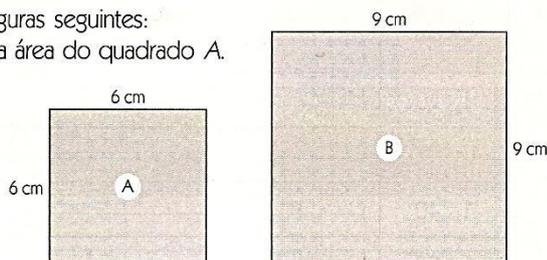
$$\frac{\text{medida da base}}{\text{medida da altura}} = \frac{80}{60} = \frac{4}{3}$$

Resposta: A razão pedida é de 4 para 3.

343 Observe os quadrados representados pelas figuras seguintes:
Calcule a razão entre a área do quadrado B e a área do quadrado A.

$$\begin{aligned} \text{Área do quadrado A} &= (6 \text{ m})^2 = 36 \text{ cm}^2 \\ \text{Área do quadrado B} &= (9 \text{ cm})^2 = 81 \text{ cm}^2 \end{aligned}$$

$$\frac{\text{Área do quadrado B}}{\text{Área do quadrado A}} = \frac{81}{36} = \frac{9}{4}$$



Resposta: A razão pedida é de 9 para 4.

(Fonte: *Matemática Pensar e Descobrir*, 6 / José Ruy Giovanni, José Ruy Giovanni Jr. – São Paulo: FDT, 1996 – pág. 99)

Pode-se observar que apenas no exercício “338”, o conceito de razão é tratado como comparação entre grandezas. Todos os demais são de aplicação direta da definição.

Na próxima seção apresentam-se duas atividades que fazem parte do recorte do capítulo “*Comparações ou Comparando Grandezas*” do MatDigital.

1.4 EXEMPLOS DE ATIVIDADES E ORIENTAÇÕES PROPOSTAS NO MATDIGITAL

O material didático proposto pela SBM, tanto o LDEF-SBM quanto o MatDigital que será apresentado com mais detalhes no capítulo 3, tem um diferencial de apresentar em um primeiro momento atividades problematizadas, para que os discentes possam construir a ideia de razão aos poucos e com isso percebam qual a “importância” do assunto na sua vida prática. O formalismo será apresentado em uma próxima etapa

do MatDigital, logo, não será abordado nas atividades apresentadas. Não se defende a exclusão do ensino formal, mas sim um “adiamento” para que em uma próxima etapa o formalismo fortaleça o conhecimento adquirido pelo discente.

Apresentaremos agora, duas atividades que mostram este diferencial. Estas atividades fazem parte do recorte sobre “Comparações ou Comparando Grandezas” do MatDigital, e apresentam todas as partes que as compõe.

A primeira atividade apresentada tem como objetivo usar a percepção do discente ao poder verificar as diferenças das imagens e comparar a imagem do peixe com a altura do pescador. Além disso, o discente deve, intuitivamente, comparar as proporções das imagens. A seguir, é apresentada a atividade.

Atividade 1

Em um dia de pescaria, Eduardo, o pescador, conseguiu pescar apenas três peixes de uma mesma espécie. Ele pescou um peixe pelo período da manhã, outro à tarde e outro à noite, como mostra esta ilustração.



Figura 2: Sugestão de figura para o uso da comparação por perspectiva

(Fonte: Elaborado pela equipe de Uberaba)

Em que período do dia Eduardo pescou o peixe de maior comprimento? Explique como você chegou a esta conclusão.

Para o docente, a atividade é seguida de um texto para orientar a aplicação e o debate da atividade durante a aula. Por exemplo, neste caso, a ideia é que o discente não use ferramentas para medir as imagens e chegar a uma conclusão. É necessário apenas a percepção. Como o discente não possui o conceito formal de razão e proporção, este pode usar uma linguagem mais natural para ele. É claro que o professor pode repetir a ideia do discente usando uma linguagem mais formal, para que este se familiarize com as nomenclaturas do conceito. Em seguida apresenta-se, o texto de orientação ao professor.

Orientações ao professor

Caro professor, deixe os alunos discutirem bastante até concluírem a resposta. Não incentive o uso de contas nem nomenclaturas.

Esta atividade tem como objetivo motivar os alunos a pensarem em proporcionalidade informalmente.

É importante que os alunos falem e se expressem em linguagem natural.

Neste momento, não debata sobre proporções.

Sugestão de resposta

Espera-se que o aluno compare o “tamanho” do peixe com partes do corpo do pescador, já que o pescador é o mesmo, mas é representado por imagens de tamanhos diferentes.

O peixe de maior comprimento foi pego no período da tarde.

A segunda atividade apresentada tem como objetivo trazer para a sala de aula uma situação existente no comércio, onde a ideia principal é que o discente perceba que, para cada dois produtos comprados, ele ganha um.

É importante destacar que o discente ainda não tem formalizado a ideia de razão e proporção, portanto pretende-se que ele utilize diversas estratégias para a resolução do problema.

Uma das estratégias pode ser o método pictórico, também conhecido como Método de Singapura, em que o discente utilizará “barrinhas” para representar quantidades.

A seguir, é apresentada a atividade.

Atividade 2

Um supermercado faz a seguinte promoção:

GRANDE VENDA DE REFRIGERANTES
Leve 3 e pague 2

Figura 3: Sugestão de figura para comparação por multiplicação

(Fonte: Elaborado pela equipe de Uberaba)

Se um comerciante levar três dúzias de refrigerantes, por quantos refrigerantes ele vai pagar na realidade?

O método pictórico é uma sugestão para a resolução desta atividade. O docente pode valorizar e apresentar outros métodos usados pelos alunos e, sempre que possível, utilizar uma linguagem mais formal para que o discente se familiarize com os conceitos.

Orientações ao professor

Caro professor, esta atividade tem como objetivo a comparação de grandeza, sem introduzir o nome razão. Deixe que os alunos discutam vários métodos de resolução. Pretende-se que, por meio da expressão “leve 3 e pague 2”, os alunos consigam perceber que, se comprarem 3 dúzias, pagarão por 2.

Sugestão de Resposta

Para cada 3 refrigerantes comprados, o consumidor paga por 2 refrigerantes.

Vamos apresentar a resolução pelo método pictórico:

C – Comprados

P – Pagos

Passo 1:

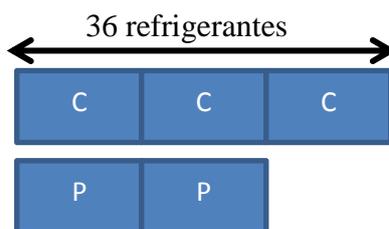


Figura 4: Sugestão de representação pelo método pictórico

(Fonte: Elaborado pela equipe de Uberaba)

Passo 2:

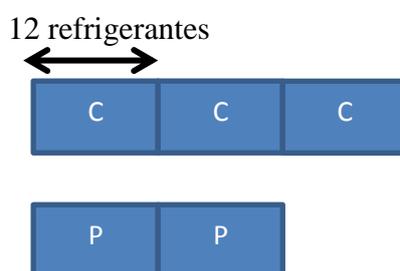


Figura 5: Sugestão de resolução pelo método pictórico

(Fonte: Elaborado pela equipe de Uberaba)

Passo 3:

Denotando por C a quantidade de refrigerantes comprados e por P a quantidade de refrigerantes pagos, tem-se que $\frac{2}{3}$ serão pagos. Ou seja, ele pagará por 24 refrigerantes.

A representação em barrinhas favorece a associação de fração à razão. Assim, tomando como “todo” a quantidade de refrigerantes comprados, tem-se que a quantidade de refrigerantes pagos corresponde à $\frac{2}{3}$ de C, ou seja, $\frac{2}{3}$ de 36 corresponde a 24 refrigerantes.

Na sequência têm-se outras sugestões de resolução para esse problema:

Sugestão de resposta:

O aluno poderá comparar as quantidades da seguinte maneira:

Para cada 3 garrafas, eu pago por 2 (multiplicando por 2).

Para cada 6 garrafas, eu pago por 4 (multiplicando por 2).

Para cada 12 garrafas eu pago por 8 (multiplicando por 3).

Para cada 36 garrafas (3 dúzias) eu pago por 24 (2 dúzias).

Sugestão de resposta:

O aluno poderá comparar as quantidades obtendo 1 dúzia:

Para cada 3 garrafas, eu pago por 2 (multiplicando por 4).

Para cada 12 garrafas, eu pago por 8 (multiplicando por 3).

Para cada 36 garrafas eu pago por 24.

Sugestão de resposta:

Espera-se que o aluno use uma dúzia como unidade para efeito de comparação. Logo, se ele levar 3 dúzias, irá pagar por 2, ou seja, 24 refrigerantes.

Todas as atividades que serão apresentadas no capítulo 3 manterão a mesma estrutura das atividades anteriores. Além disso, há a preocupação de que todas as atividades apresentem situações do cotidiano do discente, para que ele assimile o assunto por meio da contextualização e da problematização. Pretende-se que as orientações e sugestões de resposta possam auxiliar o docente na aplicação das atividades. Nestas orientações, o docente pode compreender o que o autor da atividade pretende e, assim, explorá-la ao máximo.

No próximo capítulo, será apresentado um breve histórico do Projeto Klein em Língua Portuguesa, será exposto os objetivos e a metodologia do MatDigital e os objetivos desse trabalho.

2 CONTEXTO: O PROJETO KLEIN E O PROJETO MATDIGITAL

Este trabalho faz parte do Projeto Klein de Matemática em Língua Portuguesa. Neste capítulo é apresentado um resumo do Projeto Klein, da estrutura e dos objetivos do MatDigital e do seu desenvolvimento pela equipe de Uberaba-MG.

2.1 BREVE HISTÓRICO

A escolha de profissionais para o Projeto Klein de Matemática em Língua Portuguesa, com a finalidade de executar e testar o plano piloto do LDEF-SBM, foi feita no segundo semestre de 2012, com a finalidade de treinar os professores para a aplicação do material no primeiro semestre de 2013. Nesta ocasião, a série testada foi o 6º ano do Ensino Fundamental. No início do segundo semestre de 2013, as equipes do Projeto Klein começam a desenvolver um projeto mais abrangente, o MatDigital, um livro digital que mantém a estrutura do LDEF-SBM, cujo material produzido seria para o 6º, 7º, 8º e 9º anos do Ensino Fundamental.

A obra *Matemática Elementar de um Ponto de Vista Superior*, do matemático alemão Félix Klein (Dusseldorf, 1849 – Gottingen, 1925), é uma referência para a formação de professores do Ensino Básico. Essa obra expõe os conteúdos e fundamentos dos tópicos essenciais da instrução matemática a serem ensinados sobre a natureza da matemática escolar.

Essa obra é uma abordagem epistemológica¹ da Matemática, onde Klein explica as conexões entre partes tratadas normalmente de maneira separada, mostrando a relação entre o saber elementar e o saber superior para a formação do professor de Matemática, dando ênfase ao que é primordial. (Giraldo, 2013)

Klein constata uma ruptura entre a Matemática escolar e a Matemática universitária, o que ele identifica como uma dupla descontinuidade, e esse é o obstáculo

¹ Filosofia. Reflexão acerca da natureza, das fases e dos mecanismos do conhecimento, nomeadamente nas correlações entre o sujeito e o objeto; teoria do conhecimento. Análise das premissas teóricas e práticas relacionadas ao conhecimento científico, de acordo com seu avanço histórico, no desdobramento de uma sociedade; teoria da ciência.

a ser vencido, já que para ele não há diferença entre o que é elementar e superior, ou seja, são partes que se fundem e se articulam compondo a Matemática como ciência (Schubring, 2003). Felix Klein destacou-se não apenas por suas importantes contribuições para a pesquisa em diversos campos da Matemática, como também por sua atuação pioneira em prol do ensino da disciplina e a formação de professores. Em 2008, foi celebrado o centenário da publicação original de sua obra, hoje clássica, *Matemática Elementar de um Ponto de Vista Superior*, e também da fundação da Comissão Internacional para o Ensino da Matemática – *International Commission on Mathematics Instruction (ICMI)*, instituição da qual foi o primeiro presidente.

2.2 O PROJETO KLEIN E O PROJETO LDEF-SBM

Baseado no trabalho de Félix Klein, o comitê executivo do ICMI apresentou, em 2008, o Projeto Klein para o Século XXI, que tem como princípio norteador estabelecer relações entre uma visão abrangente da Matemática acadêmica e os conteúdos abordados na escola visando à produção de recursos com este espírito, em diversas línguas e em várias mídias, acessíveis a qualquer um com interesse em Matemática, mais especialmente aqueles responsáveis pelo ensino da disciplina na escola básica.

“[...] o Projeto Klein para o Século 21 tem como objetivo principal relacionar uma visão ampla da área da Matemática com certos conteúdos e suas abordagens no Ensino Médio e na graduação universitária. O projeto produzirá recursos para colocar continuamente os professores de Matemática em contato com a estrutura, a profundidade, a vitalidade, a aplicabilidade, a beleza e os valores da Matemática, de modo que eles sejam capazes de satisfazer seu próprio gosto pela área e de transmitir a seus estudantes as maravilhas da Matemática.” (Wagner – RPM 75).

No Brasil, o Projeto Klein está sendo conduzido pela Sociedade Brasileira de Matemática (SBM), com o apoio financeiro da CAPES, com a finalidade de desenvolver um livro digital. Com a colaboração das demais sociedades acadêmicas ligadas à área de Matemática: Sociedade Brasileira de Educação Matemática (SBEM), Sociedade Brasileira de História da Matemática (SBHMat), Sociedade Brasileira de Matemática Aplicada e Computacional (SBMAC). Há também a colaboração da Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas (OBMEP).

As principais iniciativas do Projeto Klein no Brasil são:

- **Vinhetas Klein** – pequenos artigos, que visam a revelar os laços entre os avanços recentes da Matemática e os conteúdos da disciplina ensinados na escola;
- **Livro Companheiro do Professor de Matemática** – visa a constituir uma referência, tendo como foco central a discussão sobre a abordagem de conteúdos na escola com base na fundamentação conceitual matemática;
- **Coleção Didática para o Ensino Fundamental** – desenvolvimento de coleção de livros e outros recursos didáticos de Matemática para uso em sala de aula no segundo segmento do Ensino Fundamental (6º a 9º anos).

O desenvolvimento do projeto LDEF-SBM foi estruturado por um trabalho colaborativo entre uma ampla equipe, que incorpora docentes do ensino básico e docentes do ensino superior envolvidos com a formação inicial e continuada de professores de várias regiões do Brasil.

Uma das etapas de elaboração dos materiais foi à avaliação do material por uma equipe de professores, que também aplicariam o material elaborado. Para a aplicação e treinamento desses avaliadores, foram realizadas reuniões no Instituto de Matemática Pura e Aplicada (IMPA). O material foi aplicado, em diversas salas de aula, pelos professores que fizeram o treinamento. Essa etapa, denominada Etapa piloto LDEF-SBM, tinha como principal objetivo avaliar a proposta e a estrutura da Coleção.

A aplicação do material aconteceria no 1º bimestre do ano de 2013 nas escolas onde os professores aplicadores lecionavam. À medida que o professor aplicava as atividades, deveria anotar as informações relevantes, tais como: os comentários dos alunos, as dificuldades encontradas por eles, seja na interpretação da questão ou na própria resolução da questão. Além disso, estas informações deveriam ser inseridas em um questionário de aplicação do material e este era enviado para uma plataforma Moodle.

Por meio dessa metodologia de desenvolvimento, um dos objetivos era estabelecer um processo amplo de discussão entre professores da educação básica e de ensino superior, visando a investigar, testar e avaliar concepções de livro texto e de outros recursos didáticos que tenham um alinhamento conceitual com os ideais inovadores de Félix Klein. Junto ao projeto Klein, é desenvolvido o MatDigital, no qual este trabalho também está situado. A próxima seção apresenta uma breve descrição do MatDigital.

2.3 O PROJETO MATDIGITAL

Com o término da aplicação do Capítulo 1 – “Os números no Dia a Dia” e do Capítulo 2 – “Formas Geométricas: Primeiros Desenhos”, do LDEF-SBM para o 6º ano do Ensino Fundamental, e com boa aceitação por parte da maioria dos professores aplicadores do material, é lançado pela equipe do Projeto Klein, o desafio de elaborar um livro em formato digital. Dessa forma, o então LDEF-SBM passa a ser denominado MatDigital.

Com os mesmos ideais de desenvolvimento do LDEF-SBM, porém com uma equipe maior de professores de vários estados brasileiros, surge o MatDigital, com o objetivo de criar um material didático diferenciado, que possa levar os alunos a melhorarem o seu rendimento na disciplina de Matemática. O que antes era para ser um livro-texto, agora tem que se pensar em um material dinâmico, atraente e que possa ser utilizado pelos alunos em equipamentos digitais.

“À medida que a compreensão do conhecimento pedagógico do conteúdo evoluiu, as tecnologias digitais também ficaram mais acessíveis e começaram a ser consideradas úteis para o ensino e a aprendizagem. Sociedades educacionais se mobilizam então na promoção e na avaliação do uso pedagógico das novas tecnologias. Entre 2002 e 2008, a Sociedade Internacional para Tecnologia na Educação (ISTE– *International Society for Technology in Education*) lança diversos parâmetros com o objetivo de apoiar a evolução do uso efetivo de tecnologias apropriadas no ambiente escolar. Esses parâmetros visam a redirecionar o foco da integração de tecnologia no ensino: da integração definida por qual e quanta tecnologia é empregada para como e por que é usada; da tecnologia propriamente dita para preocupações com o conteúdo ensinado e práticas instrucionais efetivas com a tecnologia.” (Palis, 2010, p. 434)

Os principais objetivos do projeto são o desenvolvimento de um conjunto abrangente de materiais e recursos digitais para a sala de aula dos quatro anos do segundo segmento do Ensino Fundamental público brasileiro e a articulação com ações de formação continuada de professores.

O projeto é concebido como um processo dinâmico, cuja arquitetura estrutural é sustentada pela articulação permanente entre os três pilares descritos na Figura 1. O diagrama apresentado mostra um importante diferencial do MatDigital, que é aliar o desenvolvimento de material com a prática, os saberes e a vivência dos professores da

educação básica, integrando-a aos conceitos técnicos dos professores do Ensino Superior, possibilitando uma melhor formação do docente da Educação Básica.

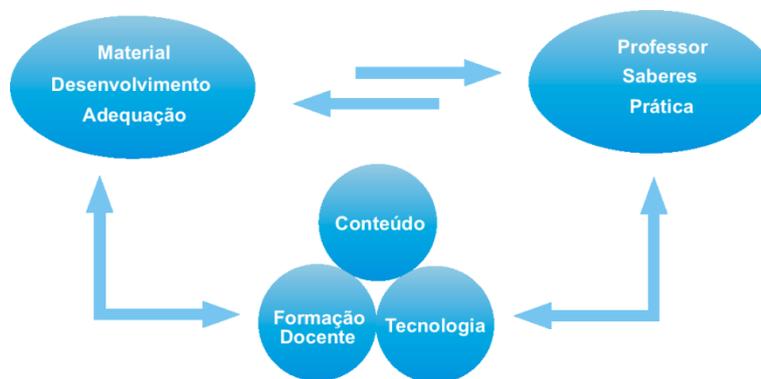


Figura 6: Diagrama MatDigital

(Fonte: *Projeto Klein de Matemática em Língua Portuguesa*, 2013)

“As transformações das sociedades contemporâneas têm colocado em questão, de modo cada vez mais incisivo, os aspectos relativos à formação profissional. Este debate ganha contornos próprios no trabalho em educação, na medida em que a indissociabilidade entre teoria e prática, o desenvolvimento de uma visão integral do homem e a ampliação da concepção de cuidado tornam-se prementes para o adequado desempenho laboral.” (Mitre et al., 2007)

O MatDigital não será um texto convencional visualizado no computador, com eventuais inserções de itens decorativos, mas incluirá atividades multimídia interativas (tais como jogos, hiperlinks, animações, vídeos, etc.), de forma a aproveitar as potencialidades específicas oferecidas pelas tecnologias digitais e de comunicação para a criação de inovações na abordagem e na seleção dos conteúdos.

“O conhecimento tecnológico, pedagógico e do conteúdo vai além dos três componentes que o compõem quando considerados isoladamente e emerge da interação entre eles. É a base para um ensino efetivo com tecnologia incluindo a compreensão de representações de conceitos, usando tecnologia, técnicas pedagógicas que empregam tecnologia para ensinar conteúdos, de como uma tecnologia pode ajudar a lidar com as dificuldades dos alunos.” (Palis, 2010, p. 436)

Ao final do MatDigital espera-se obter as seguintes estruturas:

- Livros do Aluno: Em versão digital, cobrindo os conteúdos dos quatro anos do segundo segmento do Ensino Fundamental;

- Cadernos do Professor: Em versão digital, correspondentes aos Livros do Aluno;
- Materiais Suplementares.

Para o material denominado Livro do Aluno, é planejada uma estrutura que foi elaborada pelo coordenador Victor Giraldo em uma das reuniões com as equipes do MatDigital e contém os itens discriminados a seguir.

Explorando o Assunto

Essa é a seção inicial de cada capítulo, consistindo de situações e atividades introdutórias que despertem o interesse do aluno para o conteúdo a ser abordado e que problematizem os conceitos matemáticos apresentados. Sendo assim, os capítulos não devem ser iniciados com textos ou exposições teóricas.

As situações e atividades introdutórias visam a levantar para o aluno problemas e questionamentos (compatíveis com o nível escolar correspondente), que motivem e preparem o terreno para a construção dos conceitos matemáticos. Desta maneira, os conteúdos podem ser desenvolvidos naturalmente, a partir da elaboração desses problemas e questionamentos, em lugar de serem introduzidos de forma pronta e acabada.

Atividades: Têm o objetivo de conduzir o desenvolvimento do assunto e são planejadas para realização em sala de aula.

Indo Adiante: Visam à consolidação dos conhecimentos aprendidos e a preparação para os capítulos seguintes, e são planejadas para serem realizadas como deveres de casa.

Mão na Massa: Propõem atividades de caráter bem prático com recursos externos ao próprio livro, tais como materiais concretos, jogos ou programas computacionais.

Este trabalho está focado nesta primeira parte do Livro do Aluno, relacionada ao capítulo de razão e proporção referente ao 7º ano do ensino fundamental, e irá, também, contemplar as orientações que estarão no Caderno do Professor relacionado a esse assunto.

Para ilustrar, apresentaremos as demais seções do Livro do Aluno, fazendo um breve resumo sobre cada seção.

Aprofundando o Assunto: Essa seção corresponde ao desenvolvimento dos conceitos matemáticos, propriamente ditos, na qual a teoria é desenvolvida, atividades de aprofundamento são propostas, definições são apresentadas.

Organizando o que Você Aprendeu: Essa seção encerra cada capítulo, com um resumo e uma sistematização geral dos conteúdos abordados. Entretanto, não há compromisso em esgotar teoricamente esses conteúdos, pois em muitos casos continuarão a ser aprofundados em capítulos posteriores. O objetivo dessa seção é sistematizar o que foi tratado, com vistas à continuidade da abordagem.

Quebrando a Cuca: Propõe questões mais desafiadoras em algum sentido, seja pelo grau da dificuldade ou pelo uso de estratégias de resolução menos convencionais.

Organizando as Ideias: Apresenta as definições e as propriedades dos conceitos matemáticos tratados, em linguagem compatível com o ano escolar, que voltarão a aparecer de forma sistematizada na seção Organizando o que Você Aprendeu.

Jogo: Propõe atividades lúdicas educacionais.

É Lógico: Explora atividades envolvendo raciocínio lógico elementar.

O Caderno do Professor apresentará os objetivos e os conteúdos que serão desenvolvidos no capítulo, além das metodologias empregadas e suas justificativas. Também será indicado o que se espera que o aluno aprenda ao final do capítulo.

Neste Caderno, serão apresentadas as relações do conteúdo do capítulo com os demais capítulos do livro, inclusive com outros anos escolares, além da fundamentação teórica.

Este Caderno apresentará também os objetivos específicos das atividades, a solução comentada de cada atividade, as possíveis dificuldades enfrentadas pelos alunos em sua resolução, o tempo previsto para aplicação, especialmente no caso das atividades que demandam maior tempo para aplicação, além de sugestões metodológicas específicas e indicação de materiais concretos ou outros recursos didáticos e da forma de sua utilização.

Na organização gráfica, as imagens das páginas do Livro do Aluno estarão reproduzidas, na íntegra ou parcialmente, nos Cadernos do Professor, para organizar as orientações específicas. Além do texto introdutório e das orientações específicas, os

Cadernos do Professor podem (e devem) incluir outros textos com orientações para o professor, sempre que isto se fizer necessário.

Como mencionado, este trabalho pretende abordar os objetivos da atividade, além da solução comentada e das possíveis dificuldades enfrentadas pelos alunos.

Os materiais suplementares visam a atender demandas pontuais projetadas, que podem variar conforme a necessidade. Assim, esses materiais são voltados para alunos que necessitem de complementações adicionais de conteúdo como alunos que apresentem carências na formação anterior ou dificuldades específicas na aprendizagem e para alunos que têm condições e interesse de se aprofundar no estudo da Matemática.

Os materiais complementares não serão incluídos no corpo principal do Livro do Aluno, mas poderão ser disponibilizados em hiperlinks ou em um sítio na internet. Entretanto, deverá haver instruções específicas e detalhadas no respectivo Caderno do Professor sobre como utilizá-los.

No próximo capítulo, apresentam-se as “Atividades” que serão desenvolvidas pelo discente em sala de aula com a orientação do docente. As atividades “Indo adiante” devem ser resolvidas em casa pelos discentes para que fixem o conteúdo estudado. E as atividades “Mão na massa”, que serão realizadas em sala de aula ou em casa, têm como característica serem atividades práticas.

3 ATIVIDADES DESENVOLVIDAS E ORIENTAÇÕES AO PROFESSOR

Nesta seção será apresentada parte das atividades e orientações ao professor, do capítulo sobre razões e proporções do 7^o ano do MatDigital, dando ênfase para o estudo das razões por meio de comparações. Vale ressaltar que muitas atividades ajudam a desenvolver o raciocínio lógico para outras questões práticas. Como mencionado, as atividades aqui apresentadas não têm as orientações para a interatividade proposta pelo MatDigital. Como as atividades são para a introdução do assunto sobre razões e proporções e o Projeto do MatDigital não foi concluído, o tempo para a execução de cada atividade será proposto em uma outra etapa do projeto. Sugere-se que o docente faça um relato das diferentes resoluções que os discentes darão para cada atividade. Cabe mencionar que estamos avaliando apenas o objetivo das atividades.

3.1 ATIVIDADES ELABORADAS E ORIENTAÇÕES

Serão apresentadas 16 Atividades que devem ser resolvidas durante as aulas com a orientação do docente, 5 Indo Adiante que são atividades complementares e devem ser resolvidas em casa e 2 Mão na Massa que são atividades interativas que utilizarão recurso tecnológico ou material concreto que sua execução.

Partindo-se do pressuposto de que o conhecimento está sempre em construção, são apresentadas algumas instruções e orientações que visam a levar a novas ações durante o processo de ensino-aprendizagem.

Sendo o professor orientador desse processo, pretende-se auxiliá-lo na execução do seu trabalho, por meio de diversas estratégias para a resolução das atividades. As orientações aqui apresentadas são apenas algumas das maneiras de resolver as atividades, assim sugere-se que o professor busque outras fontes a fim de aumentar o leque de opções para resolver cada atividade. Segue um exemplo do texto introdutório do capítulo.

“Professor, neste capítulo, estuda-se a teoria das razões e proporções. O objetivo inicial é introduzir a ideia de razão e de proporcionalidade como comparações entre grandezas. Por isso, iniciaremos nosso capítulo passando por situações de comparações

no dia a dia do aluno, retomando as comparações que ele conhece até o momento e suas utilidades. Posteriormente, pretendemos que o aluno seja capaz de reconhecer situações de comparações no seu cotidiano e discuta essas situações com seus colegas.”

Ressaltamos que as atividades foram elaboradas para motivar o aluno a pensar que existem várias formas de comparação entre quantidades, de maneira que, posteriormente, ele possa reconhecê-las. Assim, no início do capítulo, é dado um texto de introdução para contextualizar as atividades. Em seguida apresenta-se um exemplo do texto de introdução.

“Introdução:

No dia a dia, existem diversas situações nas quais devemos estabelecer comparações entre grandezas, tais como: Em um determinado grupo de objetos, qual é o maior? Qual o esporte preferido em um determinado grupo de pessoas? Na compra de um produto, qual a opção mais econômica? O que ocorre com a divisão do prêmio de uma loteria em relação ao número de ganhadores?

Neste capítulo, vamos estudar essas e outras comparações entre grandezas.

Você seria capaz de reconhecer alguma situação do seu dia a dia, de comparação entre duas grandezas? Discuta com um colega, e registre em seu caderno, pelo menos uma situação do cotidiano de vocês que expresse uma forma de comparar duas grandezas.

Vamos trocar as experiências relatadas com os demais colegas da classe?”

No Livro do Professor, além do texto anterior, a seguinte orientação ao professor será adicionada.

“Orientações: Professor, neste momento, pretendemos estimular o aluno a reconhecer situações do seu dia a dia que envolvam comparações entre grandezas, sem mencionar razão e proporção. Posteriormente, retomaremos essas situações, para associar essas comparações à teoria de razões e proporções, fazendo o aluno reconhecer a razão e proporção como possível comparação entre duas quantidades.”

Após as duas atividades apresentadas no capítulo anterior, é realizada uma atividade, ainda com o objetivo de fazer comparações com cálculos simples. Os

números propostos na atividade foram selecionados com o objetivo de facilitar o cálculo mental, neste caso todos podem ser divididos por dois. Além disso, facilmente o discente percebe que a maior parte tem a preferência por futebol. Após essa percepção, o professor pode fazer questionamentos para permitir que o discente perceba que, a cada pessoa que gosta de outros esportes, existem duas que gostam de futebol. Em seguida, há o texto da atividade proposta.

“Atividade 1

Uma pesquisa realizada com 300 alunos do Ensino Fundamental de uma escola, para conhecer qual o esporte preferido, mostrou que, para 200 alunos, futebol é a preferência. Que conclusões se podem tirar à respeito dessa informação levantada pela pesquisa?”

As orientações dadas ao professor são descritas a seguir.

“Orientações: Professor, a ideia central nessa atividade não é que o aluno escreva a razão 200 para 300, mas apenas que ele perceba que, para cada 3 alunos da escola, 2 colocam o futebol em primeiro lugar. Talvez essa conclusão não seja imediata e, nesse caso, os alunos precisam ser estimulados a raciocinarem corretamente. Uma sugestão é fazer conjuntos com uma quantidade menor de alunos, mostrando que: 2 para 3, 4 para 6, ..., 200 para 300 representam a mesma comparação.

Sugestão: Comparando a quantidade de alunos que têm preferência por futebol ao total, que conclusões podem ser tiradas a respeito do resultado da pesquisa?

Resposta: Uma conclusão que se pode tirar é que, para cada 3 alunos da escola, 2 colocam futebol em primeiro lugar. Outra é que a maior parte gosta de futebol.”

Na próxima atividade, o principal objetivo é que o discente perceba que comprar o dobro da quantidade de um produto não significa pagar o dobro do preço desse produto. Em muitas situações como essa, não haverá proporcionalidade entre as grandezas preço e quantidade. Espera-se que os discentes percebam esse fato. Outra situação interessante da atividade é a possibilidade de o discente fazer combinações entre as quantidades e os preços para encontrar as opções mais e menos econômicas. Em seguida, há a atividade proposta.

“Atividade 2

Serginho foi ao supermercado comprar 1,5kg de margarina para a sua mãe. Ao chegar lá, encontrou as seguintes opções na prateleira:

Tabela 1: Sugestão de tabela para representar a quantidade e preço da margarina

Margarinas	Preços
250 g	R\$ 3,00
500 g	R\$ 5,00
750 g	R\$ 7,50
1000 g	R\$ 11,00

(Fonte: Elaborado pela equipe de Uberaba)

Responda:

- Qual(ais) a(s) opção(ões) mais econômica(s) para Serginho? Justifique sua resposta.
- Qual(ais) a(s) opção(ões) menos econômica(s) para Serginho? Justifique sua resposta.”

As orientações dadas ao professor são descritas a seguir.

“Orientações: Professor, aqui é importante os alunos perceberem que, na maioria das vezes, o dobro da quantidade do produto não será o dobro do preço.

Discuta com eles o porquê disso, pode ser um incentivo para vender maior quantidade de produto, a empresa pode ter um menor custo da confecção da embalagem, etc.

Nesse momento, surge uma oportunidade para retomar medidas, ou seja, 1 kg é o mesmo que 1 000 gramas. Certifique-se de que eles saibam disso.

Respostas:

- A opção mais vantajosa será a compra de 3 potes de 500 g pagando R\$ 15,00, ou 2 potes de 750 g pagando R\$ 15,00.
- A opção menos vantajosa é 6 potes de 250 gramas que custará R\$ 18,00.”

O objetivo da próxima atividade é fazer com que o discente perceba que o prêmio da loteria deverá ser dividido igualmente entre os ganhadores. Espera-se que o

discente observe que, quanto maior for o número de ganhadores, menor será o prêmio recebido por cada ganhador. O valor do prêmio apresentado na atividade possibilita que os alunos exercitem o cálculo mental. Como os discentes ainda não têm formalizado o conceito de grandezas inversamente proporcionais, será importante que o docente os motive a perceberem que enquanto uma grandeza aumenta a outra diminui na proporção inversa. Em seguida, apresenta-se a atividade.

“Atividade 3

A Mega Sena da Virada é um dos maiores prêmios pagos por uma loteria no Brasil. Suponha que, no final deste ano, a premiação total seja de, aproximadamente, 250 milhões de reais e será dividida igualmente entre o número de ganhadores. Complete esta tabela, relacionando a premiação com o número de ganhadores nesse sorteio.

Tabela 2: Sugestão de tabela para a atividade Premiação da Mega Sena

Número de ganhadores	Premiação para cada ganhador
01	
02	
05	
10	

(Fonte: Elaborado pela equipe de Uberaba)

Observando os valores encontrados na tabela, registre o que você observa entre as grandezas Número de ganhadores e Premiação para cada ganhador.”

As orientações dadas ao professor são descritas a seguir.

“Orientações: *Atenção, professor, nessa etapa, se for oportuno deve-se falar com o aluno de grandezas inversamente proporcionais. A ideia é que o aluno, com seus conhecimentos das operações básicas (nesse caso, a divisão), seja capaz de completar a tabela, sem a necessidade de elaborar proporções/regra de três.*

Na elaboração do parágrafo, não deve aparecer a expressão grandezas inversamente proporcionais. O objetivo a ser alcançado na elaboração do parágrafo é que a criança

perceba que, quanto mais ganhadores existirem, menor vai ser o prêmio individual de cada ganhador.

Em uma próxima etapa do Projeto por meio do formalismo, será possível retornar a esse exercício para usá-lo como exemplo de grandezas inversamente proporcionais.”

RESPOSTA:

Tabela 3: Sugestão de tabela com resposta da atividade Premiação da Mega Sena

Número de ganhadores	Premiação para cada ganhador
01	250 milhões
02	125 milhões
05	50 milhões
10	25 milhões

(Fonte: Elaborado pela equipe de Uberaba)

Na próxima atividade, o principal objetivo é mostrar ao discente que se reduzirmos a quantidade de um ingrediente, por exemplo, pela metade, todos os outros também devem ser reduzidos na mesma quantidade, ou seja, na mesma proporção, para que o sabor do pão de queijo não sofra alteração. Se a quantidade de algum produto for dobrada, todos os outros também devem ser. Como o discente não tem formalizado o conceito de grandezas diretamente proporcionais, é importante que o docente o motive para perceber que, se uma grandeza aumentar ou diminuir, as outras também devem aumentar ou diminuir na mesma proporção. Segue o texto da atividade.

“Atividade 4

Vovó Leida estava fazendo pão de queijo para os netos com a seguinte receita:

Ingredientes:

- 6 ovos
- 4 xícaras (chá) de polvilho
- 2 xícaras (chá) de queijo de minas ralado
- 2 xícaras (chá) de leite
- 1 xícara (chá) de óleo
- 1 colher (sobremesa) de sal

Modo de preparo:

Esquente o leite junto com o óleo e misture bem no polvilho. Deixe esfriar um pouco e coloque os ovos na massa. Por último, coloque o queijo e misture novamente até obter uma massa homogênea. Faça as bolinhas e asse em forno pré-aquecido na temperatura de 200°C.

Situação 1: No momento em que os ingredientes eram separados, Vovó Leida percebeu que tinha somente 3 ovos e optou por adaptar a receita para esta quantidade. Quais deverão ser as novas quantidades dos outros ingredientes da receita? Para responder, complete esta tabela.

Tabela 4: Sugestão de tabela receita pão de queijo - Situação 1

Ingredientes	Quantidade Receita original	Quantidade Receita adaptada
Ovos	6	3
Polvilho (xícara de chá)		
Queijo (xícara de chá)		
Leite (xícara de chá)		
Óleo (xícara de chá)		
Sal (colher)		

(Fonte: Elaborado pela equipe de Uberaba)

Situação 2: Após alguns dias, Vovó Leida fez a receita com 12 ovos. E agora? Quais são as novas quantidades para cada ingrediente? Para responder, complete esta tabela.

Tabela 5: Sugestão de tabela receita pão de queijo - Situação 2

Ingredientes	Quantidade Receita original	Quantidade Receita adaptada
Ovos	6	12
Polvilho (xícara de chá)		
Queijo (xícara de chá)		
Leite (xícara de chá)		
Óleo (xícara de chá)		
Sal (colher)		

(Fonte: Elaborado pela equipe de Uberaba)

Agora, responda:

- Na primeira situação, fazendo a receita com a metade da quantidade de ovos, o que aconteceu com a quantidade dos outros ingredientes?
- Na segunda situação, fazendo a receita com o dobro da quantidade de ovos, o que aconteceu com a quantidade dos outros ingredientes?"

As orientações dadas ao professor são descritas a seguir.

“Orientações: Professor, o objetivo inicial desta atividade é explorar a comparação entre grandezas através da multiplicação e da divisão, relacionando grandezas pelo dobro e pela metade de seus valores. Pretendemos que o aluno perceba que, se ele dobrar um ingrediente da receita para fazer o pão de queijo, deve dobrar também todos os outros. Ou, se reduzir pela metade um ingrediente, deve também reduzir pela metade os outros. Pretendemos preparar o aluno para mais adiante retomar esta atividade com uma nova abordagem: razão e proporcionalidade entre as grandezas do problema. Com isso, poderemos explorar grandezas diretamente proporcionais, fazendo com que o aluno descubra sobre os tipos de grandezas proporcionais.”

Respostas:

- Fazendo a receita com a metade da quantidade de ovos, devemos também diminuir pela metade a quantidade de todos os outros ingredientes. Preenchendo a tabela:

Tabela 6: Sugestão de resposta da receita pão de queijo - Situação 1

Ingredientes	Quantidade Receita original	Quantidade Receita adaptada
Ovos	6	3
Polvilho (xícara de chá)	4	2
Queijo (xícara de chá)	2	1
Leite (xícara de chá)	2	1
Óleo (xícara de chá)	1	½
Sal (colher)	1	½

(Fonte: Elaborado pela equipe de Uberaba)

b) Fazendo a receita agora com o dobro da quantidade de ovos, devemos também aumentar pelo dobro a quantidade de todos os outros ingredientes. Preenchendo a tabela a seguir.

Tabela 7: Resposta: Receita pão de queijo - Situação 2

Ingredientes	Quantidade Receita original	Quantidade Receita adaptada
Ovos	6	12
Polvilho (xícara de chá)	4	8
Queijo (xícara de chá)	2	4
Leite (xícara de chá)	2	4
Óleo (xícara de chá)	1	2
Sal (colher)	1	2

(Fonte: Elaborado pela equipe de Uberaba)

Na atividade 5, pretende-se que o discente perceba que há um equívoco na afirmação de uma das amigas quanto a comemorar bodas de prata e bodas de ouro juntas. Basta que o discente utilize a operação de subtração para perceber que esta comemoração não será possível, já que o período será diferente para cada caso. Há a possibilidade de que o discente use apenas o tempo que cada uma delas está casada e conclua que a afirmação na atividade está correta, pelo fato de que uma está há 12 anos casada enquanto a outra está há 24 anos. Este é o momento para que o docente dê

exemplos de grandezas não proporcionais, explicando a própria situação da atividade, como também informar aos alunos que as grandezas altura e idade, altura e massa corporal, por exemplo, não são proporcionais. Em seguida, apresenta-se o texto da atividade.

“Atividade 5

Mariana e Bárbara foram amigas de escola no primário. Após vários anos sem se verem, elas se encontraram e foram contar sobre as mudanças em suas vidas.

Mariana diz a Bárbara: *“Hoje estou comemorando 12 anos de casamento”*.

Bárbara, surpresa, responde: *“Que coincidência! Hoje também é meu aniversário de casamento. Estou comemorando 24 anos de casada, ou seja, o dobro”*..

Mariana diz a Bárbara: *“Que legal! Vamos comemorar nossas bodas juntas? Quando eu estiver completando 25 anos de casamento (bodas de prata), você estará completando*

50 (bodas de ouro,) o dobro de meu tempo de casamento”.

Bárbara responde: *“Será uma festa magnífica!”*.

Você seria capaz de explicar o porquê de não ser possível essa comemoração desejada por elas?”

As orientações dadas ao professor são descritas a seguir.

“Orientações: *Atenção, professor! O objetivo dessa atividade é fazer com que o aluno perceba que, em alguns casos, a comparação entre grandezas deve ser feita através da subtração e adição como no caso de idades.*

Caso o aluno não consiga perceber de imediato que elas não terão 25 anos e 50 anos de casadas simultaneamente, dirija o raciocínio da seguinte maneira: Suponha que o ano do encontro foi em 2013. Qual a diferença dos ano de casadas das duas hoje?

Quais foram os ano em que Mariana e Bárbara casaram-se? Qual a diferença entre essas datas?

Quantos anos de casadas terão Mariana e Bárbara daqui a um ano? Qual a diferença entre essas datas daqui a um ano?

Quantos anos de casada terá Bárbara quando Mariana estiver completando 25 anos de casamento?

Resposta:

Não será possível tal comemoração, pois elas não terão 25 anos e 50 anos de casadas simultaneamente.”

Na próxima atividade, o objetivo principal é que o discente conclua que a mãe do Joãozinho terá o dobro de sua idade, quando ele tiver 25 anos, já que sua mãe terá 25 anos a mais que Joãozinho, ou seja, o dobro. Esta é a única situação em que sua mãe terá o dobro da sua idade. Sugere-se que o discente faça uma tabela contendo, em uma coluna, os anos a partir de 2003 e, na outra, a idade da mãe ano após ano. Assim, o discente poderá perceber que a diferença entre a idade de Joãozinho e a de sua mãe será sempre de 25 anos. Em seguida, apresenta-se o texto da atividade.

Atividade 6

Joãozinho tem uma situação intrigante para resolver. Ajude-o!

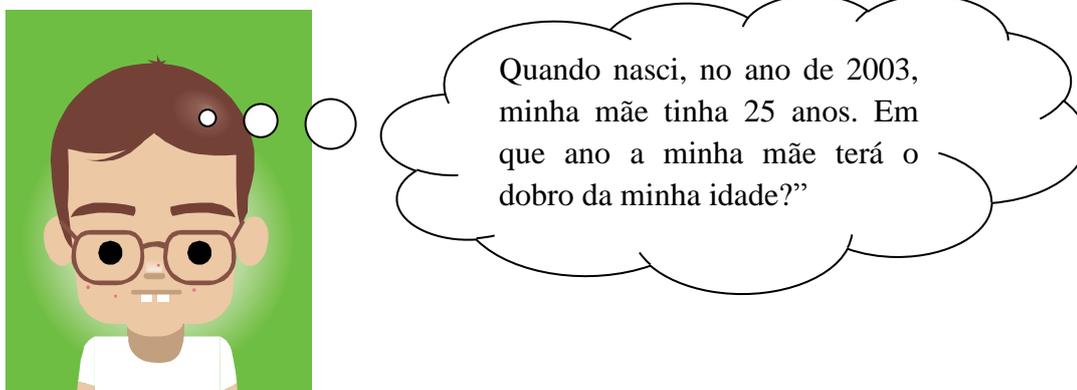


Figura 7: Sugestão de figura para atividade 6

(Fonte: Elaborado pela equipe de Uberaba)

As orientações dadas ao professor são descritas a seguir.

“Orientações: Professor, aqui é importante que o aluno perceba que apenas uma vez a mãe de Joãozinho terá o dobro da sua idade. Isso vai acontecer no ano que Joãozinho tiver a idade que sua mãe tinha quando ele nasceu.

Resposta:

Para a comparação de idades, devemos usar a diferença e nunca o dobro ou o triplo, etc. Os alunos poderão ter dificuldade em resolver a questão, então proponha uma tabela como esta:

Tabela 8: Sugestão de tabela para a comparação da idade do filho e da mãe

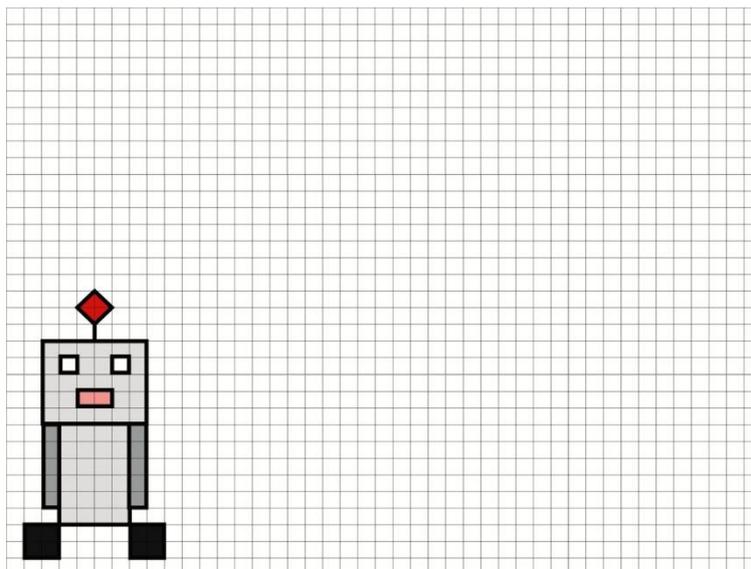
Ano	Joãozinho	Mãe
2003	0	25
2004	1	26
2005	2	27
2006	3	28
...
2028	25	50”

(Fonte: Elaborado pela equipe de Uberaba)

Na próxima atividade, o objetivo é que o discente observe que, ao ampliar uma imagem, todas as suas medidas lineares serão aumentadas na mesma proporção, ou seja, ele irá obter uma imagem semelhante à original. Mas pretende-se também que o aluno observe que esta relação não será mantida para a área. Na atividade, ele deverá dobrar as dimensões lineares da imagem para obter a ampliação e, em seguida, deverá informar o número de quadradinhos que formam cada uma das imagens. É importante que o professor discuta com os alunos o que eles observaram em relação às medidas lineares e em relação ao número de quadradinhos obtidos na ampliação. Neste momento, os discentes não têm formalizada a ideia de razão de semelhança, mas é um bom momento para que o docente comente com eles sobre a razão de semelhança entre as medidas lineares, entre as áreas e, dependendo da motivação da turma, comentar sobre a razão de semelhança entre os volumes de objetos tridimensionais semelhantes. A seguir, tem-se o texto da atividade.

“Atividade 7

Na malha quadriculada, faça uma ampliação, duplicando todos os segmentos do robô 1 representado a seguir.



ROBÔ 1

Figura 8: Sugestão de imagem em malha quadriculada

(Fonte: Elaborado pela equipe de Uberaba)

Observando os dois robôs, complete a tabela:

Tabela 9: Sugestão de tabela para representar altura e área dos robôs

	Altura	Número de quadradinhos (área)
Robô 1		
Robô 2		

(Fonte: Elaborado pela equipe de Uberaba)

Observando a tabela, responda:

- O que aconteceu com a **altura** do robô 2 em relação ao robô 1?
- O que aconteceu com a **área** do robô 2 em relação ao robô 1?"

As orientações dadas ao professor são descritas a seguir.

“Orientações: Professor, distribua aos alunos papel quadriculado para que eles possam realizar esta atividade.

O objetivo da atividade é o aluno perceber que, ao duplicar uma figura, todas as dimensões lineares serão duplicadas. A atividade também chama a atenção para o fato de que, ao dobrar os segmentos, a área será quadruplicada.

Respostas:

Tabela 10: Resposta da tabela da atividade 7

	Altura	Número de quadradinhos (área)
Robô 1	16	74
Robô 2	32	296

(Fonte: Elaborado pela equipe de Uberaba)

- a) A altura dobrou.
b) A área não dobrou. (A área quadruplicou.)

Neste momento, o importante é que o aluno simplesmente perceba que a área não dobrou.”

A próxima atividade usa o mesmo recurso da atividade anterior, cujo o objetivo é fazer os discentes verificarem que, no desenho duplicado, as dimensões lineares dobraram e a área quadruplicou. É importante que o docente apenas chame a atenção dos discentes quanto ao tamanho do desenho original, já que, dependendo do tamanho, a duplicação poderá não caber na folha, pois utilizará um espaço quatro vezes maior que o desenho original. A atividade em questão é apresentada a seguir.

“Atividade 8

Agora é com vocês! Em uma malha quadriculada faça um desenho e troque-o com um colega para duplicar todos os segmentos.”

Em seguida apresenta-se as orientações dadas ao professor.

“Orientações: Professor, oriente os alunos quanto ao “tamanho” do desenho original, pois a razão de semelhança entre as medidas lineares dos desenhos serão de 2 para 1, mas a razão de semelhança entre as áreas do desenho original e do desenho duplicado serão de 4 para 1, ou seja, a área do desenho duplicado será o quádruplo da área do desenho original. Portanto deve-se tomar cuidado com as dimensões do desenho original para que a cópia duplicada também caiba na mesma folha.

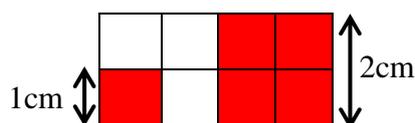


Figura 9: Exemplo de uma figura original e sua ampliação

(Fonte: Elaborado pela equipe de Uberaba)

Observe que a área do desenho original é de 1 cm², enquanto a do desenho duplicado é de 4 cm².

A próxima atividade tenta mostrar aos discentes que toda ampliação ou redução de figuras geométricas planas, quando realizadas de maneira proporcional em relação aos lados a nova figura obtida, respeita as “formas originais”, tornando-se uma cópia fiel da figura ampliada ou reduzida, e que toda ampliação ou redução feita de forma desproporcional ocasiona uma deformidade na figura obtida em relação à figura original. A atividade em questão é apresentada em seguida.

“Atividade 9

Analise as figuras, compare os comprimentos indicados e preencha as tabelas.

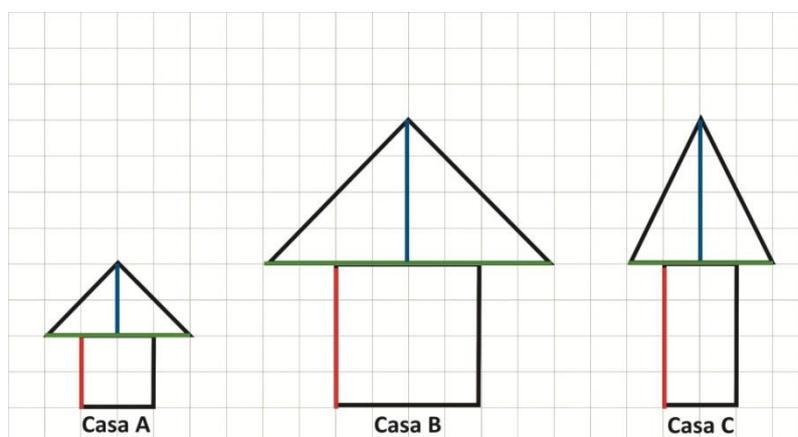


Figura 10: Sugestão de imagem das casas em malha quadriculada

(Fonte: Elaborado pela equipe de Uberaba)

Tabela 11: Sugestão de tabela para Casa A e Casa B

	Casa A	Casa B
Azul		
Verde		
Vermelho		

(Fonte: Elaborado pela equipe de Uberaba)

Tabela 12: Sugestão de tabela para Casa A e Casa C

	Casa A	Casa C
Azul		
Verde		
Vermelho		

(Fonte: Elaborado pela equipe de Uberaba)

Tabela 13: Sugestão de tabela para Casa B e Casa C

	Casa B	Casa C
Azul		
Verde		
Vermelho		

(Fonte: Elaborado pela equipe de Uberaba)

- O que você observa em relação aos segmentos de mesmas cores entre as casas A e B?
- O que você observa em relação aos segmentos de mesmas cores entre as casas A e C e entre as casas B e C?
- Em qual dos casos a ampliação ficou melhor? Por quê?”

As orientações dadas ao professor são descritas a seguir.

“Orientações: *Caro professor, espera-se, nesta atividade, a percepção dos alunos de que, para haver ampliação ou redução dos desenhos, as medidas lineares devem aumentar ou reduzir na mesma proporção, ou seja, se a medida linear do segmento vermelho da casa B possui o dobro da medida do segmento vermelho da casa A, esta relação deverá ser mantida em toda a figura.*

RESPOSTA:

Tabela 14: Resposta tabela Casa A e B

	Casa A	Casa B
Azul	2	4
Verde	4	8
Vermelho	2	4

(Fonte: Elaborado pela equipe de Uberaba)

Tabela 15: Resposta tabela Casa A e C

	Casa A	Casa C
Azul	2	4
Verde	4	4
Vermelho	2	4

(Fonte: Elaborado pela equipe de Uberaba)

Tabela 16: Resposta tabela Casa B e C

	Casa B	Casa C
Azul	4	4
Verde	8	4
Vermelho	4	4

(Fonte: Elaborado pela equipe de Uberaba)

- a) Todos os segmentos foram duplicados.
- b) Da casa A para a casa C, os segmentos azul e vermelho foram duplicados, mas os segmentos na cor verde permaneceram no mesmo comprimento, e da casa B para a casa C apenas o segmento verde reduziu pela metade.
- c) A ampliação ficou melhor de A para B, pois todos os segmentos foram duplicados.”

Na próxima atividade, o objetivo é que o discente explique como foi feita cada ampliação. Espera-se que o discente perceba que, para ampliar uma imagem, é necessário utilizar o “cantinho” da figura para que a altura e a largura possam aumentar de maneira proporcional. A atividade em questão é apresentada a seguir.

“Atividade 10

Mônica resolveu ampliar esta figura:

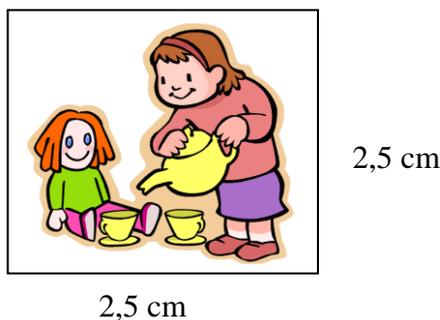


Figura 11: Sugestão de imagem para a atividade 10

(Fonte: Elaborado pela equipe de Uberaba)

Veja as ampliações que ela fez:

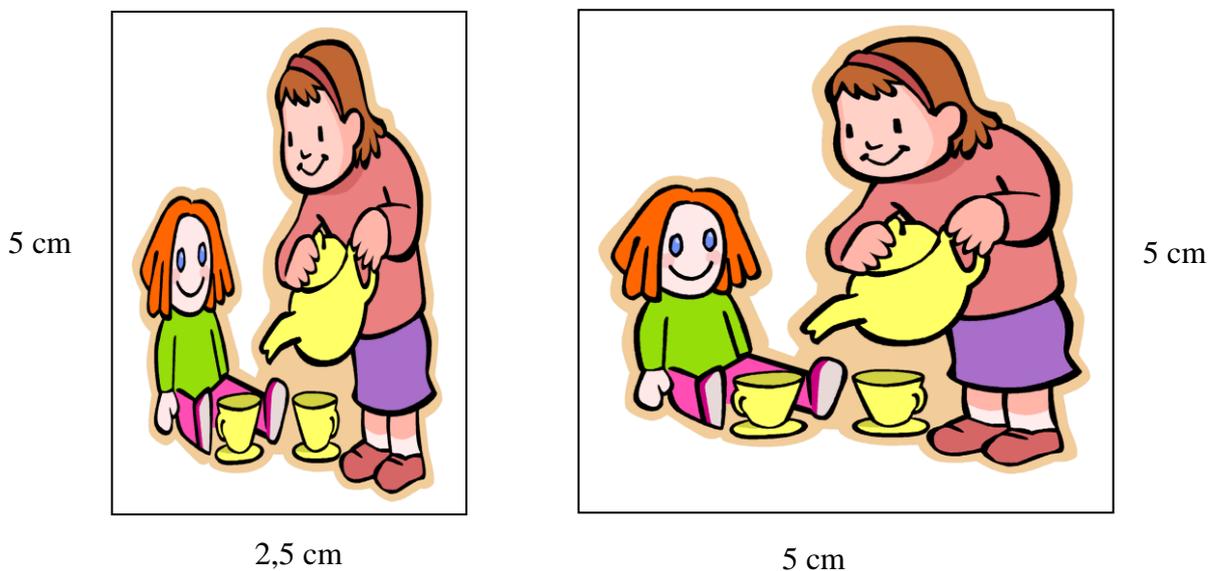


Figura 12: Sugestão de imagem para ampliação

(Fonte: Elaborado pela equipe de Uberaba)

a) Explique como foi feita a ampliação 1.

b) Explique como foi feita a ampliação 2.”

As orientações dadas ao professor são descritas em seguida.

“Orientações: Professor, o objetivo desta atividade é que o aluno perceba que, para a ampliação ficar semelhante à original ao dobrar a altura, se deve dobrar a largura.

Respostas:

a) Espera-se que o aluno perceba que a ampliação 1 não foi proporcional, já que a altura dobrou mas o comprimento se manteve.

b) Espera-se que o aluno perceba que, na ampliação, dois, ambas as dimensões dobraram.”

A próxima atividade tenta mostrar que as habilidades adquiridas no estudo de razões e proporções têm aplicações também na vida financeira dos discentes, principalmente na tomada de decisões em que eles precisam saber qual aplicação é mais rentável. Nesta atividade, espera-se que o discente perceba que 50 em 500 e 10 em 100 representam a mesma quantidade, ou seja, a rentabilidade foi a mesma. Em seguida, apresenta-se a atividade.

Atividade 11

Pedroca vendeu sua bicicleta e aplicou R\$ 500,00 numa Caderneta de Poupança e R\$100,00 num Fundo de Investimentos. Depois de 60 dias, verificou que o saldo da Poupança era de R\$ 550,00 e o saldo do Fundo era de R\$ 110,00. Qual das duas aplicações teve maior rentabilidade?”

As orientações dadas ao professor são descritas a seguir.

“Orientações: Professor, retomamos a atividade já trabalhada com uma situação em que a resposta não é intuitiva. Aqui, o aluno deverá pensar que 10 partes para 100, representa uma equivalência em relação a 50 partes para 500, ou seja, as frações 10/100 e 50/500 são equivalentes.

Resposta:

A quantidade 50 em 500 representa a mesma quantidade de 10 em 100, ou seja, $50/500 = 10/100$, isto indica que a rentabilidade da Poupança e do Fundo de

Investimento foi a mesma.”

A próxima atividade ilustra mais uma aplicação das “Razões e Proporções”. Essa aplicação está ligada ao preparo de um suco, em que a quantidade a ser produzida depende de maneira proporcional à quantidade de polpa da fruta, tornando o estudo das Razões e Proporções mais perto da realidade dos discentes, o que, muitas vezes, facilita a sua aprendizagem. A atividade em questão é apresentada a seguir.

“Atividade 12

Juliana e Érika estão preparando suco para o lanche da tarde com as amigas. Juliana vai fazer uma jarra de suco de caju, enquanto Érika fará uma jarra de suco de maracujá. Nos rótulos das garrafas de suco, elas perceberam que os modos de preparo são diferentes:

Suco de caju: colocar nove medidas de água para uma medida de polpa de caju.

Suco de maracujá: colocar sete medidas de água para três medidas de polpa de maracujá.

Sabendo que são necessários 10 copos para encher uma jarra de suco, ajude Juliana a utilizar a quantidade correta de copos com polpa de caju e água, a fim de obter uma jarra de suco de caju.

Sabendo que Juliana fez uma jarra de suco de caju, com 10 copos para o preparo, preencha esta tabela:

Tabela 17: Sugestão de tabela para receita suco caju e maracujá

Jarra com 10 copos para o preparo do suco	Quantidade de copos de água	Quantidade de copos de polpa de suco	Expressar a quantidade de água na jarra com uma fração, sabendo que a jarra equivale a 10 copos.	Expressar a quantidade de polpa de suco na jarra com uma fração, sabendo que a jarra equivale a 10 copos.
Caju				
Maracujá				

(Fonte: Elaborado pela equipe de Uberaba)

Agora, responda às seguintes perguntas:

1) Na jarra de Juliana:

a) O que podemos interpretar sobre estas quantidades? Faça comparações entre as quantidades.

b) O que significa a expressão “nove medidas para uma medida”?

2) Na jarra de Érika:

a) O que podemos interpretar sobre estas quantidades? Faça comparações entre elas.

b) O que significa a expressão “sete medidas para três medidas”?

3) Na metade do lanche, o suco acaba! Juliana e Érika acham uma garrafa de suco de abacaxi na despensa e resolvem preparar o suco, seguindo este modo de preparo:

Suco de abacaxi: colocar três medidas de água para duas medidas de polpa de abacaxi.

E agora? Ajude Juliana e Érika a encherem a jarra de suco com 10 copos, seguindo a quantidade correta no modo de preparo do suco de abacaxi.

4) Para render mais, Juliana e Érika resolvem fazer 15 copos de suco em uma jarra maior. Como elas fariam o suco de abacaxi?”

As orientações dadas ao professor são descritas a seguir.

“Orientações: Professor, nesta atividade pretende-se explorar a comparação por razão, ainda sem introduzir a nomenclatura “razão”. Mais adiante, vamos retomar esta atividade para explorar a razão nela envolvida.

Aqui, vamos relacionar grandezas através da multiplicação, a princípio, sem preocupação com unidades de medidas. Além disso, vamos mostrar ao aluno a situação “tantas partes de... para outras tantas partes de...”, retomando o Método de Singapura para interpretação da expressão. O aluno deve, ainda, ser capaz de conseguir associar essa expressão a algumas frações e explicar o sentido da fração no contexto do problema.

Respostas:

1-a) A quantidade da água na jarra será nove vezes a quantidade de polpa de suco de caju.

Se cada medida equivale a 1 copo, na jarra de 10 copos teremos $9 \times (1 \text{ copo de água}) = 9$ copos de água e $1 \times (1 \text{ copo de polpa de caju}) = 1$ copo de polpa de caju.

Desta forma, a tabela para a jarra de Juliana fica assim:

Tabela 18: Resposta tabela receita suco de caju

Jarra com 10 copos para o preparo do suco	Quantidade de copos de água	Quantidade de copos de polpa de suco	Expressar a quantidade de água na jarra com uma fração, sabendo que a jarra equivale a 10 copos.	Expressar a quantidade de polpa de suco na jarra com uma fração, sabendo que a jarra equivale a 10 copos.
Caju	9	1	9/10	1/10

(Fonte: Elaborado pela equipe de Uberaba)

1-b) Para resolver esta atividade, retomaremos o Método de Singapura. Então, para explicar o significado da expressão, faremos uma representação pictórica do problema.



Figura 13: Sugestão de imagem das quantidades de água e polpa de caju

(Fonte: Elaborado pela equipe de Uberaba)

A quantidade de medidas de água (A) e de polpa de caju (PC) formam um total de 10 medidas:



Figura 14: Sugestão de imagem das porções de água e polpa de caju

(Fonte: Elaborado pela equipe de Uberaba)

Significado da expressão: Do total de 10 medidas (copo, chávena, ml, ...) na jarra, haverá

9 medidas de água e uma medida de polpa de suco de caju.

Professor, podemos associar “nove medidas para uma” às frações:

$9/10$ – Em um total de 10 medidas (copos), temos 9 medidas de água na jarra

$1/10$ - Em um total de 10 medidas (copos), temos 1 medida de polpa de suco de caju na jarra

$1/9$ – O total de medidas de polpa de suco de caju na jarra = $1/9$ do total de medidas de água na jarra

$9/1$ – O total de medidas de água na jarra = $9/1$ do total de medidas de polpa de suco de caju na jarra

Colocamos essas frações aqui, caso o aluno pergunte neste momento, mas esta associação será melhor explorada após a apresentação dos conceitos, quando será retomada esta atividade.

2-a) Mesmo raciocínio de 1-a, mudando as medidas.

Se cada medida equivale a 1 copo, na jarra de 10 copos teremos $7 \times (1 \text{ copo de água}) = 7$ copos de água e $3 \times (1 \text{ copo de polpa de maracujá}) = 3$ copos de polpa de maracujá.

Desta forma, a tabela para a jarra de Érika ficará assim:

Tabela 19: Resposta tabela receita suco de maracujá

Jarra com 10 copos para o preparo do suco	Quantidade de copos de água	Quantidade de copos de polpa de suco	Expressar a quantidade de água na jarra com uma fração, sabendo que a jarra equivale a 10 copos.	Expressar a quantidade de polpa de suco na jarra com uma fração, sabendo que a jarra equivale a 10 copos.
Maracujá	7	3	$7/10$	$3/10$

(Fonte: Elaborado pela equipe de Uberaba)

2-b) Mesmo raciocínio de 1-b, mudando as medidas.

Para resolver esta atividade, retomaremos o Método de Singapura. Então, para explicar o significado da expressão, faremos uma representação pictórica do problema.

Expressão: “sete medidas de água para três de polpa de maracujá”

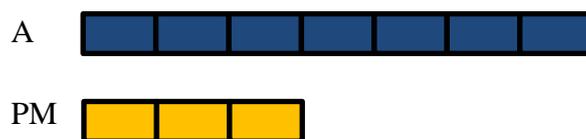


Figura 15: Sugestão de imagem das quantidades de água e polpa de maracujá

(Fonte: Elaborado pela equipe de Uberaba)

A quantidade de medidas de água (A) e de polpa de maracujá (PM) formam um total de 10 medidas:



Figura 16: Sugestão de imagem das porções de água e polpa de maracujá

(Fonte: Elaborado pela equipe de Uberaba)

Significado da expressão: Do total de 10 medidas (copo, chávena, ml, ...) na jarra, haverá

7 medidas de água e três medidas de polpa de suco de maracujá.

Professor, podemos associar “sete medidas para três medidas” às frações:

$7/10$ – Em um total de 10 medidas (copos), temos 7 medidas de água na jarra

$3/10$ - Em um total de 10 medidas (copos), temos 3 medidas de polpa de suco de maracujá na jarra

Colocamos essas frações aqui, caso o aluno pergunte neste momento, mas esta associação será melhor explorada após a apresentação dos conceitos, quando será retomada esta atividade.

3) Modo de preparo no rótulo: 3 de água + 2 de abacaxi

Se cada medida equivale a 1 copo, na jarra de 10 copos, Juliana e Érika devem colocar $6 \times (1 \text{ copo de água}) = 6$ copos de água e $4 \times (1 \text{ copo de polpa de abacaxi}) = 4$ copos de polpa de abacaxi, o que equivale a duas vezes cada medida no modo de preparo: 3 medidas de água para duas medidas de abacaxi. Então, para Juliana e Érika preencherem os 10 copos da jarra, elas devem dobrar cada uma das medidas: $2 \times 3 = 6$ copos de água para $2 \times 2 = 4$ copos de polpa de abacaxi.



Figura 17: Sugestão de imagem das quantidades de água e polpa de abacaxi

(Fonte: Elaborado pela equipe de Uberaba)

A quantidade de medidas de água (A) e de polpa de abacaxi (PA) formam um total de 10 medidas:



Figura 18: Sugestão de imagem das porções de água e polpa de abacaxi

(Fonte: Elaborado pela equipe de Uberaba)

4) Neste caso, Juliana e Érika teriam que triplicar cada uma das medidas do modo de preparo, para obterem 15 copos de suco na jarra maior, ou seja:

$3 \times 3 = 9$ copos de água para $3 \times 2 = 6$ copos de polpa de abacaxi.

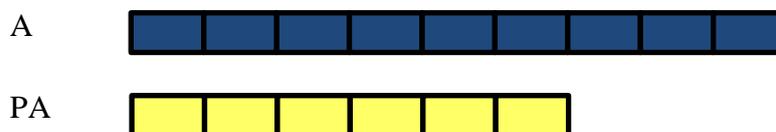


Figura 19: Sugestão de imagem das quantidades de água e polpa de abacaxi (15 copos)

(Fonte: Elaborado pela equipe de Uberaba)

A quantidade de medidas de água (A) e de polpa de abacaxi (PA) formam um total de 15 medidas:”



Figura 20: Sugestão de imagem das porções de água e polpa de abacaxi (15 copos)

(Fonte: Elaborado pela equipe de Uberaba)

Na próxima atividade, o objetivo principal é que o discente consiga obter um tom de laranja misturando tinta vermelha com tinta amarela. O discente deve perceber que, para cada 3 latas de tinta vermelha, ele precisa de 1 lata de tinta amarela para obter o tom desejado. A partir daí, basta dobrar ou triplicar estas quantidades, por exemplo,

para se obter o mesmo tom de laranja. A atividade em questão é apresentada a seguir.

“Atividade 13

Bernardo fez uma mistura de cores para pintar a sala de sua casa. Ele misturou 6 latas de tinta vermelha e 2 latas de tinta amarela para obter certo tom de laranja.

Quais desses grupos de latas, quando misturadas, produzirão o mesmo tom de laranja, caso Bernardo queira pintar outros cômodos de sua casa? Justifique sua resposta.”

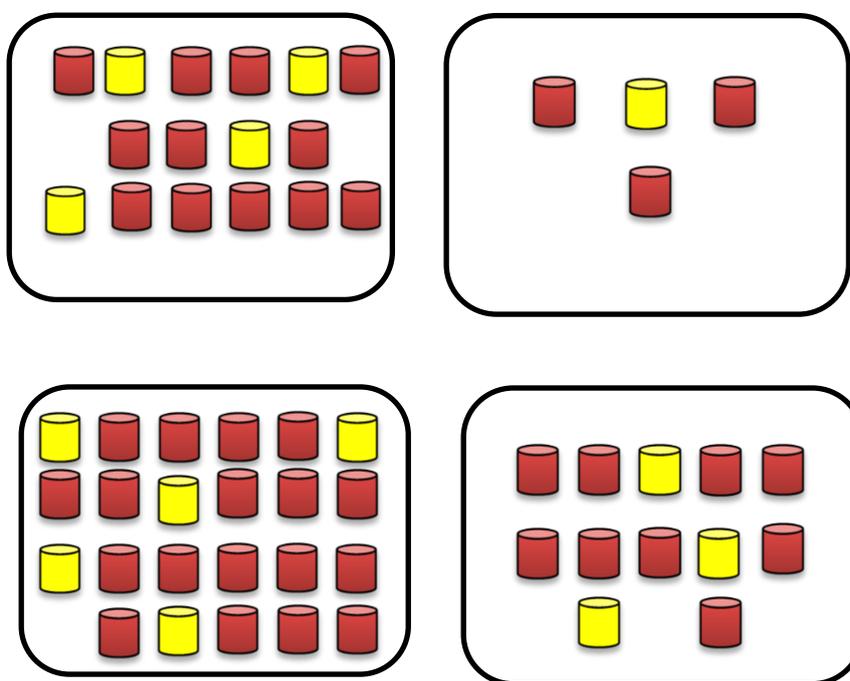


Figura 21: Sugestão de imagem para representação das latas

(Fonte: Elaborado pela equipe de Uberaba)

Em seguida, apresenta-se as orientações dadas ao professor.

“Orientações: *Caro professor, esta atividade tem como objetivo comparar as quantidades de tinta para obter o mesmo tom de laranja, sem introduzir o termo razão. Espera-se que os alunos, por meio da comparação entre as grandezas “número de latas vermelhas e número de latas amarelas”, percebam que, para obter o mesmo tom de tinta laranja, deverão sempre misturar 1 lata de tinta amarela com 3 latas de tinta*

vermelha e, a partir, daí obter quantidades que sejam equivalentes para que o tom de laranja não seja alterado.

Respostas: Usando o fato de que, para cada 6 latas vermelhas e 2 latas amarelas ele obtém certo tom de laranja, ao dobrarmos essa quantidade obteremos 4 latas amarelas para 12 latas vermelhas. Se reduzirmos pela metade, obteremos 1 lata amarela para 3 latas vermelhas e, triplicando esta última sequência, obteremos 3 latas amarelas para 9 latas vermelhas.”

A próxima atividade a ser apresentada tem o objetivo não somente de trabalhar as ideias de “Razões e Proporções” mas, também, de utilizar o compasso para fazer medições e estabelecer quantas vezes o segmento AB cabe no segmento MN, ou dizer o quanto o segmento MN é maior que o segmento AB. A atividade em questão é apresentada a seguir.

“Atividade 14

Utilizando um compasso, verifique quantas vezes o segmento AB cabe no segmento MN.

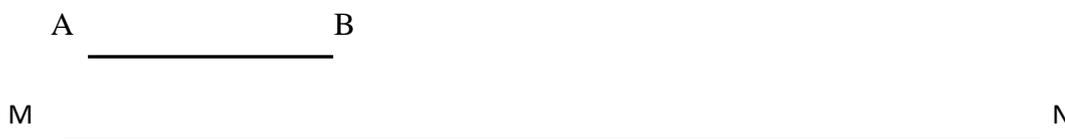


Figura 22: Sugestão de imagem para representação dos segmentos AB e MN

(Fonte: Elaborado pela equipe de Uberaba)

Em seguida, apresenta-se as orientações dadas ao professor

“Orientações: Professor, essa atividade pretende mostrar a ideia de comparação estabelecida entre medidas não discretas. O fato de usar-se o compasso e não uma régua, por exemplo, é proposital para indicar que a razão estabelecida entre os segmentos é independente da unidade de medida usada (mm, cm, m, km, ...).

Resposta:

O segmento AB cabe exatamente 4 vezes no segmento MN. Há uma razão de 1:4 entre os segmentos (mas lembramos que, nessa etapa, não se deve falar nessa razão. Faça o seu aluno apenas observar a comparação entre os segmentos).”

A próxima atividade é uma situação problema que tem como principal objetivo conduzir o discente ao uso da proporcionalidade para a resolução de alguns problemas que fazem uso dela. Com um texto indireto, a questão pode levar o aluno às mais variadas formas de pensamento para a sua resolução. A atividade em questão é apresentada a seguir.

“Atividade 15

A professora do 7^o ano propôs o seguinte problema à turma: “Numa feira, 5kg de peixe custam R\$ 25,00. Quanto pagarei por 20kg de peixe?”

Juquinha respondeu: “Professora, é muito simples! Dividirei 25 por 5 para saber o preço do quilo de peixe (no caso R\$ 5,00 cada quilo). Depois, multiplicarei o preço do quilo por 20 para saber o total a pagar. Portanto a senhora pagará R\$100,00.”

Pedrinho respondeu: “Pensei diferente, professora. Já que pago R\$ 25,00 por cada 5kg de peixe, então pagarei R\$ 50,00 por 10kg, R\$ 100,00 por 20kg.”

a) Qual dos raciocínios você acha que está correto? Ou será que os dois estão corretos?

b) E qual deles você acha mais fácil de usar? Ou seja, qual você utilizaria para calcular? Utilize o método de que você mais gostou para resolver o seguinte problema:

Numa loja do shopping, compram-se 4 sorvetes por R\$ 26,00. Quanto você pagará por 10 sorvetes?”

As orientações dadas ao professor são descritas a seguir.

“Orientações: *A ideia desse exercício é fazer com que o aluno comece a usar, empiricamente, a ideia de proporcionalidade. A atividade tem como objetivo principal levar a criança a perceber que, às vezes, é mais fácil resolver um desses problemas usando a proporcionalidade entre as grandezas, ao invés de utilizar as operações elementares aprendidas no 6^o ano.*

Resposta:

- a) Os dois raciocínios estão corretos.
- b) Usando o raciocínio de Juquinha: Divida 26 por 4 para saber o preço de cada sorvete (R\$ 6,50 cada). Depois, multiplica-se esse resultado por 10. Os dez sorvetes custarão, portanto, R\$ 65,00.

Usando o raciocínio de Pedrinho: Se por 4 sorvetes eu pago 26 reais, então por 8 pagarei 52 reais, e por dez, 65 reais (lembrando que, por 2 sorvetes, pagaremos 13 reais).”

A próxima atividade a ser apresentada faz a comparação entre duas receitas de café. O interessante dessa atividade é mostrar aos alunos que, mesmo sem ter tomado o café das avós, eles podem fazer comparações em relação aos sabores das receitas, usando os conceitos de proporcionalidade entre seus ingredientes. Em seguida, apresenta-se a atividade.

“Atividade 16

Mariazinha escreveu, em seu caderno de receitas, a forma de fazer café das suas duas avós.

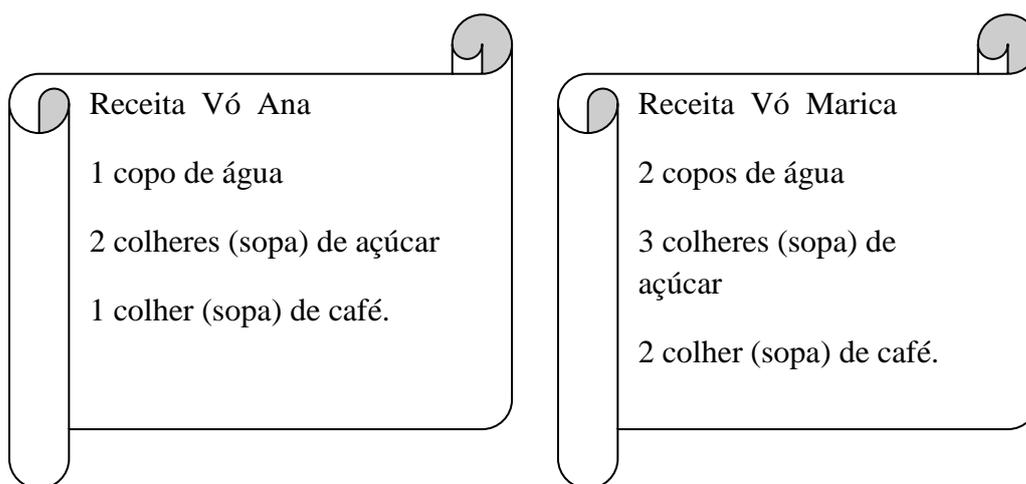


Figura 23: Sugestão de imagem para representar as receitas das avós

(Fonte: Elaborado pela equipe de Uberaba)

Certo dia, quando sua irmã preparou o café, Mariazinha questionou qual a medida de cada ingrediente que sua irmã utilizou.



Para 6 copos de água, usei 9 colheres (sopa) de açúcar e 6 colheres (sopa) de pó de café.

Figura 24: Sugestão de imagem para a atividade 16

(Fonte: Elaborado pela equipe de Uberaba)

Logo Mariazinha concluiu de qual avó era a receita utilizada por sua irmã. Explique como Mariazinha pôde ter concluído isso. Você acha que os sabores dos cafés feitos por suas avós são diferentes?"

As orientações dadas ao professor são descritas a seguir.

“Orientações: Professor, aqui é importante o aluno explicar o seu raciocínio, justificando a resposta. Você poderá questionar se o sabor do café será diferente e levá-los a concluir que o café da avó Ana é mais doce do que o café da avó Marica.”

Resposta:

Se a irmã fez a receita da avó Ana, então a quantidade dos ingredientes deveriam ser multiplicada por 6, ficando:

Tabela 20: Sugestão resposta usando tabela para a receita avó Ana

	Água	Açúcar	Café
Avó Ana	1 copos	2 colheres (sopa)	1 colher (sopa)
Irmã	6 copos	12 colheres (sopa)	6 colheres (sopa)

(Fonte: Elaborado pela equipe de Uberaba)

Se a irmã fez a receita da avó Marica, então a quantidade dos ingredientes deveria ser multiplicada por 3, ficando:

Tabela 21: Sugestão resposta usando tabela para a receita avó Marica

	Água	Açúcar	Café
Avó Marica	2 copos	3 colheres (sopa)	2 colher (sopa)
Irmã	6 copos	9 colheres (sopa)	6 colheres (sopa)

(Fonte: Elaborado pela equipe de Uberaba)

Conclui-se que a receita é da avó Marica.

Outra forma de pensar seria o aluno perceber que a quantidade de pó de café é a mesma nas duas receitas, ou seja, 1 colher (sopa) de pó de café para cada copo de água. Então, basta comparar a quantidade de açúcar.

Na receita feita pela irmã, temos 9 colheres de açúcar para 6 copos de água, isso é o mesmo que 1,5 colher de açúcar para cada copo de água, sendo o mesmo que 3 colheres de açúcar para 2 copos de água, ou seja, a receita feita pela irmã é a mesma da avó Marica. Quanto ao questionamento sobre o sabor dos cafés, o objetivo é fazer com que o aluno perceba o fato de o café feito pela avó Ana ter uma maior quantidade de açúcar, então será mais doce.”

As próximas atividades, denominadas “Indo Adiante”, devem ser realizadas como tarefa de casa pelos discentes. O objetivo destas atividades é fixar os conhecimentos adquiridos nas atividades anteriores e fazer com que discente perceba que, em uma das aplicações o dinheiro aplicado é o quádruplo do outro, portanto seria mais justo se, no mesmo período, o rendimento desse capital fosse maior. É provável que alguns discentes digam que o rendimento é igual pois o “prêmio” recebido é o mesmo nas duas aplicações. O docente pode sugerir aos discentes que eles façam a razão entre o rendimento e o capital aplicado e utilizem frações equivalente. Assim, por meio da comparação, poderão tomar a decisão correta. Em seguida, apresenta-se a atividade.

“Indo Adiante 1

Pedroca vendeu sua bicicleta e aplicou R\$ 500,00 na aplicação I e R\$100,00 na aplicação II. Depois de 60 dias, verificou que o saldo da aplicação I era de R\$ 510,00 e que o saldo da aplicação II era de R\$ 110,00. Qual das duas aplicações teve maior rentabilidade?”

As orientações dadas ao professor são descritas a seguir.

“Orientações: Professor, talvez à primeira vista o aluno responderá que o rendimento foi o mesmo. Nesse momento, deve-se levantar uma discussão em sala de aula. Você poderá propor que façam figuras ou que usem frações equivalentes.

Resposta:

A quantidade 10 em 500 representa uma parte menor do que 10 em 100 que é equivalente a 50 em 500, ou seja, $10/500 < 10/100 = 50/500$, isto indica que a rentabilidade na aplicação 2 foi maior.”

O objetivo principal da próxima atividade é fazer com que o discente consiga comparar o número de arremessos feitos por cada jogador ao número de acertos. O discente poderá montar uma tabela e por meio da divisão e decidir qual dos dois jogadores foi mais preciso no jogo, comparando número de arremessos e número de acertos. Ao invés de usar o termo razão, o docente pode sugerir tal estratégia para a turma no momento da correção. A atividade é apresentada a seguir.

“Indo Adiante 2

Em um jogo de basquete, Gustavo fez 30 arremessos e acertou 24, enquanto Alex fez 40 arremessos e acertou 20. Agora, discuta com seus colegas e com seu professor e decida qual deles, Gustavo ou Alex, teve o melhor desempenho na partida de basquete. Justifique sua resposta.”

Em seguida, apresentam-se as orientações dadas ao professor.

“Orientações: Professor, não é necessário, nesse momento, escrever a razão entre o número de arremessos e o número de acertos dos dois jogadores. O essencial aqui é

que o aluno entenda como fazer a comparação entre esses valores. Deixe a turma discutir e oriente os alunos a tomarem valores menores, tais como 30 para 24 é a mesma comparação de 15 para 12 e assim por diante.

Resposta: Gustavo acertou 4 arremessos a cada 5 e Alex acertou 4 arremessos a cada 8. Logo, Gustavo teve um melhor desempenho.”

Na próxima atividade, o discente poderá utilizar o mesmo recurso da atividade anterior. Espera-se de que o discente seja capaz de determinar o número de gols por partida, já que 15 divide 30, 20 divide 40 e 5 divide 15. Em seguida, apresenta-se a atividade.

“Indo Adiante 3

Em um torneio de futebol, Bruno fez 15 gols em 30 partidas disputadas. Carlito fez 20 gols em 40 partidas e Daniel fez 5 gols em 15.

- a) Comparando a atuação de Carlito e Daniel, qual atleta você considera mais eficiente?
- b) E entre Bruno e Carlito, qual atleta foi o mais eficiente?
- c) Usando os resultados encontrados nos itens “a” e “b”, compare o desempenho entre Daniel e Bruno.
- d) E se você fosse comparar Pelezinho (disputou 48 partidas e marcou 30 gols) com os amiguinhos Bruno, Carlito e Daniel? Pelezinho foi mais eficiente que algum dos outros?”

As orientações dadas ao professor são descritas a seguir.

“Orientações: *Espera-se que os alunos consigam fazer a relação entre o número de gols marcados por partida, associando que Bruno fez 1 gol a cada duas partidas disputadas, Carlito fez 1 gol a cada duas partidas disputadas e Daniel fez 1 gol a cada 3 partidas.*

Resposta:

- a) Carlito foi mais eficiente que Daniel, pois Carlito marcou 1 gol a cada 2 jogos, enquanto que Daniel marcou 1 gol a cada 3 jogos.
- b) Bruno e Carlito tiveram o mesmo desempenho, pois eles marcaram 1 gol a cada duas partidas disputadas.
- c) A ideia é que o aluno associe, por transitividade, que se Carlito é mais eficiente que Daniel (item a), e que Bruno e Carlito tiveram o mesmo desempenho (item b), então Bruno é mais eficiente que Daniel.
- d) Pelezinho será o mais eficiente. Nesse item, como ainda não estamos falando em razão, o aluno deve chegar a essa resposta por percepção das comparações. Ele deve verificar que Pelezinho foi o único a marcar mais gols do que a metade das partidas disputadas.”

As duas próximas atividades apresentam uma situação muito comum em um supermercado, onde o mesmo produto é vendido em embalagens com capacidades diferentes e o preço não é proporcional à quantidade comprada. O docente deve orientar os discentes quanto à economia da indústria em relação às embalagens e qual das situações será mais vantajosa, ou outros fatores relativos a esta situação. Nestas atividades, o discente poderá utilizar qualquer uma das quatro operações para definir qual embalagem seria mais econômica para o consumidor. O objetivo é que o discente consiga a mesma quantidade do produto nas duas embalagens e compare o valor pago por essa quantidade. Em seguida, temos as atividades.

“Indo Adiante 4

Um suco é vendido por R\$ 0,90, em embalagens de 250 ml, e por R\$ 3,40, em garrafas de 1 litro. Qual das duas embalagens é mais econômica para o consumidor?”

As orientações dadas ao professor são descritas a seguir.

“Orientações: Professor, é importante que os alunos expliquem o seu raciocínio para os colegas. Eles poderão comparar usando a adição e a subtração, usando a multiplicação ou até mesmo a divisão. Esse caso é bem comum nos supermercados. É importante também levantar a questão de por que isto ocorre, mencionando a economia da fábrica em relação às embalagens.

Proponha aos alunos fazerem uma pesquisa de preços no supermercado, fotografarem ou anotarem situações em que ocorre esta situação (de desconto por comprar uma quantidade maior) e as em que isso não ocorre. É muito importante que eles estejam consciente desse fato.

Resolução:

Para ter 1 litro de suco, deve-se comprar 4 embalagens de 250 ml, o que custará $4 \times R\$ 0,90 = R\$ 3,60$. Então, sairá mais barato se comprar um litro por R\$3,40.

Outro solução seria considerar a equivalência 1 litro igual a 1000 ml. Assim, para se ter um litro, deverá fazer $250 \text{ ml} + 250 \text{ ml} + 250 \text{ ml} + 250 \text{ ml} = 1000 \text{ ml}$ isto custará $R\$0,90 + R\$0,90 + R\$0,90 + R\$0,90 = R\$3,60 > R\$ 3,40$.

Em algumas situações, pode-se calcular o preço de cada ml. Aqui isto não é conveniente, pois seria mais trabalhoso fazer $0,90 : 250 = 0,0036$ cada ml na embalagem de 250 ml. $R\$3,40 : 1000 = 0,0034$ cada ml na embalagem de um litro. Como $0,0034 < 0,0036$, então o suco na embalagem de 1 litro é mais econômica.”

“Indo Adiante 5

Uma lata de achocolatado em pó, pesando 400 g, custa R\$ 5,29. O mesmo achocolatado, pesando 200 g, custa R\$ 3,10. Qual das duas opções é a mais econômica?”

Em seguida, apresentam-se as orientações dadas ao professor.

“Orientações: Caro professor, nesta atividade, espera-se que os alunos percebam que as grandezas "quantidade" e "preço" do achocolatado não são proporcionais.

Esta atividade tem como objetivo mostrar que, em determinadas situações do cotidiano, muitas grandezas não apresentam proporcionalidade.

Resposta: Espera-se que os alunos percebam que 400 g é o dobro de 200 g. Logo, ao dobrarem o preço da lata de 200 g, irão obter R\$ 6,20, o que mostra que a lata de 400 g é mais vantajosa.

Outra opção é obter a metade de R\$ 5,29 que é R\$ 2,645, ou seja, mais vantajoso que pagar 3,10 pela lata com os mesmos 200 g.”

As atividades denominadas “Mão na Massa” têm como objetivo principal trabalhar a Matemática através de experiências concretas, utilizando recursos tecnológicos ou materiais concretos. Neste trabalho, apresentam-se duas questões com essas características. Espera-se que, com elas, as aulas ganhem uma dinâmica bem mais interessante que a de uma aula expositiva.

Na primeira atividade, pretende-se ajudar o discente a compreender melhor a atividade do pescador apresentada no segundo capítulo, pois o discente irá trabalhar com fotografias em perspectiva. Nesta atividade, os discentes utilizaram a câmera do tablet para tirarem fotos de um mesmo objeto, variando a distância. Apresentaremos a seguir a atividade.

“Mão na Massa 1

Nessa atividade, vamos conhecer os diferentes tamanhos dos objetos através de fotografias.

A atividade será realizada em grupos de 4 alunos. Assim, procure os colegas e forme o seu grupo.

Escolhido o grupo, vamos por a mão na massa. Agora é só seguir estes passos:

1º - As fotos serão tiradas com o tablet.

2º - O grupo escolhe um objeto para tirar foto, pode ser um livro, um caderno, uma mochila ou outro objeto que desejar.

3º - O grupo escolhe que aluno vai tirar as fotos, ou seja, quem será o fotógrafo.

4º - Agora vamos nos organizar, o objeto escolhido ficará fixo em cima da mesa. Em seguida, o grupo fará 3 marcações no chão, partindo da mesa, sempre em linha reta. Contam-se 3 passos e se faz uma marcação no chão; contam-se novamente 3 passos e se

faz outra marcação; mais 3 passos e outra marcação. Os passos serão contados sempre a partir da última marcação, sempre em linha reta com o objeto.

5º - O fotógrafo será auxiliado pelos demais colegas do grupo. Começando pela primeira marcação, o fotógrafo coloca os braços em uma posição confortável pois não poderá mudar essa posição. Com o tablet preparado fotografar, basta clicar para tirar a primeira foto.

6º - Procurando não tirar o tablet da posição, basta o grupo ajuda o fotógrafo a dar os 3 passos e chegar à segunda marcação. Estando na posição, é só clicar e tirar a segunda foto.

7º - O grupo ajuda o fotógrafo a chegar à terceira marcação e o fotógrafo tira a foto.

8º - Tiradas as três fotos, o grupo escolhe outro aluno para ser fotógrafo e repete todas as etapas, lembrando que cada aluno tira as fotos com o seu tablet.

Pronto, agora veja como ficaram as fotos de cada colega e responda:

1ª – Compare a segunda foto com a primeira. O que aconteceu com o tamanho do objeto?

2ª – Compare agora a terceira foto com a primeira, O que aconteceu com o tamanho do objeto?

3ª – Discuta com os colegas do grupo o porquê de a imagem diminuir e aumentar.”

As orientações dadas ao professor são descritas a seguir.

“Orientações: Professor, o objetivo dessa Mão na Massa é mostrar para o aluno que ele visualiza o objeto em tamanho maior ou menor dependendo da distância que estiver dele. Quanto mais perto o fotógrafo estiver do objeto, maior será o seu tamanho na foto e, quanto mais longe estiver do objeto, menor será o seu tamanho na foto.

Se for complicado realizar o Mão na Massa em sala de aula, sugerimos que e realize na quadra de esportes da escola ou no pátio. Combine com seus alunos e bom trabalho.”

A segunda atividade “Mão na Massa” trabalha com a ideia de proporcionalidade de uma forma lúdica, conduzindo a aprendizagem do discente por meio da experimentação. Utilizando-se de palitos de fósforo, o discente irá construir uma

ampliação da casa original. Esta atividade é uma práxis das outras atividades deste trabalho que também utilizaram a ideia da ampliação ou redução. Em seguida, apresentamos a atividade.

“Mão na Massa 2

Maria e Ana estão brincando de fazer figuras com palitos de fósforo. Ana faz o desenho de uma casa com uma janelinha, assim como se vê nesta figura.

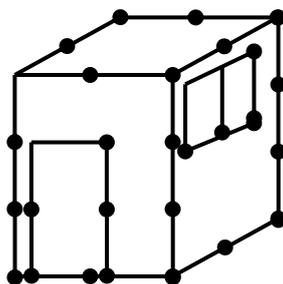


Figura 25: Sugestão de imagem feita de palitos

(Fonte: Elaborado pela equipe de Uberaba)

Maria quer fazer uma casa semelhante à de Ana, porém duas vezes mais alta, duas vezes mais larga e duas vezes mais comprida. Tente construir a casa que Maria deseja.

Como você vai construir essa casa?”

As orientações dadas ao professor são descritas a seguir.

“Orientações: O objetivo desta atividade é que o aluno trabalhe com razão e proporção de forma intuitiva, sem ter total conhecimento sobre o tema. A construção da figura será feita de forma lógica.

A ideia é que o aluno pense que, para fazer uma casa com o dobro da altura, o dobro da largura e o dobro do comprimento, precisa, para cada palito de fósforo da casa de Ana, colocar 2 palitos na casa de Maria. Neste caso, temos a razão 2:1 entre os palitos de fósforo de cada casa.”

As atividades apresentadas permeiam por situações do cotidiano do discente, para que ele possa se interessar pelo assunto e perceber o quanto a Matemática faz parte de sua vida, estando presente nas situações mais corriqueiras. Nestas atividades, o docente ainda não formalizou o conceito de razão e proporção para os alunos, já que a meta é que eles possam apropriar-se da ideia de razão e proporção por meio do desenvolvimento de cada atividade.

Espera-se que, aos poucos, os alunos assimilem o conceito de razão e proporção por meio de uma metodologia de ensino-aprendizagem colaborativa, construtivista e contextualizada. A formalização dos conceitos também será tratado no projeto do MatDigital, mas será desenvolvido em outro momento e não será abordado neste trabalho.

4 ANÁLISE DAS ATIVIDADES ELABORADAS

Nesta seção, serão apresentados os resultados da aplicação do questionário aos professores de um Centro Particular de Ensino Fundamental e Médio, localizado na cidade de Uberaba-MG, com 60 anos de existência, e que oferta todos os cursos da Educação Básica, do Maternal ao Ensino Médio, a cerca de 2.800 discentes.

4.1 O QUESTIONÁRIO

O questionário está dividido em três partes. A primeira delas trata da identificação do professor. A segunda aborda as atividades do capítulo e seus objetivos e a terceira trata das orientações para o Caderno do Professor.

O intuito é analisar a avaliação das atividades sobre razões como comparações para o 7^o Ano do Ensino Fundamental. O questionário é composto por questões dissertativas e de múltipla escolha, conforme anexo deste trabalho.

4.2 PARTICIPANTES

Participaram deste estudo professores com experiência nos Ensinos Fundamental e Médio do Centro Particular de Ensino Fundamental e Médio. Todos os professores participantes da pesquisa, além de lecionarem para turmas dos Ensinos Fundamental e Médio, também são produtores de Material Didático do Sistema de Ensino CNEC (Campanha Nacional das Escolas da Comunidade).

O questionário, as atividades e as orientações foram entregues a 14 professores de Matemática do Centro Particular de Ensino Fundamental e Médio, e todos tiveram um prazo de, aproximadamente, três semanas para avaliarem as atividades, as orientações ao professor e responderem ao questionário. Após esse prazo, 9 dentre os 14 professores devolveram o questionário respondido.

O tempo médio em que os profissionais trabalham na Educação Básica é de, aproximadamente, 14,5 anos; o tempo de experiência desses profissionais no Ensino Básico varia de 3 a 40 anos, o que mostra que a maior parte dos professores participantes da pesquisa possui uma vasta experiência no Ensino Básico. O corpo docente é composto por professores que trabalham apenas na rede privada de ensino e outros que também trabalham na rede pública de ensino. Dos 9 professores que

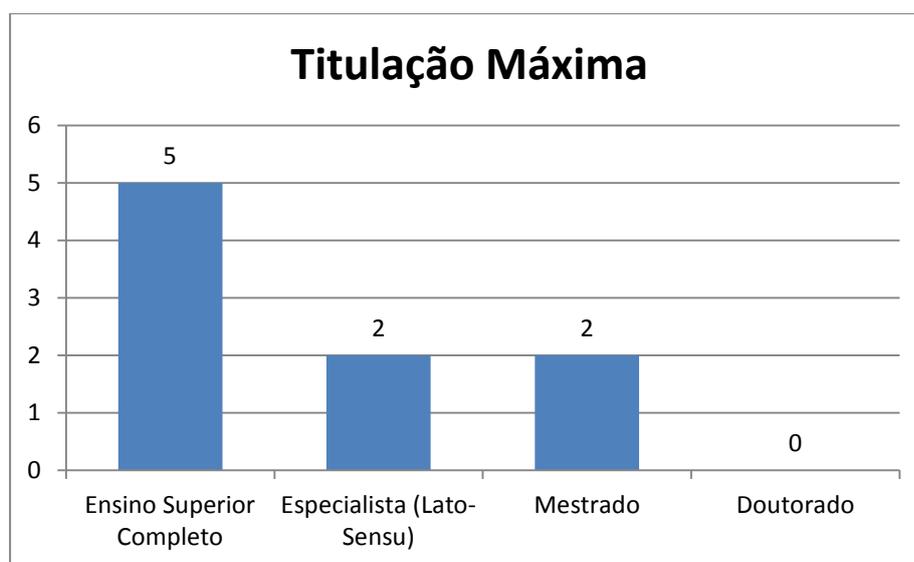
responderam o questionário, 5 estudaram em instituição pública e 4 em instituição privada.

4.3 RESPOSTAS DO QUESTIONÁRIO

Nessa seção, apresenta-se uma análise dos questionários recebidos a partir do item “Titulação”. Ao final da análise dos resultados será apresentada uma síntese de cada pergunta do questionário com a resposta de cada professor participante da pesquisa.

Em relação à titulação, o corpo docente é composto por 5 professores que possuem o ensino superior completo, 2 especialistas e 2 mestres. Não há nenhum professor com doutorado, como podemos analisar este gráfico:

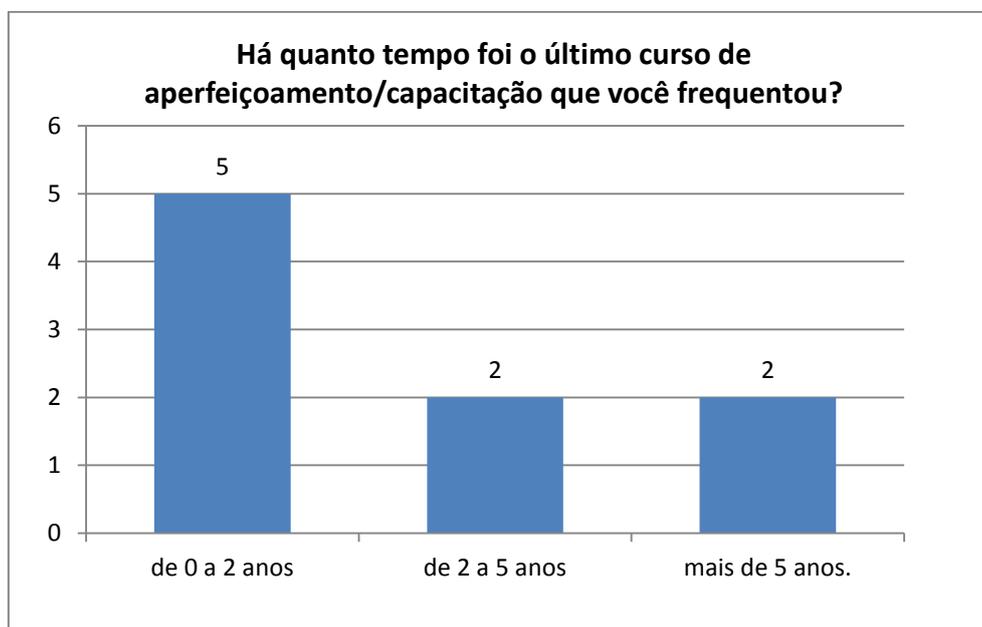
Gráfico 2: Titulação



(Fonte: Elaborado pelo autor)

A maioria dos professores frequentou algum curso de aperfeiçoamento ou capacitação há pelo menos 2 anos. Em outras palavras, a maioria deles busca atualização ou algum aperfeiçoamento.

Gráfico 3: Curso de aperfeiçoamento/capacitação

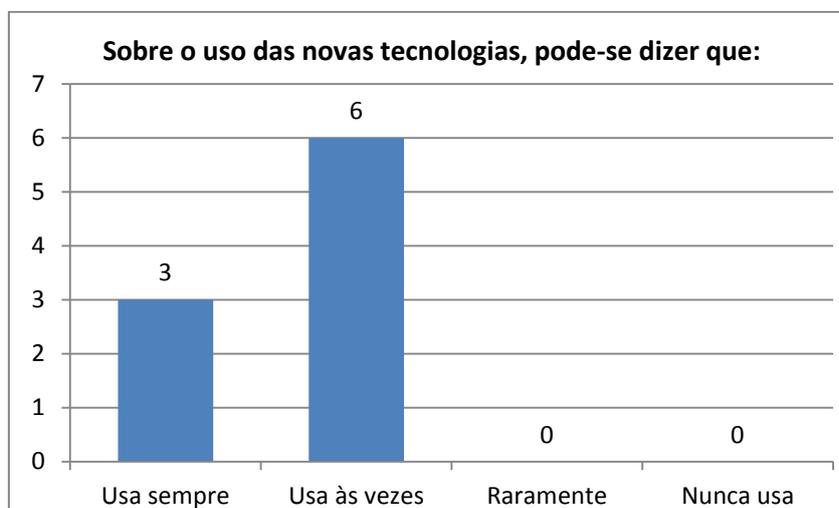


(Fonte: Elaborado pelo autor)

Sobre o uso de novas tecnologias, como se trata de um colégio da rede privada de ensino, a escola possui, disponíveis, muitos recursos tecnológicos, como projetor em todas as salas de aula, quatro laboratórios interativos denominados Laboratório Interdisciplinar de Virtualização da Aprendizagem (LIVA), equipados com *softwares educacionais*. Portanto, todos os professores disseram que utilizam novas tecnologias, sempre ou às vezes, já que são preparados e incentivados para utilizarem tal tecnologia nas turmas em que lecionam. Dado esse perfil dos avaliados, acredita-se que todos estão dispostos a tentar novas ideias ou métodos de ensino, o que pode ser favorável aos questionamentos sobre as atividades e seus objetivos.

Sobre as dificuldades que consideram recorrentes pelos alunos no estudo das razões e proporções, os professores relataram que relacionar o conteúdo abordado ao cotidiano é uma dificuldade que muitos apresentam. As atividades apresentadas neste trabalho têm como prioridade serem atividades aplicadas ao cotidiano dos discentes o que, certamente, facilita o aprendizado e desperta o interesse deles.

Gráfico 4: Uso das tecnologias



(Fonte: Elaborado pelo autor)

Os professores disseram, também, que os alunos apresentam dificuldade em interpretar e identificar as grandezas envolvidas, na comparação de medidas em unidades diferentes, como, por exemplo, metros e centímetros. Nas séries anteriores, os alunos já trabalharam com atividades que envolveram transformação de unidades e, na série em questão, eles precisam resolver atividades que utilizam escalas e é neste ponto que se encontra a dificuldade evidente. Neste trabalho, as atividades apresentadas não têm o objetivo de utilizar comparação de medidas em unidades diferentes, já que os discentes, neste momento, ainda não têm a maturidade necessária para operar com estas transformações, algo que poderá ser desenvolvido nas séries do Ensino Médio por meio da disciplina de Física.

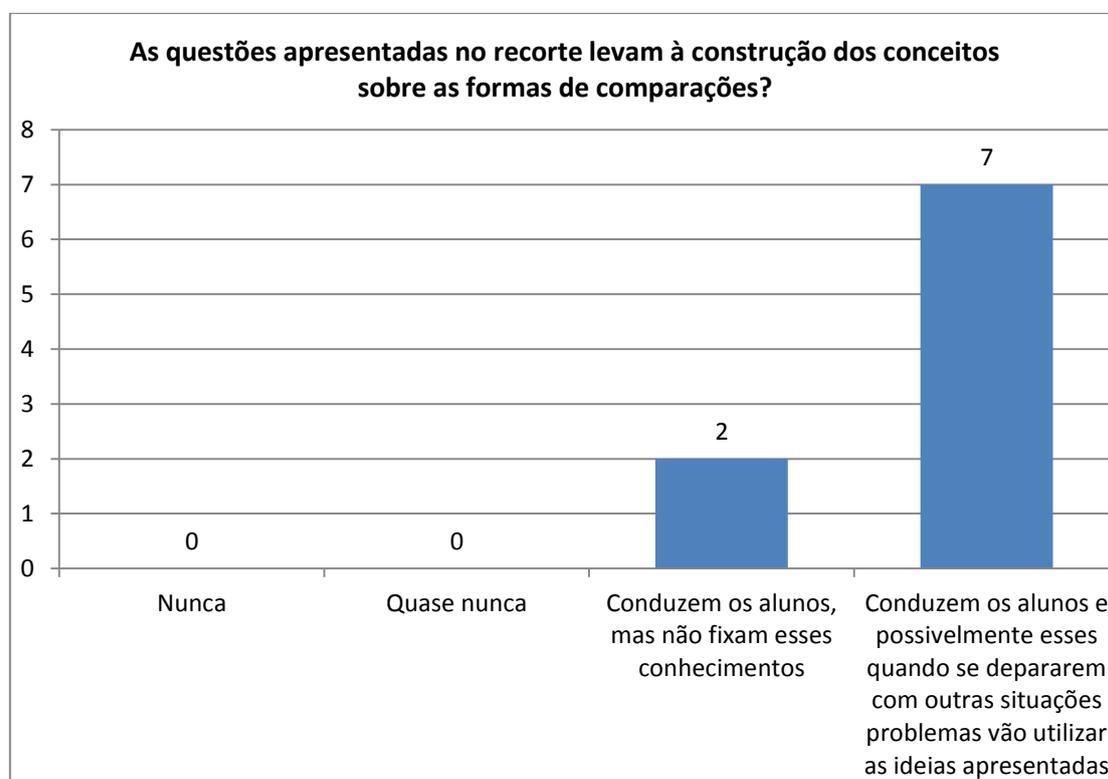
Os docentes também citaram que os discentes fazem confusão entre o uso da propriedade fundamental das proporções e a multiplicação de frações. Também têm dificuldade em utilizar razão como comparação. Apresentar a razão por meio de uma comparação entre grandezas é um dos focos principais deste trabalho, já que esta dificuldade é recorrente para muitos discentes no desenvolvimento do conceito sobre razão.

Para 7 professores, as atividades conduzem os alunos à construção dos conteúdos sobre as formas de comparações quando eles se depararam com outras

situações-problema. As atividades deste trabalho têm como foco principal possibilitar que o discente possa, gradativamente, desenvolver o conceito de razão por meio da problematização e da contextualização com o cotidiano do discente.

Para 2 professores, as atividades conduzem os alunos, mas não fixam esses conhecimentos. Cabe mencionar que as atividades apresentadas não têm o objetivo de fixar o conhecimento, pois não é trabalhada a formalização do conceito sobre razão, já que é feita apenas uma abordagem inicial sobre o assunto por meio da contextualização. Nenhum professor respondeu nunca ou quase nunca, como podemos verificar neste gráfico.

Gráfico 5: Construção dos conceitos



(Fonte: Elaborado pelo autor)

Os professores foram questionados quanto ao método utilizado nas atividades, em que se introduz o assunto sobre razões por comparações que sejam comuns para a maioria dos alunos para que possam construir o conceito de razão, ou seja, não se define razão.

Como o corpo docente que participou da pesquisa é constituído de muito professores com mais de 10 anos de experiência na Educação Básica e na produção de material didático, 6 professores defendem a apresentação das definições e propriedades antes de abordar as atividades, além de atividades abstratas, sem a prévia contextualização e atividades repetitivas para fixar o conhecimento. Os professores mais jovens são mais suscetíveis às mudanças e ao método proposto pelas atividades.

Mesmo assim, muitos concordam que apresentar os conceitos por meio das atividades seja a melhor forma de fixar o conhecimento, principalmente se a atividade for contextualizada, para que os discentes possam comparar com situações do cotidiano.

Em seguida, apresentam-se as respostas de dois professores que participaram da pesquisa. O primeiro possui dezesseis anos de experiência no Ensino Básico da rede pública e privada e o segundo possui três anos de experiência no ensino básico da rede privada.

“Com certeza. Sempre partindo de uma situação do cotidiano do aluno, podemos explorar a Matemática neste contexto e extrapolar para a generalização.”

“Sim. É possível perceber o estímulo ao desenvolvimento de autonomia intelectual no aluno, no processo de construção do conhecimento, presente na estrutura do material apresentado.”

Quando questionados sobre qual a melhor forma de introduzir esse tema aos alunos do Ensino Fundamental, a maioria dos professores afirmou que se deve introduzir os conceitos de razão e proporção através de situações do cotidiano do discente. Também afirmaram que a forma apresentada nas atividades é a melhor. A seguir, apresenta-se a resposta de um professor que participou da pesquisa:

“A abordagem adotada é muito apropriada e é uma das melhores, pois contempla a geometria e temas do cotidiano dos alunos.”

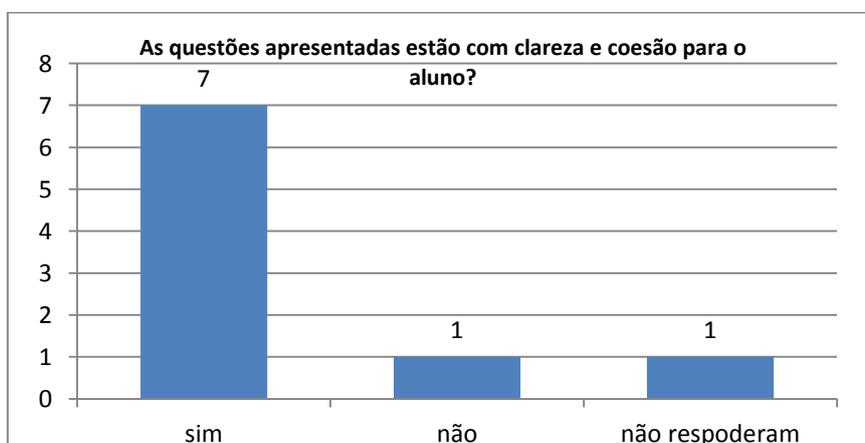
Quando questionados sobre outras formas de introduzir o assunto sobre razões e proporções, os professores citaram o uso de escalas, de homotetia, a aplicação direta do quociente entre grandezas, tabelas, jogos, o contraste entre grandezas proporcionais e não proporcionais. Mas a maioria dos professores disse que ainda usa a forma tradicional.

O objetivo deste trabalho é possibilitar que os docentes introduzam o assunto sobre razões por meio da comparação entre grandezas dando ênfase para a contextualização, e as atividades apresentadas trazem várias maneiras de introduzir o assunto sobre razões. Acredita-se que as atividades permeiam por vários níveis de dificuldade, passando por atividades que envolvem grandezas diretamente e inversamente proporcionais e grandezas não proporcionais. Não se usa na sugestão de resposta o formalismo, mas se o docente achar conveniente para os discentes ele terá a liberdade de formalizar os conceitos.

Embora todos tenham gostado das atividades, há uma resistência em tentar modificar o modo de ensino, pois o docente é forçado a mudar a aula tradicional e assim ele sai da sua “zona de conforto”. Muitos professores preferem aplicar, possivelmente “por inércia”, o modelo “tradicional” de ensino. Cabe mencionar que, embora a grande maioria se sinta confortável em usar novas tecnologias para ensino da Matemática, eles não são receptivos a novos métodos de ensino. Ou seja, as tecnologias são usadas apenas como um novo meio de transmitir a informação e não como um novo método de ensino.

Quanto questionados se as atividades estão expostas com clareza e coesão para o discente, 7 professores responderam sim, 1 professor disse que as atividades não estão claras e outro não respondeu a esta questão, pois disse que nem todas as questões apresentam clareza e coesão, afirmando que, no questionário, faltou uma opção de resposta com os dizeres “Nem todas apresentam”. Observe o gráfico:

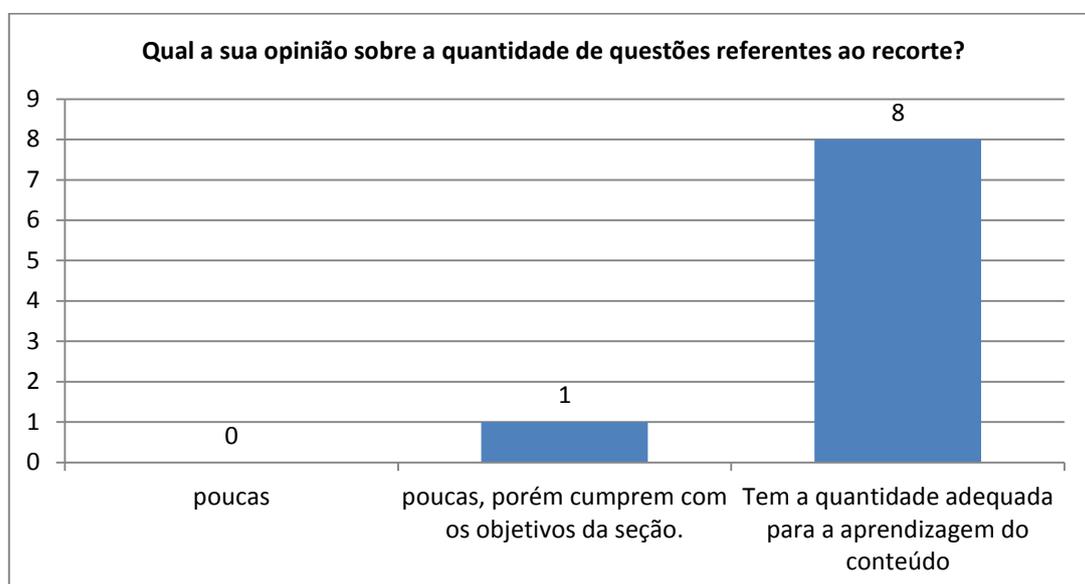
Gráfico 6: Clareza e coesão



(Fonte: Elaborado pelo autor)

Para a maioria dos professores o recorte tem a quantidade de questões adequada para a aprendizagem do conteúdo. Conclui-se que as atividades apresentadas neste trabalho introduzem o assunto razão e proporção por meio da problematização e contextualização sem a formalização tão comum nos materiais didáticos. Nenhum professor afirmou que são poucas atividades. As atividades apresentadas neste trabalho apresentam métodos de comparação entre razões por meio das quatro operações, sempre utilizando a contextualização, evitando o excesso de atividades com métodos repetitivos. Pretende-se, com essas atividades, dar subsídio para o docente introduzir o assunto sobre razões, motivando os discentes ao aprendizado desse conceito.

Gráfico 7: Número de questões



(Fonte: Elaborado pelo autor)

Os participantes também foram questionados sobre as atividades que exigem uma participação mais ativa dos alunos em sala de aula, como as atividades denominadas Mão na Massa. Existe uma preocupação por parte dos professores na condução das atividades práticas em sala de aula, já que o professor deve saber como conduzir os discentes para a realização das atividades e não perder o objetivo principal da atividade.

Mesmo demonstrando preocupação na realização das atividades, todos os professores disseram que elas são importantes para a interação da turma, proporcionando mais prazer e saindo do método tradicional. Em seguida, apresenta-se

uma resposta que traduz o que a maioria dos professores participantes da pesquisa disseram:

“São atividades pertinentes, visto que o aluno deve ser o protagonista na construção do seu conhecimento, interagindo com os demais colegas, propondo e argumentando sobre possíveis soluções para a atividade.”

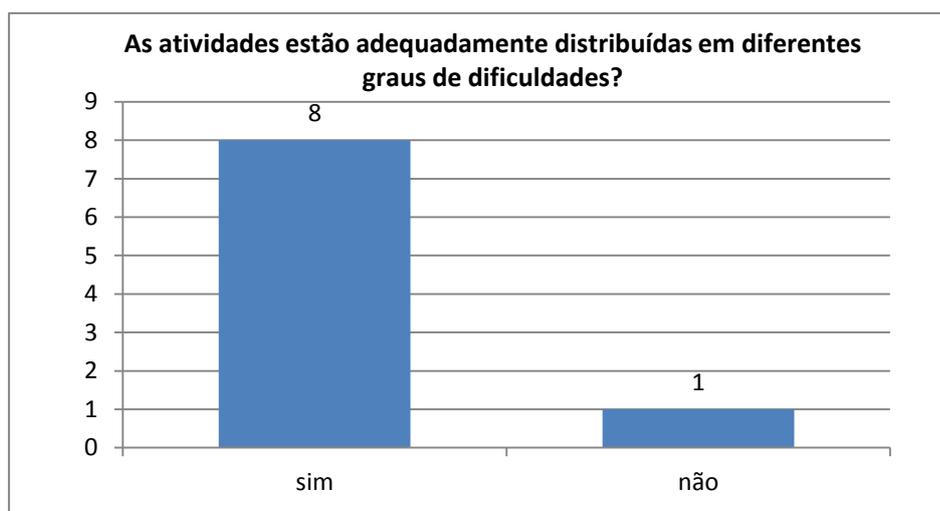
Com isso, podemos concluir que os professores concordam que a atividade auxilia na construção do conhecimento dos alunos e na contextualização dos conceitos. A preocupação levantada pelo professor é normal e não desqualifica as atividades propostas. As atividades do Mão na Massa são propostas para gerar um ambiente diferente do padrão (aula expositiva no quadro). Geralmente, essas atividades têm o objetivo de diferenciar as aulas gerando um novo ambiente de ensino e, com isso, ajudam a fixar os conceitos junto à nova atividade.

Os professores também foram questionados se as atividades propõem a construção do conhecimento a partir do conhecimento prévio dos discentes. Nesta questão, muitos concordam que as atividades propõem a construção do conhecimento a partir das noções que os discentes já possuem, pois, em muitas atividades, o discente é levado a tirar suas próprias conclusões e isso apresenta uma etapa fundamental na abordagem de conteúdos por meio da resolução de problemas. Outros professores disseram que, ao desenvolverem as atividades, os discentes vão se apropriando de conceitos sobre comparações gradativamente até construir o conceito de razão.

Os mais tradicionais disseram que, se o conteúdo ficar solto, apenas trabalhado por atividades, grande parte dos discentes não conseguirão abstrair e fechar as ideias. Mas as atividades deste trabalho são apenas introdutórias, em uma próxima etapa do projeto o conceito será formalizado, resgatando algumas atividades e ideias geradas por elas.

Em relação à distribuição das atividades em diferentes graus de dificuldade, observa-se que a maioria dos professores disseram que as atividades estão adequadamente distribuídas em graus de dificuldade.

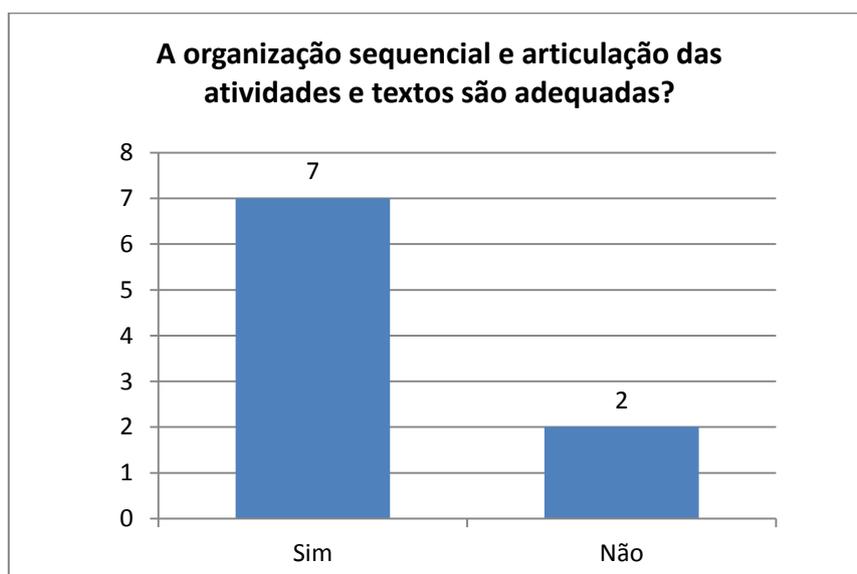
Gráfico 8: Graus de dificuldade



(Fonte: Elaborado pelo autor)

Para 7 professores, a organização e a articulação das atividades e dos textos são adequadas. Observe o gráfico:

Gráfico 9: Organização sequencial das atividades



(Fonte: Elaborado pelo autor)

Todos os professores disseram que as atividades exigem habilidades cognitivas compatíveis com a etapa de seu desenvolvimento, e que exigem conteúdos matemáticos compatíveis para a etapa de desenvolvimento do discente, que cumprem os objetivos de introduzir os conceitos de razões e proporções. Alguns professores sugeriram que, em algumas atividades, há a necessidade de haver figuras que simplifiquem ou facilitem a execução. Já em outras, há a necessidade de inserir comandos que façam as devidas “ligações” entre os elementos da atividade e a possível solução. Estas são propostas para a sequência do projeto do MatDigital, em que as equipes retomarão as atividades e farão a formalização necessária em cada etapa.

Também foi observado que as atividades só podem atingir o objetivo se o professor aplicador tiver a habilidade e o conhecimento necessários para conduzir as atividades. O que mostra a importância da atualização e aperfeiçoamento do docente por meio de cursos de capacitação ou de pós-graduação.

Todos os professores afirmaram que as orientações ao professor cumprem com o objetivo de dar suporte para o uso do material em sala de aula. Estas orientações têm como objetivo auxiliar o docente no seu trabalho e podem reduzir consideravelmente as dificuldades apresentadas na aplicação do material.

Ao analisarem as orientações ao professor, a maioria dos participantes da pesquisa disseram que elas são de fundamental importância, visto que norteiam a abordagem que deve ser trabalhada em cada atividade e que, em alguns casos, apresentam várias opções de resolução, além de mostrarem a intenção do autor que elaborou a atividade.

Em seguida, apresenta-se um resumo geral das questões que compõe o questionário. Como os professores não serão identificados, a representação será feita pelo símbolo P(número). Por exemplo, **P1** significa Professor número 1.

IDENTIFICAÇÃO DO PROFESSOR

1) A quantos anos trabalha na educação básica?

P1	13 anos
P2	25 anos
P3	03 anos
P4	18 anos
P5	04 anos
P6	40 anos
P7	10 anos
P8	03 anos
P9	16 anos

2) Sexo

P1	F
P2	M
P3	F
P4	M
P5	M
P6	F
P7	M
P8	M
P9	M

3) Titulação Máxima

P1	Especialista
P2	Ensino Superior Completo
P3	Ensino Superior Completo
P4	Ensino Superior Completo
P5	Ensino Superior Completo
P6	Especialista

P7	Mestrado
P8	Ensino Superior Completo
P9	Mestrado

4) Há quanto tempo foi o último curso de aperfeiçoamento/capacitação que você frequentou?

P1	De 0 a 2 anos
P2	Mais de 5 anos
P3	De 2 a 5 anos
P4	De 0 a 2 anos
P5	De 0 a 2 anos
P6	Mais de 5 anos
P7	De 2 a 5 anos
P8	De 0 a 2 anos
P9	De 0 a 2 anos

5) Sobre o uso das novas tecnologias, pode-se dizer que:

P1	Usa às vezes
P2	Usa às vezes
P3	Usa sempre
P4	Usa às vezes
P5	Usa às vezes
P6	Usa às vezes
P7	Usa às vezes
P8	Usa sempre
P9	Usa sempre

SOBRE AS ATIVIDADES APRESENTADAS

6) Cite as dificuldades, que considere recorrentes, pelos alunos no estudo das razões e proporções.

P1	Confusão entre o uso da propriedade fundamental das proporções e a multiplicação de frações.
P2	Comparar medidas com unidades diferentes (m e cm por exemplo).
P3	Trabalhar com grandezas abstratas.
P4	Identificar uma mesma razão em situações diferentes.
P5	Relacionar o conteúdo abordado com o cotidiano. Dificuldade em interpretar a matemática elementar.
P6	Dificuldade na interpretação e relacionar as grandezas envolvidas.
P7	Tentar relacionar a matéria com o cotidiano.
P8	Resolver problemas, interpretar situações problemas, operações como a divisão.
P9	Identificar uma razão como uma comparação.

7) As questões apresentadas no recorte levam a construção dos conceitos sobre as formas de comparações?

P1	Conduzem os alunos, mas não fixam esses conhecimentos.
P2	Conduzem os alunos e possivelmente esses quando se depararem com outras situações problemas vão utilizar as ideias apresentadas.
P3	Conduzem os alunos e possivelmente esses quando se depararem com outras situações problemas vão utilizar as ideias apresentadas.
P4	Conduzem os alunos e possivelmente esses quando se depararem com outras situações problemas vão utilizar as ideias apresentadas.
P5	Conduzem os alunos e possivelmente esses quando se depararem com outras situações problemas vão utilizar as ideias apresentadas.
P6	Conduzem os alunos, mas não fixam esses conhecimentos.
P7	Conduzem os alunos e possivelmente esses quando se depararem com outras situações problemas vão utilizar as ideias apresentadas.
P8	Conduzem os alunos e possivelmente esses quando se depararem com outras situações problemas vão utilizar as ideias apresentadas.
P9	Conduzem os alunos e possivelmente esses quando se depararem com outras situações problemas vão utilizar as ideias apresentadas.

8) No livro texto, tratamos as razões e proporções como uma forma de comparação entre duas grandezas, listamos as formas de comparações e a medida que avançamos no texto, vamos introduzindo as definições e as propriedades. Em sua opinião, lidar com esse tema dessa forma, pode ajudar a melhorar a aprendizagem dos alunos?

P1	Como tive acesso apenas às atividades e não ao texto completo, acho difícil avaliar como o aluno pode estar aprendendo. A parte referente às definições e propriedades não foi anexada. As atividades parecem trabalhar os conceitos, mas acredito que a formalização seja necessária e isso não foi possível avaliar.
P2	Sim, mas ao longo do processo as “situações problemas” devem se dividir em “repetições” (problemas parecidos com exemplos) e “inovações”.
P3	Sim, é possível perceber o estímulo ao desenvolvimento de autonomia intelectual no aluno, no processo de construção do conhecimento, presente na estrutura do material apresentado.
P4	Sim, o que precisamos é introduzir a matemática no cotidiano do aluno.
P5	Com certeza. Através da comparação, o aluno poderá resolver situações de seu cotidiano utilizando essa ferramenta apresentada pelo professor.
P6	Devemos encaminhar o aluno para o aprendizado relacionando o nosso cotidiano com a vida na sala de aula.
P7	Sim, tentar trabalhar esse conceito de forma mais lúdica faz com que o aluno relacione a matéria com seu cotidiano melhorando assim sua aprendizagem.
P8	Pode ajudar a melhorar, no entanto, é necessário que as propriedades e definições estejam claras.
P9	Com certeza. Sempre partindo de uma situação do cotidiano do aluno, podemos explorar a matemática neste contexto e extrapolar para a generalização.

9) Qual seria, em sua opinião, a melhor forma de introduzir esse tema com os alunos do 7º ano do ensino fundamental?

P1	Acho importante contrastar situações de proporcionalidade com situações de não proporcionalidade para o aluno perceber diferenças.
P2	A abordagem adotada é muito apropriada e é uma das melhores, pois, contempla a geometria e temas do cotidiano dos alunos.
P3	Apresentando questões que possibilitem a associação do “novo” a alguma experiência já vivenciada por eles, de modo a valorizar o conhecimento que já possuem e estimular o desenvolvimento de novas habilidades.
P4	Não há outra maneira que não seja a comparação entre objetos e grandezas.
P5	Através de imagens.
P6	Relacionar situações problemas do nosso cotidiano.
P7	A mesma que é apresentada no livro texto.
P8	Acredito que a abordagem apresentada no material é uma forma interessante de introduzir esse tema com os alunos do 7º ano. Trabalhando com situações problemas, sendo algumas delas próxima da realidade do aluno.
P9	Retomando os argumentos anteriores, devemos realmente introduzir os conceitos de razão e proporção através de situações do cotidiano do aluno. Desse modo, partindo do conceito de comparação.

10) Você conhece outras formas de introduzir razões e proporções? Cite as.

P1	Introduza o assunto de proporcionalidade contrastando ideias de proporcionalidade com ideias de não proporcionalidade.
P2	O uso de escalas. O uso de homotetia.
P3	Sim. O método tradicional, descritivo, que fornece ao aluno, de forma direta todas as definições acerca do conteúdo fixando-o posteriormente, por meio de exercícios. É uma forma ainda utilizada, mas que demonstra não ser tão eficiente quanto uma abordagem problematizadora.
P4	Conheço, mas não concordo. É a aplicação direta do quociente entre duas grandezas.

P5	Tabelas e jogos.
P6	
P7	A forma “tradicional” onde o professor explica que razão é a divisão entre duas grandezas.
P8	A forma “tradicional”, por meio de definições dos conceitos. Outra forma que conheço para introduzir esse conteúdo é uma atividade sobre razão e proporção áurea, que promove a interação dos alunos durante a atividade.
P9	Existem diversas abordagens clássicas, que inicialmente introduzem o conceito de razão entre números e, posteriormente, trabalham razões específicas, tais como, densidade, escala, velocidade e etc.

Sobre a apresentação da seção:

11) As questões apresentadas nesta seção, estão expostas com clareza e coesão para o aluno?

P1	Não
P2	Sim
P3	Sim
P4	Sim
P5	Sim
P6	Sim
P7	Sim
P8	Algumas questões não apresentaram clareza e coesão.
P9	Sim

12) Qual a sua opinião sobre a quantidade de questões referente ao recorte:

P1	Poucas, porém cumprem com os objetivos da seção.
P2	Tem a quantidade adequada para a aprendizagem do conteúdo.
P3	Tem a quantidade adequada para a aprendizagem do conteúdo.
P4	Tem a quantidade adequada para a aprendizagem do conteúdo.
P5	Tem a quantidade adequada para a aprendizagem do conteúdo.

P6	Tem a quantidade adequada para a aprendizagem do conteúdo.
P7	Tem a quantidade adequada para a aprendizagem do conteúdo.
P8	Tem a quantidade adequada para a aprendizagem do conteúdo.
P9	Tem a quantidade adequada para a aprendizagem do conteúdo.

13) Qual a sua opinião das atividades que solicitam uma participação mais ativa dos alunos em sala de aula, por exemplo, as atividades denominadas “Mão na Massa”?

P1	Interessantes, pois os alunos vão vivenciar situações práticas envolvendo matemática do dia-a-dia.
P2	São boas opções e devem ser mais exploradas.
P3	São atividades que consideram e valorizam o universo do aluno, inclusive as suas relações com o grupo. Portanto, representam uma ruptura da resistência que boa parte da turma apresenta em relação ao conteúdo trabalhado.
P4	Tenho uma preocupação em relação à disciplina, se o professor for capaz de manter a ordem, são ótimas.
P5	Através da interação do aluno, este se torna mais motivado a aprender e ensinar o conteúdo, proporcionando a atividade prazerosa.
P6	
P7	É importante, já que os alunos podem sair do “mesmo” do dia-a-dia e botar em prática o estudado.
P8	Interessante, porém acredito que o professor tem que orientar muito os alunos para essa atividade, para que o cumprimento de tal atividade tenha sucesso e os alunos não desviem o trabalho proposto com “brincadeiras”.
P9	São atividades pertinentes, visto que, o aluno deve ser o protagonista na construção do seu conhecimento, interagindo com os demais colegas, propondo e argumentando sobre possíveis soluções para a atividade.

14) As atividades propõem a construção do conhecimento a partir do conhecimento prévio dos alunos? Qual a sua opinião sobre isso?

P1	Não consigo avaliar a construção do conhecimento se não tenho acesso à parte do texto que deve estar finalizando, concluindo ideias. Se o conteúdo ficar solto, apenas trabalhado por atividades, acredito que grande parte dos alunos não consiga abstrair e “fechar” ideias.
P2	Sim, principalmente nas situações em que o aluno é levado a tirar suas próprias conclusões ao final das atividades.
P3	Sim. E isso representa uma etapa fundamental na abordagem de conteúdos por meio da resolução de problemas.
P4	Algumas atividades sim. A maioria o aluno será capaz de resolver apenas comparando as situações.
P5	Sim. Cada aluno possui um modo de agir, aprender e expor suas ideias. Cabe ao professor absorver e desenvolver cada método e aplica-lo a um aluno a fim de explorar o máximo de sua capacidade.
P6	
P7	Sim.
P8	Sim, é importante esse tipo de atividade, pois desperta maior interesse e deixa o aprendizado mais significativo para os alunos.
P9	Não necessariamente. O Objetivo principal em cada atividade, e que o aluno possa ir se apropriando de conceitos sobre comparações gradativamente até construir o conceito de razão.

15) As atividades estão adequadamente distribuídas em diferentes graus de dificuldade?

P1	Sim
P2	Sim
P3	Não
P4	Sim
P5	Sim
P6	Sim
P7	Sim

P8	Sim
P9	Sim

16) A organização sequencial e articulação das atividades e textos são adequadas?

P1	Não
P2	Não
P3	Sim
P4	Sim
P5	Sim
P6	Sim
P7	Sim
P8	Sim
P9	Sim

17) As atividades exigem habilidades cognitivas compatíveis com a etapa de desenvolvimento do aluno?

P1	Sim
P2	Sim
P3	Sim
P4	Sim
P5	Sim
P6	Sim
P7	Sim
P8	Sim
P9	Sim

18) As atividades exigem conteúdos matemáticos compatíveis para a etapa de desenvolvimento do aluno?

P1	Sim
P2	Sim
P3	Sim
P4	Sim
P5	Sim
P6	Sim
P7	Sim
P8	Sim
P9	Sim

19) As atividades cumprem os objetivos de introduzir os conceitos de razões e proporções?

P1	Sim
P2	Sim
P3	Sim
P4	Sim
P5	Sim
P6	Sim
P7	Sim
P8	Sim
P9	Sim

Observações, sugestões e comentários que você julga pertinente e/ou importante sobre as atividades.

P1	
P2	Em algumas atividades há a necessidade de figuras que simplifiquem ou facilitem a execução. Já em outras há a necessidade de inserir comandos que façam as devidas “ligações” entre os elementos da atividade e a possível solução.

P3	
P4	As atividades só podem atingir o objetivo se o professor que vai aplicar tiver a habilidade necessária.
P5	
P6	
P7	
P8	
P9	

SOBRE AS ORIENTAÇÕES PARA O CADERNO DO PROFESSOR

Cumpre de fato o objetivo de dar suporte para o uso do material em sala de aula?

P1	Sim
P2	Sim
P3	Sim
P4	Sim
P5	Sim
P6	Sim
P7	Sim
P8	Sim
P9	Sim

As orientações dadas sobre o conceito a ser ensinado em cada atividade são importantes ou basta a resolução de cada atividade?

P1	As orientações são importantes, pois mostra a intenção do autor da atividade.
P2	As orientações são importantes e em alguns casos, apresentam várias opções de resolução.
P3	O papel do professor como mediador no processo de construção do conhecimento é insubstituível e se desempenhado de forma competente, representa um estímulo à autonomia do aluno. A resolução de cada atividade deve ser mediada pelo professor, que não deve conduzir o aluno a resolução dos problemas.

P4	As orientações são fundamentais. O professor que tiver um pouco de boa vontade poderá desenvolver as habilidades necessárias apenas seguindo as orientações.
P5	São importantes, uma vez que serve de desenvolvimento intelectual de cada aluno.
P6	
P7	As orientações são importantes já que mostra a verdadeira intenção da atividade pensada pelo autor.
P8	As orientações também são importantes.
P9	As orientações são de fundamental importância, visto que elas norteiam a abordagem que deve ser trabalhada em cada atividade.

5 CONSIDERAÇÕES FINAIS

É comum os discentes questionarem o porquê de se aprender determinados assuntos em Matemática, e isso, às vezes, causa desconforto para o professor, pois ele precisa indicar situações em que o assunto será aplicado de forma direta ou indireta. É preciso mostrar que a Ciência Matemática é de fundamental importância para a sociedade, pois está inserida nas diversas áreas do conhecimento, como na tecnologia, na saúde, na comunicação, nas finanças, na construção, nas artes, etc.

Portanto, é preciso dar significado aos conceitos matemáticos, para que os discentes possam se interessar e perceber a importância que a Matemática sempre teve e tem para o desenvolvimento da sociedade. Neste contexto, o professor precisa estar preparado e disposto a utilizar a tecnologia, para tornar as aulas mais interessantes e significativas para os discentes, pois segundo Gilda de La Rocque Palis (2010-pag 449):

“Já existe considerável evidência de que o uso de tecnologias pode enriquecer a compreensão da matemática que é construída pelos alunos. No entanto, esses resultados dependem crucialmente de como essas tecnologias são empregadas com e pelos alunos, daí o papel central dos professores no ensino e na aprendizagem com suporte tecnológico (Zbiek & Hollebrands, 2008). De acordo com Wilson (2008), é o professor que faz toda a diferença entre o sucesso e o fracasso da integração tecnológica e é a formação de professores que precisa estabelecer as ligações dos professores com as novas tecnologias, pesquisas, currículos e políticas educacionais associadas.”

Neste trabalho, foram apresentadas atividades que contextualizam o conceito de razão e proporção por meio da comparação entre grandezas. Conclui-se que o trabalho teve boa aceitação pelos professores que participaram da pesquisa e analisaram as atividades do material e as orientações ao professor.

As atividades cumprem com o objetivo inicial, pois, por serem contextualizadas, dão significado ao assunto sobre razões por comparação, em que os discentes constroem aos poucos o conceito de razão.

Os principais pontos destacados pelos professores que participaram da pesquisa foram:

- a construção do conhecimento, já que os conceitos não são apresentados imediatamente aos alunos;

- a problematização para o cotidiano, dando significado aos conceitos;
- e o uso da tecnologia.

Houve alguns questionamentos quanto ao material, pois, como foi apresentada apenas parte das atividades a das orientações ao professor, alguns professores disseram que não poderiam afirmar se haverá construção do conhecimento por não conhecerem todo o material. Segue uma das respostas:

“Como tive acesso apenas às atividades e não ao texto completo, acho difícil avaliar como o aluno pode estar aprendendo. A parte referente às definições e propriedades não foi anexada. As atividades parecem trabalhar os conceitos, mas acredito que a formalização seja necessária e isso não foi possível avaliar.”

No Centro Particular de Ensino Fundamental e Médio, localizado na cidade de Uberaba-MG, onde foi aplicado o questionário, os professores já vivenciam o uso da tecnologia com os alunos durante todo o ano, mas não há um material totalmente voltado para o uso dessa tecnologia, como propõe o MatDigital e isso também foi destacado pelos professores, pois o material do Sistema de Ensino CNEC tem apenas algumas seções em que se utiliza tecnologia.

As pesquisas dos professores *Danilo César dos Anjos Pinheiro, José Ricardo Rocha Fabiano e Sérgio Augusto Amaral Lopes*, sobre a aplicação da Etapa Piloto do Livro Didático do Ensino Fundamental (LDEF-SBM), apontam que o material impresso teve boa aceitação nas escolas públicas onde o projeto foi testado.

Preservando a estrutura do LDEF-SBM, o MatDigital está sendo produzido por professores universitários, por alunos e ex-alunos do PROFMAT, aliando a Matemática superior e a Matemática básica, evitando, quando possível, a descontinuidade que ainda existe nos dias atuais, ou seja, mantendo a filosofia de Félix Klein, em prol do ensino da Matemática nas escolas públicas brasileiras com o intuito de melhorar o desempenho dos nossos alunos nas avaliações internas e externas.

As atividades apresentadas neste trabalho tem o objetivo de introduzir o assunto sobre razões e proporções usando a comparação entre grandezas, sem a prévia formalização dos conceitos tão tradicionais em alguns materiais didáticos, dando ênfase para a contextualização do problema, construindo o conhecimento sobre razão e proporção, utilizando situações do cotidiano do discente.

Espera-se que, após esta introdução ao assunto sobre razões e proporções, estas atividades sejam resgatadas, usando a formalização. Pretende-se, assim, que os discentes absorvam com mais facilidade o assunto e consigam abstrair as propriedades tão importantes ao desenvolvimento deste conceito. Após este resgate, poderão ser apresentadas aos discentes atividades que envolvam escalas, velocidade média, densidade de um corpo e densidade demográfica, utilizando-se primeiramente a comparação entre grandezas e, em seguida, por meio da formalização. Num próximo momento, será importante formalizar os conceitos sobre grandezas diretamente e inversamente proporcionais e grandezas não proporcionais, além da regra de três e da porcentagem. Após essa formalização dos conceitos, será interessante que, nas orientações e sugestões ao docente, as resoluções das atividades sejam feitas por comparação entre grandezas e também utilizando a formalização.

Pretende-se que esta mesma estrutura possa ser desenvolvida com outros assuntos tratados nos próximos anos do Ensino Fundamental, como o Teorema de Thales e a semelhança de figuras planas.

Finalmente, espera-se que a produção e a utilização do MatDigital seja uma maneira diferenciadora de ensinar a Matemática para os discentes das escolas públicas brasileiras, e que eles tomem gosto pela disciplina.

6 REFERÊNCIAS

BALL, D. L. & Cohen, D. K. (1999). Developing practice, developing practitioners: Toward a practice-based theory of professional education. In G. Sykes and L. Darlin-Hammond (Eds). *Teaching as the learning profession: Handbook of policy and practice*, pp.3–32. San Francisco: Jossey

BALL, D. L. & Bass, H. (2003). Toward a Practice-Based Theory of Mathematical Knowledge for Teaching. In B. Davis & E. Smmit (Ed.), *Proceedings of the 2002 Annual Meeting of the Canadian Mathematics Education Study Group*, (pp. 3-14). Edmonton, AB: CMESG/GCEDM.

BALL, D. L., Thames, M. H., & Phelps, G. (2008). Content knowledge for teaching: What makes it special? *Journal of Teacher Education*, 59 (5), 389-407.

BIANCHINI, Edwaldo, 1935. *Matemática: 6ª série*, 4 ed. rev. e ampl. São Paulo. Moderna, 1996.

DAVIS, B. & Renert, M. (2009a). Concept Study as a response to algorithmic. In M. Tzekaki, M. Kaldrimidou, & H. Sakonidis (Eds), *Proceedings of 33rd Conference of International Group for the Psychology of Mathematics Education* (vol.1, pp.126–132). Thessaloniki, GR: PME.

DAVIS, B., & Renert, M. (2009b). Mathematics for teaching as shared, dynamic participation. *For the Learning of Mathematics*, 29(3), 37-43 (Special Issue, guest edited by J. Adler & D. Ball).

DAVIS, Brent. (2010). Concept Studies: Designing settings for teacher's disciplinary knowledge. *Proceedings of the 34th Annual Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*, Minas Gerais, Brasil, 1, pp.63-78.

FERREIRA, Jamil. *A Construção dos Números*. 2 ed. Rio de Janeiro. SBM, 2011.

GIOVANNI, José Ruy; JR, José Ruy Giovanni. Matemática Pensar e Descobrir, 6ª série. São Paulo. FTD, 1996.

GIOVANNI, José Ruy; PARENTE, Eduardo. Aprendendo Matemática, 6ª série. São Paulo. FTD, 1999.

GIRALDO, Victor & ROQUE, Tatiana. O saber do professor de Matemática. Rio de Janeiro. Ciência Moderna, 2013.

GIRALDO, Victor; RANGEL, Letícia. Matemática Elementar e Saber Pedagógico de Conteúdo – Estabelecendo Relações. Rio de Janeiro. 2013.

GIRALDO, Victor; RIPOLL, Cydara; PITOMBEIRA, João Bosco; RANGEL, Letícia. Livro Companheiro do Professor de Matemática, v. 1, Números Reais. 2012.

Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira (Inep). Instruções para aplicação do Saeb. 2013. Disponível em: <<http://portal.inep.gov.br/web/saeb/aneb-e-anresc>>. Acesso em 15 fev. 2014.

Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira (Inep). Médias de desempenho do SAEB/2005 em perspectiva comparada. 2013. Disponível em: <http://download.inep.gov.br/educacao_basica/prova_brasil_saeb/resultados/SAEB1995_2005.pdf>. Acesso 15 fev. 2014.

Instituto Millenium. Pisa 2012: a aberração de sempre. 2013. Disponível em: <<http://www.imil.org.br/artigos/pisa-2012-aberrao-de-sempre/>>. Acesso em 06 fev. 2014.

KLEIN, Felix. (2009). Matemática de um Ponto de Vista Superior. Volume I. Parte I Aritmética. SPM, Lisboa.

KRAUSS, S., Brunner, M., Kunter, M., Baumert, J., Blum, W., Neubrand, M.; Jordan, A. (2008) Pedagogical content knowledge and content knowledge of secondary

mathematics teachers. *Journal of Educational Psychology*, Vol 100(3), Aug 2008, 716-725.

MACEDO, Lino de. Argumento para uma avaliação construtivista. Disponível em: <http://www.crmariocovas.sp.gov.br/pdf/Escola_mov_p123-129_c.pdf>. Acesso em: 10 mar. 2014.

MISHRA, P., & KOEHLER, M. (2006). Technological Pedagogical Content Knowledge: A framework for teacher knowledge. *Teachers College Record*, v. 108, n.6, p. 1017-1054.

MITRE, Sandra Minardi et al. Metodologias ativas de ensino-aprendizagem na formação profissional em saúde: debates atuais. *Ciênc. saúde coletiva*, Rio de Janeiro, v.13, 2008. Suplemento.

PALIS, Gilda de La Rocque.(2010). O conhecimento tecnológico, pedagógico e do conteúdo do professor de Matemática. São Paulo. v.12. n.3. pp. 432-451.

Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN). Matemática. Brasília, 1997. Disponível em: <<http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/livro03.pdf>>. Acesso em: 13 mar. 2014.

Projeto Klein de Matemática em Língua Portuguesa. *MatDigital_apresentacao Victor.pdf*. 2013. Disponível em: <<http://moodle.klein.sbm.org.br/mod/folder/view.php?id=205>>. Acesso em: 12 dez. 2014.

Projeto Klein de Matemática em Língua Portuguesa. *LDEF_EP_Cap01A_130522.pdf*. 2013. Disponível em: < <http://moodle.klein.sbm.org.br/mod/folder/view.php?id=218>>. Acesso em: 02 dez. 2014.

RIBEIRO, Luis Roberto de Camargo. Aprendizagem baseada em problemas (PBL): uma experiência no ensino superior. São Carlos. EdUFSCar, 2010.

SCHUBRING, Gert. (2003). *Análise Histórica de Livros de Matemática. Notas de Aula.* Campinas: Editora Autores Associados.

SCHUBRING, Gert. (2012, a aparecer). *A Matemática Elementar de um Ponto de Vista Superior: Felix Klein e a sua Atualidade.* In Roque, T, & Giraldo, V. (eds.), *O Saber do Professor de Matemática: Ultrapassando a Dicotomia entre Didática e Conteúdo.* Rio de Janeiro: Ciência Moderna.

SHULMAN, L. (1986). *Those who understand: Knowledge growth in teaching.* *Educational Researcher*, Vol.15, pp.4-14.

SHULMAN, L. (1987). *Knowledge and teaching: foundations of the new reform.* *Havard Educational Review*, 1997, v. 57, pp. 1–22.

WAGNER, Eduardo. *O Projeto Klein de Matemática em Língua Portuguesa.* *Revista do Professor de Matemática (RPM).* Publicação Quadrimestral da Sociedade Brasileira de Matemática, São Paulo, v. 75, 2011.

TINOCO, Lucia Arruda Albuquerque. *Razões e Proporções.* 2. ed. Rio de Janeiro. UFRJ/IM, 2011.

Universo On-Line. *Pisa: desempenho do Brasil piora em leitura e 'empaca' em ciências.* 2013. Disponível em: <<http://educacao.uol.com.br/noticias/2013/12/03/pisa-desempenho-do-brasil-piora-em-leitura-e-empaca-em-ciencias.htm>>. Acesso em 06 fev. 2014.

ZACARIAS, Vera Lúcia Camara F. *AValiação Formativa.* 2005. Disponível em:<www.ceap.br/material/MAT25042011205613.doc>. Acesso em 10 fev. 2014.

ZBIEK, R. M. & HOLLEBRANDS, K. (2008). *A research-informed view of the process of incorporating mathematics technology into classroom practice by in-service and prospective teachers.* In M. K. Heid & G. W. Blume (Eds.), *Research on technology and the teaching and learning of mathematics: Syntheses, cases and perspectives*, v. 1, p. 287-344. Charlotte, NC: Information Age Publishing, Inc.

WILSON, P. S. (2008). Teacher education. In G. W. Blume & M. K. Heid (Eds.), *Research on technology and the teaching and learning of mathematics: Syntheses, cases and perspectives*, v. 2, p. 415-427. Charlotte, NC: Information Age Publishing, Inc.

PARTE I

ANEXOS

ANEXO A – QUESTIONÁRIO PARA OS PROFESSORES

IDENTIFICAÇÃO DO PROFESSOR

1. Há quantos anos trabalha na Educação Básica: _____
2. Sexo: () M () F
3. Titulação máxima:
 - () Ensino Superior Completo
 - () Especialista (Lato-Sensu)
 - () Mestrado
 - () Doutorado
4. Há quanto tempo frequentou o seu último curso de aperfeiçoamento/capacitação?
 - () de 0 a 2 anos
 - () de 2 a 5 anos
 - () mais de 5 anos.
5. Sobre o uso das novas tecnologias, pode-se dizer que:
 - () usa sempre
 - () usa às vezes
 - () raramente
 - () nunca usa.

SOBRE O CAPÍTULO 5 - COMPARAÇÕES: RAZÕES E PROPORÇÕES

6. Cite as dificuldades, que considere recorrentes, dos alunos no estudo das razões e proporções.

7. As questões apresentadas no recorte levam à construção dos conceitos sobre as formas de comparações?

() Nunca

() Quase nunca

() Conduzem os alunos mas não fixam esses conhecimentos.

() Conduzem os alunos e possivelmente esses quando se depararem com outras situações-problema vão utilizar as ideias apresentadas.

8. No livro texto, tratamos as razões e proporções como uma forma de comparação entre duas grandezas, listamos as formas de comparações e, à medida que avançamos no texto, vamos introduzindo as definições e as propriedades. Em sua opinião, lidar com o tema, dessa forma, pode ajudar a melhorar a aprendizagem dos alunos?

9. Qual seria, em sua opinião, a melhor forma de introduzir esse tema com os alunos do 7º ano do Ensino Fundamental?

10. Você conhece outras formas de introduzir razões e proporções? Cite-as.

Sobre a apresentação da seção:

11. As questões apresentadas nesta seção estão expostas com clareza e coesão para o aluno?

Sim Não

12. Qual a sua opinião sobre a quantidade de questões referente ao recorte:

Poucas.

Poucas, porém cumprem com os objetivos da seção.

Tem a quantidade adequada para a aprendizagem do conteúdo.

13. Qual a sua opinião sobre as atividades que solicitam uma participação mais ativa dos alunos em sala de aula, por exemplo, as atividades denominadas “Mão na Massa”?

14. As atividades propõem a construção do conhecimento a partir do conhecimento prévio dos alunos? Qual a sua opinião sobre isso?

15. As atividades estão adequadamente distribuídas em diferentes graus de dificuldade?

Sim Não

16. A organização sequencial e a articulação das atividades e textos são adequadas?

Sim Não

17. As atividades exigem habilidades cognitivas compatíveis com a etapa de desenvolvimento do aluno?

Sim Não

18. As atividades exigem conteúdos matemáticos compatíveis para a etapa de desenvolvimento do aluno?

() Sim () Não

19. As atividades cumprem os objetivos de introduzir os conceitos de razões e proporções?

() Sim () Não

Observações, sugestões e comentários que você julga pertinente e/ou importante sobre as atividades.

SOBRE AS ORIENTAÇÕES PARA O CADERNO DO PROFESSOR

Cumpra, de fato, o objetivo de dar suporte para o uso do material em sala de aula?

() Sim () Não

As orientações dadas sobre o conceito a ser ensinado em cada atividade são importantes ou basta à resolução de cada atividade?
