UNIVERSIDADE FEDERAL DE SÃO CARLOS - UFSCAR
PROGRAMA DE MESTRADO PROFISSIONAL
EM MATEMÁTICA EM REDE NACIONAL (PROFMAT)
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA - DM

JEAN DANIEL GRILLO

ATIVIDADES E PROBLEMAS DE GEOMETRIA ESPACIAL PARA O ENSINO MÉDIO

São Carlos - SP
2014

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SÃO CARLOS - UFSCAR

PROGRAMA DE MESTRADO PROFISSIONAL

EM MATEMÁTICA EM REDE NACIONAL (PROFMAT)

DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA - DM

JEAN DANIEL GRILLO

ATIVIDADES E PROBLEMAS DE GEOMETRIA ESPACIAL PARA O ENSINO MÉDIO

Dissertação de mestrado profissional apresentada ao Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional (PROFMAT) – Universidade Federal de São Carlos, como parte dos requisitos para a obtenção do título de Mestre.

Orientação:
Prof. Dr. Roberto Ribeiro Paterlini

São Carlos - SP
2014

Banca Examinadora

Prof. Dr. Roberto Ribeiro Paterlini
DM-UFSCar

RGWik

Profa. Dra. Roberta Godoi Wik Atique
ICMC-USP

Prof. Dr. Renato José de Moura
DM-UFSCar

A todos meus alunos e principalmente à minha esposa e aos meus pais, que foram os maiores incentivadores desse trabalho.

AGRADECIMENTOS

Primeiramente a Deus, por tudo o que já fez por mim e por todas as oportunidades que me coloca à frente.

Aos meus pais, pelo amor e educação que sempre me deram, o que permitiu que eu chegasse onde estou.

Ao meu orientador, Roberto Ribeiro Paterlini, pela grande paciência, motivação, competência e liberdade oferecida. Sua contribuição foi essencial para a elaboração deste trabalho.

A todos os professores do Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional (PROFMAT) da UFSCar, especialmente aqueles com quem tive o grande prazer de assistir às aulas e tanto aprender.

A todos os colegas do curso, pela amizade, companheirismo e bons momentos que proporcionaram. Cada um contribuiu de forma muito significativa tanto para minha vida pessoal quanto profissional.

Aos alunos, professores e funcionários da escola "Objetivo Rincão" pela grande experiência que me proporcionaram durante a aplicação deste trabalho.

À minha esposa Josiane Aparecida Gaspar Grillo, que foi minha inspiração e o principal motivo pelo qual estou nesse mestrado.

MUITO OBRIGADO A TODOS.

RESUMO

Esta dissertação apresenta como produto principal uma proposta didática para aulas de Geometria Espacial no Ensino Médio. A motivação em criar essa proposta teve início com a constatação do autor de que a abordagem da Geometria Espacial apenas com o método de aulas expositivas não é suficiente para proporcionar uma efetiva construção abstrata de objetos geométricos. A proposta inicia com experimentos em planificação de sólidos geométricos, particularmente do cubo, com o objetivo de promover a construção abstrata de objetos geométricos de três dimensões. Em sequência são propostos problemas que utilizam essas planificações para a solução de alguns desafios que combinam a visualização de planificações com o objeto espacial, assim como proporcionam a contextualização da Geometria Espacial. A proposta é focada na ideia de propor atividades não tradicionais, em que os estudantes trabalham em grupo para desenvolver as propostas com a menor interferência possível do professor. A proposta adota ainda sugestões de documentos oficiais como os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) e a Proposta Curricular do Estado de São Paulo, assim como de autores e pesquisadores da área, que indicam o uso de experimentação e resolução de problemas. Para isso a proposta didática foi implementada mediante a construção de “Folhas de Atividades” contendo as atividades a serem realizadas pelos estudantes e com informações suficientes para que eles as compreendam e possam responder às perguntas. Essas folhas foram aplicadas para três turmas do Ensino Médio e os resultados analisados para permitir a validação do produto didático com eventual correção. Consideramos que os estudantes desempenharam bem as tarefas e que o trabalho foi importante para sua aprendizagem. Houve algumas dificuldades por parte deles e interpretamos que isso ocorreu por que eles nunca tiveram antes contato com essa forma de estudar. Entendemos que nosso produto didático está validado com essa aplicação e que podemos disponibilizá-los para colegas professores, que o podem aplicar diretamente em circunstâncias pedagógicas similares às nossas ou com adaptações em outros ambientes.

Palavras-chave: Ensino de Geometria Espacial, Planificações, Experimentação em Geometria.

Abstract

This dissertation presents as the main product a didactic proposal for spatial geometry classes in high school. The motivation for creating this proposal began with the observation of the author that the approach of spatial geometry only with the lecture method is not sufficient to provide an effective construction of abstract geometric objects. The proposal starts with planning of experiments in geometric solids, particularly the cube, with the aim of promoting the construction of abstract geometrical objects of three dimensions. In following problems using these lesson plans for solving some challenges that combine the visualization unfolds with the space object, as well as provide the contextualization of spatial geometry are proposed. The proposal is focused on the idea of proposing non-traditional activities, in which students work in groups to develop proposals with the least possible interference from the teacher. The proposal also adopts suggestions from official documents such as the National Curricular Parameters (PCN) and Curricular Proposal of the State of São Paulo, as well as authors and researchers, indicate that the use of experimentation and problem solving. For this didactic proposal was implemented by constructing "Activity Sheets" containing the activities to be performed by students with enough information for them to understand and can answer questions. These sheets were applied to three classes of high school and the results analyzed to enable the validation of educational product with eventual correction. We believe that students performed well the tasks and the work was important for their learning. There were some difficulties on their part and we interpret that this happened because they never had prior contact with this form of study. We understand that our educational product is validated with this application and we can make them available to fellow teachers, who can directly apply in similar circumstances to our pedagogical or adaptations in other environments.

Keywords: Space Geometry Teaching, Plannings, Experimentation in Geometry.

LISTA DE FIGURAS

SUMÁRIO

INTRODUÇÃO

Comecei a lecionar no ano de 2000 dando aulas, como professor eventual, na escola Estadual Comendador Pedro Morgantti, onde em 2004 fui efetivado como Professor de Matemática PEB II (Professor Educação Básica do Ciclo II). Em 2009, juntamente com essa função na Escola Comendador, iniciei minhas atividades no Colégio Objetivo localizado na cidade de Rincão-SP com o mesmo cargo.

A partir da minha experiência, nesses treze anos como professor, foi possível perceber que a Geometria é tratada como um tópico difícil da Matemática. Antes da implantação do currículo e padronização com a criação de apostilas bimestrais pelo Estado de São Paulo, a Geometria não era aplicada ou era simplesmente deixada de lado durante o ano letivo, uma vez que se encontrava no período final dos estudos e estava nos capítulos finais dos livros didáticos, desfavorecendo a aplicação do conteúdo. A ausência, ou abordagem superficial do tópico, levou a uma defasagem do conhecimento dos alunos e à criação do mito de que a Geometria é uma matéria de difícil aprendizagem.

O estudo de Geometria deveria ocorrer de forma gradativa durante todo o Ensino Fundamental e é no Ensino Médio que ela é aprofundada. Mas podemos observar que, em muitos casos, os alunos chegam ao Ensino Médio sem ter visto nenhuma Geometria. Muitas vezes ela é apresentada a eles de forma tradicional, apenas com desenhos e fórmulas que permitem resolver problemas de cálculo. Eles não têm, em geral, oportunidade de construir os conceitos abstratos, assim como também não aprendem a obter seu próprio conhecimento. Podemos observar que não ocorre um aprendizado significativo e logo eles se esquecem do que aprenderam e não conseguem reaplicar esses conhecimentos em novas situações com que se deparam posteriormente. Ocorre também uma confusão entre conceitos, por exemplo, há uma troca de volume com área, mostrando que não foi alcançada uma aprendizagem segura.

A partir das experiências pessoais vividas, foi possível verificar a defasagem no que se refere ao ensino da Geometria Espacial. Esta defasagem é fruto da ausência da atenção adequada ao tema. Outra constatação é que o material didático relacionado à Geometria trabalha muito pouco com a construção de conceitos. Os problemas aplicados ao cotidiano do aluno são poucos e, muitas vezes, ensinados às pressas. Por último ocorre a propagação, pelos alunos e professores, do mito de que a Geometria se encontra dentro de um tema complexo e de difícil aplicação. Esse fato foi objeto de estudos e comprovado por Silvia de Mello (1999, p. 179).

Tendo em vista essa problemática nos propusemos, neste trabalho, construir folhas de atividades que proporcionem contatos do estudante com os conceitos de Geometria e figuras espaciais de uma forma não tradicional. Nossa ideia é a de implementar essas atividades através de folhas escritas com informações e instruções a serem entregues para os estudantes no início das aulas de modo que, trabalhando em grupo, eles consigam apreender conceitos com a mínima intervenção do professor.

Hoje são muitas as pesquisas que envolvem os problemas relacionados ao processo de ensino e aprendizagem da Geometria. Estes estudos em sua grande maioria propõem o caminho da experimentação e a resolução de problemas contextualizados com a realidade do entorno do aluno.

Como tínhamos a ideia de testar nosso produto didático em sala de aula, calculamos que poderíamos fazer uma intervenção em duas aulas de 100 minutos cada para cada uma das três classes do Ensino Médio sob a nossa responsabilidade. Decidimos então concentrar as atividades com a proposta de contribuir com os estudantes na construção abstrata de objetos geométricos tridimensionais. Imaginamos uma situação em que os estudantes já haviam estudado Geometria Plana no Ensino Fundamental e, atualmente, se encontravam em dois estágios diferentes no que diz respeito à sua aprendizagem de Geometria Espacial: a turma da 1ª. série ainda não havia estudado nada desse conteúdo, e as turmas da 2ª. e 3ª. séries já haviam visto sólidos, incluindo nomenclatura e propriedades, como volume e área de superfície.

Resolvemos que em nossas “folhas de atividades” iríamos conduzir os estudantes em uma exploração mais demorada desses objetos. Vimos que seria melhor começar com o cubo, por ser o sólido mais conhecido e mais simples. Para explorar o cubo consideramos que sua construção, a partir de uma planificação, seria a melhor estratégia. Prosseguimos com as atividades propondo problemas sobre o cubo usando suas planificações.

O Ensino da Matemática através de Problemas é uma metodologia consagrada que propõe o problema como ponto de partida e orientação para a aprendizagem, e a construção do conhecimento se faz através de sua resolução. Professor e alunos, juntos, desenvolvem esse trabalho, e a aprendizagem se realiza de modo colaborativo em sala de aula. Esse tipo de aprendizagem tem a intenção de levar ao aluno uma forma diferente de trabalho, deixando-o usar o seu raciocínio lógico, os conhecimentos prévios de que dispõe, e estimulando a sua criatividade.

No Brasil, vários estudos voltados à resolução de problemas no contexto da Educação em Matemática em todos os níveis de ensino vêm sendo desenvolvidos e orientados há vários anos pela Prof.ª Dr.ª Lourdes de La Rosa Onuchic. Ela destaca que a necessidade e a forma de trabalhar com resolução de problemas mudaram, e que “hoje a tendência é caracterizar esse trabalho considerando os estudantes como participantes ativos, os problemas como instrumentos precisos e bem definidos e a atividade de resolução de problemas como uma coordenação complexa e simultânea de vários níveis” (PRADO, ALLEVATO, 2010; ONUCHIC, 2006, p. 2).

Em suma, nosso trabalho consiste em construir um produto didático para o Ensino Médio que desperte a criatividade e o gosto pela Geometria Espacial, contribuindo para acabar com o mito de que este conteúdo é difícil. Aplicamos esse produto didático com a intenção de realizar um teste e verificar a necessidade de possíveis alterações. Pretendemos assim obter uma validação interna seguindo, em linhas gerais, as ideias da Engenharia Didática.

A Engenharia Didática (ED) é uma metodologia de pesquisa e uma teoria educacional elaborada no início da década de 1980 para trabalhos de Educação em Matemática. Aqui a usamos apenas como um método de validação de uma experiência didática aplicada em sala de aula.

A ED, como método de validação, transcorre em quatro fases que estão relacionadas com cada capítulo desse trabalho. Passamos à descrição de cada fase.

Fase 1: *Análise Prévia*.

A ED propõe, nesta primeira fase, uma análise do contexto em que se insere o problema didático a ser tratado. Tem a finalidade de esclarecer as causas do problema e os objetivos a serem alcançados. Inclui descrição de concepções vigentes e propostas que possam nortear um trabalho de investigação. Cumprimos essa fase no Capitulo 1 desta dissertação. Discorremos sobre a Geometria, considerando sua importância social e científica. Incluímos breves observações históricas. Apresentamos como o ensino da Geometria Espacial tem sido tratado nas escolas atualmente, fortalecendo a justificativa do projeto proposto. Observamos como esse assunto é tratado nos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN). Também exploramos a maneira como os livros didáticos tratam o tema e, analisamos como pesquisadores sugerem esse ensino. Observamos que já existem estudos demonstrando a dificuldade de ensinar Geometria Espacial e suas consequências. Em particular fala-se muito que a metodologia tradicional de ensino da Geometria não faz uso da experimentação e usa muito pouco a contextualização. Esse tipo de prática traz dificuldades ao estudante em sua tarefa de construir seu conhecimento.

Fase 2: *Concepção e análise a priori de experiências didático-pedagógicas a serem desenvolvidas em sala de aula*.

Essa é a fase em que a ED propõe a construção de uma intervenção didática com a meta de superar os obstáculos observados e alcançar os objetivos de aprendizagem desejados.

No Capitulo 2 deste texto descrevemos o planejamento de nossa intervenção. Optamos por construir folhas de atividades que pudessem ser apresentadas como tarefas para pequenos grupos de estudantes. Procuramos idealizar essas folhas de modo que os estudantes pudessem realizar as tarefas com a maior autonomia possível, minimizando a ajuda do professor no momento da aplicação. Escolhemos como objetivo didático principal auxiliar os estudantes na construção abstrata de objetos geométricos espaciais, particularmente o cubo e paralelepípedos retos. Optamos por iniciar com experimentos usando planificações, e em seguida apresentar problemas que pudessem estimular a abstração.

Fase 3: *Implementação da experiência.*

A ED propõe que o produto didático seja aplicado em cenários reais, e que essa aplicação seja analisada.

No Capitulo 3 deste texto descrevemos como planejamos uma aplicação do nosso produto didático. Aproveitamos as facilidades oferecidas por uma das escolas em que lecionamos, e aplicamos nossas folhas de atividades para três classes do Ensino Médio. Descrevemos detalhadamente a aplicação, comentando os acertos e erros dos estudantes. Essa análise vem acompanhada da opinião dos estudantes sobre as atividades. Anexamos no texto fotos dos dias de aplicação e partes digitalizadas dos textos com as soluções dos estudantes.

Fase 4: *Análise a posteriori e validação do produto didático.*

Essa é a fase em que se analisa o produto didático inicialmente proposto à luz da aplicação. Procedem-se às modificações necessárias para o aperfeiçoamento do produto. Observa-se se aplicação foi bem sucedida, caso em que se considera validado o produto.

Nessa dissertação usamos o Capítulo 4 para apresentar essa conclusão, constituída de observações do que conseguimos alcançar com a proposta e mostrar quão positivo e desafiador o tema se apresentou ao professor e aos estudantes.

Espera-se que o trabalho contribua com o ensino da Geometria Espacial, ajudando na superação do preconceito existente de que o tema tem alto nível de dificuldade e poucas aplicações.

Encerramos essa introdução observando que o projeto contribuiu para aumentar a maturidade de todos aqueles que dele participaram. A construção desse projeto representou ainda uma nova experiência e uma grande contribuição para a minha prática docente.

Capítulo 1

A GEOMETRIA E A SALA DE AULA

Apresentamos neste Capítulo a importância da Geometria na sociedade e na Matemática. Comentamos aspectos do ensino da Geometria na escola formal e as dificuldades pelas quais passa essa atividade. Damos ênfase aos comentários dos PCNs a respeito dessa temática. Mostramos ainda a visão sobre esse assunto de alguns autores de livros didáticos e investigadores, destacando suas opiniões sobre o ensino da Geometria. Observamos que existem dificuldades no ensino da Geometria, e vemos isso a partir de nossa experiência pessoal e dos relatos de investigadores.

1.1 A importância da Geometria na sociedade e nas ciências

A Geometria é a ciência que trabalha com as formas que encontramos na natureza e são abstraídas pela capacidade de síntese da nossa mente. A aplicabilidade da Geometria é ampla, o que faz com que ela exerça uma grande atração para os seres humanos desde os primórdios da civilização. Todos nós conhecemos os antigos desenhos rupestres encontrados em paredões ou cavernas próximos das regiões habitadas pelas tribos mais primitivas. Observamos nesses desenhos as primeiras representações de objetos geométricos, como círculos, linhas paralelas, espirais, losangos, etc. Logo que o homem se pôs a fabricar objetos, a Geometria sempre se fez presente na forma de pinturas com simetria, faixas de objetos geométricos, enfeites com curvas espiraladas, etc.

As ideias observadas nos objetos geométricos foram frequentemente transpostas para as atividades mais fundamentais dos humanos, como a construção de habitações e de instrumentos para uso do dia a dia. Vemos hoje que, após um longo trajeto de desenvolvimento, a Geometria está presente em inúmeras atividades humanas, como a Arquitetura, as Artes e a Comunicação. Nossa sociedade faz hoje um uso intensivo das figuras geométricas como recurso de identificação e linguagem.

Entretanto é na Ciência que a Geometria encontra a sua aplicabilidade mais importante. Todas as ciências usam seus recursos, como a Física, a Química, a Astronomia, a Geografia e a Engenharia, estando ainda presente em atividades importantes como a navegação e a Arquitetura.

Outrossim é na Matemática que a Geometria encontra sua expressão mais abstrata e mais vasta, fazendo parte do corpo dessa ciência desde tempos antigos. Na verdade o estudo das formas e dos números constitui o principal escopo da Matemática, dando origem às suas duas principais áreas, a Geometria e a Teoria dos Números.

Alguns historiadores relatam que a Geometria utilizada pelos antigos era um produto das observações e experiências feitas pelo homem, como consequência de sua interação com as formas e as medidas das coisas naturais. Assim existia a falta de uma base científica para promover uma consistência na Geometria, que ficava com fundamentos apenas experimentais. Conforme afirma Boyer (1996) essa base experimental não era suficiente para solucionar problemas cotidianos do homem, o que o levou à busca de métodos que trouxessem resultados lógicos e coerentes.

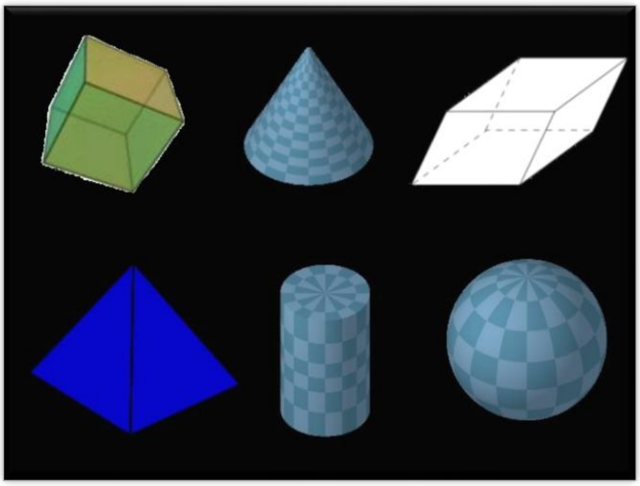
O modelo de Matemática que é atualmente aceito iniciou seu desenvolvimento na civilização grega no período de 700 a.C. a 300 d.C. Tal modelo possuía sistemas formais, com estruturas lógicas que se iniciam com um conjunto de premissas.

A Geometria como ciência dedutiva tem início na Grécia Antiga, cerca de sete séculos antes de Cristo, graças aos esforços de notáveis estudiosos, como Tales de Mileto (640 - 546 a.C), Pitágoras (580 - 500 a.C) e Eudoxio (408 - 355 a.C). Platão interessou-se muito pela Geometria e sua grande influência entre os estudiosos de seu tempo proporcionou um grande incentivo ao seu desenvolvimento.

Euclides (323 - 285 a.C) deu um grande contributo à Geometria, escrevendo o livro "Elementos" que é constituído por 13 volumes, sendo 10 deles dedicados a essa ciência. Este livro estabeleceu um método de abordagem da Geometria utilizado até hoje depois de muitos aperfeiçoamentos.

Assim a Geometria, de um modo geral, é o estudo das formas. Utiliza números e símbolos para descrever as propriedades dessas formas e as relações entre elas. É a parte da Matemática que estuda as propriedades, medidas, relações entre pontos, linhas, ângulos, superfícies e sólidos. A Geometria Espacial é o estudo da Geometria no espaço, em que estudamos tipicamente as figuras que possuem mais de duas dimensões. Essas figuras recebem o nome de sólidos geométricos ou figuras geométricas espaciais e as mais conhecidas são: prismas, cubos, paralelepípedos, pirâmides, cones, cilindros e a esfera.

Figura 1 – Figuras geométricas sólidas



Fonte: http://pt.wikipedia.org/wiki/Wikip%C3%A9dia:P%C3%A1gina_principal

A Geometria Espacial se apresenta como um dos conteúdos essenciais da Matemática, e se caracteriza de grande importância para os alunos, devido à sua alta aplicabilidade nas mais diversas áreas do conhecimento e no dia-a-dia. Assim é nítido a sua importância no ensino para a construção da base do conhecimento.

1.2 A presença da Geometria na escola

Devido à sua importância para a sociedade e para as Ciências, a Geometria ocupa lugar de destaque em todos os níveis de ensino da Escola. Vemos que

> "Sem estudar Geometria as pessoas não desenvolvem o pensar geométrico ou o raciocínio visual e, sem essa habilidade, elas dificilmente conseguirão resolver as situações de vida que forem geometrizadas; também não poderão se utilizar da Geometria como fator altamente facilitador para a compreensão e resolução de questões de outras áreas de conhecimento humano. Sem

> conhecer a Geometria a leitura interpretativa do mundo torna-se incompleta, a comunicação das ideias fica reduzida e a visão da Matemática torna-se distorcida". (LORENZATO, 1995, p. 5).

Nas diretrizes gerais sobre o currículo praticado no Brasil é esclarecida a importância da Geometria nas diversas fases de aprendizado. A primeira fase é o Ensino Fundamental, também chamado de Ciclo I, que abrange do 1° ano ao 5° ano. Nela os estudantes iniciam a construção mais formal da Geometria, usando desenhos e aprendendo nomes dos objetos. É uma continuação das experiências da infância em que a criança toma contato com o espaço através do próprio corpo. A escola promove o contato do estudante com objetos geométricos, ajudando-o a construir uma imagem abstrata mais precisa.

> "Uma das possibilidades mais fascinantes do ensino de Geometria consiste em levar o aluno a perceber e valorizar sua presença em elementos da natureza e em criações do homem. Isso pode ocorrer por meio de atividades em que ele possa explorar formas como as de flores, elementos marinhos, casa de abelha, teia de aranha, ou formas em obras de arte, esculturas, pinturas, arquitetura, ou ainda em desenhos feitos em tecidos, vasos, papéis decorativos, mosaicos, pisos, etc.". (PCN, 1997. p. 82 - 83)

A segunda fase de aprendizagem é o Ensino Fundamental, também chamado de Ciclo II, que engloba do sexto ao nono ano. O estudante continua no trabalho de construir abstratamente os objetos geométricos conectando-os com propriedades de extensão, como medidas de comprimento e área. Esta fase é um campo fértil para adentrar em situações-problema, trazendo uma oportunidade para o desenvolvimento da capacidade cognitiva do aluno.

No Ensino Fundamental a escola pode utilizar diversos recursos para o ensino da Geometria, como desenhos, construções de objetos com canudos, varetas, etc, dobraduras, recortes de figuras em papel, construções geométricas com régua e compasso. Dessa forma a escola auxilia o estudante na construção de objetos geométricos planos, como uma redução abstrata dos sólidos, que são assim dissecados em suas partes essenciais. O estudante começa a construir a Geometria Plana e aprende a explorar seus recursos.

> “O trabalho com espaço e forma pressupõe que o professor de Matemática explore situações em que sejam necessárias algumas construções geométricas com régua e compasso, como visualização e aplicação de propriedades das figuras, além da construção de outras relações”.
> “Este bloco de conteúdos contempla não apenas o estudo das formas, mas também as noções relativas à posição, localização de figuras e deslocamentos no plano e sistemas de coordenadas”.
> “Deve destacar-se também nesse trabalho a importância das transformações geométricas (isometrias, homotetias), de modo que permita o desenvolvimento de habilidades de percepção espacial e como recurso para induzir de forma experimental a descoberta, por exemplo, das condições para que duas figuras sejam congruentes ou semelhantes”.
> “Além disso, é fundamental que os estudos do espaço e forma sejam explorados a partir de objetos do mundo físico, de obras de arte, pinturas, desenhos, esculturas e artesanato, de modo que permita ao aluno estabelecer conexões entre a Matemática e outras áreas do conhecimento.”. (PCN, Mat. 5° a 8°, p. 51)

A terceira fase de aprendizado na escola formal é o Ensino Médio. Nela o estudante trabalha de maneira mais formal com a Geometria Espacial.

É aqui que o estudante constrói de forma mais firme os sólidos tais como prismas, pirâmides, cones, cilindros e a esfera. São vistas suas nomenclaturas e várias propriedades desses sólidos como classificação e medidas diversas.

1.3 PCN no Ensino Médio e o ensino da Geometria

Com o objetivo de detalhar o que é esperado do aluno na terceira fase do ensino, os Parâmetros Curriculares Nacionais do Ensino Médio (PCNEM ou PCN+) discorrem sobre as competências exigidas no âmbito da Matemática.

O conjunto das competências de investigação e compreensão é relativamente mais amplo se comparado com o proposto nas fases anteriores. Ele inclui identificação de dados e de informações relevantes em situações-problema para estabelecer estratégias de solução.

> “Identificar as relações envolvidas e elaborar possíveis estratégias para enfrentar uma dada situação-problema; por exemplo, para obter uma dada distância, saber optar por medi-la diretamente, utilizar uma planta em escala,

> usar semelhança de figuras, fazer uso de propriedades trigonométricas ou utilizar um sistema de eixos cartesianos”.
> “Frente a uma situação ou problema, reconhecer a sua natureza e situar o objeto de estudo dentro dos diferentes campos da Matemática, ou seja, decidir-se pela utilização das formas algébrica, numérica, geométrica, combinatória ou estatística. Por exemplo, para calcular distâncias ou efetuar medições em sólidos, utilizar conceitos e procedimentos de geometria e medidas, enquanto para analisar a relação entre espaço e tempo no movimento de um objeto, optar pelo recurso algébrico das funções e suas representações gráficas.” (PCN+, p. 115).

Além disso, o PCN+ sugere também à Escola articular, integrar e sistematizar fenômenos e teorias dentro de uma ciência, entre as várias ciências e áreas do conhecimento através de ferramentas como a Geometria:

> “Compreender a Matemática como ciência autônoma, que investiga relações, formas e eventos e desenvolve maneiras próprias de descrever e interpretar o mundo. A forma lógica dedutiva que a Geometria utiliza para interpretar as formas geométricas e deduzir propriedades dessas formas é um exemplo de como a Matemática lê e interpreta o mundo à nossa volta.” (PCN+, p. 117).

No que diz respeito à contextualização sociocultural o PCN busca compreender o conhecimento científico e o tecnológico como resultados de uma construção humana inseridos no seu processo histórico e social.

A Geometria no Ensino Médio possui quatro propostas de unidades temáticas sendo elas a plana, a espacial, a métrica e a analítica. Este trabalho permite o desenvolvimento de habilidades de visualização, desenho, argumentação lógica com aplicação na solução de problema, como citado anteriormente.

O PCN deixa claro que enquanto no Ensino Fundamental o papel da Geometria é o de proporcionar reflexões através da experimentação e de deduções informais, o Ensino Médio possui o papel de aprofundar o raciocínio lógico, permitindo ao estudante usar a dedução, compreendendo o valor da demonstração de propriedades geométricas.

A lista de conteúdos sugerida para a Geometria Espacial inclui poliedros, sua classificação e representação; sólidos redondos; propriedades relativas à posição de retas e planos, incluindo paralelismo e perpendicularismo;

seções planas de sólidos; inscrição e circunscrição de sólidos por esferas. O PCN também comenta sobre habilidades:

> "• Usar formas geométricas espaciais para representar ou visualizar partes do mundo real, como peças mecânicas, embalagens e construções".
> "• Interpretar e associar objetos sólidos a suas diferentes representações bidimensionais, como projeções, planificações, cortes e desenhos".
> "• Utilizar o conhecimento geométrico para leitura, compreensão e ação sobre a realidade".
> "• Compreender o significado de postulados ou axiomas e teoremas e reconhecer o valor de demonstrações para perceber a Matemática como ciência com forma específica para validar resultados". (PCN+, p. 125)

Concluímos observando que é importante trazer à experiência do estudante a percepção do processo histórico de construção do saber matemático, que é importante para demonstrar modelos matemáticos explicativos do espaço e suas formas numa visão sistematizada da Geometria com linguagens e raciocínio.

1.4 Opiniões de pesquisadores sobre o ensino da Geometria

Quando lemos artigos de pesquisadores que analisam o ensino da Geometria observamos que fazem críticas unânimes sobre as deficiências desse ensino. Muitos problemas são observados, e procuram explicações e dão opiniões para a superação dessas dificuldades.

Diversos autores discutem e fazem uma análise histórica do ensino da Matemática no Brasil e no mundo, buscando entender a razão pela qual o ensino da Geometria passa por dificuldades. Na primeira metade do século XX o ensino era basicamente lógico-dedutivo. Não se faziam atividades experimentais nas séries iniciais, e somente no terceiro ano do ginásio (atual 8° ano) é que alguma atenção era dada a esses conteúdos. Iniciava-se com os conceitos de ponto, reta e plano, e apresentavam-se os primeiros postulados e axiomas, assim como definições e demonstrações de teoremas. Isso trazia uma aversão dos estudantes para a Geometria. Ocorre que, segundo Pavanello (1989), ainda hoje a Geometria é abordada como um tópico separado dos demais e de forma tradicional.

Outra questão observada por muitos autores é que existe uma tendência, em muitas escolas, em se omitir o ensino da Geometria. Essa matéria é deixada para o final do período letivo, e qualquer atraso no cronograma das aulas implica na abreviação ou mesmo no cancelamento deste conteúdo. Lorenzato (1995) constata que a Geometria está quase ausente das escolas. Segundo ele um dos fatos que podem explicar isso é que muitos professores não dominam esse conteúdo.

> “Considerando que o professor que não conhece Geometria também não conhece o poder, a beleza e a importância que ela possui para a formação do futuro cidadão, então, tudo indica que, para esses professores, o dilema é tentar ensinar Geometria sem conhecê-la ou então não ensiná-la”. (LORENZATO, 1995, p. 3).

Pavanello (1993) também indica que a atual desvalorização do ensino da Matemática está bastante associada à formação em Geometria do professor. Conclui dizendo que não podemos culpar este profissional pela atual situação do ensino e sim investir em capacitações para a sua formação, resgatando a importância e o significado da Geometria na sociedade moderna.

Outra observação feita por autores é que a Geometria está excessivamente algebrizada. Existem razões históricas para isso. Após 1950 o ensino da Matemática passou por mudanças que ficaram conhecidas como o Movimento da Matemática Moderna. Este movimentou propôs a unificação dos três campos fundamentais da Matemática: Álgebra, Aritmética e a Geometria. Isso levou ao ensino articulado da Matemática sob o ponto de vista das Estruturas Algébricas, preponderando à utilização da linguagem simbólica da Teoria dos Conjuntos. Isso resultou numa ênfase da Álgebra, e sua influência no ensino da Geometria.

Após 1980 ocorreu uma melhor compreensão dos aspectos sociais, linguísticos e cognitivos do ensino da Matemática, o que trouxe uma abertura maior na discussão do currículo. Uma das consequências é a proposta do uso da metodologia “Ensino da Matemática através de Problemas”. Apesar desse renascimento ainda persistem as dificuldades tanto na formação de professores como no ensino básico (PIROLA, 2000; PASSOS, 2000; PEREIRA, 2001).

Para encerrar nossas considerações trazemos uma observação de Muniz (2004):

> “Acontece que no currículo escolar observa-se uma forte priorização da Geometria formal, com significativo abandono da Geometria como ferramenta de resolução de problemas da vida concreta. Na escola com excessiva valorização dos aspectos formais da Geometria, constata-se um distanciamento entre o seu ensino e as situações de vida que dão origem e sentido aos conceitos e procedimentos geométricos. Portanto, na formação do professor, é necessário resgatar uma Geometria mais significativa, impregnada de motivação sociocultural. Isto implica, por parte dos professores, durante seu processo formativo, a descobertas de outros aspectos epistemológicos desta área de conhecimento, para o desenvolvimento de uma postura diferente em relação a ela. Assim, será possível que estes profissionais, a partir de um novo paradigma, concebam novas e diferentes formas de mediação pedagógica da Geometria na sala de aula”.(Muniz, 2004, p. 90).

Segundo Lorenzato (1995, p. 4), outro motivo para a omissão do ensino de Geometria *“deve-se à exagerada importância que, entre nós, desempenha o livro didático”. Vários* livros didáticos ainda apresentam a Geometria como um conjunto de definições, propriedades, nomes e fórmulas, sem qualquer aplicação, deixando às vezes este estudo para as últimas partes do livro, aumentando assim as chances de não vir a ser estudado por falta de tempo letivo.

Finalizamos com o seguinte trecho de Barbosa (2013) que enfatiza a problemática da formação de professores:

> “A incompreensão ou falta de domínio dos conceitos geométricos foi uma das causas da baixa qualidade do ensino, provavelmente provocada pela ausência de significação ou visualização do conhecimento geométrico”. (Barbosa, 2013, p. 47).

1.5 Conclusão

No mundo moderno vemos que a imagem é uma das principais linguagens da comunicação. Isso gera uma demanda de serviços que devem ser realizados por pessoas capacitadas em habilidades relacionadas com a Geometria. O desenvolvimento da Ciência também exige esse conhecimento. Por isso a Geometria é uma parte importante do currículo de Matemática da Escola.

Muitos trabalhos mostram a problemática do “abandono” ou da “omissão” da Geometria no Ensino Fundamental e Médio. De acordo com Barbosa (2013), Perez (1995) e Pavanello (1993), muitos professores não detêm os conhecimentos geométricos necessários para realização de suas práticas. Além disso nos livros didáticos a Geometria é, muitas vezes, apresentada como um conjunto de definições, propriedades, nomes e fórmulas, relegadas aos capítulos finais dos livros onde o professor nunca consegue chegar. Estes são dois fatores que atuam forte e indiretamente em sala de aula.

Neste contexto, foi verificado que existe uma grande demanda por soluções e por material adequado que permitam superar essas dificuldades. O problema didático que propomos enfrentar em nossa pesquisa consiste em produzir atividades adequadas para guiar os estudantes em uma construção abstrata e precisa de objetos geométricos espaciais, e, após auferir desse objetivo, estarem aptos a resolver problemas desafiadores em Geometria Espacial.

Capítulo 2

PLANEJAMENTO DAS ATIVIDADES

Neste capítulo descrevemos o planejamento de nosso produto didático. Tivemos em vista que seriam atividades iniciais de construção de sólidos geométricos, e que essas atividades seriam testadas em três turmas do Ensino Médio. Não poderiam ser atividades muito formais, pois as turmas eram de diferentes séries. Vimos assim que as atividades deveriam estar ao alcance de estudantes menos experientes e, ao mesmo tempo, se constituírem em um desafio para estudantes mais experientes.

2.1 A ideia de "Folhas de Atividades"

Para construir nosso produto didático resolvemos adotar a ideia de colocá-lo no formato de Folhas de Atividades.

De acordo com Guimarães (2010), as Folhas de Atividades possuem como principal característica a presença de textos explicativos unidos a atividades na forma de problemas desafiadores. Tem como um de seus propósitos permitir a autonomia do estudante no entendimento da temática abordada, minimizando a participação do professor no momento da execução das tarefas. Isso a princípio exige uma participação ativa do individuo alvo da aprendizagem, ajudando-o a perceber a importância de sua iniciativa. Isso sem dúvida constitui um contraponto ao que o estudante está acostumado a fazer, isto é, ficar sentado observando o professor pensar por ele durante uma aula expositiva. A autora também discorre sobre a necessidade de que essa atividade seja aplicada para pequenos grupos, permitindo uma contribuição mútua e aumentando ainda mais a possibilidade de autonomia dos alunos. Tais argumentos favorecem o uso dessa ferramenta como aprimoramento do aprendizado e instrumento de melhoria do ensino.

2.2 Objetivo geral do produto didático

Parece-nos que o cubo é um dos sólidos geométricos mais conhecidos dos estudantes. Ele pertence à família dos paralelepípedos retos, que é uma das figuras geométricas mais presentes em nossa sociedade na forma de construções e de objetos do cotidiano. Optamos assim por tomar como primeiro objetivo do nosso produto didático incentivar o estudante a realizar ou aperfeiçoar sua imagem abstrata do cubo, tornando-a eventualmente mais precisa. Para isso adotamos a ideia, sugerida por muitos autores de construí-lo com folhas de papel a partir de desenhos de suas planificações. Tendo em vista a necessidade de consolidar este aprendizado, pensamos em dar sequência com a apresentação de pequenos problemas desafiadores em cuja solução esse conhecimento seria parte essencial. Depois dessas atividades, procurou-se incluir alguns problemas contextualizados, fazendo assim uma conexão dessa aprendizagem com conhecimentos do cotidiano dos estudantes.

Uma das preocupações que mantivemos na construção desse produto didático foi a de conectar conhecimento de objetos planos com o de objetos espaciais. Dessa forma esperamos que os estudantes consigam fazer conscientemente a passagem da dimensão dois para a dimensão três.

Outras preocupações de ordem prática nortearam nossas decisões durante a construção das atividades. Uma delas é que as atividades seriam aplicadas para as três séries do Ensino Médio, de modo que não poderiam exigir pré-requisitos muito técnicos. Nossa percepção para essas atividades é que os estudantes deveriam realizá-las sem dificuldades intransponíveis. Pensamos que a apresentação de problemas difíceis pode fazer parte do ensino, mas esse não deveria ser o caso desse produto didático. Optamos assim em construir folhas de atividades com nível médio de dificuldade de modo que boa parte dos estudantes consiga resolve-las. Para isso utilizamos o conhecimento que temos dessas classes, já que lecionamos há algum tempo para esses estudantes.

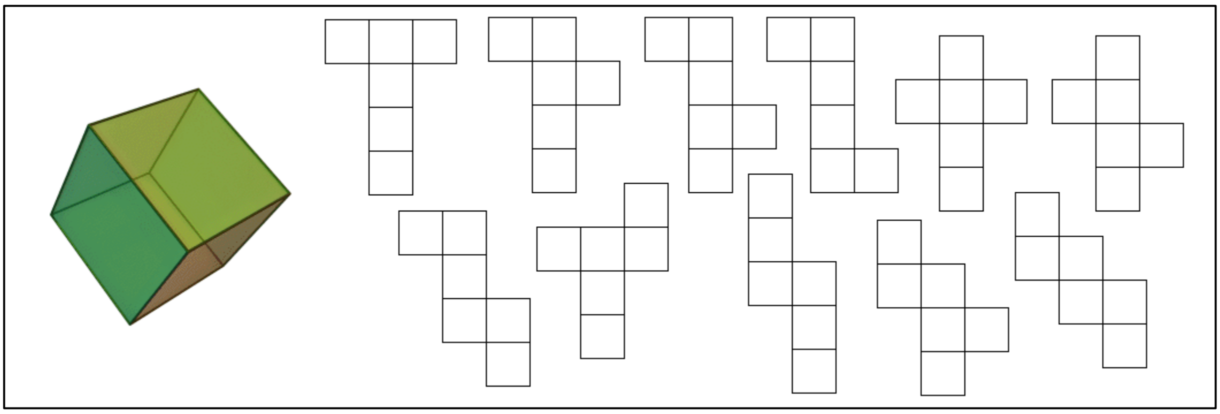
Percebemos finalmente que nosso produto didático deveria realizar uma intervenção localizada na sequência didática normal do currículo. Assim não poderia ser muito extensa, e resolvemos delimitá-la ao tempo de execução equivalente ao de duas aulas de 100 minutos cada. Por isso os sólidos abordados se limitaram, basicamente ao cubo e a paralelepípedos. Apenas em dois problemas aparecem o tetraedro e o cubo truncado.

Tendo em vista esses objetivos, fizemos uma pesquisa bibliográfica para escolher boas atividades e problemas. Utilizamos material do banco de questões da Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Publicas (OBMEP), disponibilizado por Oliveira, Hilário e Franco (2012) e por Beltran et al. (2013). Outra fonte que utilizamos foi o artigo de Santos (2013), publicado na Revista do Professor de Matemática pela Sociedade Brasileira de Matemática (SBM). Outras fontes também foram utilizadas, e se encontram relatadas nas Referências.

Listamos a seguir uma síntese das figuras e dos problemas que foram selecionados para fazer parte do produto didático, colocados com sua apresentação original das fontes.

Primeiro segue uma figura do cubo com suas planificações.

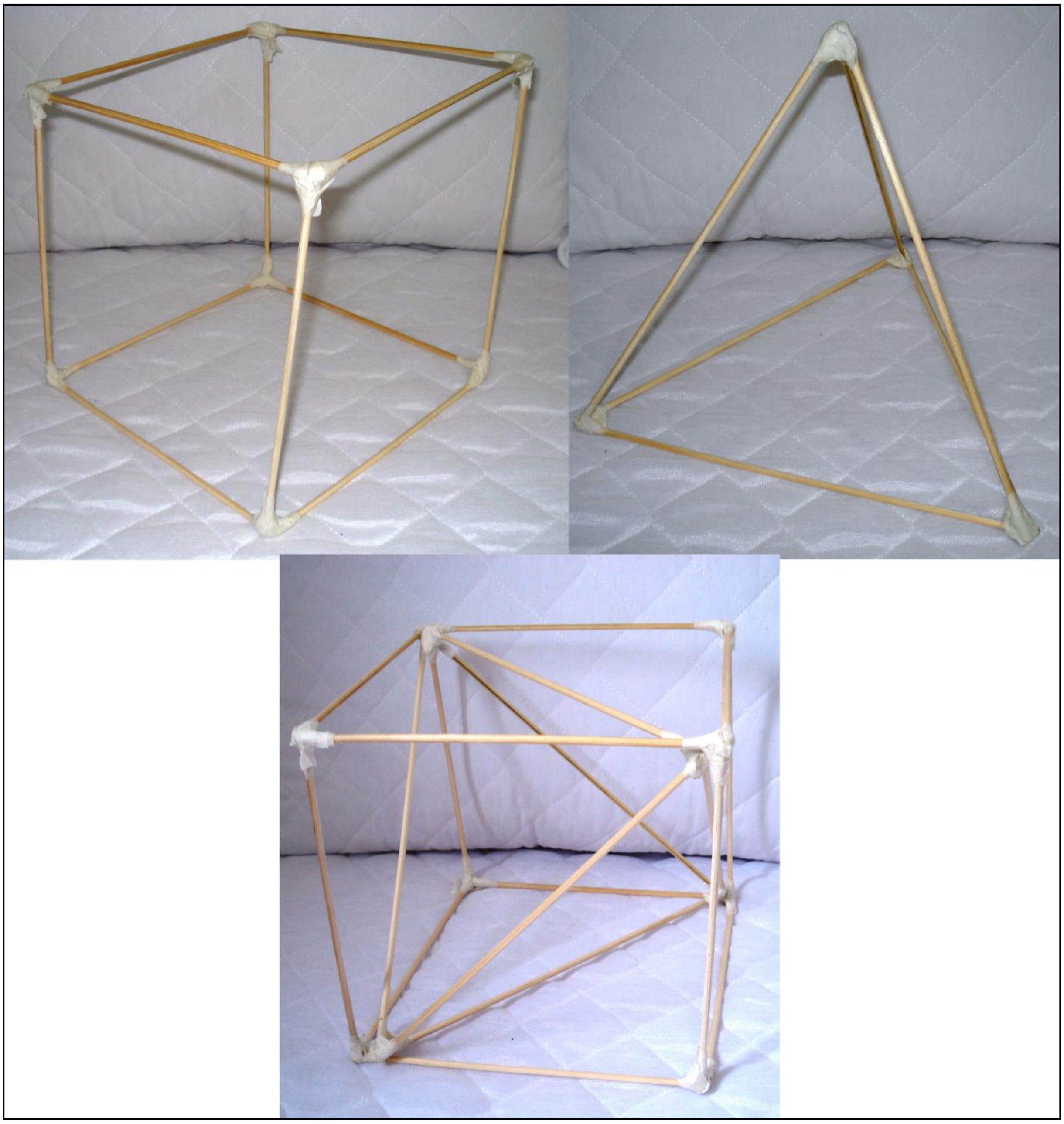
Figura 2 – Cubo e suas planificações



Fonte: http://pt.wikipedia.org/wiki/Cubo

Seguem construções do cubo e do tetraedro que permitem observar como o tetraedro pode ser construído dentro do cubo. Essa foi uma das questões apresentadas para os estudantes.

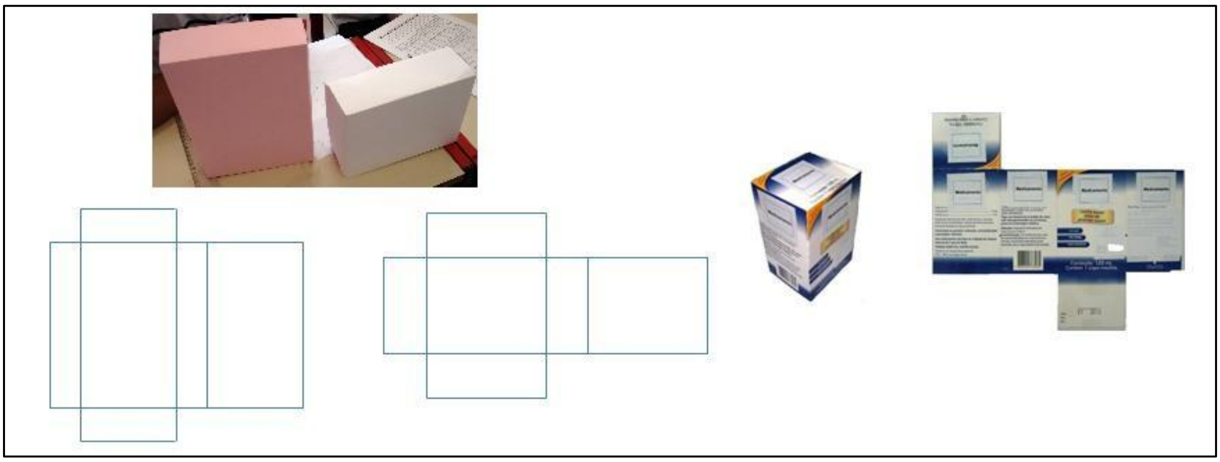
Figura 3 – Construção do cubo e do tetraedro para um dos problemas



Fonte: Autor

No projeto fizemos uso de algumas embalagens comerciais. Abaixo vemos uma ilustração.

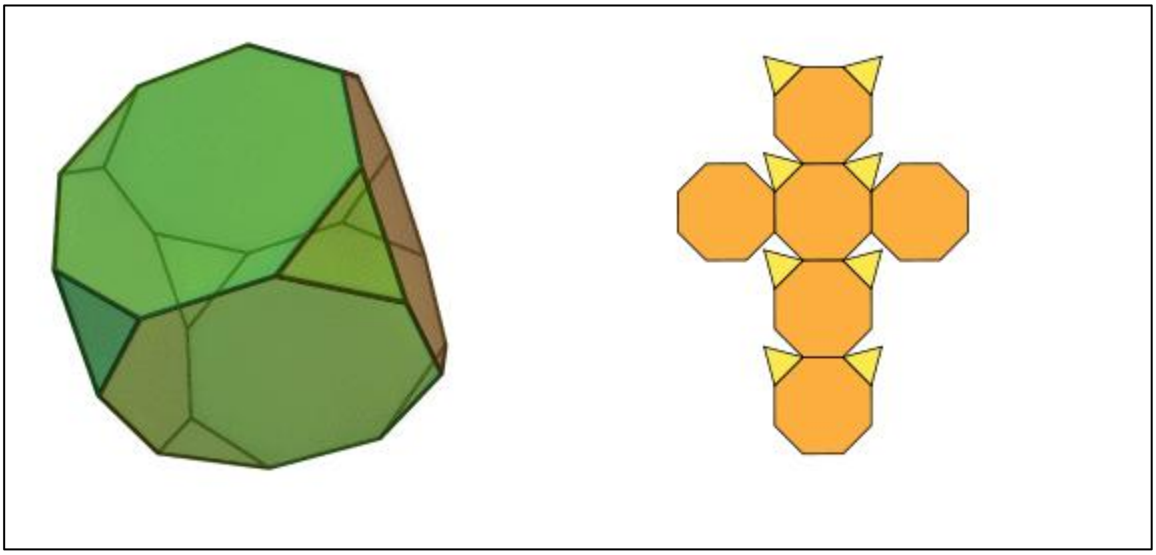
Figura 4 – Embalagens utilizadas no projeto didático



Fonte: Autor

A próxima figura mostra o cubo truncado e uma de suas planificações que utilizamos em outro problema.

Figura 5 – Cubo truncado e sua planificação



Fonte: http://pt.wikipedia.org/wiki/Cubo_truncado

Vemos abaixo o original de uma das questões que propomos como atividade. Ela serviu para consolidar o aprendizado que apresentamos sobre a conexão da planificação com o cubo.

Figura 6 – Questão original baseada para a construção de uma das atividades

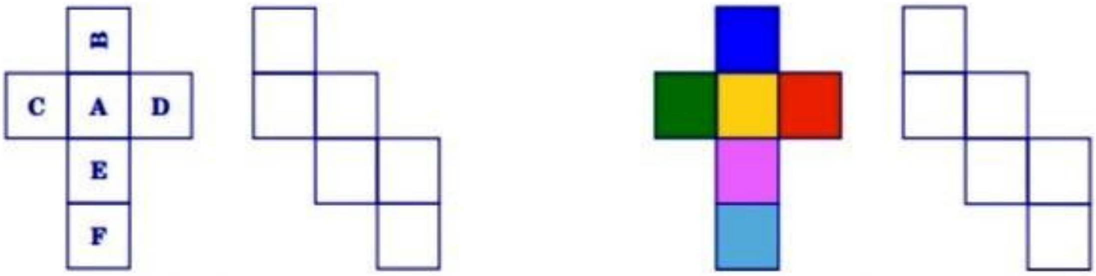


Figura 4.29 Figura 4.30

Problema 4.6.5. A professora apresentou a uma classe de estudantes a Figura 4.29, com duas planificações do cubo. Solicitou que colocassem letras nos quadrados da planificação da direita de modo que as duas planificações, quando dobradas, resultassem em dois cubos idênticos. **a)** Resolva você mesmo o problema, e identifique as possíveis dificuldades que podem ter estudantes do ensino básico ao resolver a questão. **b)** Na Figura 4.30 o problema é o mesmo, mas as letras foram substituídas por cores. Qual é a diferença dos dois problemas?

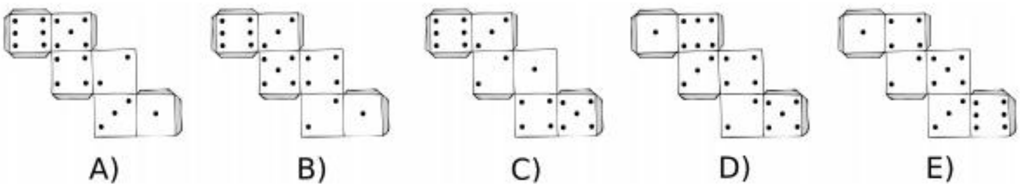
Fonte: Geometria Elementar: gênese e desenvolvimento p. 48 - 49 autor: Roberto Ribeiro Paterlini

Outros problemas de nossas folhas de atividades foram inspiradas no banco de questões das Olimpíadas Brasileiras de Matemática das Escolas Públicas. Apresentamos a seguir digitalizações das questões originais.

Figura 7 – Questão original do Banco de Questões da OBMEP 2012

14 ***Dado no papelão***

Num dado comum, a soma dos pontos de duas faces opostas é sempre 7. É possível construir um dado comum dobrando e colando uma das peças de papelão a seguir. Que peça é essa?

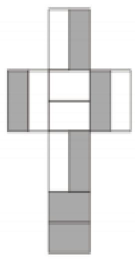


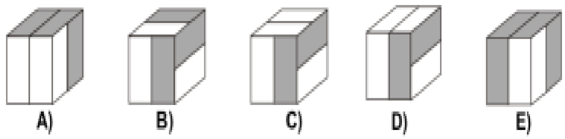
Fonte: (OLIVEIRA; HILÁRIO; FRANCO, 2012).

Figura 8 - Questão original do Banco de Questões da OBMEP 2012

31 *Cartolina vira cubo*

Para montar um cubo, Guilherme recortou um pedaço de cartolina branca e pintou de cinza algumas partes, como na figura ao lado. Qual das figuras abaixo representa o cubo construído por Guilherme?



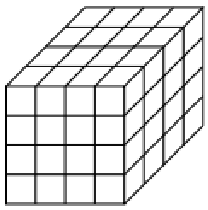


Fonte: (OLIVEIRA; HILÁRIO; FRANCO, 2012).

Figura 9 - Questão original do Banco de Questões da OBMEP 2013

3 ***Cubos e cubos***

Bráulia cortou um cubo em muitos cubinhos de aresta 1 cm, através de cortes paralelos às suas faces. Por exemplo, se este cubo tivesse 4 cm de lado, os cortes produziriam:



Entretanto, o comprimento da aresta deste cubo é desconhecido.

a) Após cortar o cubo, Bráulia contou os cubinhos de 1 cm de lado, os quais eram 512. Qual era o comprimento da aresta do cubo?

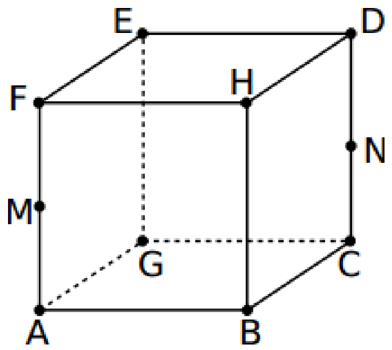
b) Laura faz o mesmo com outro cubo, para o qual também é desconhecido o comprimento da aresta. Após o corte, Laura conta 512 cubinhos que antes não tinham nenhuma face em contato com o exterior do cubo. Qual era o comprimento do cubo?

Fonte: (BELTRAN et al., 2013).

Figura 10 - Questão original do Banco de Questões da OBMEP 2013

6 ***Formiga esperta***

Uma formiga esperta, que passeia sobre a superfície do cubo abaixo, faz sempre o menor caminho possível entre dois pontos. O cubo tem arestas de tamanho 1 cm.



Qual distância a formiga esperta percorrerá se ela for:

a) Do vértice A ao vértice B?

b) Do ponto M ao ponto N?

c) Do vértice A ao vértice D?

www.obmep.org.br OBMEP – Banco de Questões 2013

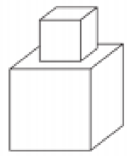
Fonte: (BELTRAN et al., 2013)

Figura 11 - Questão original do Banco de Questões da OBMEP 2012

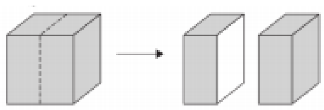
33 ***Cubo sobre cubo***

Pedro gasta 1mL de tinta cinza para pintar 100cm^2 de superfície.

a) O sólido da figura abaixo foi feito colando uma face de um cubo de aresta 10cm em uma face de um cubo de aresta 20cm. Quantos mililitros de tinta Pedro precisa para pintar esse sólido?



b) Pedro gastou 54mL de tinta para pintar um cubo e depois dividiu esse cubo pintado em dois blocos retangulares iguais, como na próxima figura abaixo. Quantos mililitros a mais de tinta ele gastará para acabar de pintar esses dois blocos?



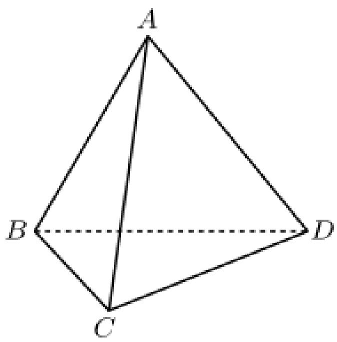
c) Pedro gastou 54mL de tinta para pintar outro cubo. Depois de pintado, esse cubo foi dividido em cubinhos iguais, e Pedro gastou mais 216mL de tinta para pintar todas as faces dos cubinhos que não estavam pintadas. Em quantos cubinhos ele dividiu o cubo?

Fonte: (OLIVEIRA; HILÁRIO; FRANCO, 2012).

Figura 12 - Questão original do Banco de Questões da OBMEP 2013

16 ***Tetraedro dentro de cubo***

Um tetraedro regular é um sólido de quatro faces, sendo todas elas triângulos equiláteros de mesmo tamanho. A figura abaixo mostra um tetraedro regular.



O comprimento de qualquer aresta de um tetraedro regular é o mesmo. Por exemplo, no tetraedro acima, $\overline{AB} = \overline{AC} = \overline{CD} = \overline{BC} = \overline{AD} = \overline{BD}$. Mostre como colocar um tetraedro de lado $\sqrt{2}$ inteiramente dentro de um cubo de lado 1.

Fonte: (BELTRAN et al., 2013)

2.3 Descrição detalhada das Folhas de Atividades 1

A primeira aula foi idealizada considerando um tempo de 100 minutos, e para ela construímos as Folhas de Atividades 1. Conforme já comentamos pensamos em trabalhar conceitos de planificação, pois o uso de planificações de sólidos no ensino tem o objetivo de auxiliar o estudante na construção abstrata mais precisa do sólido e na conexão do sólido com as propriedades das figuras planas de sua superfície. Nesse contexto, o aluno passaria a ter contato com as possíveis maneiras de se planificar um cubo. Desta forma espera-se que o aluno desenvolva sua visão espacial e consiga identificar nos objetos de seu dia-a-dia os diversos formatos de sólidos geométricos encontrados na natureza e consiga visualizar uma maneira de planificar esses objetos. Foi demonstrada a importância da argumentação para obter as planificações, de maneira a induzir o aluno ao raciocínio e à capacidade de arguir. Nesta aula também foi trabalhado o conceito de faces opostas de um cubo.

Para encerrar as Folhas de Atividades 1 propomos desenhar a planificação de um cubo truncado, de modo a reforçar sua capacidade de visualizar um sólido diferente do cubo. Resolvemos não explorar esse e outros sólidos para não alongar muito a Aula 1.

É válido salientar que todas as atividades incitam a busca de um raciocínio elaborado no qual o aluno pode complementar de forma concreta e contextualizada suas ideias. Ele não só terá o contato com o abstrato, mas também desenvolverá a habilidade de usar a imagem abstrata no manejo de problemas concretos.

Passamos a seguir a detalhar cada item das Folhas de Atividades 1.

Iniciamos descrevendo uma propriedade de uma planificação de um sólido, evitando uma definição completa de planificação devido a dificuldades técnicas. Julgamos que para nossas finalidades, seria suficiente dizer que "Planificação de um sólido é uma representação de modo que toda sua superfície se apresente como uma figura plana, preservando o desenho das faces". Completamos com a figura de um exemplo de planificação de uma embalagem comercial. Confira na Figura 13 uma digitalização da primeira parte das Folhas de Atividades 1.

Figura 13 – Introdução da Folha de Atividade 1

ufscar

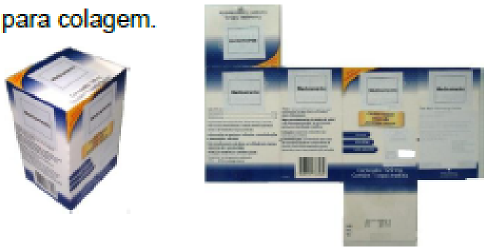
Proposta de Projeto Didático – PROFMAT
Aula 01 – 100 min.
Diretoria de Ensino Regional de Araraquara – SP
Escola Objetivo Rincão – Diretora: "Cassia Salete Tedde"
Nome: ______________________________
Nome: ______________________________

SBM SOCIEDADE BRASILEIRA DE MATEMÁTICA

PROFMAT

Planificação de um sólido é uma representação de modo que toda a sua superfície se apresente como uma figura plana, preservando o desenho das faces.

Vejamos como exemplo a planificação de uma caixa de medicamento. Nesta figura tiramos as abas utilizadas para colagem.



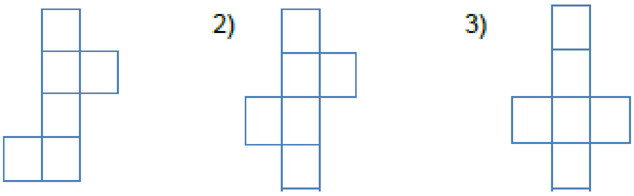
Dispusemos no Apêndice A, a partir da página 93, as Folhas de Atividades 1 completas, na forma como foram apresentadas aos estudantes nas aulas de aplicação.

Depois dessa explicação inicial, pensamos que o melhor seria que os estudantes realizassem alguma atividade concreta. Para isso idealizamos a Atividade 1.1, apresentada na Figura 14 abaixo. Nela o estudante é convidado a montar cubos usando três planificações diferentes. Essa é uma atividade prática, para a qual pensamos em fornecer o material necessário, constituído por folhas de papel A4, fita crepe e tesouras. Para realizar a atividade os estudantes deverão refazer os desenhos das planificações nas folhas de papel A4, em escala aumentada.

Figura 14 – Atividade 1.1 da Aula 1

Atividade 1.1 - Temos a seguir três planificações diferentes de um cubo. Monte os cubos com essas planificações usando as folhas fornecidas pelo professor.

1) 2) 3)



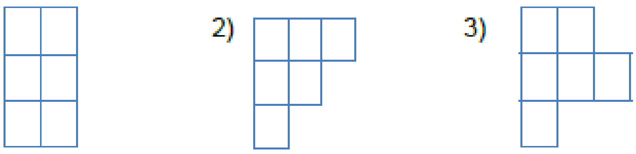
Com a Atividade 1.1 pretendemos que o estudante se familiarize com a ideia de planificação, perceba que o cubo tem várias planificações, e tenha a oportunidade de observar a posição de cada quadrado da planificação na montagem final do cubo.

Ao imaginar a Atividade 1.2, vimos que precisaríamos apresentar um pequeno desafio. Essa atividade está na Figura 15.

Figura 15 – Atividade 1.2 da Aula 1

Atividade 1.2 - Observe a seguir os desenhos abaixo. São planificações de cubos?

1) 2) 3)



( ) Sim ou ( ) Não ( ) Sim ou ( ) Não ( ) Sim ou ( ) Não

Anote o que observou. É possível dar alguma condição para que um desenho com 6 quadrados de mesmos lados seja ou não uma planificação de um cubo? Explique como descobriu isso.

Resposta:____

____

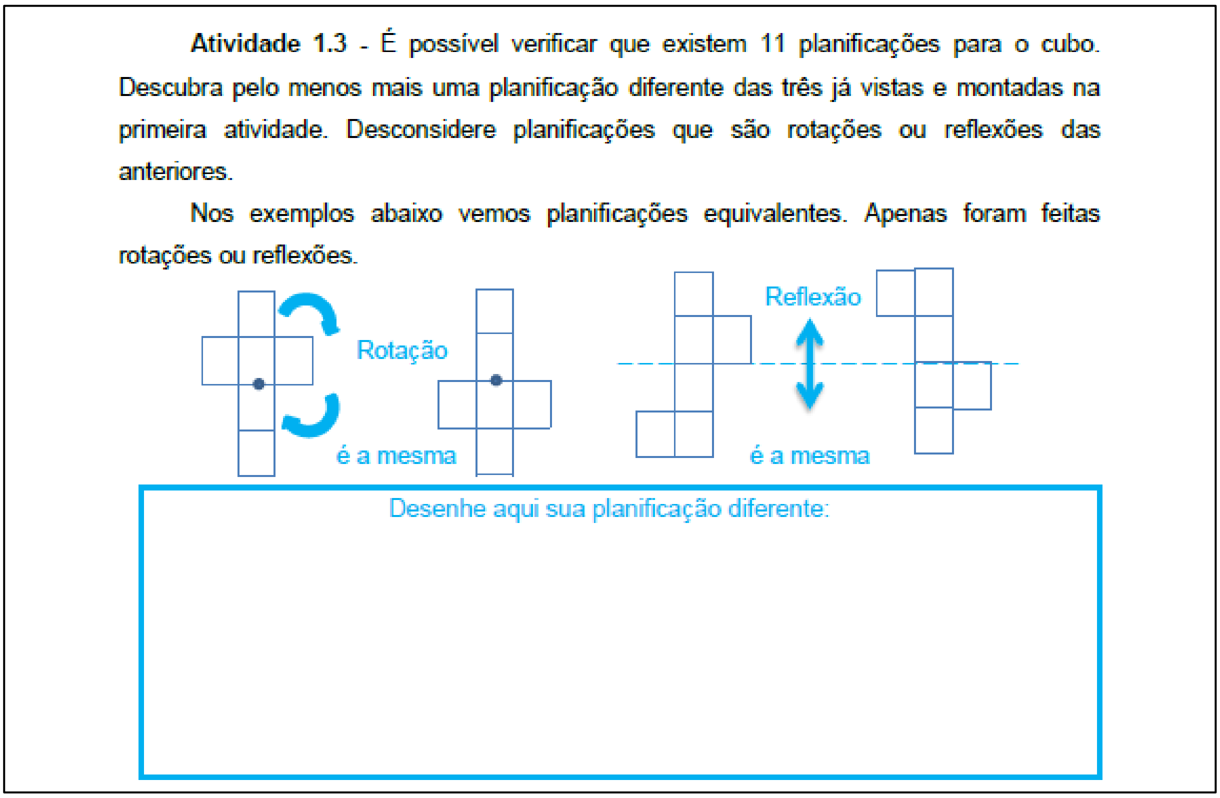
____

____

A ideia central dessa Atividade 1.2 é que o aluno investigue uma regra de formação para a planificação de um cubo. As três possibilidades de planificação apresentadas têm um elemento comum que o estudante precisa perceber: quatro quadrados formando outro quadrado maior. Isso é um impeditivo para formar um cubo.

Continuamos com outro pequeno desafio, apresentado na Atividade 1.3 (confira a Figura 16). O estudante é convidado a descobrir outra planificação do cubo, essencialmente diferente das anteriores.

Figura 16 – Atividade 1.3 da Aula 1



Atividade 1.3 - É possível verificar que existem 11 planificações para o cubo. Descubra pelo menos mais uma planificação diferente das três já vistas e montadas na primeira atividade. Desconsidere planificações que são rotações ou reflexões das anteriores.

Nos exemplos abaixo vemos planificações equivalentes. Apenas foram feitas rotações ou reflexões.

Rotação

é a mesma

Reflexão

é a mesma

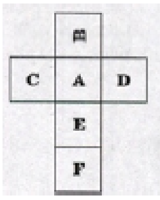
Desenhe aqui sua planificação diferente:

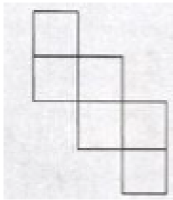
Observe agora a Atividade 1.4 (Figura 17). Com ela iniciamos alguns problemas que têm como objetivo refinar a percepção do estudante quanto à disposição dos quadrados da planificação na montagem final do cubo.

Essa atividade traz um mesmo cubo planificado de duas maneiras. Esse cubo tem uma letra em cada face, e o estudante deve descobrir como ficam as letras na segunda planificação. Para isso o estudante precisa descobrir as faces que são correspondentes nas duas planificações fornecidas e a direção com que elas entram em cada montagem. Vemos aqui duas possibilidades para solução. Em uma o estudante pode recortar a planificação em uma folha de papel A4 montando o cubo e em seguida desfazendo o cubo no formato da planificação 2). Outra forma de resolver consiste em usar apenas raciocínio, tentando passar de uma planificação para outra mediante o manejo adequado dos quadradinhos. É verdade que o estudante também pode montar as duas planificações e descobrir a resposta por tentativas. Com o objetivo de saber o método que o estudante usou, incluímos na Atividade 1.4 essa pergunta. O estudante pode assim exercitar uma forma de comunicar suas ideias, o que não é muito comum nas aulas de Matemática.

Figura 17 – Atividade 1.4 da Aula 1

Atividade 1.4 - Um cubo com letras nas faces é planificado de duas formas. Como essas letras ficarão organizadas na planificação 2)?

1) 

2) 

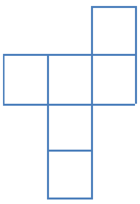
Você resolveu esse problema usando apenas o raciocínio ou montou e depois desmontou o cubo na planificação 2)? Descreva passo a passo como resolveu esse problema.

Resposta: ______________________________

Na Atividade 1.5 (Figura 18), repetimos a ideia do problema anterior, mas considerando outra planificação. A mudança é pequena, particularmente para quem está resolvendo só com o raciocínio, pois basta rotacionar e deslocar para a direita o quadradinho com a letra B.

Figura 18 – Atividade 1.5 da Aula 1

Atividade 1.5 - E se esse mesmo cubo fosse planificado de outra forma? Como ficarão organizadas as letras?



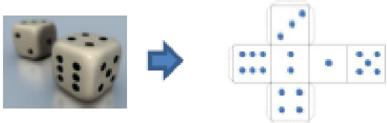
E agora, como você resolveu? Escreva passo a passo como você pensou?

Resposta: ______________________________

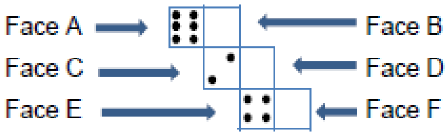
Nossa ideia na Atividade 1.6 (Figura 19) é continuar na mesma linha de desafios, mas agora com uma dificuldade um pouco maior. O cubo agora é um dado, desses usados para jogos. Informamos o estudante que a soma dos pontos de duas faces opostas é sete. O problema fornece três faces em uma dada planificação e pede para ele descobrir os pontos das outras três faces. Novamente solicitamos do estudante que descreva seu método de solução.

Figura 19 – Atividade 1.6 da Aula 1

Num dado comum, a soma dos pontos de duas faces opostas é sempre sete. Veja como exemplo um dado e uma de suas planificações.



Atividade 1.6 - Investigue quais faces da planificação abaixo são opostas. Complete as faces B, D e F com os pontos que estão faltando, usando a regra citada acima.



Descreva como descobriu a solução:

Resposta: ____

____

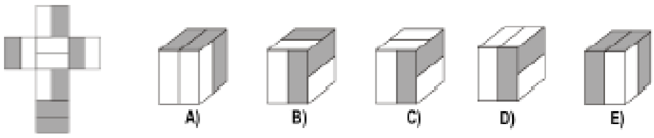
____

____

Na Figura 20 podemos ver a Atividade 1.7. Temos outro desafio, seguindo a mesma linha das ideias dos anteriores, mas com dificuldade um pouco maior. É dada uma planificação de um cubo cujas faces estão pintadas com duas faixas com combinações diversas. O estudante deve descobrir qual dos cubos apresentados corresponde à planificação dada. O estudante poderá novamente usar dois métodos, construindo o cubo ou raciocinando através de eliminação. Por exemplo, o cubo A) pode ser eliminado observando-se que não existem na planificação a possibilidade de juntar duas faces, cada uma com duas faixas de mesma cor, com uma cor em cada face, e com as faixas na mesma direção. Pretendemos que o estudante consiga descrever seu método.

Figura 20 – Atividade 1.7 da Aula 1

Atividade 1.7 - Para montar um cubo, um estudante recortou uma planificação numa cartolina branca e pintou de cinza algumas partes, como na figura ao lado, no lado esquerdo. Depois montou o cubo. Qual das figuras abaixo representa o cubo construído por este estudante?



Resposta:____

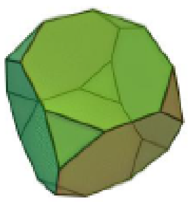
Descreva o método utilizado para resolver esse problema. Analise e justifique, em cada alternativa, porque ela foi aceita ou recusada.

Resposta:____

Para encerrar as Folhas de Atividades 1 idealizamos a Atividade 1.8, apresentada na Figura 21.

Figura 21 – Atividade 1.8 da Aula 1

Atividade 1.8 - O **cubo truncado** é um sólido de Arquimedes. É obtido por truncatura dos vértices de um cubo. (Um corte feito em cada vértice de forma que se retirem oito pirâmides iguais). Esse sólido tem seis faces octogonais regulares, oito faces triangulares regulares, vinte e quatro vértices e trinta e seis arestas.



Descubra como seria uma planificação para este sólido.

Esta atividade contém um cubo truncado. Tal objeto normalmente não está inserido no conteúdo do Ensino Médio. Achamos que seria adequada a apresentação de um sólido diferente para o aluno perceber as inúmeras possibilidades de tipos de poliedros. Além do mais o truncamento é um método importante para se obter novos sólidos a partir de outros, e desta forma damos oportunidade para o estudante entrar em contato com essa ideia.

Pensamos também ser importante incluir esta atividade porque o aluno está acostumado a receber a planificação pronta para depois montar o sólido. Fizemos assim um contraponto, apresentando uma atividade com o caminho inverso.

Por último e, finalizando a Aula 1, temos a Atividade 1.9 (Figura 22). Damos aqui a oportunidade para o grupo fazer uma pequena discussão sobre a aula. Poderemos obter assim uma avaliação parcial a partir do ponto de vista do aluno. A questão possui alternativas para avaliação e emissão de opinião.

Figura 22 – Atividade 1.9 da Aula 1

Atividade 1.9 – Para Terminar, avalie a atividade realizada nessa aula:

a) Seu grupo gostou da atividade?
( ) Sim ( ) Não

b) Como seu grupo avalia a atividade?
( ) Ótima ( ) Boa ( ) Ruim

c) Como seu grupo avalia a dificuldade da atividade?
( ) Fácil ( ) Médio ( ) Difícil

Dê a sua opinião sobre essas atividades. O que você achou dessas atividades? Ela contribuiu para o seu aprendizado?

Respostas:____

2.4 Descrição detalhada das Folhas de Atividades 2

Passamos agora à apresentação das Folhas de Atividades 2, com a ideia de que serão aplicadas nas classes do Ensino Médio em uma segunda aula de 100 minutos. Explicamos cada atividade e destacamos o objetivo didático de cada uma.

Continuamos com o desenvolvimento de algumas propriedades dos sólidos geométricos, particularmente do cubo e do paralelepípedo. Apenas na última questão consideramos o tetraedro. Dentre as propriedades abordadas, incluímos medidas como volumes, áreas e comprimento de segmentos.

Os problemas dessa segunda parte do nosso produto didático têm cada um deles, um pequeno viés de aplicação. Particularmente o primeiro deles pode-se dizer que está contextualizado, pois diz respeito ao formato de embalagens de sabão em pó.

Novamente escolhemos os problemas levando em consideração a situação didática de nossos estudantes (De três séries diferentes). Procuramos calibrar bem o nível de dificuldade, evitando que fossem muito difícil para eles, a fim de não causar desânimo. Por outro lado, cada problema deverá ser um pequeno desafio.

Começamos a Aula 2 com a atividade apresentada na Figura 23. Vemos duas planificações de caixas de sabão em pó. Com os dados fornecidos o estudante deverá calcular os volumes e as áreas dessas caixas. Ele verá que os volumes são aproximadamente iguais, mas existe uma boa diferença entre as áreas. O problema prossegue com perguntas e explicações que inserem o estudante em uma situação contextualizada.

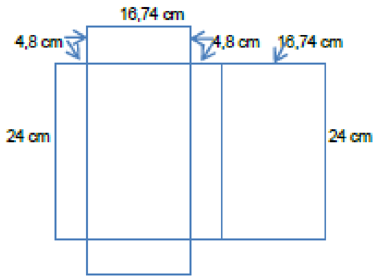
O foco central desta primeira atividade é o cálculo de áreas e volumes e o entendimento do texto.

Figura 23 – Atividade 2.1 da Aula 2

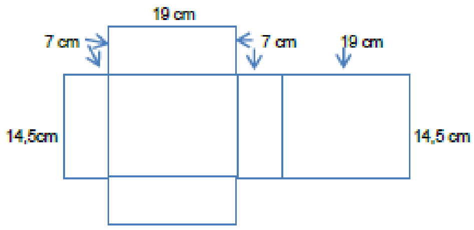
Proposta de Projeto Didático – PROFMAT
Aula 02 – 100 min.
Diretoria de Ensino Regional de Araraquara – SP
Escola Objetivo Rincão – Diretora: "Cassia Salete Tedde"
Nome: ______________________________________
Nome: ______________________________________

Atividade 2.1 Monte duas caixas usando os moldes de planificações fornecidas pelo professor, cujas medidas estão descritas abaixo:

Modelo de caixa 1



Modelo de caixa 2



Essas caixas são usadas para embalar sabão em pó. A caixa 1 foi o modelo usado por muito tempo e a caixa 2 é o modelo atual. Para investigar qual foi o motivo dessa mudança, vamos calcular o volume e a sua área total de cada uma.

V_1= ______________________________________

V_2= ______________________________________

A_1= ______________________________________

A_2= ______________________________________

Houve alguma vantagem para a empresa? Qual? E para o consumidor?

Resposta: ______________________________________

____

Suponhamos que numa certa data foram vendidas 100.000 unidades da caixa um. E após a mudança, numa outra data, também foram vendidas 100.000 unidades da caixa dois. Comparando as duas produções, qual foi a diferença na quantidade de papel para fabricar essas caixas?

Solução: ______________________________________

____

____

____

Suponhamos que a cada 1000 cm^2 de papel a empresa gasta R$ 10,00. Qual foi a economia gerada para seus cofres na situação do exercício anterior?

Solução: ______________________________________

____

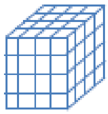
____

____

Para a Atividade 2.2, apresentada na Figura 24, optamos por uma das questões da OBMEP.

Figura 24 – Atividade 2.2 da Aula 2

<u>**Atividade 2.2**</u> Um aluno cortou um cubo em muitos cubinhos de aresta 1 cm, através de cortes paralelos às suas faces. Por exemplo, se este cubo tivesse 4 cm de lado, os cortes produziriam:



Entretanto, o comprimento da aresta deste cubo é desconhecido.

a) Após cortar o cubo, o aluno contou os cubinhos de 1 cm de lado, os quais eram 512. Qual era o comprimento da aresta do cubo?

Solução: ____

____

____

b) Laura faz o mesmo com outro cubo, para o qual também é desconhecido o comprimento da aresta. Após o corte, Laura conta 512 cubinhos que antes não tinham nenhuma face em contato com o exterior do cubo. Qual é o comprimento mínimo da aresta desse cubo?

Solução: ____

____

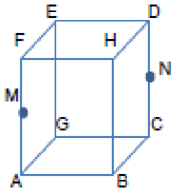
____

Esta atividade gira em torno do conceito de volume de um cubo e indiretamente exige outro conceito, que é o de raiz cúbica. Para calcular a raiz cúbica de 512, o aluno poderá utilizar a decomposição em fatores primos, ou o método por tentativas. Além disso, no item b), o aluno deverá mostrar que compreendeu como um cubo é construído com cubos unitários. Espera-se que o aluno perceba que em cada face do cubo do item a) foi acrescentada uma nova camada de cubinhos e cada aresta foi aumentada de dois cubinhos.

Segue agora a Atividade 2.3, que está apresentada na Figura 25.

Figura 25 – Atividade 2.3 da Aula 2

Atividade 2.3 Uma formiga esperta, que passeia sobre a superfície do cubo abaixo, faz sempre o menor caminho possível entre dois pontos. O cubo tem arestas de tamanho 1 cm. Qual distância a formiga esperta percorrerá se ela for:



a) Do ponto M ao ponto N? (M e N são os pontos médios das respectivas arestas).

Solução:

b) Do vértice A ao vértice D?

Solução:

c) Se não precisar passar apenas pela superfície. Qual é a menor distância entre os vértices A ao vértice D?

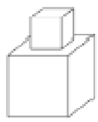
Solução:

Nesta atividade espera-se que o aluno tenha condições de perceber que, no item a), basta seguir um caminho reto que ligue M ao ponto médio da aresta HB e deste até o ponto N. No item b) uma solução possível seria o aluno planificar o cubo de modo que as faces AFEG e CDEG fiquem juntas, e ligar nessa planificação o ponto A ao ponto D com um segmento. A resposta é o comprimento desse segmento. Aqui o estudante utiliza o Teorema de Pitágoras. No item c) o estudante deverá calcular a medida da diagonal do cubo, e para isso ele deverá utilizar o Teorema de Pitágoras.

Vejamos a Atividade 2.4 apresentada na Figura 26. Nessa questão, mais uma vez, retomamos o tema de cálculo de área e o estudante deverá perceber que no item a) temos áreas sobrepostas e no item b) estaremos criando, com o corte, duas novas faces. Espera-se que o estudante tenha habilidade de calcular áreas e desenvolver o raciocínio lógico necessário para lidar com as duas situações propostas.

Figura 26 – Atividade 2.4 da Aula 2

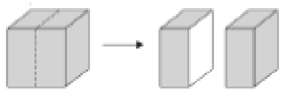
Atividade 2.4 Pedro gasta 1 ml de tinta cinza para pintar 100 cm^2 de superfície.



a) O sólido da figura ao lado foi feito colando uma face de um cubo de aresta 10 cm em uma face de um cubo de aresta 20 cm. Quantos mililitro de tinta Pedro precisará para pintar esse sólido?

Resposta:

b) Pedro gastou 54 ml de tinta para pintar um cubo e depois dividiu esse cubo pintado em dois blocos retangulares iguais, como na próxima figura ao lado. Quantos mililitros a mais de tinta ele gastará para acabar de pintar esses dois blocos?

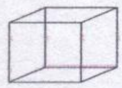


Solução:

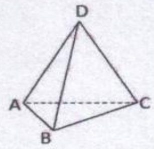
Na Atividade 2.5 (Figura 27), mudamos o enfoque das questões com o objetivo de introduzir o tetraedro. Para resolver esta questão sugerimos a construção do cubo e do tetraedro regular com varetas. Encerramos assim as atividades com um trabalho de experimentação.

Figura 27 – Atividade 2.5 da Aula 2

Atividade 2.5 Um tetraedro regular é um sólido de quatro faces, sendo todas elas triângulos equiláteros de mesmo tamanho. A figura abaixo mostra um tetraedro regular. O comprimento de qualquer aresta de um tetraedro regular é o mesmo.

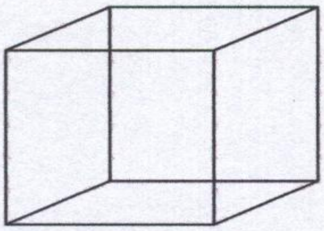


Por exemplo, no tetraedro ao lado, AB = AC = CD = BC = AD = BD. Mostre como colocar um tetraedro de lado $\sqrt{2}$ inteiramente dentro de um cubo de lado 1.



Sugestão: Utilizando as varetas fornecidas pelo professor, monte os sólidos e construa a solução desse problema.

Faça a representação de sua solução no cubo abaixo.



Escreva passo a passo sua solução:____________________________________

____

____

____

Assim como fizemos nas Folhas de Atividades 1 terminamos as Folhas de Atividades 2 com uma oportunidade para o estudante se manifestar. Confira na Figura 28.

Figura 28 – Atividade 2.6 da Aula 2

<u>Atividade 2.6</u> Para Terminar, avalie a atividade realizada nessa aula:

a) Seu grupo gostou da atividade?

( ) Sim ( ) Não

b) Como seu grupo avalia a atividade?

( ) Ótima ( ) Boa ( ) Ruim

c) Como seu grupo avalia a dificuldade da atividade?

( ) Fácil ( ) Médio ( ) Difícil

Dê a sua opinião. O que você achou dessas atividades? Como ela contribuiu para o seu aprendizado?

Obrigado! Fim!

2.5 Conclusão

O planejamento das Folhas de Atividades 1 e 2 busca oferecer maior autonomia ao estudante no processo de ensino/aprendizado da Geometria. Na aplicação e no desenvolvimento das folhas de atividades pelos estudantes, a intervenção do professor deverá ser a menor possível. Espera-se que o estudante seja capaz de desenvolver seu raciocínio e utilizar livremente sua criatividade nas construções das soluções das atividades propostas.

Capítulo 3

Aplicação das Folhas de Atividades

Este capítulo descreve como foi feita a aplicação das atividades e como as turmas de estudantes reagiram perante ela. Além disso, apresenta uma análise dos dados coletados juntamente com a opinião fornecida pelos alunos sobre as atividades. Apresentamos também algumas fotos e digitalizações de parte da resolução das duas folhas de atividades.

3.1 Descrição das classes

A escola escolhida para execução do projeto didático foi o Colégio Objetivo que está localizado na cidade de Rincão-SP. O colégio surgiu a partir de uma pareceria estabelecida entre a Escola Cores e Formas e o Sistema Objetivo de ensino. A escola possui pequeno porte, tendo como fundadoras duas professoras do Ensino Fundamental ciclo I que tinham como finalidade oferecer melhores condições de educação para seus filhos. Assim um pequeno grupo de alunos permitiu a formação da Escola Cores e Formas. Quando essa 1° turma se encontrava no 9° ano do Ensino Fundamental, conseguiram estabelecer a parceria com o Sistema Objetivo. Atualmente a escola possui uma sala de cada série/ano, com uma média de 10 alunos por sala.

O projeto foi aplicado para classes do Ensino Médio, abrangendo alunos que cursam do primeiro ao terceiro ano. A turma do primeiro ano continha quatorze alunos que foram divididos em sete grupos com dois integrantes cada um. A segunda classe, pertencente ao segundo ano, consistia de nove alunos que foram repartidos em três grupos de dois e um grupo de três. Por último a sala do terceiro ano, que tinha sete alunos, foi repartida em dois grupos de dois e um de três.

A sala do 1° ano do Ensino Médio tem mais alunos, pois recebemos estudantes da escola Comendador Pedro Morganti, única escola pública da cidade de Rincão - SP onde leciono. Esses alunos apresentaram dificuldades de adaptação nesse processo de transição. O projeto foi aplicado no 4° bimestre, assim, os alunos do 1° Ano do Ensino Médio demonstraram atender os pré-requisitos necessários para desenvolver as folhas de atividades.

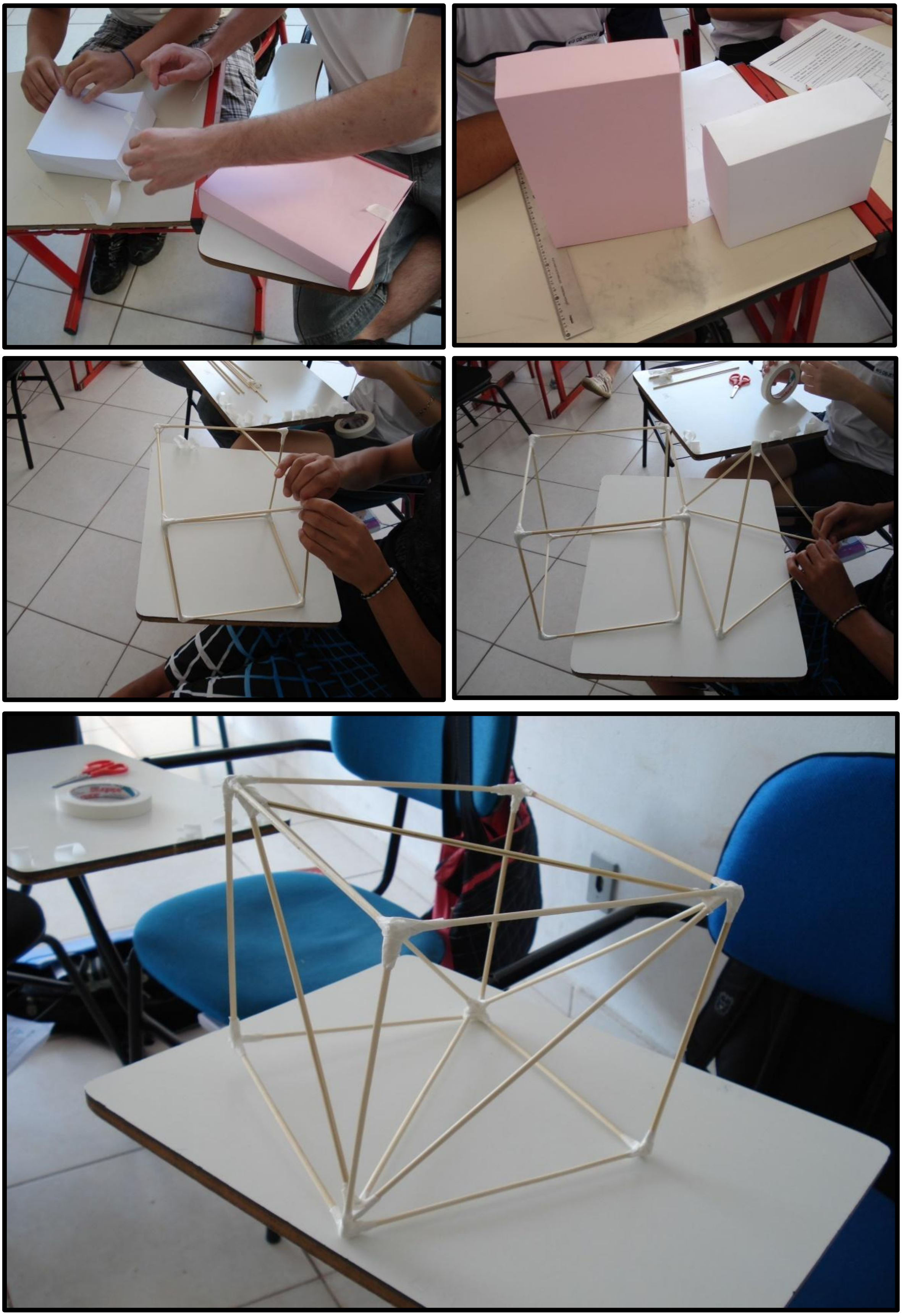
No 2° Ano do Ensino Médio os alunos do colégio Objetivo tinham um acesso completo à Geometria Espacial possuindo experiência para a realização das atividades propostas. Como consequência, apresentaram maior facilidade na execução das atividades propostas.

O 3° Ano apresentou alunos com uma carga de preocupação devido à proximidade do Exame Nacional do Ensino Médio (Enem) e o conteúdo de Geometria Espacial havia sido estudado no 2° Ano. Assim o projeto foi de grande ajuda servindo como revisão e, também, como uma maneira diferente de lidar com o assunto.

Foram distribuídas as folhas de atividades e os alunos demonstraram muito interesse, pois foi utilizada uma metodologia diferente do ensino tradicional que consiste no uso de aulas expositivas. Outro fato que permitiu essa boa aceitação foi a possibilidade de resolver as atividades em duplas, o que reduziu a possível inibição causada pelo professor. Assim foi notada uma intensa participação durante as atividades. Os grupos realizavam a leitura e tentavam responder às questões seguindo as instruções do projeto sem o auxílio do professor. Abaixo podemos verificar imagens dos alunos executando as atividades (Figuras 29 e 30).

Figura 29 – Fotos dos alunos executando as atividades

Figura 30 – Fotos dos alunos executando as atividades



3.2 Análise da aplicação das Folhas de Atividades 1

As Folhas de Atividades 1 podem ser vistas no Apêndice A página 93, na forma com que foram apresentadas às classes na Aula 1.

Cada atividade aplicada permitiu a verificação do desempenho e a capacidade de argumentação dos alunos, o que nos possibilitou analisar cada questão, quanto às respostas esperadas, como adequadas e não adequadas. Além disso, ao final da análise da folha de resposta é possível identificar através do gráfico (Figura 40) o rendimento geral de cada classe por questão, a partir da segunda.

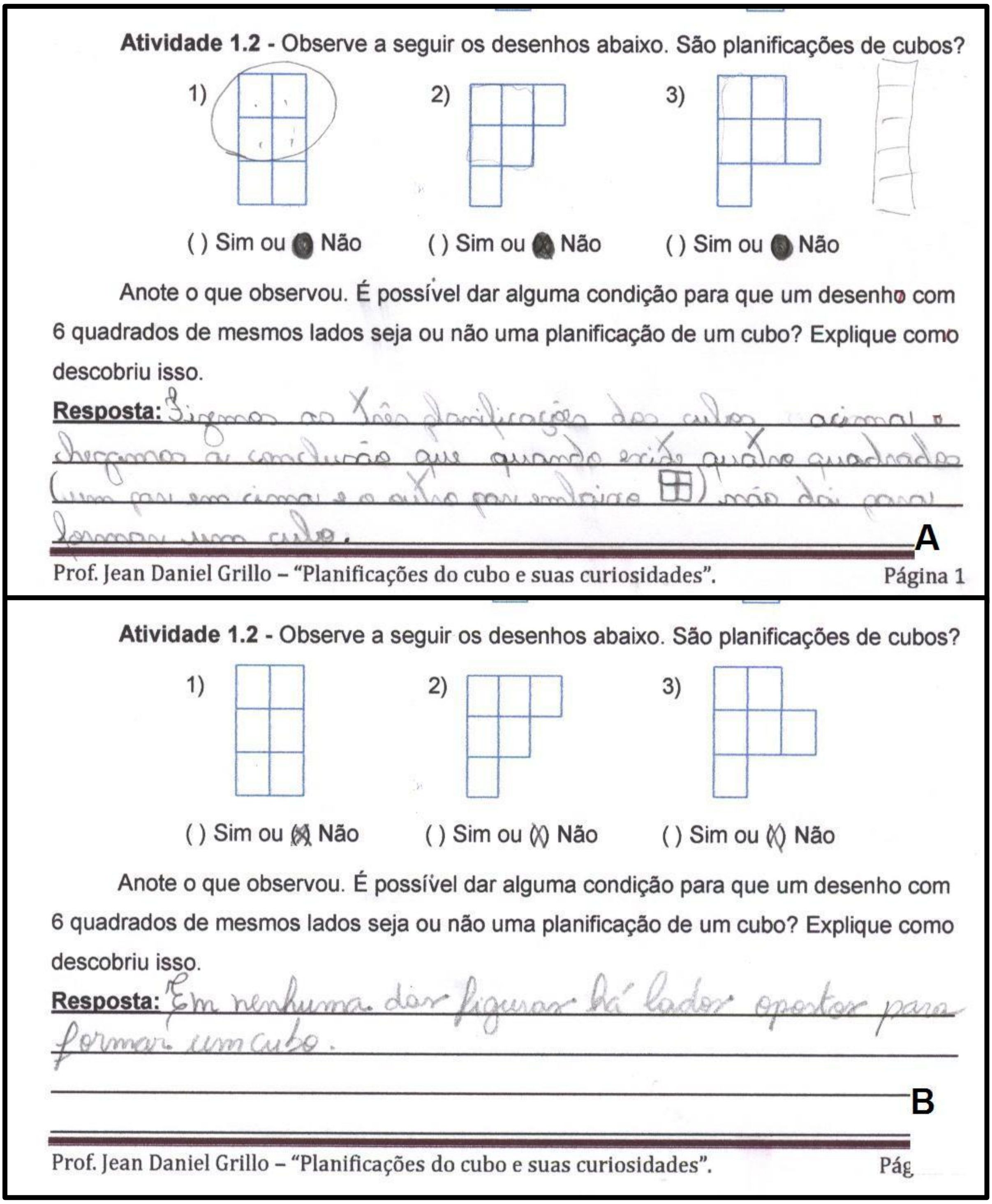
A Atividade 1.1 exigiu um trabalho cooperativo dos componentes de cada grupo. Observei que, na maioria dos grupos um estudante desenhava a planificação o outro recortava e colava. Todos participaram e o objetivo de despertar o interesse pela planificação de sólidos geométricos foi alcançado.

Vamos analisar agora o desempenho das classes no que se refere à Atividade 1.2. Essa questão exige a resposta a dois quesitos. No primeiro o grupo deve responder sim ou não em cada um dos três itens. Nos três casos a resposta correta é não.

No primeiro quesito, todos os grupos assinalaram a resposta não.

O segundo quesito da Atividade 1.2 é mais complexo. Exige do grupo uma explicação do motivo por que o desenho apresentado não é uma planificação do cubo. Além de entender a lógica da construção, é preciso saber escrever uma explicação. Classificamos as respostas dos estudantes como adequada ou não adequada. Vemos na Figura 31 A um exemplo de resposta adequada, pois os estudantes perceberam uma característica comum aos três desenhos, já que apresentam quatro quadradinhos formando um quadrado maior. Viram que isso é um impeditivo, e provavelmente chegaram a essa conclusão por experimentação. Assim a frase apresentada na Figura 31 A não é completa, mas foi considerada adequada, traduzindo um nível de dedução relativo à maturidade dos estudantes. Por outro lado vemos na Figura 31 B um exemplo de resposta não adequada. O grupo percebeu que nenhum desenho pode formar o cubo, resposta que já foi detectada no quesito anterior. Entretanto não soube explicar o motivo. Examinando todas as respostas vimos que todos os grupos do 1º e dos 3º anos, apresentaram respostas que consideramos adequadas. Quanto ao 2º ano foram consideradas adequadas aproximadamente 80% das respostas.

Figura 31 - Exemplo de resposta adequada e não adequada da Atividade 1.2



Atividade 1.2 - Observe a seguir os desenhos abaixo. São planificações de cubos?

1) ( ) Sim ou (X) Não

2) ( ) Sim ou (X) Não

3) ( ) Sim ou (X) Não

Anote o que observou. É possível dar alguma condição para que um desenho com 6 quadrados de mesmos lados seja ou não uma planificação de um cubo? Explique como descobriu isso.

Resposta: Vimos as três planificações dos cubos acima e chegamos a conclusão que quando existe quatro quadrados (um por em cima e o outro por embaixo ⊞) não dá para formar um cubo.

A

Prof. Jean Daniel Grillo – "Planificações do cubo e suas curiosidades". Página 1

Atividade 1.2 - Observe a seguir os desenhos abaixo. São planificações de cubos?

1) ( ) Sim ou (X) Não

2) ( ) Sim ou (X) Não

3) ( ) Sim ou (X) Não

Anote o que observou. É possível dar alguma condição para que um desenho com 6 quadrados de mesmos lados seja ou não uma planificação de um cubo? Explique como descobriu isso.

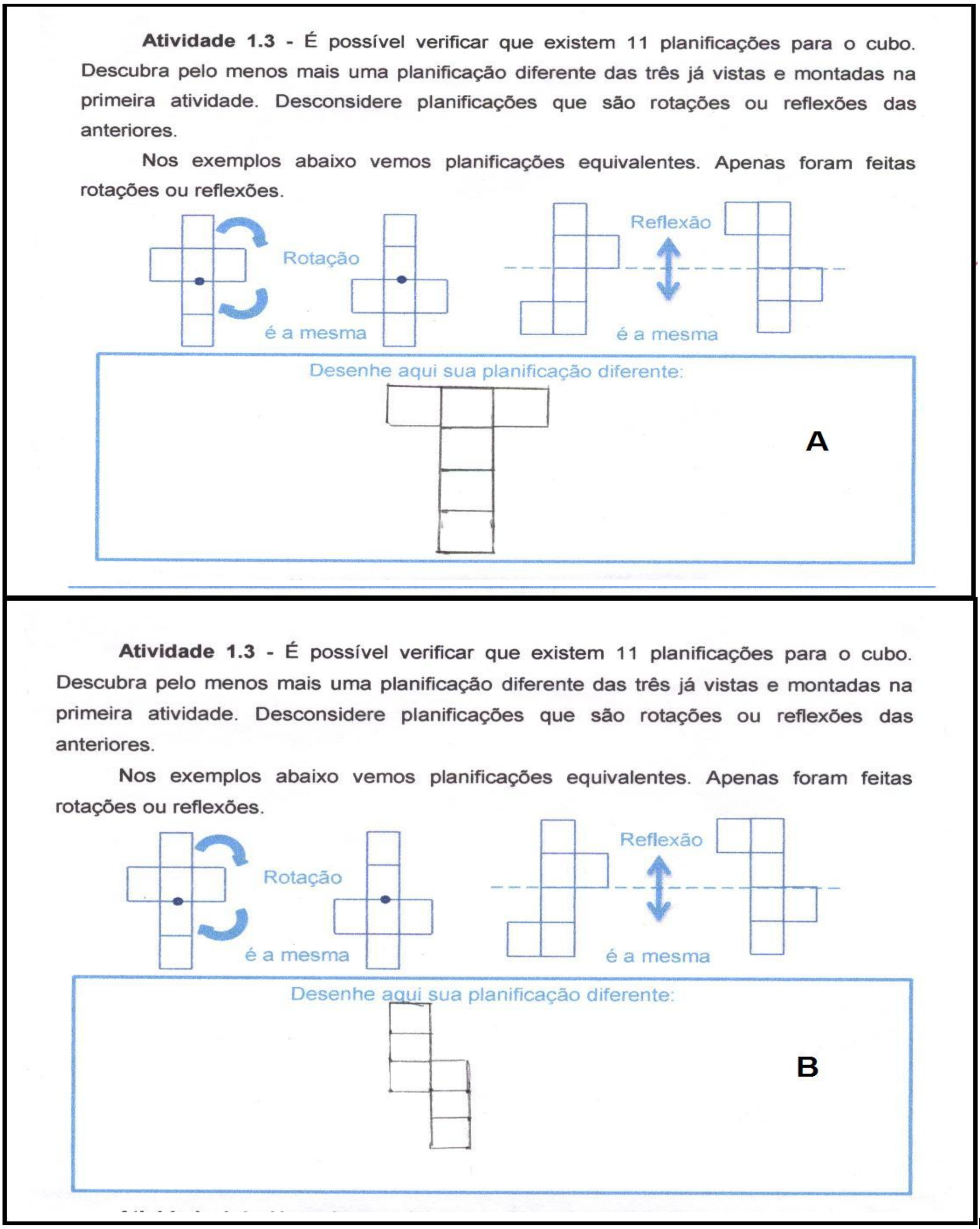
Resposta: Em nenhuma das figuras há lados opostos para formar um cubo.

B

Prof. Jean Daniel Grillo – "Planificações do cubo e suas curiosidades". Pág

Na Atividade 1.3, foi solicitado dos grupos uma planificação válida para o cubo diferente daquelas apresentadas na Atividade 1.1. Os alunos não apresentaram dificuldades, e todos os grupos desenharam uma planificação válida. Vemos na Figura 32 dois exemplos de respostas corretas.

Figura 32 - Exemplo de respostas adequadas da Atividade 1.3



Examinando as respostas dos grupos na Atividade 1.3 vemos que 50% deles apresentaram uma planificação com quatro quadrados enfileirados, seguindo o padrão das planificações apresentadas na Atividade 1.1. Observamos inclusive que com exceção de um grupo, todos os desenhos são iguais aos da Figura 32 A. Por outro lado 50% dos grupos apresentaram uma resposta fora desse padrão. Na verdade, dentre esses 50%, todos apresentaram o desenho da Figura 32 B. Talvez tenha havido comunicação entre os grupos.

Na Atividade 1.4, o nível de dificuldade é maior. Aqui o estudante precisa colocar as letras nas posições corretas na planificação 2) e desenvolver um texto para responder à pergunta feita logo abaixo. Nessa pergunta antecipamos dois métodos que o estudante poderia utilizar. O primeiro seria trabalhar só com a planificação, deslocando ou rotacionando quadradinhos. Ele pode apoiar seu raciocínio com desenhos do cubo. A segunda seria construir cubos com as duas planificações usando folhas de papel A4. O estudante poderia também seguir alguma combinação desses dois caminhos, ou misturando com algum processo de tentativas.

Ao analisar o desempenho dos estudantes na Atividade 1.4, classificamos de correta ou incorreta a resposta da primeira parte, e de adequada ou não adequada a resposta da segunda parte.

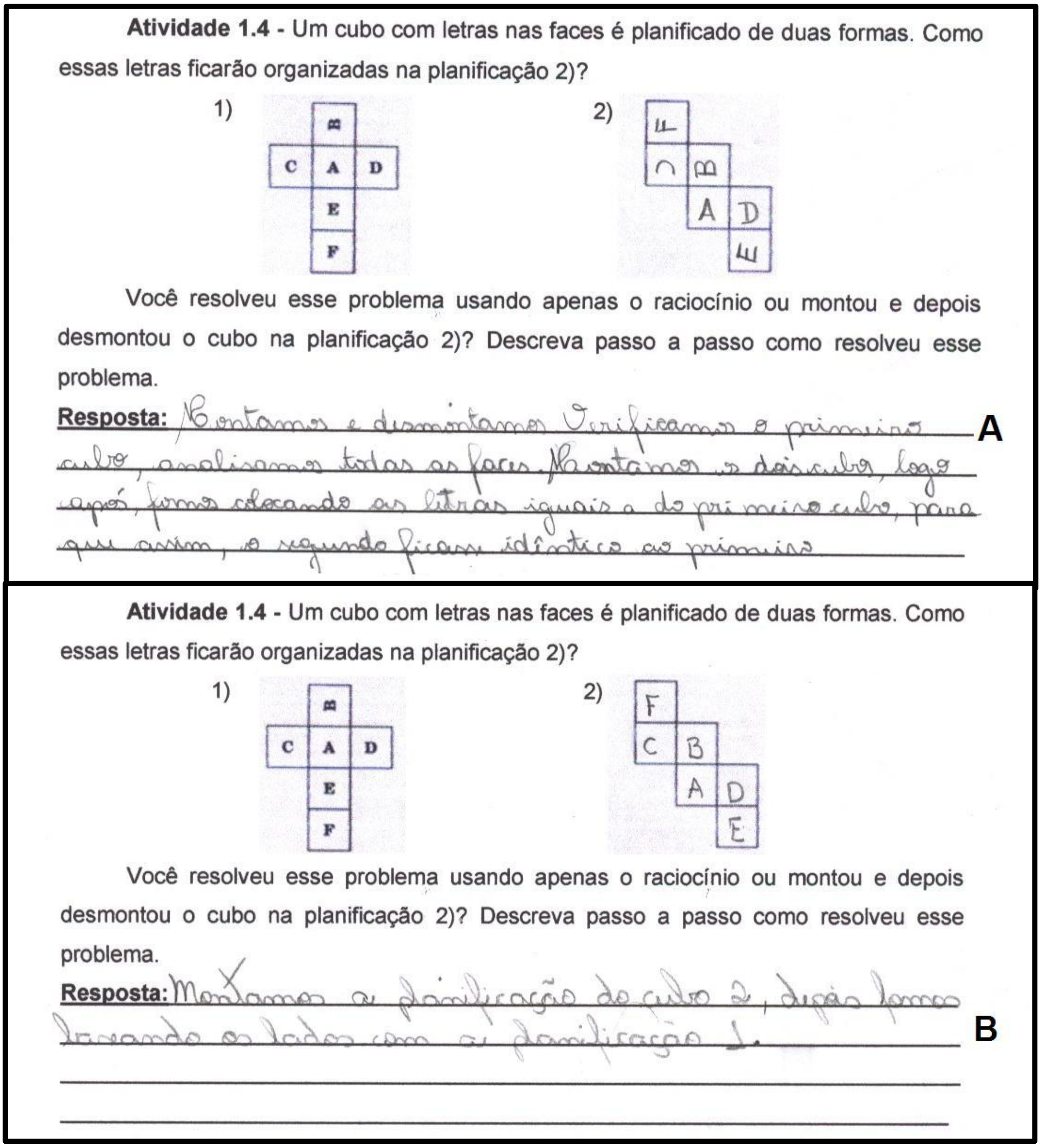
Na primeira parte dessa atividade, apenas 5 grupos conseguiram responder corretamente, outros 4 grupos erraram e os 5 grupos restantes colocaram as letras nas faces corretas, mas a posição das letras dentro de cada face, não corresponde com a forma correta.

Na segunda parte, 8 grupos fizeram adequadamente a descrição da solução, os outros 6 grupos não apresentaram de forma adequada. A grande maioria, ou seja 10 grupos, relatou que utilizou a planificação para resolver a atividade e os 4 grupos restantes tentaram fazer pelo raciocínio.

Considerando conjuntamente os dois quesitos da Atividade 1.4, o desempenho das turmas foi: das turmas da sala do 1° ano, 20% não responderam corretamente na totalidade, e das turmas do 3° ano, nenhuma respondeu corretamente na totalidade. Todos os grupos das turmas do 2° ano alcançaram os 100% de respostas corretas. Foi um rendimento abaixo do esperado, pois houve confusão quanto à posição das letras. É possível justificar o bom desempenho do 2º ano devido ao seu contato recente com a Geometria Espacial.

Observe que na Figura 33 A e B abaixo, as letras foram colocadas nas faces corretas da planificação 2), porém, na Figura 33 B, as letras não foram rotacionadas de forma exata.

Figura 33 - Exemplo de resposta adequada e não adequada da Atividade 1.4



Atividade 1.4 - Um cubo com letras nas faces é planificado de duas formas. Como essas letras ficarão organizadas na planificação 2)?

1) B / C A D / E / F

2) F / C B / A D / E

Você resolveu esse problema usando apenas o raciocínio ou montou e depois desmontou o cubo na planificação 2)? Descreva passo a passo como resolveu esse problema.

Resposta: Montamos e desmontamos. Verificamos o primeiro cubo, analisamos todas as faces. Montamos os dois cubos, logo após, fomos colocando as letras iguais a do primeiro cubo, para que assim, o segundo ficasse idêntico ao primeiro.

A

Atividade 1.4 - Um cubo com letras nas faces é planificado de duas formas. Como essas letras ficarão organizadas na planificação 2)?

1) B / C A D / E / F

2) F / C B / A D / E

Você resolveu esse problema usando apenas o raciocínio ou montou e depois desmontou o cubo na planificação 2)? Descreva passo a passo como resolveu esse problema.

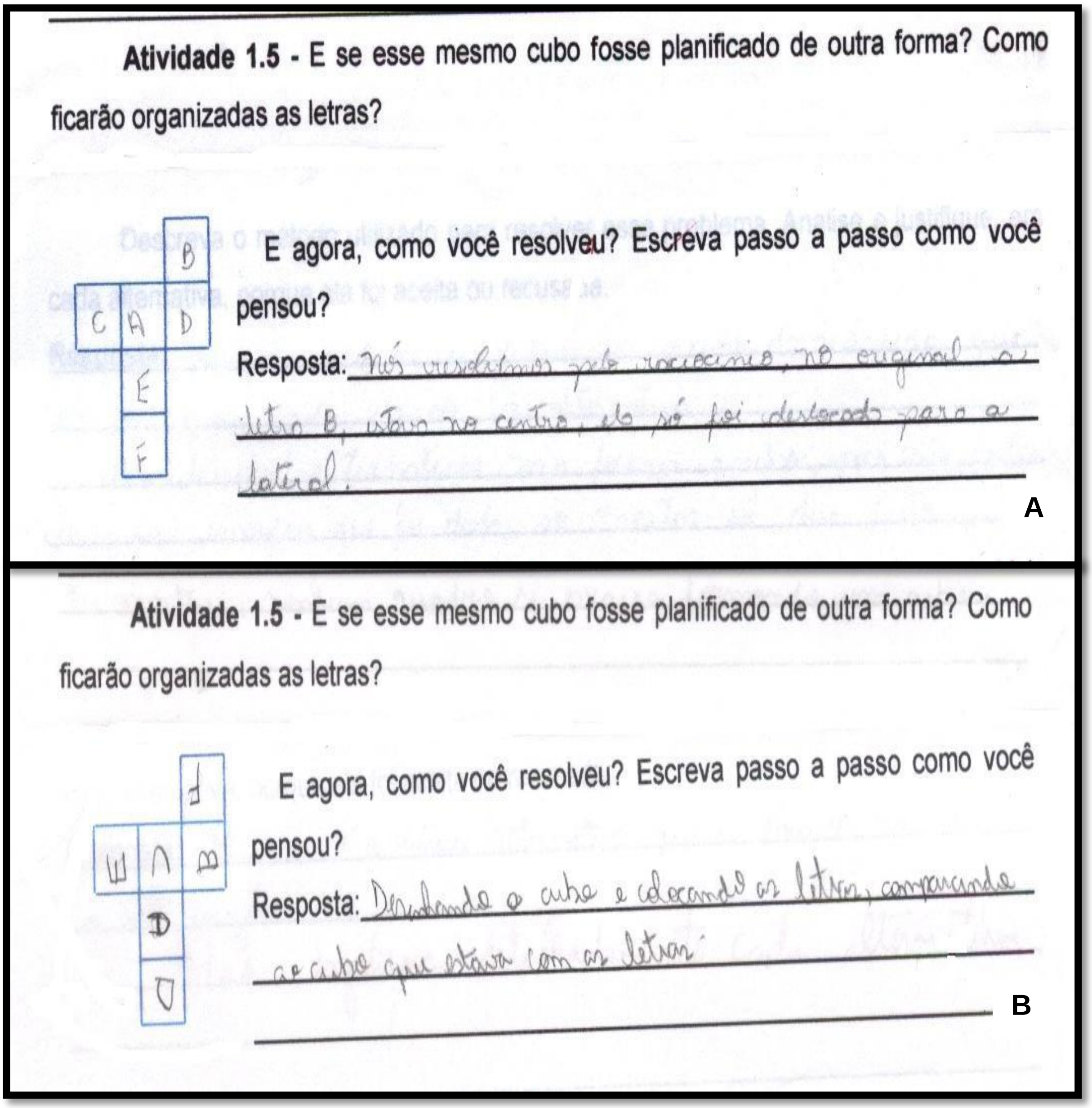
Resposta: Montamos a planificação do cubo 2, depois fomos levando os lados com a planificação 1.

B

Na questão da Atividade 1.5 consideramos certas apenas as respostas dos grupos que apresentaram a solução correta da planificação e usou o método do raciocínio. Procuramos privilegiar assim as soluções que foram obtidas de forma mais abstrata.

Analisando os trabalhos vimos que, com esse critério, apenas 4 grupos acertaram. Um exemplo está na Figura 34 A. Dos outros grupos 6 acertaram o posicionamento das letras e escreveram que para resolver, montaram os cubos. Os outros 4 grupos não colocaram corretamente as letras. Desses 4 grupos, dois escreveram que tentaram por raciocínio e 2 por montagem dos cubos.

Figura 34 - Exemplo de resposta adequada e não adequada da Atividade 1.5



Atividade 1.5 - E se esse mesmo cubo fosse planificado de outra forma? Como ficarão organizadas as letras?

E agora, como você resolveu? Escreva passo a passo como você pensou?

Resposta: Nós resolvemos pelo raciocínio, no original a letra B, estava no centro, ela só foi deslocada para a lateral.

A

Atividade 1.5 - E se esse mesmo cubo fosse planificado de outra forma? Como ficarão organizadas as letras?

E agora, como você resolveu? Escreva passo a passo como você pensou?

Resposta: Desenhando o cubo e colocando as letras, comparando ao cubo que estava com as letras.

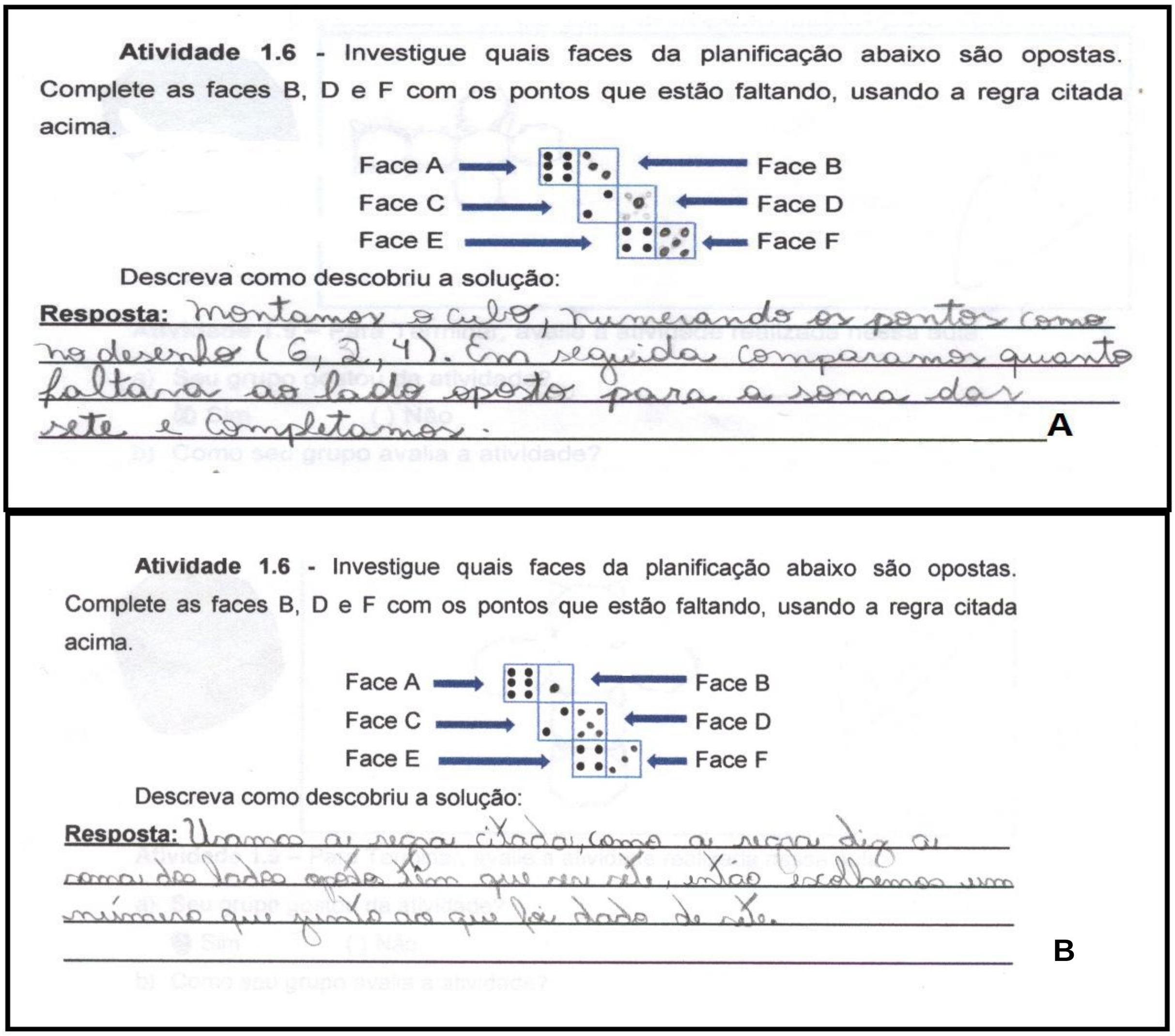
B

Na Atividade 1.6 tivemos 10 grupos que responderam corretamente a questão e todos montaram o cubo a partir da planificação para auxiliar na solução. Os 4 grupos restantes não fizeram essa construção e se confundiram. Pensaram que as faces A e B, C e D, E e F eram opostas.

Observamos que a turma do 1° ano do Ensino Médio conseguiu 60% de respostas corretas, a turma do 2° ano do Ensino Médio atingiu 100% de respostas corretas e a do 3° ano do Ensino Médio chegou a aproximadamente 80% de respostas consideradas corretas.

Percebemos pela Atividade 1.6 que os estudantes não se encontravam seguros para usar apenas o raciocínio.

Figura 35 - Exemplo de resposta adequada e não adequada da Atividade 1.6



Atividade 1.6 - Investigue quais faces da planificação abaixo são opostas. Complete as faces B, D e F com os pontos que estão faltando, usando a regra citada acima.

Face A → ← Face B
Face C → ← Face D
Face E → ← Face F

Descreva como descobriu a solução:

Resposta: montamos o cubo, numerando os pontos como no desenho (6, 2, 4). Em seguida comparamos quanto faltava ao lado oposto para a soma dar sete e completamos.

A

Atividade 1.6 - Investigue quais faces da planificação abaixo são opostas. Complete as faces B, D e F com os pontos que estão faltando, usando a regra citada acima.

Face A → ← Face B
Face C → ← Face D
Face E → ← Face F

Descreva como descobriu a solução:

Resposta: Usamos a regra citada, como a regra diz a soma dos lados opostos tem que ser sete, então escolhemos um número que junto ao que foi dado de sete.

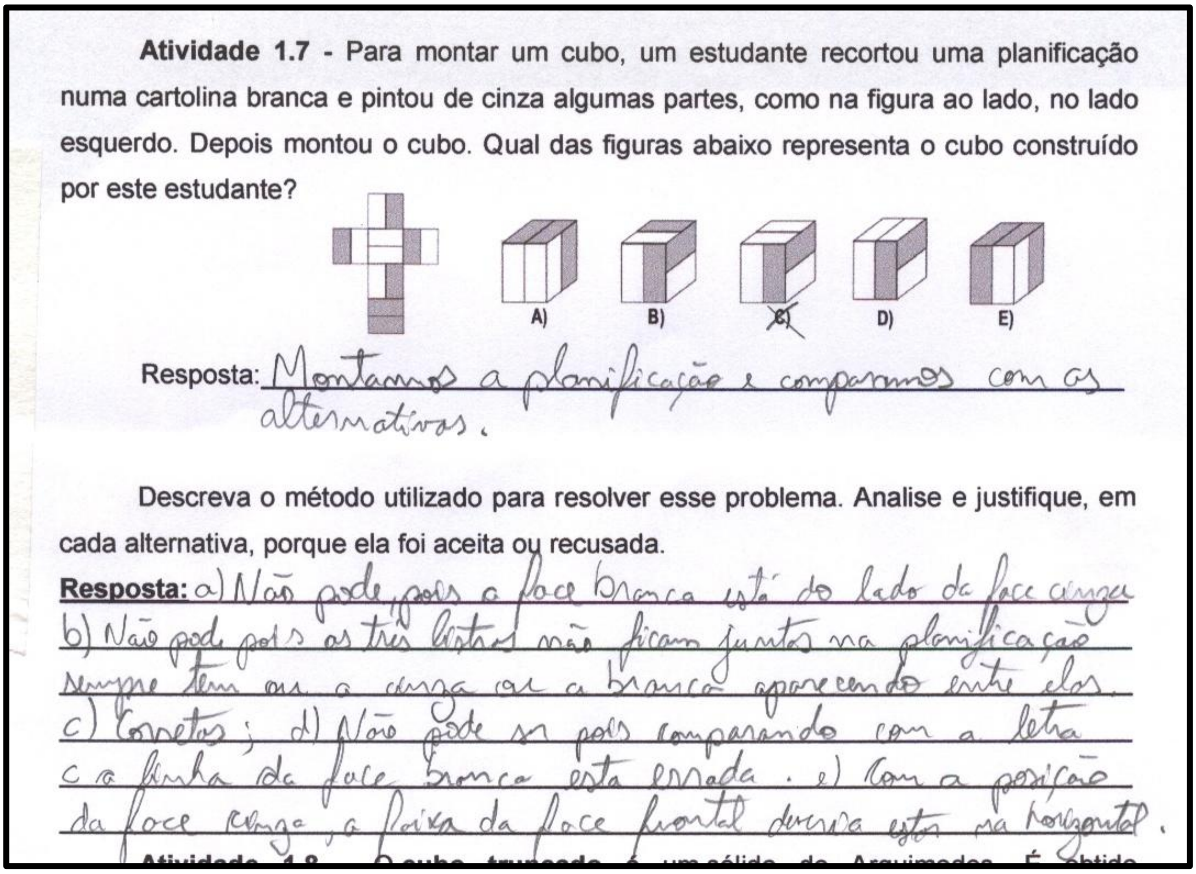
B

A Atividade 1.7 exige novamente que se perceba o posicionamento correto dos quadrados de uma planificação, na montagem final do cubo. Na verdade como se trata de escolher uma alternativa, pode-se eliminar as alternativas incorretas mediante o exame de duas faces contíguas.

De qualquer forma parece que os estudantes se sentiram intimidados com a questão. Todos os grupos resolveram montar o cubo para encontrar a solução, mesmo aqueles que se limitaram a usar apenas o raciocínio nas questões anteriores.

Analisando essa atividade, observamos que 10 grupos acertaram a questão. Dos 10 grupos, 5 justificaram com eliminação de 4 alternativas, como fez o grupo cuja solução está na Figura 36. Os outros 5 compararam o cubo construído e decidiram pelo correto. Outros 3 grupos erraram, sendo que dois marcaram a alternativa D e um a E. O último grupo não respondeu à atividade. Um exemplo de resposta errada está na Figura 37.

Figura 36 - Exemplo de resposta adequada da Atividade 1.7



Atividade 1.7 - Para montar um cubo, um estudante recortou uma planificação numa cartolina branca e pintou de cinza algumas partes, como na figura ao lado, no lado esquerdo. Depois montou o cubo. Qual das figuras abaixo representa o cubo construído por este estudante?

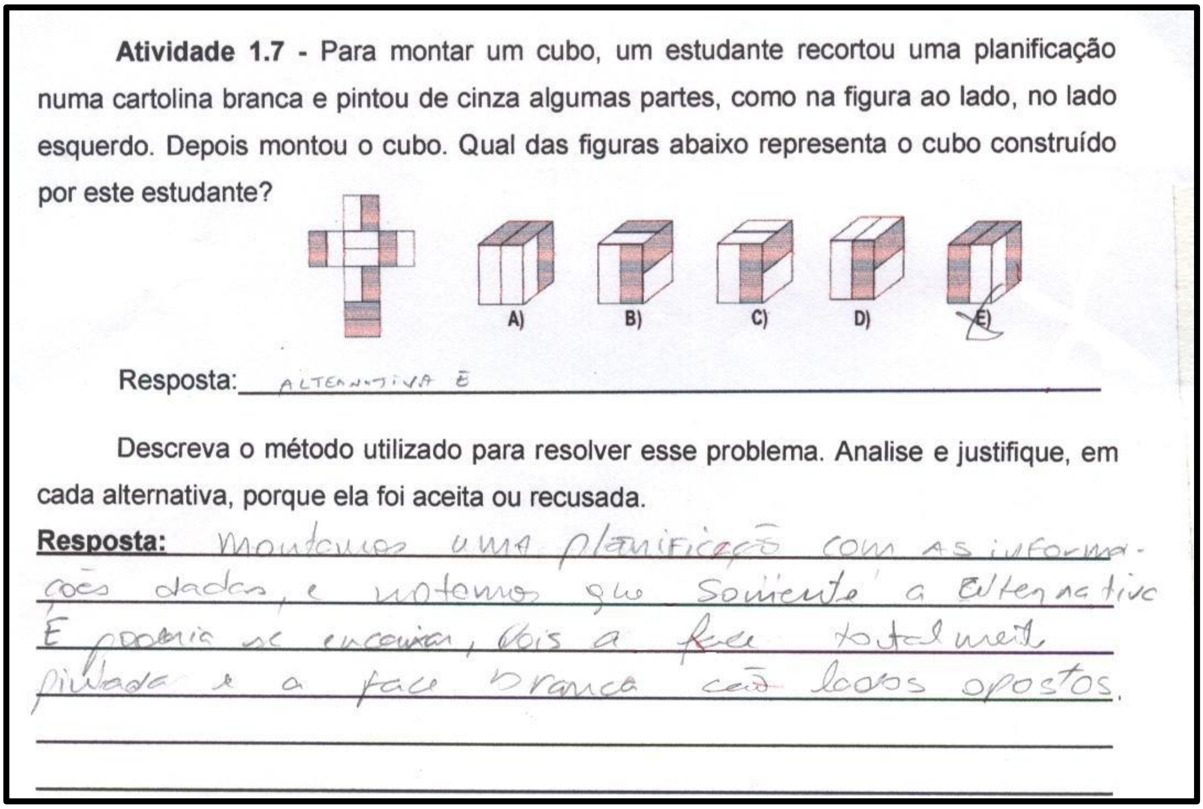
A) B) C) D) E)

Resposta: Montamos a planificação e comparamos com as alternativas.

Descreva o método utilizado para resolver esse problema. Analise e justifique, em cada alternativa, porque ela foi aceita ou recusada.

Resposta: a) Não pode, pois a face branca está do lado da face cinza b) Não pode pois as três listras não ficam juntas na planificação sempre tem ou a cinza ou a branca aparecendo entre elas. c) Correta; d) Não pode ser pois comparando com a letra c a linha da face branca está errada. e) Com a posição da face cinza, a faixa da face frontal deveria estar na horizontal.

Figura 37 - Exemplo de resposta não adequada da Atividade 1.7



Atividade 1.7 - Para montar um cubo, um estudante recortou uma planificação numa cartolina branca e pintou de cinza algumas partes, como na figura ao lado, no lado esquerdo. Depois montou o cubo. Qual das figuras abaixo representa o cubo construído por este estudante?

A) B) C) D) E)

Resposta: ALTERNATIVA E

Descreva o método utilizado para resolver esse problema. Analise e justifique, em cada alternativa, porque ela foi aceita ou recusada.

Resposta: montamos uma planificação com as informações dadas, e notamos que somente a alternativa E poderia se encaixar, pois a face totalmente pintada e a face branca são lados opostos.

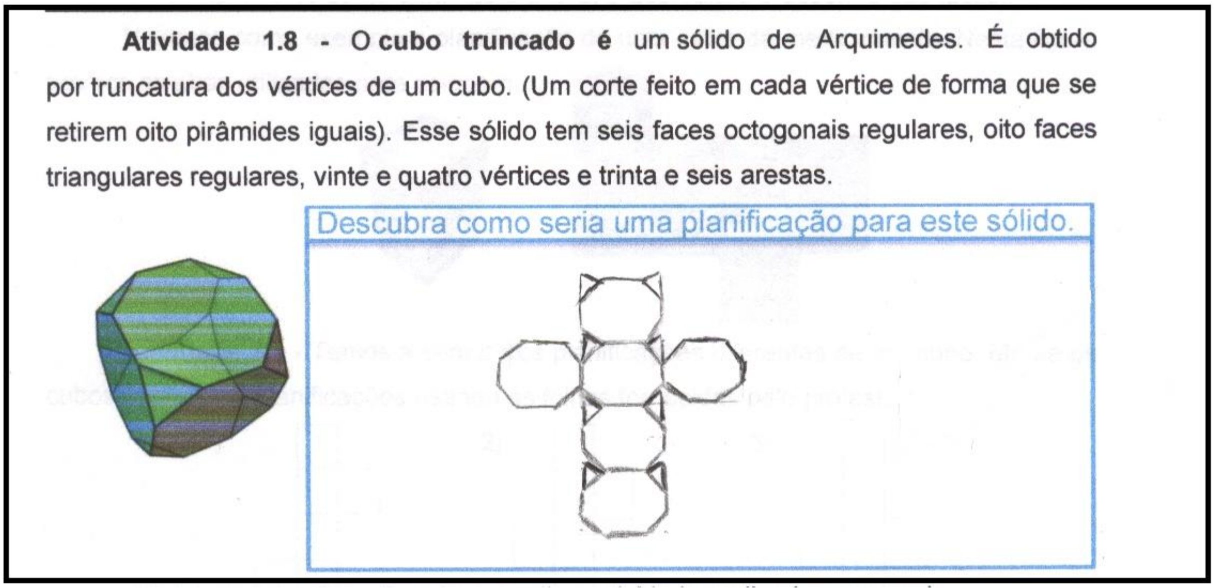
Para resolver a Atividade 1.8 a maioria dos estudantes começou com uma planificação do cubo, e prosseguiu fazendo modificações, a fim de obter uma planificação do cubo truncado.

Uma planificação correta do cubo truncado está apresentada no Apêndice C, na página 113. Classificamos as respostas dos estudantes como adequada ou não adequada. Consideramos a resposta adequada quando completamente correta ou nos casos em que a quantidade de triângulos não estava correta, ou nos casos em que o desenho não mostrava todos os cortes. Um exemplo de resposta adequada está na Figura 38

Nessa atividade tivemos um grupo do 1º Ano e outro do 3º Ano que não apresentaram nenhuma solução. Os outros 12 grupos fizeram as 6 faces octogonais utilizando a planificação vista na Figura 38 e as 8 faces triangulares. Tivemos 3 grupos que apresentaram algumas variações nas posições das faces triangulares, os outros 9 grupos fizeram planificações semelhantes. Foram observadas algumas imperfeições na forma como apresentaram os desenhos, mas todas foram consideradas corretas.

A turma do 1° ano teve aproximadamente 85% de respostas adequadas, a do 2° ano teve 100%, e a do 3° ano do Ensino Médio por volta de 65%. O restante deixou em branco por isso não foi apresentada como resposta não adequada.

Figura 38 - Exemplo de resposta adequada da Atividade 1.8



Atividade 1.8 - O **cubo truncado é** um sólido de Arquimedes. É obtido por truncatura dos vértices de um cubo. (Um corte feito em cada vértice de forma que se retirem oito pirâmides iguais). Esse sólido tem seis faces octogonais regulares, oito faces triangulares regulares, vinte e quatro vértices e trinta e seis arestas.

Descubra como seria uma planificação para este sólido.

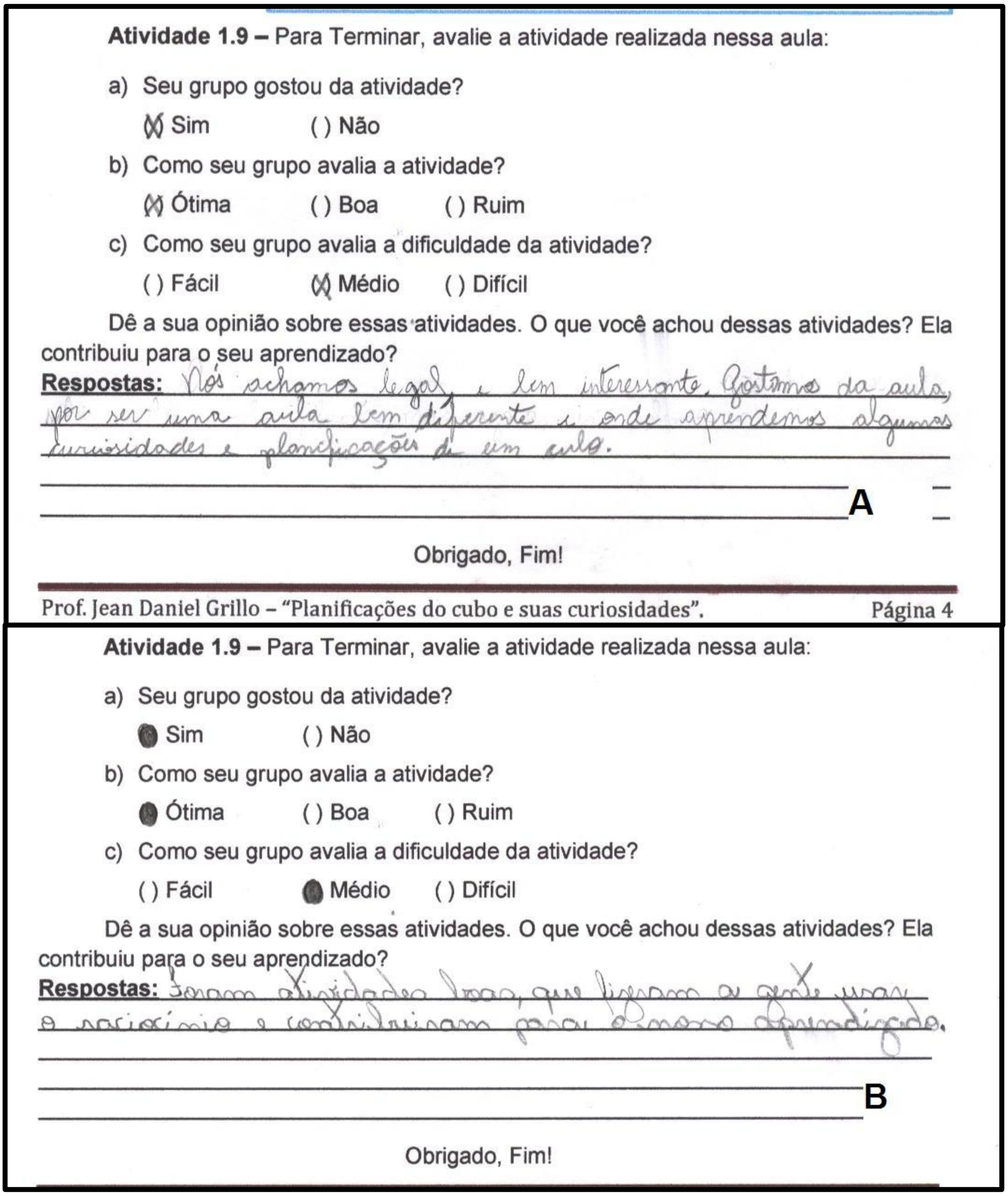
A seguir mostramos as opiniões dos 14 grupos de alunos a respeito das Folhas de Atividades da Aula 1.

Nas questões de alternativas tivemos:

- Seu grupo gostou da atividade?
  Sim- 100% Não – Nenhum
- Como seu grupo avalia a atividade?
  Ótima – 86% Boa – 14% Ruim – Nenhum
- Como seu grupo avalia a dificuldade da atividade?
  Fácil – 29% **Médio** – 64% Difícil – 7%

Abaixo, na Figura 39, mostramos dois exemplos de respostas em que o aluno escreve sua opinião. Podemos observar que os grupos gostaram dessas Folhas de Atividades 1 e um dos motivos relatados é que a aula foi diferente do método tradicional utilizado para se ensinar a Geometria.

Figura 39 - Exemplo de opinião da Aula 1, Atividade 1.9


Atividade 1.9 – Para Terminar, avalie a atividade realizada nessa aula:

a) Seu grupo gostou da atividade?
(X) Sim ( ) Não

b) Como seu grupo avalia a atividade?
(X) Ótima ( ) Boa ( ) Ruim

c) Como seu grupo avalia a dificuldade da atividade?
( ) Fácil (X) Médio ( ) Difícil

Dê a sua opinião sobre essas atividades. O que você achou dessas atividades? Ela contribuiu para o seu aprendizado?

Respostas: Nós achamos legal, e bem interessante. Gostamos da aula, por ser uma aula bem diferente e onde aprendemos algumas curiosidades e planificações de um cubo.

A

Obrigado, Fim!

Prof. Jean Daniel Grillo – "Planificações do cubo e suas curiosidades". Página 4

Atividade 1.9 – Para Terminar, avalie a atividade realizada nessa aula:

a) Seu grupo gostou da atividade?
(X) Sim ( ) Não

b) Como seu grupo avalia a atividade?
(X) Ótima ( ) Boa ( ) Ruim

c) Como seu grupo avalia a dificuldade da atividade?
( ) Fácil (X) Médio ( ) Difícil

Dê a sua opinião sobre essas atividades. O que você achou dessas atividades? Ela contribuiu para o seu aprendizado?

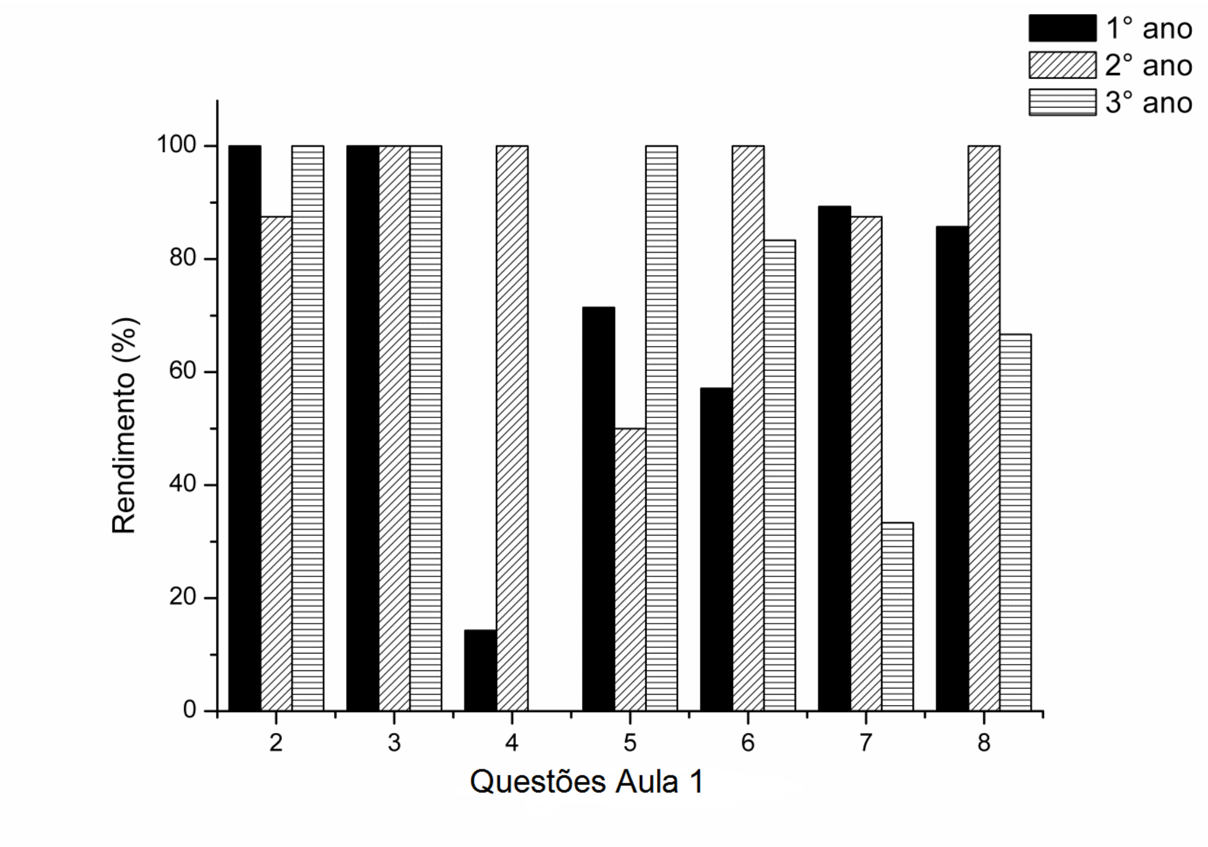
Respostas: Foram atividades boas, que levaram a gente usar o raciocínio e contribuíram para o nosso aprendizado.

B

Obrigado, Fim!

Para encerrar a análise das Folhas de Atividades 1, tentamos mostrar o aproveitamento das turmas num único gráfico, apresentado na Figura 40. Omitimos nesse gráfico a Atividade 1.1, por ser uma atividade apenas de construção dos cubos, e por ter tido aproveitamento 100% em todas as classes.

Figura 40- Rendimento dos alunos em relação à Aula 1 por atividade



Observamos na Figura 40 que o desempenho dos grupos do segundo ano foram mais regular e tiveram maior dificuldade apenas na Atividade 1.5. O primeiro ano teve maior dificuldade nas Atividades 1.4 e 1.6, enquanto que o terceiro ano teve maior dificuldade nas Atividades 1.4 e 1.7.

3.3 Análise da aplicação das Folhas de Atividades 2

Na segunda aula, representada pela Folha de Atividades 2 localizada no Apêndice A na página 98, os alunos trabalharam com situações problemas. Eles apresentaram um bom rendimento, permitindo constatar uma maior intimidade com o tema tratado. Discutimos a seguir o rendimento dos estudantes em cada uma das atividades. Observamos que dois estudantes do 1º ano faltaram, e a quantidade de grupos diminuiu de 14 para 13.

A Atividade 2.1 inicia propondo aos estudantes um pequeno trabalho manual. São dadas as planificações de duas caixas de sabão em pó, com medidas em centímetros. Com esse trabalho pretendemos que os estudantes tenham uma compreensão melhor dos dois sólidos geométricos, constatando que são paralelepípedos retos com medidas diferentes. Todos os grupos realizaram essa tarefa.

O primeiro quesito da Atividade 2.1 pede que calculem os volumes e as áreas de superfície dos dois sólidos. Todos os grupos realizaram essa tarefa e acertaram os valores numéricos. Foi permitido o uso de calculadora.

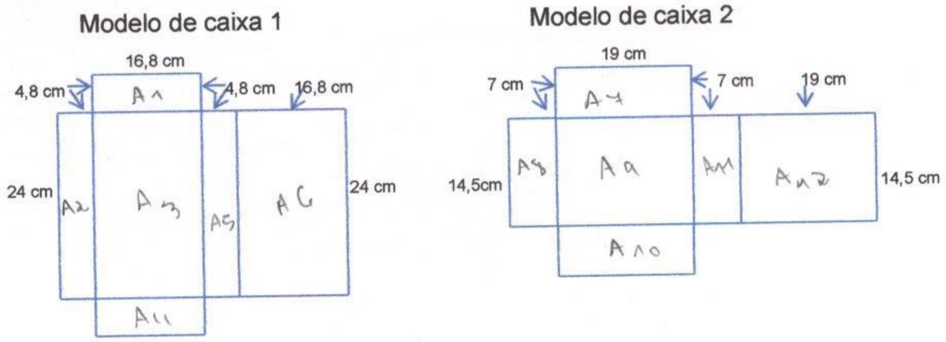
O segundo quesito da Atividade 2.1 pede uma análise da situação. A resposta esperada quanto ao volume seria que ele permaneceu quase o mesmo, sendo assim o consumidor não teve vantagem e nem desvantagem, praticamente. Quanto à área de superfície a resposta esperada é que a empresa obtém vantagem, pois diminuiu o gasto com embalagens. 10 grupos responderam corretamente. Os outros 3 grupos afirmaram que o consumidor foi prejudicado por causa da diferença de quase 7 cm^3 no volume.

Todos os grupos acertaram os cálculos dos outros dois quesitos.

Vemos na Figura 41 a seguir um exemplo de resposta correta. Por outro lado a Figura 42 vemos que um grupo não aceitou a pequena vantagem de 7 cm^3 da empresa, e ainda reclamou do preço, que não está sendo considerado na atividade.

Figura 41 – Exemplo de resposta adequada da Atividade 2.1

Atividade 2.1 Monte duas caixas usando os moldes de planificações fornecidas pelo professor, cujas medidas estão descritas abaixo:



Essas caixas são usadas para embalar sabão em pó. A caixa 1 foi o modelo usado por muito tempo e a caixa 2 é o modelo atual. Para investigar qual foi o motivo dessa mudança, vamos calcular o volume e a sua área total de cada uma.

V_1= 1.935,36 cm³

V_2= 1.928,5 cm³

A_1= 1.198,08 cm²

A_2= 1.020 cm²

Houve alguma vantagem para a empresa? Qual? E para o consumidor?

Resposta: Sim, pois o volume permaneceu praticamente o mesmo. Já a quantidade de papelão utilizado pela empresa foi diminuída, um benefício para a empresa. O consumidor consome a mesma quantidade

Suponhamos que numa certa data foram vendidas 100.000 unidades da caixa um. E após a mudança, numa outra data, também foram vendidas 100.000 unidades da caixa dois. Comparando as duas produções, qual foi a diferença na quantidade de papel para fabricar essas caixas?

Solução: Quantidade 1: 119.808,000

Quantidade 2: 102.000.000

Diferença: 17.808.000

Suponhamos que a cada 1000 cm² de papel a empresa gasta R$ 10,00. Qual foi a economia gerada para seus cofres na situação do exercício anterior?

Solução: 100000 caixas 1: 1 198.080 reais

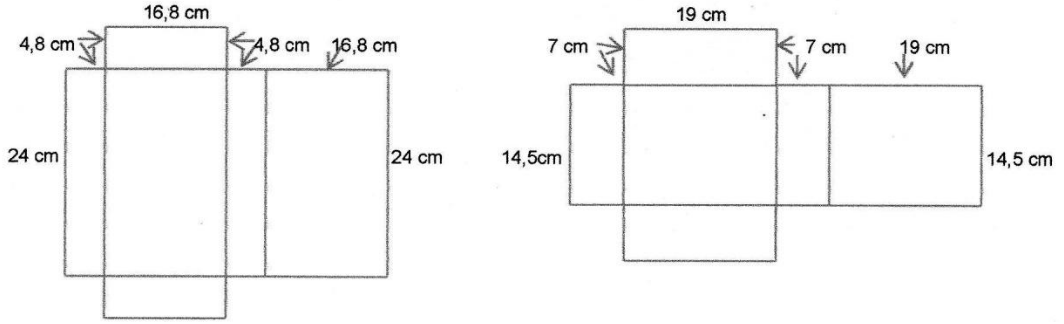
100.000 caixas 2: 1.020,000 reais

Economia = 178.080 reais de economia

Figura 42 – Exemplo de resposta não adequada da Atividade 2.1

Atividade 2.1 Monte duas caixas usando os moldes de planificações fornecidas pelo professor, cujas medidas estão descritas abaixo:

Modelo de caixa 1 — Modelo de caixa 2



Essas caixas são usadas para embalar sabão em pó. A caixa 1 foi o modelo usado por muito tempo e a caixa 2 é o modelo atual. Para investigar qual foi o motivo dessa mudança, vamos calcular o volume e a sua área total de cada uma.

V_1= 1.935,36 m^3 V=a.b.c

V_2= 1.928,5 m^3 V=a.bc

A_1= 1.198.08 m^2 2(ab+ac+bc)

A_2= 1.020 m^2 2(ab+ac+bc)

Houve alguma vantagem para a empresa? Qual? E para o consumidor?

Resposta: Para a empresa houve vantagem pois colocaram menos sabão na caixa por um preço maior, sendo assim, o consumidor saiu perdendo.

Suponhamos que numa certa data foram vendidas 100.000 unidades da caixa um. E após a mudança, numa outra data, também foram vendidas 100.000 unidades da caixa dois. Comparando as duas produções, qual foi a diferença na quantidade de papel para fabricar essas caixas?

Solução:

A_1 = 1198,08 t = 119,808.000 D = 119.808.102.000.000

A_2 = 1020 t = 102,000.000 D = 17.808.000

Suponhamos que a cada 1000 cm^2 de papel a empresa gasta R$ 10,00. Qual foi a economia gerada para seus cofres na situação do exercício anterior?

Solução: 17808 x 10 ÷ 1000 = 178080

x —— 17808

10 —— 1000

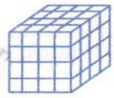
x = 178080

Todos os grupos acertaram os cálculos da Atividade 2.2. O primeiro quesito exige a compreensão da estrutura do cubo como reunião de cubos unitários. Além disso, exige descobrir que a raiz cubica de 512 é 8. A resposta foi dada corretamente. O segundo quesito exige novamente a compreensão da estrutura do cubo, mas numa situação um pouco mais complexa. Todos os grupos acertaram os cálculos. Desses grupos 6 complementaram a resposta do segundo quesito com uma justificativa.

Vemos na Figura 43 dois exemplos de respostas dos estudantes.

Figura 43 - Exemplo de resposta adequada da Atividade 2.2

Atividade 2.2 Um aluno cortou um cubo em muitos cubinhos de aresta 1 cm, através de cortes paralelos às suas faces. Por exemplo, se este cubo tivesse 4 cm de lado, os cortes produziriam:



Entretanto, o comprimento da aresta deste cubo é desconhecido.

a) Após cortar o cubo, o aluno contou os cubinhos de 1 cm de lado, os quais eram 512. Qual era o comprimento da aresta do cubo?

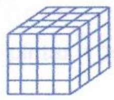
Solução: $\sqrt[3]{512} = 8$ cm

b) Laura faz o mesmo com outro cubo, para o qual também é desconhecido o comprimento da aresta. Após o corte, Laura conta 512 cubinhos que antes não tinham nenhuma face em contato com o exterior do cubo. Qual era o comprimento do cubo?

Solução: Cada face do cubo de 8 cm de lado ganhou +1 cm. Portanto, a medida da aresta desse novo cubo é 10 cm, e sua área total é 1000 cm²

A

Atividade 2.2 Um aluno cortou um cubo em muitos cubinhos de aresta 1 cm, através de cortes paralelos às suas faces. Por exemplo, se este cubo tivesse 4 cm de lado, os cortes produziriam:



Entretanto, o comprimento da aresta deste cubo é desconhecido.

a) Após cortar o cubo, o aluno contou os cubinhos de 1 cm de lado, os quais eram 512. Qual era o comprimento da aresta do cubo?

Solução: Comprimento 8, altura 8, largura 8 = 512.

b) Laura faz o mesmo com outro cubo, para o qual também é desconhecido o comprimento da aresta. Após o corte, Laura conta 512 cubinhos que antes não tinham nenhuma face em contato com o exterior do cubo. Qual era o comprimento do cubo?

Solução: Cu aresta ficou 10

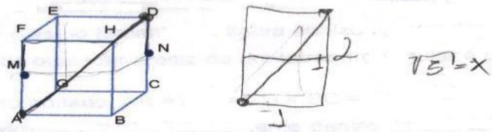
B

Vamos analisar agora as respostas da Atividade 2.3. Ela possui três itens, e todos foram novamente respondidos corretamente por todos os grupos. Vemos que os estudantes possuem certa facilidade para lidar com os aspectos algébricos da Geometria.

No momento da aplicação das Folhas de Atividades 2 solicitamos verbalmente dos estudantes que escrevessem justificativas para as respostas. Parte dos grupos colocaram as justificativas e parte não, como se pode ver na Figura 44.

Figura 44 - Exemplo de resposta adequada da Atividade 2.3

Atividade 2.3 Uma formiga esperta, que passeia sobre a superfície do cubo abaixo, faz sempre o menor caminho possível entre dois pontos. O cubo tem arestas de tamanho 1 cm. Qual distância a formiga esperta percorrerá se ela for:



a) Do ponto M ao ponto N? (M e N são os pontos médios das respectivas arestas).

Solução: a formiga percorre 2 centímetros

b) Do vértice A ao vértice D?

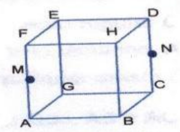
Solução: Planificamos o cubo e aplicamos o Teorema de pitágoras, o resultado é $\sqrt{5}$.

c) Se não precisar passar apenas pela superfície. Qual é a menor distância entre os vértices A ao vértice D?

Solução: Usamos o Teorema de pitágoras para calcular a diagonal da base, depois usamos o Teorema de pitágoras para calcular a diagonal do cubo que vale $\sqrt{3}$.

A

Atividade 2.3 Uma formiga esperta, que passeia sobre a superfície do cubo abaixo, faz sempre o menor caminho possível entre dois pontos. O cubo tem arestas de tamanho 1 cm. Qual distância a formiga esperta percorrerá se ela for:



a) Do ponto M ao ponto N? (M e N são os pontos médios das respectivas arestas).

Solução: 2 cm

b) Do vértice A ao vértice D?

Solução: $\sqrt{5}$

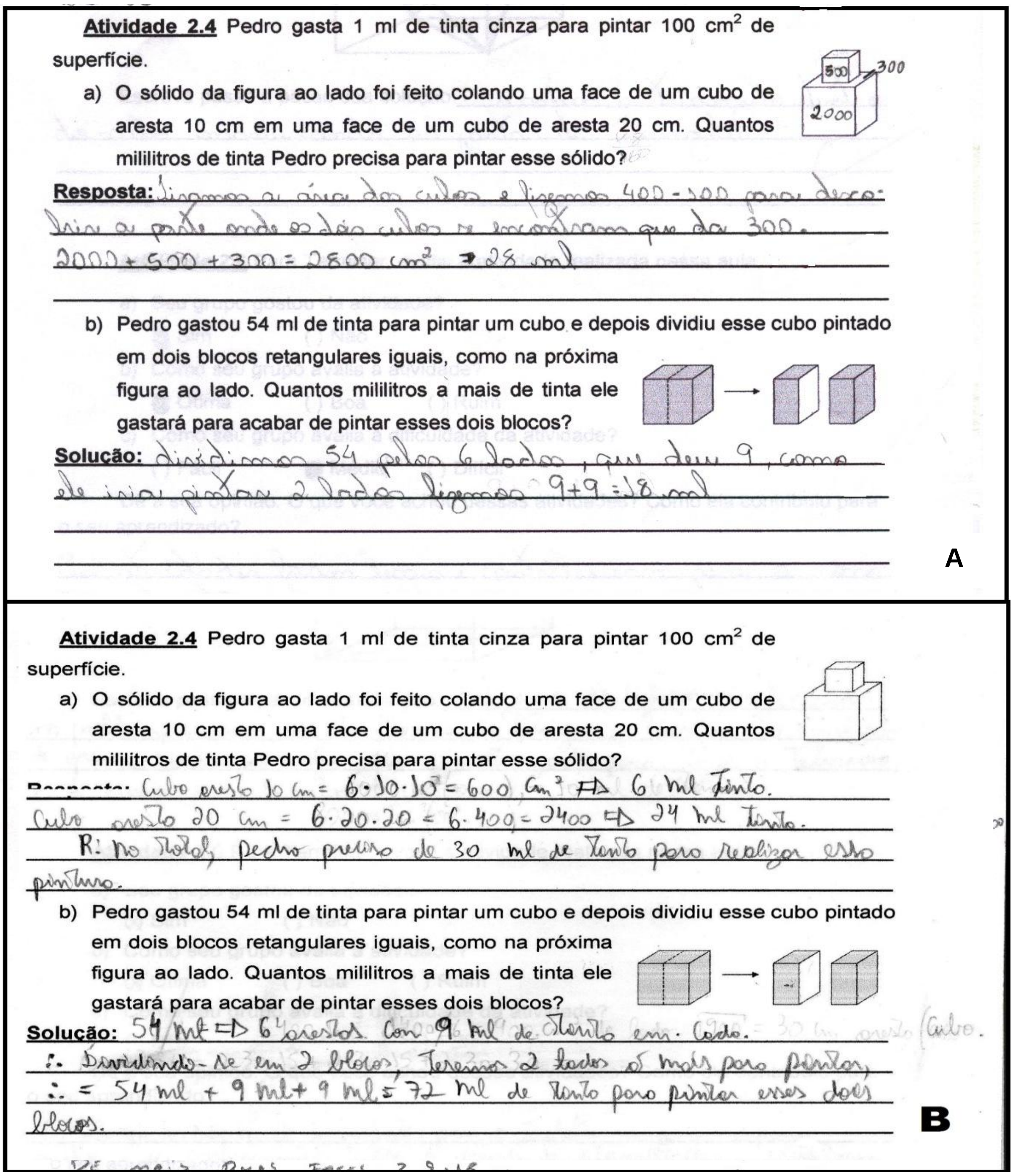
c) Se não precisar passar apenas pela superfície. Qual é a menor distância entre os vértices A ao vértice D?

Solução: $\sqrt{3}$

B

A Atividade 2.4 possui dois itens a serem respondidos. Os grupos do 1º e 2º anos responderam corretamente as questões. Houve problemas com dois grupos do 3º ano que erraram o primeiro item, pois eles se esqueceram de descontar as faces sobrepostas. Desses dois, um também errou o segundo item, por má interpretação do texto. A resposta desse grupo está na Figura 45 B. Vemos na Figura 45 A um exemplo de resposta correta.

Figura 45 - Exemplo de resposta adequada e não adequada da Atividade 2.4



Atividade 2.4 Pedro gasta 1 ml de tinta cinza para pintar 100 cm² de superfície.

a) O sólido da figura ao lado foi feito colando uma face de um cubo de aresta 10 cm em uma face de um cubo de aresta 20 cm. Quantos mililitros de tinta Pedro precisa para pintar esse sólido?

500 300 2000

Resposta: Somamos a área dos cubos e fizemos 400 - 100 para descobrir a parte onde os dois cubos se encontram que da 300. 2000 + 500 + 300 = 2800 cm² → 28 ml

b) Pedro gastou 54 ml de tinta para pintar um cubo e depois dividiu esse cubo pintado em dois blocos retangulares iguais, como na próxima figura ao lado. Quantos mililitros a mais de tinta ele gastará para acabar de pintar esses dois blocos?

Solução: dividimos 54 pelos 6 lados, que deu 9, como ele iria pintar 2 lados fizemos 9+9=18 ml

A

Atividade 2.4 Pedro gasta 1 ml de tinta cinza para pintar 100 cm² de superfície.

a) O sólido da figura ao lado foi feito colando uma face de um cubo de aresta 10 cm em uma face de um cubo de aresta 20 cm. Quantos mililitros de tinta Pedro precisa para pintar esse sólido?

Resposta: Cubo aresta 10 cm = 6·10·10 = 600 cm² ⇒ 6 ml tinta. Cubo aresta 20 cm = 6·20·20 = 6·400 = 2400 ⇒ 24 ml tinta. R: no total, pedro precisa de 30 ml de tinta para realizar esta pintura.

b) Pedro gastou 54 ml de tinta para pintar um cubo e depois dividiu esse cubo pintado em dois blocos retangulares iguais, como na próxima figura ao lado. Quantos mililitros a mais de tinta ele gastará para acabar de pintar esses dois blocos?

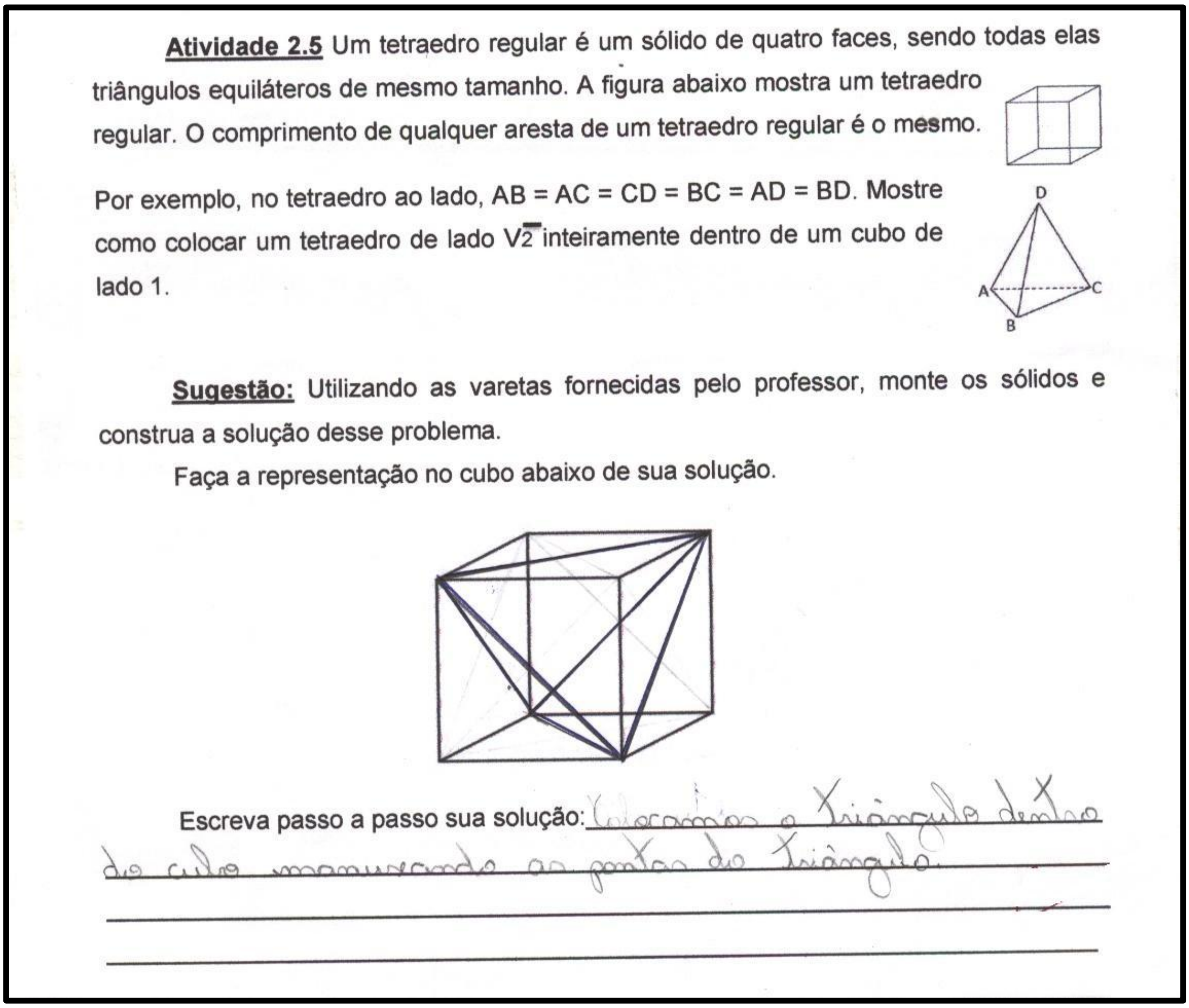
Solução: 54 ml ⇒ 6 arestas com 9 ml de tinta em cada. ∴ Dividindo-se em 2 blocos, teremos 2 lados a mais para pintar, ∴ = 54 ml + 9 ml + 9 ml = 72 ml de tinta para pintar esses dois blocos.

B

A Atividade 2.5 é a última questão das Folhas de Atividades 2. Com ela procuramos introduzir o tetraedro. Com receio de não haver tempo para sua conclusão, levamos varetas com as medidas necessárias. Com isso eles montaram um cubo e um tetraedro e viram como o tetraedro pode ser disposto dentro do cubo.

Tivemos 12 grupos que fizeram corretamente a tarefa, e conseguiram colocar o tetraedro dentro do cubo e fizeram o desenho. Apenas 1 grupo do 1º Ano se atrapalhou na construção dos sólidos e não conseguiu realizar adequadamente a atividade. Vemos na Figura 46 um exemplo de resposta correta, e na Figura 47 a resposta do grupo que não fez o desenho.

Figura 46 - Exemplo de resposta adequada da Atividade 2.5



Atividade 2.5 Um tetraedro regular é um sólido de quatro faces, sendo todas elas triângulos equiláteros de mesmo tamanho. A figura abaixo mostra um tetraedro regular. O comprimento de qualquer aresta de um tetraedro regular é o mesmo.

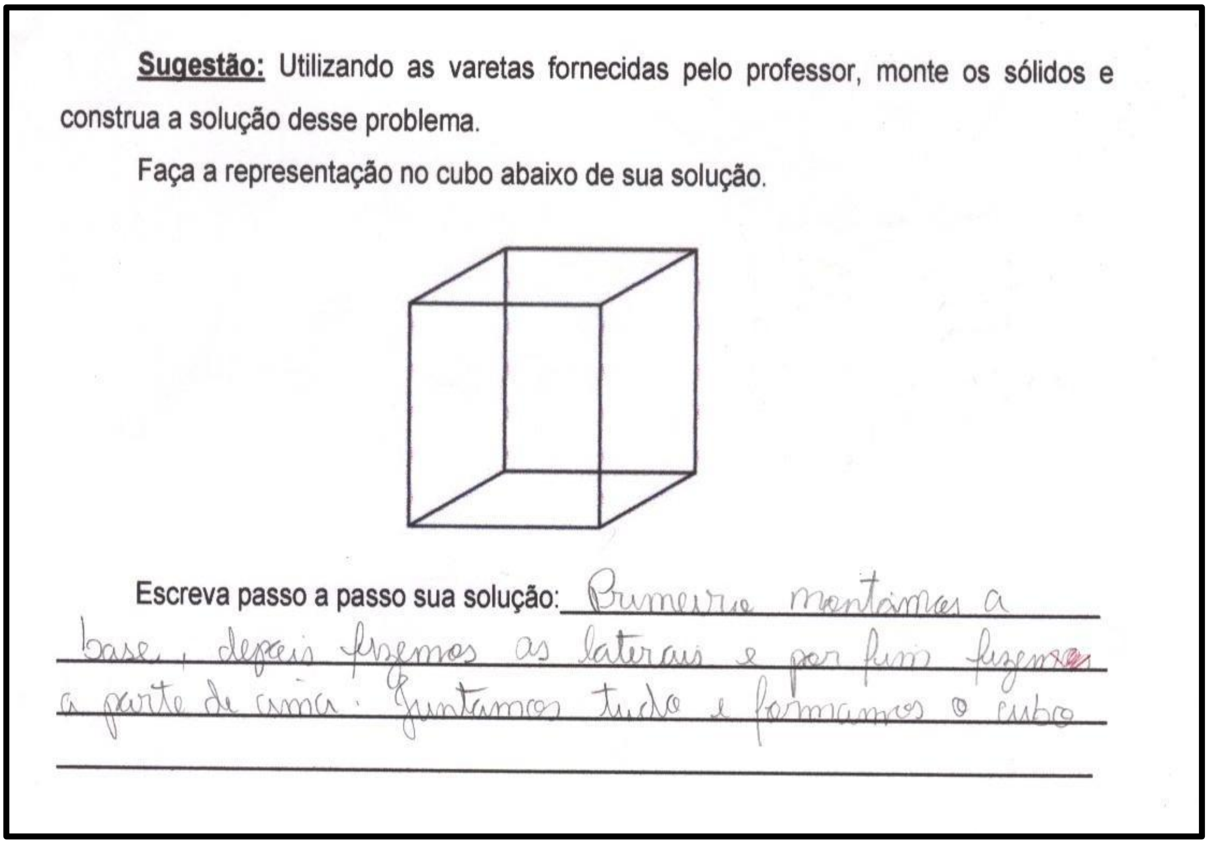
Por exemplo, no tetraedro ao lado, AB = AC = CD = BC = AD = BD. Mostre como colocar um tetraedro de lado $\sqrt{2}$ inteiramente dentro de um cubo de lado 1.

Sugestão: Utilizando as varetas fornecidas pelo professor, monte os sólidos e construa a solução desse problema.

Faça a representação no cubo abaixo de sua solução.

Escreva passo a passo sua solução: Colocamos o triângulo dentro do cubo marcando os pontos do triângulo.

Figura 47 - Exemplo de resposta não adequada da Atividade 2.5



Sugestão: Utilizando as varetas fornecidas pelo professor, monte os sólidos e construa a solução desse problema.

Faça a representação no cubo abaixo de sua solução.

Escreva passo a passo sua solução: Primeiro montamos a base, depois fizemos as laterais e por fim fizemos a parte de cima. Juntamos tudo e formamos o cubo

Independentemente do aumento do grau de dificuldade os alunos tiveram um bom desempenho, fechando as Folhas de Atividades 2 com bons resultados.

As Folhas de Atividades 2 se encerram com uma oportunidade para os estudantes manifestarem sua opinião sobre o trabalho realizado. Tivemos as seguintes porcentagens nas respostas.

Nas questões com alternativas tivemos os seguintes resultados:

- Seu grupo gostou da atividade?
  Sim - 93% Não - 7%
- Como seu grupo avalia a atividade?
  Ótima - 72% Boa - 28% Ruim - Nenhum
- Como seu grupo avalia a dificuldade da atividade?
  Fácil - 7% **Médio - 65%** Difícil - 28%

Seguem abaixo dois exemplos de opiniões emitidas pelos alunos ao final das Folhas de Atividades 2 (Figura 48).

Figura 48 – Exemplo de resposta da Atividade 2.6

Atividade 2.6 Para Terminar, avalie a atividade realizada nessa aula:

a) Seu grupo gostou da atividade?

(X) Sim ( ) Não

b) Como seu grupo avalia a atividade?

(X) Ótima ( ) Boa ( ) Ruim

c) Como seu grupo avalia a dificuldade da atividade?

(X) Fácil ( ) Médio ( ) Difícil

Dê a sua opinião. O que você achou dessas atividades? Como ela contribuiu para o seu aprendizado?

Aprendemos formas práticas de realizar contas envolvendo cubos, patalelepípedos e tetraedros, além de exercitar bastante o nosso raciocínio.

Obrigado! Fim!

A

* **Atividade 2.6** Para Terminar, avalie a atividade realizada nessa aula:

a) Seu grupo gostou da atividade?

(X) Sim ( ) Não

b) Como seu grupo avalia a atividade?

(X) Ótima ( ) Boa ( ) Ruim

c) Como seu grupo avalia a dificuldade da atividade?

( ) Fácil (X) Médio ( ) Difícil

Dê a sua opinião. O que você achou dessas atividades? Como ela contribuiu para o seu aprendizado?

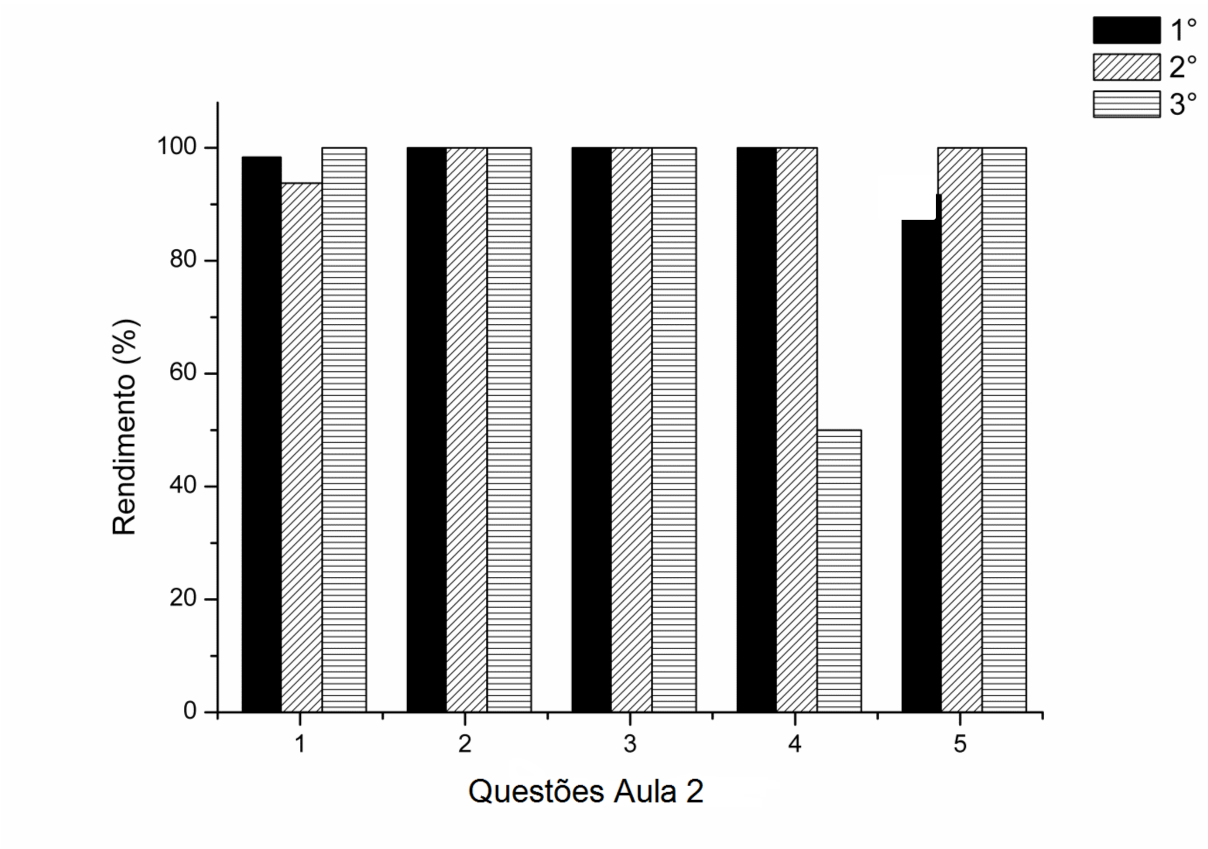
Achamos estas atividades boas e com intuito de forçar o raciocínio. Entendemos mais sobre cubos.

Obrigado! Fim!

B

Abaixo podemos ver o gráfico do rendimento das turmas em relação a esta segunda aula e podemos observar que o desempenho foi melhor do que na primeira. Não devemos esquecer que estes alunos são do colégio Objetivo, onde as turmas são reduzidas, o que facilita o processo de ensino e aprendizagem. Nas escolas públicas vivemos outra realidade no que concerne à clientela. Lembrando que os exercícios dessas folhas de atividades foram adaptados da OBMEP, onde os alunos geralmente apresentam um desempenho pouco satisfatório.

Figura 49 – Rendimento dos alunos em relação à Aula 2 por atividade



Nos gráficos abaixo podemos observar o desempenho de cada turma nas duas aulas e o aproveitamento geral das três turmas.

Figura 50 – Rendimento geral por turma do Ensino Médio de ambas as aulas.

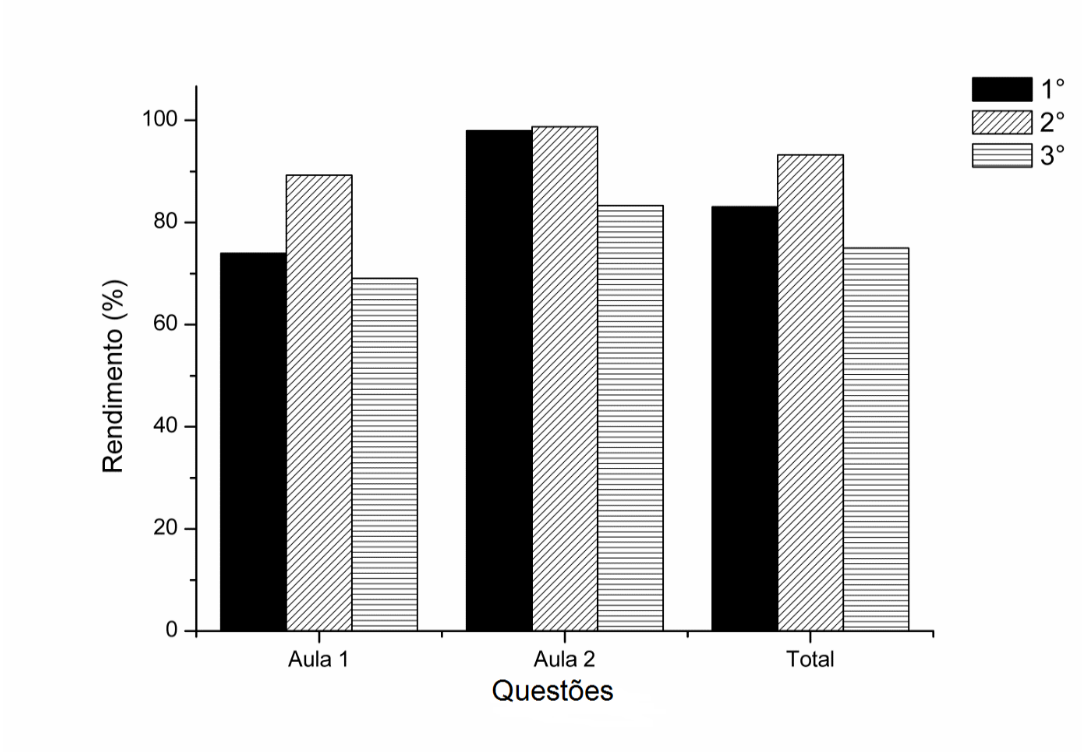
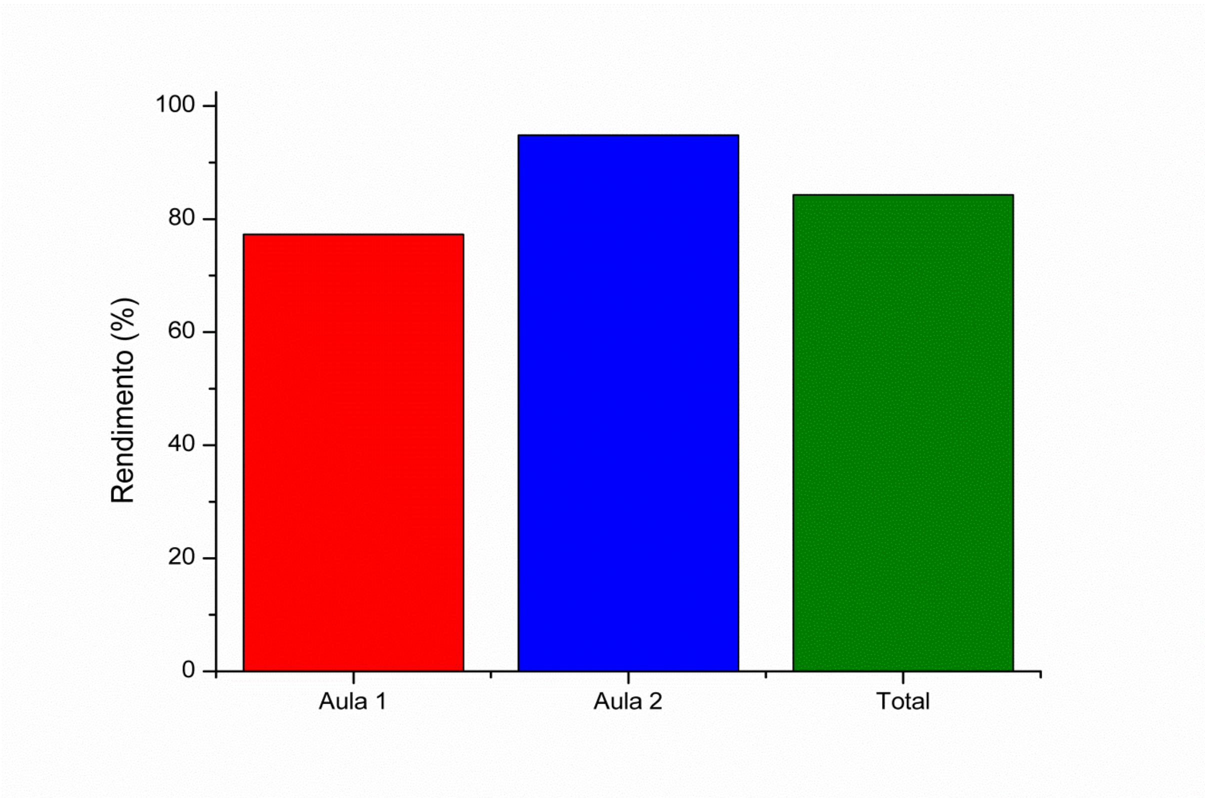


Figura 51 - Rendimento geral dos alunos em cada aula e do projeto proposto



Capítulo 4

Consolidação e validação do projeto didático

Apresentamos neste capítulo nossas conclusões, incluindo observações sobre o que conseguimos alcançar com a nossa proposta. Retomamos a problemática inicial, advinda das nossas constatações sobre as dificuldades do ensino da Geometria, em particular da Geometria Espacial. Fazemos uma avaliação de nossa proposta, incluindo algumas correções que nos parecem necessárias após análise da aplicação.

4.1 Resumo dos objetivos da nossa pesquisa

Escolhemos realizar uma intervenção do ensino de Geometria Espacial. De nossa experiência do Ensino Médio, constatamos as dificuldades que têm professores e estudantes ao trabalhar com esse tema. A nosso ver a abordagem tradicional traz um enfoque quase que exclusivo nos aspectos algébricos dessa matéria, e pouco se trabalha com a construção abstrata dos objetos geométricos. Vemos que os estudantes apresentam dificuldades e os professores não sabem muito o que fazer, a não ser seguir o livro ou a apostila.

Tomamos assim a decisão de contribuir para a superação dessas dificuldades. Para isso trabalhamos em um projeto com as características que descrevemos a seguir.

4.2 Ideias principais da nossa proposta didática

Optamos por organizar um produto didático que tem como principal objetivo auxiliar os estudantes na construção abstrata de objetos geométricos espaciais. Sabemos que as pessoas em geral constroem abstrações dos objetos, e entre eles encontram-se os sólidos geométricos. Entretanto para o próprio progresso das pessoas e para finalidades científicas, essas abstrações podem adquirir maior precisão e agregarem propriedades matemáticas. Como nossa intervenção didática seria localizada, optamos por trabalhar principalmente com o cubo. Para abordar o cubo tomamos como estratégia didática sua ligação com suas planificações.

Escolhemos como cenário de nossa intervenção apresentar aos estudantes Folhas de Atividades, uma para cada uma das duas aulas de 100 minutos que nos foram disponibilizadas. O uso dessas folhas permite que os estudantes estudem com maior autonomia, e o professor interfira o mínimo possível. Além disso, este método incentiva trabalho em grupo, permitindo a criação de um espírito colaborativo entre os estudantes. Esse tipo de atividade desperta muito interesse nos estudantes, inclusive por que incluímos problemas desafiadores.

Observamos que nosso projeto didático procura atingir objetivos que são reconhecidos como importantes pelos Parâmetros Curriculares Nacionais e pelos pesquisadores que estudam a situação atual do Ensino de Matemática nas escolas. Esses autores incentivam bastante a ênfase na construção de conceitos e em atividades que têm conexão com a experiência pessoal adquirida pelo estudante na sociedade. Por outro lado o Ensino da Matemática através de Problemas é uma metodologia consagrada no campo da Matemática, e seu aperfeiçoamento pode trazer muitos benefícios.

4.3 Resumo da aplicação e análise

As Folhas de Atividades foram testadas em três classes do Ensino Médio em uma escola particular de uma pequena cidade do interior do Estado de São Paulo. Aplicamos o material em duas aulas de 100 minutos cada, e recolhemos as folhas resolvidas e a partir delas fizemos uma análise de nossa proposta.

Constatamos uma ótima participação das três turmas. Nossa percepção é que os estudantes tiveram em média um aproveitamento de 85%. O desempenho com a segunda folha de atividade foi um pouco melhor do que o da primeira. Talvez isso tenha ocorrido por que na segunda folha de atividades os problemas eram mais contextualizados, enquanto que na primeira eram mais conectados a conceitos.

4.4 Modificações no produto didático pós-aplicação

A aplicação de nosso produto didático em três classes do Ensino Médio nos proporcionou uma oportunidade de realizar algumas melhorias em nossas Folhas de

Atividades. Descrevemos a seguir as modificações implementadas. As Folhas de Atividades modificadas estão apresentadas no Apêndice B, a partir da página 103.

4.4.1 Modificações das Folhas de Atividades 1

Logo no inicio, acrescentamos a palavra “única” na descrição de planificação de um sólido, visando melhorar sua caracterização.

Atividade 1.4: Incluímos a observação “Note que os cubos montados com as duas planificações devem ser idênticos”, explicando que a posição das letras nos cubos deve ser idêntica quando os mesmos forem montados. Resolvemos acrescentar essa observação, pois muitos alunos colocaram as letras nas faces corretas, mas não as rotacionaram adequadamente para que as planificações originassem o mesmo cubo.

Nas instruções que antecedem a Atividade 1.6, mudamos o posicionamento dos pontos em algumas faces para ficar de acordo com os dados da foto.

Retiramos o nome “Atividade 1.9” da última parte, já que se trata de um espaço para que os estudantes expressem suas opiniões.

4.4.2 Modificações das Folhas de Atividades 2

Passamos agora a descrever as modificações que implementamos nas Folhas de Atividades 2. Essas folhas modificadas estão no Apêndice B, página 108.

Incluímos uma observação inicial: “Todas as soluções destas Folhas de Atividades deverão ter justificativas”. Fizemos esse acréscimo tendo em vista que em algumas questões numéricas os estudantes colocaram apenas as respostas. Pretendemos assim incentivar que eles coloquem algum texto explicativo.

Atividade 2.1: Fizemos algumas mudanças nas medidas da embalagem da caixa 1, para que os volumes da caixa 1 e da caixa 2 fiquem aproximadamente iguais. Com os dados anteriores havia uma diferença de quase 7 cm^3 entre os volumes das duas caixas. Como a ideia do problema é trabalhar com caixas de mesmo volume, fizemos esse ajuste.

Incluímos uma nova atividade que passou a ser a Atividade 2.2. A ideia é que nessa atividade o aluno perceba que a caixa na forma de cubo gera maior economia de papel para a empresa. Possivelmente o estudante vai comentar que a empresa não usa embalagem nesse formato por não ser ele adequado para o manuseio.

Na antiga Atividade 2.4, atual 2.5, acrescentamos o item c) da questão original da OBMEP, pois observamos que os estudantes desenvolveram bem as questões numéricas desta Folha de Atividades. Havíamos retirado esse item por julgarmos que a aula já estava muito carregada.

Retiramos o nome “Atividade 2.7” da última parte, já que se trata de um espaço para que os estudantes expressem suas opiniões.

4.5 Sugestões de novas pesquisas

Observamos que a aceitação dessas folhas de atividades por parte dos estudantes foi muito positiva. Eles gostaram e as atividades ajudaram a melhorar a compreensão da Geometria Espacial. Isso facilita a aula do professor, pois alunos interessados tendem a não apresentar problemas disciplinares durante as aulas.

Observamos, a título de informação pessoal, que a preparação desse material didático nos ajudou muito a afastar receios, e nos sentimos mais seguros no ensino da Geometria.

Após essa boa experiência pretendemos criar novas folhas de atividades com vários temas, por exemplo, troncos de sólidos geométricos, funções, entre outros.

4.6 Conclusão final.

Consideramos que as Folhas de Atividades propostas podem ser consideradas validadas tendo em vista que fizemos uma aplicação adequada e os estudantes conseguiram um desempenho médio de 85%.

Estas Folhas de Atividades constituem o nosso produto final. Pensamos que sejam uma boa contribuição para superar os obstáculos que permeiam o ensino da Geometria Espacial.

Temos a expectativa de que colegas professores venham a utilizar esse material didático em suas aulas. Para isso esta dissertação disponibiliza o texto completo das Folhas de Atividades no Apêndice B, página 103. Colocamos também no Apêndice C, página 113, o mesmo material com exemplos de respostas que são esperadas.

Este produto didático está sob domínio público, podendo ser usado ou modificado sem qualquer ônus. O trabalho será publicado na página Web do PROFMAT.

Referências

ALMOULOUD, S. A. G.; QUEIROZ, DE C.; COUTINHO, S. Engenharia Didática: características e seus usos em trabalhos apresentados no GT-19/ ANPed. **Revista Eletrônica de Educação Matemática**. v. 3.6, n. 1, p. 62-77, 2008.

ALLEVATO, N. S. G.; ONUCHIC, L. R. Ensino-aprendizagem-avaliação de matemática através da resolução de problemas – uma nova possibilidade para o trabalho em sala de aula. In: VII REUNIÃO DE DIDÁTICA DA MATEMÁTICA DO CONE SUL, 7., 2006, Águas De Lindóia. **Anais da VII Reunião de Didática da Matemática do Cone Sul**: Hotel Monte Real, 2001. p.1-18.

BARBOSA, M. A. **As elaborações de conhecimento geométricos no ensino fundamental II em uma microbacia**. 2013. 233 f. Dissertação. (Mestrado em Ensino e História das Ciências da Terra). Instituto de Geociências Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 2013.

BELTRAN, J.; et al. **Banco de questões 2013:** Olimpíadas Brasileira de Matemática das Escolas Públicas. 1 ed. Rio de Janeiro: IMPA/OBEMEP, 2013. 144 p. Disponível em:
<http://www.obmep.org.br/bq/bq2013.pdf>. Acesso em: out. 2013.

BOYER, CARL. B. **História da Matemática**. 2 ed. São Paulo: Edgard Blucher Ltda, 1996.

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros curriculares nacionais**: introdução aos parâmetros curriculares nacionais. Brasília, MEC/SEF, 1997. 126 p.

_______. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros curriculares nacionais:** terceiro e quarto ciclos: apresentação dos temas transversais. Brasília, MEC/SEF, 1998. 436 p.

______. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Ensino Médio e Tecnológica. **Parâmetros curriculares nacionais**: ensino médio, ciências da natureza, matemática e suas tecnologias. Brasília, 2002. 46 p.

DICIONÁRIO ENCICLOPÉDICO CONHECER. **História da Geometria**. Disponível em: <www.somatematica.com.br/Geometria.php>. Acesso em: dez. 2013.
FAINGUELERNT, E. K. O Ensino de Geometria no 1º e 2º Graus. In: **Educação Matemática em Revista**, n. 4, p. 45–52, 1995.

GUIMARÃES, R. S. **Atividades para aprendizagem do conceito matemático de função**. 2010. 201 f. Dissertação. (Mestrado em Ensino de Ciências Exatas) - Departamento de Matemática, Universidade Federal de São Carlos, São Carlos, 2010.

LORENZATO, S. **Por que não ensinar Geometria?**. Revista da Sociedade Brasileira de Educação Matemática, Blumenau, n. 4, p. 3-13, jan./jun. 1995.

MUNIZ, C. A. Currículo de Matemática em Rede. In: Matemática nas migrações e em fenômenos cotidianos - Gestar II – T.P. 6. Brasília: SEB, 2004. p. 80-102.

MELLO, G. E. S. **Demonstração: Uma sequencia didática para a introdução de seu aprendizado o ensino da geometria**. 1999. 189 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática), - Pontifícia Universidade Católica, São Paulo, 1999.

OLIVEIRA, A. N.; HILARIO, M. R.; FRANCO, T. **Banco de questões 2012:** Olimpíadas Brasileira de Matemática das Escolas Públicas. 1 ed. Rio de Janeiro: IMPA/OBEMEP, 2012. 144 p. Disponível em: <http://68.171.211.123/obmep/bancoobmep2012.pdf>. Acesso em: out. 2013.

PASSOS, C. L. **Representações, Interpretações e Prática Pedagógica: a Geometria na Sala de Aula.** 2000. 348 f. Tese (Doutorado em Educação Matemática) – Faculdade de Educação, Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 2000.

PATERLINI, R. R. **Geometria elementar:** gêneses e desenvolvimento. UFSCAR, 2010. Disponível em: <http://www.dm.ufscar.br/~ptlini/geo_paterlini_completo_21_03_2013.pdf>. Acesso em: set. 2013.

PAVANELLO, R. M**. O abandono do ensino da Geometria: uma visão histórica**. 1989. 201 f. Dissertação (Mestrado em Educação) - Faculdade de Educação. Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 1989.

PAVANELLO, R. M**.** O abandono do ensino da Geometria no Brasil. Causas e Consequências. **Zetetike**. n. 7. Ano 1, 1993.

PEREIRA, M. R. O. **A geometria escolar: uma análise dos estudos sobre o seu abandono**. 2001. 84 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) - Pontifícia Universidade Católica, São Paulo, 2001.

PEREZ. G. A realidade sobre o ensino de geometria no 1° e 2° graus, no estado de São Paulo. São Paulo: Educação em Matemática em Revista. v. 14, 1995.

PIROLA, N. A. **Solução de Problemas Geométricos: Dificuldades Perspectivas**. 2003. 245 f. Tese (Doutorado em Educação) – Faculdade de Educação, Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 2003.

PRADO, M. A.; ALEVATO, N. S. G. **O Ensino Aprendizagem de Geometria através da Resolução de Problemas**. Acta Scientiae, v. 12, p. 24 -42, 2010.

SANTOS, R. C.; BACCARIN, S. A. de O. **Embalagens**. Revista do professor de Matemática, n. 60, 2006. Disponível em: <http://www.rpm.org.br/conheca/60/embalagens.pdf>. Acesso em: out. 2013.

APÊNDICE A

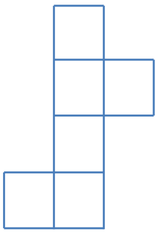
Apresentamos a seguir as Folhas de Atividade 1 (página 94) e as Folhas de Atividade 2 (página 98), no formato em que foram aplicadas nas aulas.

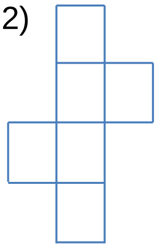
Proposta de Projeto Didático – PROFMAT
Aula 01 – 100 min.
Diretoria de Ensino Regional de Araraquara – SP
Escola Objetivo Rincão – Diretora: “Cassia Salete Tedde”
Nome: ____
Nome: ____

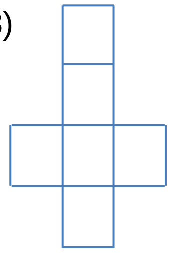
Planificação de um sólido é uma representação de modo que toda a sua superfície se apresente como uma figura plana, preservando o desenho das faces.

Vejamos como exemplo a planificação de uma caixa de medicamento. Nesta figura tiramos as abas utilizadas para colagem.

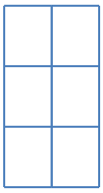
Atividade 1.1 - Temos a seguir três planificações diferentes de um cubo. Monte os cubos com essas planificações usando as folhas fornecidas pelo professor.

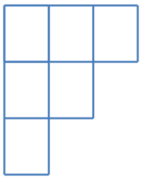
1) 

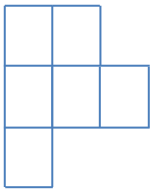
2) 

3) 

Atividade 1.2 - Observe a seguir os desenhos abaixo. São planificações de cubos?

1) 

2) 

3) 

( ) Sim ou ( ) Não ( ) Sim ou ( ) Não ( ) Sim ou ( ) Não

Anote o que observou. É possível dar alguma condição para que um desenho com 6 quadrados de mesmos lados seja ou não uma planificação de um cubo? Explique como descobriu isso.

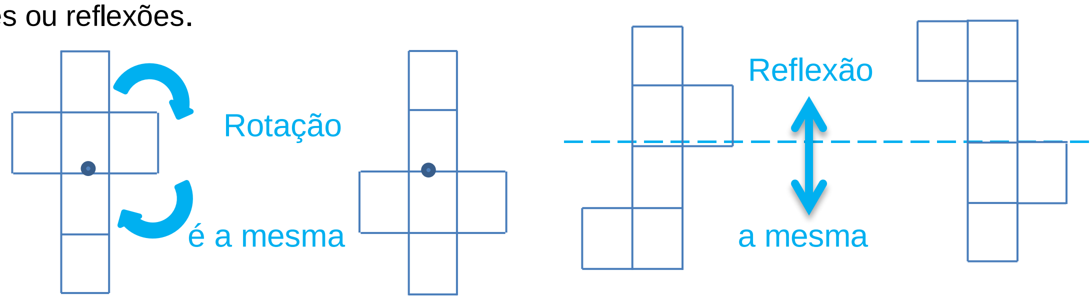
Resposta: ____

____

____

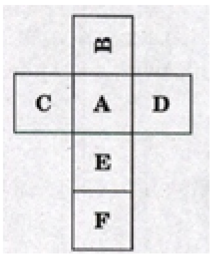
Atividade 1.3 - É possível verificar que existem 11 planificações para o cubo. Descubra pelo menos mais uma planificação diferente das três já vistas e montadas na primeira atividade. Desconsidere planificações que são rotações ou reflexões das anteriores.

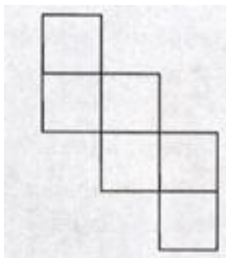
Nos exemplos abaixo vemos planificações equivalentes. Apenas foram feitas rotações ou reflexões.



Desenhe aqui sua planificação diferente:

Atividade 1.4 - Um cubo com letras nas faces é planificado de duas formas. Como essas letras ficarão organizadas na planificação 2)?

1) 

2) 

Você resolveu esse problema usando apenas o raciocínio ou montou e depois desmontou o cubo na planificação 2)? Descreva passo a passo como resolveu esse problema.

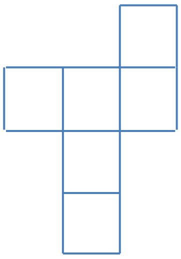
Resposta: ____

____

____

____

Atividade 1.5 - E se esse mesmo cubo fosse planificado de outra forma? Como ficarão organizadas as letras?



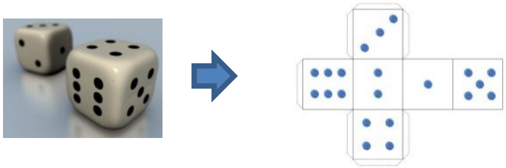
E agora, como você resolveu? Escreva passo a passo como você pensou?

Resposta:____

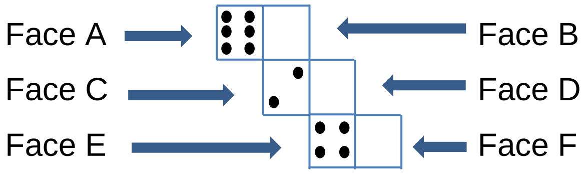
____

____

Num dado comum, a soma dos pontos de duas faces opostas é sempre sete. Veja como exemplo um dado e uma de suas planificações.



Atividade 1.6 - Investigue quais faces da planificação abaixo são opostas. Complete as faces B, D e F com os pontos que estão faltando, usando a regra citada acima.



Descreva como descobriu a solução:

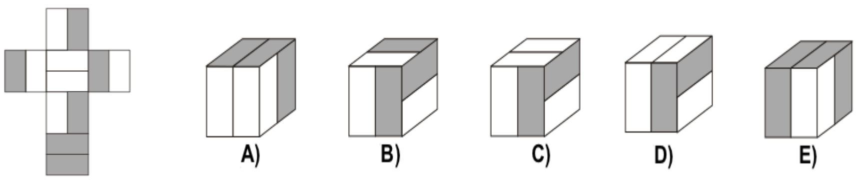
Resposta: ____

____

____

____

Atividade 1.7 - Para montar um cubo, um estudante recortou uma planificação numa cartolina branca e pintou de cinza algumas partes, como na figura ao lado, no lado esquerdo. Depois montou o cubo. Qual das figuras abaixo representa o cubo construído por este estudante?



Resposta:____

Descreva o método utilizado para resolver esse problema. Analise e justifique, em cada alternativa, porque ela foi aceita ou recusada.

Resposta:____

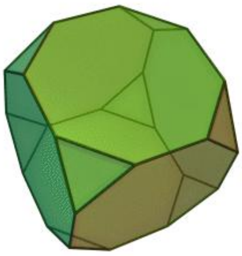
____

____

____

____

Atividade 1.8 – O cubo truncado é um sólido de Arquimedes. É obtido por truncatura dos vértices de um cubo. (Um corte feito em cada vértice de forma que se retirem oito pirâmides iguais). Esse sólido tem seis faces octogonais regulares, oito faces triangulares regulares, vinte e quatro vértices e trinta e seis arestas.



Descubra como seria uma planificação para este sólido.

Atividade 1.9 – Para Terminar, avalie a atividade realizada nessa aula:

a) Seu grupo gostou da atividade?

( ) Sim ( ) Não

b) Como seu grupo avalia a atividade?

( ) Ótima ( ) Boa ( ) Ruim

c) Como seu grupo avalia a dificuldade da atividade?

( ) Fácil ( ) Médio ( ) Difícil

Dê a sua opinião sobre essas atividades. O que você achou dessas atividades? Ela contribuiu para o seu aprendizado?

Respostas:____

____

____

____

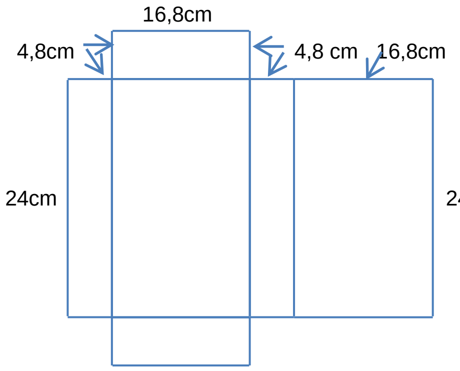
____

Obrigado, Fim!

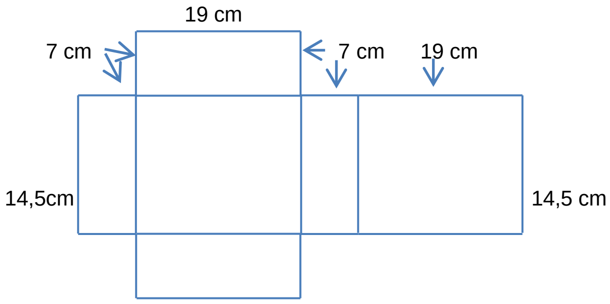
Nome: ____
Nome: ____

Atividade 2.1 Monte duas caixas usando os moldes de planificações fornecidas pelo professor, cujas medidas estão descritas abaixo:

Modelo de caixa 1



Modelo de caixa 2



Essas caixas são usadas para embalar sabão em pó. A caixa 1 foi o modelo usado por muito tempo e a caixa 2 é o modelo atual. Para investigar qual foi o motivo dessa mudança, vamos calcular o volume e a sua área total de cada uma.

V_1= ____

V_2= ____

A_1= ____

A_2= ____

Houve alguma vantagem para a empresa? Qual? E para o consumidor?

Resposta: ____

____

Suponhamos que numa certa data foram vendidas 100.000 unidades da caixa um. E após a mudança, numa outra data, também foram vendidas 100.000 unidades da caixa dois. Comparando as duas produções, qual foi a diferença na quantidade de papel para fabricar essas caixas?

Solução: ____

____

____

____

Suponhamos que a cada 1000 cm^2 de papel a empresa gasta R$ 10,00. Qual foi a economia gerada para seus cofres na situação do exercício anterior?

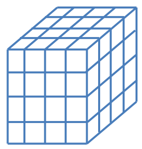
Solução: ____

____

____

____

Atividade 2.2 Um aluno cortou um cubo em muitos cubinhos de aresta 1 cm, através de cortes paralelos às suas faces. Por exemplo, se este cubo tivesse 4 cm de lado, os cortes produziriam:



Entretanto, o comprimento da aresta deste cubo é desconhecido.

a) Após cortar o cubo, o aluno contou os cubinhos de 1 cm de lado, os quais eram 512. Qual era o comprimento da aresta do cubo?

Solução: ____

____

____

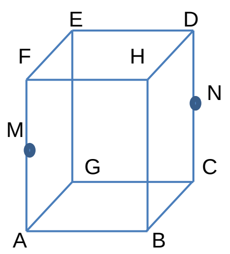
b) Laura faz o mesmo com outro cubo, para o qual também é desconhecido o comprimento da aresta. Após o corte, Laura conta 512 cubinhos que antes não tinham nenhuma face em contato com o exterior do cubo. Qual era o comprimento do cubo?

Solução: ____

____

____

Atividade 2.3 Uma formiga esperta, que passeia sobre a superfície do cubo abaixo, faz sempre o menor caminho possível entre dois pontos. O cubo tem arestas de tamanho 1 cm. Qual distância a formiga esperta percorrerá se ela for:



a) Do ponto M ao ponto N? (M e N são os pontos médios das respectivas arestas)

Solução: ____

____

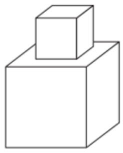
b) Do vértice A ao vértice D?

Solução:

c) Se não precisar passar apenas pela superfície. Qual é a menor distância entre os vértices A ao vértice D?

Solução:

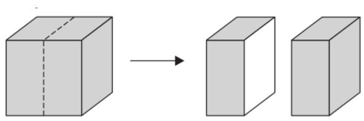
Atividade 2.4 Pedro gasta 1 ml de tinta cinza para pintar $100cm^2$ de superfície.



a) O sólido da figura ao lado foi feito colando uma face de um cubo de aresta 10cm em uma face de um cubo de aresta 20cm. Quantos mililitros de tinta Pedro precisa para pintar esse sólido?

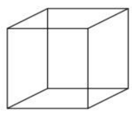
Resposta:

b) Pedro gastou 54 ml de tinta para pintar um cubo e depois dividiu esse cubo pintado em dois blocos retangulares iguais, como na próxima figura ao lado. Quantos mililitros a mais de tinta ele gastará para acabar de pintar esses dois blocos?

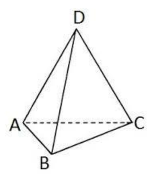


Solução:

Atividade 2.5 Um tetraedro regular é um sólido de quatro faces, sendo todas elas triângulos equiláteros de mesmo tamanho. A figura abaixo mostra um tetraedro regular. O comprimento de qualquer aresta de um tetraedro regular é o mesmo.

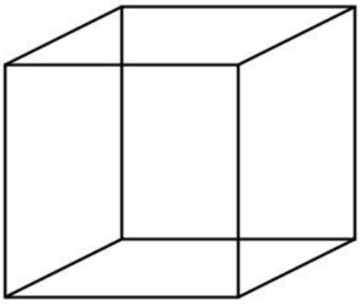


Por exemplo, no tetraedro ao lado, AB = AC = CD = BC = AD = BD. Mostre como colocar um tetraedro de lado $\sqrt{2}$ inteiramente dentro de um cubo de lado 1.



Sugestão: Utilizando as varetas fornecidas pelo professor, monte os sólidos e construa a solução desse problema.

Faça a representação no cubo abaixo de sua solução.



Escreva passo a passo sua solução:

____

____

____

____

Atividade 2.6 Para Terminar, avalie a atividade realizada nessa aula:

a) Seu grupo gostou da atividade?

( ) Sim ( ) Não

b) Como seu grupo avalia a atividade?

( ) Ótima ( ) Boa ( ) Ruim

c) Como seu grupo avalia a dificuldade da atividade?

( ) Fácil ( ) Médio ( ) Difícil

Dê a sua opinião. O que você achou dessas atividades? Como ela contribuiu para o seu aprendizado?

____

____

____

____

____

____

Obrigado! Fim!

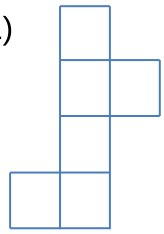
APÊNDICE B

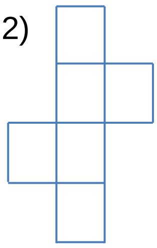
Apresentamos a seguir o nosso produto final, constituído das Folhas de Atividade 1 (página 104) e das Folhas de Atividade 2 (página 108), depois de corrigidas, levando em conta os resultados da aplicação. Essas modificações foram comentadas no Capítulo 4.

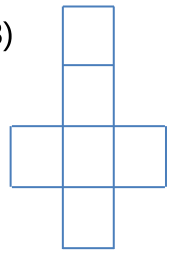
Problemas usando planificações do cubo
Aula 01 – 100 min.

Planificação de um sólido é uma representação de modo que toda a sua superfície se apresente como uma única figura plana, preservando o desenho das faces. Vejamos como exemplo a planificação de uma caixa de medicamento. Nesta figura tiramos as abas utilizadas para colagem.

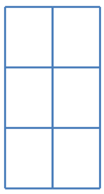
Atividade 1.1 - Temos a seguir três planificações diferentes de um cubo. Monte os cubos com essas planificações usando as folhas fornecidas pelo professor.

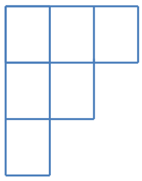
1) 

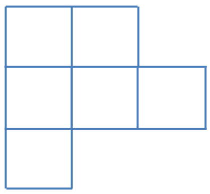
2) 

3) 

Atividade 1.2 - Observe a seguir os desenhos abaixo. São planificações de cubos?

1) 

2) 

3) 

( ) Sim ou ( ) Não ( ) Sim ou ( ) Não ( ) Sim ou ( ) Não

Anote o que observou. É possível dar alguma condição para que um desenho com 6 quadrados de mesmos lados seja ou não uma planificação de um cubo? Explique como descobriu isso.

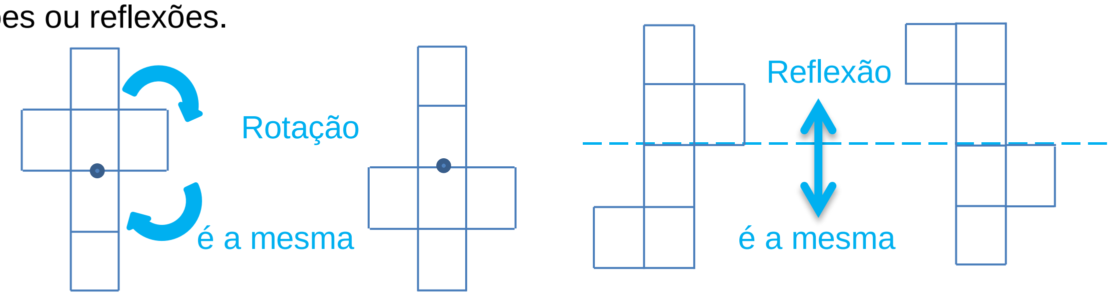
Resposta:____

____

____

Atividade 1.3 - É possível verificar que existem 11 planificações para o cubo. Descubra pelo menos mais uma planificação diferente das três já vistas e montadas na primeira atividade. Desconsidere planificações que são rotações ou reflexões das anteriores.

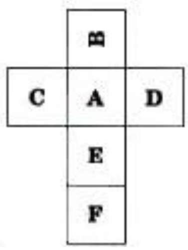
Nos exemplos abaixo vemos planificações equivalentes. Apenas foram feitas rotações ou reflexões.



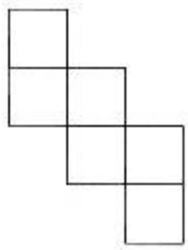
Desenhe aqui sua planificação diferente:

Atividade 1.4 - Um cubo com letras nas faces é planificado de duas formas. Como essas letras ficarão organizadas na planificação 2)? Note que os cubos montados com as duas planificações devem ser idênticos.

1)



2)



Você resolveu esse problema usando apenas o raciocínio ou montou e depois desmontou o cubo na planificação 2)? Descreva passo a passo como resolveu esse problema.

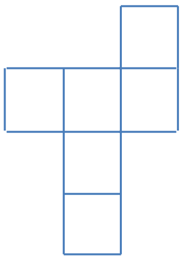
Resposta: ____

____

____

____

Atividade 1.5 - E se esse mesmo cubo fosse planificado de outra forma? Como ficarão organizadas as letras?



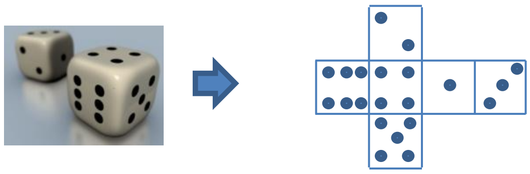
E agora, como você resolveu? Escreva passo a passo como você pensou.

Resposta:____

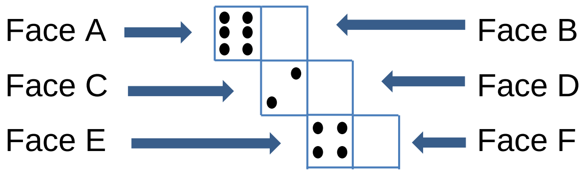
____

____

Num dado comum, a soma dos pontos de duas faces opostas é sempre sete. Veja como exemplo um dado e uma de suas planificações.



Atividade 1.6 - Investigue quais faces da planificação abaixo são opostas. Complete as faces B, D e F com os pontos que estão faltando, usando a regra citada acima.



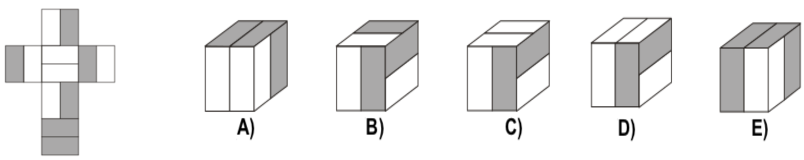
Descreva como descobriu a solução:

Resposta:____

____

____

Atividade 1.7 - Para montar um cubo, um estudante recortou uma planificação numa cartolina branca e pintou de cinza algumas partes, como na figura ao lado, no lado esquerdo. Depois montou o cubo. Qual das figuras abaixo representa o cubo construído por este estudante?



Resposta:____

Descreva o método utilizado para resolver esse problema. Analise e justifique, em cada alternativa, porque ela foi aceita ou recusada.

Resposta: ____

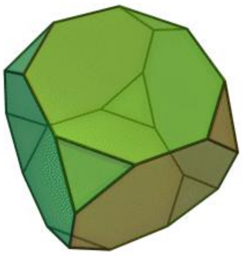
____

____

____

____

Atividade 1.8 – O cubo truncado é um sólido de Arquimedes. É obtido por truncatura dos vértices de um cubo. (Um corte feito em cada vértice de forma que se retirem oito pirâmides iguais). Esse sólido tem seis faces octogonais regulares, oito faces triangulares regulares, vinte e quatro vértices e trinta e seis arestas.



Descubra como seria uma planificação para este sólido.

Para Terminar, avalie a atividade realizada nessa aula:

a) Seu grupo gostou da atividade?

( ) Sim ( ) Não

b) Como seu grupo avalia a atividade?

( ) Ótima ( ) Boa ( ) Ruim

c) Como seu grupo avalia a dificuldade da atividade?

( ) Fácil ( ) Médio ( ) Difícil

Dê a sua opinião sobre essas atividades. O que você achou dessas atividades? Ela contribuiu para o seu aprendizado?

Respostas: ____

____

____

____

____

Obrigado! Fim!

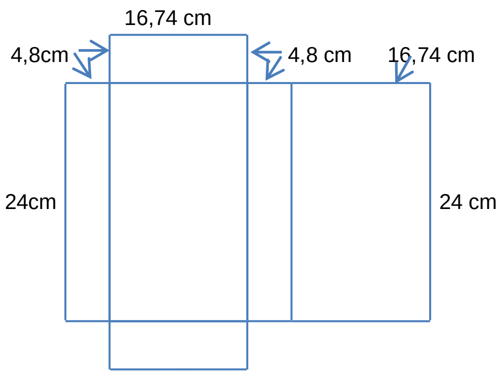
Problemas usando planificações do cubo

Aula 02 – 100 min.

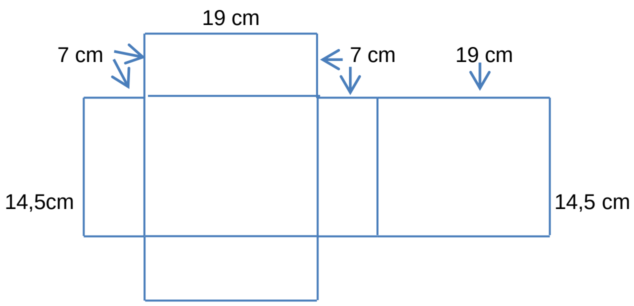
Todas as soluções dessas Folhas de Atividades deverão ter justificativas.

Atividade 2.1 Monte duas caixas usando os moldes de planificações fornecidas pelo professor, cujas medidas estão descritas abaixo:

Modelo de caixa 1



Modelo de caixa 2



Essas caixas são usadas para embalar sabão em pó. A caixa 1 foi o modelo usado por muito tempo e a caixa 2 é o modelo atual. Para investigar qual foi o motivo dessa mudança, vamos calcular o volume e a área total de cada uma.

V_1= ____

V_2= ____

A_1= ____

A_2= ____

Houve alguma vantagem para a empresa? Qual? E para o consumidor?

Resposta: ____

____

____

Suponhamos que numa certa data foram vendidas 100.000 unidades da caixa um. E após a mudança, numa outra data, também foram vendidas 100.000 unidades da caixa dois. Comparando as duas produções, qual foi a diferença na quantidade de papel para fabricar essas caixas?

Solução: ____

____

____

____

Suponhamos que a cada 1000 cm^2 de papel a empresa gaste R$ 10,00. Qual foi a economia gerada para seus cofres na situação do exercício anterior?

Solução:

Atividade 2.2 Uma empresa resolveu vender sabão em pó em caixas na forma de um cubo. O volume dessa caixa é o mesmo da embalagem da atividade anterior, ou seja, 1928,5 cm^3. Calcule a medida da aresta dessa caixa.

Solução:

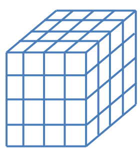
Calcule a área da superfície desse cubo. Supondo o mesmo custo de produção, ou seja, a cada 1000 cm^3 a empresa gasta R$ 10,00, qual o custo de produção de 100.000 unidades dessas caixas?

Solução:

Vemos nos supermercados que as empresas não produzem caixas na forma de um cubo para vender sabão em pó. Por que será?

Solução:

Atividade 2.3 Um aluno cortou um cubo em muitos cubinhos de aresta 1 cm, através de cortes paralelos às suas faces. Por exemplo, se este cubo tivesse 4 cm de lado, os cortes produziriam:



Entretanto, o comprimento da aresta deste cubo é desconhecido.

a) Após cortar o cubo, o aluno contou os cubinhos de 1 cm de lado, os quais eram 512. Qual era o comprimento da aresta do cubo?

Solução:

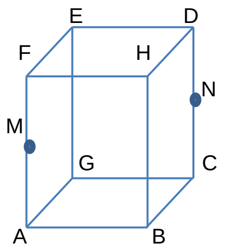
b) Laura faz o mesmo com outro cubo, para o qual também é desconhecido o comprimento da aresta. Após o corte, Laura conta 512 cubinhos que antes não tinham nenhuma face em contato com o exterior do cubo. Qual era o comprimento da aresta do cubo?

Solução: ____

____

____

Atividade 2.4 Uma formiga esperta, que passeia sobre a superfície do cubo abaixo, faz sempre o menor caminho possível entre dois pontos. O cubo tem arestas de tamanho 1 cm. Qual distância a formiga esperta percorrerá se ela for:



a) Do ponto M ao ponto N? (M e N são os pontos médios das respectivas arestas).

Solução: ____

____

b) Do vértice A ao vértice D?

Solução: ____

____

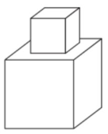
c) Se não precisar passar apenas pela superfície. Qual é a menor distância entre os vértices A ao vértice D?

Solução: ____

____

Atividade 2.5 Pedro gasta 1 ml de tinta cinza para pintar $100cm^2$ de superfície.

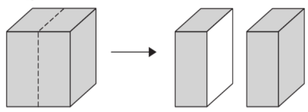
a) O sólido da figura ao lado foi feito colando uma face de um cubo de aresta 10 cm em uma face de um cubo de aresta 20 cm. Quantos mililitros de tinta Pedro precisará para pintar esse sólido?



Resposta: ____

____

b) Pedro gastou 54 ml de tinta para pintar um cubo e depois dividiu esse cubo pintado em dois blocos retangulares iguais, como na próxima figura ao lado. Quantos mililitros a mais de tinta ele gastará para acabar de pintar esses dois blocos?

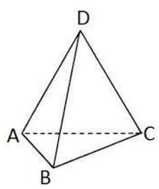


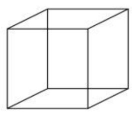
Solução:

c) Pedro gastou 54 ml de tinta para pintar outro cubo. Depois de pintado, esse cubo foi dividido em cubinhos iguais, e Pedro gastou mais 216 ml de tinta para pintar todas as faces dos cubinhos que não estavam pintados. Em quantos cubinhos ele dividiu o cubo?

Solução:

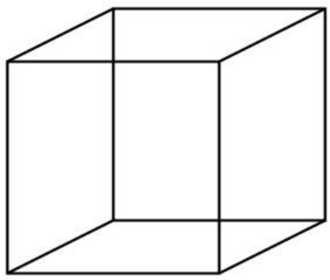
Atividade 2.6 Um tetraedro regular é um sólido de quatro faces, sendo todas elas triângulos equiláteros de mesmo tamanho. A figura abaixo mostra um tetraedro regular. O comprimento de qualquer aresta de um tetraedro regular é o mesmo. Por exemplo, no tetraedro ao lado, AB = AC = CD = BC = AD = BD. Mostre como colocar um tetraedro de lado $\sqrt{2}$ inteiramente dentro de um cubo de lado 1.





Sugestão: Utilizando as varetas fornecidas pelo professor, monte os sólidos e construa a solução desse problema.

Faça a representação de sua solução no cubo abaixo.



Escreva passo a passo sua solução:

____
____
____
____

Para Terminar, avalie a atividade realizada nessa aula:

a) Seu grupo gostou da atividade?

   ( ) Sim ( ) Não

b) Como seu grupo avalia a atividade?

   ( ) Ótima ( ) Boa ( ) Ruim

c) Como seu grupo avalia a dificuldade da atividade?

   ( ) Fácil ( ) Médio ( ) Difícil

Dê a sua opinião. O que você achou dessas atividades? Como ela contribuiu para o seu aprendizado?

____
____
____
____
____
____

Obrigado! Fim!

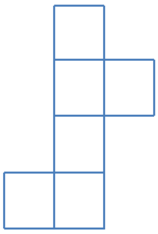
APÊNDICE C

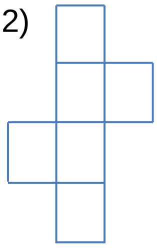
Apresentamos a seguir as Folhas de Atividades 1 e 2 com exemplos de respostas de cada item proposto.

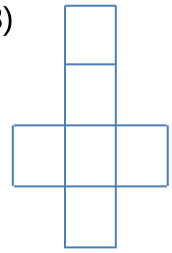
Problemas usando planificações do cubo
Aula 01 – 100 min.

Planificação de um sólido é uma representação de modo que toda a sua superfície se apresente como uma única figura plana, preservando o desenho das faces. Vejamos como exemplo a planificação de uma caixa de medicamento. Nesta figura tiramos as abas utilizadas para colagem.

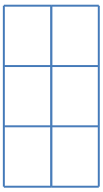
Atividade 1.1 - Temos a seguir três planificações diferentes de um cubo. Monte os cubos com essas planificações usando as folhas fornecidas pelo professor.

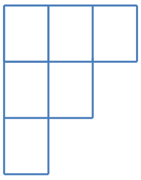
1) 

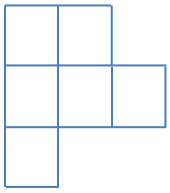
2) 

3) 

Atividade 1.2 - Observe a seguir os desenhos abaixo. São planificações de cubos?

1) 

2) 

3) 

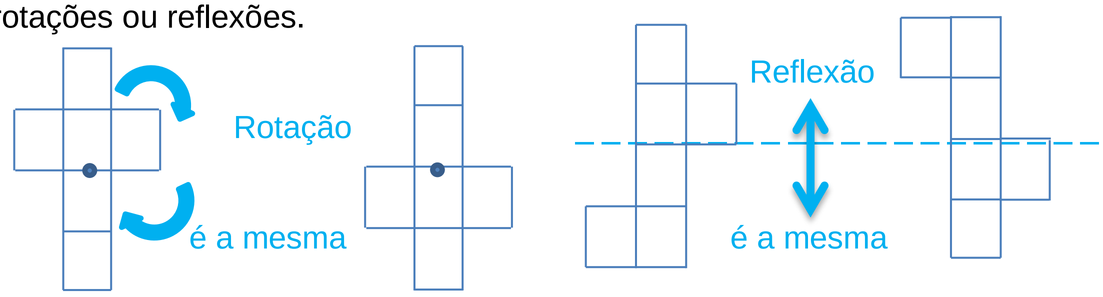
( ) Sim ou (x) Não ( ) Sim ou (x) Não ( ) Sim ou (x) Não

Anote o que observou. É possível dar alguma condição para que um desenho com 6 quadrados de mesmos lados seja ou não uma planificação de um cubo? Explique como descobriu isso.

<u>**Resposta:** *Observando a primeira atividade notamos que quatro quadrados alinhados e dois quadrados laterais formam um cubo. Na atividade dois, observamos que se colocarmos quatro quadrados formando um quadrado maior, nunca terá um cubo.*</u>

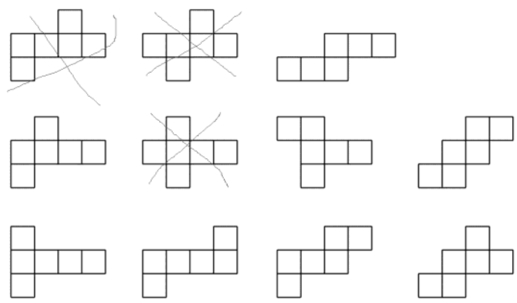
Atividade 1.3 - É possível verificar que existem 11 planificações para o cubo. Descubra pelo menos mais uma planificação diferente das três já vistas e montadas na primeira atividade. Desconsidere planificações que são rotações ou reflexões das anteriores.

Nos exemplos abaixo vemos planificações equivalentes. Apenas foram feitas rotações ou reflexões.



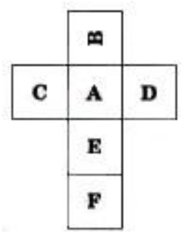
Desenhe aqui sua planificação diferente:

Existem 11 planificações, o aluno pode fazer qualquer uma das que não foram apresentadas.

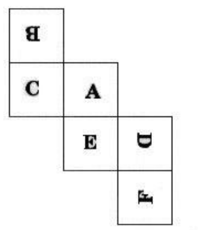


Atividade 1.4 - Um cubo com letras nas faces é planificado de duas formas. Como essas letras ficarão organizadas na planificação 2)? Note que os cubos montados com as duas planificações devem ser idênticos.

1)



2)

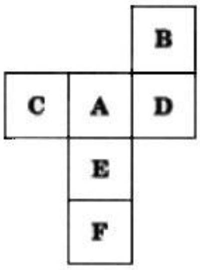


Essa é uma solução possível. Existem outras.

Você resolveu esse problema usando apenas o raciocínio ou montou e depois desmontou o cubo na planificação 2? Descreva passo a passo como resolveu esse problema.

Resposta: *Fizemos a planificação 1), montamos o cubo e recortamos para formar a planificação 2). Ou também raciocinamos para montar o cubo 2 de acordo com a planificação 1, ficando assim idêntica ao cubo 1.*

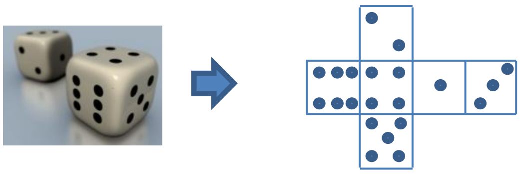
Atividade 1.5 - E se esse mesmo cubo fosse planificado de outra forma? Como ficarão organizadas as letras?



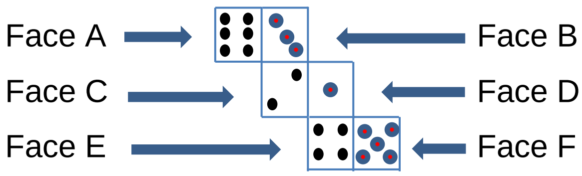
E agora, como você resolveu? Escreva passo a passo como você pensou.

Resposta: *Fizemos a planificação 1, montamos o cubo e recortamos para formar a planificação pedida. Ou Raciocinamos e percebemos que bastava rotacionar a face da letra B para a direita.*

Num dado comum, a soma dos pontos de duas faces opostas é sempre sete. Veja como exemplo um dado e uma de suas planificações.



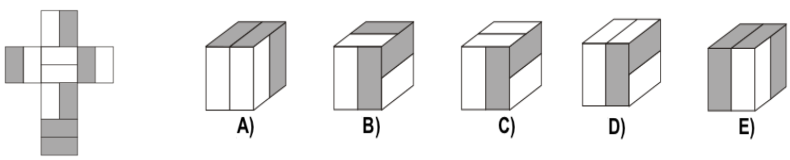
Atividade 1.6 - Investigue quais faces da planificação abaixo são opostas. Complete as faces B, D e F com os pontos que estão faltando, usando a regra citada acima.



Descreva como descobriu a solução:

Resposta: *Fizemos a planificação do dado sugerido, encontrando a face oposta da A que é a D e completamos com o 1, a face oposta a C é a F e completamos com 5 e por último a face oposta a E é a B e completamos com 3.*

Atividade 1.7 - Para montar um cubo, um estudante recortou uma planificação numa cartolina branca e pintou de cinza algumas partes, como na figura ao lado, no lado esquerdo. Depois montou o cubo. Qual das figuras abaixo representa o cubo construído por este estudante?

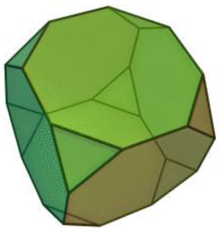


Resposta: *Letra C*

Descreva o método utilizado para resolver esse problema. Analise e justifique, em cada alternativa, porque ela foi aceita ou recusada.

Resposta: *Montamos a planificação e analisamos alternativa por alternativa: no item a) as faces inteira cinza e a face inteira branca não podem ser adjacentes, no item b) a face branca inteira ou a face cinza inteira teria que aparecer, no item d) a listra da face inteira branca não bate esta invertida, no item e posição da face inteira cinza e das faces listradas são diferentes.*

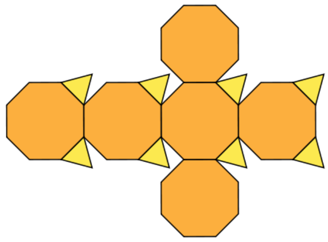
Atividade 1.8 - O cubo truncado é um sólido de Arquimedes. É obtido por truncatura dos vértices de um cubo. (Um corte feito em cada vértice de forma que se retirem oito pirâmides iguais). Esse sólido tem seis faces octogonais regulares, oito faces triangulares regulares, vinte e quatro vértices e trinta e seis arestas.



Descubra como seria uma planificação para este sólido.

É uma solução possível.

Existem outras.



Para Terminar, avalie a atividade realizada nessa aula:

a) Seu grupo gostou da atividade?

( ) Sim ( ) Não

b) Como seu grupo avalia a atividade?

( ) Ótima ( ) Boa ( ) Ruim

c) Como seu grupo avalia a dificuldade da atividade?

( ) Fácil ( ) Médio ( ) Difícil

Dê a sua opinião sobre essas atividades. O que você achou dessas atividades? Ela contribuiu para o seu aprendizado?

Respostas: ____

____

____

____

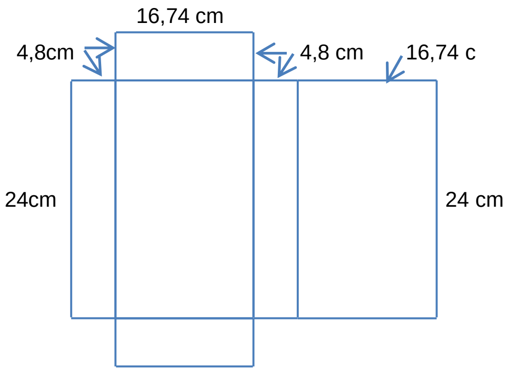
Obrigado, Fim!

Problemas usando planificações do cubo
Aula 02 – 100 min.

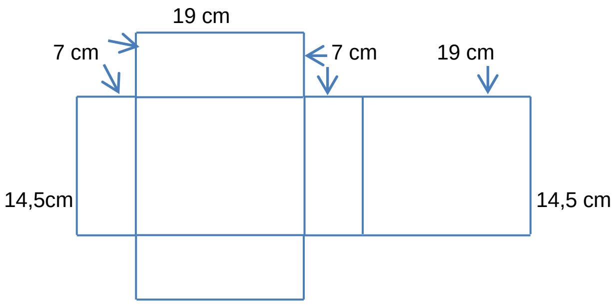
Todas as soluções dessas Folhas de Atividades deverão ter justificativas.

Atividade 2.1 Monte duas caixas usando os moldes de planificações fornecidas pelo professor, cujas medidas estão descritas abaixo:

Modelo de caixa 1



Modelo de caixa 2



Essas caixas são usadas para embalar sabão em pó. A caixa 1 foi o modelo usado por muito tempo e a caixa 2 é o modelo atual. Para investigar qual foi o motivo dessa mudança, vamos calcular o volume e a área total de cada uma.

V_1= *$4,8 \times 16,74 \times 24 = 1928,448\ cm^3$*

V_2= *$14,5 \times 7 \times 19 = 1928,5\ cm^3$*

A_1= *$(24 \times 4,8 + 24 \times 16,74 + 4,8 \times 16,74) \times 2 = 1194,624\ cm^2$*

A_2= *$(14,5 \times 7 + 14,5 \times 19 + 7 \times 19) \times 2 = 1020\ cm^2$*

Houve alguma vantagem para a empresa? Qual? E para o consumidor?

Resposta: *Sim, economizou papel na produção da embalagem. Não, pois os volumes são aproximadamente iguais.*

Suponhamos que numa certa data foram vendidas 100.000 unidades da caixa um. E após a mudança, numa outra data, também foram vendidas 100.000 unidades da caixa dois. Comparando as duas produções, qual foi à diferença na quantidade de papel para fabricar essas caixas?

Solução: *$(1194,624 \times 100000 – 1020 \times 100000) = 17.462.400\ cm^2$*

Suponhamos que a cada 1000 cm^2 de papel a empresa gaste R$ 10,00. Qual foi a economia gerada para seus cofres na situação do exercício anterior?

Solução: *17.462.400 ÷ 1000 = 17.462,4*

17.462,4x10 = 174.624 reais, ou seja aproximadamente 175 mil reais

Atividade 2.2 Uma empresa resolveu vender sabão em pó em caixas na forma de um cubo. O volume dessa caixa é o mesmo da embalagem da atividade anterior, ou seja, 1928,5 cm^3. Calcule a medida da aresta dessa caixa.

Solução: *Calculando a raiz cubica de 1928,5 temos:* $\sqrt[3]{1928,5}$ *= 12,44724433*

aproximadamente 12,45.

Calcule a área da superfície desse cubo. Supondo o mesmo custo de produção, ou seja, a cada 1000 cm^3 a empresa gasta R$ 10,00, qual o custo de produção de 100.000 unidades dessas caixas?

Solução: (12,45 x 12,45) x 6 = 930,015

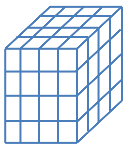
930,015 x 100000 = 93001500

930011500 x 10 = 930.015.000 reais.

Vemos nos supermercados que as empresas não produzem caixas na forma de um cubo para vender sabão em pó. Por que será?

Solução: A caixa cubica teria maior economia de papel, mas ela não tem a forma ideal para se manusear. Acreditamos que seja um dos motivos.

Atividade 2.3 Um aluno cortou um cubo em muitos cubinhos de aresta 1 cm, através de cortes paralelos às suas faces. Por exemplo, se este cubo tivesse 4 cm de lado, os cortes produziriam:



Entretanto, o comprimento da aresta deste cubo é desconhecido.

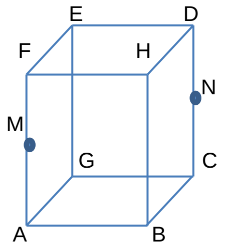
a) Após cortar o cubo, o aluno contou os cubinhos de 1 cm de lado, os quais eram 512. Qual era o comprimento da aresta do cubo?

Solução: $\sqrt[3]{512}$ *= 8, o aluno pode usar a decomposição em fatores primos, ou pode usar o método da tentativa.*

b) Laura faz o mesmo com outro cubo, para o qual também é desconhecido o comprimento da aresta. Após o corte, Laura conta 512 cubinhos que antes não tinham nenhuma face em contato com o exterior do cubo. Qual era o comprimento da aresta do cubo?

Solução: *Considerando que nenhum cubo dos 512 fica em contato com a parte externa, a condição é que tenhamos um cubo de cada lado, formando assim 8 + 2 = 10 cubinhos.*

Atividade 2.4 Uma formiga esperta, que passeia sobre a superfície do cubo abaixo, faz sempre o menor caminho possível entre dois pontos. O cubo tem arestas de tamanho 1 cm. Qual distância a formiga esperta percorrerá se ela for:



a) Do ponto M ao ponto N? (M e N são os pontos médios das respectivas arestas).

Solução: *Seguindo em linha reta sobre o lado FHAB e HDBC paralelamente aos segmentos AB e BC, a formiga anda 1 + 1 = 2 cm.*

b) Do vértice A ao vértice D?

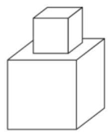
Solução: *Planificando o cubo, observamos que do vértice A ao vértice D temos a diagonal do retângulo ABED que mede $\sqrt{5}$.*

c) Se não precisar passar apenas pela superfície. Qual é a menor distância entre os vértices A ao vértice D?

Solução: *Aplicando duas vezes o teorema de Pitágoras o aluno encontrará $\sqrt{3}$*

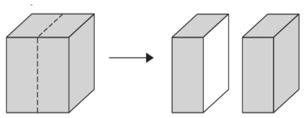
Atividade 2.4 Pedro gasta 1 ml de tinta cinza para pintar 100cm^2 de superfície.

a) O sólido da figura ao lado foi feito colando uma face de um cubo de aresta 10 cm em uma face de um cubo de aresta 20 cm. Quantos mililitros de tinta Pedro precisará para pintar esse sólido?



Resposta: *20 x 20 x 5 + 10 x 10 x 5 = 2500 cm^2 e 20 x 20 – 10 x 10 = 300 cm^2; logo 2500 + 300 = 2800 cm^2; finalizando 2800 ÷ 100 = 28 ml de tinta serão gastos.*

b) Pedro gastou 54 ml de tinta para pintar um cubo e depois dividiu esse cubo pintado em dois blocos retangulares iguais, como na próxima figura ao lado. Quantos mililitros a mais de tinta ele gastará para acabar de pintar esses dois blocos?

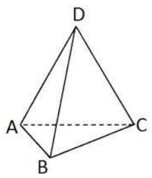


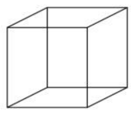
Solução: *Considerando que são gastos 54 ml de tintas para pintar as seis faces, em cada face são gastos 54 ÷ 6 = 9 ml por face. Assim como foram criadas com o corte duas novas faces temos: 9 x 2 = 18 ml de tinta a mais serão gastos.*

c) Pedro gastou 54 ml de tinta para pintar outro cubo. Depois de pintado, esse cubo foi dividido em cubinhos iguais, e Pedro gastou mais 216 ml de tinta para pintar todas as faces dos cubinhos que não estavam pintadas. Em quantos cubinhos ele dividiu o cubo?

Solução: *Para dividir o cubo em cubinhos iguais, devem ser feitos cortes paralelos às faces e igualmente espaçados. Como vimos no item b), cada um destes cortes cria 1800 cm^2 de superfície não pintada. Portanto, o número de cortes foi 21600 : 1800 = 12. Como os cubinhos são iguais, os cortes horizontais, verticais e longitudinais devem ser todos de mesmo número, ou seja, em número de 12 : 4 = 3. Esses cortes dão origem a 5 camadas horizontais, verticais e longitudinais de cubinhos, e segue que o cubo original foi dividido em 5 x 5 x 5 = 125 cubinhos.*

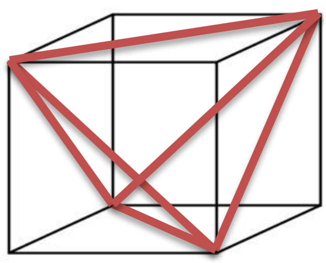
Atividade 2.6 Um tetraedro regular é um sólido de quatro faces, sendo todas elas triângulos equiláteros de mesmo tamanho. A figura abaixo mostra um tetraedro regular. O comprimento de qualquer aresta de um tetraedro regular é o mesmo. Por exemplo, no tetraedro ao lado, AB = AC = CD = BC = AD = BD. Mostre como colocar um tetraedro de lado V2inteiramente dentro de um cubo de lado 1.





Sugestão: Utilizando as varetas fornecidas pelo professor, monte os sólidos e construa a solução desse problema.

Faça a representação de sua solução no cubo abaixo.



Escreva passo a passo sua solução:

Montamos o cubo com os palitos e também o tetraedro, observamos que o lado do tetraedro corresponde com a medida da diagonal do quadrado de cada face, assim o tetraedro só caberá dentro do hexaedro se seus lados ficarem sob as diagonais das face do cubo.

Para Terminar, avalie a atividade realizada nessa aula:

a) Seu grupo gostou da atividade?

( ) Sim ( ) Não

b) Como seu grupo avalia a atividade?

( ) Ótima ( ) Boa ( ) Ruim

c) Como seu grupo avalia a dificuldade da atividade?

( ) Fácil ( ) Médio ( ) Difícil

Dê a sua opinião. O que você achou dessas atividades? Como ela contribuiu para o seu aprendizado?

____

____

____

____

____

____

Obrigado! Fim!