Universidade Federal de Goiás
Regional Catalão
Departamento de Matemática
Programa de Mestrado Profissional em
Matemática em Rede Nacional

Estudo dos Polígonos por Intermédio da Pavimentação do Plano

André Coelho

Catalão

2014

sistema de bibliotecas ufg

UFG

TERMO DE CIÊNCIA E DE AUTORIZAÇÃO PARA DISPONIBILIZAR ELETRONICAMENTE OS TRABALHOS DE CONCLUSÃO DE CURSO NA BIBLIOTECA DIGITAL DA UFG

Na qualidade de titular dos direitos de autor, autorizo a Universidade Federal de Goiás (UFG) a disponibilizar, gratuitamente, por meio da Biblioteca Digital de Teses e Dissertações (BDTD/UFG), sem ressarcimento dos direitos autorais, de acordo com a Lei nº 9610/98, o documento conforme permissões assinaladas abaixo, para fins de leitura, impressão e/ou *download*, a título de divulgação da produção científica brasileira, a partir desta data.

1. Identificação do material bibliográfico: **Trabalho de Conclusão de Curso de Mestrado Profissional**

2. Identificação do Trabalho

Autor (a):	André Coelho					
E-mail:	deguimcoelho@gmail.com					
Seu e-mail pode ser disponibilizado na página? [X]Sim [ ] Não						
Vínculo empregatício do autor		Professor da Secretaria Estadual de Educação de Goiás				
Agência de fomento:		Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior			Sigla:	CAPES
País:	Brasil	UF: DF		CNPJ:	00889834/0001-08	
Título:	Estudo dos Polígonos por Intermédio da Pavimentação do Plano					
Palavras-chave:	Pavimentação, Polígonos, Mosaicos e Geometria					
Título em outra língua:	Study of Polygons for Intermediate Paving Plan					
Palavras-chave em outra língua:	Paving, Polygons, Mosaics and Geometry					
Área de concentração:	Matemática do Ensino Básico					
Data defesa: (dd/mm/aaaa)		08/08/2014				
Programa de Pós-Graduação:		Mestrado Profissional em Matemática – PROFMAT				
Orientador (a):	Prof. Dr. Paulo Roberto Bergamaschi					
E-mail:	prbergamaschi@gmail.com					
Co-orientador(a):*						
E-mail:						

*Necessita do CPF quando não constar no SisPG

3. Informações de acesso ao documento:

Concorda com a liberação total do documento [X] SIM [ ] NÃO[1]

Havendo concordância com a disponibilização eletrônica, torna-se imprescindível o envio do(s) arquivo(s) em formato digital PDF ou DOC do trabalho de conclusão de curso.

O sistema da Biblioteca Digital de Teses e Dissertações garante aos autores, que os arquivos contendo eletronicamente as teses, dissertações ou trabalhos de conclusão de curso, antes de sua disponibilização, receberão procedimentos de segurança, criptografia (para não permitir cópia e extração de conteúdo, permitindo apenas impressão fraca) usando o padrão do Acrobat.

André Coelho

Assinatura do (a) autor (a)

Data: 25 / 08 / 2014

[1] Neste caso o documento será embargado por até um ano a partir da data de defesa. A extensão deste prazo suscita justificativa junto à coordenação do curso. Os dados do documento não serão disponibilizados durante o período de embargo.

André Coelho

Estudo dos Polígonos por Intermédio da Pavimentação do Plano

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado ao Departamento de Matemática da Regional Catalão da Universidade Federal de Goiás, como requisito parcial para obtenção do título de Mestre em Matemática.

Área de Concentração: Matemática do Ensino Básico.

Orientador: Prof. Dr. Paulo Roberto Bergamaschi.

Catalão

2014

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação na (CIP)
(GPT/BSCAC/UFG)

C672e

Coelho, André.
Estudo dos polígonos por intermédio da pavimentação do plano [manuscrito] / André Coelho. - 2014.
78 f. : il., figs, tabs.

Orientador: Profº. Dr. Paulo Roberto Bergamaschi.
Dissertação (Mestrado) – Universidade Federal de Goiás, Regional Catalão, Departamento de Matemática, 2014.
Bibliografia.
Inclui lista de figuras, gráficos e tabelas.
Apêndices.

1. Pavimentação. 2. Polígonos. 3. Mosaicos. 4. Geometria I. Título.

CDU: 514.115

André Coelho

Estudo dos Polígonos por Intermédio da Pavimentação do Plano

Trabalho de Conclusão de Curso defendido no Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional – PROFMAT/UFG, do Departamento de Matemática da Regional Catalão da Universidade Federal de Goiás, como requisito parcial para obtenção do título de Mestre em Matemática, área de concentração Matemática do Ensino Básico, aprovado no dia 08 de Agosto de 2014, pela Banca Examinadora constituída pelos professores:

Prof. Dr. Paulo Roberto Bergamaschi
Departamento de Matemática da Regional Catalão – UFG/RC
Presidente da Banca

Prof. Dr. Porfírio Azevedo dos Santos Júnior
Departamento de Matemática da Regional Catalão – UFG/RC

Prof. Dr. Antônio Carlos Nogueira
FAMAT- UFU

DEDICATÓRIA

Dedico este trabalho a minha família. Em especial a minha esposa Synara e aos meus filhos Gustavo, Thiago e Marcelo, que tiveram paciência e me compreenderam durante o curso.

AGRADECIMENTOS

Agradeço, primeiramente, a Deus.

Ao professor Paulo Roberto Bergamaschi, pela orientação, bem como pelo conhecimento transmitido. Minha gratidão pela paciência e pela compreensão durante este período.

À UFG, na pessoa da subcoordenadora do PROFMAT da Regional Catalão, professora Élida Alves da Silva, e também a todos os professores do programa, que acreditaram e aceitaram participar do desafio de propiciar o aprimoramento de professores da educação básica, dando significativa contribuição para a realização deste trabalho.

A minha família, principalmente a minha esposa, meu pai e minha avó Maria, que sempre me apoiaram.

A minha sogra, Wilma e ao meu sogro, Luiz por todo apoio dado durante o curso.

Aos meus amigos: Alceny Garcia, Rogério Mastrela e Cláudio Humberto, que continuamente me auxiliaram.

Aos colegas do curso, pelos momentos de convivência, pelas brincadeiras, pela colaboração e principalmente pela amizade.

À Sociedade Brasileira de Matemática, por propiciar aos professores de Matemática da educação básica brasileira acesso a um programa de mestrado tão abrangente e eficiente quanto o PROFMAT.

À agência financiadora Capes, pelo apoio financeiro dado ao longo do curso.

RESUMO

Este trabalho apresenta como objetivo estudar os polígonos, em especial os polígonos regulares, a partir de pavimentações do plano euclidiano (ou mosaicos, como são mais conhecidas). Para tanto, foi realizado um estudo de caso com abordagem dinâmica, tendo como propósito promover, no ensino médio, o estudo da geometria, em particular da geometria plana, com foco nos polígonos. Buscou-se, a partir da manipulação de materiais concretos, levar os alunos a assumirem uma postura participativa na construção do próprio conhecimento. A pesquisa foi desenvolvida com uma turma de segundo ano do ensino médio de uma escola publica estadual do município de Catalão, Goiás. Como resultado, verificou-se um melhor entendimento dos conceitos geométricos abordados por parte dos alunos.

Palavras-chave: Pavimentação, Polígonos, Mosaicos, Geometria.

ABSTRACT

This paper presents the objective to study the polygons, regular polygons in special, from tessellations of the Euclidean plane (or mosaics, as they are widely known). Thus, it was performed a case study with dynamic approach, with the purpose to promote, in high school, the study of geometry, plane geometry in particular, focusing on polygons. It was sought, from the manipulation of concrete materials, lead students to adopt a participatory posture in the construction of the own knowledge. The research was conducted with a class of second year of high school in a public school in the municipality of Catalão, Goiás. As a result, there was a better understanding of geometric concepts discussed by the students.

Keywords: Paving, Polygons, Mosaics, Geometry.

LISTA DE FIGURAS

LISTA DE GRÁFICOS

LISTA DE TABELAS

LISTA DE APÊNDICES

SUMÁRIO

INTRODUÇÃO

Pavimentar é cobrir uma superfície sem que haja falhas, tampouco sobreposições entre as peças utilizadas, formando os mosaicos[1]. Estudos mostram que esses padrões geométricos estiveram presentes nas civilizações assíria, babilônica, persa, egípcia, grega, chinesa e outras. E ainda hoje eles são empregados em padrões que permanecem em pisos, tetos e painéis de paredes, templos e palácios. (BARBOSA, 1993)[1]

Os padrões geométricos obtidos por essas pavimentações podem ser observados na natureza, como por exemplo, nos favos de mel das abelhas e na casca do abacaxi, nos quais são encontrados mosaicos com hexágonos; e também os cascos das tartarugas sugerem mosaicos com formas geométricas. (IMENES; LELLIS, 2000) [5] Além disso, os mosaicos podem ser observados nas construções feitas pelo homem, como, por exemplo, nos pisos das casas, nos ladrilhos[2] que cobrem ruas, nas calçadas das cidades, nas paredes e tetos de igrejas, e em construções antigas.

Johannes Kepler (1571-1630), em sua obra *Harmonia do Mundo*, de 1619, trouxe as primeiras investigações referentes à teoria da pavimentação do plano euclidiano utilizando polígonos regulares, apontando um tratamento matemático para o problema.

Nessa perspectiva, esta pesquisa tem o intuito de examinar as diferentes formas de pavimentar o plano utilizando polígonos regulares, entendendo que:

> O conhecimento matemático formalizado precisa, necessariamente, ser transformado para se tornar passível de ser ensinado/aprendido; ou seja, a obra e o pensamento do matemático teórico não são passíveis de comunicação direta aos alunos. Essa consideração implica rever a ideia, que persiste na escola, de ver nos objetos de ensino cópias fiéis dos objetos da ciência. (BRASIL, 1997, p.30)[3]

---

[1] Mosaico ou arte musiva é palavra de origem alemã, embora a técnica seja antiquíssima. É um embutido de pequenas peças (tesselas) de pedra ou de outros materiais como plástico, areia, papel ou conchas, formando determinado mosaico. O objetivo do desenho é preencher algum tipo de plano, como pisos e paredes.

[2] Ladrilho é uma pequena placa de cerâmica, mármore, pedra, porcelana, argila, metal, etc., de vários formatos, utilizada para constituir um revestimento, normalmente pisos, mas também mesas, fornos ou outros.

Através de construções de mosaicos, feitas a partir das pavimentações utilizando polígonos regulares, serão verificadas se essas construções facilitam o aprendizado dos alunos sobre conceitos geométricos, como: polígonos, polígonos convexos, polígonos não convexos, polígonos regulares, soma dos ângulos internos de um polígono regular e outros.

Como o trabalho limita-se às pavimentações com polígonos regulares, o primeiro capítulo é direcionado à apresentação de conceitos básicos e definições dos elementos que compõem um polígono. O segundo capítulo, por sua vez, destina-se à definição do que vem a ser uma pavimentação do plano, bem como à descrição de alguns tipos de pavimentações utilizando polígonos. Já o terceiro capítulo dedica-se ao estabelecimento de formas de pavimentar o plano utilizando apenas polígonos regulares. E, por fim, o quarto capítulo volta-se à exposição do desenvolvimento e da aplicação da pesquisa realizada com os alunos do segundo ano do ensino médio do Colégio Estadual “Dona Iayá”, da cidade de Catalão-GO.

A presente pesquisa possui abordagem qualitativa, e para sua realização foram seguidas as seguintes etapas:

1. Aplicação de um questionário inicial para os alunos, com vistas a conhecer o processo de ensino e aprendizagem de matemática por eles desenvolvido, e também de modo a identificar seus conhecimentos matemáticos referentes ao estudo sobre polígonos, mosaicos e pavimentação do plano.

2. Aplicação das atividades de construção de mosaicos utilizando polígonos regulares.

3. Aplicação de um questionário final, com o intuito de verificar se a utilização da construção de mosaicos com polígonos regulares propiciou uma melhor compreensão sobre o estudo de polígonos.

Ao final do trabalho encontram-se as considerações finais, relatando os benefícios das atividades desenvolvidas com os alunos.

CAPÍTULO 1

CONCEITOS BÁSICOS

Neste capítulo, serão apresentados conceitos básicos, fundamentais para uma melhor compreensão do tipo de figura geométrica polígonos, enfocada neste trabalho.

1.1. Linha Poligonal

Dados um número finito de pontos distintos de um plano $A_1, A_2, A_3, \ldots, A_n$, de modo que três pontos consecutivos não sejam colineares (ou seja, não pertencentes a uma mesma reta), chama-se ***linha poligonal aberta*** à união dos segmentos $A_1A_2, A_2A_3, \ldots, A_{n-1}A_n$, na qual os pontos A_1 e A_n são chamados de *extremos*.

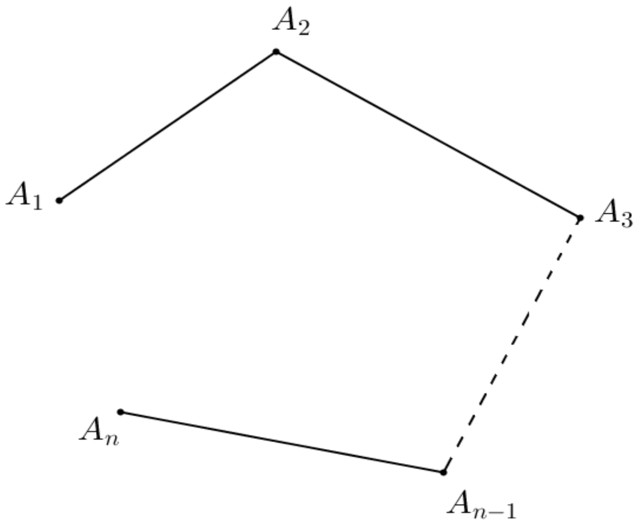


Figura 01: Linha poligonal aberta.

Unindo-se os extremos A_1 e A_n por um segmento, obtém-se uma *linha poligonal fechada*, ou *polígono*.

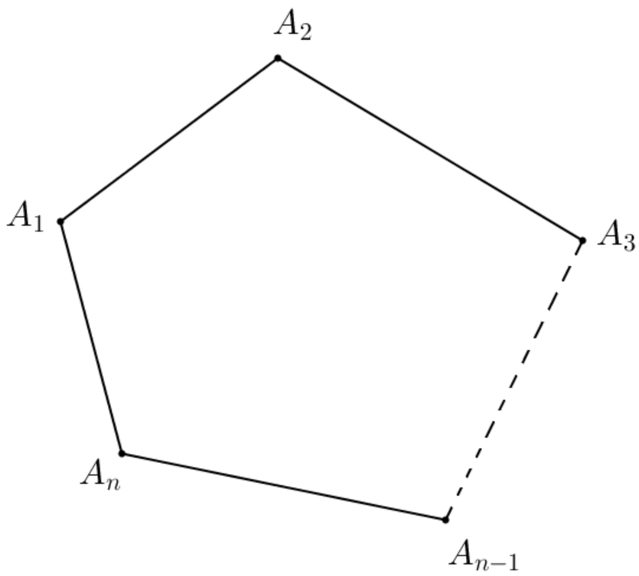


Figura 02: Linha poligonal fechada ou polígono.

Os pontos $A_1, A_2, A_3, \ldots, A_n$ são chamados de *vértices* do polígono, e os segmentos $A_1A_2, A_2A_3, \ldots, A_{n-1}A_n$ de *lados* do polígono.

1.2. Região Poligonal

Desde que dois lados não consecutivos de um polígono não se interceptem, o polígono define uma região do plano, que se situa no interior do polígono, que é chamada de *região poligonal*, como exibido na Fig.(03).

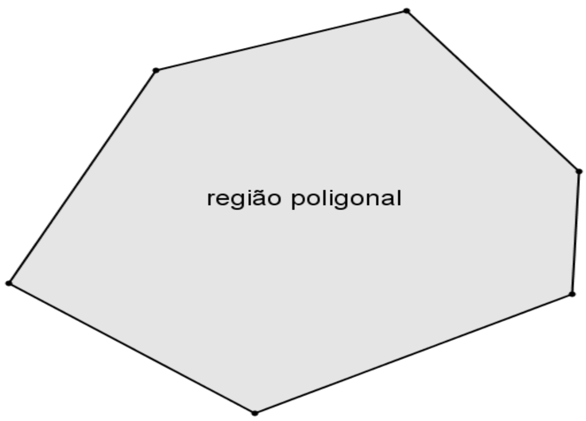


Figura 03: Região poligonal.

Quando o polígono não define uma região, diz-se que o polígono é *entrecruzado*. A Fig. (04) exemplifica essa situação.

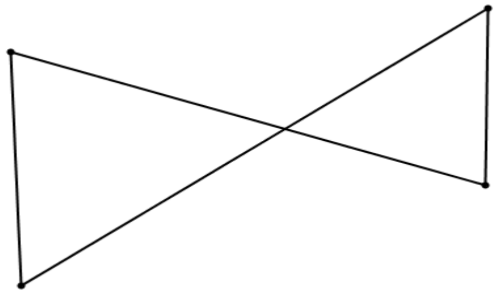


Figura 04: Polígono entrecruzado.

O polígono unido à região poligonal será chamado simplesmente de polígono, exceto caso a distinção se faça necessária.

1.3. Classificação de um Polígono

Um polígono pode ser classificado de acordo com sua região e também pelo número de lados.

1.3.1. Região de um Polígono

a) Região Poligonal Convexa

Seja qual for o lado do polígono, quando a reta que o contém deixa o polígono totalmente contido em um dos dois semiplanos determinado por essa reta, o polígono é chamado de *polígono convexo*.

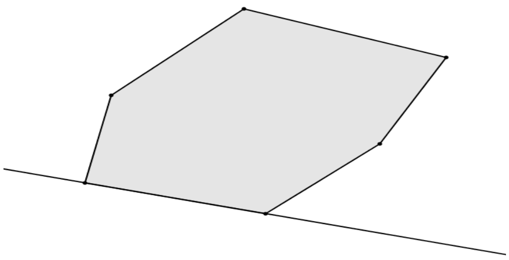


Figura 05: Região poligonal convexa.

b) Região Poligonal Não Convexa

Quando o polígono não satisfaz a definição de polígono convexo, ele é dito *polígono não convexo*. Para tanto, basta que exista um lado do polígono no qual a reta que o contém deixe parte da região poligonal em um dos semiplanos determinados pela reta, e parte da região poligonal no outro semiplano.

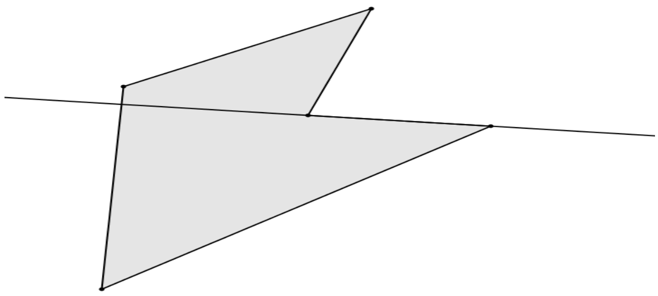


Figura 06: Região poligonal não convexa.

1.3.2. Número de Lados de um Polígono

Os polígonos são nomeados de acordo com sua quantidade de lados. A Tabela (01) abaixo, contém a denominação para os polígonos com até dez lados.

Tabela 01: Denominação de alguns polígonos de acordo com o número de lados.

Número de lados	Nome do Polígono
3	Triângulo
4	Quadrilátero
5	Pentágono
6	Hexágono
7	Heptágono
8	Octógono
9	Eneágono
10	Decágono

1.4. Ângulos Internos e Ângulos Externos de um Polígono

1.4.1. Ângulos Internos de um Polígono

Em um polígono $A_1A_2A_3 \dots A_n$ que define uma região poligonal, os ângulos $A_1\widehat{A_2}A_3$, $A_2\widehat{A_3}A_4$, ... , $A_{n-1}\widehat{A_n}A_1$, $A_n\widehat{A_1}A_2$, dentro da região poligonal, são chamados *ângulos internos* do polígono (Veja Fig. (07)).

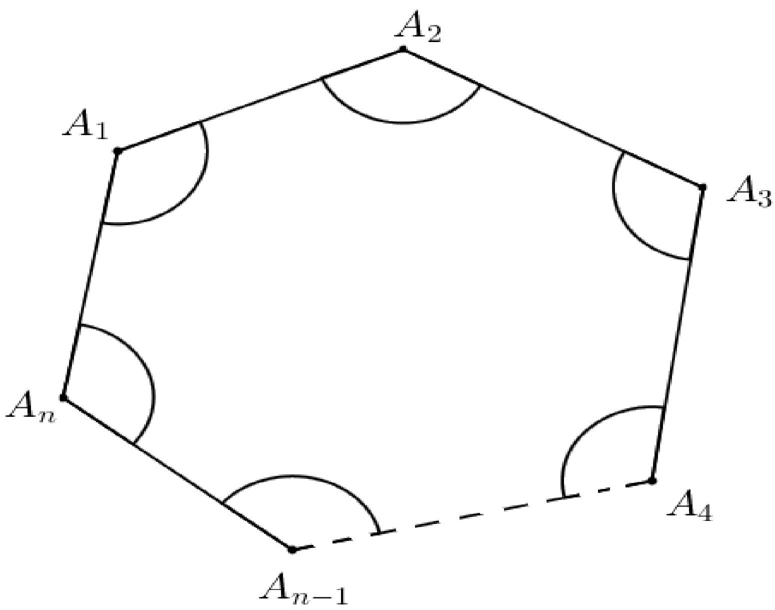


Figura 07: Ângulos internos de um polígono.

1.4.2. Ângulos Externos de um Polígono

Em um polígono $A_1A_2\,A_3\,...\,A_n$ que define uma região poligonal, o ângulo formado por um lado do polígono e pelo prolongamento do lado a ele consecutivo é chamado de *ângulo externo* do polígono (Veja Fig. (08)).

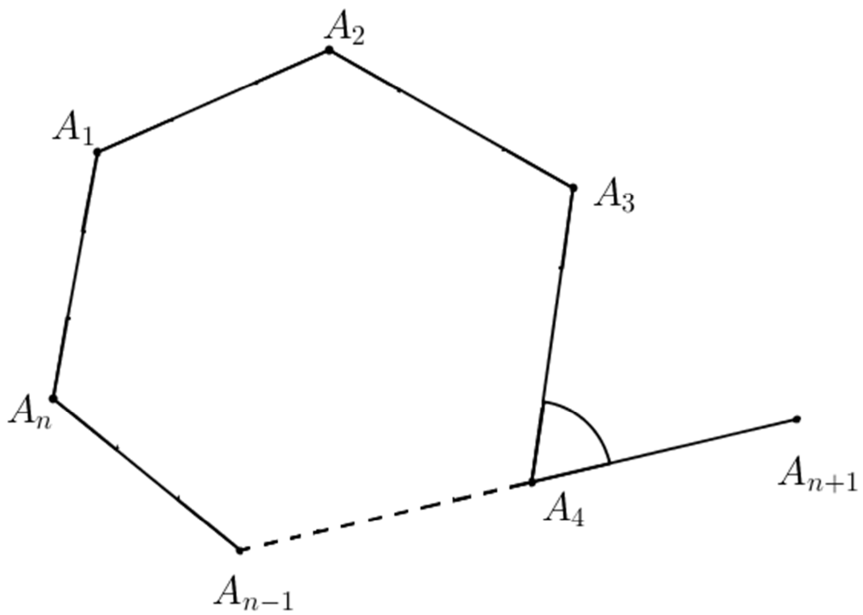


Figura 08: Ângulo externo de um polígono.

1.5. Soma dos Ângulos Internos de um Polígono Convexo

A soma dos ângulos internos de um polígono varia de acordo com o número n de lados. Na sequência, é abordado o estudo dessa soma, iniciando pela soma dos ângulos internos de um triângulo, que é o polígono com o menor número de lados.

Lema 1: *A soma dos ângulos internos de um triângulo qualquer é igual a 180°.*

Demonstração: A demonstração é feita através de construção por meio de dobraduras.

- Desenhe um triângulo qualquer em um papel e o recorte. Em seguida, marque seus três vértices, A, B e C, de modo que em A e em B os ângulos sejam agudos (lembrando que, em todo triângulo, pelo menos dois de seus ângulos são agudos).

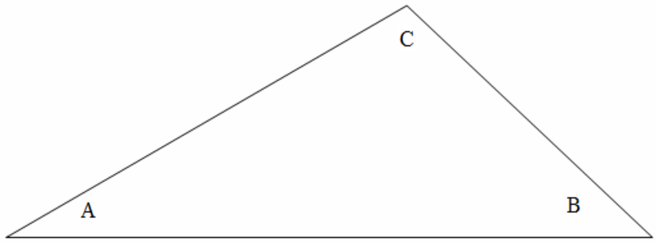


Figura 09: Triângulo de papel.

- Faça uma dobra passando por C perpendicular a AB. O ponto onde essa dobra passa por AB denomine de D. Desdobre o papel obtendo um vinco, como exibido na Fig. (10).

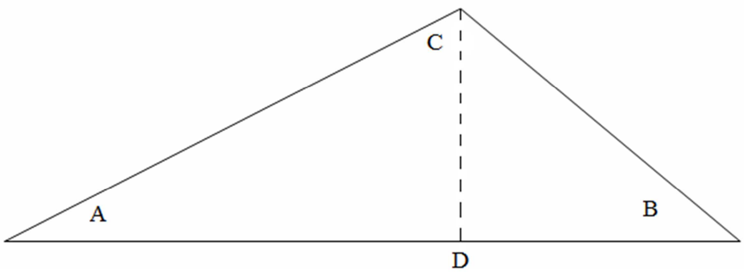


Figura 10: Dobra passando por C perpendicular a AB

- Dobre o papel até que o vértice C coincida com o ponto D (Veja Fig. (11)).

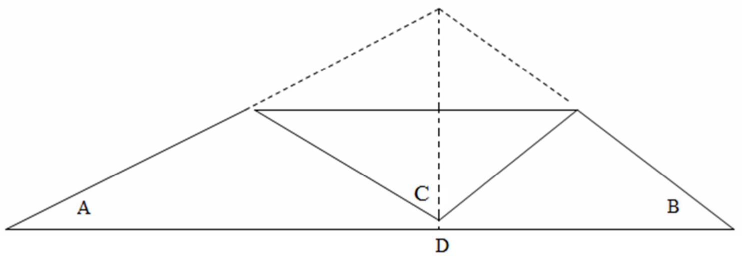


Figura 11: Dobra do vértice C até o ponto D

- Repetindo a mesma ação com os vértices A e B, obtém-se a situação exibida na Fig. (12).

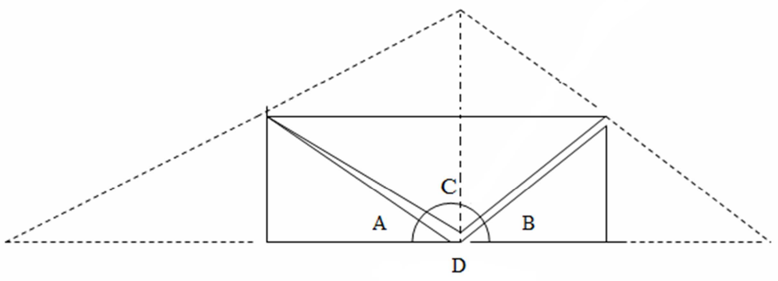


Figura 12: Dobras dos vértices A e B até o ponto D.

Pela Fig. (12), pode-se perceber que a soma dos ângulos $\hat{A}, \hat{B}$ e $\hat{C}$ formam um ângulo raso. Portanto,

$$\hat{A} + \hat{B} + \hat{C} = 180°$$

■

O teorema a seguir trata da soma dos ângulos internos de um polígono qualquer.

Teorema 2: *A soma dos ângulos internos de um polígono convexo com n lados é dada por:*

$$S = (n - 2)180°.$$

Demonstração: Seja $A_1A_2A_3A_4A_5 \dots A_n$ um polígono convexo com n lados.

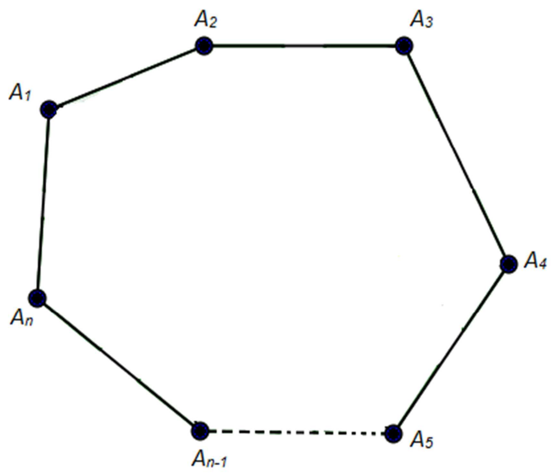


Figura 13: Polígono convexo de n lados.

De um vértice qualquer do polígono podemos traçar $n-2$ diagonais, por exemplo, em relação ao vértice A_1, como exibido na Fig. (14). Logo, o polígono fica dividido em $n-2$ triângulos.

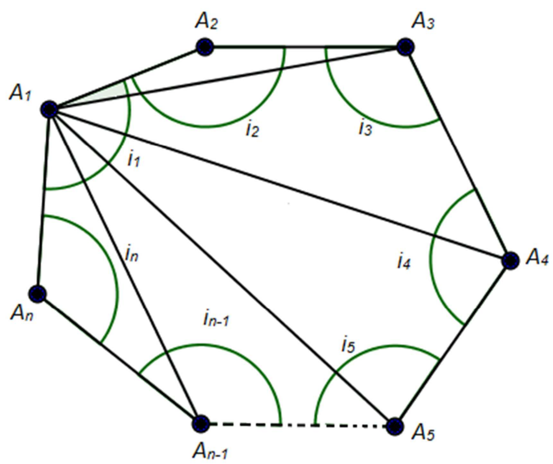


Figura 14: polígono convexo de n lados dividido em $n-2$ triângulos.

Assim, a soma S dos ângulos internos do poligono é: $S = i_1 + i_2 + i_3 + i_4 + \cdots + i_{n-1} + i_n$, que é igual à soma dos ângulos internos dos $n-2$ triângulos formados.

Logo, pelo Lema (1),

$$S = (n-2).180°.$$

■

1.6. Polígono Regular

Um polígono é dito *regular* se, e somente se, ele for convexo e possuir todos os lados e também todos os ângulos internos com a mesma medida (Fig. (15)). Quando isso não ocorre, diz-se que o polígono é *não regular* (Fig. (16)).

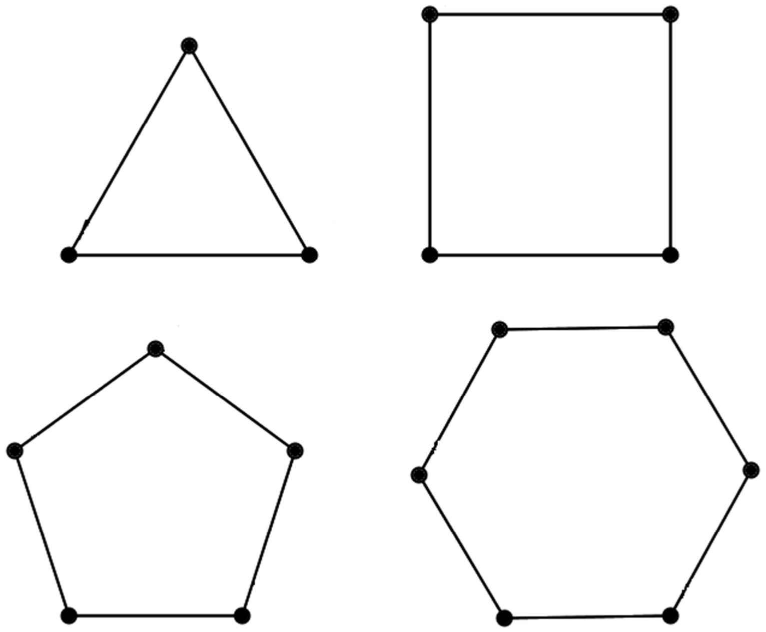


Figura 15: Polígonos regulares.

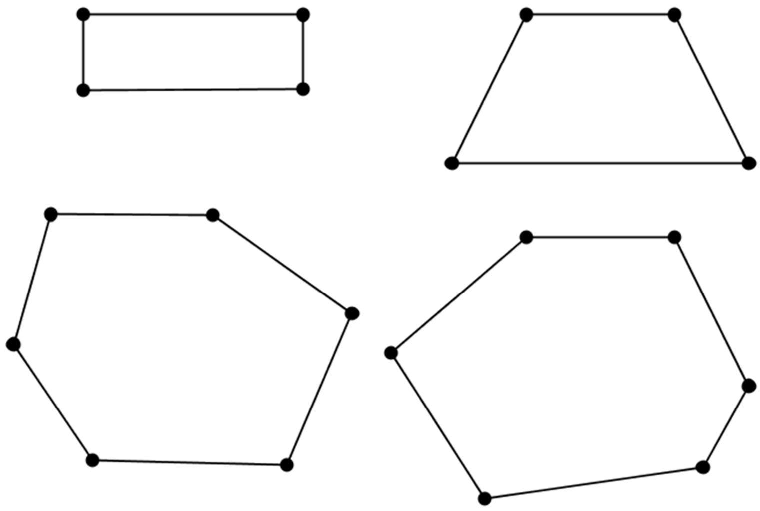


Figura 16: Polígonos não regulares.

1.6.1 Medida dos Ângulos Internos de um Polígono Regular

Teorema 3: *A medida dos ângulos internos de um polígono regular de n lados é dada por:*

$$\hat{A}_i = \frac{(n-2).180}{n}.$$

Demonstração: Seja $A_1A_2A_3A_4A_5 \ldots A_n$ um polígono regular de n lados.

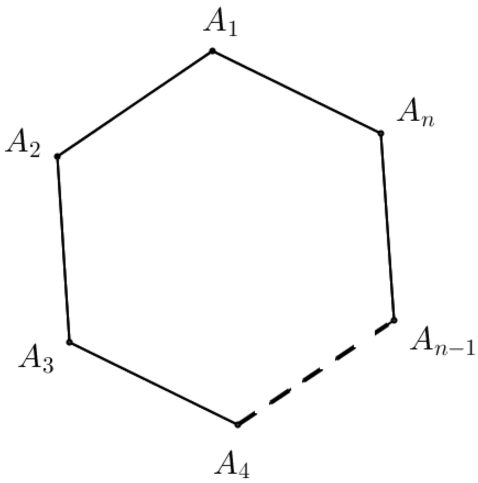


Figura 17: Polígono regular com n lados.

Tem-se, pelo Teorema (2), que a soma dos ângulos internos de um polígono convexo é:

$$S = (n-2).180°.$$

Como todos os ângulos internos de um polígono regular possuem a mesma medida, tem-se que:

$$\hat{A}_i = \frac{S}{n}.$$

Logo,

$$\hat{A}_i = \frac{(n-2).180}{n}.$$

■

1.6.2. Polígonos Congruentes

Dois polígonos são *congruentes* quando existe uma correpondência entre os seus vértices, de modo que os lados correspondentes, e também os ângulos correspondentes, sejam congruentes.

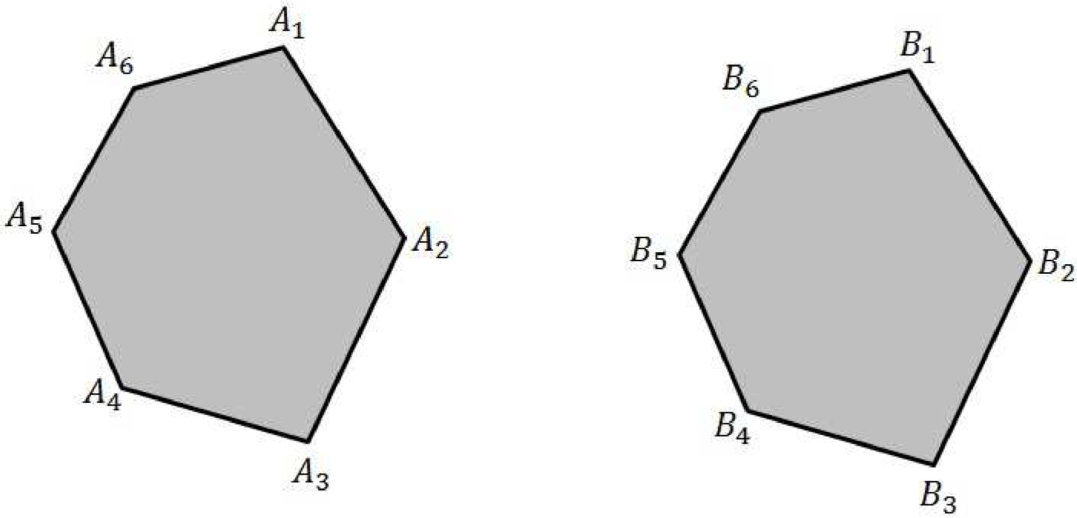


Figura 18: Polígonos congruentes.

Por exemplo, na situação da Fig. (18), os polígnos $A_1A_2A_3A_4A_5A_6$ e $B_1B_2B_3B_4B_5B_6$ são congruentes, com a seguinte correspondência biunívoca: $A_1 \leftrightarrow B_1$, $A_2 \leftrightarrow B_2$, $A_3 \leftrightarrow B_3$, $A_4 \leftrightarrow B_4$, $A_5 \leftrightarrow B_5$ e $A_6 \leftrightarrow B_6$, de modo que os segmentos A_iA_{i+1} são congruentes aos segmentos B_iB_{i+1}, para *i* = 1, 2, ..., 6 (neste caso: $A_7 = A_1$ e $B_7 = B_1$) e os ângulos $\widehat{A_i}$ são congruentes aos ângulos $\widehat{B_i}$, para *i* = 1, 2, ... , 6.

CAPÍTULO 2

PAVIMENTAÇÃO DO PLANO

2.1. O Que é Pavimentar o Plano?

Um pedreiro, ao construir uma calçada ou fazer o ladrilhamento de uma casa, executa tais atividades colocando as lajotas ou as peças do ladrilho, uma a uma, de forma que todo o espaço seja preenchido, sem que as peças fiquem totalmente ou parcialmente uma sobre a outra, e sem que haja espaço entre elas (exceto os espaços preenchidos pela massa de cimento ou de rejunto), como exibido na Fig. (19). Tarefa similar é realizada ao se resolver um quebra-cabeça. Na verdade, o que se quer em atividades como essas é cobrir parte do plano.

Figura 19: Ladrilhamento de uma casa.

Disponível em:< http://www.uff.br/cdme/ppr/ppr-html/fig-tile-07-g.jpg >. Acesso em 10/07/14.

Matematicamente define-se que a *pavimentação parcial* do plano (ou *ladrilhamento*) é o conjunto de figuras planas que cobrem o plano, sem superposição ou espaços vazios entre elas, de modo que todo ponto do plano pertence a uma única figura plana, exceto aqueles que pertencem a fronteiras comuns entre as figuras planas. As figuras planas são chamadas de ladrilhos.

Figura 20: Pavimentação parcial do plano

Disponível em:< http://www.artperceptions.com/2010/02/m-c-escher.html >. Acesso em 10/07/14

Sabe-se que é impossível uma pavimentação do plano, pois ele nunca seria coberto por completo. Mas idealmente isso é possível. Daí vem que:

> Um conjunto de polígonos é uma pavimentação do plano se, e somente se, o conjunto de polígonos cobre sem cruzamentos o plano. Cobre significa que todo ponto do plano pertence a pelo menos um polígono do conjunto. Sem cruzamentos significa que toda interseção de dois polígonos tem área nula. (BARBOSA, 1993, p.3) [1]

Dessa maneira, não se considera pavimentação do plano quando há falha na condição de sobreposição e/ou na condição de existência de área vazia (sem cobertura), como mostram as Figs. (21) e (22).

Os vértices do(s) polígono(s) que formam essa pavimentação são chamados de nós. Os segmentos de reta que têm por extremo dois nós consecutivos de um mesmo lado do polígono, por sua vez, são chamados de arestas.

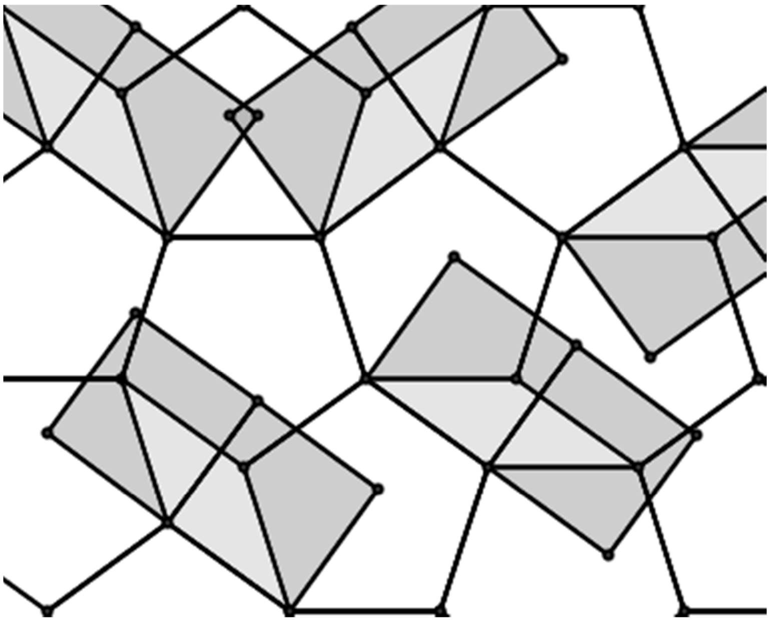


Figura 21: Sobreposição dos quadrados sobre os pentágonos.

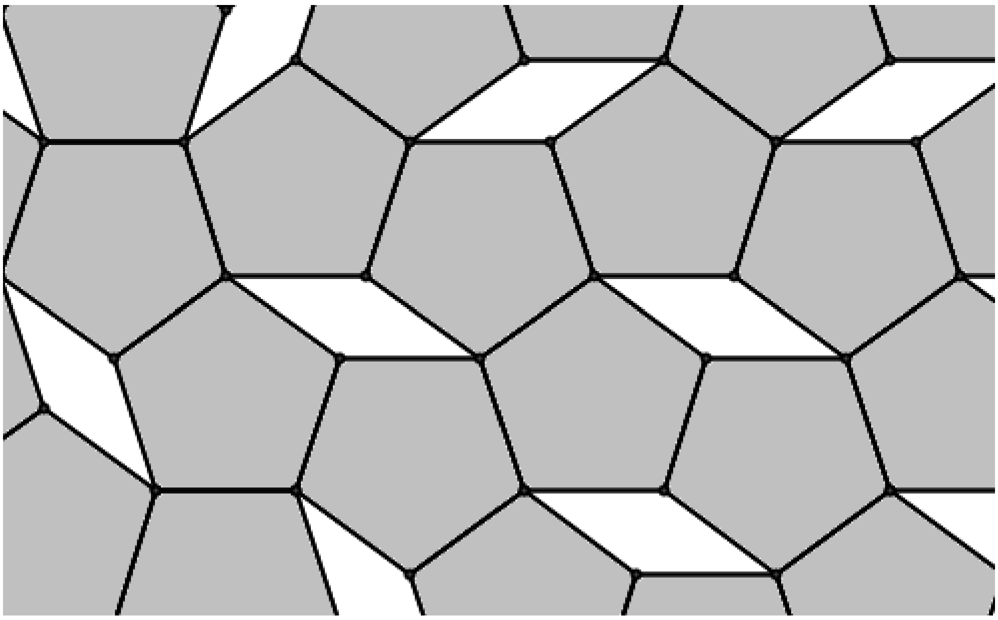


Figura 22: Espaços vazios entre os pentágonos.

2.2. Alguns Tipos de Pavimentação do Plano

- **Pavimentações Monoédricas ou Puras**

São pavimentações formadas por um único tipo de ladrilho (forma geométrica), como, por exemplo, a exibida na Fig. (23).

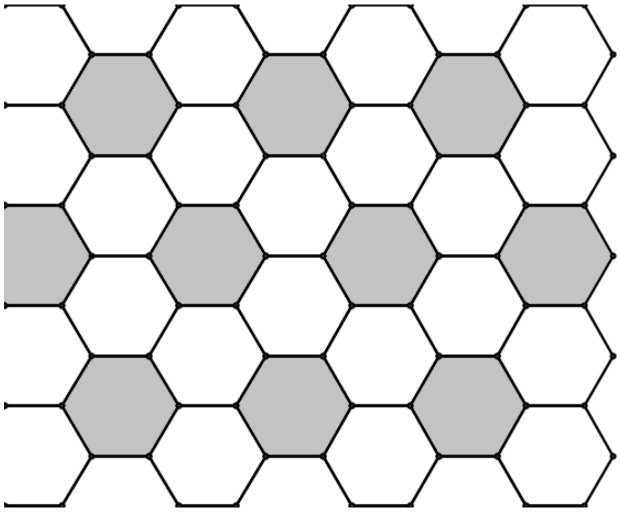


Figura 23: Pavimentação monoédrica ou pura.

- **Pavimentações Regulares**

São pavimentações monoédricas nas quais os ladrilhos são polígonos regulares e congruentes.

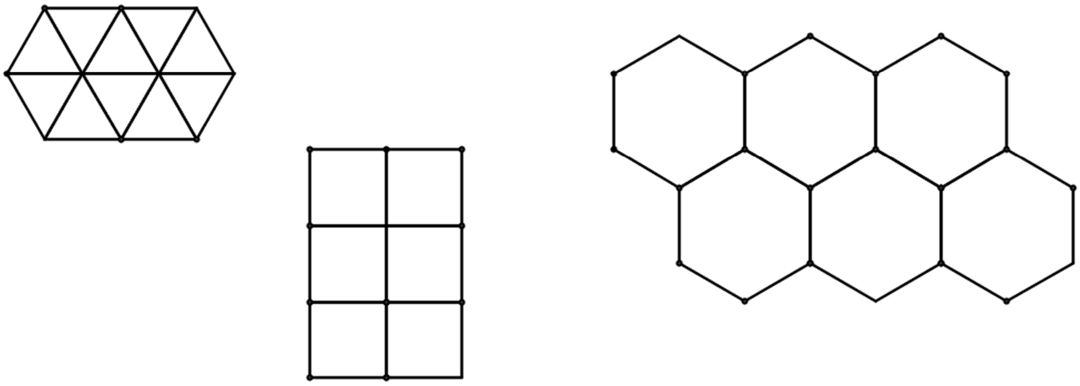


Figura 24: Pavimentações regulares.

Não são consideradas como pavimentações regulares aquelas em que cada nó concorre pelo menos em um dos lados do polígono regular, como o caso apresenado na Fig. (25).

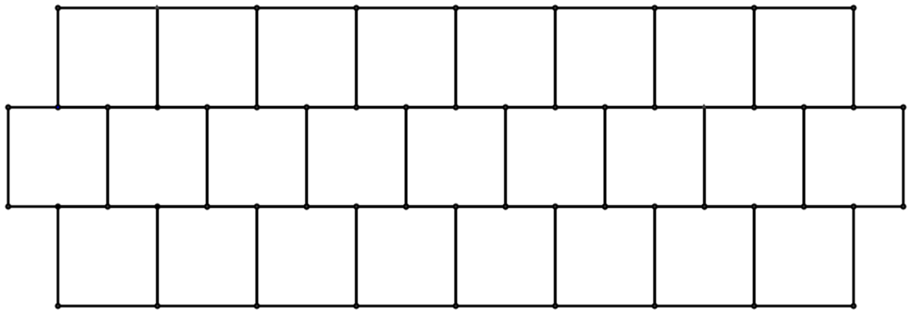


Figura 25: Pavimentação não regular com quadrados.

- **Pavimentações Semirregulares ou Arquimedianas**

São pavimentações construídas utilizando-se dois ou mais tipos de polígonos regulares, e nas quais todo nó é constituído pela mesma sequência de polígonos. Nesse caso, os nós são todos do mesmo tipo.

A classificação de um nó da pavimentação é obtida assinalando-se o número de lados dos polígonos concorrentes nesse nó, começando no polígono com menor número de lados e rodando no sentido horário, como mostra a Fig. (26), em que todos os nós são do tipo (4,8,8).

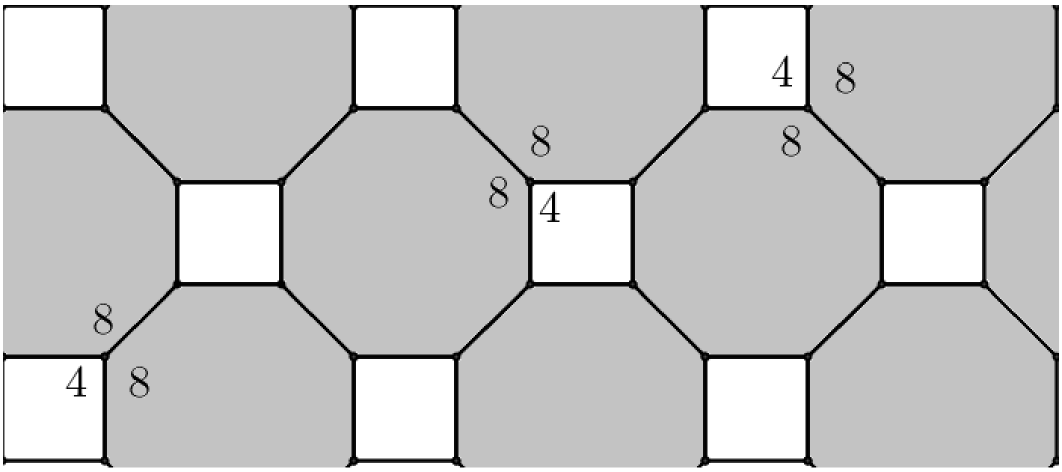


Figura 26: Pavimentação semirregular com nó do tipo (4,8,8).

- **Pavimentações Demirregulares**

São pavimentações construídas utilizando-se dois ou mais tipos de polígonos regulares, sendo que os nós são de tipos diferentes, como mostra a Fig. (27), em que se tem nós do tipo (3, 3, 4, 3, 4) e (3, 3, 3, 3, 3, 3).

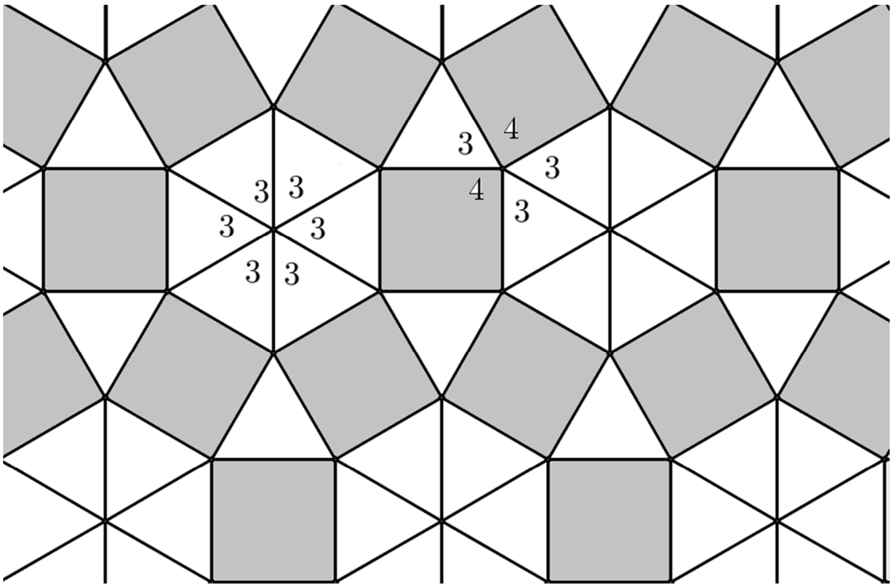


Figura 27: Pavimentação demirregular.

- **Pavimentações Irregulares**

São pavimentações que não são regulares, nem semirregulares ou nem demirregulares. Um exemplo é exibido na Fig. (28), composta por pentágonos não regulares, já que nem todos os seus ângulos têm a mesma medida.

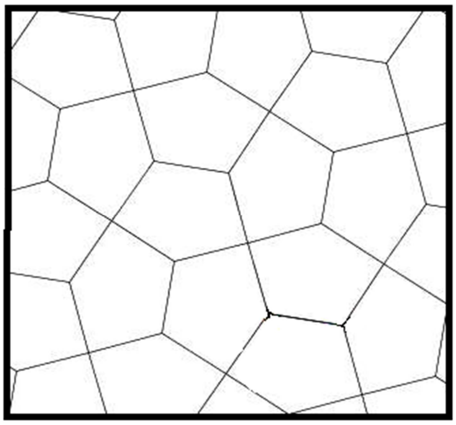


Figura 28: Pavimentação irregular.

CAPÍTULO 3

PAVIMENTAÇÃO DO PLANO ATRAVÉS DE POLÍGONOS REGULARES

Neste capítulo serão verificadas as possibilidades de disposição dos polígonos regulares para a obtenção de uma pavimentação do plano. Conforme referido no capítulo anterior, há possibilidades de utilização de um único tipo de polígono regular ou de mais de um tipo de polígono regular. Por assim ser, este capítulo divide-se em duas partes, sendo a primeira dedicada ao estudo da utilização de um único tipo de polígono regular, e a segunda destinada ao estudo da utilização de mais de um tipo de polígono regular.

3.1. Pavimentando o Plano Utilizando Apenas um Tipo de Polígono Regular (Pavimentações Regulares)

Para pavimentar o plano, é preciso encaixar os ladrilhos, que no caso são polígonos regulares, de modo a obter uma cobertura sem sobreposições ou espaços vazios. Nesse caso, pode-se verificar na Fig. (29) que a soma dos ângulos internos dos polígonos regulares em torno de cada nó deve ser igual a 360°.

Figura 29: Soma dos ângulos internos dos polígonos em torno do nó é igual a 360°.

O último comentário sugere que para pavimentar o plano usando apenas um tipo de polígono regular de n lados, é preciso que o valor do ângulo interno do polígono de n lados $\hat{A}_i$, com $1 \leq i \leq n$, seja um divisor de 360°, isto é, sendo m o número de polígonos regulares que se encaixam em torno de um nó, tem-se

$$m\hat{A}_i = 360°. \tag{1}$$

Pelo Teorema (3), tem-se que:

$$\hat{A}_i = \frac{(n-2).180°}{n}. \tag{2}$$

Logo, substituindo a Eq. (2) na Eq. (1), tem-se

$$m\frac{(n-2).180°}{n} = 360°. \tag{3}$$

Multiplicando ambos os membros da Eq. (3) por $\frac{n}{180°(n-2)}$ tem-se

$$m = \frac{2n}{n-2} \tag{4}$$

Como não tem sentido encaixar apenas um ou dois polígonos em torno de um nó, tem-se que $m \geq 3$. Portanto, substituindo esta informação na Eq. (4), tem-se

$$\frac{2n}{n-2} \geq 3 \quad \Longrightarrow \quad n \leq 6$$

Então, os valores que n pode assumir são: 3, 4, 5 e 6. A partir daí é possível verificar quais polígonos regulares podem ser utilizados para pavimentar o plano usando apenas um tipo de polígono. Veja a Tab. (02) abaixo:

Tabela 02: Valores de n e m

Polígono Regular	Número de Lados (n)	$m = \frac{2n}{n-2}$
Triângulo equilátero	3	6
Quadrado	4	4
Pentágono regular	5	3,33...
Hexágono regular	6	3

Como m deve ser um número inteiro, analisando a Tab. (02), os únicos polígonos regulares que pavimentam o plano usando apenas um tipo de polígono regular são: o triângulo equilátero, o quadrado e o hexágono regular.

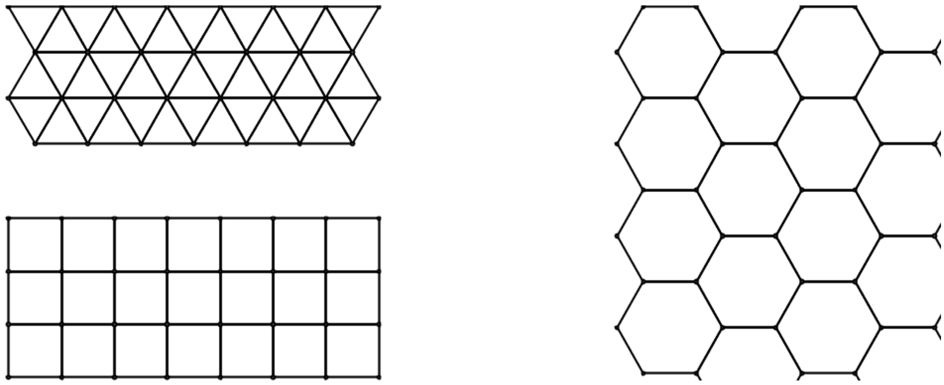


Figura 30: Pavimentações regulares.

3.2. Pavimentando o Plano Utilizando Mais de um Tipo de Polígono Regular

A pavimentação do plano utilizando mais de um tipo de polígono regular pode ser feita de duas maneiras diferentes: uma tendo todos os nós da pavimentação do mesmo tipo, que são as pavimentações semirregulares; e outra que não tem os nós do mesmo tipo, que são as pavimentações demirregulares.

3.2.1. Pavimentações Semirregulares

Para determinar as possibilidades de pavimentar o plano utilizando dois ou mais polígonos regulares, em que os nós são todos iguais, recorre-se a um teorema de Johannes Kepler, que se encontra em seu livro *Harmonia do Mundo*, lançado em 1619.

Teorema 04: *Existem exatamente onze maneiras de se cobrir o plano utilizando-se exclusivamente polígonos regulares sujeitos às condições:*
a) Se dois polígonos regulares intersectam-se, então essa interseção é um lado ou um vértice comum;
b) A distribuição dos polígonos regulares ao redor de cada vértice é sempre a mesma.

Demonstração: De fato, suponha que m seja o número de polígonos regulares que formam um nó de uma pavimentação. E considere ainda que $m \geq 3$, pois não faz sentido encaixar apenas um ou dois polígonos em torno de um nó. Como a menor medida de um ângulo interno de um polígono regular é $60°$ (caso do triângulo equilátero), então, o maior valor de m é seis, pois $\frac{360°}{60°} = 6$. Portanto, $3 \leq m \leq 6$.

Assim, se três polígonos regulares estão ao redor de um nó, sendo o primeiro com n_1 lados e ângulos medindo $\hat{A}_1$, o segundo com n_2 lados e ângulos medindo $\hat{A}_2$ e o terceiro com n_3 lados e ângulos medindo $\hat{A}_3$, pelo Teorema (3) tem-se

$$\hat{A}_1 = \left(1 - \frac{2}{n_1}\right) 180°, \quad \hat{A}_2 = \left(1 - \frac{2}{n_2}\right) 180° \text{ e } \hat{A}_3 = \left(1 - \frac{2}{n_3}\right) 180°$$

Como ao redor de cada nó, a soma dos ângulos é 360° (Veja Fig. (31)), então:

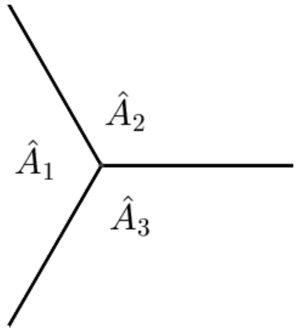


Figura 31: Três polígonos regulares em torno de um nó.

$$\left(1-\frac{2}{n_1}\right)180° + \left(1-\frac{2}{n_2}\right)180° + \left(1-\frac{2}{n_3}\right)180° = 360° \tag{5}$$

Multiplicando por $\frac{1}{180°}$ ambos os membros da Eq. (5), tem-se

$$1-\frac{2}{n_1}+1-\frac{2}{n_2}+1-\frac{2}{n_3} = 2. \tag{6}$$

E somando (-3) em ambos os membros da Eq. (6), resulta em

$$-\frac{2}{n_1}-\frac{2}{n_2}-\frac{2}{n_3} = -1\ . \tag{7}$$

Por fim, multiplicando por $\left(-\frac{1}{2}\right)$ ambos os membros da Eq. (7), chega-se na seguinte expressão

$$\frac{1}{n_1}+\frac{1}{n_2}+\frac{1}{n_3} = \frac{1}{2}. \tag{8}$$

Sem perda de generalidade, suponha que $n_1 \leq n_2 \leq n_3$. Logo,

$$\frac{1}{n_2} \leq \frac{1}{n_1} \quad \text{e} \quad \frac{1}{n_3} \leq \frac{1}{n_1}\,. \tag{9}$$

Substituindo na Eq. (8) as desigualdades dadas na Eq. (9), tem-se

$$\frac{1}{2} = \frac{1}{n_1}+\frac{1}{n_2}+\frac{1}{n_3} \leq \frac{1}{n_1}+\frac{1}{n_1}+\frac{1}{n_1} = \frac{3}{n_1} \Longrightarrow \frac{1}{2} \leq \frac{3}{n_1} \Longrightarrow n_1 \leq 6$$

Fazendo $n_1 = 3$ na Eq. (8), obtém-se

$$\frac{1}{3} + \frac{1}{n_2} + \frac{1}{n_3} = \frac{1}{2}\,. \tag{10}$$

Por outro lado, tem-se que $n_2 \leq n_3$, o que acarreta

$$\frac{1}{n_3} \leq \frac{1}{n_2}\,. \tag{11}$$

Assim, substituindo (11) em (10) tem-se:

$$\frac{1}{3} + \frac{1}{n_2} + \frac{1}{n_2} \geq \frac{1}{2} \implies n_2 \leq 12$$

Variando os possíveis valores de n_2 (de 3 até 12) na Eq. (10), consegue-se os possíveis valores para n_3 e assim obtém-se as seguintes ternas (n_1, n_2, n_3) como soluções: $(3{,}7{,}42)$, $(3{,}8{,}24)$, $(3{,}9{,}18)$, $(3{,}10{,}15)$ e $(3{,}12{,}12)$.

Usando o mesmo argumento para $n_1 = 4$, $n_1 = 5$ e $n_1 = 6$, tem-se os seguintes resultados representados na Tab. (03) para três polígonos regulares ao redor de um nó.

Tabela 03: Soluções com três polígonos ao redor de um nó.

Numero de polígonos ao redor de um nó	n_1	n_2	n_3
3	3	7	42
	3	8	24
	3	9	18
	3	10	15
	3	12	12
	4	5	20
	4	6	12
	4	8	8
	5	5	10
	6	6	6

Usando raciocínio análogo para quatro, cinco e seis polígonos regulares ao redor de um nó, serão obtidas as seguintes soluções representadas na Tab. (04).

Tabela 04: Soluções com quatro, cinco e seis polígonos ao redor de um nó.

Numero de polígonos ao redor de um nó	n_1	n_2	n_3	n_4	n_5	n_6
4	3	3	4	12		
	3	3	6	6		
	3	4	4	6		
	4	4	4	4		
5	3	3	3	3	6	
	3	3	3	4	4	
6	3	3	3	3	3	3

Pelo exposto, até o momento existem dezessete combinações de polígonos regulares que podem ser colocados ao redor de um vértice comum, de modo que não tenha superposição, tampouco espaços vazios. Entretanto, há algumas dessas combinações que admitem uma segunda interpretação, como no caso da solução (3,3,6,6), que admite uma segunda interpretação, que é (3,6,3,6), como apresentado na Fig. (32) a seguir.

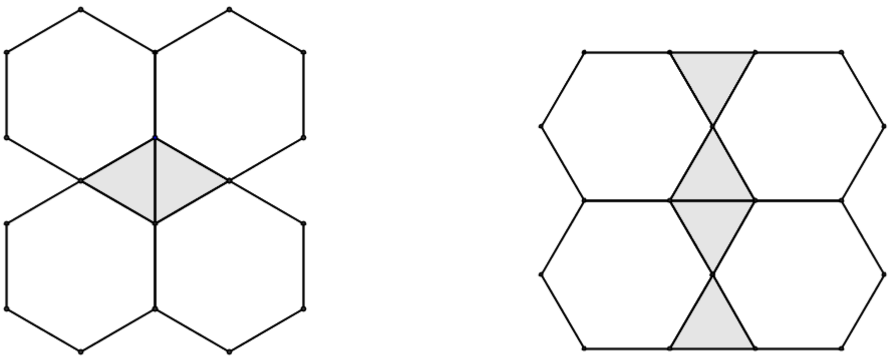


Figura 32: Duas interpretações para a solução (3,3,6,6).

O mesmo ocorre com as soluções (3, 3, 4,12), (3, 4, 4,6) e (3, 3, 3, 4, 4), que admitem uma segunda interpretação, que são, respectivamente, (3, 4, 3, 12), (3, 4, 3, 4) e (3, 3, 4, 3, 4). Sendo assim, passa-se a ter vinte e uma combinações de polígonos regulares, os quais podem ser colocados ao redor de um vértice comum.

Portanto, algumas dessas soluções não podem ser estendidas de modo a se obter uma pavimentação do plano. É o que acontece com as combinações envolvendo polígonos regulares com número ímpar de lados e dois outros polígonos regulares quaisquer com número de lados diferentes. Por exemplo, com um triângulo equilátero, não é possível intercalar dois polígonos regulares, um com n lados e outro com m lados, sendo $n \neq m$, de modo a se obter nós idênticos, como exibido na Fig. (33) a seguir.

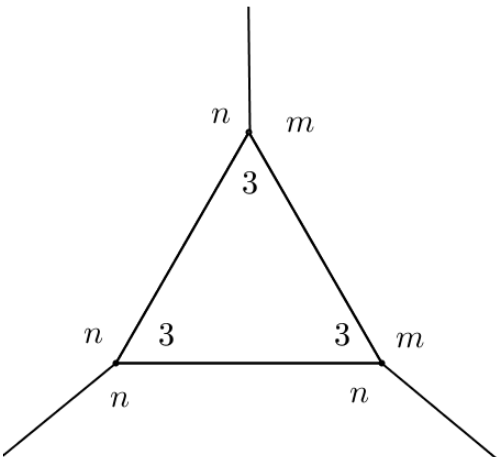


Figura 33: Nós da forma $(3, n, m)$ e $(3, n, n)$.

O mesmo ocorre com os demais polígonos regulares com número ímpar de lados. Nesse caso, as combinações apenas podem ser estendidas se os outros dois polígonos regulares forem congruentes.

Logo, as combinações $(3,7,42)$, $(3,8,24)$, $(3,9,18)$, $(3,10,15)$, $(4,5,20)$ e $(5,5,10)$ não pavimentam o plano.

Com relação às combinações com quatro polígonos ao redor de um nó, por construção encontramos quatro combinações que não podem ser estendidas, sendo elas: $(3,3,4,12)$, $(3,4,3,12)$ $(3,3,6,6)$, $(3,4,4,6)$. Isso porque a distribuição dos polígonos regulares ao redor de um nó nem sempre é a mesma, como exposto na Fig. (34) abaixo.

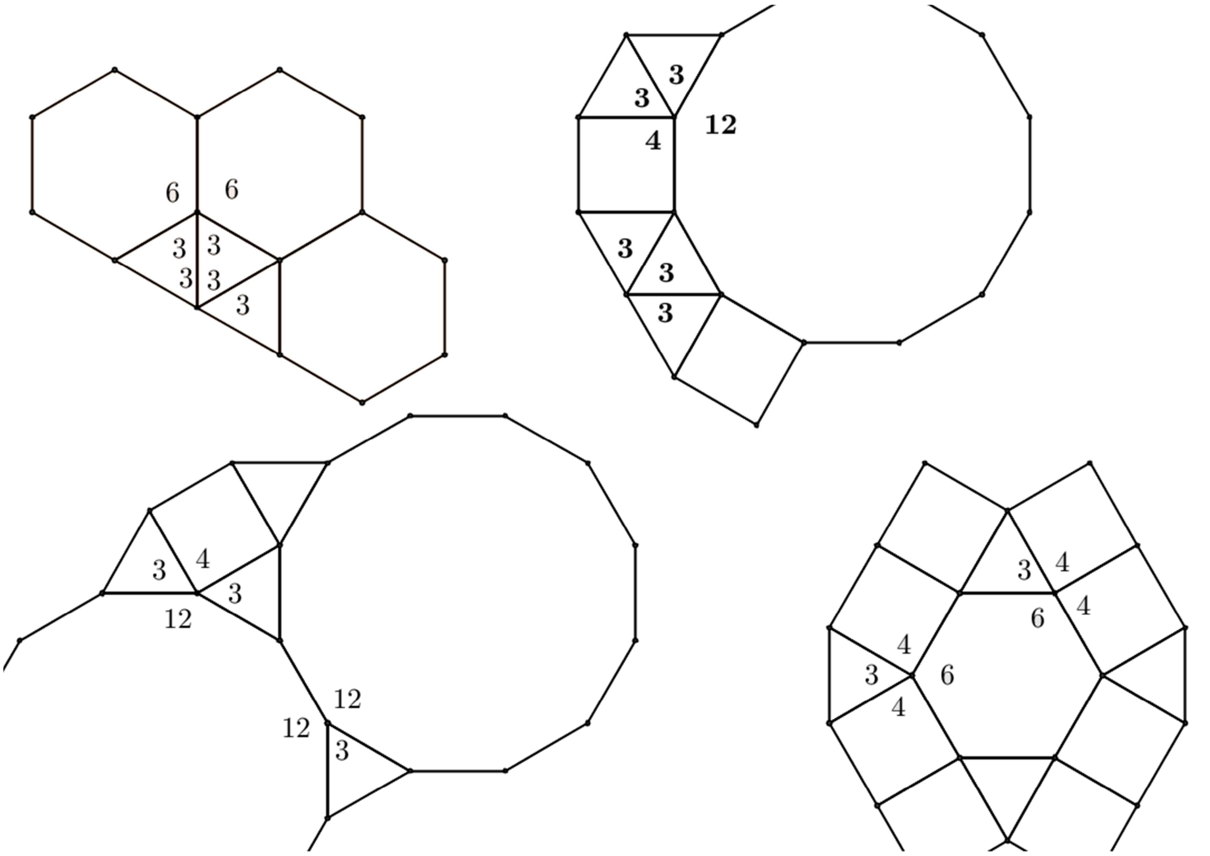


Figura 34: Combinações com quatro polígonos em torno de um nó que não podem ser estendidas.

Dessa maneira, das vinte e uma possíveis combinações de polígonos regulares que poderiam pavimentar o plano, dez delas foram descartadas por não estarem de acordo com o teorema de Johannes Kepler. E das onze restantes, três delas são pavimentações regulares e oito são pavimentações semirregulares, como apresentado na Fig. (35) a seguir:

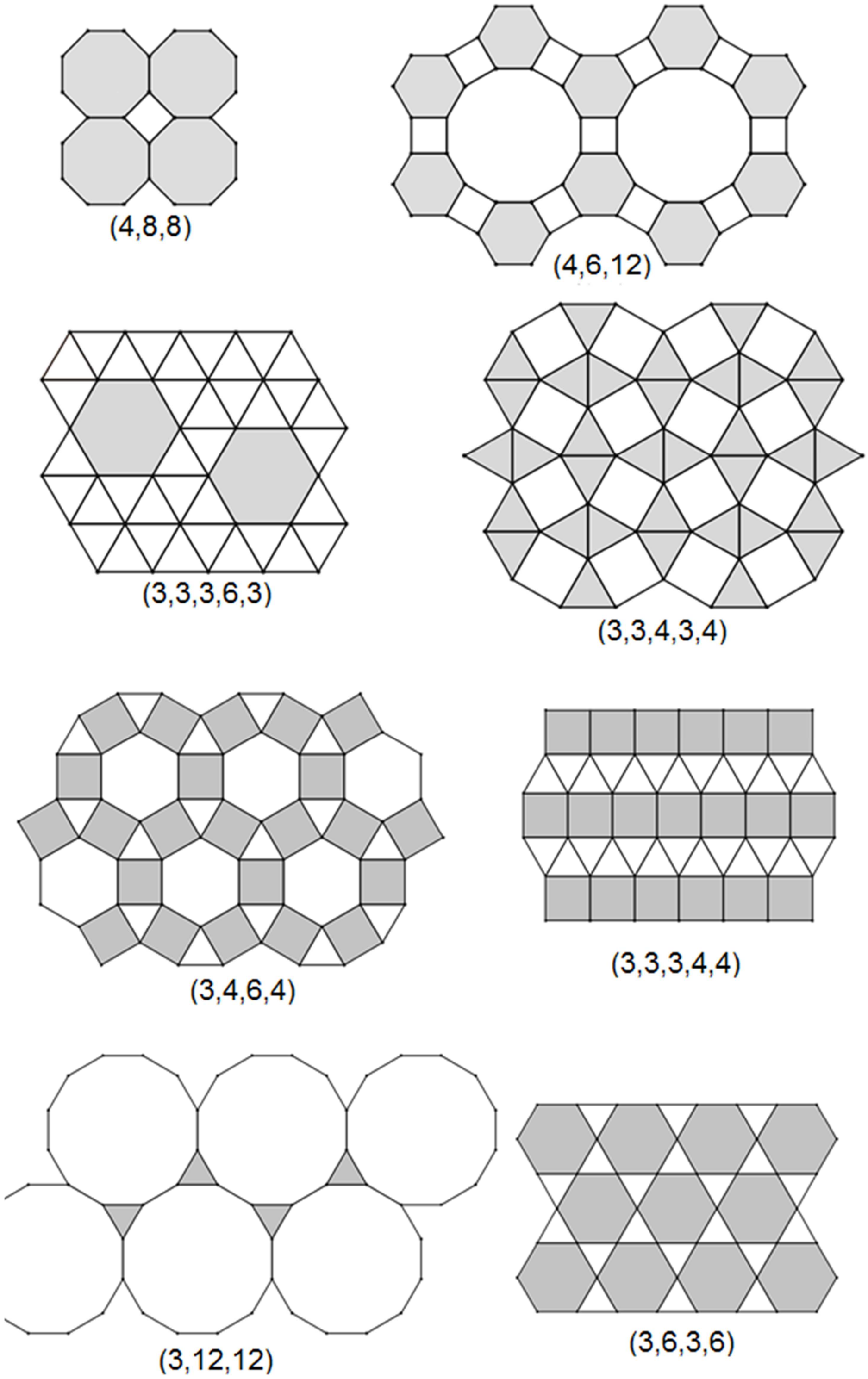


Figura 35: Pavimentações semirregulares.

3.2.2. Pavimentações Demirregulares

Nesse tipo de pavimentação, utilizam-se dois ou mais tipos de polígonos regulares. Mas, diferentemente das pavimentações semirregulares, os nós das pavimentações demirregulares não são todos iguais. Duas pavimentações deste tipo são apresentadas na Fig. (36) abaixo.

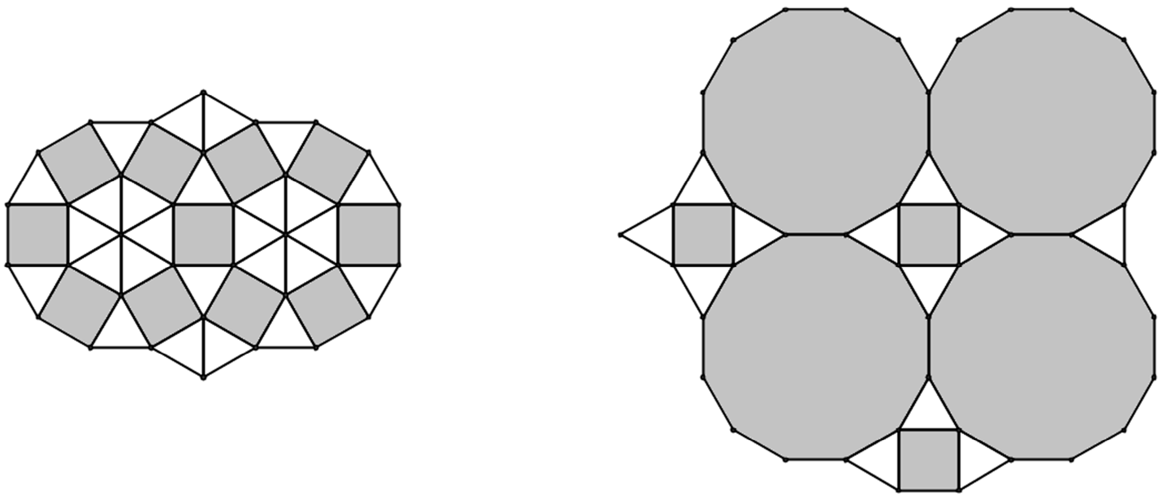


Figura 36: Pavimentações demirregulares.

CAPÍTULO 4

UMA PROPOSTA METODOLÓGICA PARA O ESTUDO DE POLÍGONOS REGULARES

No presente capítulo será apresentada a metodologia, bem como as atividades que foram desenvolvidas nas aulas para abordar conceitos matemáticos referentes a polígonos regulares através de pavimentação do plano por tais polígonos.

O estudo de caso é um processo específico para o desenvolvimento de uma pesquisa qualitativa. André e Lüdke (1986) argumentam que

> [...] é sempre bem delimitado, devendo ter seus contornos claramente definidos no desenrolar do estudo. O caso pode ser similar a outros, mas é ao mesmo tempo distinto, pois tem um interesse próprio, singular. O interesse, portanto, incide naquilo que ele tem de único, de particular, mesmo que posteriormente venham a ficar evidentes certas semelhanças com outros casos ou situações. (ANDRÉ; LÜDKE, 1986, p. 17)[7]

Na qualidade de professor, há um constante processo investigativo de novas alternativas para melhorar o ensino de matemática, em especial os conteúdos que envolvem o aprendizado da geometria. Bem como afirma D'Ambrosio,

> Etimologicamente, pesquisa está ligada a investigação, a busca(=quest), a research(search=procura), é a ideia, sempre a mesma, é a de mergulhar na busca de aplicações, dos porquês e dos comos, com foco em uma prática. Claro, o professor está permanentemente num processo de busca de aquisição de novos conhecimentos e de entender e conhecer os alunos. Portanto, as figuras do professor e do pesquisador são indissolúveis. (D'AMBROSIO, 2009, p.94)[4]

Para a realização desta pesquisa foi feito um estudo de caso com dez alunos, com faixa etária entre dezesseis e dezoito anos, da Segunda Série do Ensino Médio do Colégio Estadual "Dona Iayá", situado na cidade de Catalão-GO. O nome adotado por cada aluno é fictício, de modo a assegurar o anonimato, como mostra a Tab. (05). Além disso, todos os participantes receberam termo de consentimento livre e esclarecimento para os pais (Apêndice A).

Tabela 05: Nome fictício dos participantes

Participante	Nome fictício
Participante 1	Doug
Participante 2	Hungria
Participante 3	Kedin
Participante 4	Léo
Participante 5	Lili
Participante 6	Lori
Participante 7	Roczen
Participante 8	San
Participante 9	Son
Participante 10	Téla

É importante esclarecer que, com esta pesquisa, não há pretensão de modificar ou alterar a situação, mas sim compreendê-la e buscar interpretar seus resultados, para que os mesmos possam ser utilizados para aprimorar o processo de aprendizado de geometria e também aperfeiçoá-lo no âmbito da sala de aula.

Para a efetivação da presente pesquisa, seu desenvolvimento foi planejado em quatro etapas:

Etapa 1: Aplicação de um questionário inicial (Apêndice B), com o objetivo de conhecer melhor a relação que se estabelece entre os alunos e o ensino de matemática na sala de aula, bem como com o propósito de averiguar as concepções iniciais dos alunos em relação ao tema polígonos regulares.

Questionário inicial

01) Você gosta de estudar? (   ) Sim (   ) Não
02) Você estuda fora de sala de aula? Quanto tempo por dia?
03) Qual disciplina você mais gosta? E a que você menos gosta? Por quê?
04) Você gosta das aulas de matemática? Por quê?

05) Você mudaria a maneira de como as aulas de Matemática são ministradas? Como gostaria que elas fossem?

06) Você fala para o professor quando tem dificuldades em relação à Geometria
( ) Sim ( ) Não

07) Em que você tem maior dificuldade na matemática?

( ) Assimilar o conteúdo

( ) Interpretar as atividades

( ) Efetuar cálculos

( ) Outra Qual?

08) Você considera a matemática importante no seu cotidiano? Por quê?

09) Dê exemplo de alguma situação em que você usa a geometria (matemática) no seu dia a dia.

10) Você acha importante conhecer as formas geométricas? Por quê?

11) Diga o que é um polígono?

12) Qual é a diferença entre um polígono convexo e um polígono não convexo?

13) O que é um polígono regular?

14) Como podemos calcular a soma dos ângulos internos de um polígono regular?

15) E o valor do ângulo interno de um polígono regular?

16) Qual o valor do ângulo interno de um polígono regular de 12 lados?

17) Quantos lados tem um polígono regular cujo ângulo interno é 135°?

18) Você sabe dizer o que é um mosaico?

19) Você já desenvolveu alguma atividade com mosaicos? ( ) Sim ( ) Não
Qual?

20) Como foi esta atividade?

21) Você sabe o que é pavimentar o plano? ( ) Sim ( ) Não

Etapa 2: Aplicação da atividade 01 (Apêndice C), com a finalidade de proporcionar aos participantes a compreensão do que é uma pavimentação do plano por polígonos, bem como levá-los a entender as razões que fazem com que um polígono regular origine ou não uma pavimentação do plano, e ainda para fazê-los entender se é possível pavimentar o plano utilizando polígonos irregulares.

Atividade 01

Definir o que é pavimentação

As pavimentações do plano por polígonos consistem no recobrimento de uma região plana sem que haja espaços ou sobreposição entre os polígonos. Uma pavimentação possui nós e arestas. Os vértices dos polígonos são os nós da pavimentação e os lados são as arestas.

a) Pavimente usando somente um tipo de polígono regular.
b) Inferir as razões que fazem com que um polígono regular dê ou não origem a uma pavimentação do plano.
c) É possível pavimentar o plano utilizando polígonos não regulares? ( ) sim ( ) não
Quais?

Etapa 3: Aplicação da atividade 02 (Apêndice D), com o desígnio de elucidar aos participantes o que são pavimentações semirregulares e demirregulares, assinalando as diferenças entre elas.

Atividade 02

Definições

- Pavimentações semirregulares: São pavimentações construídas utilizando-se dois ou mais tipos de polígonos regulares, e nas quais em cada nó concorrem sempre polígonos com a mesma quantidade de lados, ou seja, os nós são todos do mesmo tipo.
- Pavimentações demirregulares: São pavimentações construídas utilizando dois ou mais tipos de polígonos regulares, sendo que os nós são diferentes.

a) Pavimente o plano usando mais de um tipo de polígono regular e classifique como semirregulares ou demirregulares.

Etapa 4: Aplicação de um questionário final (Apêndice E), com o objetivo de averiguar os seguintes aspectos: se houve mudança em relação à atribuição de importância de se conhecer as formas geométricas por parte dos alunos, em comparação ao respondido no questionário 1; se após a realização das atividades propostas nas etapas 2 e 3 os participantes conseguiram melhor compreender o tema polígonos regulares; e se eles entenderam que pavimentar o plano por polígonos é o mesmo que construir um mosaico.

Questionário final

01) Você acha importante conhecer as formas geométricas? Por quê?
02) Diga o que é um polígono?
03) Qual é a diferença entre um polígono convexo e um polígono não convexo?
04) O que é um polígono regular?
05) Como podemos calcular a soma dos ângulos internos de um polígono regular?
06) E o valor do ângulo interno de um polígono regular?
07) Qual o valor do ângulo interno de um polígono regular de 12 lados?
08) Quantos lados tem um polígono regular cujo ângulo interno é 135°?
09) Você sabe dizer o que é um mosaico?
10) Você já desenvolveu alguma atividade com mosaicos?( ) Sim ( ) Não Qual?
11) Como foi esta atividade?
12) Você sabe o que é pavimentar o plano? ( ) Sim ( ) Não

CAPÍTULO 5

COLETA E ANÁLISE DE DADOS DA PESQUISA

As respostas apresentadas pelos alunos foram analisadas por meio de uma representação estatística, que teve como intuito conferir autenticidade científica aos dados coletados. Os resultados obtidos foram apresentados a partir da análise das respostas dos questionários, bem como do próprio desenvolvimento dos alunos em relação à atividade conduzida em sala de aula.

A análise dos resultados, segundo Szymanski, Almeida e Prandini (2004, p.52), [9] “[...] trata-se da exposição posterior da compreensão do entrevistador sobre a experiência relatada pelo entrevistado, e tal procedimento pode ser considerado como um cuidado em equilibrar as relações de poder na situação de pesquisa”.

Primeiramente, foram analisadas as respostas das questões de 01 a 10 do questionário inicial, que versam sobre a relação dos alunos com o estudo de matemática no seu dia a dia dentro da sala de aula. As perguntas apresentadas foram as seguintes: Você gosta de estudar? (   ) Sim (   ) Não. Você estuda fora de sala de aula? Quanto tempo por dia? Qual disciplina você mais gosta? E a que você menos gosta? Por quê? Você gosta das aulas de matemática? Por quê? Você mudaria a maneira de como as aulas de Matemática são ministradas? Como gostaria que elas fossem? Você fala para o professor quando tem dificuldades em relação à Geometria. (   ) Sim (   ) Não. Em que você tem maior dificuldade na matemática? (   ) Assimilar o conteúdo (   ) Interpretar as atividades (   ) Efetuar cálculos (   ) Outra. Qual? Você considera a matemática importante no seu cotidiano? Por quê? Dê exemplo de alguma situação em que você usa a geometria (matemática) no seu dia a dia. Você acha importante conhecer as formas geométricas? Por quê?

De acordo com as respostas dos alunos, pode-se constatar que, do total de dez estudantes, 70% disseram gostar de estudar, e desses, apenas 42,85% afirmaram estudar fora do ambiente escolar. Considerando especificamente a disciplina matemática, constatou-se que ela não é a preferida pelos alunos. Entretanto, a maioria deles gosta das aulas da referida disciplina, em razão de que grande parte dos conteúdos lhes é ensinado através de aulas expositivas, nas quais o conteúdo é transcrito do livro para a lousa. Nesse caso, os alunos têm que aceitá-los como verdade absoluta, e decorá-los para alcançarem boas notas. Trata-se de um saber criado e sistematizado.

> [...] o saber, a decoração de textos ou partes de livros didáticos, a repetição de informações, apresentadas nas aulas formam o caminho que camufla os insucessos na apropriação do saber. A memorização pode ocorrer sem compreensão. A falta de compreensão pode chegar a ponto de impedir que a formação tenha algum significado para o aluno e de compreender sua transformação do conhecimento. (MICOTTI, 1999, p. 157) [8]

Dessa forma, os alunos não conseguem compreender os conteúdos, tampouco interpretar as atividades propostas pelo professor. Essa realidade pode ser comprovada a partir da análise das respostas dadas às questões de 11 a 17 do questionário inicial, que abrangem o conhecimento que eles têm em relação ao tema "polígonos regulares". As questões apresentadas foram as seguintes: Diga: o que é um polígono? Qual é a diferença entre um polígono convexo e um polígono não convexo? O que é um polígono regular? Como podemos calcular a soma dos ângulos internos de um polígono regular? E o valor do ângulo interno de um polígono regular? Qual o valor do ângulo interno de um polígono regular de 12 lados? Quantos lados tem um polígono regular cujo ângulo interno é 135°?

Tabela 06: Conhecimento em relação ao tema "Polígonos Regulares"

Nº da pergunta	Respostas certas	Porcentagem de acertos	Respostas erradas	Porcentagem de erros
11	2	20%	8	80%
12	1	10%	9	90%
13	2	20%	8	80%
14	2	20%	8	80%
15	0	0%	10	100%
16	0	0%	10	100%
17	0	0%	10	100%

De acordo com os resultados apresentados na Tab. (06), verifica-se que a maioria dos alunos não conseguiu responder às questões relacionadas com tema “polígonos regulares”. Segundo relatos dos próprios estudantes, eles já haviam estudado o tema em outra série escolar, mas não recordavam os conceitos e fórmulas para calcular a soma dos ângulos internos e o valor de um ângulo interno de um polígono regular.

As questões de 18 a 20 são relacionadas ao desenvolvimento de atividades com mosaicos, quais sejam: Você sabe dizer o que é um mosaico? Você já desenvolveu alguma atividade com mosaicos? ( ) Sim ( ) Não Qual? Como foi esta atividade?

De acordo com os relatos dos alunos, chegou-se às conclusões seguintes. Seis participantes souberam responder o que é um mosaico, sendo que dois deles desenvolveram atividades com mosaicos, orientadas para a cobertura, com recortes de papel colorido, uma folha, com intuito de formar gravuras. Entre os quatro participantes que não souberam responder, um deles disse já ter participado de atividades com mosaicos, colando pedacinhos de papel. E nenhum dos participantes relatou ter desenvolvido atividades com mosaicos utilizando figuras com formas geométricas.

A questão 21 é referente à pavimentação do plano, e questiona: Você sabe o que é pavimentar o plano? ( ) Sim ( ) Não. Essa questão teve como propósito verificar se os participantes tinham conhecimento do termo “pavimentar o plano”. Como se constatou que nenhum dos estudantes tinha um prévio entendimento acerca do assunto, foi necessário incluir na atividade 1 (Apêndice C) a definição de pavimentação do plano, para que os participantes entendessem o objetivo da atividade.

Após a análise do questionário inicial, foi proposta aos participantes a atividade 1 (Apêndice C), conforme segue:

a) Pavimente usando um só tipo de polígono regular.

b) Concluir sobre as razões que fazem com que um polígono regular dê ou não origem a uma pavimentação do plano.

c) É possível pavimentar o plano utilizando polígonos não regulares?

( ) sim ( ) não Quais?

Para essa atividade foi realizada uma prévia exposição oral, apresentando a definição de pavimentação do plano por polígonos, conforme o conceito seguinte: As pavimentações do plano por polígonos consistem no recobrimento de uma região plana sem que haja espaços ou sobreposição entre os polígonos. Uma pavimentação possui nós e arestas. Os vértices dos polígonos são os nós da pavimentação, e os lados são as arestas. Em seguida, foram distribuídos aos alunos moldes de polígonos regulares com cores e número de lados variados. E ao final da atividade os participantes foram orientados a entregá-la para posterior análise do pesquisador.

Durante a execução dessa atividade, surgiu uma dúvida: “Como saber se um polígono regular dá ou não origem a uma pavimentação?”. A partir dessa questão foi feita a seguinte intervenção: solicitou-se que os alunos indicassem com quais polígonos é possível pavimentar o plano. E todos responderam: “com triângulos, quadrados e hexágonos”, baseados no desenvolvimento da atividade em questão, cujas pavimentações feitas por três participantes estão exibidas nas Figs. (37), (38), (39), (40), (41), (42) e (43).

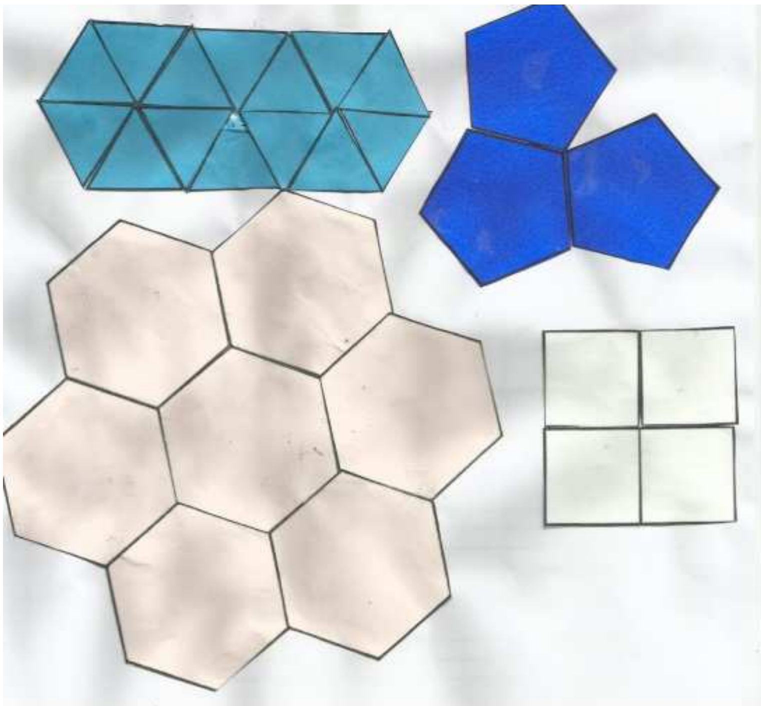


Figura 37: Protocolo com a pavimentação feita pela Téla

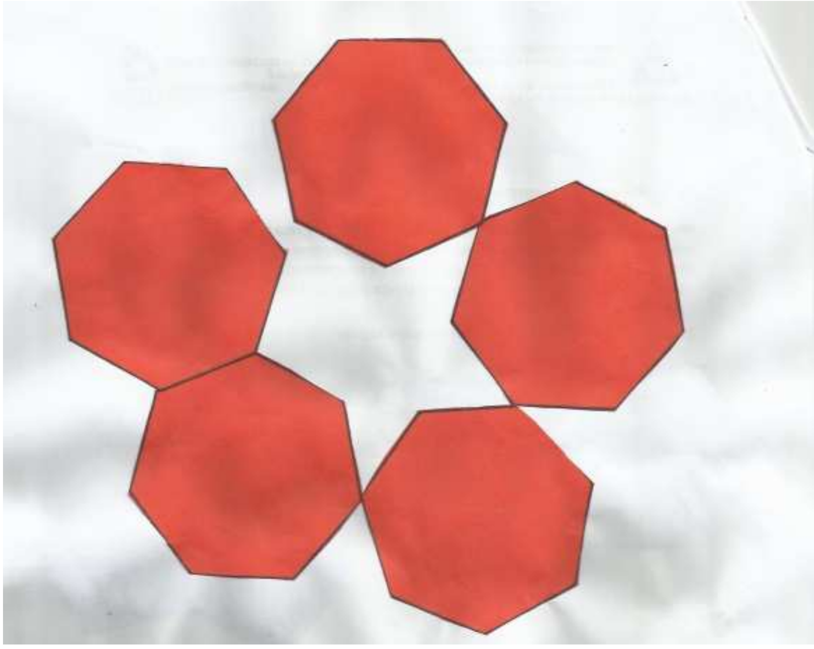


Figura 38: Protocolo com a pavimentação feita pela Téla

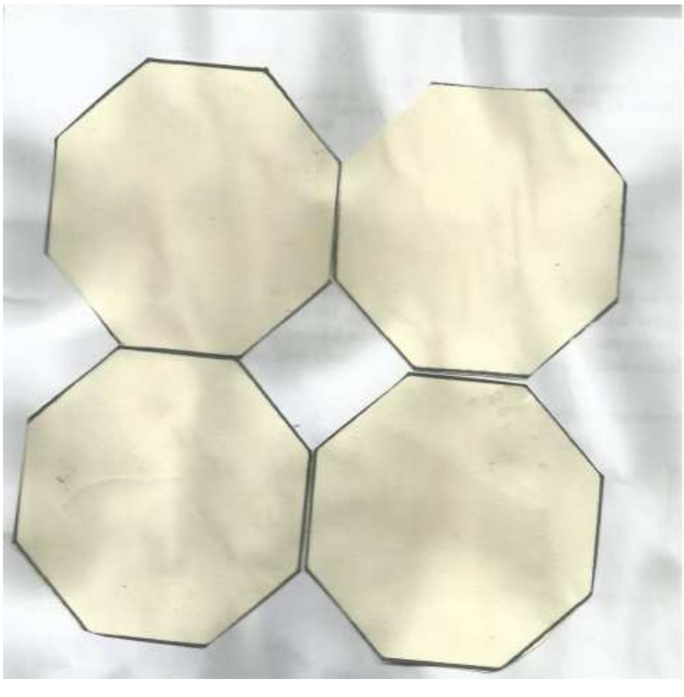


Figura 39: Protocolo com a pavimentação feita pela Téla

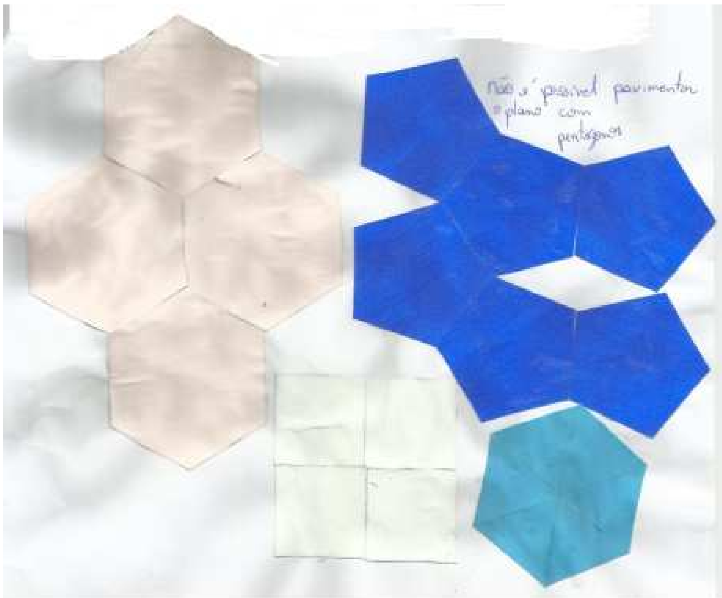


Figura 40: Protocolo com a pavimentação feita por Léo

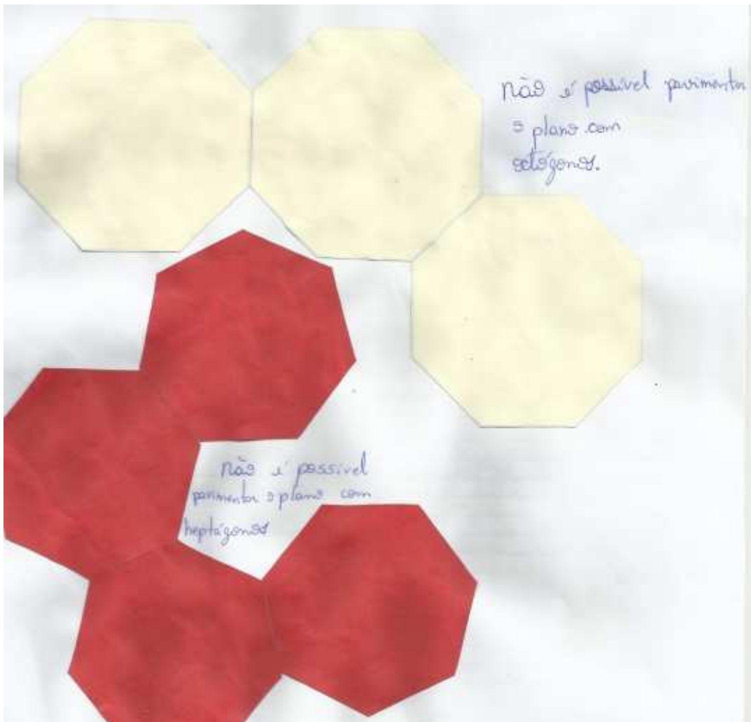


Figura 41: Protocolo com a pavimentação feita por Léo

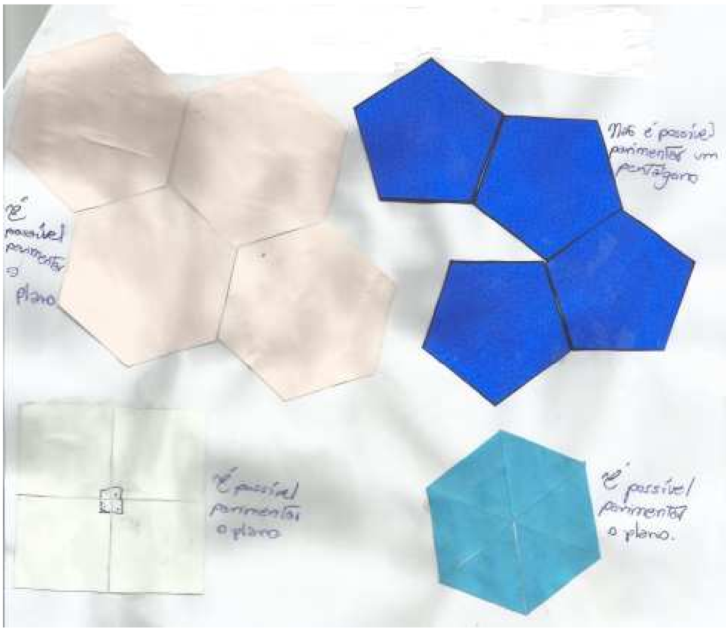


Figura 42: Protocolo com a pavimentação feita pela Lori

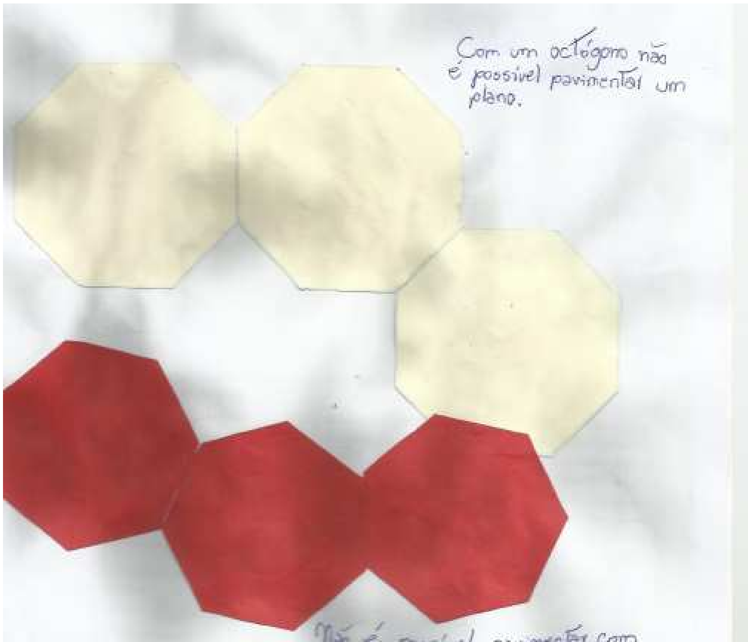
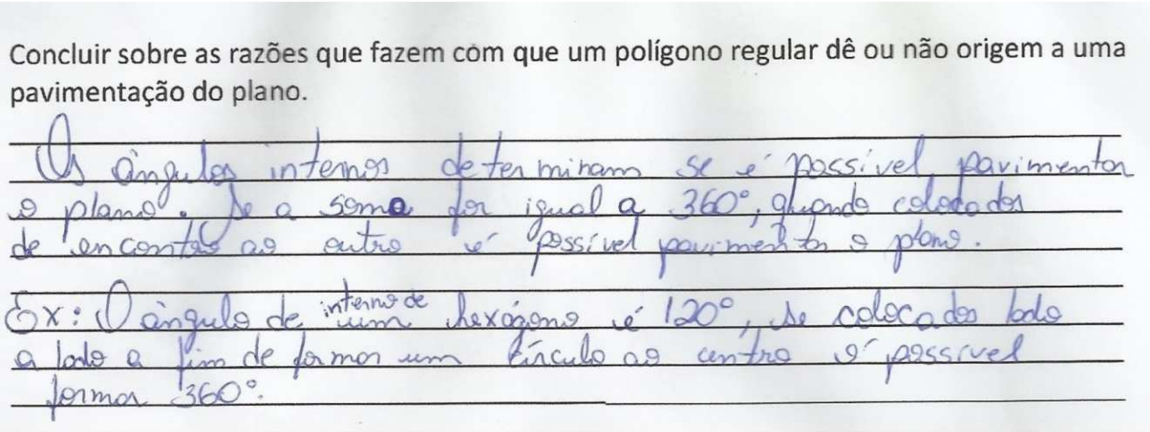


Figura 43: Protocolo com a pavimentação feita pela Lori

Por meio de uma explanação oral foi definido polígono regular, bem como apresentada a possibilidade de se determinar o valor do seu ângulo interno através da expressão matemática $\hat{A}_i = \frac{(n-2).180}{n}$, onde n representa o número de lados do polígono regular. Em seguida solicitou-se que os alunos determinassem o valor do ângulo interno do triângulo equilátero, do quadrado e do hexágono regular, para então compreenderem a razão pela qual os três polígonos regulares dão origem a uma pavimentação.

Após essa intervenção, sete participantes notaram que a soma dos ângulos internos dos polígonos em torno de cada nó resulta em 360°, e também compreenderam que o pentágono regular e os demais polígonos regulares com mais de seis lados não pavimentam o plano, pois o valor do ângulo interno desses polígonos não é um divisor de 360. Sendo assim, esses estudantes conseguiram responder o item (b) da atividade 1, concluindo sobre as razões que fazem com que um polígono regular dê ou não origem a uma pavimentação, como pode ser observado nas Figs. (44), (45), (46), (47), (48), (49) e (50), nas quais consta o protocolo das respostas dadas por esses sete participantes.

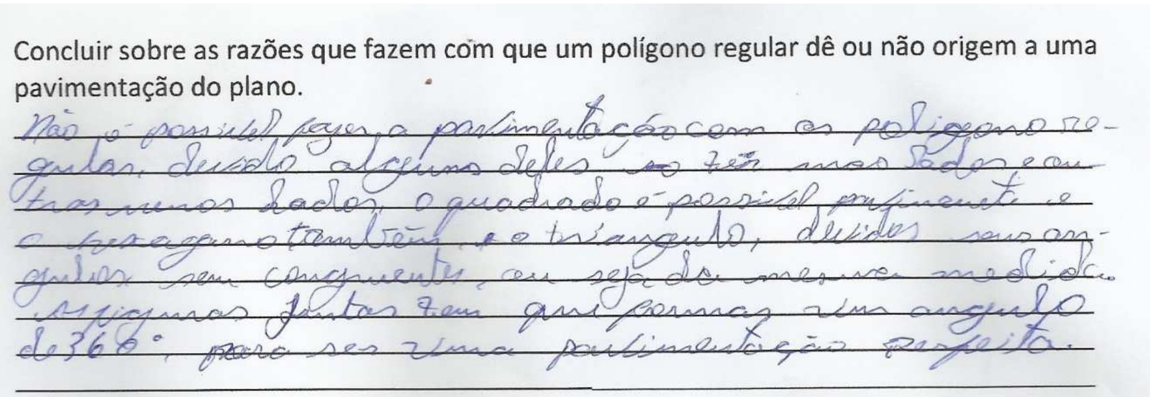


Concluir sobre as razões que fazem com que um polígono regular dê ou não origem a uma pavimentação do plano.

Os ângulos internos determinam se é possível pavimentar o plano. Se a soma for igual a 360°, quando colocados de encontro ao outro é possível pavimentar o plano.

Ex: O ângulo interno de um hexágono é 120°, se colocados lado a lado a fim de formar um círculo ao centro é possível formar 360°.

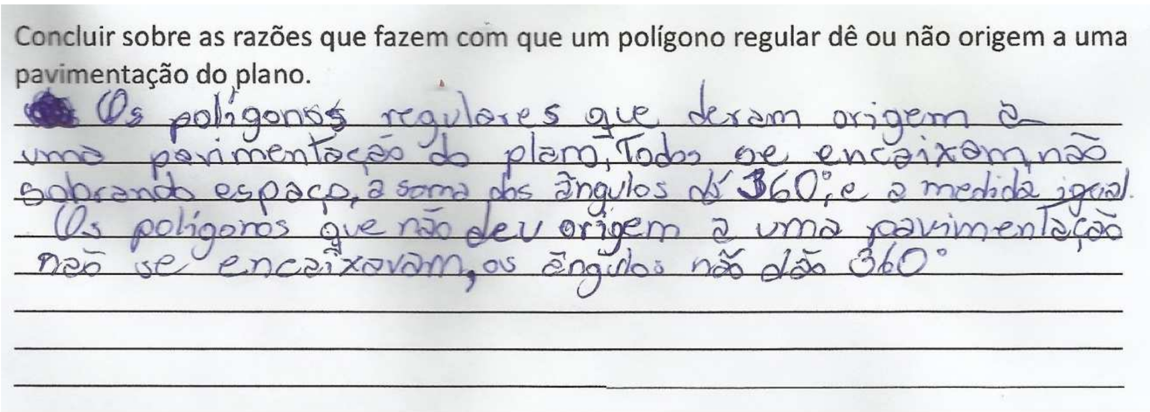
Figura 44: Protocolo do Léo referente à resposta do item b da atividade 1



Concluir sobre as razões que fazem com que um polígono regular dê ou não origem a uma pavimentação do plano.

Não é possível fazer a pavimentação com os polígonos regular, devido alguns deles ter mais lados e outros menos lados, o quadrado é possível pavimentar e o hexágono também, e o triângulo, devido seus ângulos ser congruentes, ou seja da mesma medida. Algumas juntas tem que formar um ângulo de 360°, para ser uma pavimentação perfeita.

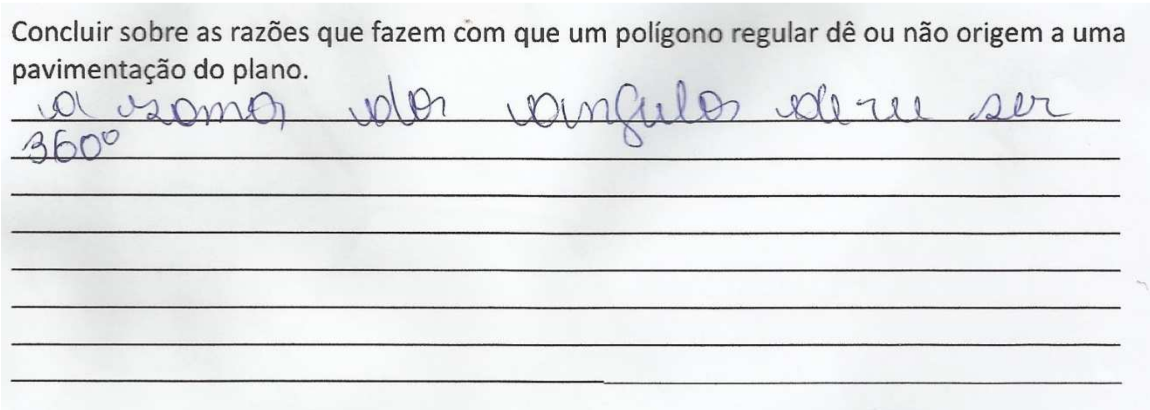
Figura 45: Protocolo do San referente à resposta do item b da atividade 1



Concluir sobre as razões que fazem com que um polígono regular dê ou não origem a uma pavimentação do plano.

Os polígonos regulares que deram origem a uma pavimentação do plano, Todos se encaixam, não sobrando espaço, a soma dos ângulos dá 360°, e a medida igual. Os polígonos que não deu origem a uma pavimentação não se encaixavam, os ângulos não dão 360°

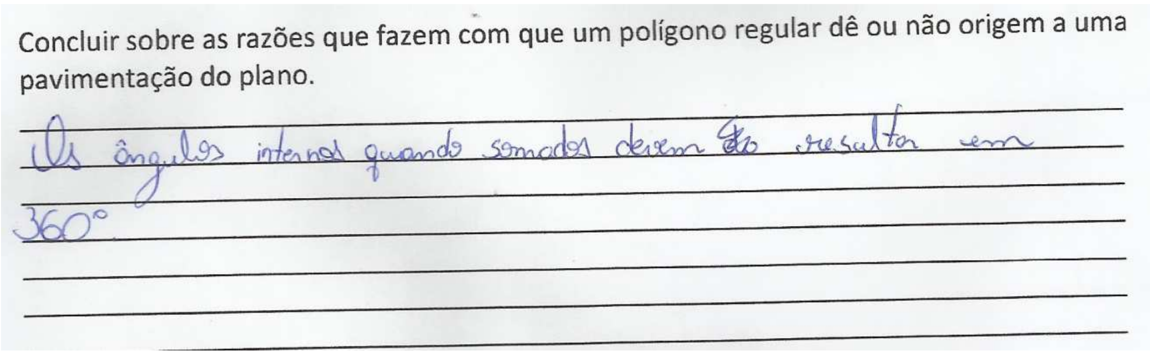
Figura 46: Protocolo da Lori referente à resposta do item b da atividade 1



Concluir sobre as razões que fazem com que um polígono regular dê ou não origem a uma pavimentação do plano.

a soma dos ângulos deve ser 360°

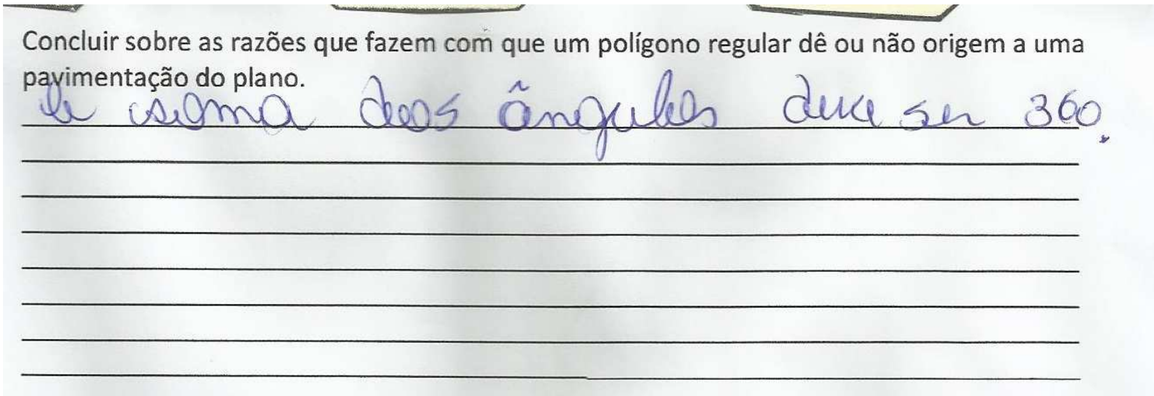
Figura 47: Protocolo da Lili referente à resposta do item b da atividade 1



Concluir sobre as razões que fazem com que um polígono regular dê ou não origem a uma pavimentação do plano.

Os ângulos internos quando somados devem ~~ter~~ resultar em 360°

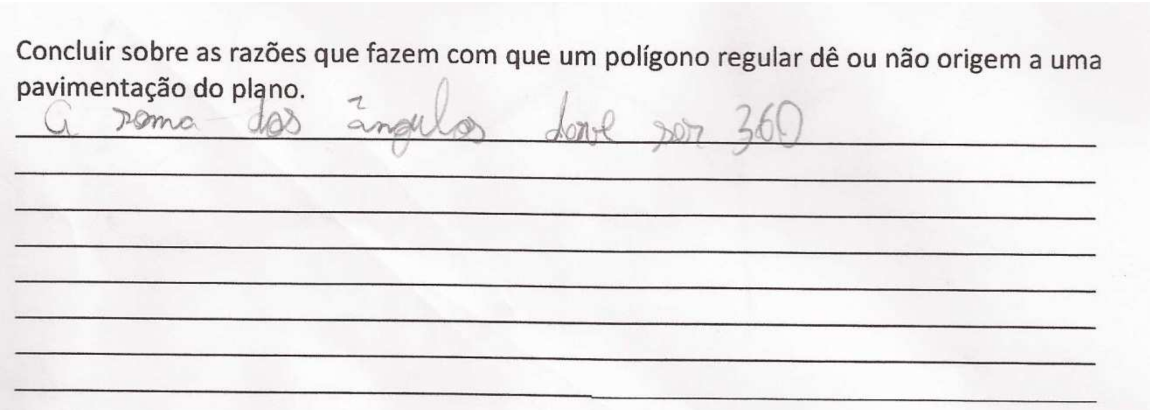
Figura 48: Protocolo da Téla referente à resposta do item b da atividade 1



Concluir sobre as razões que fazem com que um polígono regular dê ou não origem a uma pavimentação do plano.

A soma dos ângulos deve ser 360.

Figura 49: Protocolo do Hungria referente à resposta do item b da atividade 1

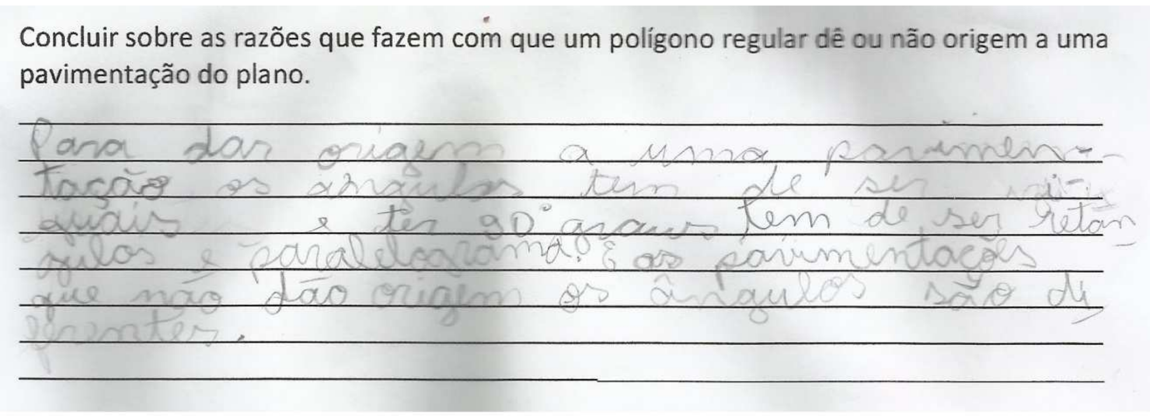


Concluir sobre as razões que fazem com que um polígono regular dê ou não origem a uma pavimentação do plano.

A soma dos ângulos deve ser 360

Figura 50: Protocolo do Roczen referente à resposta do item b da atividade 1

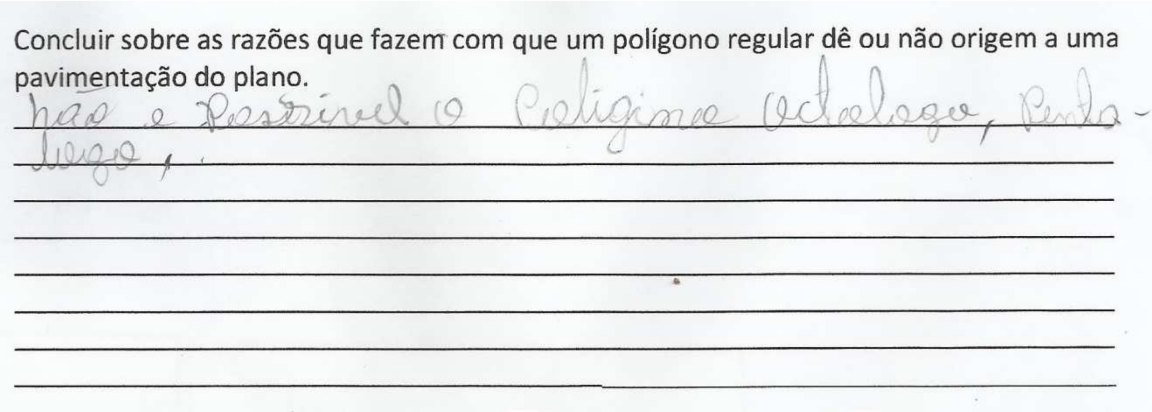
Os demais participantes, por sua vez, não conseguiram inferir as razões que fazem com que um polígono regular dê ou não origem a uma pavimentação, como está apresentado nas Figs. (51), (52) e (53), com o protocolo das respostas dadas pelos participantes.



Concluir sobre as razões que fazem com que um polígono regular dê ou não origem a uma pavimentação do plano.

Para dar origem a uma pavimentação os ângulos tem de ser iguais e ter 90° graus tem de ser retangulos e paralelogramo? E as pavimentações que não dão origem os ângulos são diferentes.

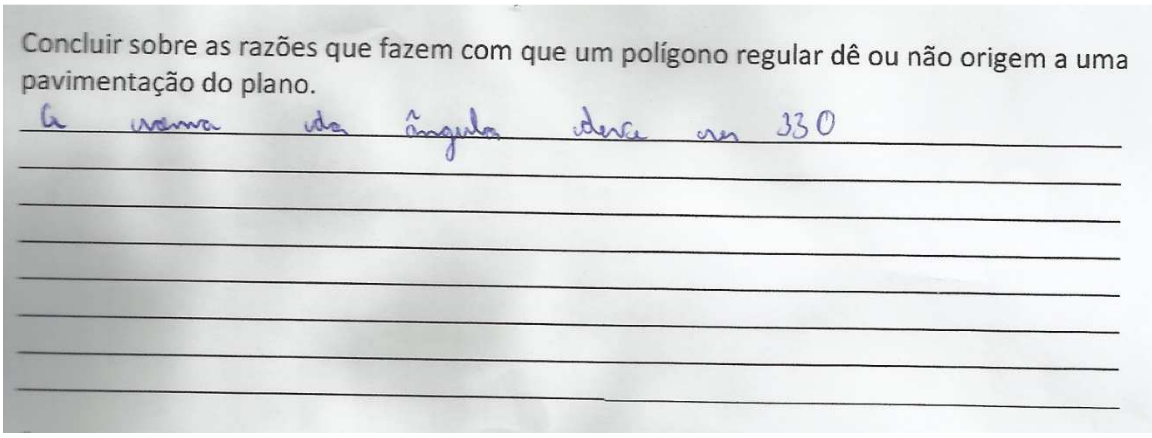
Figura 51: Protocolo do Doug referente à resposta do item b da atividade 1



Concluir sobre as razões que fazem com que um polígono regular dê ou não origem a uma pavimentação do plano.

não e Possível o Polígono octalogo, Penta-logo,

Figura 52: Protocolo do Kedin referente à resposta do item b da atividade 1



Concluir sobre as razões que fazem com que um polígono regular dê ou não origem a uma pavimentação do plano.

a soma da ângulo deve ser 330

Figura 53: Protocolo do Son referente à resposta do item b da atividade 1

E a partir da conclusão que os participantes tiveram com relação ao item (b), referente às razões que fazem com que um polígono regular dê ou não origem a uma pavimentação do plano, oito participantes conseguiram perceber que é possível pavimentar o plano utilizando polígonos não regulares, e citaram como exemplo a utilização de retângulos e paralelogramos, haja vista que é muito comum visualizar essas formas geométricas na pavimentação de pisos e paredes das construções.

Analisando os dados obtidos de forma geral, constatou-se que os objetivos propostos com a realização da atividade foram alcançados pela maioria dos participantes.

Sendo assim, dando continuidade na pesquisa, propôs-se aos participantes a atividade 2 (Apêndice D), configurada da seguinte forma: Pavimentações semirregulares: são pavimentações construídas utilizando dois ou mais tipos de polígonos regulares, e que em cada nó concorrem sempre polígonos com a mesma quantidade de lados, ou seja, os nós são todos do mesmo tipo. Pavimentações demirregulares: são pavimentações construídas utilizando dois ou mais tipos de polígonos regulares, sendo que os nós são diferentes. a) Pavimente o plano usando mais de um tipo de polígono regular e classifique como semirregulares ou demirregulares.

Para realização dessa atividade foi feita uma prévia exposição oral sobre as definições de pavimentação semirregulares e de pavimentação demirregulares, quais sejam: Pavimentações semirregulares: são pavimentações construídas utilizando-se dois ou mais tipos de polígonos regulares, e nas quais em cada nó concorrem sempre polígonos com a mesma quantidade de lados, ou seja, os nós são todos do mesmo tipo. Pavimentações demirregulares: são pavimentações construídas utilizando-se dois ou mais tipos de polígonos regulares, sendo que os nós são diferentes.

Em seguida, foram distribuídos aos participantes moldes de polígonos regulares com cores e número de lados variados, e ao final da atividade os participantes foram orientados a entregar a atividade para uma posterior análise do pesquisador.

Durante a execução da referida atividade, os participantes relataram que não estavam conseguindo pavimentar utilizando mais de um tipo de polígono regular. Por assim ser, foi feita a seguinte intervenção: pediu-se aos participantes que determinassem o valor do ângulo interno dos moldes dos polígonos regulares que eles haviam recebido, e, a partir daí, com a informação de que “em torno de cada nó da pavimentação a soma dos ângulos internos dos polígonos é 360°”, partiram para a verificação de quais conjuntos podem ser formados com polígonos regulares diferentes, cuja soma dos ângulos internos seja 360°.

Após a intervenção, os alunos fizeram várias tentativas. Algumas delas foram frustradas, mas eles não desistiram de alcançar o objetivo, que era obter uma pavimentação do plano com mais de um tipo de polígono regular. Ao final, nove participantes conseguiram obter pavimentações utilizando mais de um tipo de polígono regular, mas apenas seis deles conseguiram de maneira correta classificar as pavimentações como sendo semirregular ou demirregular.

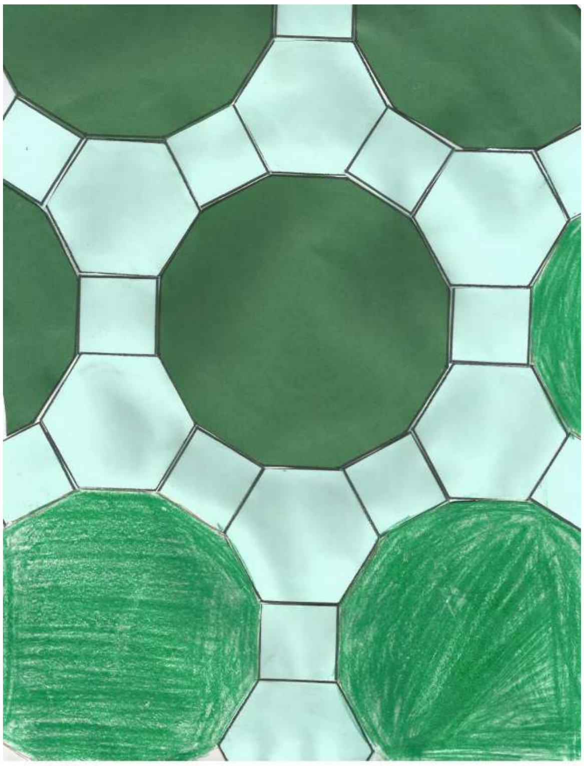


Figura 54: Protocolo de uma pavimentação semirregular feita por Lili

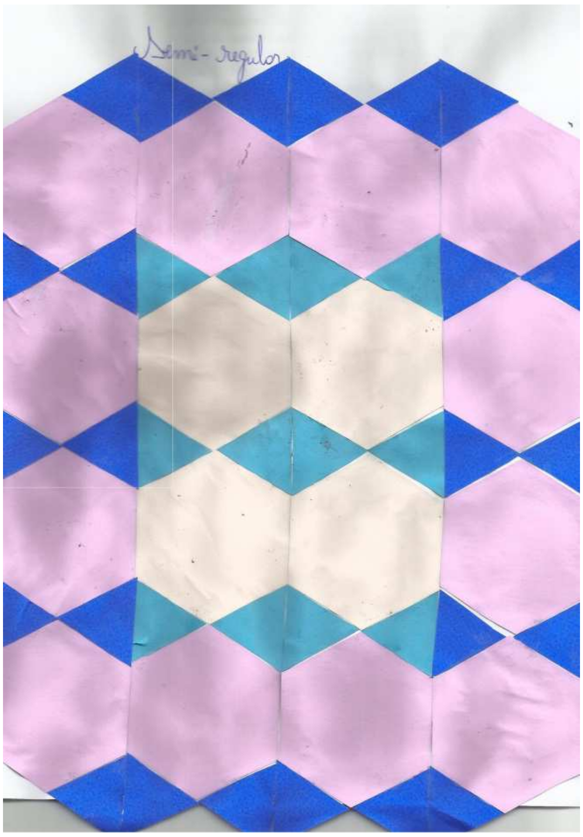


Figura 55: Protocolo de uma pavimentação semirregular feita por Léo

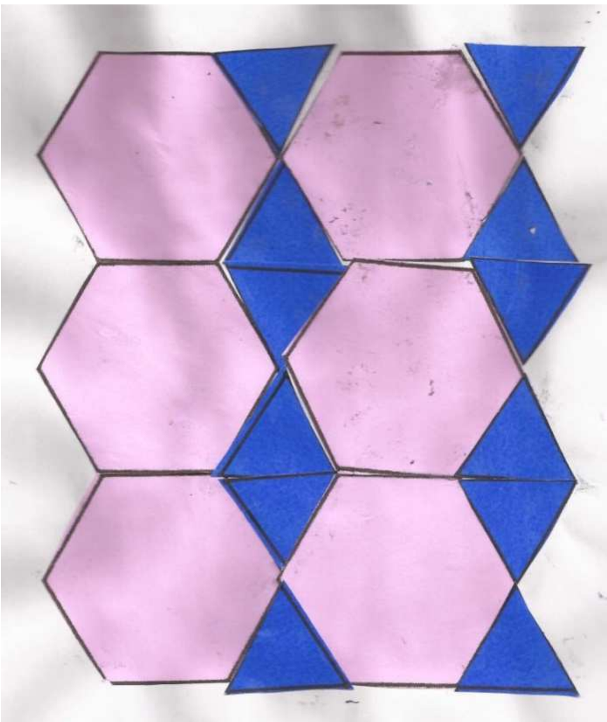


Figura 56: Protocolo de uma pavimentação demirregular feita por Lori

E o único aluno que não conseguiu pavimentar o plano com mais de um tipo de polígono regular, desistiu após a primeira tentativa frustrada, obtendo a situação apresentada na Fig. (57).

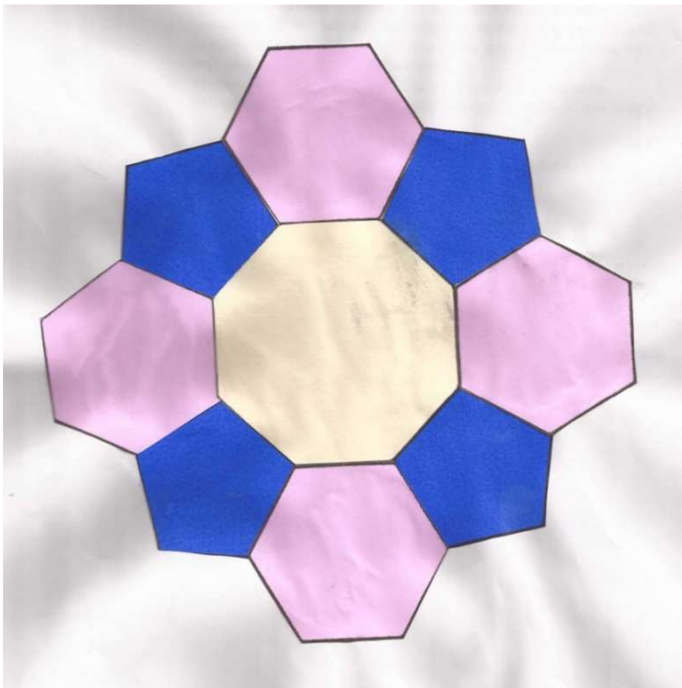


Figura 57: Protocolo de uma tentativa de pavimentação feita por Doug

Durante o desenvolvimento dessas atividades, percebeu-se que, quando os estudantes apresentam interesse e conseguem visualizar o objetivo a ser alcançado, eles não desistem com facilidade; o que não acontece com uma atividade corriqueira de matemática. Esse fato evidencia a necessidade de contextualizar o conhecimento matemático, buscando suas origens e explicitando sua finalidade na vida cotidiana.

Depois de realizadas as atividades 1 e 2, os participantes da pesquisa responderam questões de um questionário final (Apêndice E), as quais foram propostas com a intenção de verificar se após os alunos terem desenvolvido as atividades, eles tiverem uma melhor compreensão do tema “polígonos regulares”. Para tanto, foi realizada uma análise das respostas dos alunos referentes às questões de 02 a 08, quais sejam:

02) Diga o que é um polígono?

03) Qual é a diferença entre um polígono convexo e um polígono não convexo?

04) O que é um polígono regular?

05) Como podemos calcular a soma dos ângulos internos de um polígono regular?

06) E o valor do ângulo interno de um polígono regular?

07) Qual o valor do ângulo interno de um polígono regular de 12 lados?

08) Quantos lados tem um polígono regular cujo ângulo interno é 135°?

E pela análise dessas questões foram obtidos os seguintes resultados:

Tabela 07: Resultado das questões de número dois até a de número oito do questionário final.

Nº da pergunta	Respostas certas	Porcentagem de acertos	Respostas erradas	Porcentagem de erros
02	7	70%	3	30%
03	6	60%	4	40%
04	8	80%	2	20%
05	6	60%	4	40%
06	6	60%	4	40%
07	5	50%	5	50%
08	5	50%	5	50%

Já considerando as respostas dos questionários inicial e final, respectivamente, no que diz respeito ao tema polígonos, pode-se obter a situação apresentada no Gráfico (01).

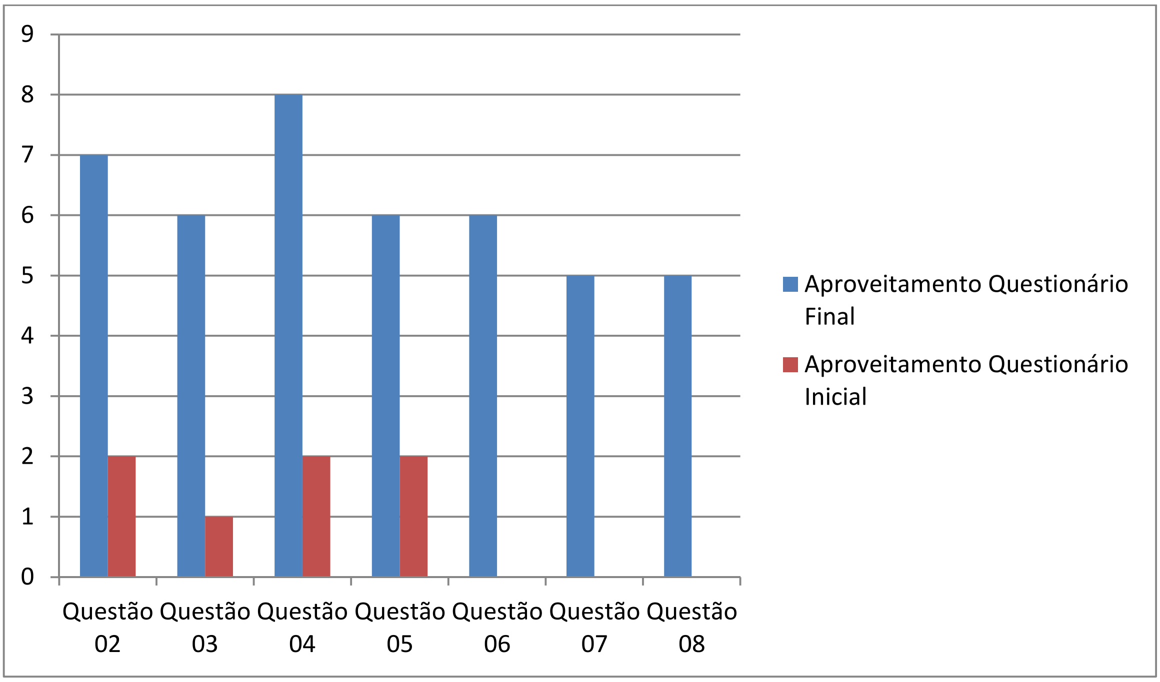


Gráfico 01: Aproveitamento dos participantes

A partir da análise do Gráfico (0)1, percebeu-se uma melhora significativa em relação à utilização da pavimentação do plano por polígonos como instrumento para adquirir o conhecimento formal dos conteúdos de geometria plana relacionados ao tema polígono regular, como, por exemplo: a definição, calcular o valor da soma dos ângulos internos e do ângulo interno de um polígono regular.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Entende-se que o papel do professor é de orientador, estimulador e incentivador da aprendizagem, cabendo a ele auxiliar os alunos a desenvolver sua autonomia, instigando-os a refletir, investigar e descobrir em meio ao processo de busca por novos conhecimentos. Ao professor cabe proporcionar um ambiente de estudo, uma atmosfera de busca, na qual o diálogo e a troca de ideias sejam uma constante, de forma a conduzir o aluno a pensar, a descobrir soluções e a resolver problemas, percorrendo os mais variados caminhos. E, ainda, é função do professor estimular os alunos a utilizarem estratégias diversificadas, instituindo novos desafios e novas situações-problema, e registrando tudo para posterior reflexão.

Foi pensando nessa necessidade de reflexão que este trabalho foi direcionado para a abordagem do ensino de geometria por meio da utilização de materiais manipuláveis em atividades, envolvendo a participação dos alunos na construção de conhecimentos geométricos.

A partir do relato de um dos participantes, que apontou que "[...] as atividades propostas objetivaram ensinar ao aluno o que é, para que serve e como usar a geometria", e considerando os resultados obtidos no decorrer da pesquisa, entende-se que o emprego de atividades com pavimentação do plano utilizando polígonos regulares foi satisfatório. Os alunos conseguiram adquirir conhecimentos geométricos relacionados com polígonos regulares, o que evidencia a possibilidade de melhorar a forma de como o ensino da geometria é consolidado dentro da sala de aula, e:

> [...] se esse trabalho for feito a partir da exploração dos objetos do mundo físico, de obras de arte, pinturas, desenhos, esculturas e artesanato, ele permitirá ao aluno estabelecer conexões entre a Matemática e outras áreas do conhecimento. (BRASIL, 1997, p. 39) [3]

As atividades envolvendo mosaicos propiciaram um grande envolvimento dos alunos, pois essas pavimentações estão presentes no cotidiano dos mesmos. Essas atividades, portanto, podem auxiliar no resgate da importância de se estudar geometria, que, de acordo com Lorenzato(1995):

> Sem estudar Geometria as pessoas não desenvolvem o pensar geométrico ou o raciocínio visual e, sem essa habilidade, elas dificilmente conseguirão resolver as situações de vida que forem geometrizadas; também não poderão se utilizar da Geometria como fator altamente facilitador para a compreensão e resolução de questões de outras áreas de conhecimento humano. Sem conhecer a Geometria a leitura interpretativa do mundo torna-se incompleta, a comunicação das idéias fica reduzida e a visão da Matemática torna-se distorcida. (LORENZATO, 1995, p. 5)[6]

Desta forma, pode-se contribuir com a formação de pessoas com uma capacidade maior de compreensão e de resolução de problemas da inter-relação do homem com o espaço em que ele vive.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

[1] BARBOSA, R. M.. **Descobrindo Padrões em Mosaicos.** 4 ed. São Paulo: Atual, 1993.

[2] BICUDO, Maria Aparecida Viggiani. **Pesquisa em Educação Matemática:** Concepções e Perspectivas. São Paulo: UNESP, 1999.

[3] BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria da Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais:** Matemática. Brasília: MEC/SEF, 1997. Disponível em: http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/livro03.pdf. Acesso em: 18/10/2011.

[4] D'AMBROSIO,U.. **Educação Matemática:** da teoria à prática. 17 ed. São Paulo: Papiros, 2009.

[5] IMENES, L. M.; LELLIS, M.. **Geometria dos Mosaicos**. 12 ed. São Paulo: Scipione, 2000.

[6] LORENZATO, S.. Por que não ensinar Geometria?. **Revista da Sociedade Brasileira de Educação Matemática**, Blumenau, n. 4, p. 5, jan./jun. 1995.

[7] LÜDKE, Menga ; ANDRÉ, Marli E. D. A.. **Pesquisa em educação:** abordagens qualitativas. São Paulo: Pedagógica e Universitária, 1986.

[8] MICOTTI, Maria Cecília de Oliveira. O ensino e as propostas pedagógicas. In: BICUDO, Maria Aparecida Viggiani. Pesquisa em Educação Matemática: Concepções e Perspectivas. São Paulo: UNESP, 1999.

[9] SZYMANSKI, H.; ALMEIDA, L. R. de; PRANDINI, R. C. A. R. (Org.) **A entrevista na pesquisa em educação:** a prática reflexiva. 3 ed. Brasília: Liber Livro Editora, 2004.

APÊNDICE A

UNIVERSIDAD FEDERAL DE GOIÁS - REGIONAL DE CATALÃO
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA - MESTRADO PROFISSIONAL EM MATEMÁTICA EM REDE NACIONAL - PROFMAT
PESQUISADOR: ANDRÉ COELHO MATRÍCULA: 20121132
ORIENTADOR: PAULO ROBERTO BERGAMASCHI

Prezado Aluno (a):____

Solicitamos a sua participação em uma pesquisa que será desenvolvida pelo programa de pós-graduação (PROFMAT) da Universidade Federal de Goiás – Campus Catalão.

O objetivo deste estudo é investigar o quanto é importante para a aprendizagem em matemática a manipulação e construção de desenhos utilizando formas geométricas.

Os instrumentos que utilizaremos para a obtenção dos dados serão: questionários, atividades e fotos. Todas as informações serão usadas somente para fins desta pesquisa e preservaremos o anonimato dos sujeitos envolvidos.

Para que possam ser sujeitos desta pesquisa precisamos de sua autorização.

AUTORIZAÇÃO

Eu, ____, autorizo ANDRÉ COELHO utilizar as informações contidas nos questionários, atividades e fotos para os fins da pesquisa científica que será realizada no Colégio Estadual "Dona Iayá". Estou ciente que a privacidade e o sigilo serão mantidos.

____
Assinatura do sujeito da pesquisa
(Aluno)

____
Assinatura do pai ou responsável

APÊNDICE B

UNIVERSIDAD FEDERAL DE GOIÁS - REGIONAL DE CATALÃO
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA - MESTRADO PROFISSIONAL EM MATEMÁTICA EM REDE NACIONAL - PROFMAT
PESQUISADOR: ANDRÉ COELHO MATRÍCULA: 20121132
ORIENTADOR: PAULO ROBERTO BERGAMASCHI

PROFMAT UFG

Caro aluno,

Este questionário tem como objetivo coletar dados para uma pesquisa sobre o processo de ensino e aprendizagem de Matemática. Vale ressaltar que todos os seus dados serão mantidos em sigilo.

Nome:____

Idade:_________ Série: ____________ Apelido: ___________________________

01)Você gosta de estudar? ( ) Sim ( ) Não

02)Você estuda fora de sala de aula? Quanto tempo por dia?

____

____

____

____

____

03) Qual disciplina você mais gosta? E a que você menos gosta? Por quê?

____

____

____

____

____

04) Você gosta das aulas de matemática? Por quê?

____

____

____

____

____

05) Você mudaria a maneira de como as aulas de Matemática são ministradas? Como gostaria que elas fossem?

____

____

____

____

____

06) Você fala para o professor quando tem dificuldades em relação à Geometria?

(   ) Sim (   ) Não

07) Em que você tem maior dificuldade na matemática?

(   ) Assimilar o conteúdo

(   ) Interpretar as atividades

(   ) Efetuar cálculos

(   ) Outra   Qual? ______________________________________

08) Você considera a matemática importante no seu cotidiano? Por quê?

____

____

____

____

____

09) Dê exemplo de alguma situação em que você usa a geometria (matemática) no seu dia a dia.

10) Você acha importante conhecer as formas geométricas? Por quê?

11) Diga: o que é um polígono?

12) Qual é a diferença entre um polígono convexo e um polígono não convexo?

13) O que é um polígono regular?

14) Como podemos calcular a soma dos ângulos internos de um polígono regular?

15) E o valor do ângulo interno de um polígono regular?

16) Qual o valor do ângulo interno de um polígono regular de 12 lados?

17) Quantos lados tem um polígono regular cujo ângulo interno é 135°?

18) Você sabe dizer o que é um mosaico?

19) Você já desenvolveu alguma atividade com mosaicos?

( ) Sim ( ) Não Qual? ____

20) Como foi esta atividade?

____

____

____

____

____

21) Você sabe o que é pavimentar o plano? ( ) Sim ( ) Não

APÊNDICE C

PROFMAT

UNIVERSIDAD FEDERAL DE GOIÁS - REGIONAL DE CATALÃO

DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA - MESTRADO PROFISSIONAL EM MATEMÁTICA EM REDE NACIONAL - PROFMAT

PESQUISADOR: ANDRÉ COELHO MATRÍCULA: 20121132

ORIENTADOR: PAULO ROBERTO BERGAMASCHI

UFG

Atividade 01

Definição de pavimentação

As pavimentações do plano por polígonos consistem no recobrimento de uma região plana sem que haja espaços ou sobreposição entre os polígonos. Uma pavimentação possui nós e arestas. Os vértices dos polígonos são os **nós** da pavimentação e os lados são as **arestas**.

a) Pavimente usando um só tipo de polígono regular

b) Concluir sobre as razões que fazem com que um polígono regular dê ou não origem a uma pavimentação do plano.

c) É possível pavimentar o plano utilizando polígonos não regulares?

( ) sim ( ) não Quais?

APÊNDICE D

PROFMAT
UNIVERSIDAD FEDERAL DE GOIÁS - REGIONAL DE CATALÃO
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA - MESTRADO PROFISSIONAL EM MATEMÁTICA EM REDE NACIONAL - PROFMAT
PESQUISADOR: ANDRÉ COELHO MATRÍCULA: 20121132
ORIENTADOR: PAULO ROBERTO BERGAMASCHI
UFG

Atividade 02

Definições:

- Pavimentações semirregulares: São pavimentações construídas utilizando dois ou mais tipos de polígonos regulares, e que em cada nó concorrem sempre polígonos com a mesma quantidade de lados, ou seja, os nós são todos do mesmo tipo.
- Pavimentações demirregulares: São pavimentações construídas utilizando dois ou mais tipos de polígonos regulares, sendo que os nós são de tipos diferentes.
- Pavimente o plano usando mais de um tipo de polígono regular e classifique como semirregulares ou demirregulares.

APÊNDICE E

PROFMAT

UNIVERSIDAD FEDERAL DE GOIÁS - REGIONAL DE CATALÃO
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA - MESTRADO PROFISSIONAL EM MATEMÁTICA EM REDE NACIONAL - PROFMAT
PESQUISADOR: ANDRÉ COELHO MATRÍCULA: 20121132
ORIENTADOR: PAULO ROBERTO BERGAMASCHI

UFG

Caro aluno,

Este questionário tem como objetivo coletar dados para uma pesquisa sobre o processo de ensino e aprendizagem de Matemática. Vale ressaltar que todos os seus dados serão mantidos em sigilo.

Nome:____

Idade:_________ Série: ____________ Apelido: _____________________________

01) Você acha importante conhecer as formas geométricas? Por quê?

____
____
____
____
____

02) Diga o que é um polígono?

____
____
____
____

03) Qual é a diferença entre um polígono convexo e um polígono não convexo?

____
____
____

04) O que é um polígono regular?

05) Como podemos calcular a soma dos ângulos internos de um polígono regular?

06) E o valor do ângulo interno de um polígono regular?

07) Qual o valor do ângulo interno de um polígono regular de 12 lados?

08) Quantos lados tem um polígono regular cujo ângulo interno é 135°?

____

____

____

____

____

09) Você sabe dizer o que é um mosaico?

____

____

____

____

10) Você já desenvolveu alguma atividade com mosaicos?

(   ) Sim   (   ) Não   Qual?__________________________________

11) Como foi esta atividade?

____

____

____

____

____

12) Você sabe o que é pavimentar o plano?

(   ) Sim   (   ) Não