A HISTÓRIA DA EQUAÇÃO QUADRÁTICA

Por:

Fabiano Batista Ribeiro

Curitiba

Agosto – 2014

“Comece fazendo o que é necessário,

depois o que é possível,

e de repente você estará fazendo o impossível”

Francisco de Assis

ÍNDICE

1) RESUMO

O presente texto tem como objetivo apresentar alguns fatos de cunho histórico acerca da equação quadrática. Passando pelas Idades Antiga, Média e Contemporânea, tentou-se contextualizar o tema nessas eras, visando fornecer subsídios para que o professor de matemática possa enriquecer e motivar aulas sobre equações quadráticas, mostrando como a abordagem mudou ao longo do tempo e sob diversas culturas.

Tendo como referência bibliografias impressas e também as disponíveis em ambientes virtuais, tratou-se de alguns momentos considerados serem os mais importantes dessa riquíssima história. Isso com a expectativa de vermos esses momentos inseridos na rotina escolar brasileira visando maior comprometimento com o conteúdo, maior vínculo com a importância social que o conteúdo teve e continua tendo e, também, maior compreensão da própria aplicação dos métodos de resolução.

2) INTRODUÇÃO

Pensando em que disse *Peter Kreef:*

"Nosso mundo é um mundo sem heróis!",

aliado ao que disse *Regine Pernoud*:

"Mas como é possível interessar-se pela história na época em que os homens andam sobre a lua?",

nesse artigo que se inicia será proposto uma análise histórica das Equações Quadráticas partindo da idade antiga até chegar em sugestões para atualmente esse assunto ser trabalhado em salas de aula.

Valorizando cada passo da evolução daquilo que hoje é tratado de forma simples, recapitulando as etapas do desenvolvimento que gerou o que, infelizmente, é muitas vezes conduzido apenas como aplicação direta de uma fórmula a ser memorizada.

Será estimulada a percepção dos desafios que cada povo em cada época teve, através de seus ícones, ou heróis, em desvendar o que parecia a única maneira de resolução mas que, com o passar do tempo, foi-se percebendo que aquela era apenas uma das maneiras e que existiam outras que, inclusive, reforçavam ao invés de contrariar a anterior.

Sem deixar de reconhecer as evoluções tecnológicas que temos acesso nos dias de hoje (como poder ir até a lua...), será colocada em seu devido lugar a importância de tratar-se das descobertas além das tecnologias, pois foram elas que propiciaram nosso presente e que podem, em valores e consciência, nortearem nosso futuro.

Consciente das novidades atuais, será estimulada a pesquisa para descobrir, perceber e propiciar a muitos o acesso às aplicações reais do dia a dia atuais de algo que faz parte da nossa história.

Será mostrada neste a evolução das conclusões algébricas que, com o passar do tempo, marcaram as resoluções de equações quadráticas na história.

Tendo como referência a obra *História da Matemática* de Carl B. Boyer (1) além de outros textos de outros autores (vide Referências Bibliográficas), a análise terá início na idade antiga com os babilônios, passando pela idade média na Europa e chegando na idade moderna e na atualidade com aquilo que se trabalha em equações quadráticas.

Será percebida a presença de “celebridades” da matemática e física, assim como a presença de “anônimos” em toda história nas situações que surgiram levando-os a resolverem uma equação quadrática.

Será notório também que, de fato, um conhecimento é construído com o tempo através de informações adquiridas. Quando se imaginava que o que se sabia era o todo, alguém considerou uma nova situação e novas opções foram demarcadas levando à conclusão que aquilo que se sabia não era o todo, mas era apenas parte. Se a nova descoberta não tratava de algo inédito, completava ou simplesmente reescrevia aquilo que já se tinha conhecimento. E, será perceptível também, que as novas descobertas que aconteciam, agregavam ainda mais valor ao que já se sabia.

Hoje, pode-se dizer que o assunto de equações quadráticas é tratado de forma simplista no cronograma escolar brasileiro. Talvez na efetividade de aplicação do(s) método(s) de resolução, o que se trata é suficiente, mas no que diz respeito às riquezas históricas e de construção daquilo que se sabe hoje, o assunto é tratado com pobreza de detalhes que, com certeza, trariam um enriquecimento ímpar para as salas de aula se fossem trabalhados com o tempo e dedicação necessários.

3) CONTEXTO HISTÓRICO

Para tratar do contexto histórico das equações quadráticas, será feita uma abordagem cronológica e geográfica simultaneamente.

3.1) Idade Antiga

Base Sexagesimal e Notação de Neugebauer

A base sexagesimal foi a utilizada na Idade Antiga nas colaborações que os Babilônios deram nas descobertas da Matemática. Ela é utilizada até hoje para a medição de tempo em horas (horas, minutos e segundos) e na medição de graus e suas partes (graus, minutos e segundos).

Por exemplo, o que significa dizer, em base sexagesimal, que certa viagem durou 2,30 horas? O cálculo é feito considerando que 1 hora corresponde a 60 minutos e fazemos assim: 2h + 0,30h = 2h + 0,30 . 60min = 2h 18min = 2;18 (base 60).

A estratégia de separar a parte inteira da parte decimal por ponto é vírgula (;) na base 60 foi feita por *Otto Neuegebauer* fazendo essa notação levar seu nome.

Para voltar para a base decimal, faz-se o seguinte:

$2;\ 18 = 2 \,.\, 60^{0} + 18 \,.\, 60^{-1} = 2 + 0{,}30 = 2{,}\ 30$ (base 10)

Vamos ver outro exemplo: Na base sexagesimal temos o número 2,43;12,40. Como seria esse número na base decimal?

$2{,}43;12{,}40 = 2 \,.\, 60^{1} + 2 \,.\, 60^{0} + 12 \,.\, 60^{-1} + 40 \,.\, 60^{-2}$

$2{,}43;12{,}40 = 120 + 2 + 0{,}2 + 0{,}67$

2,43;12,40 (base 60) = 122, 87 (base 10)

Tabletes Cuneiformes

Os Tabletes cuneiformes são os elementos que contém registros de problemas e resoluções matemáticas. Marca registrada da Idade Antiga, hoje desperta muitas análises e estudos sobre eles.

Segundo Carlos Henrique Barbosa (4)”... *O estudo das características materiais dos tabletes cuneiformes (como formato, disposição do texto, locus no sítio arqueológico) pode auxiliar no entendimento tanto de quem o produziu e com que objetivo, como do local em que foi produzido e sua relação com o local de exumação.(...) De Nippur, conhecemos centenas de tabletes matemáticos, provavelmente datando da primeira década do reino de Samsu-iluna, filho e sucessor de Hammurabi. (Robson 2001; Proust 2004) De Shaduppûm conhecemos por volta de 20 tabletes com problemas, dos quais a maior parte foi provavelmente produzida em um período uns poucos anos anterior, correspondendo ao início do reino de Hammurabi, da Babilônia, e aos reinos de Dadusha e seu filho Ibalpiel II, de Eshnuna (Baqir 1950, 1950a, 1951).2 Do conjunto de tabletes de Nippur, uma grande parte provém de uma mesma casa no sítio arqueológico, a chamada Casa F, nas proximidades do templo de Inanna, a saber, por volta de 1400 tabletes e fragmentos, inseridos como material reciclado na própria estrutura do chão e paredes, bem como depositados em potes de reciclagem. De Shaduppum, por outro lado, um grupo de 10 tabletes matemáticos, de um total de 263, provém da Sala 252. Tanto na Casa F como na Sala 252 foram encontrados tabletes de outros gêneros textuais, e ambas foram residências particulares (Robson 2001; Baqir 1946)*....”

Algumas das situações encontradas em alguns desses tabletes serão utilizadas nesse artigo.

Considerando o contexto histórico das equações quadráticas na Mesopotâmia, meados de 2000 a.C, quando os babilônios, utilizando o sistema de frações sexagesimais, depararam-se com algumas propostas de equações a serem solucionadas, como por exemplo, um problema que pede o lado do quadrado sabendo que a área menos o lado é 14,30 (base 60). Numa escrita em base decimal, pode-se colocar $x^2 - x = 870$.

Eles solucionaram assim: *“Tome a metade 1 que é 0;30, e multiplique 0;30 por 0;30, o que dá 0;15. Some isto a 14,30, o que dá 14;30,15. Isto é o quadrado de 29;30. Agora some 0;30 a 29;30 e o resultado é 30, o lado do quadrado.” (1).*

Generalizando a partir de uma equação $x^2 - px = q$, a fórmula é $x = \sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2 + q} + \frac{p}{2}$. Com os métodos trabalhados atualmente nas escolas, x seria expresso por: $x = \frac{p + \sqrt{p^2 + 4q}}{2}$ que é exatamente a fórmula proposta pelos babilônios com pequenas transformações algébricas.

Na antiguidade e na Idade Média, e mesmo no começo do período moderno, as equações quadráticas foram classificadas em três tipos:

1) $x^2 = px + q$
2) $x^2 + px = q$
3) $x^2 + q = px$

O primeiro se encaixa no exemplo citado acima.

O segundo, foi usada outra equação que precisaram resolver escrita por $11x^2 + 7x = 6;15$. O processo de resolução passou pela multiplicação de toda a equação por 11, ficando: $(11x)^2 + 77x = 1,8;45$. Em seguida fez-se o que é chamado de troca de variáveis como: $y = 11x$ e, finalmente, a equação fica $y^2 + 7y = 1,8;45$.

A resolução é feita por $y = \sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2 + q} - \frac{p}{2}$ e, em seguida, volta com o resultado na relação $y = 11x$ para calcular o valor de x.

O terceiro é tratado como semelhante ao sistema simultâneo

$$\begin{cases} x + y = p \\ xy = q \end{cases}.$$

Os problemas em que se pode achar dois números conhecendo-se o produto entre eles e/ou soma ou diferença eram em tão grande quantidade, que tanto para os babilônios como para os gregos, o sistema simultâneo era uma transformação natural de qualquer equação quadrática.

Uma tableta cuneiforme de Yale, por exemplo, pede a solução do sistema

$$\begin{cases} x + y = 6;30 \\ xy = 7;30 \end{cases} \text{(Base 60)}$$

e o caminho da resolução sugerido pelos escribas são:

Primeiro faz-se que $\frac{x + y}{2} = 3;15$. Em seguida, eleva-se ao quadrado os dois lados da equação: $\left(\frac{x + y}{2}\right)^2 = 10;33,45$. Subtrai-se, então, dos dois lados da equação o termo xy.

Assim: $\left(\frac{x + y}{2}\right)^2 - xy = 3;3,45$. Extrai-se a raiz quadrada dos dois lados encontrando $\sqrt{\left(\frac{x + y}{2}\right)^2 - xy} = 1;45$. Resolvendo o termo que está dentro da raiz e extraindo a raiz, fica-se com: $\left(\frac{x - y}{2}\right) = 1;45$. Tem-se então o seguinte sistema de equações:

$$\begin{cases} \frac{x + y}{2} = 3;15 \\ \frac{x - y}{2} = 1;45 \end{cases}$$

Por sua vez, a resolução foi feita da seguinte forma:

$$\begin{cases} \left(\frac{x + y}{2}\right) - \left(\frac{x - y}{2}\right) = 3;15 - 1;45 \rightarrow y = 1;30 \\ \left(\frac{x + y}{2}\right) + \left(\frac{x - y}{2}\right) = 3;15 + 1;45 \rightarrow x = 5;00 \end{cases}$$

Esses valores são interpretados então como solução da equação $x^2 + 7;30 = 6;30x$.

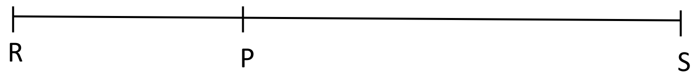
Num tempo um pouco mais adiante (500 a.C aproximadamente), pode-se destacar uma situação que os chamados pitagóricos se depararam e cogita-se a utilização dos métodos da Mesopotâmia. A situação trata da razão áurea de um segmento que gera uma equação quadrática do tipo 1 dentro da classificação citada anteriormente. Analisando:

Considere no segmento $\overline{RS}$ abaixo as seguintes medidas:

$\overline{RS} = a$

$\overline{RP} = x$

$\overline{PS} = a - x$



Pela propriedade da secção áurea, temos $\frac{a}{x} = \frac{x}{a - x}$, então, ficamos com: $x^2 = a^2 - ax$

Segundo Boyer (1), o cogitar dos pitagóricos terem recorrido ao método dos babilônios só é contestado pelo fato de que, se o valor de "a" for racional, não há um valor racional para "x" que resolva a equação. Se os pitagóricos perceberam isso (algo que não é garantido), eles tiveram que recorrer a algum outro método de resolução pela geometria.

A geometria, inclusive, é um vasto campo no contexto histórico das equações quadráticas. Se forem analisadas as situações de Euclides de Alexandria, por exemplo, tem uma muito interessante: Euclides diz que, se uma área retangular dada AB é colocada sobre um segmento AC de comprimento conhecido e, se a área BC que falta à área AB para completar todo o retângulo AD é dada, então as dimensões de BC são conhecidas.

Baseando-se na figura a seguir:

Figura 3.1 – Resolução geométrica de Euclides.

Considera-se que $\overline{AC}$ é um dos lados que mede a, a área do quadrado é b^2 e as proporções $\frac{\overline{FC}}{\overline{CD}} = \frac{x}{y} = \frac{c}{d}$.

Partindo das proporções, encontra-se:

$\begin{cases} \frac{x}{y} = \frac{c}{d} \\ (a - x)y = b^2 \end{cases}$, e, isolando y nas duas equações, igualamos o que foi encontrado, ficando com $dx^2 - adx + b^2c = 0$, e, consequentemente, $x = \frac{a}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{a}{2}\right)^2 - \frac{b^2c}{d}}$ pela solução algébrica que é muito próxima da solução geométrica encontrada por Euclides, com o detalhe do sinal negativo antes do radical na solução geométrica que faz a diferenciação entre as duas soluções algébrica e geométrica.

Conforme Boyer (1), na obra *Os dados,* Euclides nos enunciados 84 e 85, apresenta situações equivalentes na geometria com as soluções algébricas do produto e/ou soma ou diferença entre dois números apresentadas pelos babilônios que já foram tratadas anteriormente.

É interessante ressaltar que no Egito não houve avanços para resolução de equações quadráticas e se mantiveram na resolução de equações do 1º grau.

3.2) Idade Média

Também no contexto geométrico, pode-se adiantar para o século XVII quando os tratados de Apolônio de Perga foram restaurados. Dentre eles há o chamado *Dividir em uma razão* que tratava de vários casos de um problema geral, a saber: "Dadas duas retas e um ponto em cada uma, traçar por um terceiro ponto dado uma reta que corte sobre as retas dadas segmentos (medidos a partir dos pontos fixados sobre elas) que esteja numa razão dada".

Esse problema equivale a resolver uma equação quadrática do tipo $ax - x^2 = bc$, isto é, aplicar um segmento a um retângulo igual a um retângulo e faltando um quadrado.

Carl B Boyer (1) relata que em outro tratado de Apolônio pode-se destacar o *Cortar uma área* com um problema similar, só que há a exigência que os segmentos cortados contenham um retângulo dado, em vez de uma razão dada. Nesse caso a equação quadrática terá a forma $ax + x^2 = bc$, visto que é preciso aplicar a um certo segmento "a" um retângulo igual a um retângulo e com o excesso de um quadrado.

Fazendo uma abordagem da história no mundo árabe, em particular, a obra *Álgebra* de Al – Khowarizmi (intitulado o Pai da Álgebra), de acordo com Boyer (1), a equação $x^2 + px = q$ foi analisada da seguinte forma:

O lado esquerdo foi considerado geometricamente assim:

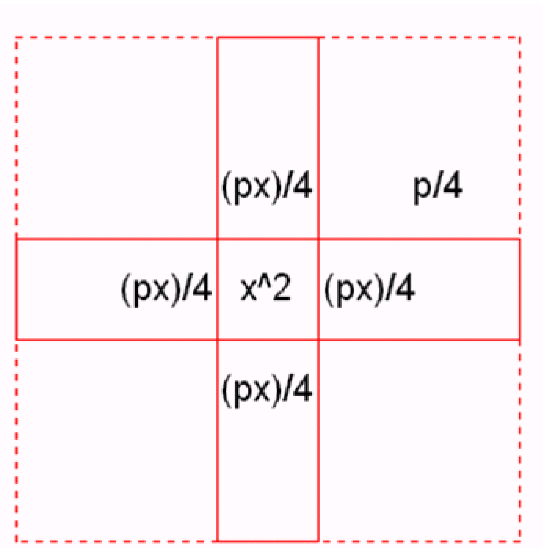


Figura 3.2 – Resolução da equação $x^2 + px = q$.

Um quadrado central de lado "x" e quatro retângulos (lados "x" e "p/4") apoiados nos lados do quadrado central. Completa-se então essa figura com quatro quadrados de lado "p/4" para que forme um quadrado perfeito de lado "(x + p/2)".

Assim, podemos partir da equação $x^2 + px = q$ e adicionar nos dois lados o valor $\frac{4p^2}{16}$ encontrando $x^2 + px + \frac{4p^2}{16} = q + \frac{4p^2}{16}$. Pelo recurso geométrico, Al – Kowarizmi concluiu:

$$\left(x + \frac{p}{2}\right)^2 = q + \frac{4p^2}{16}$$

$$x = - \frac{p}{2} \pm \sqrt{q + \frac{4p^2}{16}}$$

De acordo com Boyer (1), analisando a obra *Álgebra* de Al – Khowarizmi e a obra *Necessidades Lógicas em Equações Mistas* de Abd-Al-Hamid Ibn-Turk que era parte de um livro sobre Al-jabr wa ´l muqabalah que, por sua vez, era muito semelhante ao *Álgebra*, os capítulos preservados de *Necessidades Lógicas* fornecem figuras geométricas para provar que, se o discriminante é negativo, uma equação quadrática não tem solução. Nas duas obras ainda é tratado o mesmo exemplo ilustrativo de $x^2 + 21 = 10x$.

É importante destacar do mundo árabe o algebrista e trigonômetra Abu´l - Wefa. Ele comentou a *Álgebra* e traduziu do grego um dos últimos grandes clássicos – a *Arithmetica* de Diofante. Seu sucessor, Al-Karkhi, seguiu o costume árabe de dar provas geométricas para equações quadráticas mas não se limitou a elas, recebendo os créditos das primeiras soluções de equações $ax^{2n} + bx^n = c$ com grau superior a dois.

Destacando os matemáticos hindus, há vários nomes deles que são conhecidos, porém não se sabe de obras além de pequenos fragmentos.

Carl B Boyer (1) citando um deles, chamado Aryabhata, destaca uma obra como sendo de grande relevância (comparada à *Os elementos* de Euclides) intitulada *Aryabhatiya* que trata de astronomia e matemática. O estudioso árabe Al-Biruni, meio milênio mais tarde, caracterizou a matemática hindu como uma mistura de pedregulho e cristal valioso que se adequa bem á *Aryabhatiya*, visto a grande quantidade de erros misturados a uma coletânea de situações simples e complexas de grande valia.

Em *Aryabhatiya* foi tratado, por exemplo, de regras arbitrárias para achar a soma dos termos de uma progressão e determinar o número de termos de uma progressão. Uma delas é a seguinte: “Multiplique-se a soma da progressão por oito vezes a razão, some-se o quadrado da diferença entre duas vezes o primeiro termo e a razão, extraia-se a raiz quadrada disso, subtraia-se duas vezes o primeiro termo, divida-se pela razão, some-se um, divida-se por dois. O resultado é o número de termos.” Proposta complicada que nem o autor justifica em sua obra. A provável solução é por equação quadrática aprendida na Mesopotâmia ou Grécia.

Também entre os hindus, destaca-se Brahmagupta que em 628 d.C, que segundo Berriman (7), descreveu das seguinte maneira a solução de uma equação quadrática:

"Ao número absoluto multiplicado por quatro vezes o coeficiente do quadrado, some o quadrado do coeficiente do termo médio. A raiz quadrada do mesmo, menos o coeficiente do termo médio, se dividido por duas vezes o coeficiente do quadrado é igual ao termo médio."

De acordo com Trovon (2), nessa época, essas soluções eram colocadas em forma de algoritmo e sem escrita algébrica (fórmulas). Na atualidade, de acordo com as explicações de Brahmagupta, teria-se $bx = \frac{\sqrt{4ac + b^2} - b}{2a}$ para uma equação no formato $ax^2 + bx = c$ sendo "c" o chamado valor absoluto.

Ainda entre os hindus, merece um destaque muito especial o matemático Bháskara (século XII) que tem no tratado intitulado *Lilavati* seu principal trabalho. Bháskara, segundo Boyer (1), nesse tratado, enfatiza muito o fato de que os problemas podem apresentar soluções que não são viáveis mesmo que algebricamente encontradas e faz isso abordando equações lineares e quadráticas.

3.3) Idade Moderna e Contemporânea

Já em pleno Renascimento, destaca-se o matemático Regiomantanus (século XV – Europa). Fazendo uma comparação entre ele e Euclides, o segundo optava por problemas com dados em quantidades gerais, já ele, dava a seus segmentos valores numéricos específicos para que a partir desse caso concluísse uma solução geral. Invariavelmente ele recorria às resoluções de equações quadráticas. Ele tomava uma parte como sendo "a coisa" e depois resolvia pela regra da "a coisa" ao "quadrado", ou seja, equação quadrática.

Ainda no Renascimento, no século XVI, Luca Pacioli escreveu a *Summa* (abreviação de *Summa de aritmética, geométrica, proportioni e proportionalita*) que, de acordo com relato de Carl B Boyer (1), era um resumo de obras não publicadas que o autor escrevera antes, bem como do conhecimento geral da época. Na seção sobre álgebra, há a resolução usual de equações lineares e quadráticas.

Entrando na época "Pré-Matemática Moderna", destaca-se François Viéte (viveu nos séculos XVI e XVII) que pecou apenas em não adotar uma boa simbologia para as equações que tratou. De acordo do Boyer (1), A^2 era tratado como A*quadratus* e A^3 como A*cubus*, por exemplo. Sua álgebra foi exposta na *Isogoge* impressa em 1591 e várias outras obras só aparecerem após sua morte.

Dentre as grandes colaborações de Viéte, destaca-se a transformação da equação cúbica $x^3 + 3ax = b$ em uma quadrática inserindo o valor de y definido por $y^2 + xy = a$.

Viéte também percebeu algumas das relações entre as raízes e os coeficientes de uma equação. Ele percebeu, por exemplo, que se $x^3 + b = 3ax$ tem duas raízes positivas, x_1 e x_2, então $3a = x_1^2 + x_1x_2 + x_2^2$ e $b = x_1x_2^2 + x_2x_1^2$ que, mais tarde, Girard na obra *Invention nouvelle em I´algebre* (1629) enunciou claramente a relação entre as raízes e os coeficientes de uma equação para qualquer grau.

Chega-se então em René Descartes com sua obra *La geometrie* de 1637, Livro I, em qual detalhou a resolução de equações quadráticas não no sentido algébrico dos antigos babilônios, mas geométrico com método mais próximo dos gregos antigos, segundo Carl B Boyer (1).

Segundo Alexandre Trovon (2), é em "La Géométrie" que tem-se uma fórmula na linguagem e notações semelhantes às que conhecemos hoje. Inclusive, Trovon (2) reforça que, mesmo com alguns autores afirmando que foi Viète quem primeiramente introduziu o simbolismo algébrico que é usado, isso não é de todo verdadeiro. O autor relata que ao pesquisar a obra de Viète observou que, de fato, sua notação algébrica é completamente diferente da nossa.

Em "La Géometrie", para resolver a equação $z^2 = az + b^2$, por exemplo, Rene Descartes propôs o seguinte:

Considere os passos citados baseando-se na figura a seguir:

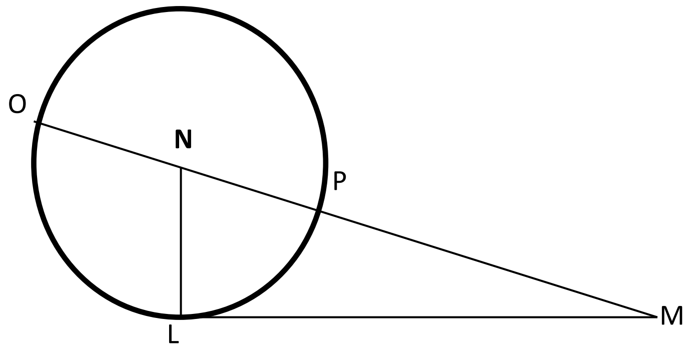


Figura 3.3 – Resolução geométrica da equação z^2=az + b^2

Inicia-se traçando o segmento $\overline{LM}$, tal que, $\overline{LM} = b$. Em seguida é traçado o segmento $\overline{NL} = \frac{a}{2}$, tal que $\overline{NL}$ é perpendicular a $\overline{LM}$.

Considerando o círculo de centro N e raio $\frac{a}{2}$, traça-se então a reta que passa pelos pontos M e N interceptando a circunferência nos pontos O e P permitindo a definição do segmento $z = \overline{OM}$.

Aplicando o Teorema de Pitágoras no triângulo, encontra-se a equação $z^2 = az + b^2$ mostrando que a solução dela é valor da medida encontrada no segmento $\overline{OM}$.

Cada região do mundo, em épocas distintas com pessoas de igual importância, seja utilizando resultados anteriormente encontrados ou não, colaboraram para a simplicidade que o assunto é tratado hoje.

A origem, o contexto histórico e a ciência do envolvimento de tantas pessoas intelectualmente privilegiadas conduzem à valorização ainda mais aquilo que hoje é ensinado em nossas escolas e em nossa sociedade.

O passar dos anos não fez a resolução de equação quadrática entrar em desuso. São várias as situações reais nas quais a resolução faz-se necessária e isso pode e deve ser levado para a sala de aula.

Situações profissionais ou do cotidiano vinculam o aluno ao conteúdo favorecendo o aprendizado, pois gera um clima motivacional para a compreensão do conteúdo de equações quadráticas.

3.4) A Fórmula Atual

Segundo o texto de Kátia Dutra (8), não se sabe o motivo pelo qual foi dado o nome de Fórmula de Bháskara para a atual fórmula de resolução de uma equação quadrática. Destaque ao comentário no mesmo texto que essa nomenclatura para a fórmula é restrita ao Brasil.

A primeira vez que essa fórmula apareceu por escrito em uma literatura matemática foi em 1896 no artigo de Henry Heaton (7) mostrado na imagem a seguir:

A METHOD OF SOLVING QUADRATIC EQUATIONS.

By Prof. HENRY HEATON, M. Sc., Atlantic, Iowa.

Let it be required to solve the equation

$$ax^2+bx+c=0 \quad \ldots\ldots\ldots (1).$$

Transposing the middle term we have

$$ax^2+c=-bx \quad \ldots\ldots\ldots (2).$$

Squaring, $a^2x^4+2acx^2+c^2=b^2x^2$ .... (3).

Subtracting $4acx^2$, $a^2x^4-2acx^2=(b^2-4ac)x^2$ .... (4).

Extracting the square root, $ax^2-c=\pm(\sqrt{b^2-4ac})x$ .... (5).

Adding equation (2), $2a^2x^2=(-b\pm\sqrt{b^2-4ac})x$ .... (6).

Whence $x=\dfrac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$.

4) CONSIDERAÇÕES FINAIS

Disse *Francisco de Assis*:

"Comece fazendo o que é necessário, depois o que é possível,e de repente você estará fazendo o impossível"

Com cronograma e calendário escolar brasileiros, pensa-se ser impossível trabalhar nas salas de aula do Ensino Fundamental e do Ensino Médio, tanto público como privado, o contexto histórico de Equações Quadráticas com a abordagem que merecem.

Pensa-se ser possível, dentro dessa realidade, com adaptações, criatividade e com a utilização de métodos não necessariamente classificados como pedagógicos ou didáticos, gerar algum interesse por alguma literatura, por algum veículo digital de comunicação ou, nem que por um pequeno momento dentro do calendário, realizar uma explanação, mesmo que superficial, de tudo aquilo que envolve o contexto histórico de Equações Quadráticas.

Considera-se necessário mostrar para a sociedade que no dia a dia há muitos momentos e muitas pessoas que trabalham com Equações Quadráticas de forma efetiva e que, por isso, trata-se de um assunto relevante da programação escolar. Fazendo isso de forma que gere interesse e identificação, o aprendiz dispõe-se a trabalhar com as resoluções conscientes dos significados que cada situação representa, desde alguma fórmula de resolução até os valores numéricos encontrados.

De acordo com Wlasta Gasperi e Edilson Pacheco (6), será reescrito e comentado algumas das sugestões de trabalho (já realizados) em sala de aula comprovando viabilidade do trabalho histórico.

"ATIVIDADE II – Projeto de Contação de Histórias (da Matemática):

Nessa atividade mensal, cada dupla de aluno recebeu uma reportagem de uma revista de circulação mensal (Revista Galileu – Editora Globo. São Paulo. 1998 – 2007), a qual contém uma seção sobre um breve tópico da história da matemática. Após a leitura, interpretação e discussão do texto, os alunos fizeram o relato escrito do que leram e, na sequência, contaram para a turma.

COMENTÁRIO: Essa proposta pode ser realizada conforme esse artigo foi estruturado. Os grupos podem ser divididos cronologicamente tornando interessante a apresentação dos trabalhos com a mesma sequência. Ou então dividir os grupos por regiões geográficas e, nesse caso, a apresentação com cada grupo portando vestimentas que caracterizam a respectiva região, faria de cada exposição um momento de comprometimento dos discentes, enriquecimento cultural e construção do conhecimento de forma ímpar.

ATIVIDADE III – Resolução de problemas históricos:

Foram trabalhados "enigmas" como a lápide de Diofante (Enigma de Diofante: problema algébrico que fornece dados sobre a vida dele apresentada numa dedicatória gravada em seu túmulo, escrita por Hipatia. - GUELLI, 1994, v.2, p.6), o desafio da Índia Antiga (Problema algébrico do tipo "qual é o número que" envolvido em várias operações aritméticas resultava num determinado valor. - GUELLI, 1994, v.2, p.33) e o problema da Babilônia (Problemas encontrados em textos babilônicos, cerca de 4000 anos atrás como: "Se a uma pedra juntamos 1/7 do seu peso e em seguida mais 1/11 desde total, obtemos uma mina. Qual é o peso da pedra de Gin?" - GUELLI, 1994, v.2, p.36). Foi proposto aos alunos que explicassem os seus procedimentos de resolução.

COMENTÁRIO: A opção dada por Wlasta Gasperi e Edilson Pacheco (6) de usar a lápide de Diofante é excelente. Fica também a sugestão de, dividindo a sala em grupos, propor um problema diferente para cada grupo. Além do Enigma de Diofante, pode ser usado a Tableta de Yale (citada nesse artigo – página 08) para outro grupo, enquanto outro trabalha com o problema dos Babilônios (também citado nesse artigo - página 07) e, dependendo da série dos alunos, encaminhar a resolução tanto na base decimal como sexagesimal. Há a possiblidade também de outra equipe tratar das situações colocadas por Euclides na geometria (exemplo nesse artigo na página 10). Outra situação interessante é a de Apolônio de Perga (citado nesse artigo na página 11) que poderá ser usado por outro grupo.

ATIVIDADE IV – Textos históricos para introdução de um conteúdo:

O professor organizou textos sobre a construção histórica dos conceitos a serem trabalhados, segundo o plano de ensino da série, como: sistema de numeração decimal, funções, matrizes e determinantes, matemática financeira, análise combinatória, etc.

Como por exemplo: "Construção histórica do conceito de função, apresentado no material didático – Folhas (material didático com produções de conteúdos disciplinares, produzido pelo professor PDE) – produzido, para a 1ª série do ensino médio. Apresentou-se esse material para leitura, interpretação e debate sobre o contexto temporal e abordando os nomes que contribuíram para que se chegasse ao atual conceito, fórmulas, métodos para resolução dos conteúdos trabalhados."

COMENTÁRIO: Com base naquilo que foi apresentando nesse artigo, para essa atividade sugere-se o exemplo citado da obra *Álgebra* de Al – Khowarizmi (intitulado o Pai da Álgebra) na página 12. Entregando aos alunos um texto impresso com o exemplo e propondo a compreensão e a interpretação do mesmo, pode ser uma excelente maneira de iniciar métodos de resolução de equação quadrática com um embasamento histórico satisfatório e interessante. Pode ser uma estratégia que retiraria o estigma das resoluções como sendo uma fórmula a ser decorada e traria para uma situação de raciocínio construído.

5) CONCLUSÃO

O objetivo do artigo foi mostrar as várias culturas em várias épocas com seus respectivos desafios e recursos que influenciaram no estudo das Equações Quadráticas e ainda sugerir maneiras de conduzir esse assunto nas escolas atualmente.

Assim como cada cultura, fase por fase, foi contribuindo para esse estudo, é possível a fase atual dar sua contribuição nesse processo.

Retornar às origens mostrando as aplicações que se tem hoje, com certeza, muito contribuirá se focarmos na efetividade futura do que está sendo ensinado em salas de aula hoje.

Com isso, de forma sintética, propõe-se um trabalho de Equações Quadráticas, seguindo a sequência de prioridades proposta por Francisco de Assis e com a crença pessoal, mas não solitária, que o impossível é uma realidade viável.

6) REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

1) BOYER, Carl B. **História da Matemática**. 2ª Edição. Editora Edgard Blücher Ltda. São Paulo, 1996.
2) TROVON, Alexandre. **A Equação Quadrática**. Curitiba, 2012. Departamento de Matemática UFPR.
3) LUCCI, Elian Alabi. **Conhecer a História para Entender o Nosso Tempo**. Disponível em <http://www.hottopos.com/videtur/elian.htm >. Acesso em 28/04/2014 22h:32min
4) GONÇALVES, Carlos Henrique Barbosa, **Tabletes Matemáticos Cuneiformes e a Questão da Materialidade** – Disponível em < www.each.usp.br/ >. Acesso em 15/06/2104 15h:17min
5) EVES, Howard. **Introdução à História da Matemática**. 5ª Edição. Editora da Unicamp. Capinas – SP , 2011.
6) GASPERI, Wlasta N. H. & PACHECO, Edilson Roberto, **A História da Matemática como Instrumento para a Interdisciplinaridade na Educação Básica** – Disponível em <http://www.diaadiaeducacao.pr.gov.br/portals/pde/arquivos/701-4.pdf >. Acesso em 26/07/2014 10h55min
7) BERRIMAN, A.E, **The Mathematical Gazette.** Vol. 40. No. 333 (Oct, 1956). pp. 185-192. Disponível em http://www.jstor.org/discover/10.2307/3608807?uid=3737664&uid=2134&uid=2&uid=70&uid=4&sid=21104076541241 . Acesso em 21/08/2014 21h50min.
8) DUTRA, Kátia, **A Falsa Fórmula de Bháskara** – Disponível em < http://pnld.moderna.com.br/2012/03/28/a-falsa-formula-de-bhaskara/>. Acesso em 21/08/2014 21h55min.