

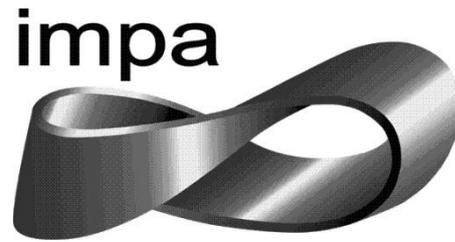
Cassio Roberto Machado Benite

**Um experimento envolvendo o uso
de calculadoras gráficas em uma
escola pública**

TRABALHO DE CONCLUSÃO DE CURSO

**INSTITUTO DE MATEMÁTICA PURA E
APLICADA**

**Rio de Janeiro
Março de 2013**



Cassio Roberto Machado Benite

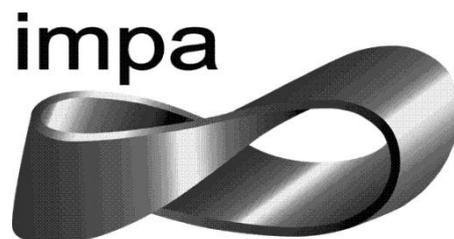
**Um experimento envolvendo o uso de
calculadoras gráficas em uma escola pública**

Trabalho de Conclusão de Curso

Trabalho apresentado ao Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional (PROFMAT) do IMPA como requisito parcial para obtenção do grau de Mestre em Matemática. Aprovado pela Comissão Examinadora abaixo assinada.

Orientador: Prof. Dr. Paulo Cezar Pinto Carvalho

Rio de Janeiro
Março de 2013



CASSIO ROBERTO MACHADO BENITE

**“UM EXPERIMENTO ENVOLVENDO O USO DE
CALCULADORAS GRÁFICAS EM UMA ESCOLA PÚBLICA”.**

Trabalho apresentado como requisito parcial para obtenção do grau de Mestre pelo Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional (PROFMAT) do IMPA. Aprovado pela Comissão Examinadora abaixo assinada.

Prof. Dr. Paulo Cezar Pinto Carvalho
Orientador
IMPA

Prof. Dr. Victor Augusto Giraldo
Banca Examinadora
UFRJ

Prof. Dr. Roberto Imbuzeiro Oliveira
Banca Examinadora
IMPA

Rio de Janeiro, 01 de março de 2013

Dedico este trabalho à minha mãe Vera, ao meu pai José Roberto, à
minha esposa Isabella e aos meus irmãos Claudio e Aline.

AGRADECIMENTOS

AGRADECIMENTOS ACADÊMICOS:

Prof. Paulo Cezar Pinto Carvalho (orientador)

Prof. Victor Augusto Giraldo (componente da banca examinadora)

Prof. Roberto Imbuzeiro Oliveira (componente da banca examinadora)

AGRADECIMENTOS ADMINISTRATIVOS:

Aos funcionários e alunos do Colégio Estadual Miguel Couto e aos alunos da Escola Britânica do Rio de Janeiro.

AGRADECIMENTOS PESSOAIS:

Alan Henriques de Sá

Aos meus colegas de Mestrado.

AGRADECIMENTOS INSTITUCIONAIS:

CAPES – Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior

IMPA – Instituto Nacional de Matemática Pura e Aplicada

Resumo

Benite, Cassio Roberto Machado; Carvalho, Paulo Cezar Pinto (Orientador). **Um experimento envolvendo o uso de calculadoras gráficas em uma escola pública**. Rio de Janeiro, 2013. 39p. Trabalho de Conclusão de Curso – IMPA.

O principal objetivo deste trabalho é avaliar o desempenho de alunos brasileiros de ensino médio de uma escola pública com relação ao uso de calculadoras gráficas em uma aula de matemática. São estes alunos capazes de usar a calculadora com desembaraço? O uso da calculadora pode aumentar o interesse nas aulas de matemática? A matemática pode ficar mais fácil de ser entendida? Para tanto, atividades relacionadas aos assuntos que estavam sendo estudados foram desenvolvidas com turmas do 2º e 3º anos do ensino médio do Colégio Estadual Miguel Couto, situado na cidade de Duque de Caxias, Estado do Rio de Janeiro. Para a turma do 2º ano foi elaborada uma atividade sobre operações com matrizes, cálculo de determinantes e resolução de sistemas lineares. Neste caso, os alunos foram estimulados a usar a matemática como ferramenta para entender a tecnologia. Os exercícios propostos tinham como objetivo levar os alunos a entender o funcionamento da calculadora. Para a turma do 3º ano foi elaborada uma atividade sobre funções afins. Neste caso, os estudantes fizeram uso da tecnologia como ferramenta para aprender matemática, manipulando a calculadora para inserir funções, obter tabelas e respectivos gráficos na tela, com o principal objetivo de entender a influência dos coeficientes angular e linear. Para efeito de comparação, foi também assistida uma aula de matemática na escola britânica em que a calculadora gráfica foi utilizada.

Palavras-chave

Calculadoras gráficas, ensino médio, escola pública, aprendizagem, matemática, tecnologia.

Abstract

Benite, Cassio Roberto Machado; Carvalho, Paulo Cezar Pinto (Orientador). **An experiment involving the use of graphing calculators in a public school**. Rio de Janeiro, 2013. 39p. Course Completion Work – IMPA.

The main objective of this study is to evaluate the performance of Brazilian students in a public high school regarding the use of graphing calculators in a mathematics class. Are these students able to use the calculator easily? Can the use of calculator increase interest in mathematics classes? Can mathematics be more easily understood? Therefore, activities related to topics that were being studied were developed with the 2nd and 3rd year high school classes in Colégio Estadual Miguel Couto, located in the city of Duque de Caxias, State of Rio de Janeiro. For the 2nd year class was prepared an activity on matrix operations, calculation of determinants and solving linear simultaneous equations. In this case, students were encouraged to use mathematics as a tool to understand the technology. The proposed exercises were intended to lead students to understand the resources of the calculator. For the 3rd year class was developed an activity related to functions. In this case, students made use of technology as a tool for learning mathematics by manipulating the calculator to insert functions, get tables and related graphs on the screen, with the main purpose of understanding the influence of gradient and y-intercept. For comparison purposes, a lesson was attended at Escola Britânica where the graphing calculator was used.

Keywords

Graphing Calculators, high school, public school, learning, mathematics, technology.

Sumário

1	Introdução	1
1.1.	O uso de calculadoras em escolas	1
1.2.	O uso de calculadoras gráficas em escolas internacionais	5
1.3.	O objetivo deste trabalho	8
2	Possibilidades de uso da calculadora gráfica	10
3	O uso da calculadora gráfica no 2º ano do ensino médio	17
4	O uso da calculadora gráfica no 3º ano do ensino médio	21
5	Uma aula na Escola Britânica com calculadoras gráficas	27
6	A análise das experiências	29
7	Conclusão	40
8	Bibliografia	43

1 Introdução¹

1.1. O uso de calculadoras em escolas

Em diversos países, em particular em países do primeiro mundo, as calculadoras científicas e gráficas vêm sendo implantadas de forma obrigatória no cotidiano escolar, em parte devido ao grande avanço e disponibilidade de recursos tecnológicos que vem ocorrendo, especialmente nas duas últimas décadas. Tal movimento tem suscitado opiniões diversas quanto a real necessidade de sua utilização: uns concordam que o mundo moderno exige e cada vez mais exigirá dos cidadãos a capacidade de se utilizar tecnologia para resolver problemas; outros acham que o uso “precoce” da calculadora na escola pode ser um empecilho ao real aprendizado da matemática.

Segundo Tall (2001), nem sempre o uso das calculadoras e computadores tem sido bem sucedido. O manuseio das calculadoras em todas as aulas poderia dificultar a construção mental de relações aritméticas por parte dos alunos, pois eles iriam efetuar cálculos sem ter que pensar. Mas, bem usadas, as calculadoras podem ser muito benéficas.

Em nosso país essa discussão existe, mas, efetivamente, parece não haver qualquer possibilidade de se ter, em todas as nossas escolas, públicas e privadas, o uso da calculadora como um instrumento disponível e de apoio aos alunos para a aquisição dos conceitos matemáticos julgados importantes para todos os cidadãos.

Como um primeiro indicativo dessa tendência ao não uso de calculadoras, pode-se apontar os vestibulares das principais universidades brasileiras, onde é proibido o seu uso. Se a razão para isso for o fato de que nem todos os brasileiros podem comprar uma calculadora, tal argumento é, pelo menos, contraditório, uma vez que o candidato, ao ser aprovado em uma universidade pública, será obrigado a dispor de uma calculadora científica se for fazer, por exemplo, um curso de Engenharia, não importando se ele tem condições financeiras ou não de adquiri-la.

¹ Em colaboração com Alan Henriques de Sá

Além disso, parece ainda haver resistências por parte dos professores ao uso desse recurso em sala de aula, talvez por terem sido estudantes de escolas onde sempre estudaram sem calculadoras. No entanto, não há como negar a importância dessa máquina para quaisquer profissionais, das mais diversas áreas em todos os níveis: advogados, médicos, auxiliares de escritório, operadores de caixas de supermercado, dentre muitos outros, que dependem de máquinas de calcular para facilitar e otimizar o trabalho.

Segundo Borba & Selva (2009), concepções negativas a respeito do uso da calculadora por parte dos professores, que preconizavam que o uso desse recurso iria substituir o ensino das operações, ainda não foram completamente superadas. O desconhecimento de possibilidades de uso didático e a escassez de propostas nos livros didáticos de atividades a serem desenvolvidas junto aos estudantes são outros motivos que inibem professores de usarem esse recurso para fins de aprendizado dos estudantes.

Essa relutância ao uso de máquinas que fazem o trabalho antes feito apenas mentalmente não parte apenas dos professores, mas da crença geral do nosso povo de que o bom aluno de matemática é aquele que consegue fazer cálculos mentais (as quatro operações) rápidos e de forma correta. Pais de alunos e a população em geral vêm com certo preconceito a calculadora, acreditando, de certa forma, que o uso dela tornará fácil algo tradicionalmente difícil, porém necessário à vida.

Na realidade, no seu dia-a-dia, o cidadão comum é obrigado a lidar com problemas reais com números que, em geral, são “mal-comportados”, isto é, de difícil e demorado cálculo mental ou manual. Como exemplo, consideremos que uma pessoa que irá comprar um carro financiado pela taxa de 1,27% ao mês em 48 vezes. Essa pessoa, ao decidir se realiza ou não a compra, certamente adotará uma das seguintes opções: ou verifica o cálculo feito pelo vendedor da loja usando uma calculadora ou simplesmente confia no valor apresentado para as parcelas. Dificilmente alguém, mesmo sendo um profissional de nível superior da área de ciências exatas, fará um cálculo como esse usando apenas os velhos lápis e papel.

Diferentemente disso, vê-se na escola uma forçada adaptação da realidade para que os cálculos sejam feitos com números “bem-comportados”. Embora alguns livros didáticos já apresentem problemas onde se recomenda o uso de calculadoras, a maioria dos livros formula problemas irrealistas, com o objetivo de tornar a resolução menos desagradável, com números que tornem os cálculos mais

simples. Um exemplo disso é o estudo da trigonometria que se dá normalmente no 9º ano de escolaridade do ensino fundamental. Na grande maioria dos problemas, os triângulos retângulos só apresentam ângulos de 30°, 45° ou de 60° (além do de 90°), pois são aqueles que apresentam os valores mais simples para seno, cosseno e tangente. Essa adaptação deixa na cabeça dos alunos a seguinte pergunta: e se o ângulo for outro, diferente desses? Tal problema poderia ser evitado se o aluno dispusesse de uma calculadora, que o habilitaria a realizar o cálculo para quaisquer valores de ângulo.

Nos Estados Unidos, as calculadoras gráficas começaram a ser utilizadas em escolas no ensino médio há mais de vinte anos (DOERR & ZANGOR, 2000). O documento *Curriculum and Evaluation Standards for School Mathematics* (NCTM, 1989), recomenda o uso de calculadoras gráficas para oferecer aos estudantes novas abordagens, tais como a utilização de múltiplas representações para a investigação de ideias matemáticas.

Em Portugal, desde o início dos anos oitenta o uso de calculadoras é recomendado para o ensino de matemática. O documento Programa de Matemática do Ensino Básico (PONTE, et al., 2007) reforça essa tendência:

“Ao longo de todos os ciclos, os alunos devem usar calculadoras e computadores na realização de cálculos complexos, na representação de informação e na representação de objectos geométricos. O seu uso é particularmente importante na resolução de problemas e na exploração de situações, casos em que os cálculos e os procedimentos de rotina não constituem objectivo prioritário de aprendizagem, e a atenção se deve centrar nas condições da situação, nas estratégias de resolução e na interpretação e avaliação dos resultados.”

No Brasil, vê-se com bons olhos a iniciativa de se incentivar o uso de computadores nas escolas, com argumento de assim poder preparar melhor as crianças para o mundo adulto, além de ser uma importante ferramenta de pesquisa, tornando a pesquisa em bibliotecas algo do passado. No entanto, quando se fala em usar a calculadora não se nota o mesmo entusiasmo, embora o investimento necessário seja muitíssimo menor.

Os Parâmetros Curriculares Nacionais de Matemática, terceiro e quarto ciclos do ensino fundamental, (BRASIL, 1998), classifica a calculadora como

uma “tecnologia de comunicação” e incentiva o seu uso em sala de aula, conforme o texto a seguir:

“Quanto ao uso da calculadora, constata-se que ela é um recurso útil para verificação de resultados, correção de erros, podendo ser um valioso instrumento de auto-avaliação. A calculadora favorece a busca e percepção de regularidades matemáticas e o desenvolvimento de estratégias de resolução de situações-problema, pois ela estimula a descoberta de estratégias e a investigação de hipóteses, uma vez que os alunos ganham tempo na execução dos cálculos. Assim elas podem ser utilizadas como eficiente recurso para promover a aprendizagem de processos cognitivos.”(BRASIL, 1998)

O documento “Orientações Curriculares para o Ensino Médio” (BRASIL, 2006) também mostra a importância da tecnologia no ensino da matemática:

“Não se pode negar o impacto provocado pela tecnologia de informação e comunicação na configuração da sociedade atual. Por um lado, tem-se a inserção dessa tecnologia no dia-a-dia da sociedade, a exigir indivíduos com capacitação para bem usá-la; por outro lado, tem-se nessa mesma tecnologia um recurso que pode subsidiar o processo de aprendizagem da Matemática. É importante contemplar uma formação escolar nesses dois sentidos, ou seja, a Matemática como ferramenta para entender a tecnologia, e a tecnologia como ferramenta para entender a Matemática.” (BRASIL, 2006)

1.2.

O uso de calculadoras gráficas em escolas internacionais

Um dos membros do grupo que elaborou este trabalho, Alan, é professor da Escola Britânica (*The British School of Rio de Janeiro*). É uma escola credenciada pelo CIS (*Council of International Schools*), ou seja, é uma escola denominada internacional. Existem, atualmente, em diversos países, escolas internacionais bilíngües, onde as aulas são ministradas no idioma inglês, com o principal objetivo de preparar os alunos para que possam ter condições de estudar em qualquer universidade do mundo. Para poder alcançar esse objetivo, o currículo escolar segue dois programas internacionais: o IGCSE (*International General Certificate of Secondary School*) e o IB (*International Baccalaureate*).

O primeiro é coordenado pela Universidade de Cambridge, na Inglaterra. Após dois anos de preparação (9º ano do ensino fundamental e 1º ano do ensino médio), os alunos são submetidos a exames de todas as disciplinas, onde recebem conceitos de A até F. Confere-se o certificado ao aluno que for aprovado com o conceito mínimo C.

O segundo, também com dois anos de duração (2º e 3º anos do ensino médio), é coordenado pelo IBO (*International Baccalaureate Organization*), um órgão especializado em educação internacional, situado em Cardiff, País de Gales. Neste, o aluno estuda algumas disciplinas em caráter obrigatório (dentre elas a Matemática) e elege um conjunto de disciplinas com vistas a sua preparação para a Universidade. Ao final do curso, o aluno realiza exames das disciplinas que estudou, e em caso de aprovação, recebe um diploma e uma pontuação que, se for expressiva, o habilita a estudar em qualquer uma das diversas universidades do mundo que aceitam o IB como uma referência acadêmica.

O IB oferece matemática aos alunos em dois níveis: *Higher Level* e *Standard Level*, este último com duas opções, chamadas *Standard Level* e *Standard Level Studies*. Dessa forma, são três cursos com programas distintos. O curso *Higher Level* visa preparar os alunos para os cursos superiores na área de exatas, por isso assuntos como cálculo diferencial e integral, probabilidades e geometria analítica são estudados de forma aprofundada. Já os outros dois cursos têm por objetivo preparar os alunos para os cursos superiores das demais áreas, e,

embora estudem assuntos como cálculo diferencial e integral, o fazem de forma superficial.

Tanto no IGCSE como no IB, o aluno é preparado para dois tipos de exames de matemática: um sem auxílio da calculadora e outro em que aluno é avaliado, dentre outras coisas, na capacidade de usar uma calculadora gráfica como a da Figura 1 para a resolução de problemas. Em todos os exames, as questões são discursivas, nunca objetivas. No entanto, quando as questões podem ser resolvidas com o auxílio da calculadora, não é necessário indicar como o resultado foi obtido nem a sequência de teclas que foi utilizada. Basta apenas escrever o resultado. Em alguns casos, o aluno pode fazer os cálculos manualmente, mas, em geral, o tempo gasto é muito maior.

Na verdade, existem no mercado diversos modelos de diferentes fabricantes (Casio, Texas Instruments, HP, dentre outras), mas apenas alguns desses modelos podem ser utilizados. De um modo geral, as calculadoras gráficas que possuem CAS (*Computer Algebra System*) não podem ser utilizadas em exames porque são dotadas de um sistema que permite o trabalho com expressões simbólicas. Por exemplo, estas calculadoras são capazes de simplificar equações, encontrar a expressão para a derivada de uma função, dentre outras possibilidades.

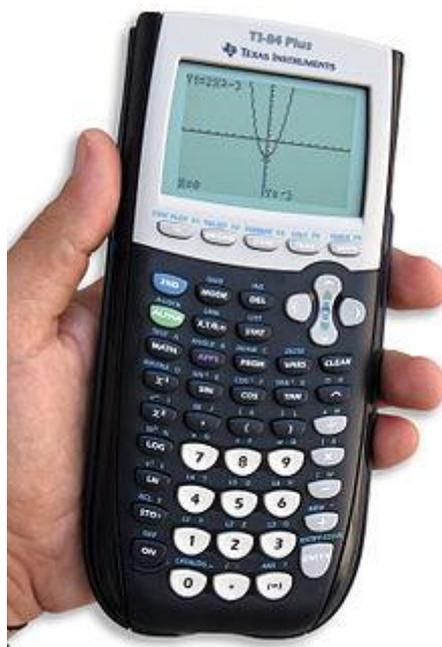


Figura 1

Apesar de ser normalmente chamada “calculadora gráfica”, esta máquina não se restringe apenas a desenhar gráficos. Com ela, diversos cálculos matemáticos podem ser feitos, tais como operações com matrizes, cálculos de determinantes, cálculos de estatística, probabilidades, sequências de números reais, operações com números complexos, resolução de equações, planilhas eletrônicas, etc.

Em um estudo publicado em 2006, Idris encoraja o uso de calculadoras gráficas em razão das possibilidades que elas oferecem:

“The use of TI-84 Plus graphing calculators is one of the avenues that can inject new excitement and enthusiasm into the mathematics teaching and learning process. One of the important criteria is that mathematics encourages logical thinking among students. Graphing calculator has the ability to draw and analyze graphs, carry out complex computations, numerically solve equations, perform matrix arithmetic, statistical analysis and plotting a graph.” (IDRIS, 2006)

Na Escola Britânica, cada aluno deve possuir sua própria calculadora a partir do 9º ano de escolaridade, sendo parte de seu material para as aulas de matemática. Em geral, os alunos têm grande interesse em aprender usar a calculadora. Quando algum novo assunto está sendo estudado, é comum a pergunta: “Como se faz isso na calculadora?”. Ainda assim, é preciso dizer que nem todos usam a calculadora com grande interesse. Alguns perguntam: “Como vou fazer no vestibular?”.

1.3. O objetivo deste trabalho

O principal objetivo deste trabalho é avaliar o desempenho de alunos brasileiros de ensino médio de uma escola pública com relação ao uso de calculadoras gráficas em uma aula de matemática. São estes alunos capazes de usar a calculadora com desembaraço? O uso da calculadora pode aumentar o interesse nas aulas de matemática? A matemática pode ficar mais fácil de ser entendida? Estas são algumas das perguntas que procuraremos responder.

Para tanto, atividades relacionadas aos assuntos que estavam sendo estudados foram desenvolvidas com turmas do 2º e 3º anos do ensino médio do Colégio Estadual Miguel Couto, situado na cidade de Duque de Caxias, onde outro membro do grupo que elaborou este trabalho, Cassio, é professor. É uma escola pequena, com poucas salas de aula, mas que se encontra em ótimas condições de funcionamento. As turmas de ensino médio estudam no turno da noite, com poucos alunos fora da faixa etária considerada normal.

Um conjunto de doze calculadoras gráficas foi cedido pela Escola Britânica, permitindo que os alunos trabalhassem em duplas e, em alguns poucos casos, em grupos de três. As orientações para atividades foram conduzidas pelos membros do grupo com o auxílio do *software TI-SmartView*, da Texas Instruments (Figura 2), que é um emulador da calculadora gráfica TI-84. O colégio dispõe de um projetor multimídia e, assim, os alunos puderam visualizar os procedimentos para aprender a usar a calculadora.

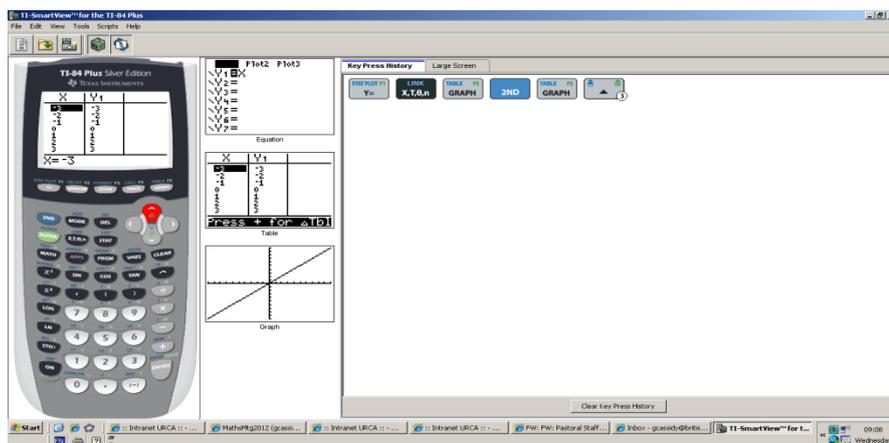


Figura 2

No endereço eletrônico <http://calculadorasgraficas.shutterfly.com>, podem ser vistos mais detalhes das atividades desenvolvidas no Colégio Estadual Miguel Couto, bem como fotos e outras informações importantes sobre o uso de calculadoras gráficas em sala de aula.

2

Possibilidades de uso da calculadora gráfica²

O uso da calculadora gráfica, dadas as suas potencialidades, altera de modo significativo os métodos de ensino e, conseqüentemente, a forma como os estudantes aprendem matemática. Segundo Dick (1992), em muitas situações, o uso recorrente de lápis e papel em detrimento ao uso da calculadora gráfica traz várias desvantagens:

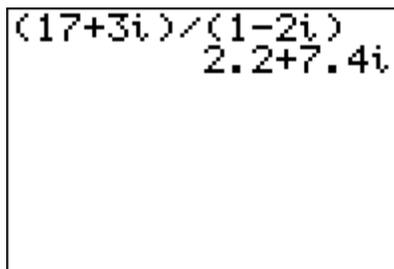
- tempo gasto de forma desnecessária com cálculos longos e que poderia ser aproveitado para a realização de atividades mais importantes, tais como a exploração e a compreensão de novos conceitos;
- monotonia na repetição de passos, provocando desmotivação nos alunos que já dominam o assunto e o desinteressam daqueles que percebem que nunca dominarão os processos de resolução, mesmo que os professores os incentivem; e
- formação da opinião de que a Matemática não passa de um conjunto de regras mágicas e fórmulas a serem aplicadas em situações pré-estabelecidas.

Com isso, é fundamental que os professores conheçam as potencialidades e também as limitações desse recurso. Seguem abaixo alguns exemplos de possibilidades de uso da calculadora gráfica. Na maioria dos casos, os principais benefícios são o *alívio da carga de operacionalização e conferência/comparação/confronto de resultados obtidos por outros procedimentos de cálculo* (BORBA & SELVA, 2009).

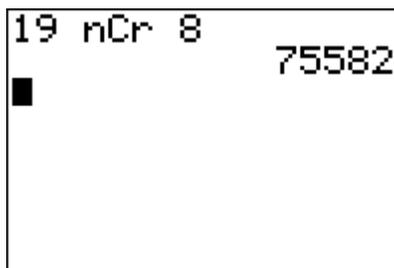
1. *Operações com números complexos*: suponha que o cálculo a ser

realizado seja $\frac{17 + 3i}{1 - 2i}$. Utilizando a calculadora gráfica obtemos

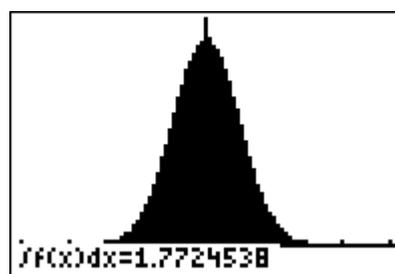
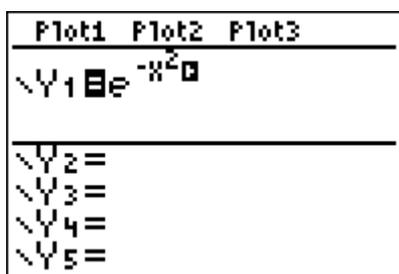
² Em colaboração com Alan Henriques de Sá



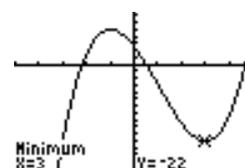
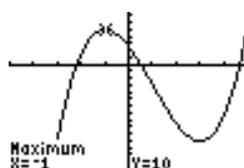
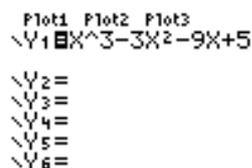
2. Análise combinatória: o valor de C_{19}^8 pode ser facilmente obtido.



3. Integrais definidas: o valor de $\int_{-4}^4 e^{-x^2} dx$, que não pode ser facilmente obtido com “lápiz e papel”.



4. Pontos de máximo e mínimo de uma função: quais os pontos de máximo e mínimo da função $f(x) = x^3 - 3x^2 - 9x + 5$?



Estes são apenas alguns exemplos, mas as possibilidades são inúmeras. Assim, além de mudanças na forma como se ensina matemática, o uso da calculadora gráfica modifica a forma como os alunos são avaliados. As questões devem ser elaboradas de forma inteligente e criativa, verificando se o aluno

conhece os conceitos estudados e se consegue escolher uma estratégia adequada para a resolução do problema, incluindo aí os recursos da calculadora.

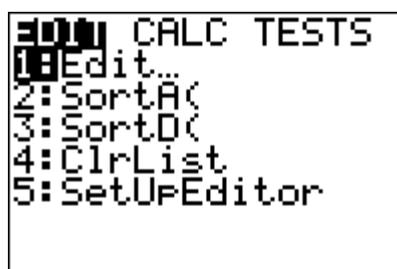
Os exames do IB, ao longo de vários anos, têm dado vários exemplos de questões interessantes que. Como exemplo, considere a 2ª questão do exame do IB *Standard Level Studies*, de maio de 2011:

“2. A tabela abaixo mostra a distribuição de frequência do número de obturações dentárias em um grupo de 25 crianças.

Número de obturações	0	1	2	3	4	5
Frequência	4	3	8	q	4	1

- (a) Ache o valor de q . [2 pontos]
- (b) Use sua calculadora gráfica para encontrar
- a média aritmética do número de obturações;
 - a mediana do número de obturações;
 - o desvio-padrão do número de obturações. [4 pontos]”

Para encontrar a resposta da parte (a), é óbvio que o resultado pode até ser encontrado mentalmente, nesse caso $q = 5$. Não seria necessário usar a calculadora para isso. Para encontrar as respostas da parte (b), é esperado que o aluno utilize os recursos da calculadora gráfica. Para essa questão, por exemplo, é preciso que se armazenem os dados da tabela na calculadora apertando, inicialmente, a tecla “STAT” e, em seguida, a tecla “1” para selecionar “Edit”.



L1	L2	L3	1
██████	-----	-----	
L1(1) =			

Assim, inserindo os valores referentes aos números de obturações na lista L_1 e os valores relativos às frequências na lista L_2 , a calculadora mostrará a seguinte tela:

L1	L2	L3	Z
0	4	-----	
1	2		
2	1		
3	1		
4	1		
5	1		
-----	-----		
L2(?) =			

Agora, pressionando novamente “STAT” e selecionando o menu “CALC”, basta apertar a tecla “1” para escolher “1-Var Stats”.

```

EDIT  [MODE] TESTS
[1] 1-Var Stats
[2] 2-Var Stats
[3] Med-Med
[4] LinReg(ax+b)
[5] QuadReg
[6] CubicReg
[7] QuartReg

```

```

1-Var Stats L1,L
Z

```

Por fim, informando as listas L_1 e L_2 , nessa ordem, e pressionado a tecla “ENTER”, os resultados dos cálculos aparecem na tela. Pressionando as setas direcionais para baixo, é possível ver todos os resultados procurados.

```

1-Var Stats
x̄=2.2
Σx=55
Σx²=169
Sx=1.414213562
σx=1.385640646
↓n=25

```

```

1-Var Stats
↑n=25
minX=0
Q1=1
Med=2
Q3=3
maxX=5

```

A média aritmética é dada por $\bar{x} = 2,2$, o valor da mediana é dado por $Med = 2$ e o desvio-padrão é dado por $\sigma_x = 1,39$, arredondado com 3 algarismos significativos.

É claro que esta questão poderia ser resolvida com lápis e papel e com um pouco de paciência. No entanto, sabe-se que no mundo real o fator tempo é importantíssimo. A questão acima é apenas um exemplo, mas se a tabela tivesse mais entradas e se os números fossem maiores, o cálculo com lápis e papel seria inviável. Além disso, o aluno tem 90 minutos para fazer o exame do qual esta questão fazia parte, cujo valor total é de 90 pontos. Assim, o aluno tem 1 minuto, em média, para cada ponto do exame, o que mostra que os alunos são avaliados na capacidade de utilizar a tecnologia de forma eficiente.

Vejamos agora outra questão onde o uso da calculadora é necessário. É a 7ª questão do exame do IB *Standard Level*, de maio de 2010:

“7. Evan gosta de jogar dois jogos azar, A e B.

No jogo A, a probabilidade de Evan vencer é 0,9. Ele joga o jogo A sete vezes.

(a) Ache a probabilidade de Evan vencer exatamente quatro jogos.

[2 pontos]

No jogo B, a probabilidade de Evan vencer é p . Ele joga o jogo B sete vezes.

(b) Escreva uma expressão, em termos de p , para a probabilidade de Evan vencer exatamente quatro jogos.

[2 pontos]

(c) Logo, ache os valores de p tais que a probabilidade de Evan vencer exatamente 4 jogos é 0,15.

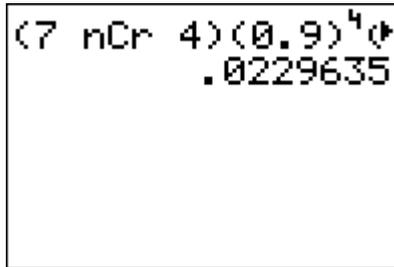
[3 pontos]”

Para a resolução da parte (a) desta questão, basta observar que a probabilidade procurada é dada por

$$p = \binom{7}{4} (0,9)^4 (0,1)^3,$$

por tratar-se de uma distribuição binomial. Neste caso, a calculadora serve apenas para encontrar o valor da probabilidade na forma decimal de forma rápida, com apenas uma linha de cálculo, sem a necessidade de cálculos intermediários. O valor da probabilidade, 0,0230 com três algarismos significativos, dá uma ideia

das chances de ocorrência do evento, que neste caso são bem pequenas. Sem a calculadora, este cálculo tomaria um tempo considerado do aluno.



$$\binom{7}{4}(0.9)^4 = .0229635$$

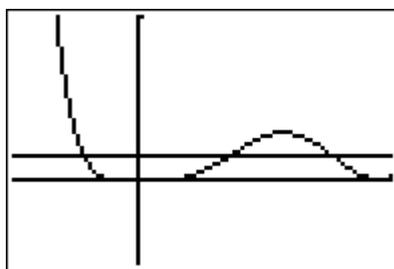
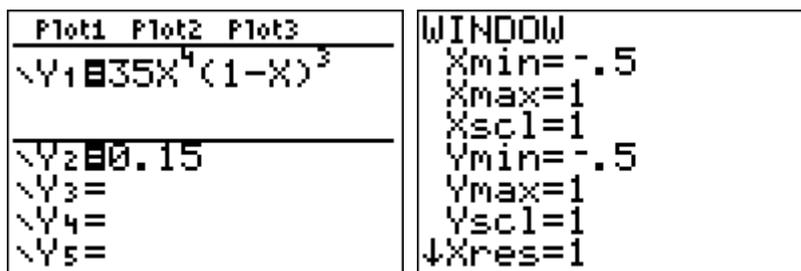
A parte (b) aproveita o raciocínio utilizado na parte (a), com o intuito de conduzir o aluno à correta resolução da parte (c). Por razões óbvias, não é preciso usar a calculadora para saber que a resposta da parte (b) é

$$\binom{7}{4}p^4(1-p)^3 = 35p^4(1-p)^3.$$

Portanto, na parte (c) os valores de p são dados pelas soluções positivas da equação

$$35p^4(1-p)^3 = 0,15,$$

que é de difícil resolução manual. Em situações como esta, o método de resolução gráfica é utilizado. Sabemos que, sendo p o valor de uma probabilidade, o seu valor deve estar entre 0 e 1. Assim, inserindo as duas expressões na calculadora e escolhendo uma janela adequada, as telas abaixo são obtidas.

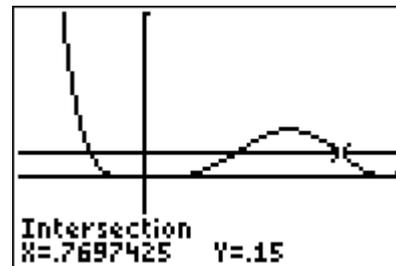
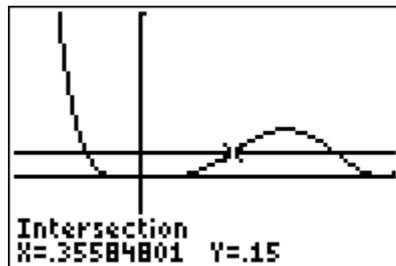


As abscissas dos pontos de interseção são as soluções procuradas. Nesta questão, o aluno deve perceber que a resposta negativa deve ser desprezada, pois probabilidades não podem ser negativas. O próximo passo é encontrar estes valores de p através do comando “intersect”.

```

CALCULATE
1:value
2:zero
3:minimum
4:maximum
5:intersect
6:dy/dx
7:∫f(x)dx

```



Logo, os valores de p são 0,356 e 0,770.

3

O uso da calculadora gráfica no 2º ano do ensino médio³

No momento em que foi realizada a atividade, os alunos já tinham estudado operações com matrizes e cálculo de determinantes. Estavam aprendendo resolução de sistemas lineares pela regra de Cramer. De acordo com o professor da turma, Cassio, os alunos apresentam grandes dificuldades na realização de cálculos envolvendo várias operações, como o cálculo do determinante de uma matriz 3×3 , por exemplo. Dessa forma, poucos alunos conseguem resolver corretamente um sistema linear de três equações e três incógnitas. Os alunos até entendem a sequência de cálculos que devem ser feitos, porém cometem erros que comprometem o resultado final. Estes erros ocorrem, em geral, por confundirem as regras de operações com números positivos e negativos.

Cada aluno recebeu uma cópia da atividade abaixo. Neste caso, os alunos foram estimulados a usar a matemática como ferramenta para entender a tecnologia. Os exercícios propostos tinham como objetivo levar os alunos a entender o funcionamento da calculadora. Por exemplo, a soma de duas matrizes é algo simples de ser feita sem calculadora, por isso é fácil verificar se o que foi feito na calculadora está correto.

Após a explicação básica, os alunos fizeram os exercícios propostos e anotaram as respostas.

³ Em colaboração com Alan Henriques de Sá

Matrizes, Sistemas Lineares e Determinantes

Inserindo matrizes na calculadora

Sejam as matrizes

$$A = \begin{bmatrix} 7 & 2 \\ 3 & 1 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} -4 & -3 \\ 6 & 4 \end{bmatrix}, C = \begin{bmatrix} -4 & 1 \\ 5 & -2 \\ 0 & 7 \end{bmatrix}, D = \begin{bmatrix} -5 & -3 & 1 \\ 1 & -2 & 0 \end{bmatrix}, E = \begin{bmatrix} -1 & 5 & 1 \\ 1 & 1 & 3 \\ 2 & -4 & 0 \end{bmatrix}.$$

Inicialmente, apertamos a tecla **MATRIX**.

```

NAME: MATH EDIT
1: [A]
2: [B]
3: [C]
4: [D]
5: [E]
6: [F]
7↓ [G]

```

Em seguida, movemos com as setas direcionais até o menu EDIT e apertamos a tecla 1 ou simplesmente **ENTER** para selecionar a matriz A . A seguinte tela surgirá:

```

MATRIX[A] 1 × 1
[ 0      ]

```

Devemos, inicialmente, inserir a ordem da matriz, isto é, o número de linhas e o número de colunas. Com isso, podemos inserir os elementos da matriz.

```

MATRIX[A] 2 × 2
[ 7      ?      ]
[ 3      ?      ]

```

2, 2=1

Agora, fazemos o mesmo para as demais matrizes.

Fazendo operações com matrizes

Vamos fazer as seguintes operações com as matrizes que foram armazenadas na calculadora:

a) $A + B$

Para fazer esta operação, precisamos “chamar” as matrizes para a tela de cálculo.

Toda vez que for preciso ir para a tela de cálculo, pressionamos as teclas **2ND** e **MODE**.

Pressionando a tecla **MATRIX**, a seguinte tela aparecerá:

```

MATRIX MATH EDIT
1: [A] 2x2
2: [B] 2x2
3: [C] 3x2
4: [D] 2x3
5: [E] 3x3
6: [F]
7↓ [G]

```

Basta pressionar a tecla 1 para “chamar” a matriz A . Em seguida, pressionamos a tecla **+** e

fazemos o mesmo procedimento para “chamar” a matriz B . Ao apertarmos a tecla **ENTER**,

o resultado aparecerá na tela

```

[A]+[B]
[[3 -1]
 [9 5 ]]

```

Tente agora fazer os seguintes cálculos:

- b) $A - B$
- c) $3A - 4B$
- d) AB
- e) CB
- f) DE
- g) A^2
- h) A^{-1} , a inversa de A
- i) E^{-1}
- j) $E^{-1}C$
- k) $\det A$
- l) $\det E$

Soluções de Sistemas Lineares

Vamos utilizar a calculadora gráfica para resolver o seguinte sistema linear:

$$2x + y + z = 4$$

$$3x - 2y - z = 3$$

$$x + 5y + 2z = -1$$

1) *Pela Regra de Cramer*

Vamos, inicialmente, calcular o determinante da matriz D , a matriz dos coeficientes.

```

MATRIX [D] 3 x3
[[2, 1, 1],
 [3, -2, -1],
 [1, 5, 2]]
det([D])
12
  
```

Como $\det D \neq 0$, o sistema tem solução única.

Modificando essa matriz, podemos calcular os determinantes D_x , D_y e D_z .

Com isso, descobrimos os valores de x , y e z .

2) *Pelo método do escalonamento*

Inserimos agora a matriz do sistema linear.

```

MATRIX [D] 3 x4
[[2, 1, 1, 4],
 [3, -2, -1, 3],
 [1, 5, 2, -1]]
  
```

Utilizamos o comando **rref()** no menu MATH:

```

MATH > rref([D])
[[1, 0, 0, 1],
 [0, 1, 0, -2],
 [0, 0, 1, 4]]
  
```

Assim, a solução do sistema é $x=1$, $y=-2$ e $z=4$.

Resolva os seguintes sistemas lineares:

$$17x + 11y + 25z = 31$$

$$-8x + 26y + 14z = -12$$

$$13x - 19y - 7z = 63$$

$$0,2x + 0,29y - 0,33z = -0,77$$

$$1,4x - 2,1y - 0,11z = 8,99$$

$$-1,75x + 0,6y + 0,97z = -4,33$$

$$3a + 2b - 5c + 8d = -91$$

$$a - 7b + 9c - 6d = 254$$

$$5a - 16b + c - 25d = 180$$

$$-8a + 21b + 2c + 18d = -193$$

4

O uso da calculadora gráfica no 3º ano do ensino médio⁴

De acordo com o professor da turma, Cassio, o assunto de geometria analítica “a equação da reta” estava em seu início. Apesar de ser um assunto também estudado no 1º ano do ensino médio, quando são estudadas as funções afins, é bastante comum que os alunos não lembrem as idéias básicas.

Neste caso, temos um exemplo do uso da tecnologia como ferramenta para aprender matemática. É claro que é preciso saber manipular a calculadora para inserir funções, obter tabelas e respectivos gráficos na tela, mas o principal objetivo da atividade é entender a influência dos coeficientes angular e linear. Cada aluno recebeu uma cópia da atividade e fez os exercícios propostos. Após a explicação, os membros do grupo de trabalho, Alan e Cassio, foram até as duplas, ajudando quando necessário.

⁴ Em colaboração com Alan Henriques de Sá

Funções Afins

O objetivo deste assunto é investigar funções da forma $y = mx + c$.

Objetivos conceituais

Ao final desse assunto, você deverá ser capaz de:

- ✓ descrever e esboçar o gráfico de uma função afim observando a sua equação;
- ✓ calcular o coeficiente angular e o coeficiente linear de uma função afim;
- ✓ entender a influência dos valores de m e c no gráfico de uma função afim.

Objetivos do uso da calculadora

Ao final desse assunto, você deverá ser capaz de:

- ✓ fazer o gráfico de uma função usando a tecla $[Y=]$;
- ✓ modificar as configurações da calculadora apropriadamente;
- ✓ obter uma tabela de valores usando a tecla $[TABLE]$.

Atividade

- a) Utilizando a sua calculadora, obtenha valores de y para as tabelas, seguindo as instruções abaixo.

Pressione a tecla $[Y=]$, insira a função em “Y₁”.

```

Plot1 Plot2 Plot3
\Y1=
\Y2=
\Y3=
\Y4=
\Y5=
\Y6=
\Y7=
    
```

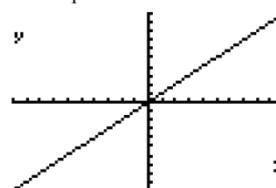
Em seguida, aperte as teclas $[2nd]$ e $[TABLE]$.

X	Y ₁
0	0
1	1
2	2
3	3
4	4
5	5
6	6
7	7

X=0

- b) Desenhe os gráficos no sistema de eixos, utilizando cores diferentes para cada um.

Aperte a tecla $[GRAPH]$ para verificar se o gráfico que você obteve está correto.



- c) Calcule o coeficiente angular de cada função.
 d) Anote o valor onde o gráfico corta o eixo dos y .

1) $y = x$

x	y
-3	
-2	
-1	
0	
1	
2	
3	
4	

2) $y = 2x$

x	y
-3	
-2	
-1	
0	
1	
2	
3	
4	

3) $y = 3x$

x	y
-3	
-2	
-1	
0	
1	
2	
3	
4	

4) $y = 1/2x$

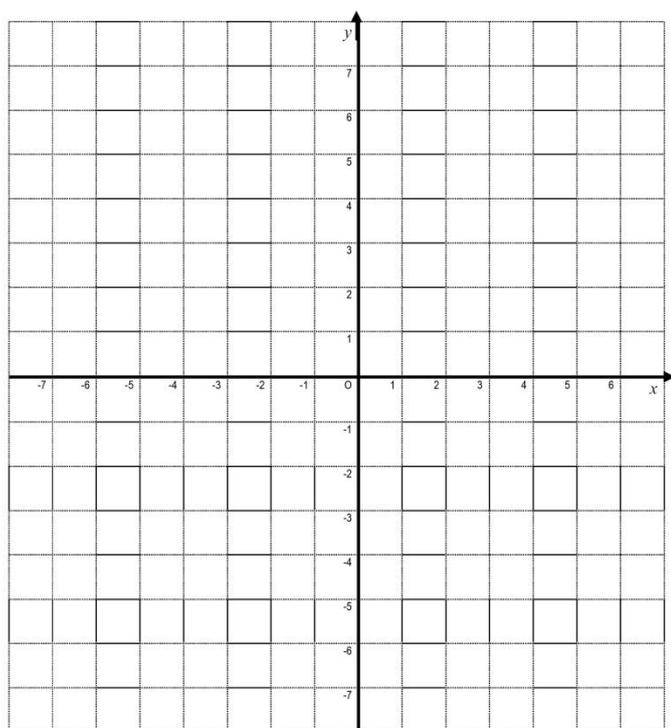
x	y
-3	
-2	
-1	
0	
1	
2	
3	
4	

Coefficiente angular:
 $m = \dots\dots\dots$
 Corta o eixo dos y em $\dots\dots\dots$

Coefficiente angular:
 $m = \dots\dots\dots$
 Corta o eixo dos y em $\dots\dots\dots$

Coefficiente angular:
 $m = \dots\dots\dots$
 Corta o eixo dos y em $\dots\dots\dots$

Coefficiente angular:
 $m = \dots\dots\dots$
 Corta o eixo dos y em $\dots\dots\dots$



- a) O que aconteceu com os gráficos das funções? Que alterações podem ser observadas?
- b) Quanto maior o valor de m , maior a $\dots\dots\dots$ da reta.

5) $y = -x$

x	y
-3	
-2	
-1	
0	
1	
2	
3	
4	

6) $y = -2x$

x	y
-3	
-2	
-1	
0	
1	
2	
3	
4	

7) $y = -3x$

x	y
-3	
-2	
-1	
0	
1	
2	
3	
4	

8) $y = -1/2x$

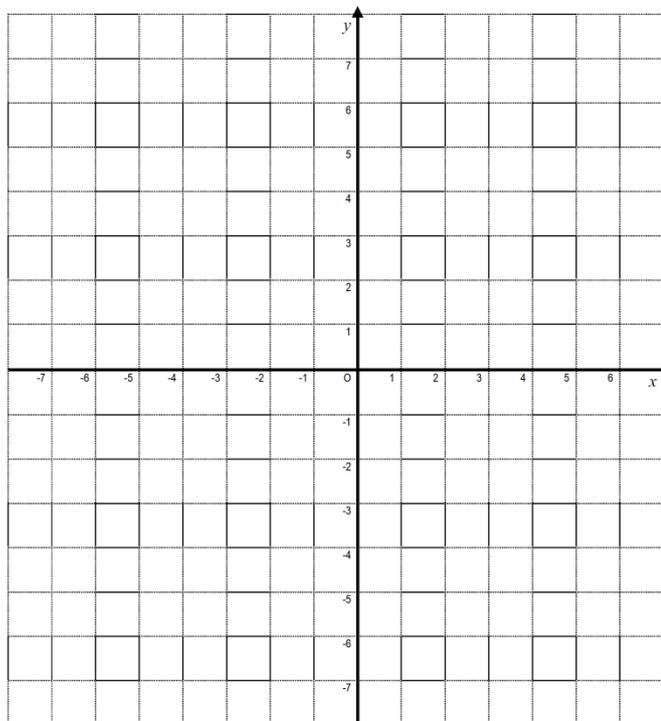
x	y
-3	
-2	
-1	
0	
1	
2	
3	
4	

Coeficiente angular:
 $m = \dots\dots\dots$
 Corta o eixo dos y em

Coeficiente angular:
 $m = \dots\dots\dots$
 Corta o eixo dos y em

Coeficiente angular:
 $m = \dots\dots\dots$
 Corta o eixo dos y em

Coeficiente angular:
 $m = \dots\dots\dots$
 Corta o eixo dos y em



a) O que aconteceu com os gráficos das funções? Que alterações podem ser observadas?

b) Qual a principal diferença entre as retas 1, 2, 3 e 4 e as retas 5, 6, 7 e 8?

9) $y = x + 2$

x	y
-3	
-2	
-1	
0	
1	
2	
3	
4	

10) $y = x + 4$

x	y
-3	
-2	
-1	
0	
1	
2	
3	
4	

11) $y = x - 3$

x	y
-3	
-2	
-1	
0	
1	
2	
3	
4	

12) $y = -5 + x$

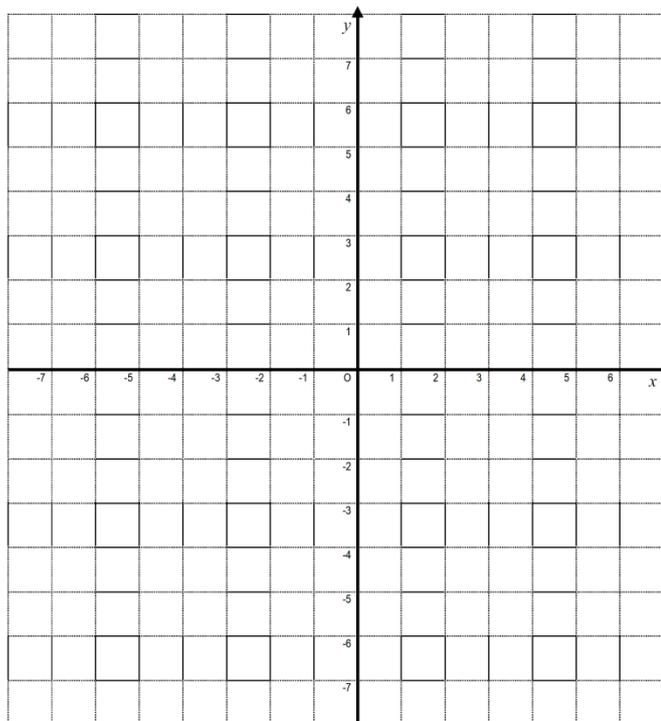
x	y
-3	
-2	
-1	
0	
1	
2	
3	
4	

Coefficiente angular:
 $m = \dots\dots\dots$
 Corta o eixo dos y em

Coefficiente angular:
 $m = \dots\dots\dots$
 Corta o eixo dos y em

Coefficiente angular:
 $m = \dots\dots\dots$
 Corta o eixo dos y em

Coefficiente angular:
 $m = \dots\dots\dots$
 Corta o eixo dos y
 em.....



a) O que aconteceu com os gráficos das funções? Que alterações podem ser observadas?

b) De que forma o coeficiente linear está relacionado com o gráfico da função?

Tente, agora, desenhar os gráficos das funções abaixo sem usar as tabelas. Use a calculadora para verificar se suas respostas estão certas.

13) $y = 2x + 3$

14) $y = -2x + 3$

15) $y = 3x - 4$

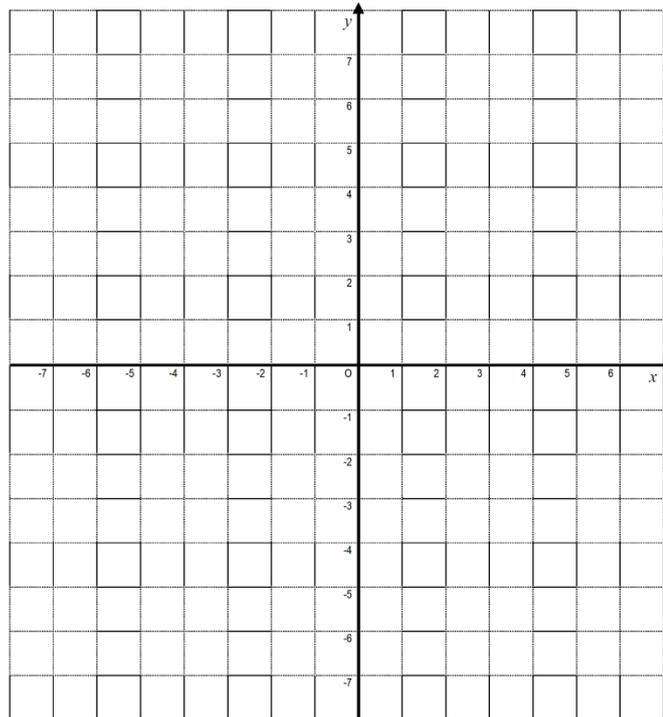
16) $y = 4 - x$

Coeficiente angular:
 $m = \dots\dots\dots$
 Coeficiente linear:
 $c = \dots\dots\dots$

Coeficiente angular:
 $m = \dots\dots\dots$
 Coeficiente linear:
 $c = \dots\dots\dots$

Coeficiente angular:
 $m = \dots\dots\dots$
 Coeficiente linear:
 $c = \dots\dots\dots$

Coeficiente angular:
 $m = \dots\dots\dots$
 Coeficiente linear:
 $c = \dots\dots\dots$



5

Uma aula na Escola Britânica com calculadoras gráficas⁵

Para que o professor Cassio pudesse observar de que forma a calculadora gráfica é utilizada no cotidiano da Escola Britânica, o mesmo foi convidado a assistir uma das aulas de uma turma do 2º ano do ensino médio do professor Alan. Na ocasião, a turma estava estudando cálculo diferencial e a aula foi sobre derivadas de funções circulares.

Cabe aqui esclarecer que o IB oferece três cursos distintos de matemática: *Higher Level*, *Standard Level* e *Standard Level Studies*. O curso *Higher Level* visa preparar os alunos para os cursos superiores na área de exatas, por isso assuntos como cálculo diferencial e integral são estudados de forma aprofundada. Já os outros dois cursos têm por objetivo preparar os alunos para os cursos superiores das demais áreas, e, embora estudem assuntos como cálculo diferencial e integral, o fazem de forma superficial.

Em geral, as turmas de *Higher Level* são pequenas, com no máximo dez alunos, enquanto as demais não passam de dezesseis. Todos os alunos possuem sua própria calculadora e devem trazê-la para as aulas de matemática. O professor Cassio assistiu uma aula de uma turma de *Higher Level*, na qual nove dos dez alunos estavam presentes.

O objetivo inicial da aula foi mostrar que $\lim_{\theta \rightarrow 0} \frac{\sin \theta}{\theta} = 1$. De acordo com o programa do curso, os alunos precisam conhecer esse resultado e saber utilizá-lo em situações diversas, como por exemplo, mostrar que a derivada da função seno é a função cosseno. No entanto, não precisam mostrar esse resultado formalmente. Assim, a aula se iniciou com uma atividade proposta pelo livro texto utilizado pelos alunos, que pode ser vista abaixo em português, com a finalidade de chegar ao resultado acima mencionado intuitivamente, com o auxílio de diferentes opções presentes na calculadora gráfica.

⁵ Em colaboração com Alan Henriques de Sá

Também aqui foi utilizado o software *SmartView*, da Texas Instruments, para auxiliar na discussão da atividade proposta.

Investigação

Examinando o valor de $\frac{\sin \theta}{\theta}$ próximo de zero

Esta investigação busca verificar o comportamento de $\frac{\sin \theta}{\theta}$, onde θ é um valor próximo de zero, graficamente, numericamente e geometricamente. (θ em radianos)

- 1) Mostre que $f(\theta) = \frac{\sin \theta}{\theta}$ é uma função par. Qual o significado geométrico?
- 2) Como θ é par, basta examinarmos $\frac{\sin \theta}{\theta}$ para θ positivo.
 - a) Qual é o valor de $\frac{\sin \theta}{\theta}$ quando $\theta = 0$?
 - b) Usando uma calculadora gráfica, faça o gráfico de $y = \frac{\sin \theta}{\theta}$ para $-\frac{\pi}{2} \leq \theta \leq \frac{\pi}{2}$.
 - c) Explique por que o gráfico indica que $\lim_{\theta \rightarrow 0} \frac{\sin \theta}{\theta} = 1$.
- 3) Copie e complete a tabela, usando sua calculadora.

θ	$\sin \theta$	$\frac{\sin \theta}{\theta}$
1		
0,5		
0,1		
0,01		
0,001		

6

A análise das experiências

Sou professor de Matemática há nove anos. Leciono em escolas da rede pública estadual e municipal, nas cidades de Duque de Caxias e Teresópolis, ambas situadas no estado do Rio de Janeiro. Minha experiência contempla o ensino fundamental e médio, tanto no turno diurno quanto no noturno, com grande disparidade relacionada à faixa etária e perfil social dos alunos.

Assim, a intenção de trabalhar a Matemática combinada ao uso da tecnologia, utilizando as calculadoras gráficas nas escolas, resultou na proposta desta pesquisa.

É sabido por todos a grande dificuldade que os professores de matemática da rede pública enfrentam no dia a dia em muitos aspectos, inclusive nas questões dos pré-requisitos que nossos alunos possuem. Muitas aulas de matemática acabam frustradas, por melhor que sejam executadas. Mesmo os alunos atentos não conseguem aprender, pois os mesmos não sabem conteúdos anteriores necessários.

Apesar da tecnologia de informação estar cada vez mais presente em nosso meio, muitas vezes, em nossas escolas, ela é deixada de lado. Este trabalho buscou, com o uso da calculadora gráfica, estudar uma proposta de ensino investigativo por meio de atividades desenvolvidas em uma sala de aula do ensino médio na Escola Estadual Miguel Couto, da rede pública de ensino do Estado do Rio de Janeiro, situada em um bairro central no Município de Duque de Caxias.

O cenário estudado, supracitado, foi escolhido por nós pelo vínculo que possuo com esta Instituição desde 2004, sendo professor das turmas de ensino médio.

Assim que decidimos por iniciar as atividades com essas duas turmas, previamente pesquisei a relação dos colegas de trabalho com as calculadoras gráficas. E pude perceber o total desconhecimento em relação ao aparelho, inclusive por professores de matérias distintas, orientadores e pessoal de apoio.

A partir de então, surgiu a primeira informação relevante, um material obrigatório em diversos países desenvolvidos é desconhecido dentro de uma unidade de ensino em nosso país. Após tomar conhecimento desse fato, surgiu um grande interesse por parte destes em conhecer o equipamento, tanto pelo fato da tecnologia quanto pela curiosidade.

No dia da apresentação, seguimos primeiro para a turma do segundo ano, respeitando a ordem normal dos meus tempos de aula, fazendo uso de um conjunto de doze calculadoras cedidas por empréstimo da Escola Britânica, através do outro membro do trabalho. Utilizamos um projetor multimídia acoplado a um *notebook* com o *software TI SmartView* e uma cópia da atividade anexada acima para cada aluno. Nosso objetivo era o estudo de operações com matrizes, determinantes e sistemas lineares.

Nessa turma foram matriculados 48 alunos sendo que, destes, 38 frequentam as aulas regularmente. Mas, nesse dia estavam presentes 35 alunos, na faixa etária entre 16 e 20 anos de idade, com exceção de uma única aluna com idade superior a 50 anos. Esta, apesar de destoar da faixa etária dos demais, apresenta um bom aproveitamento no ensino diário.

Dividimos a turma do segundo ano em vários trios e uma única dupla. As matérias trabalhadas já haviam sido aplicadas anteriormente e nos levou a perceber que o aproveitamento, apesar de satisfatório para o padrões, não era melhor devido a dificuldade nas operações de contas mais simples, principalmente envolvendo números negativos. Sendo assim, muitos alunos se desmotivaram, pois acreditavam que não estavam apresentando um bom rendimento na matéria devido à dificuldade mencionada, quando na verdade, estavam absorvendo parte desse conteúdo. Assim, não chegavam a um resultado preciso, pois não tinham os pré-requisitos necessários.

Começamos a atividade com um exemplo de uma operação de matrizes, simples, no qual eles poderiam ver o resultado e mentalmente fazer a conta e conferir que o resultado da calculadora estava certo. Em sequência, fizeram a primeira bateria de exercícios envolvendo operações com matrizes e determinantes.

Um resultado que os impressionou bastante foi o da matriz inversa, conta no qual eles durante as aulas demoravam bastante para fazer e muitas vezes erravam operações no meio do caminho.

Já aguardava um bom desempenho da turma em manipular as calculadoras, pelo fato deles estarem muito habituados com computadores, celulares modernos,...

Mesmo a aluna mais velha da classe, que apresenta dificuldade relacionada ao uso de tecnologia, se saiu muito bem, apresentando interesse e grande desenvoltura na habilidade com a calculadora, tendo inclusive um ótimo desempenho. Fui surpreendido pelo desempenho do L., aluno este que apresenta muita dificuldade nas aulas, mas acertou todos os exercícios de operações com matriz e determinantes (figura 3):

Fazendo operações com matrizes

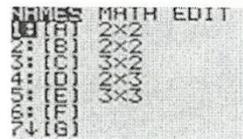
Vamos fazer as seguintes operações com as matrizes que foram armazenadas na calculadora:

a) $A + B$

Para fazer esta operação, precisamos "chamar" as matrizes para a tela de cálculo.

Toda vez que for preciso ir para a tela de cálculo, pressionamos as teclas **2ND** e **MODE**.

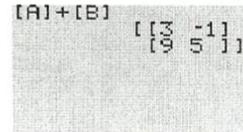
Pressionando a tecla **MATRIX**, a seguinte tela aparecerá:



Basta pressionar a tecla 1 para "chamar" a matriz A. Em seguida, pressionamos a tecla **+** e

fazemos o mesmo procedimento para "chamar" a matriz B. Ao apertarmos a tecla **ENTER**,

o resultado aparecerá na tela



Tente agora fazer os seguintes cálculos:

b) $A - B$

b) $\begin{bmatrix} 11 & 5 \\ -3 & -3 \end{bmatrix}$

c) $3A - 4B$

c) $\begin{bmatrix} 37 & 17 \\ -15 & -13 \end{bmatrix}$

d) AB

f) $\begin{bmatrix} 4 & -32 & 14 \\ -3 & 3 & -5 \end{bmatrix}$

e) CB

f) DE

g) A^2

h) A^{-1} , a inversa de A

h) $\begin{bmatrix} 1 & -2 \\ -3 & 7 \end{bmatrix}$

i) E^{-1}

j) $E^{-1}C$

k) $\det A$

l) $\det E$

j) $\begin{bmatrix} -17/3 & 59/6 \\ -17/6 & 19/6 \\ 9/2 & -5 \end{bmatrix}$

k) 1

l) 12

d) $\begin{bmatrix} -16 & 13 \\ -6 & -5 \end{bmatrix}$

e) $\begin{bmatrix} 22 & 16 \\ -32 & -23 \\ 42 & 28 \end{bmatrix}$

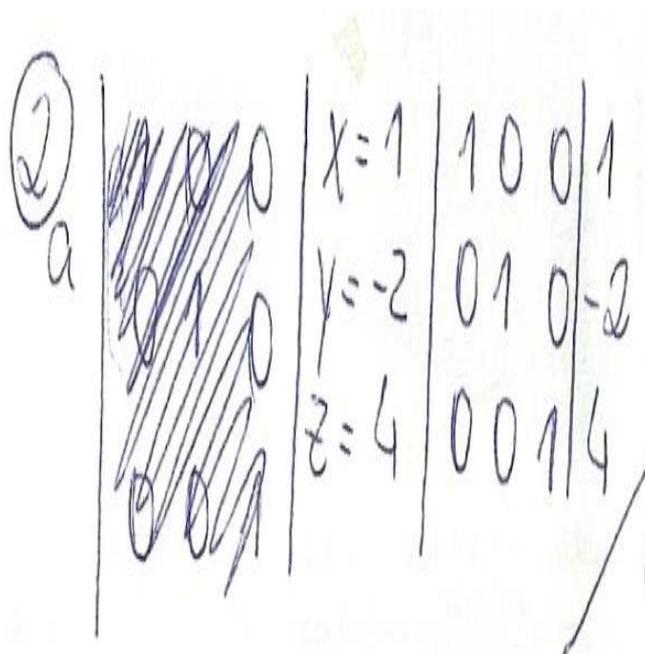
g) $\begin{bmatrix} 55 & 16 \\ 24 & 7 \end{bmatrix}$

i) $\begin{bmatrix} 1 & -1/3 & 7/6 \\ 1/2 & -1/6 & 1/3 \\ -1/2 & 1/2 & -1/2 \end{bmatrix}$

Figura 3

Alguns grupos encerraram as atividades rapidamente, outros solicitaram um tempo maior para finalizar essa primeira parte. Mas, todos conseguiram realizar os exercícios propostos com êxito. E ainda, solicitaram vinte minutos da aula de educação física, com consentimento da professora para que pudessem fazer os sistemas lineares.

Nos sistemas lineares, os lembramos a regra de Cramer e também ensinamos o método do escalonamento no qual a calculadora apresenta diretamente o resultado, ganhando um tempo significativo. O tempo era curto; alguns alunos fizeram pelo método do escalonamento terminando rapidamente como foi o caso do B. (figura 4):



Handwritten mathematical work showing a system of linear equations solved by row reduction. The original system is crossed out with blue diagonal lines. To the right, the reduced system is shown as an augmented matrix with solutions for x , y , and z .

$$\begin{array}{l|l} \text{2} & \text{[Crossed out system]} \\ a & \end{array} \quad \begin{array}{l} x=1 \\ y=-2 \\ z=4 \end{array} \quad \begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & -2 \\ 0 & 0 & 1 & 4 \end{array}$$

Figura 4

Outros tentaram fazer pela regra de Cramer, mas pelo pequeno tempo não conseguiram terminar a tarefa apesar de ficar claro que o raciocínio o conduzia para o resultado correto, como foi o caso do A. (figura 5):

$$D = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 3 & -2 & 4 \\ 1 & 5 & 2 \end{bmatrix} \quad x = \frac{dx}{D} = \frac{12}{12} = 1$$

$$y = \frac{dy}{D} = \frac{12}{12}$$

$$D_2 = \begin{bmatrix} 4 & 1 & 1 \\ 3 & -2 & 4 \\ -1 & 5 & 2 \end{bmatrix} \quad z = \frac{Dz}{D} = \frac{12}{12}$$

$$D_y = \begin{bmatrix} 2 & 4 & 1 \\ 3 & 3 & -1 \\ 1 & 4 & 2 \end{bmatrix}$$

$$D_z = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 4 \\ 3 & -2 & 3 \\ 1 & 5 & 4 \end{bmatrix}$$

Figura 5

Isto mostra que apesar do uso da calculadora o aluno tem que elaborar a estratégia certa para ganhar tempo dentro de uma atividade.

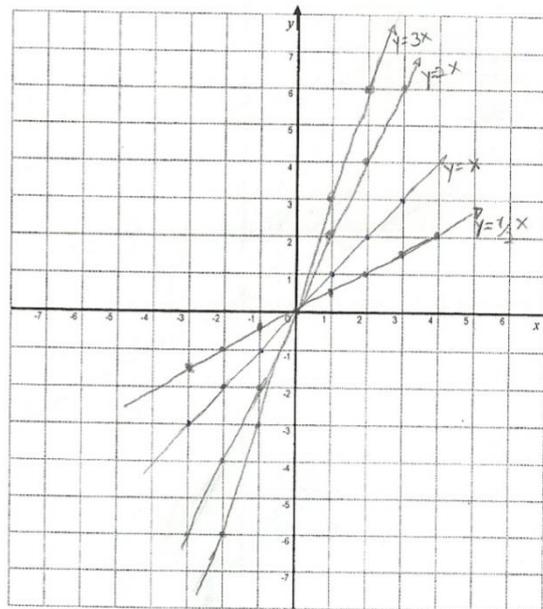
Nosso desafio maior seria o terceiro ano, uma turma que estava estudando geometria analítica “a equação da reta” e tinha um desempenho inferior a outra turma que trabalhamos e ainda, agitados da aula de educação física. Essa turma era composta por 43 alunos no início do ano, depois foram reduzidos a 33 frequentadores assíduos, mas só 24 estavam presentes no dia da atividade proposta.

Dividimos o grupo em 12 duplas. O tempo aplicado para o conteúdo foi menor e apesar de estudarem no primeiro ano o assunto como funções afins, ainda apresentavam dificuldades. Daí, a importância do uso das calculadoras nas funções, já que tornam possível o acesso do aluno a gráficos de funções que, com lápis e papel seriam quase impossíveis de serem desenhados com velocidade. Seu dinamismo fez com que os alunos percebessem muito mais rápido a importância dos coeficientes.

A turma também se mostrou bastante empolgada e em uma única aula conseguiu uma compreensão melhor relacionada aos coeficientes angular e linear, tendo em vista a contribuição da calculadora, colocamos algumas perguntas ao

final de cada bateria de questões para que pudessem fazer uma análise dos gráficos feitos por eles na calculadora, eu como professor da turma já esperava um bom desempenho de alguns alunos que dominavam o assunto, como o L. (figuras 6, 7 e 8) :

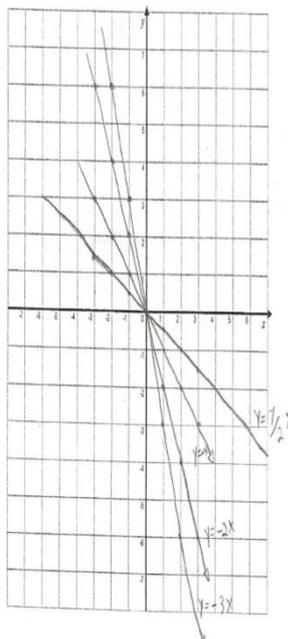
<p>1) $y = x$</p> <table border="1" style="display: inline-table; border-collapse: collapse;"> <thead> <tr><th>x</th><th>y</th></tr> </thead> <tbody> <tr><td>-3</td><td>-3</td></tr> <tr><td>-2</td><td>-2</td></tr> <tr><td>-1</td><td>-1</td></tr> <tr><td>0</td><td>0</td></tr> <tr><td>1</td><td>1</td></tr> <tr><td>2</td><td>2</td></tr> <tr><td>3</td><td>3</td></tr> <tr><td>4</td><td>4</td></tr> </tbody> </table> <p>Coefficiente angular: $m = \dots 1 \dots$ Corta o eixo dos y em $\dots 0 \dots$</p>	x	y	-3	-3	-2	-2	-1	-1	0	0	1	1	2	2	3	3	4	4	<p>2) $y = 2x$</p> <table border="1" style="display: inline-table; border-collapse: collapse;"> <thead> <tr><th>x</th><th>y</th></tr> </thead> <tbody> <tr><td>-3</td><td>-6</td></tr> <tr><td>-2</td><td>-4</td></tr> <tr><td>-1</td><td>-2</td></tr> <tr><td>0</td><td>0</td></tr> <tr><td>1</td><td>2</td></tr> <tr><td>2</td><td>4</td></tr> <tr><td>3</td><td>6</td></tr> <tr><td>4</td><td></td></tr> </tbody> </table> <p>Coefficiente angular: $m = \dots 2 \dots$ Corta o eixo dos y em $\dots 0 \dots$</p>	x	y	-3	-6	-2	-4	-1	-2	0	0	1	2	2	4	3	6	4		<p>3) $y = 3x$</p> <table border="1" style="display: inline-table; border-collapse: collapse;"> <thead> <tr><th>x</th><th>y</th></tr> </thead> <tbody> <tr><td>-3</td><td>-9</td></tr> <tr><td>-2</td><td>-6</td></tr> <tr><td>-1</td><td>-3</td></tr> <tr><td>0</td><td>0</td></tr> <tr><td>1</td><td>3</td></tr> <tr><td>2</td><td>6</td></tr> <tr><td>3</td><td>9</td></tr> <tr><td>4</td><td></td></tr> </tbody> </table> <p>Coefficiente angular: $m = \dots 3 \dots$ Corta o eixo dos y em $\dots 0 \dots$</p>	x	y	-3	-9	-2	-6	-1	-3	0	0	1	3	2	6	3	9	4		<p>4) $y = 1/2 x$</p> <table border="1" style="display: inline-table; border-collapse: collapse;"> <thead> <tr><th>x</th><th>y</th></tr> </thead> <tbody> <tr><td>-3</td><td>-1,5</td></tr> <tr><td>-2</td><td>-1</td></tr> <tr><td>-1</td><td>-0,5</td></tr> <tr><td>0</td><td>0</td></tr> <tr><td>1</td><td>0,5</td></tr> <tr><td>2</td><td>1</td></tr> <tr><td>3</td><td>1,5</td></tr> <tr><td>4</td><td></td></tr> </tbody> </table> <p>Coefficiente angular: $m = \dots 0,5 \dots$ Corta o eixo dos y em $\dots 0 \dots$</p>	x	y	-3	-1,5	-2	-1	-1	-0,5	0	0	1	0,5	2	1	3	1,5	4	
x	y																																																																										
-3	-3																																																																										
-2	-2																																																																										
-1	-1																																																																										
0	0																																																																										
1	1																																																																										
2	2																																																																										
3	3																																																																										
4	4																																																																										
x	y																																																																										
-3	-6																																																																										
-2	-4																																																																										
-1	-2																																																																										
0	0																																																																										
1	2																																																																										
2	4																																																																										
3	6																																																																										
4																																																																											
x	y																																																																										
-3	-9																																																																										
-2	-6																																																																										
-1	-3																																																																										
0	0																																																																										
1	3																																																																										
2	6																																																																										
3	9																																																																										
4																																																																											
x	y																																																																										
-3	-1,5																																																																										
-2	-1																																																																										
-1	-0,5																																																																										
0	0																																																																										
1	0,5																																																																										
2	1																																																																										
3	1,5																																																																										
4																																																																											



- a) O que aconteceu com os gráficos das funções? Que alterações podem ser observadas?
quanto maior o coeficiente angular, mais é inclinada.
- b) Quanto maior o valor de m , maior a *inclinação* da reta.

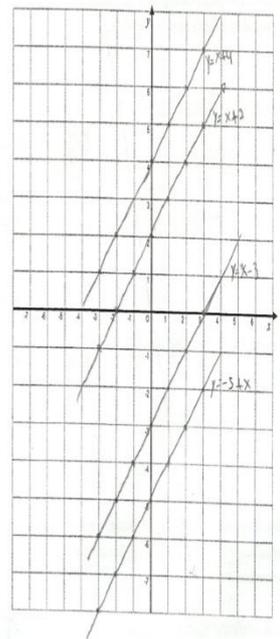
Figura 6

5) $y = -x$	6) $y = -2x$	7) $y = -3x$	8) $y = -1/2x$	9) $y = x + 2$	10) $y = x + 4$	11) $y = x - 3$	12) $y = -5 + x$
$\begin{array}{c c} x & y \\ \hline -3 & 3 \\ -2 & 2 \\ -1 & 1 \\ 0 & 0 \\ 1 & -1 \\ 2 & -2 \\ 3 & -3 \\ 4 & \end{array}$	$\begin{array}{c c} x & y \\ \hline -3 & 6 \\ -2 & 4 \\ -1 & 2 \\ 0 & 0 \\ 1 & -2 \\ 2 & -4 \\ 3 & -6 \\ 4 & \end{array}$	$\begin{array}{c c} x & y \\ \hline -3 & 9 \\ -2 & 6 \\ -1 & 3 \\ 0 & 0 \\ 1 & -3 \\ 2 & -6 \\ 3 & -9 \\ 4 & \end{array}$	$\begin{array}{c c} x & y \\ \hline -3 & 1,5 \\ -2 & 1 \\ -1 & 0,5 \\ 0 & 0 \\ 1 & -0,5 \\ 2 & -1 \\ 3 & -1,5 \\ 4 & \end{array}$	$\begin{array}{c c} x & y \\ \hline -3 & -1 \\ -2 & 0 \\ -1 & 1 \\ 0 & 2 \\ 1 & 3 \\ 2 & 4 \\ 3 & 5 \\ 4 & \end{array}$	$\begin{array}{c c} x & y \\ \hline -3 & 4 \\ -2 & 2 \\ -1 & 0 \\ 0 & 4 \\ 1 & 5 \\ 2 & 6 \\ 3 & 7 \\ 4 & \end{array}$	$\begin{array}{c c} x & y \\ \hline -3 & -6 \\ -2 & -5 \\ -1 & -4 \\ 0 & -3 \\ 1 & -2 \\ 2 & -1 \\ 3 & 0 \\ 4 & \end{array}$	$\begin{array}{c c} x & y \\ \hline -3 & -8 \\ -2 & -7 \\ -1 & -6 \\ 0 & -5 \\ 1 & -4 \\ 2 & -3 \\ 3 & -2 \\ 4 & \end{array}$
Coefficiente angular: $m = -1$	Coefficiente angular: $m = -2$	Coefficiente angular: $m = -3$	Coefficiente angular: $m = -0,5$	Coefficiente angular: $m = 1$	Coefficiente angular: $m = 1$	Coefficiente angular: $m = 1$	Coefficiente angular: $m = 1$
Corta o eixo dos y em 0	Corta o eixo dos y em 2	Corta o eixo dos y em 4	Corta o eixo dos y em -3	Corta o eixo dos y em -5			



a) O que aconteceu com os gráficos das funções? (Que alterações podem ser observadas?)
 Quando o coeficiente angular for negativo a função é decrescente

b) Qual a principal diferença entre as retas 1, 2, 3 e 4 e as retas 5, 6, 7 e 8?
 as funções 1, 2, 3, 4 são decrescentes e as 5, 6, 7 e 8 são decrescentes



a) O que aconteceu com os gráficos das funções? (Que alterações podem ser observadas?)
 Os coeficientes angulares são iguais, porém muda cada o eixo dos y

b) De forma o coeficiente linear está relacionado com o gráfico da função?
 o coeficiente linear é onde cada o eixo dos y

Figura 7

Tente, agora, desenhar os gráficos das funções abaixo sem usar as tabelas. Use a calculadora para verificar se suas respostas estão certas.

- 13) $y = 2x + 3$ 14) $y = -2x + 3$ 15) $y = 3x - 4$ 16) $y = 4 - x$

Coefficiente angular: $m = \dots\dots\dots$			
Coefficiente linear: $c = \dots\dots\dots$			

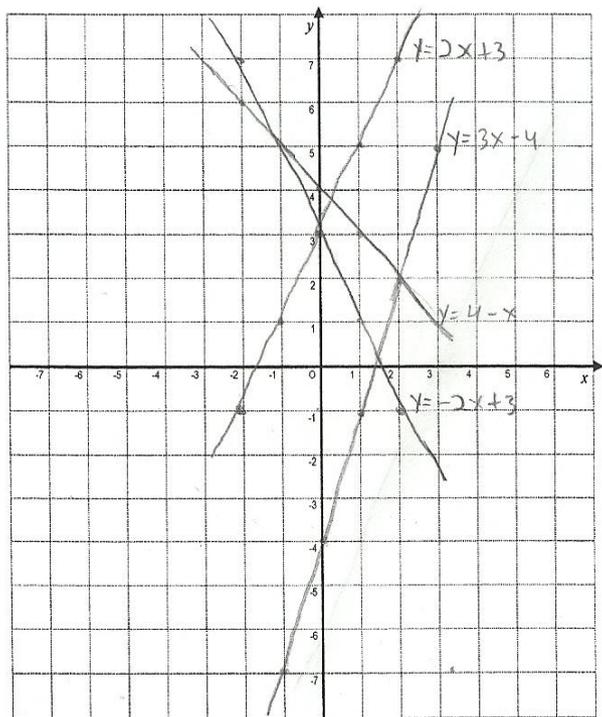


Figura 8

Tivemos exemplos de alunos que não tem interesse nas aulas normais, mas apresentaram um bom desempenho, talvez até pelo fato de ser uma aula diferente, como o C., embora tivesse em sua folha (figura 9), um erro, ao inserir na calculadora a função $y = x - 3$, apertou a tecla “(-)”, enquanto a tecla adequada seria “-”. Assim, o gráfico que a calculadora mostrou foi o da função, $y = x(-3)$ e não $y = x - 3$. Talvez se o C. tivesse mais conhecimento da matéria não cometesse tal erro, porque perceberia a tabela errada.

9)	$y = x + 2$	10)	$y = x + 4$	11)	$y = x - 3$	12)	$y = -5 + x$																																																																								
	<table border="1"><tr><th>x</th><th>y</th></tr><tr><td>-3</td><td>-1</td></tr><tr><td>-2</td><td>0</td></tr><tr><td>-1</td><td>1</td></tr><tr><td>0</td><td>2</td></tr><tr><td>1</td><td>3</td></tr><tr><td>2</td><td>4</td></tr><tr><td>3</td><td>5</td></tr><tr><td>4</td><td>6</td></tr></table>	x	y	-3	-1	-2	0	-1	1	0	2	1	3	2	4	3	5	4	6		<table border="1"><tr><th>x</th><th>y</th></tr><tr><td>-3</td><td>1</td></tr><tr><td>-2</td><td>2</td></tr><tr><td>-1</td><td>3</td></tr><tr><td>0</td><td>4</td></tr><tr><td>1</td><td>5</td></tr><tr><td>2</td><td>6</td></tr><tr><td>3</td><td>7</td></tr><tr><td>4</td><td>8</td></tr></table>	x	y	-3	1	-2	2	-1	3	0	4	1	5	2	6	3	7	4	8		<table border="1"><tr><th>x</th><th>y</th></tr><tr><td>-3</td><td>0</td></tr><tr><td>-2</td><td>-1</td></tr><tr><td>-1</td><td>-2</td></tr><tr><td>0</td><td>-3</td></tr><tr><td>1</td><td>-4</td></tr><tr><td>2</td><td>-5</td></tr><tr><td>3</td><td>-6</td></tr><tr><td>4</td><td>-7</td></tr></table>	x	y	-3	0	-2	-1	-1	-2	0	-3	1	-4	2	-5	3	-6	4	-7		<table border="1"><tr><th>x</th><th>y</th></tr><tr><td>-3</td><td>-8</td></tr><tr><td>-2</td><td>-7</td></tr><tr><td>-1</td><td>-6</td></tr><tr><td>0</td><td>-5</td></tr><tr><td>1</td><td>-4</td></tr><tr><td>2</td><td>-3</td></tr><tr><td>3</td><td>-2</td></tr><tr><td>4</td><td>-1</td></tr></table>	x	y	-3	-8	-2	-7	-1	-6	0	-5	1	-4	2	-3	3	-2	4	-1
x	y																																																																														
-3	-1																																																																														
-2	0																																																																														
-1	1																																																																														
0	2																																																																														
1	3																																																																														
2	4																																																																														
3	5																																																																														
4	6																																																																														
x	y																																																																														
-3	1																																																																														
-2	2																																																																														
-1	3																																																																														
0	4																																																																														
1	5																																																																														
2	6																																																																														
3	7																																																																														
4	8																																																																														
x	y																																																																														
-3	0																																																																														
-2	-1																																																																														
-1	-2																																																																														
0	-3																																																																														
1	-4																																																																														
2	-5																																																																														
3	-6																																																																														
4	-7																																																																														
x	y																																																																														
-3	-8																																																																														
-2	-7																																																																														
-1	-6																																																																														
0	-5																																																																														
1	-4																																																																														
2	-3																																																																														
3	-2																																																																														
4	-1																																																																														

Coefficiente angular: $m = -1$	Coefficiente angular: $m = 1$	Coefficiente angular: $m = 1$	Coefficiente angular: $m = 1$
Corta o eixo dos y em -2	Corta o eixo dos y em 4	Corta o eixo dos y em 0	Corta o eixo dos y em -5

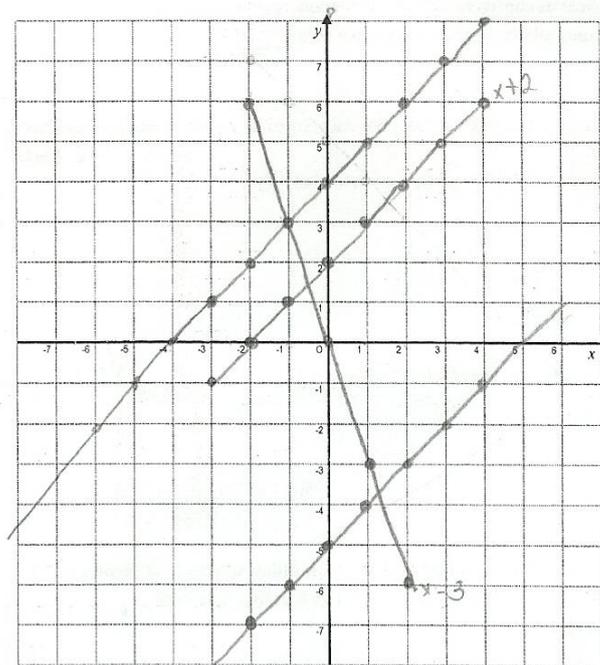
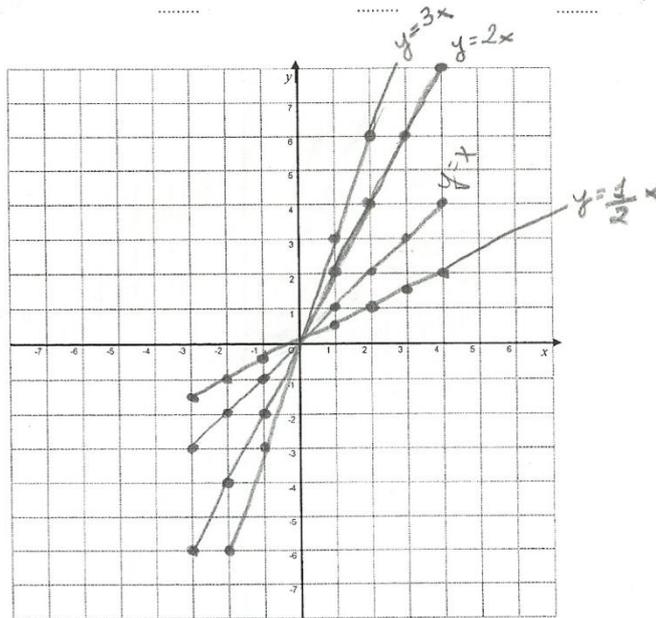


Figura 9

O T. também não tinha um bom aproveitamento, mas conseguiu acertar os exercícios, embora apresentando um erro (figura 10). Ao ver que o coeficiente linear não aparecia, deixou em branco a pergunta onde a reta corta o eixo dos y quando na verdade cortava no 0:

haver T: 3001

1) $y = x$	2) $y = 2x$	3) $y = 3x$	4) $y = 1/2 x$																																																																								
<table border="1"><tr><th>x</th><th>y</th></tr><tr><td>-3</td><td>-3</td></tr><tr><td>-2</td><td>-2</td></tr><tr><td>-1</td><td>-1</td></tr><tr><td>0</td><td>0</td></tr><tr><td>1</td><td>1</td></tr><tr><td>2</td><td>2</td></tr><tr><td>3</td><td>3</td></tr><tr><td>4</td><td>4</td></tr></table>	x	y	-3	-3	-2	-2	-1	-1	0	0	1	1	2	2	3	3	4	4	<table border="1"><tr><th>x</th><th>y</th></tr><tr><td>-3</td><td>-6</td></tr><tr><td>-2</td><td>-4</td></tr><tr><td>-1</td><td>-2</td></tr><tr><td>0</td><td>0</td></tr><tr><td>1</td><td>2</td></tr><tr><td>2</td><td>4</td></tr><tr><td>3</td><td>6</td></tr><tr><td>4</td><td>8</td></tr></table>	x	y	-3	-6	-2	-4	-1	-2	0	0	1	2	2	4	3	6	4	8	<table border="1"><tr><th>x</th><th>y</th></tr><tr><td>-3</td><td>-9</td></tr><tr><td>-2</td><td>-6</td></tr><tr><td>-1</td><td>-3</td></tr><tr><td>0</td><td>0</td></tr><tr><td>1</td><td>3</td></tr><tr><td>2</td><td>6</td></tr><tr><td>3</td><td>9</td></tr><tr><td>4</td><td>12</td></tr></table>	x	y	-3	-9	-2	-6	-1	-3	0	0	1	3	2	6	3	9	4	12	<table border="1"><tr><th>x</th><th>y</th></tr><tr><td>-3</td><td>-1,5</td></tr><tr><td>-2</td><td>-1</td></tr><tr><td>-1</td><td>-0,5</td></tr><tr><td>0</td><td>0</td></tr><tr><td>1</td><td>0,5</td></tr><tr><td>2</td><td>1</td></tr><tr><td>3</td><td>1,5</td></tr><tr><td>4</td><td>2</td></tr></table>	x	y	-3	-1,5	-2	-1	-1	-0,5	0	0	1	0,5	2	1	3	1,5	4	2
x	y																																																																										
-3	-3																																																																										
-2	-2																																																																										
-1	-1																																																																										
0	0																																																																										
1	1																																																																										
2	2																																																																										
3	3																																																																										
4	4																																																																										
x	y																																																																										
-3	-6																																																																										
-2	-4																																																																										
-1	-2																																																																										
0	0																																																																										
1	2																																																																										
2	4																																																																										
3	6																																																																										
4	8																																																																										
x	y																																																																										
-3	-9																																																																										
-2	-6																																																																										
-1	-3																																																																										
0	0																																																																										
1	3																																																																										
2	6																																																																										
3	9																																																																										
4	12																																																																										
x	y																																																																										
-3	-1,5																																																																										
-2	-1																																																																										
-1	-0,5																																																																										
0	0																																																																										
1	0,5																																																																										
2	1																																																																										
3	1,5																																																																										
4	2																																																																										
Coefficiente angular: $m = \dots\dots\dots 1$	Coefficiente angular: $m = \dots\dots\dots 2$	Coefficiente angular: $m = \dots\dots\dots 3$	Coefficiente angular: $m = \dots\dots\dots 0,5$																																																																								
Corta o eixo dos y em $\dots\dots\dots$	Corta o eixo dos y em $\dots\dots\dots$	Corta o eixo dos y em $\dots\dots\dots$	Corta o eixo dos y em $\dots\dots\dots$																																																																								



- a) O que aconteceu com os gráficos das funções? Que alterações podem ser observadas?
Quanto maior o coeficiente angular, maior a inclinação.
- b) Quanto maior o valor de m , maior a $\dots\dots\dots$ da reta.
inclinação

Figura 10

Mesmo existindo erros, no final foi bem proveitosa a experiência. Podemos destacar o seguinte relato “*Como não tinha percebido isso antes?*”

Essa experiência demonstra a importância da implantação desta calculadora no ensino médio das escolas brasileiras. Nesse sentido, Marques e Caetano (2002) destacam que as tecnologias são muito relevantes nas salas de aula, já que mudam a forma tradicional de ensinar, onde o professor controlava as informações e os alunos apenas executavam ordens. Elas combinam com uma aula cooperativa, investigativa, informativa e crítica, onde o professor participa e auxilia na aprendizagem. De um modo geral, percebe-se a importância que é

atribuída às tecnologias no ensino de Matemática, ficando claro também a necessidade de introduzi-las cada vez mais na sala de aula.

Segundo um dos estudantes a calculadora “*é muito interessante, consegui entender melhor a matéria*”. Destacamos ainda um outro relato, “*Acho que o uso da calculadora gráfica é muito importante e é um apoio que vai nos ajudar muito*”.

A partir dos resultados coletados, concluímos que a maioria dos estudantes se envolveu com as atividades, considerando válido o trabalho na sala de aula. Quanto à opinião a respeito das atividades desenvolvidas, os sujeitos da pesquisa afirmaram que gostaram das atividades porque a calculadora propõe uma aula diferente, saindo da rotina e se tornando mais interessante, proveitosa e dinâmica, permitindo uma melhor e mais detalhada visualização dos gráficos, além de apresentar os resultados mais rapidamente em relação aos obtidos no caderno com o uso do lápis e papel, agilizando assim o processo de análise e compreensão dos conteúdos.

O outro membro do trabalho é professor na Escola Britânica - The British School, situada no bairro da Urca na cidade do Rio de Janeiro, onde a prática do uso obrigatório da calculadora gráfica é a partir do 9º ano do ensino fundamental. Para efeito de comparação, participei como observador de uma aula em uma turma de *Higher Level*, do 2º ano do ensino médio.

As turmas são formadas por um pequeno número de alunos. A turma que observei possui 10 alunos matriculados, sendo que presentes eram 9. Todos possuem calculadoras. Como previamente já tinham sido avisados que a mesma seria utilizada naquela aula, encontravam-se posicionados. É notável a habilidade e a prática desses alunos com o aparelho. Para efeito de curiosidade, um dos alunos comentou que em breve as Calculadoras Gráficas serão comercializadas pela Texas, com display colorido e de alta tecnologia, fato desconhecido por nós professores.

Pude perceber dentro de uma escola em que se usa regularmente esta calculadora, a utilidade desta dentro do nosso currículo, como na atividade citada acima que foi aplicada nesta turma que com ela podemos chegar a um resultado que manualmente seria muito complexo de maneira rápida e direta. É bom enfatizar que, esses alunos se dedicaram a atividade proposta de forma independente, ágil, chegando a um rápido resultado.

7 Conclusão

Este estudo possibilitou inicialmente, fundamentar uma discussão a respeito da introdução dos recursos tecnológicos da Calculadora Gráfica, na disciplina de Matemática e suas implicações no Ensino Médio.

Foram elaboradas atividades referentes aos temas matrizes, determinantes, sistemas lineares e função afim. A organização e análise dos dados foram feitas a partir das respostas obtidas nessas atividades, além das contribuições verbais dos estudantes.

Verificou-se que tanto os alunos do segundo ano como os do terceiro ano foram capazes de utilizar a calculadora gráfica com facilidade, talvez pelo caráter inovador. Outro motivo para o bom uso da calculadora pode ter sido o fato da familiaridade que esses alunos têm com telefones celulares modernos, *tablets*, *notebooks*, *smartphones*, etc.

Com o avanço da tecnologia, estes meios de comunicação estão se tornando cada vez mais baratos e populares. O desenvolvimento de aplicativos matemáticos para os mesmos, pode dar origem ao seguinte questionamento: por que não usá-los nas aulas de matemática em vez da calculadora gráfica, cujo preço é alto? Aqui duas considerações podem ser feitas. A primeira é que outros aplicativos e jogos que esses aparelhos possuem certamente irão distrair os alunos, prejudicando a atenção e a concentração nas aulas. A segunda diz respeito à famosa “cola”, que no caso de avaliações em que o uso de tecnologia seria permitido ou até necessário, ficaria mais difícil de ser controlada.

Ao trabalhar com Tablets em uma sala de aula, o professor se depara com problemas relacionados à concentração dos alunos, pois com a diversidade contida em um aparelho desses acoplado ao uso da Internet, é possível que os alunos sejam seduzidos e se distraiam com outros assuntos, dispersando-se durante as aulas em outras atividades que não sejam as propostas pelo professor. Segundo o professor Moran (2001), ensinar utilizando a Internet exige muita atenção do professor, pois diante de tantas possibilidades de busca, a própria navegação se

torna mais sedutora do que a aula em si, e os alunos tendem a dispersar-se diante de tantas conexões possíveis, de endereços dentro de outros endereços, de imagens e textos que se sucedem continuamente.

Algumas observações dos estudantes dão certeza de que o trabalho com a calculadora foi válido, tais como: *“Eu gostei das atividades porque desse modo entramos em contato com algo diferente, aprendendo mais facilmente.”* Outro destaca que foi bom trabalhar com a calculadora, *“...pelo fato de aprender e ver como ficam os gráficos, o segundo motivo é por ter uma aula diferente”*.

A opinião relativa ao uso da calculadora gráfica que é manifestada pelos alunos da pesquisa mostrou-se a favor, pois é importante integrar a tecnologia no ambiente de aprendizagem, fazendo com que o estudante se acostume a conviver com ela, tornando a matemática menos cansativa e permitindo que os assuntos sejam trabalhados e absorvidos com mais facilidade.

Para que o uso de calculadoras gráficas possa ser implementado com êxito nas escolas é preciso que os professores tenham capacitação adequada para a manipulação e para o uso como ferramenta pedagógica. Além disso, seria necessário que livros didáticos fossem elaborados com atividades explorando as possibilidades das calculadoras. Entendemos, porém, que mudanças de postura na prática pedagógica devem levar tempo, dadas as dificuldades que encontramos, tanto em nossas escolas, como na própria formação inicial a que muito de nós professores somos submetidos.

O alto preço no Brasil certamente é um empecilho ao uso de calculadoras nas escolas públicas. Porém, se a procura por esse equipamento fosse maior, certamente os preços seriam reduzidos. Também seria interessante uma versão em português da calculadora. De fato, este deveria ser um investimento feito pelas diferentes esferas de governo. Cada escola poderia ter um conjunto de calculadoras disponível para que os professores pudessem utilizar com seus alunos. Ao final da aula, o professor ficaria encarregado de recolher as calculadoras e guardá-las. Assim, não seria necessário adquirir uma calculadora para cada aluno, embora isso fosse o ideal, para que o aluno pudesse utilizá-la em casa.

Através desse estudo, vislumbramos um novo modo de trabalhar que a nosso ver pode surgir como uma das possíveis soluções para melhorar o processo de ensino e aprendizagem de nossos alunos. Pesquisas nesta área, abordando

diferentes conteúdos matemáticos, seriam bastante interessantes, proporcionando novos materiais e melhor entendimento de como proceder com os erros cometidos. Possibilitariam repensar o papel do professor, dando início a inovações no ensino de Matemática.

8 Bibliografia

BORBA, M. C. (1999). *Calculadoras Gráficas e Educação Matemática*. Rio de Janeiro: Art Bureau.

BORBA, R. E., & SELVA, A. C. (2009). O que as pesquisas têm evidenciado sobre o uso da calculadora na sala de aula dos anos iniciais de escolarização? *Revista Educação Matemática em Revista - RS, v.1, número 10*, pp. 49-63.

BRASIL, Ministério da Educação, Secretaria de Educação Básica. (2006). *Orientações Curriculares para o Ensino Médio: Ciência da Natureza, Matemática e suas Tecnologias. volume 2*, p. 135.

BRASIL, Ministério da Educação, Secretaria de Educação Fundamental. (1998). *Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática*. Brasília.

DICK, T. (1992). *Super calculators: implications for calculus curriculum, instructions and assessment*. In J. T. Fey & C. R. Hirsch (Eds), *Calculators in Mathematics Education* (pp. 145–157). Reston, VA: NCTM.

DOERR, H. M., & ZANGOR, R. (2000). Creating meaning for and with the graphing calculator. *Educational Studies in Mathematics*, 41 (2), pp. 143-163.

IDRIS, N. (2006). Exploring the use of TI-84 Plus on Achievement and Anxiety in Mathematics. *Eurasia Journal of Mathematics, Science & Technology Education*, 2 (3), pp. 66-78.

MARQUES, A. C.; CAETANO, J. S. Utilização da informática em sala de aula. In: MERCADO, L. P. L. (Org.). *Novas tecnologias na educação: reflexões sobre a prática*. Maceió: EDUFAL, 2002, pp. 63 - 86.

MORAN, J. M.; Desafios da Internet para o Professor. *Revista Ciência da Informação*. ECA – USP. São Paulo; Vol. 26, n.2, maio – agosto 2001, pág. 146 – 153.

National Council of Teachers of Mathematics. (1989). *Curriculum and Evaluation Standards for School Mathematics*. Reston, VA: Author.

PONTE, J. P., SERRAZINA, L., GUIMARÃES, H. M., BREDAS, A., GUIMARÃES, F., SOUSA, H., et al. (2007). *Programa de Matemática do Ensino Básico*. Lisboa: Ministério da Educação - DGIDC.

TALL, D. (2001). Cognitive Development in Advanced Mathematics Using Technology. *Mathematics Education Research Journal*, 12 (3) , pp. 196 - 218.