Universidade Federal de Goiás
Instituto de Matemática e Estatística
Programa de Mestrado Profissional em
Matemática em Rede Nacional

Explorando a Curiosidade e a Criatividade como Motivadores do Interesse em Matemática

Jair Pinheiro Nogueira

Goiânia

2014

sistema de bibliotecas ufg

UFG

TERMO DE CIÊNCIA E DE AUTORIZAÇÃO PARA DISPONIBILIZAR ELETRONICAMENTE OS TRABALHOS DE CONCLUSÃO DE CURSO NA BIBLIOTECA DIGITAL DA UFG

Na qualidade de titular dos direitos de autor, autorizo a Universidade Federal de Goiás (UFG) a disponibilizar, gratuitamente, por meio da Biblioteca Digital de Teses e Dissertações (BDTD/UFG), sem ressarcimento dos direitos autorais, de acordo com a Lei nº 9610/98, o documento conforme permissões assinaladas abaixo, para fins de leitura, impressão e/ou *download*, a título de divulgação da produção científica brasileira, a partir desta data.

1. Identificação do material bibliográfico: **Trabalho de Conclusão de Curso de Mestrado Profissional**

2. Identificação do Trabalho

Autor (a):	*Jair Pinheiro Nogueira*
E-mail:	jair.p.n@hotmail.com
Seu e-mail pode ser disponibilizado na página? [x]Sim [ ] Não	
Vínculo empregatício do autor	*Secretaria de Educação do Distrito Federal*
Agência de fomento:	*Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior* — Sigla: *CAPES*
País: Brasil	UF: DF — CNPJ: 00889834/0001-08
Título:	*Explorando a Curiosidade e a Criatividade como Motivadores do Interesse em Matemática*
Palavras-chave:	*Matemática, novas atividades, criatividade, ensino-aprendizagem, efeito.*
Título em outra língua:	*Exploring Curiosity and Creativity as Motivators of Interest in Mathematics*
Palavras-chave em outra língua:	*Math, new activities, creativity, teaching and learning, e effect.*
Área de concentração:	*Matemática do Ensino Básico*
Data defesa: (dd/mm/aaaa)	21/03/2014
Programa de Pós-Graduação:	*PROFMAT*
Orientador (a):	*Prof. Dr. Rogério de Queiroz Chaves*
E-mail:	rqchaves@gmail.com
Co-orientador(a):*	
E-mail:	

*Necessita do CPF quando não constar no SisPG

3. Informações de acesso ao documento:

Concorda com a liberação total do documento [X] SIM [ ] NÃO[1]

Havendo concordância com a disponibilização eletrônica, torna-se imprescindível o envio do(s) arquivo(s) em formato digital PDF ou DOC do trabalho de conclusão de curso.

O sistema da Biblioteca Digital de Teses e Dissertações garante aos autores, que os arquivos contendo eletronicamente as teses, dissertações ou trabalhos de conclusão de curso, antes de sua disponibilização, receberão procedimentos de segurança, criptografia (para não permitir cópia e extração de conteúdo, permitindo apenas impressão fraca) usando o padrão do Acrobat.

Jair Pinheiro Nogueira

Assinatura do (a) autor (a)

Data: 25 / 06 / 2014

[1] Neste caso o documento será embargado por até um ano a partir da data de defesa. A extensão deste prazo suscita justificativa junto à coordenação do curso. Os dados do documento não serão disponibilizados durante o período de embargo.

Jair Pinheiro Nogueira

Explorando a Curiosidade e a Criatividade como Motivadores do Interesse em Matemática

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado ao Instituto de Matemática e Estatística da Universidade Federal de Goiás, como parte dos requisitos para obtenção do grau de Mestre em Matemática.

Área de Concentração: Matemática do Ensino Básico

Orientador: Prof. Dr. Rogério de Queiroz Chaves

Goiânia

2014

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação na (CIP)
GPT/BC/UFG

Nogueira, Jair Pinheiro.

N778e Explorando a Curiosidade e a Criatividade como Motivadores do Interesse em Matemática [manuscrito] / Jair Pinheiro Nogueira. - 2014.

127 f. : il., figs, tabs.

Orientador: Prof. Dr. Rogério de Queiroz Chaves

Dissertação (Mestrado) – Universidade Federal de Goiás, Instituto de Matemática e Estatística, 2014.

Bibliografia.

Inclui lista de figuras e tabelas.

Apêndices.

1. Matemática – Métodos de ensino 2. Matemática – Ensino e aprendizagem 3. Matemática – Estudo e ensino 4. Matemática – Motivação I. Título.

CDU: 510.21:37

Jair Pinheiro Nogueira

Explorando a Curiosidade e a Criatividade como Motivadores do Interesse em Matemática

Trabalho de Conclusão de Curso defendido no Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional – PROFMAT/UFG, do Instituto de Matemática e Estatística da Universidade Federal de Goiás, como requisito parcial para obtenção do título de Mestre em Matemática, área de concentração Matemática do Ensino Básico, aprovado no dia 21 de março de 2014, pela Banca Examinadora constituída pelos professores:

RQChaves

Prof. Dr. Rogerio de Queiroz Chaves
Instituto de Matemática e Estatística-UFG
Presidente da Banca

Flávio Raimundo Souza

Prof. Dr. Flávio Raimundo de Souza
membro IFG-Goiânia

MBSantos

Profª. Drª. Maria Bethânia Sardeiro dos Santos
Instituto de Matemática e Estatística-UFG

Jair Pinheiro Nogueira graduou-se em Matemática pela UCB (Universidade Católica de Brasília) e durante a graduação foi monitor no colégio Objetivo de Brasília. Atualmente é professor na Fundação Educacional do Distrito Federal.

Dedico este trabalho a minha querida esposa Patrícia Araújo Nogueira, às minhas filhas Letícia Araújo Nogueira e Larissa Araújo Nogueira, e a minha amada avó Valdete Pinheiro Nogueira.

Agradecimentos

Agradeço em primeiro lugar a Deus que sempre me proporciona o melhor dessa vida me dando saúde, coragem, sabedoria e paciência para romper as barreiras que o mundo nos impõe.

Agradeço também a minha amada esposa, Patrícia, que teve paciência e sabedoria para me apoiar durante todo esse período e as minhas adoráveis filhas Letícia e Larissa que, além de serem dois dos motivos para a minha busca pelo crescimento profissional e de novos conhecimentos, entenderam e me apoiaram em todo esse tempo em que estive ausente de suas vidas tanto aos sábados quanto em algumas noites durante a semana.

Quero agradecer também a todos os professores do curso PROFMAT, pois sem eles e sem a experiência de vida e intelectual de cada um deles, nada disso seria possível. Agradeço, em especial, ao prof. Dr. Rogério de Queiroz Chaves, que dedicou boa parte de seu tempo tanto no curso, quanto na minha orientação e tornou possível a realização desse trabalho.

Também vale agrader a todos os meus colegas de curso que sempre estavam comigo comungando do mesmo ideal e que me ajudaram sempre que precisei e, em especial, meu amigo Alan Martins, que fez parte da primeira turma do Profmat.

Agradeço de forma singela aos meus pais, José Antonio e Vilani, que sempre zelaram pelo meu futuro, e a CAPES pelo apoio financeiro que muito contribuiu neste programa de mestrado.

Resumo

Para o processo de ensino-aprendizagem da matemática é preciso mais do que simplesmente passar o conteúdo no quadro. A participação e a criatividade dos alunos devem ser estimuladas e desenvolvidas. Novas atividades com uma visão mais dinâmica e criativa da matemática precisam ser incorporadas ao cotidiano do aluno para que ele aumente seu interesse pelo estudo dessa disciplina que, na maioria das vezes, é tão indesejada. Atividades como desafios, truques e curiosidades, se bem fundamentadas matematicamente, podem exercer o papel de estimuladores do estudo e do aprendizado da matemática de uma forma mais criativa e alegre. Toda situação nova e diferente tende a desenvolver a curiosidade e, gradativamente, a criatividade do indivíduo. Cada vez que um aluno supera um desafio, sua autoconfiança e autoestima são elevadas. Baseado nesta necessidade real, o objetivo desse trabalho é estudar o efeito da introdução desse tipo de atividades na rotina da sala de aula sobre a atitude dos estudantes em relação à Matemática e seu estudo. Essas atividades foram realizadas em turmas do ensino médio durante o segundo semestre de 2013. Cada uma destas atividades, seja desafio, truque ou curiosidade, além de abranger alguns conteúdos curriculares, está, bem descrita e explicada, em forma de sugestão para os colegas professores. Para que o efeito das atividades fosse melhor analisado, os alunos responderam a dois questionários, sendo o primeiro no início do semestre e o segundo, após o término do semestre. Na análise das respostas dos questionários e da participação das turmas, pode ser observada uma mudança no envolvimento e no interesse dos alunos nas aulas de matemática, sendo que esse efeito não parece estar correlacionado ao grau de envolvimento anterior de cada turma.

Palavras-chaves: matemática, novas atividades, criatividade, ensino-aprendizagem, efeito.

Abstract

For the process of teaching and learning Mathematics it takes more than just writing the subject matter on the blackboard. The participation and creativity should be encouraged and developed. New activities with a more dynamic and creative vision of Mathematics need to be incorporated into the daily life of the student so that it increases their interest in the study of this discipline that, in most cases, is unwanted. Activities such as challenges, tricks and trivia, if well founded mathematically, can play a role in stimulating the study and learning Mathematics in a more creative and joyful manner. Every new and different situation tends to develop curiosity and, gradually, the creativity of the individual. Each time a student overcomes a challenge, it builds up self-confidence and self-esteem. Based on this real need, the main goal of this work is to study the effect of the introduction of such activities in the routine of the classroom on the attitude of students toward Mathematics and its study. These activities were carried out with high school classes during the second academic semester of 2013. Each of these activities, whether challenge, trick or curiosity, besides covering some curriculum content, is well described and explained in the form of suggestions for fellow teachers. In order to improve the analysis of the effects of the project, the students answered two questionnaires, the first at the beginning of the semester and the second, after the end of the semester. On the analysis of responses to the questionnaire and the participation of class sizes, a change in the involvement and interest of students in math classes can be observed, and this effect does not seem to be correlated to the degree of prior involvement of each class.

Keywords: math, new activities, creativity, teaching and learning, effect.

Lista de Figuras

Sumário

1 Introdução

O currículo proposto pela LDB (Lei de Diretrizes e Bases da Educação)[10] não precisa ser visto pelo professor como algo a ser cumprido à risca, ou seja, como um aglomerado de conteúdos que devem ser repassados a qualquer custo, sem possibilidade de mudanças. O educador realmente deve estar atento ao que o currículo propõe e tentar segui-lo, mas não como um processo inflexível e estático. Ele tanto pode quanto deve acrescentar alguns recursos que venham facilitar e aprimorar o aprendizado do aluno de forma que o foco no conhecimento seja revigorado e não desestimulado.

Há uma grande quantidade de literatura sobre a relação professor-aluno como sendo a base para a construção de um processo de ensino-aprendizagem eficiente e eficaz (Madureira & Branco, 2005[27]; McDermott, 1977[31]; Tacca, 2000[48]). Entretanto, quase nada tem sido feito para que isso se torne prioridade nas práticas escolares diárias. O que vemos e escutamos, com bastante frequência e em muitas unidades de ensino, são reclamações tanto dos professores quanto dos alunos sobre as inúmeras dificuldades de convivência e de aplicação, ou não, de métodos diferenciados de ensino.

Ensinar matemática é, antes de tudo, desenvolver o raciocínio lógico, estimular a criatividade e a capacidade de resolver problemas e cativar o respeito e o interesse do aluno pela matemática. O educador matemático deve procurar alternativas que aumentem a motivação para a aprendizagem, desenvolvam a autoconfiança, a alegria, a organização, a concentração, a atenção, o raciocínio lógico-dedutivo e o senso cooperativo, desenvolvendo e aumentando as interações do indivíduo com a matemática e com outras pessoas.

De acordo com Machado & Nobrega, 2013[43], na educação, assim como em outras áreas, a sociedade exige novas habilidades que tendem a originar mudanças no processo de formação do indivíduo. Surge, assim, a necessidade de aperfeiçoar antigas técnicas e da descoberta de novos processos de ensino aprendizagem, visando ao desenvolvimento de um sistema educacional de qualidade que possa atender adequadamente, as necessidades e os anseios da sociedade atual. Segundo Oliveira (2007)[33] ensinar Matemática é desenvolver o raciocínio lógico, estimular os pensamentos independentes, incentivar a criatividade e a capacidade de resolver problemas. Os educadores matemáticos devem procurar alternativas para aumentar a motivação para a aprendizagem, além de desenvolver a autoconfiança, a organização e a concentração.

Acredita-se que práticas voltadas para o desenvolvimento da atividade criativa do aluno se constituem numa das possibilidades para essa transformação, uma vez que objetivarão desenvolver competências que possibilitem aos alunos serem capazes de lidar com um mundo em constantes e profundas mudançase de resolverem problemas presentes e futuros de forma criativa e inovadora (Rocha, 2000[42]).

Em pesquisas com diversos professores e alunos, realizadas por Alencar, 1997[1] e 2000[2], e Fleith, 2000[15], há muitos sinais da influência dos professores na criatividade do aluno, pois são eles que possibilitam um ambiente muito ou pouco favorável à manifestação de ideias criativas em sala.

Há também algumas pesquisas que tem sugerido o aprofundamento do estudo da relação professor-aluno, no intuito de examinar a dinâmica da sala de aula, para descobrir os comportamentos e formas de comunicação que favorecem ou não a atividade criativa dos alunos (Gontijo, 2007[22]; Mariani & Alencar, 2005[28]; Paz 2006[35]).

É preciso desenvolver mais a capacidade criativa e cognitiva dos alunos. Eles precisam tomar decisões e não apenas repetir resoluções. Afinal de contas, como dizia o filósofo chinês, Confúcio (551 a 479 - AC), "aprender sem pensar é trabalho perdido".

Vygotsky, 1987[53] afirmava que através de um brinquedo a criança aprende a agir numa esfera cognitivista, sendo livre para determinar suas próprias ações. Segundo ele, o brinquedo estimula a curiosidade e a autoconfiança, proporcionando desenvolvimento da linguagem, do pensamento, da concentração e da atenção. É o que ocorre também quando um aluno é desafiado a apresentar e resolver um desafio, ou mesmo, quando a ele é atribuída a missão de fazer uma mágica com suas habilidades matemáticas.

Também segundo Vygotsky, 1987[53], na prática, o processo de criar e combinar novas ideias faz parte da natureza humana e, dessa forma, precisa ser entendido como um processo psicológico que se constitui em uma complexa interação de elementos ao longo da história de cada indivíduo. E, nesse ponto, a interação professor-aluno se faz necessária mais uma vez.

Quando o assunto na sala de aula é fazer algo diferente de introduzir conteúdos ou fazer exercícios no quadro, a adesão e o envolvimento dos alunos vão estar presentes em praticamente todas as turmas e alcançarão a maioria deles. E se a atividade envolver a própria disciplina, melhor ainda tanto para o professor quanto para os alunos, pois eles vão descobrir cada vez mais facetas da matemática.

Aprender matemática, principalmente no método tradicional, na maioria dos casos não é algo prazeroso. Para tentar alavancar um pouco mais de desejo pelo aprendizado dessa disciplina, vale sempre um sacrifício a mais (toda a preparação das novas atividades) por parte do professor, pois certamente os benefícios alcançados lhe trarão muita satisfação e realização.

Todos têm consciência do medo que a maioria das pessoas tem da matemática e do paradigma de ser uma ciência complexa, imutável, hermética e sem nenhum atrativo que percorre várias gerações. Por isso, a iniciativa do professor em utilizar novas metodologias e a sua maneira de encarar a matemática podem ser cruciais no combate a esse mito ou, infelizmente, sua apatia pode servir para a manutenção fatídica desse paradigma.

O aluno tem que se sentir bem na sala de aula. De acordo com Ribeiro, 2009[41], o ambiente de ensino deve ser visto e entendido como um lugar deslumbrante e de inventividade, pronto para o desenvolvimento da criatividade e da autonomia do aluno.

O professor, definitivamente, não tem o direito de limitar seus alunos, pelo contrário, tem que incentivá-los a desenvolver suas habilidades e a buscar sempre mais e mais conhecimento. De acordo com o filósofo e matemático René Descartes[41] "a razão pressupõe a liberdade, pois o sujeito só pode atingir a verdade se o esforço de conhecimento não for constrangido por nenhuma autoridade externa que lhe imponha limites".

A forma utilizada pela maioria das escolas, principalmente as públicas, pode não levar o estudante a uma aprendizagem produtiva. Segundo dados do Sistema de Avaliação da Educação Básica - SAEB, apenas 6,99% (INEP, 2003)[23] dos estudantes brasileiros que cursavam a 3ª série do Ensino Médio em 2003 se encontravam no nível adequado de construção das competências matemáticas, índice que passou para 11% em 2010(INEP, 2010)[24], mas que caiu para 10,3% em 2011 (INEP, 2011)[25]. Ou seja, mais de 80% dos alunos saem da escola básica com um nível de conhecimento matemático abaixo do esperado, alugumas vezes, devido a uma metodologia de ensino pouco atraente ou pouco eficiente que realiza quase sempre o mesmo tipo de atividades.

As atividades repetitivas e rotineiras, além de tudo, geram um desgaste físico e emocional tanto nos alunos quanto no professor. Elas não incentivam a criação e nem a autonomia, pelo contrário, mantém os alunos apáticos e dependentes de regras e procedimentos mecânicos. Por outro lado, com uma nova configuração de aula, investindo uma pequena parte do tempo nas atividades diversificadas de resolução de problemas, sejam desafios, truques ou curiosidades, o professor pode desenvolver indivíduos mais criativos, entusiamados, autonomos e até mais críticos.

No modelo pedagógico criado por Renzulli (2001)[39] para tentar ajudar os docentes em sua longa jornada, o professor deve dominar os conteúdos de sua disciplina e ser capaz de utilizar várias técnicas instrucionais, como jogos, desafios e dinâmicas de grupo, adequadas para transmitir esses conteúdos a ela relacionados e, ainda, ter a habilidade para desenvolver um romance com a disciplina que leciona. Além disso, o aluno deve apresentar habilidades e conhecimentos em uma área particular do currículo, demonstrando interesse e envolvimento com esta área, buscando o aperfeiçoamento de suas habilidades bem como o desenvolvimento de novas competências, sabendo explorar seu estilo preferencial de aprendizagem. Quanto ao currículo, este deve ter sua estrutura examinada, observando os conteúdos e as metodologias apropriadas para desenvolvê-lo, bem como suas possibilidades de estimular a imaginação dos alunos para a área em questão.

O aluno também precisa tomar uma iniciativa no processo de ensino-aprendizagem. Por mais que se esforce e goste do aluno, o professor não pode realizar a tarefa de aprender no lugar dele. Porém, enquanto organizador desse processo, tem que ser o mediador da ação de conhecer, facilitando e instigando a atividade do aluno. Dessa forma, o professor sabe que não é ele quem "coloca o conhecimento na cabeça" do educando, mas, por outro lado, ele não pode deixar o aluno sozinho, pois o conhecimento não vai surgir de forma espontânea. Quem constrói é o sujeito, mas a partir da relação social, mediada pela realidade (Freire, 1967)[17].

As atividades diversificadas tendem a aproximar professor e aluno. Deve haver um elo entre os dois. Um espírito de cooperação mútua. São muitas as sugestões de atividades matemáticas. Dentre elas escolhemos três em especial: desafios, truques e curiosidades matemáticas. É nesse momento que o professor pode inserir em suas atividades um pouco de curiosidade e conhecimento da matemática e de sua história. Além disso, o educador pode desafiar os alunos propondo-lhes problemas de cálculos e de lógica para que, depois de conseguir resolvê-los, se sintam mais à vontade com a matemática e com os números. E, por último, ele pode mostrar-lhes o quanto a matemática é instigante e divertida ao apresentar, na sala de aula, diversos truques com fundamentação matemática.

Outro bom motivo para a introdução de atividades diversificadas nas aulas de matemática é a possibilidade de diminuir bloqueios apresentados por muitos de nossos alunos que temem a Matemática porque não tem afinidade com suas mais diversas aplicações e, com isso, sentem-se distantes, desmotivados e até incapazes de aprendê-la.

Durante a apresentação de uma curiosidade, um desafio ou um truque o educando tende a ficar atento a tudo que é dito ou mostrado, na expectativa de aprender e de se divertir com o que está acontecendo. Enquanto participa da atividade ele, mesmo sem perceber, está "falando matemática". E mais, quando o truque ou desafio é revelado, o aluno pode perceber a grandeza e o alcance da matemática em situações que ele já viu ou ouviu falar e nem imaginava que ela estava tão diretamente ligada.

Utilizar truques, desafios e curiosidades no ensino da Matemática também tem a missão de mudar a rotina da classe, o ritual de sempre e desenvolver o desejo pelo aprendizado dessa disciplina, que é considerada por muitos como a mais desmotivante e difícil de todas, e despertar o interesse pelo estudo, pelo conhecimento.

Segundo Ribeiro[41], são as atividades envolvendo a resolução de problemas que impulsionam e desencadeiam o processo de ensino-aprendizagem matemático e é através dos problemas e desafios que os conhecimentos fluem, por isso são entendidos como ponto de partida da atividade matemática.

Nesse sentido, conforme Ribeiro, 1999[40], p. 44:

> *"... destaca-se a importância da metodologia de Resolução de Problemas como uma abordagem que confere significado ao conhecimento matemático (...). Com essa metodologia o aluno constrói as noções e conceitos matemáticos como ferramentas para resolver problemas. A atividade de ensino nessa metodologia não parte de conceitos e definições matemáticas, seguidas de uma lista de exercícios de aplicação direta dos conceitos. Pelo contrário, os conceitos matemáticos são construídos significativamente no processo de resolução de problemas."*

Quando os truques e os desafios são relacionados a uma atividade de resolução de problemas, automaticamente, o desenvolvimento dessa atividade estará envolvido na realização e revelação do truque, na proposição e no desvendamento do desafio e, também, na descrição e explicação da curiosidade, o que, de forma concisa e alegre, desenvolve paulatinamente a criatividade dos alunos participantes que, por sinal, são a maioria da sala.

A criatividade tem sido focada na pesquisa de diversos estudiosos, por ser reconhecida como um elemento importantíssimo para o desenvolvimento humano (Alencar & Fleith, 2003[4]; Alencar & Martínez, 1998[6]; Beghetto, 2009[9]; Mayer, 2006[30]; Sawyer, 2003[44]; Torrance, 1993[50]).

De acordo com Novaes (1999)[32], Alencar e Fleith (2003[4], 2008[5]) e Virgolim (2007)[51], o mundo globalizado vem sofrendo diversas mudanças e inovações nos últimos anos, gerando um momento de grande alvoroço e apreensão tanto no mercado de trabalho quanto nas relações sociais e na sociedade de uma maneira geral. Por isso, a criatividade tem sido aclamada como um ingrediente precioso para lidar melhor com os desafios do presente e conduzir o mundo por um caminho mais sereno.

Apesar de não existir um consenso quanto à definição do termo criatividade, especialistas da área motivacional concordam que esse elemento imprescindível leva ao surgimento de algo novo ou ao aperfeiçoamento daquilo que já existe (Alencar & Fleith, 2003[4]; Amabile, 1989[7], 1996[8]; Sternberg & Lubart, 1991[46], 1996[47]).

Desde a segunda metade do século passado, inúmeros pesquisadores têm ressaltado, principalmente, a importância do ambiente escolar para a promoção da habilidade criativa (Alencar & Fleith, 2003[4], 2008[5]; Dias, Enumo & Junior, 2004[11]; Getzels & Jackson, 1962[20]; Virgolim, Neves-Pereira & Fleith, 2000[52]; Torrance, 1993[50]). Nessa mesma linha, os Parâmetros Curriculares Nacionais (Ministério da Educação, 2008[12]) preconizam a necessidade de capacitar os alunos para a solução de problemas por meio do pensamento lógico, da criatividade, da intuição e da análise crítica de situações e problemas.

Infelizmente, o potencial criativo do aluno ainda tem sido pouco estimulado. Segundo Martínez (2006)[29] e Alencar (2007)[3], embora todos reconheçam a importância da criatividade e a necessidade de promover a sua expressão, é notório que as oportunidades de estímulo e uso do potencial criativo nas redes de ensino são limitadíssimas.

Foi também com esse objetivo, ou seja, mostrar a eficiência das atividades complementares como forma de aguçar o desenvolvimento da criatividade e do interesse dos alunos, que esse projeto foi desenvolvido em turmas do Ensino Médio: 1º, 2º e 3º ano. Semanalmente, as atividades - desafios, truques ou curiosidades - foram realizadas utilizando parte de uma aula ou, dependendo da disponibilidade de tempo, de duas aulas.

Para facilitar o controle, a execução, a organização, um maior envolvimento criativo e um melhor aprendizado dos alunos durante as atividades, elas foram organizadas e separadas por tópicos: desafios, truques e curiosidades. O tempo necessário para essas aplicações foi administrado pelo professor, de forma que não impediu e nem atrapalhou o cumprimento do conteúdo programático. Como será visto no capítulo 2, em cada uma das atividades foi incluído, além de uma sugestão de execução, o tempo médio para realização de cada uma delas.

É certo, porém, que foi necessário controlar bem a aplicação das atividades, tanto em relação ao conhecimento escolar (1º, 2º ou 3º ano) quanto no âmbito da sequência e distribuição das aplicações (desafio, truque ou curiosidade), para que a receptividade do conhecimento matemático, além de ser prazerosa, fosse a melhor e maior possível.

Para que fosse possível medir o grau de impacto dessa metodologia de ensino, foi realizada uma pesquisa para analisar as percepções dos alunos em relação ao ensino da

Matemática. Para essa análise, a abordagem escolhida foi a empírico-analítica (Fiorentini & Lorenzato, 2006[14]), realizando a pesquisa em duas etapas, um questionário no início e outro no final do 2º semestre letivo, e tratando os dados obtidos através de comparações gráficas e percentuais. Essa opção também mostra o aspecto exploratório do trabalho.

Na pesquisa feita antes da realização das atividades, ou seja, no início do 2º semestre letivo, os alunos responderam a um primeiro questionário, que tem seu modelo no Anexo 1, p.109, com perguntas como "Gosta das aulas de matemática?", "Considera a matemática importante para alguma coisa na vida?", "Acredita que exista algum conteúdo de matemática que seja interessante e até divertido?", "Acredita no conhecimento como algo de grande valor?", entre outras.

Na pesquisa realizada depois da execução das atividades, ou melhor, no final do 2º semestre letivo, os alunos responderam a um segundo questionário, que também tem seu modelo no Anexo 2, p. 111, composto tanto de novas perguntas quanto de perguntas idênticas às do primeiro questionário para facilitar a comparação dos resultados obtidos com o projeto. Entre as novas questões estavam "Acredita que as novas atividades desenvolvidas durante as aulas de matemática foram divertidas e interessantes?" e "Acredita que as atividades desenvolvidas nas aulas de matemática ajudaram você a se concentrar mais nas aulas e nos estudos?". E, entre as idênticas, estão "Gosta das aulas de matemática?", "Estuda em casa?" e "Acredita no conhecimento como algo de grande valor?".

Para responder a cada pergunta, em ambos os questionários, o aluno devia indicar sua resposta em uma escala de 0 a 10, onde o zero significava que nenhum ponto estava sendo atribuído e o 10 representava a atribuição da pontuação máxima à questão.

Os dois questionários foram aplicados às mesmas sete turmas de alunos do ensino médio do turno matutino: 1º ano A, 1º ano B, 1º ano C, 2º ano A, 2º ano B, 3º ano A e 3º ano B. O primeiro questionário foi aplicado no início do 2º semestre de 2013 para um total de 174 alunos, enquanto o segundo foi aplicado no final do 2º semestre do mesmo ano para um total de 205 alunos.

Uma observação que se faz importante é que o total de alunos da segunda etapa da pesquisa foi maior (205 a 174) por ter sido realizada no dia da avaliação final do semestre, tendo, inclusive, a presença de diversos alunos que, além de não terem participado da primeira etapa, eram infrequentes (praticamente não assistiram às aulas) e foram apenas fazer a avaliação de aprendizagem.

Além dos questionários, ainda para auxiliar na análise do efeito da realização das atividades, também foi realizada, em cada uma das sete turmas, uma avaliação do nível de participação e interação das turmas durante as aulas de matemática, conforme consta no Anexo 6, p.121. Depois de somar as notas atribuídas a aspectos como comportamento, desempenho e resolução de exercícos, cada turma recebeu uma nota, de zero a dez, referente a sua participação nas aulas de matemática. Essa avaliação foi realizada em dois momentos: antes do início do projeto e próximo ao final do semestre, ou seja, quando os alunos já estavam acostumados com as atividades.

No capítulo 2 são apresentadas descrições detalhadas da execução de atividades dos três tipos utilizados neste trabalho (desafio, truque ou curiosidade), que podem servir de sugestão para outros colegas docentes, além dos conteúdos e habilidades que foram trabalhadas e o tempo gasto nessa execução.

O capítulo 3 apresenta a análise dos resultados advindos da realização, durante o 2º semestre de 2013, das atividades propostas no capítulo 2 aos alunos do Ensino Médio das turmas citadas anteriormente e, também, das respostas atribuídas pelos alunos aos dois questionários aplicados no início e no final do referido semestre.

O capítulo 4 trás as conclusões observadas durante e após toda a execução do projeto.

2 Atividades Desenvolvidas em Sala

Sabendo da necessidade de um envolvimento sadio e divertido entre professor e aluno, de forma que ambos se sentissem a vontade e criativos durante o processo de ensino aprendizagem, nesse capítulo, são detalhadas todas as atividades que foram realizadas em sala de aula com os alunos e que agrupamos em três tipos: desafios, truques e curiosidades.

Nos Desafios, o aluno tem a oportunidade de verificar seus conhecimentos matemáticos. É nesse grupo de atividades que o professor poderá explorar mais os conhecimentos específicos e a criatividade de cada um dos alunos participantes, além de instigá-los a recaptular e até mesmo a buscar novos conteúdos da Matemática.

Nos Truques, ou "matemágicas", além da diversão, o aluno é posto a descobrir não apenas seus segredos, mas também quais os conteúdos da matemática estão ajudando na realização dos truques.

Nas Curiosidades, o aluno também se diverte enquanto aprende um pouco mais sobre a história da matemática e das suas aplicações nas mais diversas áreas da sociedade e da natureza.

Essas atividades são identificadas, descritas e explicadas de acordo com os fundamentos da matemática e seguindo um roteiro criado pelo autor especialmente para esse projeto. Além disso, em cada uma delas está indicado o tempo aproximado necessário para sua aplicação em sala e também os conteúdos e habilidades envolvidas em sua execução.

Na descrição de cada atividade, é fornecida, de forma bem detalhada e simples, uma sugestão de como apresentá-la aos alunos e também uma das maneiras de resolvê-la ou executá-la.

Quando for um desafio, vai ser possível encontrar na descrição uma ideia de como lançá-lo aos alunos de forma que a atenção deles seja despertada antes mesmo do desafio começar. Na parte da explicação apresenta-se, de maneira simples e direta, uma possível solução para o referido desafio.

No caso dos truques, há a descrição de sua apresentação e realização com os alunos e, em seguida, uma explicação de como o professor poderá executar o truque com exatidão.

Nas curiosidades, além de uma ideia de como chamar a atenção da turma, na descrição também é revelada boa parte do conteúdo matemático envolvido. Para a explicação, na maioria das vezes, resta apenas descrever melhor alguns cálculos ou resultados encontrados.

Vale lembrar que todo e qualquer material necessário para a realização de cada uma das atividades está incluído ou no processo de descrição ou no de execução.

Outro ponto importante, destacado na explicação de algumas atividades, é o fato de que o professor precisa conhecer bem o conteúdo e treinar bastante com os referidos materiais para que tanto os desafios quanto os truques sejam realizados de forma harmoniosa e prazeirosa para ambas as partes: professor e aluno.

2.1 Desafios

Os desafios a seguir foram selecionados e organizados de forma que o colega professor possa extrair uma boa parcela de criatividade e de envolvimento com os conteúdos por parte dos alunos. Quanto maior a participação da turma em um desafio, maior o nível de envolvimeto no próximo desafio.

Para que os alunos tenham mais tempo para pensar e analisar a situação, mesmo tendo alguns minutos para discutirem entre si na própria aula, as respostas aos desafios devem ser dadas apenas na semana seguinte. Assim, após passada uma semana, o professor sempre verificará se algum aluno encontrou uma resposta e, neste caso, pode pedir-lhe que mostre à turma como resolveu o desafio. Se ninguém descobrir, o professor se encarregará de exibir uma solução.

2.1.1 A divisão simples, a divisão certa e a divisão perfeita de oito moedas de ouro

Tipo: Desafio

Conteúdos e habilidades: divisão e multiplicação; proporção; regra de três.

Tempo: 20 minutos (10 minutos para lançar o desafio em uma aula e 10 minutos para resolvê-lo em outra aula).

Descrição: O professor chama a atenção dos alunos narrando a estória que está presente no Livro "O Homem que Calculava" de Malba Tahan[49]:

> *"Beremiz Samir, chamado de o Homem que Calculava, e seu companheiro de viagem, encontraram nos arredores de Bagdá um homem maltrapilho e ferido. Socorreram o infeliz e tomaram conhecimento de sua desgraça. Seu nome era Salém Nasair e era um rico mercador de Bagdá que viajava numa caravana que tinha sido atacada por nômades do deserto. Todos os seus companheiros tinham perecido, mas ele, milagrosamente, tinha conseguido escapar ao se fingir de morto.*
>
> *Ao concluir sua narrativa, o viajante pediu alguma coisa para comer, pois estava quase a morrer de fome. Beremiz tinha cinco pães e seu companheiro, três pães. O mercador fez a proposta de compartilhar esses pães entre eles e que, quando chegasse a Bagdá, pagaria oito moedas de ouro pelo pão que comesse. Assim fizeram.*

No dia seguinte, ao cair da tarde, eles chegaram à cidade de Bagdá e logo encontraram um dos vizires (ministros) do Califa (título dado ao soberano da cidade), amigo do mercador, a quem contaram o ocorrido, e que deu dinheiro ao mercador para que este pagasse sua promessa. Como tinha prometido, o mercador, muito agradecido, quis entregar cinco moedas a Beremiz, pelos cinco pães, e três a seu companheiro, que contribuíra com três pães. Com grande surpresa, Beremiz objetou respeitoso:

– Perdão, meu senhor. A divisão, feita desse modo, pode ser muito simples, mas não é matematicamente certa! Se eu dei cinco pães devo receber sete moedas; o meu companheiro, que deu três pães, deve receber apenas uma moeda.

- Pelo nome do Profeta! – interveio o Vizir, que observava o caso.

– Como justificar, ó estrangeiro, tão disparatada forma de pagar oito pães com oito moedas? Se contribuíste com cinco pães, por que exiges sete moedas? Se o teu amigo contribuiu com três pães, por que afirmas que ele deve receber uma única moeda?"

Concluída a estória, o professor afirma que a divisão proposta por Beremiz realmente está matematicamente correta e pede aos alunos que descubram por que essa seria a divisão certa?

Explicação: Para mostrar que o homem que calculava deveria receber 7 moedas e seu companheiro apenas uma, o professor pode começar destacando que cada pão foi dividido para três pessoas e, como eram 8 pães, foram distribuídos 24 pedaços. O homem que calculava contribuiu com 15 pedaços, pois entregou 5 pães, já o seu companheiro, como forneceu apenas 3 pães, só contribuiu com 9 pedaços.

Sabendo que cada um dos três viajantes comeu 8 pedaços de um total de 24, é facil ver que Beremiz, que colaborou com 15 pedaços e comeu 8, serviu um total de 7 pedaços de pão ao mercador, enquanto que o seu companheiro serviu apenas um pedaço pois comeu os outros 8 pedaços que lhe tocaram. Assim, a divisão certa seria entregar 7 moedas de ouro ao Homem que calculava e somente uma ao seu companheiro.

Mas, como disse o próprio Beremiz, a divisão perfeita aos olhos de Deus seria entregar 4 moedas para cada um deles, pois ambos se mobilizaram igualmente para socorrer o Mercador. E assim ele o fez, ficou com 4 moedas e entregou as outras 4 moedas ao seu companheiro.

Obs.: O texto desta atividade, pode ser digitado e entregue aos alunos para que eles possam acompanhar e entender melhor o desafio.

2.1.2 Três quartos de um terreno para quatro irmãos

Tipo: Desafio

Conteúdos e habilidades: fração; geometria plana (propriedades e área de quadriláteros); raciocínio dedutivo.

Tempo: 20 minutos (10 minutos para lançar o desafio e 10 minutos para resolvê-lo).

Descrição: O professor faz o desenho da **figura 1** no quadro e lança o seguinte desafio:

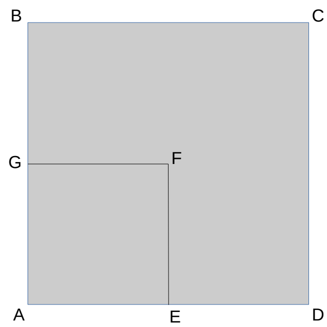

Figura 1: Desafio: Terreno

Um proprietário possuía um terreno ABCD com a forma exata de um quadrado. Vendeu uma quarta parte (AGFE), que também tinha a forma de uma quadrado, à prefeitura. O restante do terreno deveria ser repartido em quatro partes que fossem iguais em forma e em tamanho para serem distribuídas a seus filhos. Como esse problema poderia ser resolvido?

Explicação: Para facilitar a apresentação de uma solução, o professor fará o desenho da figura 2 no quadro.

Para solucionar este problema, basta um pouco de habilidade e visão geométrica.

Podemos facilitar a partilha entre os quatro filhos dividindo todo o terreno em um número de pedaços múltiplo de quatro, pois após a retirada do um quarto da prefeitura ainda sobrará uma quantidade de pedaços múltiplo de quatro. Sendo assim, conforme a **figura 2**, seria suficiente dividir o terreno inicial em 16 pedaços.

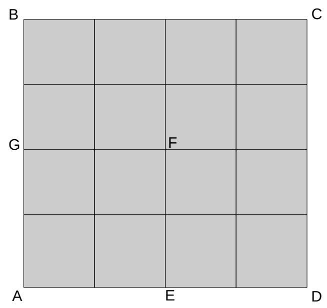

Figura 2: Desafio: Terreno

Dessa forma, com a retirada do 1/4 da prefeitura (que contém 4 dos 16 pedaços), sobrarão 12 pedaços, o que resultará em três pedaços iguais para cada um dos quatro filhos.

Com apenas três pedaços cada, mesmo formato geométrico, mesma área e que se encaixem perfeitamente no terreno restante, como vocês podem ver na **figura 3**, os quatro terrenos deverão ter a forma de “L”.

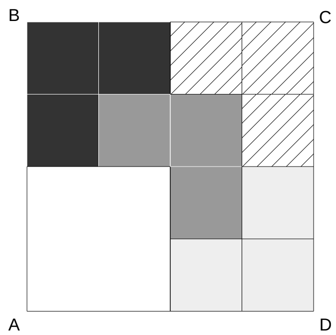

Figura 3: Desafio: Terreno

2.1.3 Como posicionar 10 soldados em 5 fileiras de 4 soldados

Tipo: Desafio

Conteúdos e habilidades: raciocínio dedutivo; fração; geometria plana: retas e elementos de um pentágono.

Tempo: 15 minutos (5 minutos para expor o problema e 10 minutos para resolvê-lo).

Descrição: O professor escreve no quadro o seguinte desafio:

Preciso posicionar 10 soldados em 5 fileiras de 4 soldados cada. Como esse problema poderia ser resovido?

Explicação: Para a solução deste problema é preciso, além de um pouco de habilidade e visão geométrica, uma boa dedução lógica, pois se cada soldado ocupar uma fileira, como estas são cinco, seriam necessários 20 soldados. Então é necessário que um mesmo soldado esteja em mais de uma fileira simultaneamente.

Assim, os soldados deverão estar distribuídos em forma de uma estrela de 5 pontas. Ou seja, as fileiras seriam as 5 diagonais do pentágono formado pelas pontas dessa estrela e cada soldado obrigatoriamente pertenceria a duas dessas diagonais (fileiras). Com isso, em cada fileira teremos exatamente 4 soldados. São cinco soldados nos vértices do "pentágono maior" e 5 nos vértices do pentágono menor (interno), totalizando os 10 soldados, como mostra a **figura 4**.

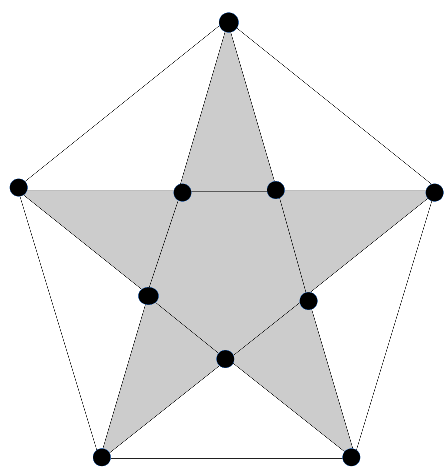

Figura 4: Desafio: Soldados

2.1.4 No produto $ABCDEF \times 3 = BCDEFA$, que algarismo cada letra representa?

Tipo: Desafio.

Conteúdos e habilidades: as quatro operações (multiplicação, divisão, adição e subtração); cálculo mental; raciocínio dedutivo.

Tempo: 10min para execução; 10min para explicação.

Descrição: O professor pode começar com a seguinte frase: "vamos ver se vocês são tão bons de letras quanto são de números!".

Em seguida, ele escreve uma multiplicação no quadro e pede que os alunos descubram por qual algarismo distinto, com exceção do zero, cada letra deverá ser substituída para que a igualdade seja verdadeira.

$$\begin{array}{r} ABCDEF \\ \times 3 \\ \hline BCDEFA \end{array}$$

Explicação: Para facilitar a explicação, o professor escreve novamente a multiplicação no quadro.

$$\begin{array}{r} ABCDEF \\ \times 3 \\ \hline BCDEFA \end{array}$$

O professor pode iniciar a resolução mostrando que a letra A (algarismo mais à direita do produto), sendo a unidade de um múltiplo de 3 $(3 \times F)$, poderia ser qualquer algarismo de 1 a 9, mas como a letra A também é o algarismo mais a esquerda do primeiro fator e depois também será multiplicada por 3, ela não poderá ser maior que 3, pois $3 \times A$ tem que ser menor que 10, caso contrário o produto teria um algarismo a mais. Com isso, só há três possibilidades para A: 3, 2 ou 1. Podemos, então, verificar cada uma destas três possibilidades:

Para $A = 3$, deveremos ter $3F = 3$ e, dessa forma, $F = 1$.

Como $F = 1$, $3 \times E$ será um múltiplo de três terminado em 1. Assim, como $3 \times E = 81$ não é possível, então $3 \times E = 21$, ou seja, $E = 7$.

Da mesma forma, como $E = 7$, $3 \times D + 2$ será um número terminado em 7 e, com isso, $3 \times D$ será um múltiplo de três terminado em 5. Assim, como $3 \times D + 2 = 7, 27 ou 37$ não será possível, pois nenhum desse resultados será um múltiplo de três quando retiradas duas unidades e $3 \times D + 2 = 47$ gera um número de dois algarismos, então $3 \times D + 2 = 17$, ou seja, $D = 5$.

A seguir, podemos fazer $3 \times C + 1 = D$ ou $3 \times C + 1 = D + 10$. Sendo $D = 5$, só encontraremos $C = 4/3$ ou $C = 14/3$, mas como C precisa ser inteiro, podemos concluir que $A = 3$ não serve como solução.

Para $A = 2$, teremos $3F = 12$ e, dessa forma, $F = 4$.

Continuando a multiplicação, poderemos fazer $3 \times E + 1 = F$, como $F = 4$, teremos $E = 1$. Da mesma forma, faremos também $3 \times D + 1 = E + 10$ ou $3 \times D + 1 = E + 20$ e, com $E = 1$, encontraremos, respectivamente, $D = 10/3$ e $D = 20/3$, mas como D precisa ser inteiro, podemos concluir que $A = 2$ também não serve como solução.

Para $A = 1$, só poderemos ter $3F = 21$ e, dessa forma, $F = 7$.

Como $F = 7$, $3 \times E + 2$ será um número terminado em 7 e, com isso,$3 \times E$ será um múltiplo de três terminado em 5. Assim, como $3 \times E + 2 = 7, 27 ou 37$ não será possível, pois nenhum desse resultados será um múltiplo de três quando retiradas duas unidades e $3 \times E + 2 = 47$ gera um número de dois algarismos, então $3 \times E + 2 = 17$, ou seja, $E = 5$.

Da mesma forma, como $E = 5$, $3 \times D + 1$ será um número terminado em 5 e, com isso, $3 \times D$ será um múltiplo de três terminado em 4. Assim, como $3 \times D + 1 = 5 ou 15$ não será possível, pois nenhum desse resultados será um múltiplo de três quando retirada uma unidade e $3 \times D + 1 = 35$ gera um número de dois algarismos, então $3 \times D + 1 = 25$, ou seja, $D = 8$.

A seguir, podemos fazer $3 \times C + 2 = 8$ ou $3 \times C + 2 = 18$ ou $3 \times C + 2 = 28$ ou $3 \times C + 2 = 38$. Entretanto, apenas $3 \times C = 6$ e $3 \times C = 36$ gera um múltiplo de 3, mas como $C = 12$ não é possível, então $C = 2$.

Finalmente, como $3 \times B$ será um múltiplo de três terminado em dois e com a casa das dezenas igual a 1 ($A = 1$), teremos $3 \times B = 12$, ou seja, $B = 4$.

Os valores, dessa forma encontrados, satisfazem a igualdade da equação inicial: $ABCDEF \times 3 = BCDEFA$, ou seja, a equação numérica, com $A = 1$, $B = 4$, $C = 2$, $D = 8$, $E = 5$ e $F = 7$, ficará assim: $142857 \times 3 = 428571$.

2.1.5 Qual dos dez sacos com barras de ouro é o mais leve?

Tipo: Desafio

Conteúdos e habilidades: as quatro operações (multiplicação, divisão, adição e subtração); unidades de medida; progressão aritmética; raciocínio dedutivo.

Tempo: 25 minutos (15 minutos para lançar o desafio em uma aula e 10 minutos para resolvê-lo em outra aula).

Descrição: O professor faz o desenho de dez sacos um ao lado do outro no quadro e, em seguida, propõe o desafio em forma de uma estória criada pelo próprio autor:

O jovem Parenterix, primo do aventureiro Asterix, após aprontar uma grande algazarra na cidade, foi preso e levado à presença do Rei Severo Sétimo em seu Castelo.

Quando o Rei lhe indagou: "Por que você fez toda essa bagunça?".

Parenterix lhe respondeu: "Fiz por pura diversão, ó meu Rei, pois já estava há semanas viajando e sem passar por nenhuma cidade tão grande e tão divertida".

O Rei enfurecido lhe disse: "Muito bem, então você vai gostar muito da diversão dos calabouços de meu Castelo".

E Parenterix logo retrucou: "Meu Rei, sei que o senhor é conhecido não só por sua severidade, mas também por tua astúcia e inteligência. Sendo assim, por que não faz a esse teu servo algum desafio para que, acertando, possa me livrar de teus calabouços?".

O Rei, um exímio jogador, gostando da proposta, pergunta ao jovem: "E o que você me oferecerá se não descobrir a resposta do desafio?".

O jovem aventureiro, cheio de uma confiança invejável dispara: "Pode mandar cortar a minha cabeça!".

Satisfeito com a sugestão, o Rei já vai propondo o desafio: "Então está feito. O desafio é o seguinte: à sua direita há dez sacos com dez pequenas barras de ouro cada um. Em um deles cada barra de ouro pesa 99 gramas. Nos outros nove sacos, cada barra pesa exatamente 100 gramas. Você entendeu tudo até agora?".

Parenterix, com sua ousadia de sempre respondeu: "Acho que já sei até a resposta!".

O Rei fica indignado: "Ora seu jovem audacioso, tenha mais cuidado com o que fala, pois ainda nem lhe fiz a pergunta que o deixará sem cabeça!".

Mas, como bom jogador que é, o Rei continua detalhando o desafio: "o questionamento é o seguinte: utilizando apenas uma pesagem na minha balança digital, que por sinal é a única do reino, você terá que me dizer qual dos dez sacos é o mais leve. E tem mais, se você acertar, além de ganhar sua liberdade ainda vou lhe dar o saco de ouro mais leve."

O jovem forasteiro rapidamente lhe pergunta: “Posso usar qualquer artifício?”.

O Rei Severo lhe responde: “Sim, mas desde que use a balança uma única vez!”.

Então, o Jovem Parenterix depois de observar os sacos de ouro por alguns minutos, realiza sua pesagem e descobre exatamente qual era o saco mais leve.

Com isso, ele segue sua jornada livre, feliz, mais confiante do que nunca e cheio de ouro. Já o Rei, além de ficar um pouco menos rico, ficou impressionado com a astúcia e a rapidez do jovem aventureiro.”.

Concluída a estória, o professor pergunta aos alunos: “como Parenterix pode ter descoberto qual era o saco mais leve?”.

Explicação: Como disse o Rei Severo Sétimo, há dez sacos com dez pequenas barras de ouro em cada. Em um deles, cada barra de ouro pesa 99 gramas, enquanto que nos outros nove sacos, cada barra pesa exatamente 100 gramas.

Já que devemos fazer uma única pesagem em uma balança digital, podemos, inicialmente, numerar os sacos de 1 a 10 e da esquerda para a direita, por exemplo. Agora, basta pegarmos uma barra do primeiro saco, duas do segundo, três do terceiro, e assim sucessivamente até pegar dez barras do décimo saco. Com isso, pegaremos um total de 55 barras e as colocaremos na balança digital.

Se todas as barras pesassem 100 gramas o mostrador da balança mostraria 5.500 gramas. Mas, como cada barra de um dos sacos só pesa 99 gramas, o mostrador vai mostrar de 5.490 a 5.499 gramas. Ou seja, se aparecer 5.499 gramas no mostrador da balança, o saco mais leve só pode ser o primeiro, pois está faltando apenas um grama para 5.500, ou seja, dentre as 55 barras só uma delas pesa 99 gramas. Da mesma forma, se aparecer 5.498 gramas no mostrador, o saco mais leve será o segundo, pois dele foram retiradas exatamente duas barras de ouro (dois gramas a menos), e, assim sucessivamente, até a possibilidade do saco mais leve ser o décimo (dez gramas a menos no mostrador: 5.490).

Foi com esse artifício matemático que o jovem Parenterix resolveu o desafio do Rei e ganhou sua liberdade e seu saco de ouro!

Obs.: Tanto esta quanto as duas próximas atividades (pág. 34 e pág.35), podem ter o texto do enunciado digitado e entregue aos alunos para que eles possam acompanhar e entender melhor o desafio.

2.1.6 Qual das 27 bolas é a mais leve?

Tipo: Desafio

Conteúdos e habilidades: as quatro operações (multiplicação, divisão, adição e subtração); raciocínio dedutivo; cálculo mental.

Tempo: 15 minutos (10 minutos para lançar o desafio em uma aula e 5 minutos para resolvê-lo em outra aula).

Descrição: O professor desenha algumas esferas no quadro e propõe o desafio das 27 bolas a seguir, contado em mais uma estória criada pelo autor:

O jovem Parenterix, agora mais famoso do que nunca, depois de acertar o desafio do Rei Severo, está descansando na praça de uma nova cidade quando é interpelado por dois garotos que já chegam lhe fazendo a seguinte pergunta: "Senhor Parenterix, é a pessoa ideal para resolver nosso problema: de um monte de 27 bolas idênticas, como podemos determinar qual delas é a mais leve, se só podemos realizar três pesagens utilizando uma balança de pratos?".

O Jovem viajante, feliz com o tratamento, lhes pergunta: "Obrigado por tal confiança. Sinto-me lisonjeado com vossa pergunta. Mas, gostaria de saber se todas as bolas estão a minha disposição?".

Os garotos agradecidos por sua boa voa vontade, respondem: "Sim senhor. Só não pode passar de três pesagens!".

Depois de alguns instantes, Parenterix mostra aos meninos como a pesagem deve ser feita, descobre a bola mais leve e eles ficam espantados com a rapidez e eficiência de sua solução.

Depois de agradecerem ao Jovem Parenterix, os dois garotos saem correndo felizes na direção de um grupo de colegas.

Já o nosso viajante aventureiro, feliz e descontraído como sempre, continua sua viagem pelo mundo com mais um problema resolvido na bagagem.

Concluída a narrativa, o professor pergunta aos alunos como Parenterix pode ter descoberto qual era a bola mais leve?

Explicação: Sabendo que de um monte de 27 bolas idênticas, só uma delas é mais leve que as outras e, para descobrir qual, só podemos realizar três pesagens utilizando uma balança de pratos, devemos começar dividindo as bolas em três grupos de 9. Feito isso, colocamos 9 bolas em cada prato (um grupo fica de fora) para fazer a primeira pesagem. Se nenhum dos pratos abaixar, a bola mais leve estará no grupo que ficou de fora. Se um dos pratos subir, então a bola mais leve estará nele e será uma das suas 9 bolas.

Agora, o grupo de 9 bolas selecionado será dividido em três grupos de 3 bolas. Da mesma forma, para fazer a segunda pesagem, vamos colocar um grupo de três bolas em cada prato e deixaremos um grupo de fora. Se nenhum dos pratos subir, certamente a bola mais leve estará no grupo de três bolas que ficou de fora. Senão, se um dos pratos subir, então a bola mais leve estará nele.

Finalmente, do grupo de três bolas selecionado para realizar a terceira e última pesagem, colocaremos uma em cada prato, ficando também uma bola de fora. Como já feito, se nenhum dos pratos subir, a bola mais leve será a que ficou de fora. Caso um dos pratos venha a subir, ele conterá a bola mais leve de todas.

Foi com a habilidade matemática descrita acima que o jovem Parenterix resolveu o problema dos dois garotos da praça, seus admiradores que, apesar da pouca idade, já eram amantes de desafios.

2.1.7 A queima de duas cordas leva à liberdade

Tipo: Desafio

Conteúdos e habilidades: as quatro operações (multiplicação, divisão, adição e subtração); noção de tempo: divisão da hora em minutos; raciocínio dedutivo.

Tempo: 15 minutos (10 minutos para lançar o desafio em uma aula e 5 minutos para resolvê-lo em outra aula).

Descrição: Mostrando dois pedaços de corda, ou barbante, de tamanhos diferentes (com cerca de 50 a 60 cm de comprimento) e um isqueiro, o professor pergunta aos alunos se eles querem saber como esses objetos podem, ou não, salvar uma vida. E começa a contar outra estória criada pelo autor:

Novamente o jovem Parenterix foi pego em uma de suas comemorações exageradas. Dessa vez, ele estava no reino da Cordásia, comandado pelo Faraó Radamés XVIII. Quando foi interrogado pelo comandante da guarda, pediu logo uma audiência com o Faraó para resolver uma das inúmeras adivinhações do Soberano, pois preferia morrer a ficar preso em alguma masmorra.

Intrigado com tal audácia, o Faraó pediu que o trouxessem até a sua presença e quando o jovem Parenterix chegou, o Faraó já foi lhe dizendo que pelo seu atrevimento ele agora só teria duas opções: morte ou liberdade. Como sempre, Parenterix já foi logo dizendo que estava pronto para responder e acertar qualquer pergunta.

O Faraó lhe mostrou dois pedaços de corda, apontou para uma sala ao lado e lhe disse:

"Vamos ver se é mesmo tão esperto quanto dizem. Você será colocado naquela sala com esses dois pedaços de corda e esse isqueiro real. Você terá que marcar, apenas com a queima dessas duas cordas, 45 minutos. Cada corda demora 60 minutos para queimar por completo quando se coloca fogo em uma de suas extremidades. Lá existem duas alavancas. Quando achar que sabe como resolver o problema, você abaixará a da esquerda. Passados exatos 45 minutos, você deverá abaixar a da direita. Se você marcar o tempo corretamente, a porta da sala se abrirá, caso contrário, as duas paredes opostas começarão a se movimentar em sua direção até se encostarem e, consequentemente, esmagá-lo totalmente. Será uma morte interessante.".

O jovem aventureiro logo se apressou em perguntar: "As cordas queimam por igual?".

E o Faraó respondeu: "Não. Uma parte da corda pode queimar mais rápido que a outra. Além disso, você já deve ter visto que as cordas nem sequer tem o mesmo tamanho!".

Tudo esclarecido, o ousado Parenterix já entra na sala e, passados cerca de 50 minutos, a porta da sala se abre e ele sai cantarolando.

O Faraó, surpreso com tamanha astúcia, pede que lhe entreguem cinco das suas melhores túnicas e lhe congratula pelo feito. Mais uma vez, o viajante aventureiro, empolgado como sempre, continua sua viagem mundo afora com outro enígma resolvido na bagagem.

Com o término da estória, o professor pergunta aos alunos: como Parenterix pode ter conseguido marcar os 45 minutos somente com a queima das duas cordas?

Explicação: Como temos duas cordas para queimar e 45 minutos para marcar, sabendo que cada uma leva 60 minutos para queimar completamente, colocamos fogo nas duas pontas de uma das cordas (que chamaremos de primeira corda) e em apenas uma ponta da outra (segunda corda) e abaixamos a alavanca da esquerda.

A primeira corda, que colocamos fogo nas duas pontas, levará apenas 30 minutos para queimar completamente, pois o fogo virá das duas direções. Assim que isso ocorrer, colocamos fogo na outra ponta da segunda corda. Com isso, como faltavam 30 minutos para queimar e agora o fogo virá das duas pontas, 15 minutos depois a segunda corda também estará totalmente queimada e então abaixaremos a alavanca da direita, pois esse tempo somado aos 30 primeiros minutos dará exatamente os 45 minutos de que precisávamos.

Foi com a habilidade matemática descrita acima que o jovem Parenterix resolveu o problema das duas cordas.

2.1.8 A piscina e os postes

Tipo: Desafio

Conteúdos e habilidades: geometria plana (ângulos, propriedades e área de quadrados e triângulos); desenho geométrico; raciocínio dedutivo.

Tempo: 20 minutos (10 minutos para lançar o desafio em uma aula e 10 minutos para resolvê-lo em outra aula).

Descrição: O professor desenha a **figura 5** no quadro e lança o seguinte desafio:

Certo morador possuía uma piscina com a forma exata de um quadrado. Como queria utilizar a piscina à noite, resolveu colocar quatro postes de iluminação, um em cada canto da piscina, ou melhor, um em cada vértice do quadrado $ABCD$.

Depois disso, mais amigos começaram a frequentar sua casa à noite e ele resolveu duplicar a área da piscina impondo duas restrições: a piscina deveria continuar quadrada e os postes deveriam ser mantidos exatamente onde estavam e sem invadir a área molhada da piscina.

"Como vocês, no lugar de um arquiteto ou engenheiro, resolveriam esse problema?"

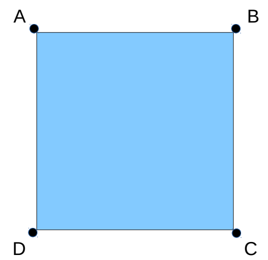

Figura 5: Desafio da Piscina

Explicação: Na solução desse problema também será necessário um bom conhecimento de área e das propriedades do quadrado e do triângulo, além de uma boa habilidade e visão geométrica.

Podemos começar traçando as duas diagonais do quadrado formando quatro triângulos retângulos isósceles, como mostra a **figura 6**.

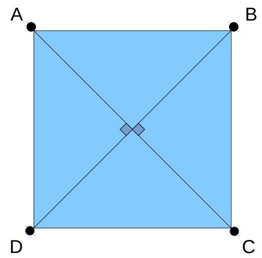

Figura 6: Desafio da Piscina

Agora, se refletirmos cada triângulo em relação ao seu lado maior, teremos a figura 7 a seguir.

Sabendo que os ângulos em A, B, C e D são resultantes da soma dos dois dos ângulos da base do triângulo retângulo isósceles (45º cada) com o ângulo reto do quadrado original, teremos um ângulo raso (180º) em cada um desses pontos, ou seja, serão quatro segmentos congruentes com medidas iguais a duas vezes o cateto do referido triângulo. Além disso, como cada ângulo dessa nova figura é reflexo do ângulo reto desse triângulo, a **figura 7** obtida é um quadrado.

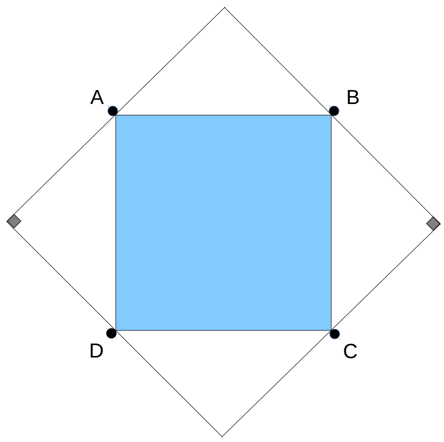

Figura 7: Desafio da Piscina

Por sua vez, a área será o dobro, simplesmente porque duplicamos cada triângulo que formava o quadrado da piscina original.

E, finalmente, quanto aos postes (A, B, C e D) podemos ver que eles não foram retirados e continuam na borda da piscina iluminando o ambiente.

2.1.9 Como atravessar um rio com um bode, uma onça e uma caixa de repolhos

Tipo: Desafio

Conteúdos e habilidades: adição e subtração; raciocínio dedutivo.

Tempo: 15 minutos (5 minutos para lançar o desafio e 10 minutos para resolvê-lo).

Descrição: O professor pode começar a aula perguntando quem gosta de animais e de rios. Em seguida ele já pode lançar o desafio:

Certo fazendeiro parou na margem de um rio com seus dois animais de estimação nada convencionais: Um bode e uma onça. Além deles, o fazendeiro leva consigo uma caixa de repolhos. Ele precisa atravessar o rio para chegar em casa antes de escurecer. Como a canoa que está na margem do rio não pode levar tudo de uma vez, devido ao limite de peso, ele terá que atravessar com apenas mais dois itens por vez.

Mas há outro problema, a onça não pode ficar sozinha com o bode para que não o devore e, por sua vez, o bode não pode ficar sozinho com os repolhos para que não os coma. Quando o fazendeiro está junto, nenhum desastre acontece. O que o fazendeiro pode fazer para conseguir atravessar tudo que carrega para o outro lado do rio sem que ninguém devore ninguém?

Explicação: O professor pede que mais três alunos voluntários venham à frente. O participante 1 irá representar o bode, o participante 2 será a onça e o participante 3 representará a caixa de repolhos. Feito isso, uma possível solução, através de uma encenação, será mostrada aos alunos.

O fazendeiro, representado pelo professor, coloca o bode, que é o participante 1, e a onça, representada pelo participante 2, dentro da canoa e atravessam o rio (os três vão de um lado ao outro da sala). Já na outra margem do rio, ele deixa o participante 2 (a onça) e volta com o participante 1 (o bode) para o outro lado da sala. De volta à margem inicial, o fazendeiro coloca a caixa de repolhos (participante 3) na canoa e, acompanhado também do bode, atravessam novamente o rio, chegando sem nenhum problema a outra margem.

Ao chegar a outra margem, o fazendeiro desce com a caixa de repolhos e o bode e, juntamente com a onça, seguem viagem para casa. O professor, então, agradece a participação dos alunos voluntários.

2.1.10 Descobrindo a lógica de uma sequência numérica

Tipo: Desafio

Conteúdos e habilidades: as quatro operações (adição, subtração, multiplicação e divisão); potenciação; sequências numéricas; raciocínio lógico.

Tempo: 20 minutos (10 minutos para lançar o desafio e 10 minutos para resolvê-lo).

Descrição: O professor pode começar a aula escrevendo a sequência $1, 3, 5, 7, 9, ...$ no quadro. Feito isso, ele pergunta: "para continuar esta sequência quais poderiam ser os próximos dois termos dessa sequência e por que?". Certamente alguns alunos vão sugerir que serão 11 e 13, pois perceberão que ela vai sempre aumentando duas unidades de um termo para o outro. Mas, poderão haver outras respostas.

Então, o professor escreve uma segunda sequência, $2, 8, 18, 32, 50, ...$, e pergunta: "Qual é a regra mais simples que vocês conseguem identificar que gera esta sequência de números? Quais seriam os próximos três termos da sequência gerada por essa regra?"

E, para que os alunos se divirtam mais um pouco, o professor pode completar a aula passando também essa terceira sequência: $2, 10, 12, 16, 17, 18, 19, ...$ Da mesma forma que as duas primeiras, ele lhes pergunta novamente: "Qual é a regra ou lógica mais simples que vocês conseguem identificar que gera esta sequência de números? Seguindo essa regra, qual será o próximo termo da sequência?"

Explicação: Com relação à segunda sequência, $2, 8, 18, 32, 50, ...$, uma possível regra geradora é a seguinte: a diferença entre os termos vai sempre aumentando 4 unidades, ou seja, $8 - 2 = 6$, $18 - 8 = 10$, $32 - 18 = 14$ e $50 - 32 = 18$.

Logo, para encontrar o 6º termo da sequência por essa regra (lembrando que podem haver outras regras e, consequentemente, outras possibilidades para o 6º termo), podemos acrescentar 22 $(18 + 4)$ unidades ao 5º termo (50), o que resultará em 72. Da mesma forma, para encontrar o 7º termo, basta acrescentar 26 unidades ao 72 (6º termo) e encontraremos 98. Seguindo essa regra geradora, o 8º termo será o resultado da soma $98 + 30 = 128$.

Uma forma de visualisar outra regra que gere essa sequência seria, ao dividir seus temos por 2, transformá-la em $1, 4, 9, 16, 25, ...$, que é justamente a sequência dos quadrados perfeitos: 1^2, 2^2, 3^2, 4^2, 5^2,.... Assim, os próximos três termos seriam $6^2 = 36$, $7^2 = 49$ e $8^2 = 64$. Como havíamos divido os termos iniciais por dois, basta agora multiplicar esses valores por dois e teremos os três termos procurados: $36 \times 2 = 72$, $49 \times 2 = 98$ e $64 \times 2 = 128$.

Uma boa resposta, mas não a única, para a terceira sequência, $2, 10, 12, 16, 17, 18, 19, ...$, exige um pouco mais de lógica e atenção. É preciso perceber que todos os termos, quando escritos por extenso, começam com a letra d:

$$dois, dez, doze, dezesseis, dezessete, dezoito, dezenove, ...$$

Logo, o próximo termo também deverá começar com a letra d. E, observando todos os números do 20 em diante, chegaremos ao 200 (*duzentos*), que será, nesse caso, o próximo termo da sequência.

2.1.11 As variações do tempo

Tipo: Desafio

Conteúdos e habilidades: as quatro operações (multiplicação, divisão, adição e subtração); a quinta operação: potenciação; combinação linear; raciocínio dedutivo.

Tempo: 20 minutos (10 minutos para lançar o desafio e 10 minutos para resolvê-lo).

Descrição: O professor começa comentando com os alunos que, em geral, distinguimos o dia pelo aspecto do céu, e, para simplificar, vamos considerar apenas duas possibilidades: o céu está limpo ou está nublado. Em seguida, ele lança o desafio:

Nessas condições, haverá muitas combinações distintas de semanas com dias nublados ou limpos? Ou melhor, de quantas formas diferentes podem combinar-se os dias com céu limpo ou nublado numa mesma semana? Cinco, dez ou mais semanas? Descubra o número correto.

Explicação: No primeiro dia podemos ter céu limpo ou nublado. Logo, já temos duas possibilidades. Para o decurso de dois dias já temos quatro possibilidades:

Céu: limpo e nublado; limpo e limpo; nublado e limpo; e, nublado e nublado.

Já temos $2^2 = 4$ combinações em dois dias.

Em três dias, cada uma das quatro possibilidades para os dois primeiros dias podem ser seguidas por duas possibilidades no terceiro dia. Dessa forma, teremos $2^2 \times 2 = 2^3$ variações.

Nessa linha de pensamento, em quatro dias o número de combinações será 2^4.

No quinto dia teremos 2^5 combinações. Em seis dias, já serão 2^6.

E, finalmente, para uma semana haverá $2^7 = 128$ combinações.

Assim, podemos ter até 128 semanas seguidas sem que nenhuma delas tenha a combinação do céu, limpo ou nublado, repetida.

2.1.12 Quanto dinheiro foi gasto?

Tipo: Desafio

Conteúdos e habilidades: as quatro operações (multiplicação, divisão, adição e subtração); Operações inversas; equações algébricas; raciocínio dedutivo.

Tempo: 20 minutos (10 minutos para lançar o desafio e 10 minutos para resolvê-lo).

Descrição: O professor lança o desafio contando a seguinte estória:

Um homem gastou tudo o que tinha no bolso em três lojas. Em cada uma gastou 10 reais a mais do que a metade do que tinha ao entrar. Quanto o homem tinha quando entrou na primeira loja?

Explicação: Vamos representar, através de um fluxo, o que ocorreu desde a entrada do homem na 1ª loja, até a saída da última. Em seguida, percorreremos o fluxo de "trás para frente", aplicando operações inversas.

Para facilitar, a quantia que tinha ao entrar em cada loja será representada por $Q1$ (quantia ao entrar na primeira loja), $Q2$ (segunda loja) e $Q3$ (terceira loja) e, como veremos, cada uma dessas quantias será sempre dividida por 2 e, em seguida, subtraída de 10 reais:

$(Q1)/2 - 10 = Q2$ (saiu da loja 1 com $Q2$)
$(Q2)/2 - 10 = Q3$ (saiu da loja 2 com $Q3$)
$(Q3)/2 - 10 = 0$ (saiu da loja 3 com zero real, já que gastou tudo o que tinha).

Aplicando operações inversas, teremos, do fim do fluxo para o início:

$Q3 = (0 + 10) \times 2 \Rightarrow Q3 = 20$
$Q2 = (Q3 + 10) \times 2 \Rightarrow Q2 = (20 + 10) \times 2 \Rightarrow Q2 = 60$
$Q1 = (Q2 + 10) \times 2 \Rightarrow Q1 = (60 + 10) \times 2 \Rightarrow Q1 = 140$

Logo, quando entrou na 1ª loja o homem possuía $R\$140,00$.

2.2 Truques

Os truques, ou "matemágicas", criam um clima de diversão e entretenimento na sala de aula. Despertam a atenção e a vontade de descobrir a lógica matemática que está por trás de cada truque. Cada um dos truques a seguir pretende recaptular e motivar a busca por conteúdos, muitas vezes, até esquecidos por alguns alunos. Eles despertam também a imaginação, pois alguns alunos até tentam criar truques com o conhecimento e as dicas adquiridas.

Depois de realizar o truque para a turma, o colega professor, na mesma aula ou mesmo em outra oportunidade, poderá revelá-lo aos alunos.

2.2.1 Descobrindo onde a contagem de um número parou em um grupo de cartas sobre a mesa.

Tipo: Truque

Conteúdos e habilidades: geometria plana: circunferência e reta; contagem; cálculo mental.

Tempo: 20 minutos (sendo 10 minutos para realizar o truque e outros 10 minutos, caso o professor queira, para a revelação do truque).

Descrição: O professor chama um aluno para participar de uma brincadeira com cartas (se preferir, também pode utilizar dominós ou fichas). Distribui algumas cartas sobre a mesa em forma de círculo e acrescenta mais algumas (três por exemplo) em linha reta, conforme a **figura 8** a seguir.

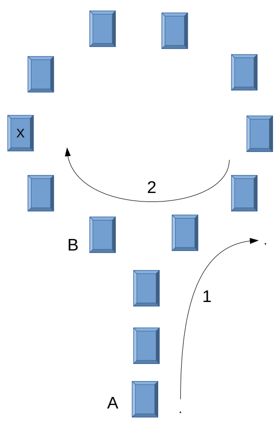

Figura 8: Truque: Onde a contagem parou

Feito isso, o professor pede ao aluno que pense em um número qualquer e conte, a partir da carta A, tantas cartas quanto for o valor desse número; e, que a partir da última carta obtida retroceda, no caminho inverso, indicado pela seta 2, também tantas cartas quanto for o valor do número pensado, mas sem passar pelas cartas em linha reta.

O professor fica de costas para a mesa enquanto o aluno executa o procedimento. Quando o professor se virar novamente para a mesa, adivinha examente em que carta o aluno parou sua contagem, sem precisar fazer nenhuma conta e sem conhecer o número no qual o aluno pensou.

O aluno confirma que parou a contagem exatamente na carta apontada pelo professor e fica procurando entender como a mágica foi feita.

Explicação: O aluno pensa em um número, conforme solicitado, e conta o valor dele pelas cartas, a partir da A, até parar em uma certa carta. Quando ele volta contando no sentido contrário, como não retorna para a carta A, ele vai parar depois da entrada para a tal carta A tantas cartas (nesse exemplo foram 3 cartas) quantas forem as que estão em linha reta.

Depois de cada realização do truque, convém alterar tanto o número de cartas dispostas em linha reta quanto o das que estão distribuídas em círculo.

2.2.2 Descobrindo o número pensado

Tipo: Truque

Conteúdos e habilidades: as quatro operações (multiplicação, divisão, adição e subtração); cálculo mental; espressões algébricas.

Tempo: 10min para execução; 10min para explicação.

Descrição: O professor chama um ou mais alunos para participarem de uma brincadeira. Pede que pensem em um número de 2 algarismos (para facilitar as contas do aluno).

Feito isso, pede para que multipliquem o número pensado por 5. Do resultado encontrado, devem subtrair o número que pensaram e, em seguida, dividir o novo valor encontrado por 2. Agora, para finalizar, devem somar 1 unidade a esse novo valor e revelar ao professor, um de cada vez, qual foi o resultado final. Com cada resultado final, o professor (que deve ter uma boa habilidade em cálculo mental), como num passe de mágica, descobre o número que cada aluno pensou no início da brincadeira.

Explicação: Quando o aluno pensa no número e faz todas as operações solicitadas pelo professor, ele está apenas encontrando o valor numérico de uma expressão algébrica (previamente preparada pelo professor e que pode até variar conforme sua vontade) para o valor x pensado por ele.

No exemplo dado (expressão), o aluno vai multiplicar o número pensado x por 5 ($5x$), subtrair o valor pensado ($5x - x = 4x$), dividir por 2 ($4x/2 = 2x$) e depois somar uma unidade ($2x + 1$). O que resulta na expressão: $2x + 1$.

Logo, se o aluno disser que o resultado final foi 21, por exemplo, basta fazer $2x+1 = 21$, resolver mentalmente a equação (subtrair 1 e depois dividir por dois) e o resultado encontrado, nesse caso o 10, será o número que o aluno pensou inicialmente.

2.2.3 Descobrindo a quantidade de palitos de uma caixa de fósforos

Tipo: Truque

Conteúdos e habilidades envolvidas: adição e subtração; estimativa; e critérios de divisibilidade.

Tempo necessário para a realização em sala de aula: 10min para execução; 10min para explicação.

Descrição: O professor chama um voluntário, entrega uma caixa de fósforos para ele, vira-se de costas, pede que ele retire da caixa alguns palitos (quantos ele quiser) e que conte, mas sem revelar, quantos palitos sobraram na caixa.

Agora, o professor pede que ele some os algarismos do número que representa justamente o total de palitos que ainda estão na caixa. Em seguida, ele solicita ao aluno que retire da caixa tantos palitos quanto o resultado da soma que ele acabou de encontrar e lhe devolva a caixa de fósforos.

O professor, segurando a caixa de fósforos e fazendo alguns movimentos com ela, revela exatamente quantos palitos ainda sobraram na caixa.

Explicação: Quando o professor entrega a caixa de fósforos ao aluno, ele, previamente, já retirou alguns palitos para facilitar o truque, conforme veremos mais adiante.

Quando pede ao aluno, antes de começar o truque propriamente dito, que retire alguns palitos, o professor gera um pouco mais de confiança no truque, pois, dessa forma, ele realmente não terá idéia de quantos palitos estarão na caixa quando a mágica começar.

Iniciado o truque, quando o aluno retira da caixa de fósforos tantos palitos quanto a soma dos algarismos do número que representa o total de palitos que ele mesmo havia deixado na caixa, o total de palitos que permanecem nela é exatamente um múltiplo de nove, pois sempre que retiramos de um número, a soma de seus algarismos, estamos encontrando um número que é múltiplo de 9 (por exemplo: a soma dos algarismos de 34 é 7. Quando retiramos 7 de 34 encontramos 27 que é um múltiplo de 9).

Logo, no final do truque sempre irá ficar um valor múltiplo de 9 na caixa de fósforos: 9, 18, 27, 36 ou 45. Como o professor já retirou alguns palitos antes de iniciar o truque, as possibilidades podem ser reduzidas a 18, 27 e 36 palitos. É claro que o professor precisa treinar bastante, ou seja, identificar bem o "peso" e o barulho de cada situação final da caixa de fósforos.

Vamos a um exemplo: o professor deixa 44 palitos na caixa; o aluno retira, inicialmente, 6 palitos; contando os palitos restantes, o aluno encontra 38; a soma dos algarismos de 38 é 11; o aluno retira, então, mais 11 palitos da caixa de fósforos; com isso, sobram 27 palitos na caixa; quando pega a caixa e sente o "peso" e o movimento dos palitos dentro da caixa, o professor logo percebe que há 27 palitos.

2.2.4 Fazendo uma carta mudar de monte

Tipo: Truque

Conteúdos e habilidades: adição, subtração, divisão e paridade dos números; lógica dedutiva.

Tempo: 10min para execução; 10min para explicação.

Descrição: O professor chama um voluntário e pede que posicione suas mãos sobre a mesa, como se fosse tocar um piano. Então distribui 15 cartas, de duas em duas, entre os dedos das mãos do voluntário, começando do dedo mínimo da mão direita, sendo que, por último, a única carta solitária será colocada entre o dedo "apontador" e o polegar da mão esquerda.

Em seguida, basta ao professor pegar cada par de cartas, na ordem em que foram colocados nas mãos do aluno, e colocar cada uma no topo de uma de duas pilhas que ele formará, até chegar à última carta.

O professor pode perguntar à turma em qual pilha querem que ele coloque essa carta sozinha que sobrou. Após escolherem, ele pode dizer: "vejam, esta carta que está sozinha, sem par, vou colocar neste monte".

Depois disso, ele diz aos alunos que passará uma carta do monte em que colocou a última carta, sozinha, para o outro sem tocar em nenhuma das cartas.

Enquanto todos ficam na expectativa do truque, ele faz alguns movimentos com as mãos passando por sobre as cartas, mas sem tocá-las.

O professor pega o monte onde não colocou a carta solitária e, após formar alguns pares de cartas, mostra aos alunos que uma delas ficou sozinha, ou seja, a carta solitária do outro monte passou para esse. Novamente eles ficarão impressionados com o resultado do truque.

Explicação: Quando o professor distribui as 15 cartas entre os dedos ainda não há nenhum truque, além de ser também uma boa forma de distrair os expectadores, esta primeira parte serve principalmente para reforçar a idéia de que as cartas são agrupadas em pares e sobra uma carta. Depois, quando as cartas são separadas em duas pilhas, a audiência não percebe que pode haver uma quantidade ímpar em cada pilha.

No momento da divisão das cartas em dois montes, a começar pelas 8 cartas da mão direita, os alunos, mesmo sem perceberem, se orientam pela paridade das cartas, ou seja, observam que o professor está sempre pegando e distribuindo um par de cartas. Assim, quando ele distribui a carta solitária, os alunos, instintivamente, imaginam que o monte onde ela foi colocada passou a ter uma quantidade ímpar de cartas. Mas na verdade isso não ocorre, pois antes dele colocar essa última carta, cada um dos montes tem exatamente sete cartas. Com isso, o monte que a recebe passa a ter oito cartas, ou seja, um número par e não ímpar como eles imaginaram. O outro monte é que ficou com uma quantidade ímpar de cartas: 7.

Dessa forma, passar uma carta de um monte para o outro ficou muito fácil, pois como os alunos esperavam que o monte sem a carta solitária fosse par, quando o professor mostra que ele é ímpar, todos, de uma forma ou de outra, acreditam que ele passou a carta solitária de um monte para o outro. Todos os movimentos com as mãos são feitos apenas para gerar expectativa e credibilidade no truque.

O deslize na observação dos alunos foi não perceber a troca de paridade dos montes. Enquanto nas mãos, aquela que tinha uma carta solitária era de paridade ímpar (7 cartas), já nos montes, após a divisão, aquele que recebeu a carta solitária passou a ser de paridade par (8 cartas).

2.2.5 Quatro Ases Vasculham um Prédio

Tipo: Truque

Conteúdos e habilidades: adição e subtração; contagem; lógica dedutiva.

Tempo: 10min para execução; 10min para explicação.

Descrição: O professor coloca um baralho (comum de 52 cartas) sobre a mesa. Em seguida, retira os quatro Ases e os apresenta aos alunos, conforme **figura 9**, como sendo um grupo especializado da polícia que irá vasculhar um edifício sede do governo para verificar a existência de bombas.

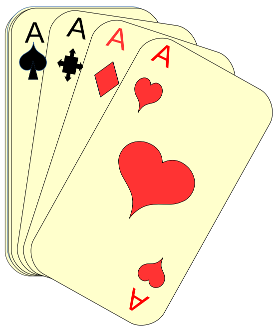

Figura 9: Truque: Quatro ases e um prédio

O professor também define que o edifício será representado pelo restante do baralho que está sobre a mesa e solicita que um aluno verifique e comprove que no monte estão realmente as cartas comuns de um baralho, com exceção dos quatro Ases. Depois que o aluno faz a checagem e comprova que está tudo certo, o professor pede que ele embaralhe as cartas e coloque o monte novamente sobre a mesa.

Nesse momento, o professor chama a atenção dos alunos para os Ases que estão em sua mão, junta as cartas, diz que os policiais chegarão ao prédio de paraquedas e coloca os Ases sobre o monte de cartas.

Sem mostrar a carta a ninguém, começa retirando a carta que está no topo da pilha e a coloca na parte de baixo do monte, afirmando que o primeiro policial vasculhará os primeiros andares. Pega, também sem mostrar, a próxima carta que representa o segundo policial e o coloca quase no meio do monte, dizendo que ele irá verificar os próximos andares. Para concluir a distribuição, o professor retira mais uma carta do topo da pilha, o que seria o terceiro policial, e o coloca acima da metade do baralho para que ele complete a verificação do edifício nos andares superiores.

Feito isso, o professor levanta o Ás que ainda restou na parte de cima do monte e mostrando-o à turma diz que esse é o policial que controla o tempo e a aproximação de pessoas não autorizadas.

Ao terminar de falar a função do 4º policial, o professor, como se fosse o referido policial, põe a mão na boca (representando um rádio) e começa a se movimentar e a gritar: "galera o tempo acabou, precisamos encerrar nossa missão, vamos embora rápido. Subam, subam". E, colocando a carta sobre o monte, dá três batidinhas nele.

Com todos olhando a cena, ele começa a retirar de cima do monte um Ás após o outro e, puxando-os para cima, diz que eles estão se retirando de helicóptero.

Depois de ver a cara de espanto da turma e já com os quatro Ases na mão, o professor pede que os alunos chequem todas as cartas, inclusive os Ases, para que se certifiquem de que o baralho é normal e que não existem cartas duplicadas.

Explicação: No baralho que é colocado sobre a mesa não há nada de errado, a não ser o fato de que além dos quatro Ases estão faltando outras três cartas. Bem, são essas três cartas que ajudam a fazer o truque.

Quando o professor mostra os quatro Ases, na verdade ele está com sete cartas na mão, sendo que três estão escondidas atrás do quarto Ás. O ideal é que o naipe delas seja o mesmo desse quarto Ás para evitar que a plateia perceba algo. Por isso, o professor, além de treinar bastante o truque em casa, precisa chegar à sala com esse grupo de cartas já separado e pronto para o truque.

Dessa forma, quando o professor coloca as cartas sobre o monte, as três de cima não são os Ases. Com isso, ao distribuir os três policiais por entre as cartas do baralho, ele não estará utilizando os Ases, ou seja, os quatro permaneceram em cima do monte.

Logo, no momento em que o professor levanta aquele Ás para dizer que ele é o guardião do grupo, os outros três Ases já estão em cima do monte.

As três batidinhas são somente para dar mais emoção ao truque, que se completa quando o professor vai retirando e mostrando cada um dos Ases aos alunos.

2.2.6 Quatro Ases Verificam Quatro Prédios

Tipo: Truque

Conteúdos e habilidades: adição, subtração e divisão; contagem; lógica dedutiva.

Tempo: 10min para execução; 10min para explicação.

Descrição: O professor coloca um baralho sobre a mesa e o divide em dois montes. Pega cada monte e divide novamente em dois. (obs.: os montes não precisam ser iguais).

Em seguida, relembra a turma do caso dos quatro Ases que vasculharam um prédio e diz: "agora eles precisam verificar se há documentos que possam incriminar um grupo de mafiosos que desvia dinheiro público. Esses mafiosos são proprietários de quatro edifícios e estão trabalhando em conjunto (o professor aponta para os quatro montes de cartas sobre a mesa). Com medo da ação da polícia e de curiosos, eles estão fazendo um rodízio com seus vigilantes".

Então o professor (enquanto diz que os vigilantes vão se movimentando de cima para baixo) pega o monte da esquerda (monte 1), retira as três primeiras cartas de cima e coloca-as na mesa. Em sequência (enquanto diz que os vigilantes desse "prédio" também vão se revezando com os dos outros "prédios"), ele retira as próximas três cartas e coloca uma no topo de cada um dos outros montes. Depois de colocar o monte 1 de volta à mesa e sobre as três primeiras cartas, o professor (depois de dizer que os vigilantes estão sempre se movimentando de cima para baixo e se revezando com os dos outros prédios) faz o mesmo com o monte 2 (segundo monte da esquerda para a direita). Esse procedimento também é executado com o monte 3 e com o monte 4.

No momento que termina de fazer essas trocas e distribuições, o professor (à medida que vai retirando a carta de cima de cada um dos quatro montes) diz: "apesar de toda essa preocupação dos mafiosos e de todo esse vai e vem, os policiais especializados ainda conseguiram coletar os documentos incriminatórios de que precisavam e já estão indo embora sem ninguém perceber".

Depois que os alunos observarem espantados que as cartas de cima são exatamente os Ases, o professor pede que um deles cheque todas as cartas para se certificarem de que o baralho é normal e que não existem cartas duplicadas.

Explicação: No baralho que é colocado sobre a mesa, os quatro Ases já estão em cima. Como esse truque, em geral, é feito depois daquele em que os quatro Ases vasculham um prédio (pág. 48), os alunos já não desconfiam tanto do baralho, por isso, o professor já pode chegar iniciando o truque sem pedir que chequem o baralho. Para gerar mais confiança, ele pode embaralhar um pouco o baralho, desde que não retire os quatro Ases da parte de cima dele.

Quando o baralho é divido em dois montes e depois em mais dois, o professor tem que se certificar de que os quatro Ases vão estar em cima do monte mais a direita, ou seja, do monte 4. A estratégia de colocar o primeiro grupo de três cartas sobre a mesa, se justifica no fato de que quando o professor, enquanto fala das trocas dos vigilantes, distribui a segunda sequência de três cartas de um monte sobre os outros, ele estará colocando, no final das distribuições, três novas cartas em cima de cada um deles. Logo, quando pega o monte 4 e retira as três primeiras cartas, para colocá-las sobre a mesa, ele estará deixando novamente os quatro Ases em cima do monte 4.

Sabendo que em seguida ele também distribuirá o segundo grupo de três cartas do monte 4, sendo uma em cima de cada um dos outros três montes, o professor estará colocando um Ás no topo de cada edifício. Dessa forma e com certeza, quando ele virar cada uma das cartas de cima dos quatro montes, ela será exatamente um dos quatro Ases.

2.2.7 Qual é a face da moeda escondida?

Tipo: Truque

Conteúdos e habilidades: adição; contagem; paridade dos números; lógica dedutiva.

Tempo: 25 minutos (10 minutos para realizar o truque e 15 minutos para revelá-lo).

Descrição: O professor coloca algumas moedas sobre uma mesa, convida alguns voluntários para participarem e explica que enquanto estiver de costas (ou fora da sala), eles podem virar as moedas que quiserem, uma de cada vez e quantas vezes quiserem, desde que contem corretamente quantas vezes viraram as moedas. Quando se derem por satisfeitos, eles devem cobrir qualquer uma das moedas com a mão, deixar as demais visíveis e avisar o professor.

Ao ser informado do total de vezes que eles viraram as moedas, o professor examina as que estão sobre a mesa e diz qual é a face voltada para cima na moeda que eles estão ocultando. O voluntário revela a moeda e a face é exatamente a que o professor disse. O professor pode até repetir o truque para que a turma tenha certeza de que ele não acertou por acaso.

Explicação: O professor coloca as moedas sobre a mesa e chama alguns voluntários. Ele pode até dar a oportunidade deles examinarem e mexerem a posição delas. Tudo pronto, o professor, como sugestão, pode observar se a face cara aparece uma quantidade par ou ímpar de vezes. Digamos, por exemplo, que são 3 moedas de face cara e 4 de face coroa voltadas para cima. Nesse caso, o número de caras é ímpar e o de coroas é par.

É através da paridade, quantidade par ou ímpar, que ele vai descobrir qual é a face oculta. Cada vez que uma moeda é virada, a paridade muda: se o número de caras era ímpar, passa a ser par, consequentemente, se o de coroas era par, passa a ser ímpar.

Para que o professor não fique muito preocupado com essa mudança constante de paridade, basta ele saber quantas vezes os alunos viraram as moedas. Logo, quando o total de viradas for par, a paridade não será alterada. Já quando o total de viradas for ímpar, a paridade será alterada.

Dessa forma, quando ele volta as costas para a mesa (ou sai da sala) e pede aos voluntários que virem as moedas, o que ele vai precisar saber, realmente, é do total de vezes que elas foram viradas. Por isso, os voluntários precisam contar corretamente o número de vezes que viraram as moedas.

Quando se voltar para a mesa (ou retornar à sala) e for informado do total de vezes que as moedas foram viradas, o professor vai saber se a paridade do número de caras mudou.

No exemplo dado (três caras e quatro coroas), se virarmos 7 vezes(ímpar) as moedas, teremos uma nova paridade. Passaremos a ter um número par de caras e ímpar de coroas. Dessa forma, se ocultarmos uma moeda e sobrarem duas caras (par) e quatro coroas (par), certamente a moeda escondida será coroa, pois só assim manteremos a nova paridade par (quatro moedas) para a face cara.

Com isso, utilizando a mudança de paridade e uma contagem bem feita, o professor sempre terá sucesso nesse truque.

2.2.8 O calendário mágico

Tipo: Truque

Conteúdos e habilidades: as quatro operações (multiplicação, divisão, adição e subtração); múltiplos de nove; progressão aritmética; e, geometria: propriedades do quadrado.

Tempo: 20 minutos (10 minutos para realizar o truque e 10 minutos para revelá-lo).

Descrição: O professor mostra o desenho de um calendário com um mês qualquer do ano.

Chama um voluntário e pede que ele escolha, sem lhe dizer, 9 dias desse mês, de forma que os dias formem um quadrado (3×3). O professor pergunta ao aluno qual é o valor do menor dia escolhido por ele. Com esse valor, imediatamente o professor lhe diz qual é a soma dos dias que ele escolheu. Quando confere, o aluno percebe que o professor realmente acertou.

Explicação: Quando o aluno lhe fala o valor do menor número (dia), o professor o soma com 8 e em seguida multiplica por 9. O resultado já é a soma de todos os dias escolhidos pelo aluno. Por exemplo: digamos que o mês escolhido, como mostra a **figura 10**, foi janeiro de 2013 e os dias tenham sido $6, 7, 8, 13, 14, 15, 20, 21$ e 22.

JANEIRO DE 2013						
Domingo	Segunda	Terça	Quarta	Quinta	Sexta	Sábado
		1	2	3	4	5
6	7	8	9	10	11	12
13	14	15	16	17	18	19
20	21	22	23	24	25	27
28	29	30	31			

Figura 10: Truque: Calendário

Quando o aluno diz ao professor que o menor é 6, rapidamente ele o soma com 8 ($6 + 8 = 14$) e multiplica o resultado por 9 (14×9), encontrando 126. Como podemos ver, ao somarmos todos os dias escolhidos encontraremos o mesmo resultado: $6 + 7 + 8 + 13 + 14 + 15 + 20 + 21 + 22 = 126$.

Uma parte do segredo desse truque, somar sempre o número menor com 8 e depois multiplicar por 9, decorre do seguinte fato: no quadrado formado pelos dias, podemos observar que as quatro linhas de três quadrados que contém o quadrado central (uma horizontal, uma vertical e duas diagonais) formam progressões aritméticas de três termos (no exemplo dado: $6, 14, 22$; $7, 14, 21$; $8, 14, 20$; e, $13, 14, 15$) cuja soma de seus termos é a mesma, ou seja, $6+14+22 = 7+14+21 = 8+14+20 = 13+14+15 = 42$.

Assim, a média aritmética das quatro PAs sempre será o termo do meio (nesse caso, 14). Na primeira sequência citada $(6, 14, 22)$, que pode ser visualizada na diagonal principal do quadrado, a diferença entre o primeiro (6) e o termo do meio (14) sempre será 8, pois, pela distribuição do calendário, o termo do meio, que fica na linha de baixo (na semana seguinte) e uma posição a direita do menor termo (mais um dia), sempre estará oito dias (razão dessa PA) a frente.

Com isso, quando somamos o menor número (1º termo dessa PA) com 8 (razão dessa PA) encontramos a média aritmética de todos os dias escolhidos (14). Como são 9 dias, basta multiplicar essa média por 9 e encontraremos a soma dos números escolhidos pelo aluno: 126.

2.2.9 Descobrindo a soma dos dez números

Tipo: Truque

Conteúdos e habilidades: operações de adição e multiplicação; raciocínio dedutivo; sequência de Fibonacci.

Tempo: 25 minutos (10 minutos para realizar o truque e 15 minutos para revelá-lo).

Descrição: O professor, já de costas para o quadro, chama um voluntário da classe e pede que ele escreva (sem revelá-los) dois números, de 1 a 99, no quadro negro, sendo um exatamente acima do outro.

Em seguida, o professor pede que ele some os dois números e coloque o resultado logo abaixo do segundo número, como no exemplo que já está no quadro:

$$25$$

$$20$$

$$45$$

Agora, o professor pede que ele some o segundo e o terceiro números, que também escreva o resultado logo abaixo do terceiro e que continue sempre somando os dois últimos números da lista e escrevendo-o logo abaixo dos demais, até que obtenha o décimo número.

Assim, quando encontra o décimo número, o voluntário avisa o professor. Após se voltar para o quadro e, rapidamente, fazer um risco logo abaixo do décimo número, o professor afasta-se novamente, de costas para o quadro, e pede ao voluntário que some os 10 números.

Antes de o aluno concluir a soma, o professor avisa que já sabe qual será o resultado e o entrega em um papel dobrado a outro aluno da sala.

No momento que o voluntário concluir a soma, o professor pede ao outro aluno que mostre o resultado que está escrito no papel e, para surpresa de todos, este coincide com a soma obtida, com muito mais trabalho, pelo voluntário.

Explicação: Quando o voluntário escolhe dois números e os soma e depois vai fazendo sempre a soma dos dois últimos números, ele está criando uma sequência com a mesma propriedade da sequência de Fibonacci, ou seja, cada termo, a partir do terceiro, é sempre a soma dos dois termos anteriores.

Com isso, essa sequência criada pelo voluntário tem a seguinte característica da sequência de Fibonacci: o sétimo termo vezes onze será a soma dos dez primeiros termos da sequência.

Logo, como o truque envolve exatamente os dez primeiros termos da sequência, basta ao professor descobrir qual é o sétimo termo. E, é justamente por esse motivo que quando vai até o aluno e passa um risco logo abaixo do décimo termo, ele dá uma rápida olhada no quarto termo de baixo para cima, ou melhor, no sétimo termo da sequência.

Sabendo o valor do sétimo termo, basta ao professor multiplicá-lo mentalmente por 11 (multiplicar por 10 e somar com o próprio número) e escrevê-lo no papel.

Para um aprofundamento maior, o professor, utilizando a lei de formação da sequência de Fibonacci, pode mostrar porque a soma dos dez primeiros termos será sempre 11 vezes o sétimo termo da sequência:

Denotando por a e b o primeiro e o segundo números, o terceiro será $a+b$ e os números seguintes, do quarto ao décimo, serão, respectivamente: $a+2b$, $2a+3b$, $3a+5b$, $5a+8b$, $8a+13b$, $13a+21b$ e $21a+34b$.

Assim, como é fácil de verificar, a soma dos dez termos será $55a+88b$, que também é 11 vezes o sétimo termo $(5a+8b)$.

2.2.10 Descobrindo o número de sorvetes por semana e a idade

Tipo: Truque

Conteúdos e habilidades: operações de adição, subtração e multiplicação; raciocínio dedutivo; equações algébricas; sistema decimal: posição dos algarismos.

Tempo: 25 minutos (10 minutos para realizar o truque e 15 minutos para revelá-lo).

Descrição: O professor chama um voluntário da classe e, sugerindo que utilize uma calculadora na brincadeira, pede que ele imagine quantos dias por semana gostaria de tomar sorvete.

Em seguida, solicita que ele multiplique esse número por dois. Feito isso, o voluntário deverá somar cinco ao resultado e multiplicar o novo valor encontrado por 50.

Agora, se o voluntário já tiver feito aniversário no corrente ano, nesse caso em 2014, ele deverá somar o novo valor com 1764, caso contrário, deverá somar com 1763.

Para concluir o truque, o professor pede ao voluntário que, desse último valor encontrado, subtraia o ano de seu nascimento completo, ou seja, com os quatro algarismos (exemplo: 1997, 2000, ...).

Nesse momento, o professor revela ao voluntário que, do número de três algarismos que ele acabou de encontrar, o primeiro algarismo da esquerda (das centenas) é o número de dias que ele quer tomar sorvete por semana e os outros dois algarismos seguintes (dezenas e unidades) formam o número que representa exatamente a sua idade.

Como os alunos vão ficar impressionados, o professor pode até realizar novamente o truque e acertar mais uma vez o resultado.

Explicação: Vamos chamar o número de dias imaginado pelo voluntário de D (lembrando que $0 \leq D \leq 7$). Como ele multiplicará por 2, teremos $2D$. Ao somar com cinco, o valor encontrado será $2D + 5$.

Quando ele multiplicar por 50 teremos $(2D+5)\times 50 = 100D+250$. Nesse momento, caso já tenha feito aniversário, ele somará o resultado com 1764, ou seja, $100D + 250 + 1764$, que será $100D+2014$. Veja que a segunda parcela dessa soma, propositadamente, é o ano em que a atividade está sendo feita: 2014.

Quando o voluntário subtrai o ano de seu nascimento, certamente o resultado será a sua idade. Mas, a idade representa apenas os dois últimos algarismos (dezenas e unidades) de um número formado por três. Precisamos determinar o primeiro algarismo (centenas).

Sabemos que o primeiro algarismo da esquerda é o número de dias. Na expressão $100D + 2014$, quando multiplicamos o número de dias D por 100, nós o estamos colocando justamente como o algarismo das centenas, ou seja, justaposto à idade do aluno como foi revelado no truque.

2.2.11 Descobrindo o número final

Tipo: Truque

Conteúdos e habilidades: operações de adição, subtração e multiplicação; raciocínio dedutivo; equações algébricas; fatoração; sistema decimal de numeração: posição dos algarismos.

Tempo: 25 minutos (10 minutos para realizar o truque e 15 minutos para revelá-lo).

Descrição: O professor chama um voluntário da classe e, sugerindo que utilize uma calculadora na brincadeira, pede que ele pense em um número de quatro algarismos distintos e o digite na calculadora sem lhe revelar o valor.

Em seguida, utilizando os mesmos algarismos do número pensado, o professor pede que o voluntário monte um novo número de quatro algarismos distintos e o subtraia do número pensado, desprezando o sinal negativo do resultado, caso exista.

Agora, o aluno deve somar todos os algarismos do valor encontrado após a subtração.

O professor pergunta se a soma resultou em um número formado apenas por um algarismo.

Caso a resposta seja sim, ele avisa que já sabe a resposta e mostra, por exemplo, uma carta de baralho com um número que é exatamente o valor encontrado pelo voluntário.

Se não, se o número for formado por dois algarismos, o professor pede que o aluno some esses dois algarismos.

Concluída a soma, o professor mostra, como sugerido, uma carta de baralho cujo número é exatamente o valor encontrado pelo voluntário.

Explicação: Sempre que subtraímos dois números diferentes, formados pela mesma quantidade e pelos mesmos algarismos e, ainda, com os algarismos que os formam sendo distintos, podemos garantir, como veremos a seguir, que o resultado dessa subtração será sempre um múltiplo de nove.

Vamos ver agora porque isso ocorre: se chamarmos um número de $abcd$, o outro poderá ser $dcba$. Com isso, pelo sitema decimal de numeração, teremos os números $1000a + 100b + 10c + d$ e $1000d + 100c + 10b + a$.

Realizando a subtração obtemos $1000a + 100b + 10c + d - 1000d - 100c - 10b - a$ e, em seguida, $999a + 90b - 90c - 999d$, que, após fatorarmos, será

$$9(111a + 10b - 10c - 111d)$$

que é um múltiplo de 9.

Outro ponto importante é que a soma dos algarismos de um múltiplo de nove também resulta em um múltiplo de nove.

Como já detalhado, quando subtraímos os dois números com as características já descritas, o resultado será um múltiplo de nove e, no caso desse truque, a soma de seus algarismos (no máximo quatro) será um número de até dois algarismos.

Dessa forma, o resultado será o próprio 9, quando tiver apenas um algarismo, ou será um número de dois algarismos que somados também resultarão em 9, garantindo, com isso, o sucesso do truque.

2.3 Curiosidades

As Curiosidades servem bem como um elo de ligação entre a matemática e o universo a nossa volta. Através delas o aluno, além de se divertir, aprende um pouco mais sobre a história da matemática e suas aplicações ou aparições na física, na biologia, na química, na geografia, na engenharia, na própria sociedade e na natureza como um todo.

2.3.1 O problema dos alvéolos das abelhas:

Tipo: Curiosidade

Conteúdos e habilidades: geometria plana: ângulos, propriedades e cálculo de área do triângulo, quadrado, losango, hexágono e círculo; geometria espacial: proprieddes do prisma triangular, prisma quadrangular, prisma hexagonal e cilindro.

Tempo: 20 minutos.

Descrição: O professor se dirige ao quadro negro, faz o desenho de três prismas regulares, sendo um triangular, um quadrangular e outro hexagonal, e também faz o desenho de um cilindro, conforme **figura 11**.

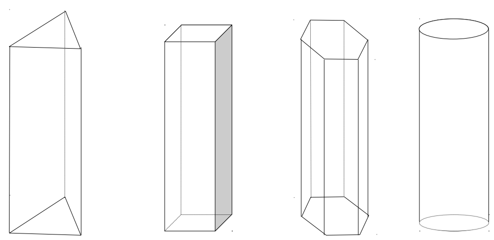

Figura 11: Curiosidade: Abelhas

Feito isso, o professor pode perguntar aos alunos "o que os prismas e o cilindro tem a ver com as abelhas?" e começar a contar a história, que também foi contada no livro Matemática Divertida e Curiosa, do genial Malba Tahan[45]:

O matemático belga Maurice Maeterlinek (1862-1949) fez um trabalho sobre como as abelhas utilizam diariamente a Geometria em sua vida na colméia. Como se sabe, esses insetos usam cera para construir os alvéolos das colméias, que servem depois de depósito para o mel que fabricam. Maeterlinek observou que, ao contrário de muitos construtores humanos, as abelhas constroem os alvéolos procurando uma forma para gastar o mínimo possível em material e alcançar o máximo possível em volume para colocar o seu precioso mel.

Então o professor pergunta aos alunos: "qual desses 4 formatos atende melhor a essas exigências? E qual deles foi o escolhido pelas abelhas?".

Depois de ouvir as diversas respostas, o professor revela que o Prisma Hexagonal é o que melhor atende a exigência das abelhas.

Explicação: Respondendo aos questionamentos dos alunos, o professor explica e detalha o motivo dessa escolha.

Para começar, a parede de um alvéolo tem que servir também ao alvéolo vizinho. Nesse quesito, os alvéolos não podem ser cilíndricos, pois a falta de paredes comuns entre eles deixará uma enorme quantidade de espaços inaproveitados. Eles devem, obviamente, ter a forma de um prisma. E os únicos prismas regulares que se justapõem sem deixar buracos são os prismas triangulares, os quadrangulares e os hexagonais.

O professor pode sugerir o seguinte: em casa, vocês podem fazer uma experiência usando uma mesma quantidade de cartolina para fazer os três prismas (abertos nas duas extremidades), um de base triangular, um de base quadrada e outro de base hexagonal.

Vão perceber que como as áreas laterais dos três são equivalentes (as tiras de cartolina são do mesmo tamanho), o de maior volume será aquele cujo polígono da base tiver a maior área. Mas não se esqueçam: esses polígonos devem ter o mesmo perímetro (comprimento da cartolina).

Assim, com um simples cálculo de área, supondo que as tiras de cartolina tenham 18 centímetros de comprimento, vocês vão verificar que os polígonos das bases terão respectiva e aproximadamente 15,57 centímetros quadrados, 20,25 centímetros quadrados e 23,36 centímetros quadrados (considerando $\sqrt{3} \approx 1,73$).

Dessa forma, a escolha da base hexagonal para o alvéolo é uma questão de pura economia. Com isso, com o mesmo gasto de material, as abelhas constroem o recipiente de maior volume e que ainda se encaixa perfeitamente em outro, ou seja, uma parede serve para dois alvéolos, conforme **figura 12** a seguir.

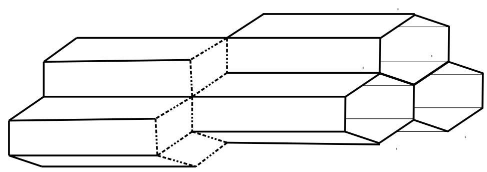

Figura 12: Curiosidade: Abelhas

O professor ainda pode continuar detalhando a praticidade e habilidade das abelhas, mostrando que a solução realmente interessante acontece no fechamento dos alvéolos: Em vez de construir um hexágono (plano) para cobrir o fundo, as abelhas economizam cerca de um alvéolo em cada cinqüenta, utilizando três losangos iguais colocados inclinadamente, conforme vemos na figura a seguir. Pode parecer pouco, mas a economia de 2 por cento que elas conseguem com o fechamento de milhões de alvéolos representa uma grande quantidade. Esse formato pode ser mostrado pelo professor através de uma maquete (já pronta) feita de cartolina ou outro material disponível, conforme **figura 13** a seguir.

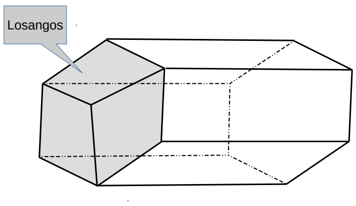

Figura 13: Curiosidade: Abelhas

Continuando com a história (Souza, 2000)[45], o professor relata que os ângulos dos losangos de fechamento, inclinados em relação ao eixo radial dos alvéolos, provocaram uma grande controvérsia entre um físico, um astronomo e dois matemáticos no início do século XVIII: o físico francês René-Antonie Ferchault de Réaumur (1683-1757) observou que o ângulo agudo e, consequentemente, seu suplemento (obtuso) eram sempre constantes. Intrigado, Réaumur mandou buscar alvéolos em várias partes do mundo, como a Alemanha, Suíça, Inglaterra, Canadá e Guiana. Depois de compará-los, notou que todos apresentavam losangos de mesmo ângulo. Então o astrônomo francês Jean-Dominique Maraldi (1709-1788) efetuou as medições dos ângulos agudos e encontrou o mesmo valor em todos eles: 70 graus e 32 minutos.

Surpreendido com o resultado, Réaumur propôs ao seu amigo Samuel König, matemático alemão, que resolvesse o seguinte problema: "dado um prisma de base hexagonal, devemos fechá-lo em uma das extremidades com três losangos iguais, colocados inclinadamente, para obter o maior volume com um gasto mínimo de material. Qual é o ângulo dos losangos que satisfaz a condição?" Mesmo sem ter idéia da origem do problema, König calculou o ângulo e encontrou 70 graus e 34 minutos. Embora a diferença fosse insignificante, de apenas dois minutos em relação aos cálculos efetuados pelo Astrônomo Maraldi, eles chegaram a conclusão que as abelhas não estavam totalmente corretas.

Mas, isso desencadeou um verdadeiro rebuliço entre os cientistas que tentavam explicar a questão. Até que a história chegou ao conhecimento do matemático escocês Colin Maclaurin (1698-1746), que utilizando os recursos do cálculo diferencial recalculou o ângulo e encontrou, nada mais, nada menos que 70 graus e 32 minutos. Verificou-se, então, que as abelhas é que estavam certas. Maclaurin mostrou ainda que o deslize de König era explicável: ele havia usado uma tabela de logaritmos que continha um erro, daí a diferença de dois minutos de grau.

Obs.: O texto desta atividade, pode ser digitada e entregue aos alunos para que eles possam acompanhar e entender melhor a curiosidade.

2.3.2 Mudando a posição dos algarismos de um número

Tipo: Curiosidade

Conteúdos e habilidades: duas operações (multiplicação e divisão); dízima periódica; raciocínio lógico.

Tempo: 10min para execução; 10min para explicação.

Descrição: O professor pode começar contando um pouco da história da matemática.

De acordo com os seguidores de Pitágoras todo número inteiro é interessante. Para aceitar essa verdade dogmática seria preciso conceituar bem o que é que nos permite denominar um número como interessante. Mas, mesmo que não cheguemos a um acordo sobre isso, parece aceitável que alguns números sejam, realmente, muito interessantes (Super Interessante, 1992)[59].

Um desses números é o 142857. Aparentemente é apenas mais um número. Mas ele tem particularidades incríveis.

O professor, nesse momento, dá um tempo para que os alunos pensem em quais seriam as particularidades desse número. A propósito, essa atividade seria melhor aproveitada se realizada após a atividade desafio $ABCDEF \times 3 = BCDEFA$, que está na página 30, pois alguns alunos poderão chegar a boas conclusões.

Explicação: Depois de aguardar e ouvir algumas conclusões dos alunos, o professor complementa: vejamos porque esse número é tão especial.

Quando multiplicado por $1, 2, 3, 4, 5$ e 6, tem a particularidade de apresentar produtos com os mesmos algarismos e na mesma sequência, como se estivessem escritos num cilindro.

Vejam só, se o multiplicarmos por $1, 3, 2, 6, 4$ e 5 teremos:

$142857 \times 1 = 142857$;

$142857 \times 3 = 428571$ (quando multiplicado por 3 o resultado é um número com os mesmos algarismos, sendo que o algarismo 1 passou para o final);

$142857 \times 2 = 285714$ (o resultado agora tem o 1 e o 4 passando para o final);

$142857 \times 6 = 857142$ (nota-se que $1, 4$ e 2 passaram para o final);

$142857 \times 4 = 571428$ (o resultado mostra que $1, 4, 2$ e 8 estão no final);

$142857 \times 5 = 714285$ (de novo, um produto com os mesmos algarismos: o sete fica na frente e $1, 4, 2, 8$ e 5 vêm logo a seguir).

Vários livros de curiosidades matemáticas têm dado atenção ao 142857. O professor Júlio César de Mello e Souza, o Malba Tahan, no livro Matemática Divertida e Curiosa, de 1991[45], também destaca o comportamento desse número quando multiplicado por 7 e por 8:

$142857 \times 7 = 999999$;

$142857 \times 8 = 1142856$ (observe que os algarismos são os mesmos, à exceção do 7 que se transformou no 1 do início e no 6 do final).

Para aguçar ainda mais a curiosidade dos alunos, o professor pode encorajá-los a multiplicar 142857 por outros números e tentar identificar as transformações que ocorrem.

Vejam que interessante: a representação decimal da fração 1/7 (divisão do 1 pelo 7) é $0,142857142857142857...$ que é uma dízima de período 142857. Já dá até para imaginar o que acontecerá com 2/7, 3/7,.... O professor pode sugerir que os alunos continuem explorando esse número em casa.

2.3.3 Onde vai dar a duplicação de um número de três algarismos?

Tipo: Curiosidade

Conteúdos e habilidades: as quatro operações (multiplicação, divisão, adição e subtração); critérios de divisibilidade; operações inversas.

Tempo: 10min para execução; 10min para explicação.

Descrição: O professor chama um ou mais alunos para participarem de uma brincadeira. Pede que eles pensem em um número de três algarismos e escrevam em uma folha, sem lhe mostrar.

Feito isso, o professor pede para que eles dupliquem o número, ou seja, na frente desse número, escrevam-no novamente, formando um número de seis algarismos. Por exemplo, se pensarem no 345, deverão formar o 345345.

Já com o novo número formado, eles devem dividi-lo por 13. O resultado deve ser dividido por 11. E, finalmente, o valor encontrado deve ser dividido por 7.

"O que vocês encontraram?", perguntará o professor.

Cada um deles vai encontrar exatamente o número de três algarismos que pensou inicialmente (no exemplo: $345345 \div 13 = 26565$; $26565 \div 11 = 2415$; e, $2415 \div 7 = 345$).

Como devem ter escolhido números diferentes, eles já percebem que esse fenômeno pode se repetir em qualquer número de três algarismos.

Explicação: O professor pode perguntar se algum aluno sabe por que isso acontece. Caso algum aluno se habilite e esteja correto, basta deixá-lo explicar aos outros colegas. De qualquer forma, uma boa solução a ser apresentada é a seguinte:

Quando dividimos o número duplicado por 13, por 11 e, finalmente, por 7, na verdade o estamos dividindo por 1001, pois $7 \times 11 \times 13 = 1001$.

Ao multiplicarmos qualquer número de três algarismos (mesmo que não sejam distintos) por 1001 encontramos exatamente um de seis algarismos, onde os três algarismos iniciais aparecem duplicados (ou repetidos). Por exemplo: $345 \times 1001 = 345345$.

Isso acontece porque na multiplicação por 1000, um número de três algarismos avança 3 casas decimais, ou seja, o algarismo das centenas passa a ser o das centenas de milhar, o das dezenas passa a ser o das dezenas de milhar, o das unidades passa a ser o das unidades de milhar e os algarismos das centenas, dezenas e unidades ficarão iguais a zero. Logo, por exemplo, o 345 multiplicado por 1000 será 345.000.

Mas, como o fator é 1001, ainda falta acrescentar uma vez o próprio número ao valor encontrado, para determinar o número de seis algarismos cujos três algarismos iniciais são iguais aos três últimos. Ou seja, $345.000 + 345 = 345.345$.

Dessa forma, sempre que dividimos um número como o 343345 por 7, por 11 e por 13, o estamos dividindo por 1001 e voltando ao número de três algarismos inicial: 345.

2.3.4 A divisão de 35 camelos entre três irmãos

Tipo: Curiosidade

Conteúdos e habilidades: as quatro operações (multiplicação, divisão, adição e subtração) de números inteiros, decimais e fracionários; raciocínio dedutivo.

Tempo: 20 minutos (10 min para falar do problema e 10 min para resolvê-lo).

Descrição: O professor pode começar contando a "estória de uma divisão que agradou a todos", que é baseada em uma passagem do livro "O Homem que Calculava", de Malba Tahan[49], e começa a narrar a estória:

Nessa passagem, Beremiz – o homem que calculava – e seu colega de jornada encontraram três homens que discutiam acaloradamente próximo a um lote de camelos. Por entre pragas e impropérios eles gritavam furiosos: "Não pode ser!"; "Isto é um roubo!"; "Não aceito!"

O inteligente Beremiz procurou informar-se do que se tratava.

E eles disseram: "Somos irmãos – esclareceu o mais velho – e recebemos como herança esses 35 camelos. Segundo vontade de nosso pai devo receber a metade, o meu irmão Hamed uma terça parte e o mais moço, Harin, deve receber apenas a nona parte do lote de camelos. Contudo, não sabemos como realizar a partilha, visto que a mesma não é exata!".

Então o Homem que Calculava lhes disse: "É muito simples. Encarrego-me de realizar, com justiça, a divisão se me permitirem que junte aos 35 camelos da herança este belo animal, pertencente a meu amigo de jornada, que nos trouxe até aqui." E, assim foi feito.

Já de posse dos 36 camelos, disse Beremiz: "Farei a divisão justa e exata!"

E, voltando-se para o mais velho dos irmãos, lhe disse: "Deveria receber a metade de 35, ou seja, 17,5. Receberá a metade de 36, portanto, 18. Nada tem a reclamar, pois é claro que saiu lucrando com esta divisão."

E, dirigindo-se ao segundo herdeiro, continuou: "E você, deveria receber um terço de 35, isto é, 11 e pouco. Vai receber um terço de 36, ou seja, 12. Não poderá protestar, pois você também saiu com visível lucro na transação."

Por fim, disse ao mais novo: " Você, segundo a vontade de seu pai, deveria receber a nona parte de 35, isto é, 3 e tanto. Vai receber uma nona parte de 36, ou seja, 4. Seu lucro foi igualmente notável."

E, concluiu com segurança e serenidade:

"Pela vantajosa divisão realizada, couberam 18 camelos ao primeiro, 12 ao segundo, e 4 ao terceiro, o que dá um resultado $(18 + 12 + 4)$ de 34 camelos. Dos 36 camelos, sobraram, portanto, dois. Um pertence a meu amigo de jornada. O outro, cabe por direito a mim, por ter resolvido, a contento de todos, o complicado problema da herança!"

O mais velho dos irmãos exclamou: "É muito inteligente, ó Estrangeiro! Aceitamos a sua partilha na certeza de que foi feita com justiça e equidade!"

E, com isso, o Homem que Calculava resolveu astutamente mais um problema matemático.

Explicação: Se for do interesse dos alunos, a partilha pode ser mais bem detalhada.

Vamos à explicação: Ela é mais simples do que parece. Basta examinar a situação sob outro ponto de vista.

Consideremos como unidade (ou total) o conjunto dos camelos que seriam divididos e vejamos se a soma das frações determinadas pelo pai equivale a 1:

$$\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\frac{1}{9}=\frac{18+12+4}{36}=\frac{34}{36}=\frac{17}{18}<1$$

Conclusão: como a soma não é 1, a herança estava mal dividida. Vejamos quantos camelos estavam incluídos na partilha inicial:

$$17\frac{1}{2}+11\frac{2}{3}+3\frac{8}{9}=(17+11+3)+\left(\frac{1}{2}+\frac{2}{3}+\frac{8}{9}\right)=31+\frac{37}{18}=33\frac{1}{18}$$

Chegamos à conclusão de que na partilha inicial estavam incluídos somente 33 camelos e 1/18 de camelo.

Quantos camelos sobravam? Façamos a subtração:

$$35-33\frac{1}{18}=1\frac{17}{18}$$

Portanto, sobravam quase 2 camelos, ou seja, 1 inteiro e 17/18.

É natural, então, que fosse possível dar um pouco mais a cada irmão e ainda restasse um camelo para pagar o hábil Beremiz pelo seu brilhante trabalho.

2.3.5 O triângulo de pascal, as potências de 2 e a sequência de Fibonacci

Tipo: Curiosidade

Conteúdos e habilidades: as quatro operações básicas; história da matemática; números binomiais; potenciação; sequência de Fibonacci; raciocínio dedutivo.

Tempo: 20 minutos

Descrição: O professor faz o desenho de dois triângulos de Pascal no quadro, conforme as **figuras 14 e 15** a seguir. Ambos formam triângulos infinitos: o primeiro, ainda com a representação binomial e o segundo, já numérico, ou seja, com o resultado dos números binomiais.

$$
\begin{array}{lc}
\mathbf{0} & \binom{0}{0} \\
\mathbf{1} & \binom{1}{0} \ \binom{1}{1} \\
\mathbf{2} & \binom{2}{0} \ \binom{2}{1} \ \binom{2}{2} \\
\mathbf{3} & \binom{3}{0} \ \binom{3}{1} \ \binom{3}{2} \ \binom{3}{3} \\
\mathbf{4} & \binom{4}{0} \ \binom{4}{1} \ \binom{4}{2} \ \binom{4}{3} \ \binom{4}{4} \\
\mathbf{5} & \binom{5}{0} \ \binom{5}{1} \ \binom{5}{2} \ \binom{5}{3} \ \binom{5}{4} \ \binom{5}{5} \\
\mathbf{6} & \binom{6}{0} \ \binom{6}{1} \ \binom{6}{2} \ \binom{6}{3} \ \binom{6}{4} \ \binom{6}{5} \ \binom{6}{6}
\end{array}
$$

Figura 14: Curiosidade: Triângulo de Pascal

$$
\begin{array}{lc}
\mathbf{0} & 1 \\
\mathbf{1} & 1 \ \ 1 \\
\mathbf{2} & 1 \ \ 2 \ \ 1 \\
\mathbf{3} & 1 \ \ 3 \ \ 3 \ \ 1 \\
\mathbf{4} & 1 \ \ 4 \ \ 6 \ \ 4 \ \ 1 \\
\mathbf{5} & 1 \ \ 5 \ \ 10 \ \ 10 \ \ 5 \ \ 1 \\
\mathbf{6} & 1 \ \ 6 \ \ 15 \ \ 20 \ \ 15 \ \ 6 \ \ 1
\end{array}
$$

Figura 15: Curiosidade: Triângulo de Pascal

Em seguida, o professor pode destacar que o francês Blaise Pascal, que foi um grande matemático e físico, contribuiu decisivamente para a criação de dois novos ramos da matemática, a Geometria Projetiva e a Teoria das Probabilidades e, em Física, estudou a mecânica dos fluidos e esclareceu os conceitos de pressão e vácuo, ampliando o trabalho de Evangelista Torricelli. Além disso e muito mais, Pascal, em 1653, criou seu Traité du triangle arithmétique ("Tratado sobre o Triângulo Aritmético") onde descreveu uma apresentação tabular conveniente para os coeficientes binomiais, agora chamado de Triângulo de Pascal (Blog José Fortes, 2012)[61] .

Após dar ênfase aos triângulos colocados no quadro, o professor começa a mostrar as curiosidades dessa maravilha de Pascal (Matemática Divertida, 2013)[60]. Dentre elas, está o fato de que se somarmos todos os elementos da linha n (o professor vai fazendo as somas e escrevendo ao lado de cada linha) encontraremos como resultado a potência 2^n, conforme observamos na **figura 16**:

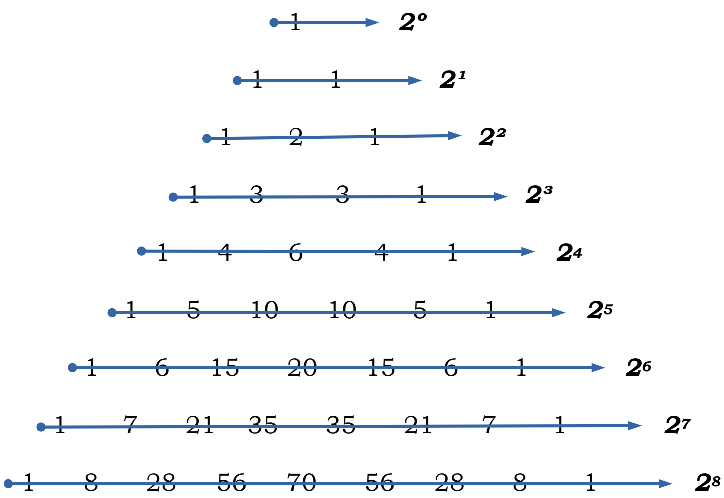

Figura 16: Curiosidade: Triângulo de Pascal

Continuando com as curiosidades, o professor pode mostrar que quando somamos os números das diagonais do triângulo de Pascal encontramos uma das mais famosas sequências numéricas: a sequência de Fibonacci. E, após demarcar um novo triângulo já com suas "diagonais" (conforme **figura 17** a seguir), o professor soma os números e encontra o resultado esperado: $1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55, 89, ...$, e assim por diante. Famosa por aparecer em diversos ramos da ciência, da arte e da história, a sequência de Fibonacci se faz presente mais uma vez.

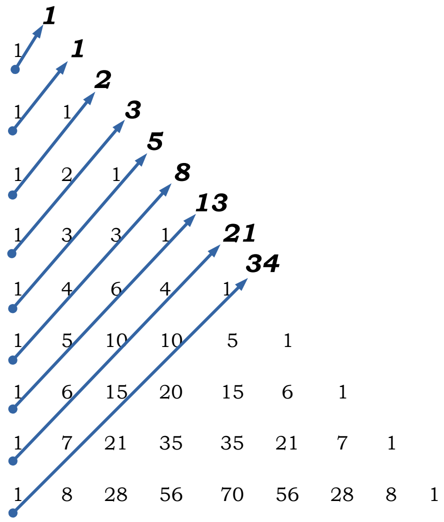

Figura 17: Curiosidade: Triângulo de Pascal

2.3.6 Um gato e um barbante em volta do mundo

Tipo: Curiosidade

Conteúdos e habilidades: as quatro operações (multiplicação, divisão, adição e subtração); unidades de medida de comprimento; cálculo do comprimento do círculo; raciocínio dedutivo.

Tempo: 20 minutos (10 minutos para falar a curiosidade e 10 minutos para explicá-la).

Descrição: O professor coloca uma bola de futebol e um pedaço de barbante de uns dois metros sobre a mesa. Ele mede o comprimento de um círculo máximo da bola com o barbante e, segurando o pedaço que representa esse comprimento, pergunta: "se aumentarmos essa medida em um metro e distribuirmos a folga do barbante igualmente ao redor da bola, haverá espaço suficiente para que um gato passe, em qualquer ponto, entre o barbante e a bola?"

Instintivamente boa parte dos alunos responderá que sim. Após ouvir as respostas e solicitações, o professor aumenta em mais um metro o pedaço de barbante que representa o comprimento da circunferência da bola e, colocando a bola no chão, faz um círculo com o novo comprimento de barbante em torno dela. Será fácil para os alunos perceberem que realmente entre a bola e o barbante há espaço suficiente para a passagem de um gato.

A parte interessante vem agora. O professor mostra o barbante e propõe: "Supondo que, de forma bem justa e sem espaços, fosse possível passar um barbante em torno da Terra (que vamos imaginar como se fosse uma esfera lisa)e na linha do equador, encontraríamos o comprimento de sua circunferência. Nesse caso, se também aumentarmos em um metro esse barbante e distribuirmos a folga do barbante igualmente ao redor da Terra, será que um gato poderá passar por baixo desse barbante sem esticá-lo e em qualquer ponto da Terra?"

Provavelmente a maioria dos alunos dirá que não há como esse gato passar por entre o barbante e a superfície da Terra.

Mas, para surpresa da maioria, o professor responde que sim, o gato conseguirá passar por baixo do barbante em qualquer ponto de sua extensão.

Explicação: Apesar de ser contra-intuitiva, ela é mais simples do que parece. Digamos que o raio da Terra, em metros, seja r. Como o comprimento de um círculo é $2\pi r$, esse era o comprimento inicial do barbante que representava a circunferência da Terra.

Como aumentamos o barbante em um metro, o comprimento passou para $2\pi r + 1$ metros. Ou seja, esse é o comprimento da nova circunferência, cujo raio denotaremos por R.

Sabendo, com isso, que

$$2\pi R = 2\pi r + 1$$

Podemos isolar o R e obter

$$R = (2\pi r + 1)/2\pi \Rightarrow R = r + 1/2\pi$$

E, usando $\pi \approx 3,14$, teremos

$$R = r + 1/6,28 \Rightarrow R \approx r + 0,16$$

Como estamos trabalhando em metros, podemos ver que o novo raio (R) será aproximadamente 16 centímetros maior que o anterior (r), ou seja, há uma distância de cerca de 16 cm entre a superfície da Terra e o barbante. E, certamente, esse espaço é suficiente para que um gato possa passar por baixo.

Outro detalhe interessante é que como não utilizamos medidas específicas para os raios, podemos também concluir que independente do tamanho do objeto esférico, quando aumentarmos o barbante em um metro, o novo raio sempre será cerca de 16 cm maior que o anterior e, com isso, sempre haverá espaço para um gato passar por baixo.

2.3.7 Por que a páscoa de 2008 aconteceu tão cedo?

Tipo: Curiosidade

Conteúdos e habilidades: as operações de adição e subtração; unidades de medida de tempo; as quatro estações do ano; raciocínio dedutivo.

Tempo: 20 minutos (10 minutos para falar da curiosidade e 10 minutos para explicá-la).

Descrição: O professor pode iniciar a curiosidade perguntando: "vocês sabem o que aconteceu na páscoa de 2008?"

Diante das diversas respostas dadas pelos alunos, ele já vai respondendo que ocorreu algo que muita gente gostaria de saber o motivo: a páscoa de 2008, que começou no dia 23 de março, aconteceu muito cedo. Na verdade, a Páscoa de 2008 aconteceu mais cedo do que qualquer um de nós irá ver novamente. A última vez em que isso ocorreu foi em 1913. A próxima vez que a Páscoa ocorrerá em 23 de março, será no ano de 2228. Logo, não estaremos aqui para presenciar.

A data comemorativa da Páscoa pode acontecer mais cedo ainda. No ano de 2285, ela ocorrerá no dia 22 de março.

O professor, caso queira aguçar o espírito investigativo de seus alunos, ainda pode fazer a eles a seguinte pergunta: "Por que será que ocorre essa variação na data de comemoração da Páscoa?"

Para gerar ainda mais curiosidade, essa pergunta pode ser respondida apenas na semana seguinte.

Explicação: Na semana seguinte, depois de ouvir as diversas respostas trazidas pelos alunos, o professor pode sintetizar tudo e trazendo para si a atenção da turma, pode lhes dizer: "Para quem não encontrou uma resposta, vamos ver agora como é definida a data comemorativa da Páscoa em cada ano:"

Ela acontece sempre no primeiro domingo após a lua cheia, depois do equinócio de março. Durante o ano, acontecem dois equinócios (que em latim significa "noites iguais"), sendo o primeiro no dia 20 ou 21 de março e o segundo no dia 22 ou 23 de setembro. São os dois únicos dias do ano nos quais o dia tem exatamente a mesma duração, em horas, minutos e segundos, que a noite, com exeção da linha do equador, onde esse fenômeno ocorre em todos os dias do ano.

Mesmo sabendo que o referido equinócio acontece sempre no dia 20 ou 21 de março, se considerarmos as estações do ano, no hemisfério Norte a Páscoa será comemorada sempre depois do equinócio de Primavera, enquanto no hemisfério Sul ela será comemorada sempre depois do equinócio de Outono.

A data baseia-se no calendário lunar que o povo hebreu usava para identificar a Páscoa judaica, razão pela qual a Páscoa é uma festa móvel no calendário romano e, consequentemente, no Brasil.

3 Análise do Impacto das Atividades nas Aulas de Matemática

Analisamos, aqui, o impacto do projeto sobre a percepção dos alunos em relação à Matemática, com o auxílio das respostas dadas pelos alunos do Ensino Médio a dois questionários aplicados durante a realização do projeto e também de acordo com a avaliação, pelo professor, da capacidade criativa e da participação deles durante as aulas.

Quanto aos questionários, o primeiro foi aplicado no início do 2º semestre de 2013 e antes da execução dos desafios, truques e curiosidades matemáticas. Já o segundo, foi aplicado depois da execução dessas atividades, ou seja, ao fim do 2º semestre do mesmo ano. E ainda, para deixar os alunos mais à vontade para responder, eles não precisavam se identificar no preenchimento do questionário e o professor inclusive saía da sala de aula, sendo os questionários aplicados por um colega professor.

Na visão do próprio aluno, graças às suas respostas nos dois questionários, é possível perceber o quanto as atividades desenvolvidas nas aulas modificaram a opinião deles sobre a matemática e tudo que a envolve.

Através dessa análise é possível, por exemplo, perceber as diferentes reações entre turmas da mesma série tanto quanto à participação nas atividades como no que diz respeito ao resultado de certas perguntas presentes nos dois questionários.

Em cada uma das perguntas (que serão novamente relatadas durante as fases da análise) dos dois questionários, o aluno devia indicar sua resposta em uma escala indicativa de 0 a 10 (o zero significava que nenhum ponto estava sendo atribuído e o 10 representava a atribuição da pontuação máxima à questão). É preciso ressaltar que no segundo questionário, justamente para permitir a comparação entre antes e depois da realização do projeto e auxiliar na análise do efeito das atividades realizadas, há algumas perguntas idênticas às do primeiro questionário.

O questionário aplicado antes do início do projeto, conforme modelo no Anexo 1, p. 109, continha as perguntas que se seguem, onde cada uma tinha sua resposta indicada na escala logo a seguir:

- "Gosta das aulas de matemática?";

- "Gosta de matemática?";

- "Considera a matemática importante para alguma coisa na vida?";

- “Acredita que exista algum conteúdo de matemática que seja interessante e até divertido?”;

- “Acredita que as aulas de matemática podem ser melhores do quem tem sido?”;

- “Se interessa pelos estudos?”;

- “Estuda em casa?”;

- “Considera o estudo como a mais importante ferramenta para lhe proporcionar um melhor futuro?”;

- “Acredita no conhecimento como algo de grande valor?”;

- “Acredita que a matemática tem contribuído para as grandes transformações tecnológicas da humanidade?”.

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10

O questionário aplicado ao final do projeto, conforme modelo no Anexo 2, p. 111, continha as seguintes perguntas, no qual cada pergunta também tinha sua resposta indicada na escala que se segue.

- “Gosta das aulas de matemática?”;

- “Gosta de matemática?”;

- “Considera a matemática importante para alguma coisa na vida?”;

- “Acredita que exista algum conteúdo de matemática que seja interessante e até divertido?”;

- “Acredita que as aulas de matemática estão sendo melhores do que no início do ano?”;

- “Se interessa pelo estudo da matemática?”;

- “Estuda em casa?”;

- “Acredita no conhecimento como algo de grande valor?”;

- “Acredita que as novas atividades desenvolvidas durante as aulas de matemática foram divertidas e interessantes?”;

-“Acredita que as atividades desenvolvidas nas aulas de matemática ajudaram você a se concentrar mais nas aulas e nos estudos?”.

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10

Os questionários, nos dois momentos, foram respondidos por alunos de sete turmas do Ensino Médio, sendo três do 1º ano, duas do 2º ano e duas do 3º ano.

Entretanto, vale salientar que no dia da aplicação do questionário final, o total de alunos presentes (205), por ter sido aplicado no dia da avaliação final do semestre, foi 17,8% maior que na aplicação do primeiro questionário (174). Por isso, além de uma participação maior pelo evento obrigatório, contou também com a presença de diversos alunos infrequentes (cerca de 6%) que, além de não estarem presentes na primeira etapa, não participaram das atividades desenvolvidas e, assim, podem ter respondido de forma inconsistente ao segundo questionário.

Outro ponto discutido é a reação, ou seja, a mudança de atitude e participação de cada turma em relação a cada tipo de atividade e também às atividades como um todo. Além disso, nem todas as turmas que eram mais participativas antes, continuaram sendo as mais envolvidas com as atividades durante o projeto.

Como será visto detalhadamente na análise final, essas diferentes reações de participação entre as turmas foram analisadas mais facilmente graças às duas avaliações de conduta, interesse e atitude das turmas que geraram duas notas de participação nas aulas (de zero a dez) para cada uma delas, sendo que uma nota na avaliação realizada antes do início do projeto e a outra nota após a avaliação realizada nas semanas finais da execução das atividades, para que se pudesse comparar o quanto os desafios, truques e curiosidades matemáticas também influenciaram cada turma no que diz respeito à participação nas aulas.

Dessa forma, toda essa análise, que reflete o antes, o durante e o depois da realização das atividades do projeto, pode ser dividida em quatro partes:

1 – Análise Geral, onde é considerado o conjunto total de alunos, independente de série ou turma.

2 – Análise Comparativa na mesma turma, onde comparam-se as respostas de alunos de uma mesma série e turma.

3 – Análise Comparativa na mesma série, onde comparam-se as respostas dadas por alunos de turmas diferentes de uma mesma série.

4 – Análise final, em que se avalia o quanto as atividades realizadas influenciaram a criatividade e a participação das turmas nas aulas de matemática.

3.1 Análise Geral

Os resultados advindos da execução das atividades são avaliados de uma forma generalizada, ou seja, a partir das respostas aos dois questionários de todos os alunos, independente de série ou turma. Para isso, sempre acompanhada de um gráfico, está sendo verificada a variação da pontuação média atribuída pelos alunos a algumas questões específicas e também o percentual individual de algumas pontuações, tanto do primeiro quanto do segundo questionário.

No primeiro gráfico a seguir, **figura 18**, relativo a uma pergunta presente tanto no questionário inicial quanto no final, percebe-se que houve uma pequena melhora em relação ao gosto dos alunos pela aula de matemática. A média da pontuação atribuída passou de 4,9 para 5,3. Um aumento de cerca de 8%.

Também pode ser verificado que ocorreu um aumento no número de alunos que atribuíram uma pontuação maior ou igual a sete: 22% dos alunos antes do projeto e 33% depois do projeto, indicando um aumento do interesse dos alunos pelas aulas de matemática.

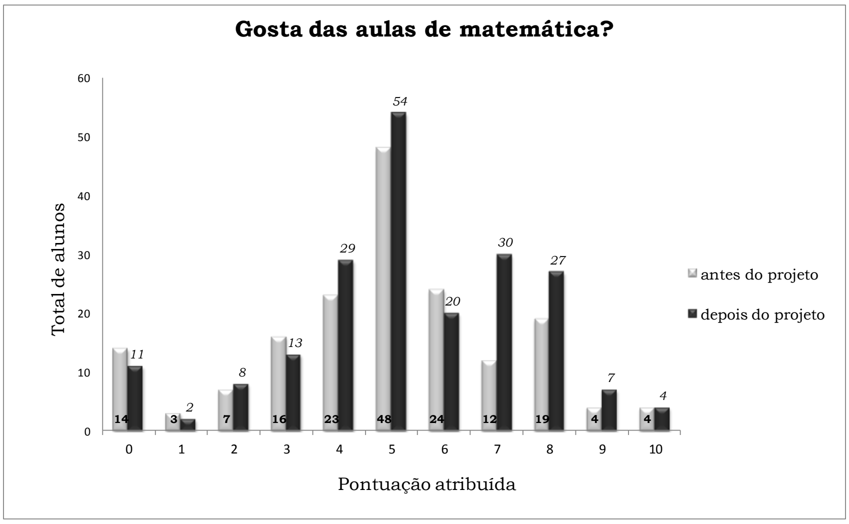

Figura 18: Análise Geral

No gráfico da **figura 19**, referente a uma pergunta presente tanto no questionário inicial quanto no final, também houve uma pequena melhora em relação ao gosto dos alunos pela matemática. A média da pontuação atribuída passou de 4,4 para 4,8. Um aumento de cerca de 9%.

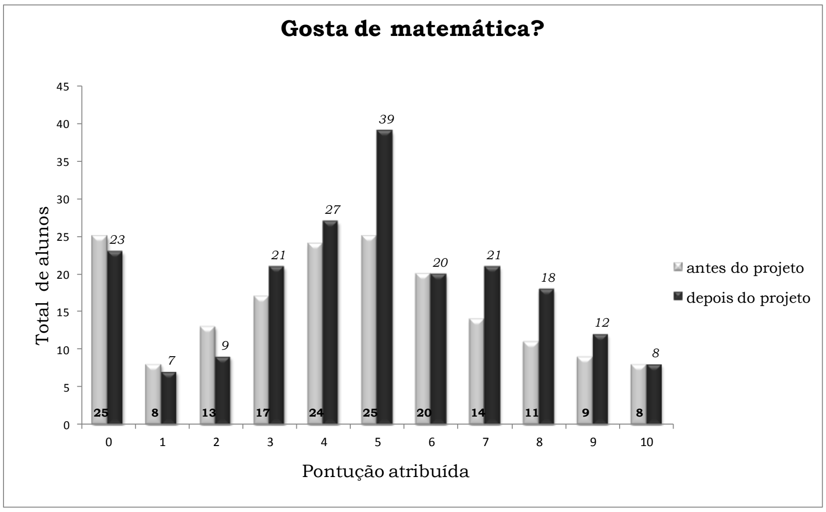

Figura 19: Análise Geral

A seguir, no gráfico da **figura 20**, novamente representando as respostas a uma pergunta presente tanto no questionário inicial quanto no final, podemos ver que também houve um pequeno aumento na média da pontuação atribuída pelos alunos em relação a matemática ser considerada importante para alguma coisa na vida. A média da pontuação passou de 7,8 para 8,1.

Mas, o que se pode destacar é o fato de que o total de alunos que atribuiu a pontuação 10, que é a máxima, saltou de 58 (33%) no primeiro questionário para 85 (42%) no segundo questionário. Essa mudança reforça o impacto positivo das atividades.

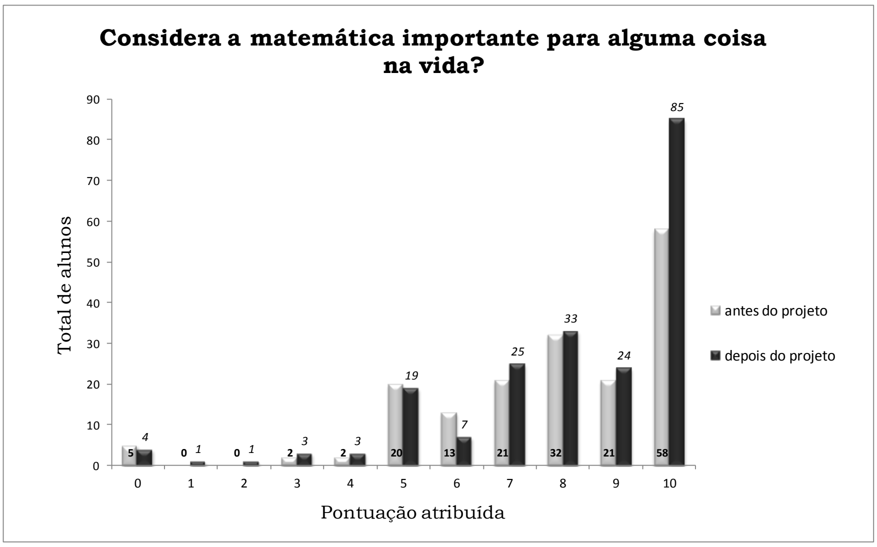

Figura 20: Análise Geral

Representando as respostas do primeiro e o do segundo questionário, o gráfico da **figura 21** mostra que a média da pontuação atribuída pelos alunos passou de 6,3 para 6,8. Foi um crescimento considerável nesse quesito (existe algum conteúdo de matemática interessante e divertido?).

Como um dos pontos positivos, o percentual de alunos que atribuíram pontuação maior ou igual a sete passou de 54% para 60%.

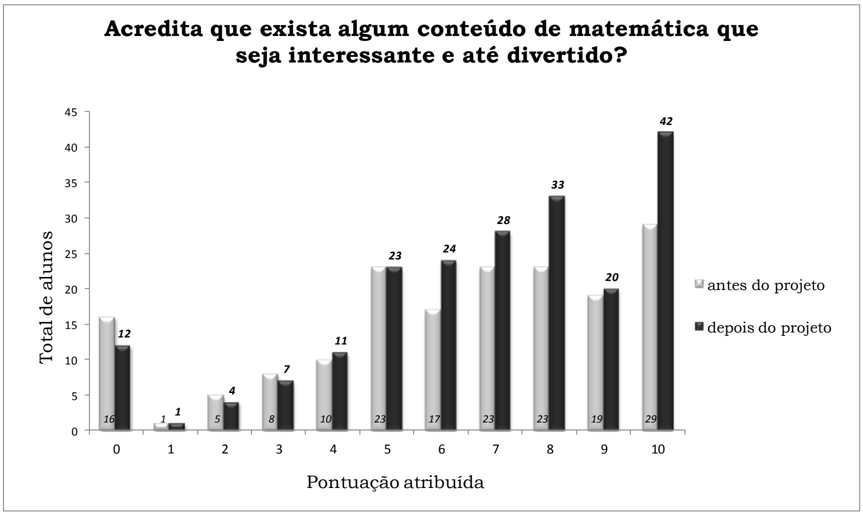

Figura 21: Análise Geral

Também representando as respostas do primeiro e o do segundo questionário, o gráfico da **figura 22** mostra que os alunos tiveram sua média da pontuação atribuída a esse quesito (as aulas de matemática estão melhores que no início do ano?) diminuída de 7,4 para 6,5, ou seja, cerca de 14%.

No âmbito geral, foi uma das duas perguntas cuja pontuação média sofreu decréscimo nas turmas participantes. A outra pergunta, que veremos mais adiante, é a que indaga sobre o estudo em casa.

Uma possível explicação para essa queda, que só não ocorreu no 2º ano B, é o fato de que todas as turmas, como já mencionado, têm alunos infrequentes que vieram no dia do segundo questionário apenas porque precivam fazer a avaliação bimestral, mas nem sequer participaram da aplicação das tarefas durante o semestre, o que pode ter gerado algumas respostas bem inconsistentes.

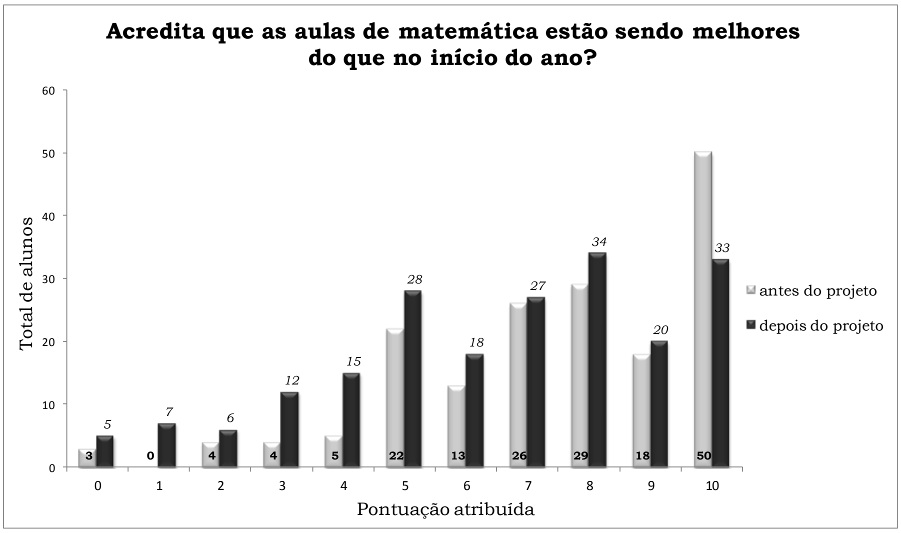

Figura 22: Análise Geral

No próximo gráfico, o da **figura 23**, que compara as respostas do questionário inicial com as do questionário do final do semestre, os alunos tiveram a média da pontuação atribuída a esse quesito (estuda em casa?) diminuída de 5,0 para 3,9.

Na visão geral, dentre as duas únicas perguntas que tiveram queda na pontuação atribuída, essa foi a de pior desempenho: um decréscimo de quase 22% contra os 14% da pergunta que indagava se as aulas de matemática estavam sendo melhores que no início do ano.

Uma explicação plausível para essa queda, que ocorreu em todas as turmas, é o fato de que o segundo questionário foi aplicado no dia da avaliação semestral. Como muitos alunos talvez não estudaram o suficiente para tal avaliação, essa pouca dedicação aos estudos pode ter causado uma pressão psicológica para que eles atribuíssem uma pontuação menor a esse quesito, como reconhecimento à necessidade de terem que estudar mais em casa.

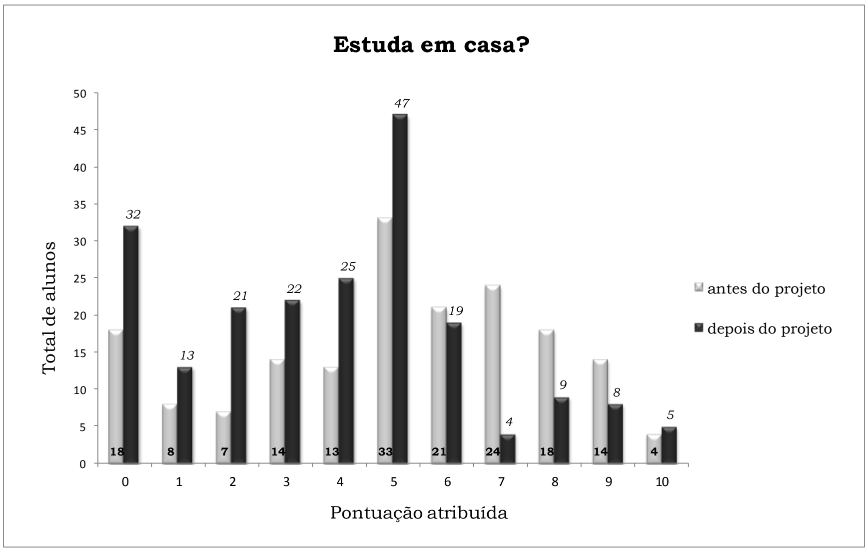

Figura 23: Análise Geral

No gráfico da **figura 24**, que se refere a uma questão presente nos dois questionários, pode ser visto que os alunos praticamente mantiveram sua percepção de que o conhecimento é algo de grande valor. A média da pontuação atribuída passou de 8,8 para 8,9.

Como na segunda etapa da pesquisa houve um número maior de participantes, pode ser destacado o aumento relativo no total de alunos que atribuíram pontuação máxima, pois enquanto na primeira etapa foram 53% dos alunos, na etapa pós-desafios, truques e curiosidades, esse percentual alcançou 57%.

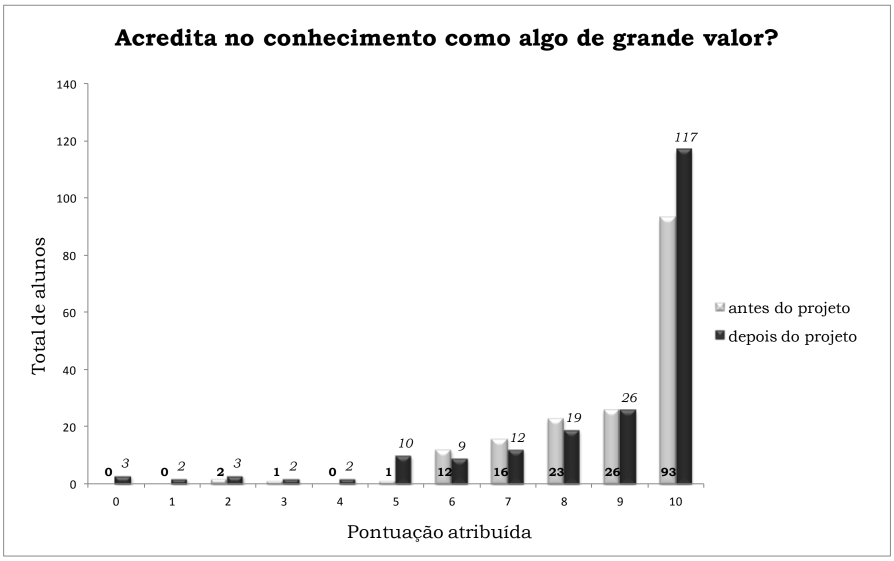

Figura 24: Análise Geral

Referente a uma pergunta exclusiva do segundo questionário, o gráfico da **figura 25** a seguir mostra que a média da pontuação atribuída pelos alunos chegou a 7,1. Foi uma boa média para o quesito que indagava se as novas atividades desenvolvidas nas aulas de matemática foram divertidas e interessantes, pois mais da metade dos alunos (cerca de 55%) lhe atribuiu pontuação maior ou igual a sete.

Há que se considerar novamente o problema dos alunos infrequentes. Mesmo não tendo argumentos específicos para responder a essa e outras perguntas, eles participaram da aplicação do questionário para não se sentirem excluídos e provavelmente responderam às perguntas sem nenhum critério.

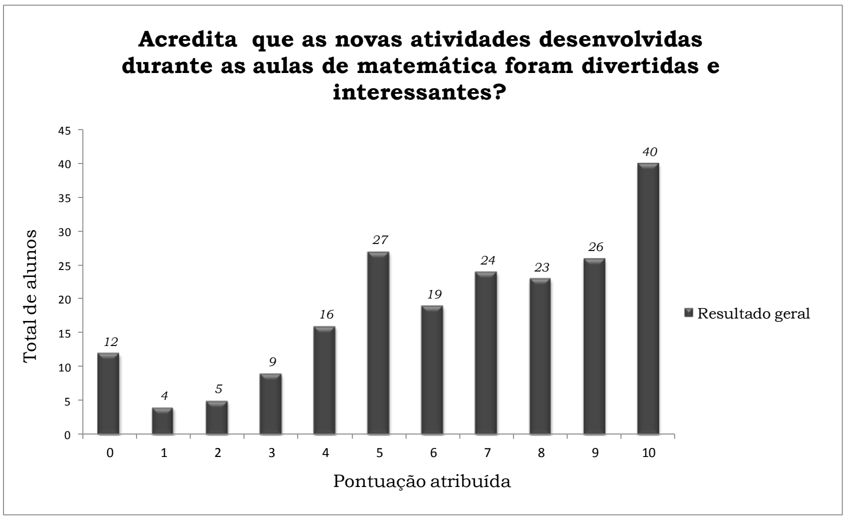

Figura 25: Análise Geral

Também relacionado a uma pergunta do questionário final, o gráfico da **figura 26** pode mostrar que a média da pontuação atribuída pelos alunos foi 6,0.

Foi uma pontuação média até razoável para o quesito que indagava se as atividades desenvolvidas nas aulas de matemática ajudaram a se concentrar mais nas aulas, pois mais da metade dos alunos (62%) atribuiu pontuação maior ou igual a seis. E como eles próprios consideram que o seis é uma boa nota, a realização dos desafios, truques e curiosidades alcançou um resultado bastante significativo.

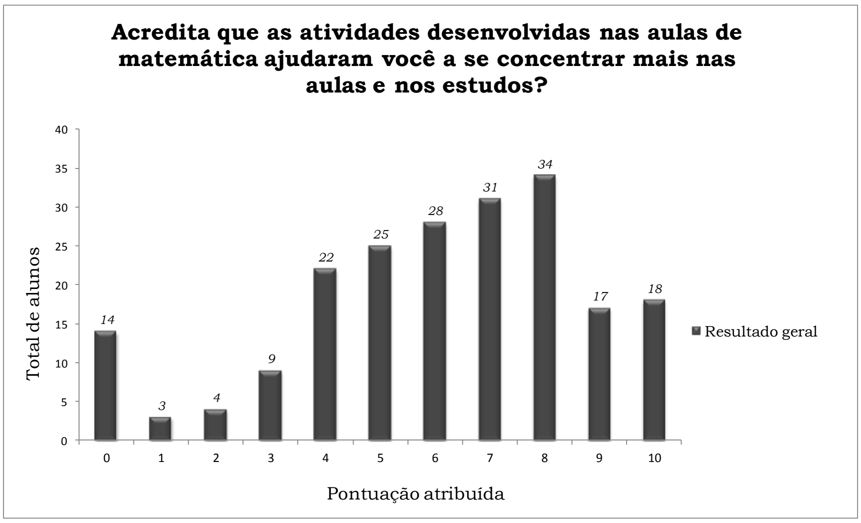

Figura 26: Análise Geral

Outros gráficos como esses podem ser vistos no Anexo 3, p.113,: Gráficos Gerais.

3.2 Análise Comparativa Entre Alunos da Mesma Turma

A análise, agora, contempla as respostas de alunos de uma mesma série e turma a algumas perguntas dos dois questionários, sempre observando, com a ajuda de um gráfico, a variação da pontuação média atribuída por eles e também o percentual de cada pontuação.

No gráfico da **figura 27** a seguir, referente a uma pergunta presente nos dois questionários, os alunos do 1º ano A, graças a interação com o projeto, aumentaram um pouco mais sua expectativa de que existam conteúdos interessantes e divertidos na matemática. A média da pontuação atribuída passou de 5,4 para 6,2. Foi um aumento de quase 15%.

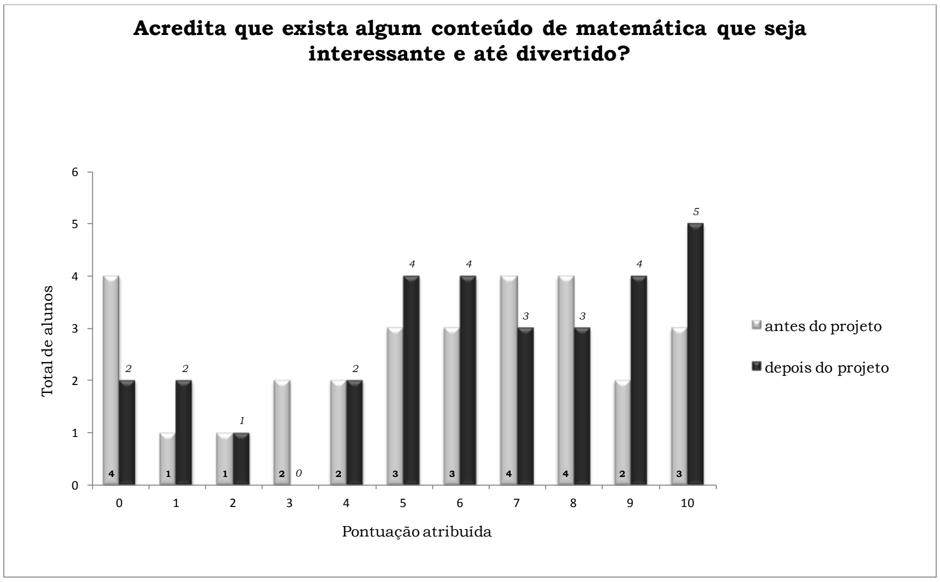

Figura 27: Análise na turma: 1º A

Relacionado com o segundo questionário, pode ser observado no gráfico da **figura 28** a seguir que a média da pontuação atribuída pelos alunos do 1º ano A chegou a 7,1. Foi uma das maiores no quesito que indaga se as novas atividades desenvolvidas nas aulas de matemática foram divertidas. Mais da metade dos alunos atribuiu pontuação maior ou igual a sete.

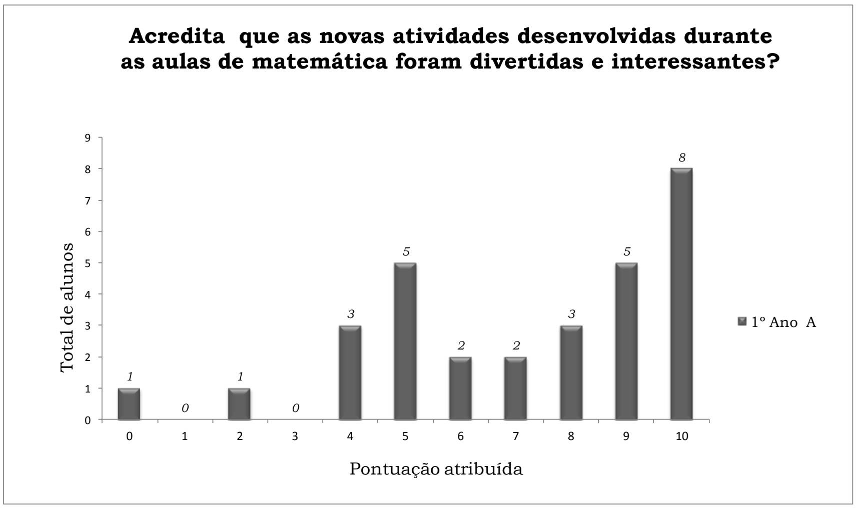

Figura 28: Análise na turma: 1º A

Também relacionado ao segundo questionário, pode ser observado no gráfico da **figura 29**, que a média da pontuação atribuída pelos alunos do 1º ano A chegou a 7,0. Foi a maior média no quesito que indaga se as atividades desenvolvidas nas aulas de matemática ajudaram os alunos a se concentrarem mais nas aulas.

Dessa vez, 60% dos alunos atribuiu pontuação maior ou igual a sete. Foi uma das turmas que mais apreciou a aplicação das atividades, principalmente dos desafios. Eles gostaram muito da sensação de descobrir o resultado de algo aparentemente difícil ou até impossível para eles.

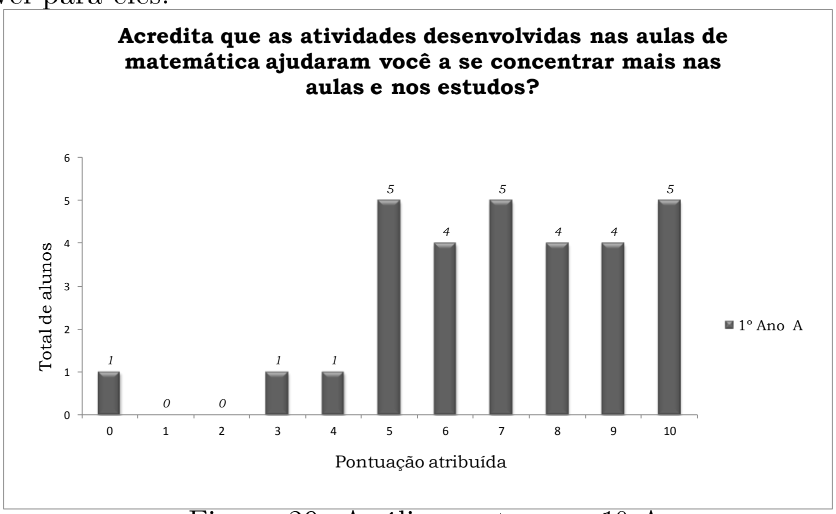

Figura 29: Análise na turma: 1º A

No gráfico da **figura 30**, que se refere a uma questão presente, em termos de significado, nos dois questionários, os alunos do 1º ano B, como em todas as outras turmas, a exceção do 2º ano B, tiveram sua média da pontuação atribuída a esse quesito (as aulas de matemática estão melhores que no início do ano) diminuída de 7,2 para

5,8.

Foi o maior decréscimo (24%) das turmas participantes. Uma possível explicação é o fato de que, além de ser uma das duas turmas menos participativas durante a execução dos desafios e truques, essa turma teve o maior número de alunos infrequentes, os quais vieram no dia do segundo questionário apenas para fazer a avaliação final do semestre.

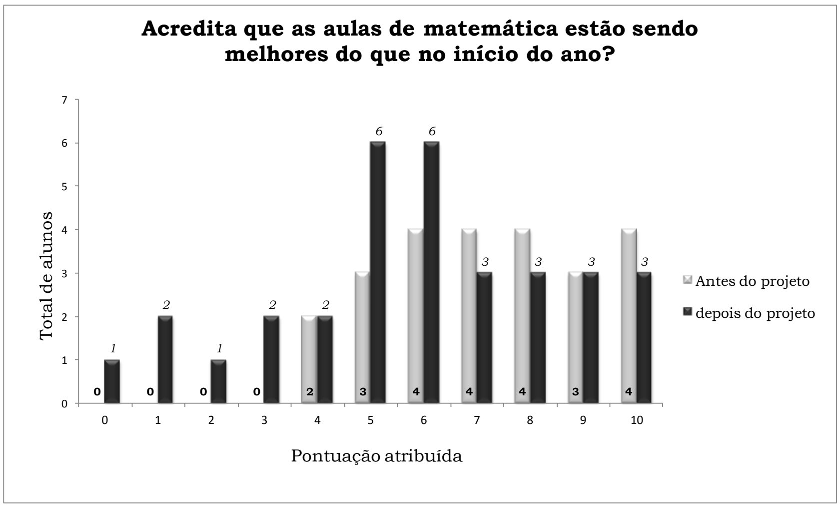

Figura 30: Análise na turma: 1º B

Mais uma vez, talvez por ser uma das duas turmas menos participativas e ter o maior número de alunos infrequentes, pode ser percebido no gráfico da **figura 31**, representativo de uma pergunta exclusiva do segundo questionário, que o 1º ano B teve nesse quesito (as novas atividades desenvolvidas durante as aulas de matemática foram divertidas e interessantes?), juntamente com o 1º ano C, a menor média da pontuação atribuída entre todas as turmas: 5,8.

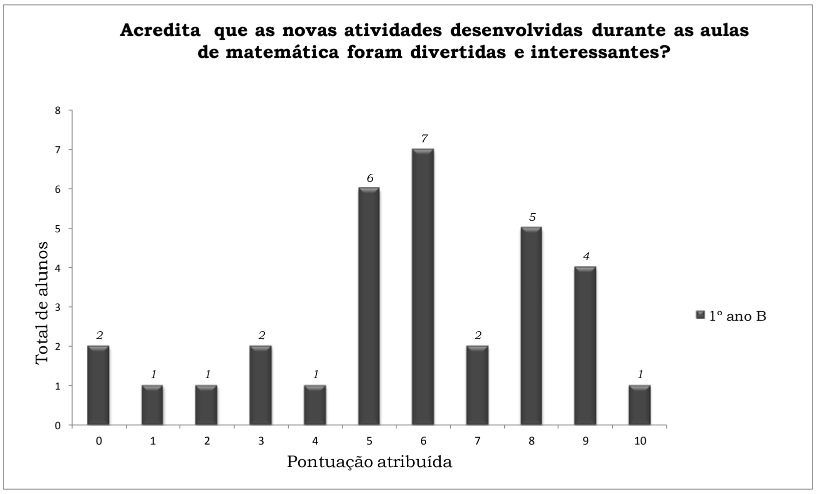

Figura 31: Análise na turma: 1º B

No gráfico da **figura 32** a seguir, que representa uma pergunta presente nos dois questionários, pode ser visto que os alunos do 1º ano C aumentaram um pouco seu gosto pelas aulas de matemática.

A média da pontuação atribuída passou de 4,6 para 5,4, ou seja, um acréscimo de 17%. Considerando que o total de alunos nas duas etapas, nessa turma, foi praticamente o mesmo, um aspecto positivo é que o total de alunos que atribuíram pontuação maior ou igual a cinco passou de 15 (54%) para 21 (72%).

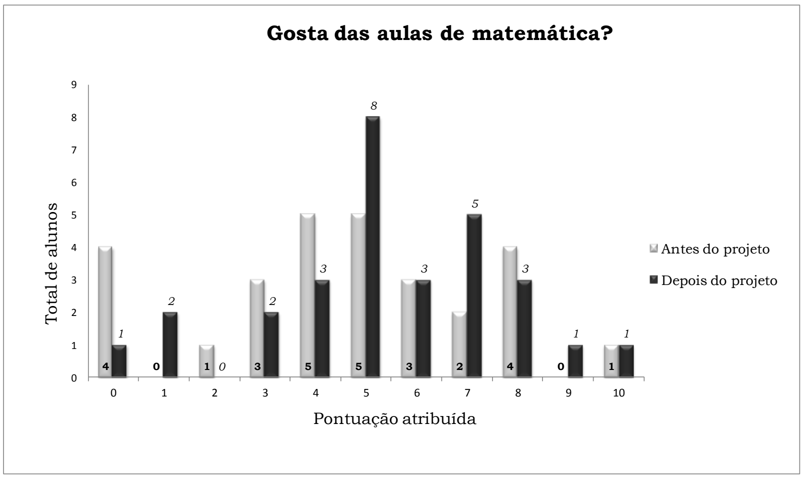

Figura 32: Análise na turma: 1º C

Referente a uma pergunta do primeiro questionário, no gráfico da **figura 33** pode ser constatado que a média da pontuação atribuída pelos alunos do 2º ano A, assim como no 2º ano B, chegou a 9,2. Foi uma ótima média para a visualização do estudo como a mais importante ferramenta para proporcionar um futuro melhor. Aproximadamente 66% dos alunos do 2º A atribuíram a pontuação máxima a essa pergunta.

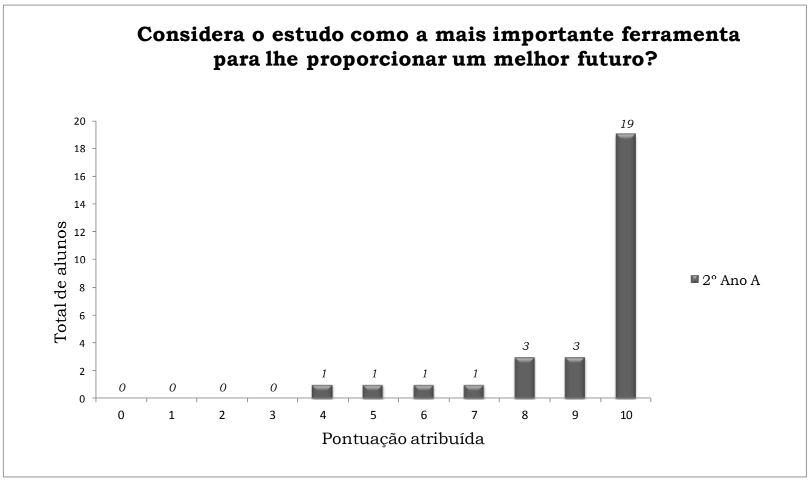

Figura 33: Análise na turma: 2º A

Pode ser observado no gráfico da **figura 34** a seguir, relacionado a uma pergunta presente nos dois questionários, que os alunos do 2º ano B, depois de participarem ativamente dos desafios, truques e curiosidades desenvolvidos no semestre, elevaram um pouco seu gosto pelas aulas de matemática. A média da pontuação atribuída passou de 7,0 para 7,1.

Essa pontuação média final, além de ser a melhor nesse quesito, foi a única que aumentou entre todas as turmas. O 2º ano B, por sinal, foi uma das três turmas que mais participaram das atividades.

Agora, referente a uma pergunta exclusiva do segundo questionário, no gráfico da **figura 35** a seguir pode ser observado que a média da pontuação atribuída pelos alunos do 2º ano B alcançou a grande marca de 7,4 que foi a maior média entre todas as turmas para essa pergunta que indaga se as novas atividades foram divertidas e interessantes. Novamente os resultados realçam como o interesse e a participação do 2º ano B foi importante e empolgante durante o semestre.

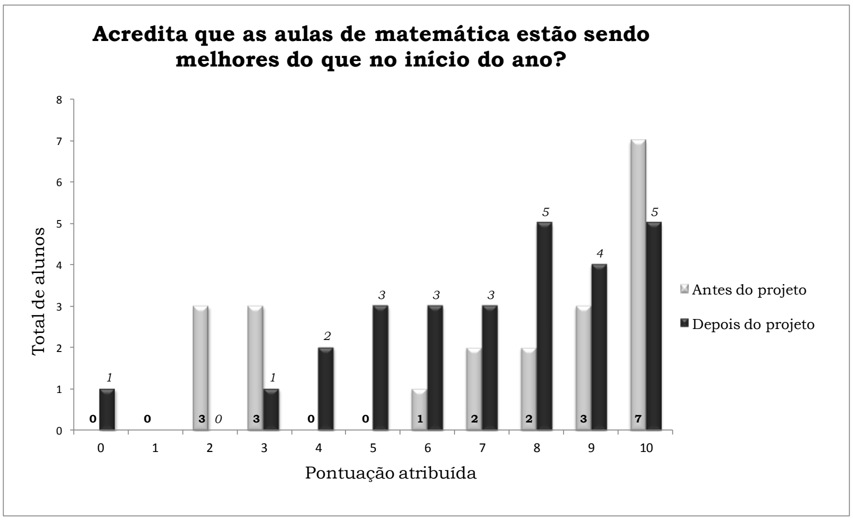

Figura 34: Análise na turma: 2º B

No gráfico da **figura 36**, relacionado a uma pergunta presente tanto no questionário inicial quanto no final, pode ser observado que os alunos do 3º ano A elevaram bastante o seu gosto pelas aulas de matemática. A média da pontuação atribuída por eles cresceu de 5,0 para 6,3. Foram 26% de aumento.

Essa média final foi a melhor dentre todas as turmas pesquisadas. Essa turma, por sinal, também foi uma das três que mais participaram das atividades, principalmente dos desafios.

Dessa vez, fazendo referência a uma pergunta exclusiva do segundo questionário, o gráfico da **figura 37** a seguir mostra que a média da pontuação atribuída pelos alunos do 3º ano A chegou a 6,3 e foi uma das três melhores, juntamente com o 1º A e o 2º B.

Foi uma boa média para a percepção de que as atividades desenvolvidas nas aulas de matemática ajudaram a se concentrar mais nos estudos, pois é sempre bom lembrar que alguns alunos, também nessa turma, responderam ao segundo questionário mesmo sem terem participado dos momentos de aplicação dessas atividades, por serem infrequentes.

Uma observação a ser destacada é que cerca de 67% dos alunos do 3º A atribuíram uma pontuação maior ou igual seis a essa pergunta.

Observando o gráfico da **figura 38** a seguir, referente a uma pergunta presente tanto no questionário inicial quanto no final, é possível constatar que os alunos do 3º

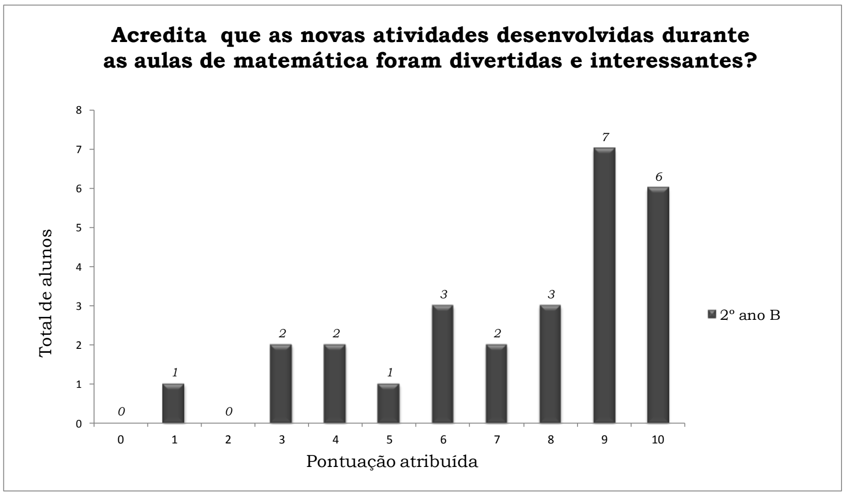

Figura 35: Análise na turma: 2º B

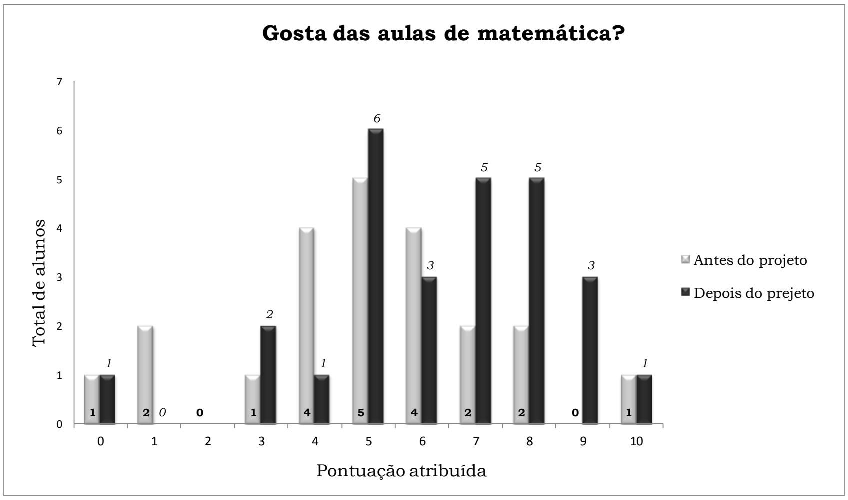

Figura 36: Análise na turma: 3º A

ano B aumentaram o seu gosto por matemática.

A média da pontuação atribuída por eles passou de 4,7 para 5,4. Por sinal, essa pontuação média final foi a segunda melhor entre todas as turmas pesquisadas, ficando abaixo apenas do 3º ano A.

Outro ponto importante é o fato de que antes da realização das atividades cerca de 47% dos alunos do 3º B atribuíram pontuação menor que 5 a essa pergunta, enquanto que no final do semestre, após a execução das atividades, apenas 37% deles atribuíram pontuação menor que 5.

Bastante envolvidos com os truques e as curiosidades, os alunos do 3º B também tiveram destaque positivo quanto a participação nas aulas do segundo semestre.

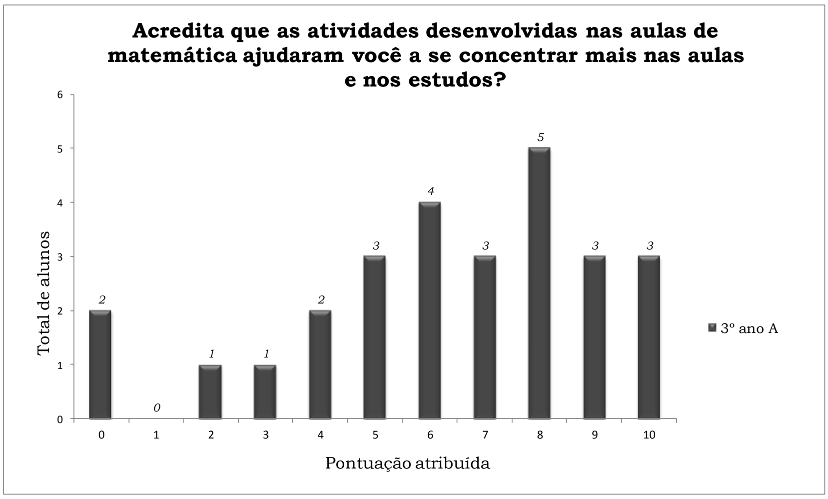

Figura 37: Análise na turma: 3º A

Os demais gráficos comparativos na mesma série e turma podem ser vistos no Anexo 4, p.114: Gráficos da mesma turma.

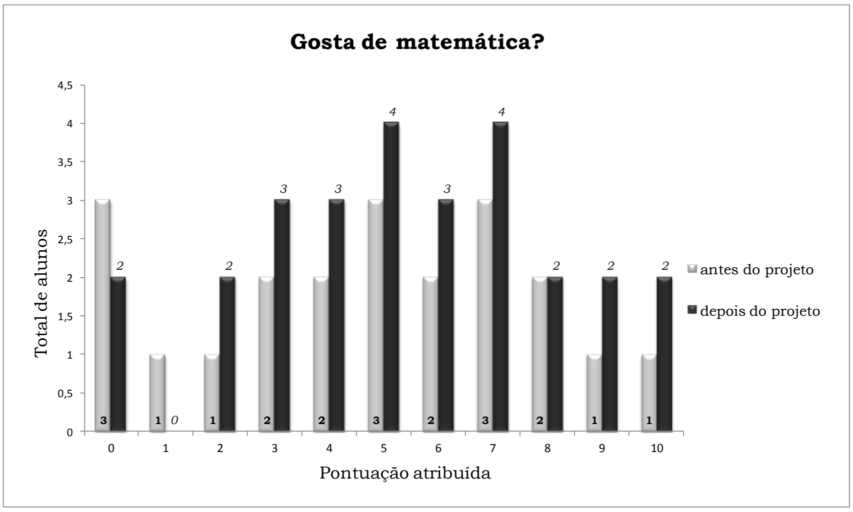

Figura 38: Análise na turma: 3º B

3.3 Análise Comparativa Entre Alunos da Mesma Série

Nessa etapa é feita a análise das respostas dos alunos aos dois questionários e do resultado alcançado através da realização das atividades com alunos de uma mesma série, mas de turmas diferentes. Para tanto, referente a perguntas específicas de ambos os questionários e com a ajuda de um gráfico, também é utilizada a variação da pontuação média atribuída e o percentual individual de cada pontuação.

Como pode ser visto no gráfico da **figura 39**, que representa uma pergunta do questionário inicial, as médias das pontuações atribuídas pelos alunos das turmas A e B do 1º ano, no quesito importância da matemática para a vida, eram muito parecidas: 7,8 e 7,7, respectivamente.

Mas, no final do semestre, é notável, no gráfico da **figura 40**, que as pontuações médias do 1º A e do 1º B não ficaram tão próximas: 8,7 e 7,9, respectivamente.

Pelo observado no semestre, o 1º ano A, que por sua vez foi bem mais participativo, apreciou mais as atividades e passou a considerar a matemática ainda mais importante em sua vida (11,5% de aumento), enquanto que para o 1º ano B, que teve uma participação mais discreta, a alteração foi mínima (2,5%). Mas, em relação ao total de alunos que atribuíram pontuação maior ou igual a sete, houve um empate: 25 alunos para cada turma.

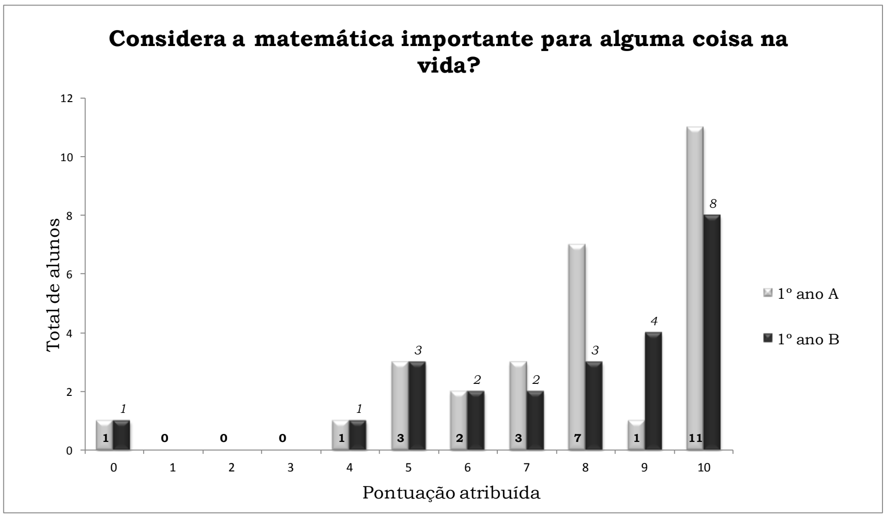

Figura 39: Análise na série: 1º A e B antes

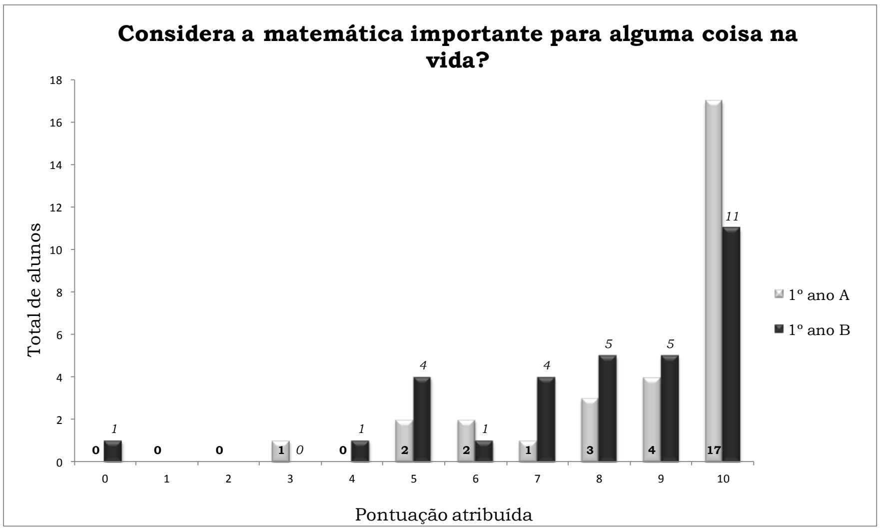

Figura 40: Análise na série: 1º A e B depois

Como pode ser observado no gráfico da **figura 41**, referente a uma pergunta exclusiva do primeiro questionário, as médias das pontuações atribuídas pelos alunos das turmas B e C do 1º ano, no quesito que indagava se a matemática contribuía para as grandes transformações tecnológicas da humanidade, foram: 7,9 e 7,2, respectivamente.

A média do 1º ano C também foi a menor de todas as turmas, chegando a uma diferença de quase 21% para a maior média que foi a do 3º ano A (8,7). Essa diferença pode ser atribuída a dois fatores pertinentes a experiência já adquirida pelos alunos do 3º ano A: um maior conhecimento das aplicações matemáticas no dia a dia e um maior reconhecimento da necessidade do estudo dessa disciplina.

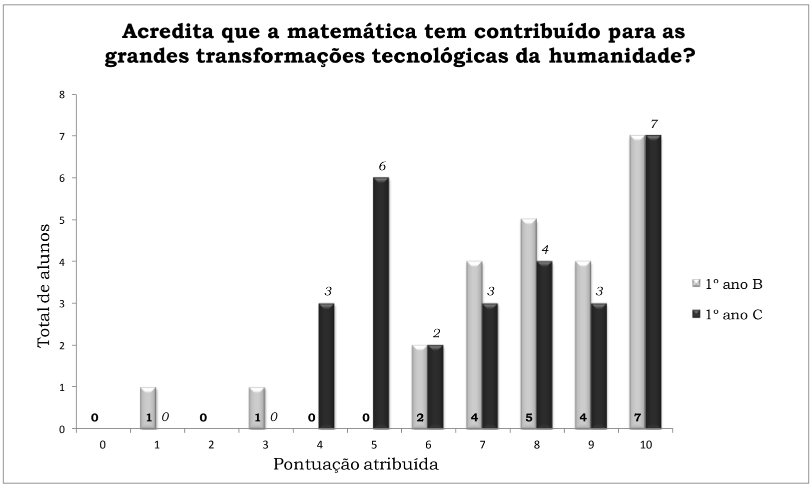

Figura 41: Análise na série: 1º B e C antes

No gráfico da **figura 42**, representando uma pergunta do segundo questionário, as médias das pontuações atribuídas pelos alunos das turmas A e C do 1º ano, no quesito que questiona se as atividades ajudaram os alunos a se concentrarem mais nas aulas e nos estudos, foram bem diferentes: 7,0 e 5,2, respectivamente. A pontuação média do 1º ano A foi cerca de 35% maior que a do 1º ano C.

Quanto ao total de alunos que atribuíram pontuação maior ou igual a sete, a diferença também foi grande a favor do 1º ano A que participou com mais afinco das atividades: foram 18 alunos para a turma A e apenas 10 para a turma C. O interessante é que antes do projeto o 1º C era mais participativo que o 1º A durante as "aulas tradicionais".

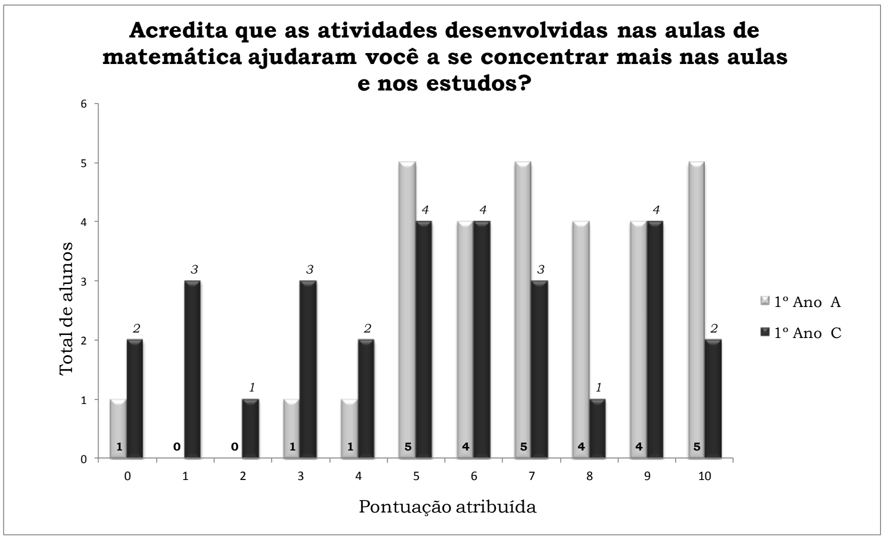

Figura 42: Análise na série: 1º A e C depois

No questionário final, ou seja, depois da execução do projeto, pode ser observado no gráfico da **figura 43** a seguir que as médias das pontuações atribuídas pelos alunos das turmas A e B do 2º ano, quanto a acreditar que as aulas de matemática estavam sendo melhores do que antes, se inverteram: No 2º ano A, a média caiu de 7,5 para 6,6. Já no 2º ano B, apesar da média passar apenas de 7,0 para 7,1, essa pequena variação foi importante porque em outras turmas, assim como no 2º ano A, a média da pontuação caiu.

Enquanto a média do 2º A caiu em torno de 14%, o 2º B teve uma pequena elevação na média da sua pontuação atribuída, cerca de 1%. Mas, a que se destacar que, apesar desse pequeno aumento, somente o 2º ano B e o 3º ano A tiveram algum acréscimo nesse quesito. Há também outro detalhe a se considerar: o 2º B foi bem mais participativo nas atividades do que o 2º A, principalmente nos truques.

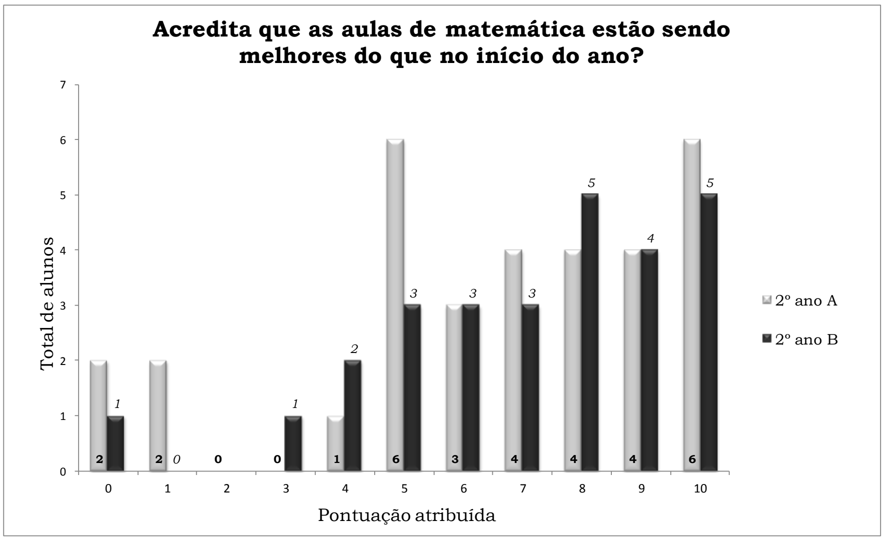

Figura 43: Análise na série: 2º A e B depois

Como pode ser observado no gráfico da **figura 44**, antes da realização de todos os desafios, truques e curiosidades matemáticas, as médias das pontuações atribuídas pelos alunos das turmas A e B do 3º ano, no quesito sobre o estudo em casa, eram iguais a 6,0.

Mas, observando que a maior concentração das respostas está no lado das pontuações menores, parte esquerda do gráfico da **figura 45**, é perceptível que as médias da pontuação atribuída pelos alunos das turmas A e B do 3º ano continuaram relativamente próximas, mas caíram muito, quando da aplicação do questionário final: 4,7 e 4,0, respectivamente.

Enquanto no primeiro questionário havia 14 alunos, tanto no 3º A quanto no 3º B, que atribuíram pontuação maior ou igual a seis, no segundo questionário, esse total chegou a apenas dez alunos no 3º ano A e sete no 3º ano B. As quedas foram de 29% e 50%, respectivamente.

Essa descida acentuada, como já relatada na análise geral, pode ter uma explicação: como eles responderam ao segundo questionário em um dia de avaliação semestral, certamente estavam com a consciência "pesada" por não terem estudado o suficiente, pois o mesmo descenso aconteceu com todas as outras turmas.

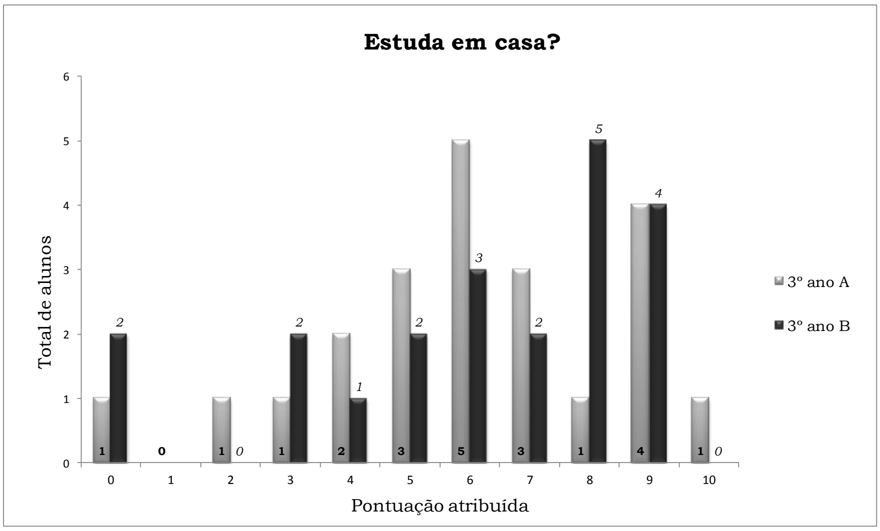

Figura 44: Análise na série: 3º A e B antes

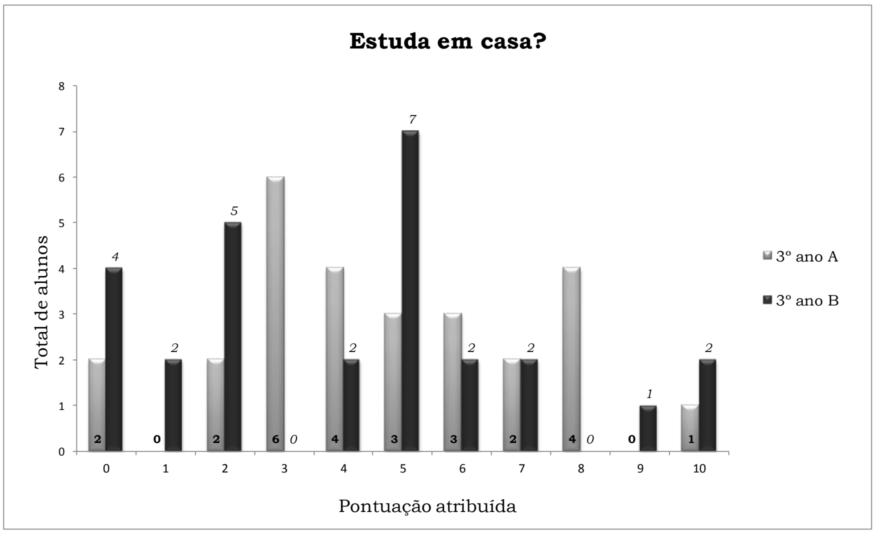

Figura 45: Análise na série: 3º A e B depois

Outros gráficos comparativos na mesma série podem ser vistos no Anexo 5, p.119: Gráficos da mesma série.

3.4 Análise Final

Para facilitar a percepção e a análise dos efeitos deste projeto na participação e envolvimento das turmas, antes de seu início, as sete turmas foram observadas avaliadas e pontuadas por sua participação nas aulas, de acordo com algumas características e atitudes que foram divididas nos cinco itens a seguir: A – comportamento;
B – desempenho; C - nível e quantidade de respostas aos questionamentos do professor;
D - resolução de exercícios em casa e em sala; e, E - nível de interesse na aula.

Em cada turma e para cada um desses cinco itens avaliados foi atribuída uma pontuação de 0 a 2 (o zero significava Péssimo e o 2 significava Excelente). A partir da soma da pontuação atribuída a esses itens, cada turma recebeu uma nota, de zero a dez, referente a sua participação nas "aulas tradicionais" de matemática, sendo que o zero representava nenhuma participação e o dez representava participação total ou excelente. Essa ficha de avaliação está, de forma mais detalha, no Anexo 6, p. 121.

A mesma avaliação foi realizada novamente a partir da segunda metade do segundo semestre de 2013, ou seja, quando a realização dos desafios, truques e curiosidades matemáticas já estava perfeitamente agregada ao cotidiano dos alunos. Assim, após concluir a realização dessas atividades, que culminou também com o final do semestre, cada turma recebeu uma nova nota de participação nas aulas. Essa outra ficha de avaliação também está, de forma mais detalha, no Anexo 6, p. 122.

Com as duas notas de participação nas aulas à disposição, outra situação importante detectada durante a execução do projeto, foi confirmada: a diferença de receptividade e de motivação para participar do projeto nas turmas envolvidas não estava diretamente ligada ao histórico de participação delas no período do pré-projeto, ou seja, ser uma das turmas mais participativas nas aulas tradicionais não significa, necessariamente, que ela também será uma das mais participativas após a introdução de uma nova metodologia de ensino-aprendizagem.

Algumas turmas como o 1º ano A e o 2º ano B tinham uma participação pequena (nota 5 de participação) durante as "aulas tradicionais", ou seja, antes do projeto. Mas, de forma empolgante, ambas mudaram a atitude participativa em todas as aulas de matemática graças a realização das atividades do projeto. A nota de participação do 1º ano A saltou para 8,0 e a nota do 2º ano B saltou para 8,5. Isso significa um crescimento na participação durante as aulas de 60% no 1º ano A e de 70% no caso do 2º ano B.

O 1º ano A gostava tanto dos desafios que foi a turma a conseguir resolver o maior número deles, mas seus alunos também estavam sempre atentos aos truques e curiosidades. Já o 2º B, gostava mais ainda dos truques, tanto que foi a turma que conseguiu desvendar o segredo do maior número de truques e, mesmo assim, não se desligava na hora dos desafios, participando e acertando a resolução de alguns deles.

Em termos de execução das atividades do projeto, essas duas turmas foram as que demonstraram o maior índice de adequação a realização dos desafios, dos truques e das curiosidades. O resultado em maior participação e o aumento da criatividade e da interação com a matemática ficou bem acima do esperado. Inclusive, o 1º ano A e o 2º ano B alcançaram, em matemática, uma melhora no rendimento escolar bem significativa e acima das outras turmas, como pode ser visto no Anexo 7 nas páginas 123 e 124, respectivamente.

Por outro lado, turmas que eram mais participativas nas "aulas tradicionais", como o 1º ano C, cuja nota de participação nas aulas era 6,5, o 2º ano A, que tinha nota 6,5 e o 3º ano B com nota 7,5, cresceram pouco em termos de participação geral.

O 1º C, que gostava dos desafios e curiosidades e era um pouco indiferente aos truques, mas participava pouco dos momentos de criatividade matemática, não mudou muito sua postura participativa nas aulas, sua nota de participação passou para 7,5. Com o 2º A não foi diferente, sua nota de participação também passou para 7,5, até o interesse por desafios e curiosidades era semelhante, mas em alguns momentos não era muito receptiva aos truques. Já o 3º B, que gostava principalmente dos truques e até resolveu alguns desafios, mesmo participando das atividades de forma mais intensa que as outras duas turmas, teve uma elevação na participação geral bem parecida, sua nota passou para 8,5. Mas, no geral, essas três turmas receberam bem as atividades do projeto, o resultado foi satisfatório na maior parte do tempo e também houve uma melhora no rendimento escolar, principalmente no 3º ano B, como pode ser observado no Anexo 7, p.127.

Em relação ao 3º ano A, que também era uma turma com uma boa participação nas aulas (nota 7,5 de participação), a mudança na postura participativa foi mais significativa, a nota de participação com o estímulo do projeto saltou para 9,0. Essa turma, que até conseguiu resolver alguns, gostava mais dos desafios do que dos truques e curiosidades, mas sempre foi muito receptiva à todas as atividades propostas. Nessa turma, as atividades desenvolvidas surtiram o efeito criativo e participativo esperado, além de um bom envolvimento com o projeto, gerou, conforme consta no Anexo 7, p.126, uma melhora satisfatória no rendimento escolar da disciplina.

Concluindo a análise das turmas, temos o 1º ano B que era até mais participativo nas aulas tradicionais (nota 5,5 de participação) que o 1º ano A (nota 5,0), mas que pouco mudou seu compromisso com as aulas durante a aplicação dos desafios, truques ou curiosidades, pois sua nota subiu apenas 0,5 ponto, ou seja, passou para 6,0. Além disso, foi a turma menos receptiva a aplicação dos truques e desafios. Certamente, para esse grupo de alunos do 1º ano B, apesar de ter alcançado um pequeno progresso e do problema dos alunos infrequentes, esse tipo de atividade criativa pode não ser a melhor opção. Apesar de ter despertado a criatividade de alguns alunos, o rendimento escolar dos alunos do 1º B, como pode ser visto no Anexo 7, p.124, não sofreu uma alteração tão significativa.

4 Conclusão

Os resultados indicaram, de maneira geral, que com a realização das atividades diversificadas, sejam elas desafios, truques ou curiosidades, sempre com uma fundamentação matemática, os alunos percebem um clima favorável ao aprendizado da matemática e, de forma implícita, desenvolvem sua criatividade dentro e fora da sala de aula, ou seja, houve o desenvolvimento de um *Clima para a Criatividade em Sala de Aula* (Fleith & Alencar, 2005)[16].

Foram duas as observações extremamente positivas: na primeira, a maioria das pontuações médias atribuídas aos quesitos avaliados ficou acima de cinco, que é uma pontuação considerada pelos próprios alunos como satisfatória; na segunda observação, mesmo as perguntas que não obtiveram respostas com pontuação média acima de cinco - que foram aquelas que estavam tanto no questionário inicial quanto no final - alcançaram um acréscimo considerável em sua pontuação média no segundo questionário, com exceção da pergunta que indagava se o aluno estudava em casa.

Como visto nas análises das respostas dos alunos às perguntas presentes nos dois questionários, algumas turmas, como o 1º ano A e o 2º ano B, tiveram sua média na pontuação atribuída aumentada em praticamente todos os quesitos, enquanto em outras turmas, esse aumento ocorreu em boa parte das perguntas, mas nem se quer variou em alguns poucos quesitos. Esse aspecto já revela o quanto cada turma assimilou de forma diferente a influência das novas atividades. Em suma, como visto na análise geral, os alunos aceitaram bem e foram, em sua maioria, influenciados positivamente pelo projeto.

A única pergunta presente nos dois questionários que apresentou um decréscimo na pontuação média das respostas em todas as turmas foi a que indagava se o aluno estudava em casa. Provavelmente pelo "peso" na consciência por estarem fazendo uma avaliação de aprendizagem, para a qual podem não ter estudado o bastante, exatamente no dia de responder ao questionário final. Mas, esse resultado não é, nem de longe, suficiente para abalar o alto nível de participação nas atividades, quer sejam desafios, truques ou curiosidades matemáticas.

As perguntas dos dois questionários foram relacionadas a aspectos associados aos próprios alunos (a autopercepção do aluno com relação à própria criatividade e o envolvimento dele com o trabalho escolar). Já os truques, os desafios e as curiosidades sugerem uma visão positiva do seu potencial criativo, das tarefas e atividades realizadas em sala de aula e, principalmente, do prazer em aprender. A participação dos alunos em cada momento de uma certa atividade, determinava o seu grau de criatividade envolvido na execução da mesma. Quanto mais os alunos participavam, mais criativos eles se tornavam. Alguns trouxeram outros desafios e até apresentaram novos truques para seus colegas de classe. O envolvimento com a matemática na hora da atividade, os deixou felizes e com a autoestima elevada.

O fato da receptividade do projeto e da participação nas aulas ter sido diferente em cada turma, só reforça a idéia de que as turmas, assim como os alunos, não pensam e não reagem da mesma forma. Se uma metodologia funciona muito bem em uma turma não significa que vai funcionar bem em outra. Aquilo que desperta bastante o interesse e a curiosidade de alguns alunos pode ter um efeito bem menor em outros. Algumas turmas são mais conservadoras enquanto outras esperam uma motivação especial. Por isso, o professor precisa estar em constante observação dos resultados alcançados tanto por seus alunos quanto por suas turmas e também deve estar pronto para modificar ou trocar uma determinada metodologia de ensino, mesmo que seja em uma única turma.

A forma como os desafios, truques e curiosidades foram apresentadas aos alunos, tal qual sugerida no capítulo 2, teve uma ótima aceitação e, com isso, facilitou a execução e desenvolvimento dessas atividades durante as aulas. Essa facilidade, por sua vez, fez com que houvesse uma aproximação maior entre os alunos e o professor e, também, entre os alunos e a matemática.

Outro ponto importante diz respeito às atividades que fizeram mais sucesso entre os alunos. Nas turmas do 1º ano, o desafio preferido foi o da "piscina'", o truque mais apreciado foi o "onde a contagem parou" e a curiosidade preferida foi a dos "alvéolos das abelhas". Nas turmas do 2º ano, o desafio mais apreciado foi o da "divisão simples, divisão certa e divisão perfeita de oito moedas de ouro", o truque preferido foi "quatro ases vasculham um prédio" e a curiosidade mais interessante foi "o triângulo de Pascal, as poências de 2 e a sequência de Fibonacci". Já nas turmas do 3º ano, o desafio vencedor foi "qual dos dez sacos com barras de ouro é o mais leve?". O truque preferido foi o "qual é a face da moeda escondida?" e a curiosidade mais apreciada foi "Um gato e um barbante em volta do mundo". Essa diferença entre as atividades preferidas em cada série, mostra que nem toda atividade será tão interessante para um grupo de alunos quanto para outro.

Diante de tantos resultados positivos, tanto pela maior participação nas aulas quanto pelo aumento no rendimento escolar e no impulso criativo dos alunos, se faz necessário afirmar que as atividades realizadas durante o semestre alcançaram seus objetivos: envolver, divertir e instigar o aluno a participar de forma mais criativa do processo de ensino-aprendizagem da matemática.

E, ainda de posse dos resultados apresentados nesse trabalho, é possível observar que uma série de fatores está vinculada ao nível de participação dos alunos do ensino médio com o aprendizado da Matemática. São características individuais, ou até mesmo grupais, que podem auxiliar ou dificultar o desenvolvimento de uma nova metodologia de ensino e, por isso, precisam ser bem observadas e trabalhadas pelos professores para que toda e qualquer metodologia que venha a ser aplicada, tenha uma aceitação mais rápida e produtiva.

Mas, apesar de toda a dificuldade na aplicação de novas técnicas de incentivo à criatividade do aluno, é possível concluir que sempre vale a pena inovar e mudar, pois os resultados, depois de certo grau de determinação e empenho, são muito significativos e gratificantes. Os alunos esperam que algo diferente seja feito e, quando é feito, eles agradecem.

De forma conclusiva, é possível afirmar que esse trabalho pode ser perfeitamente utilizado por colegas professores que pretendem elevar tanto o interesse dos alunos pela matemática quanto a participação e a criatividade deles durante as aulas ou até mesmo fora do ambiente escolar.

Essa metodologia - de realização de desafios, truques e curiosidades durante as aulas e todos com fundamentação matemática - acompanhada da aplicação dos questionários e das avaliações da participação das turmas é, com certeza, uma excelente sugestão para que o colega professor possa proporcionar uma ótima dinâmica às aulas, colher bons e agradáveis frutos e, ainda, fazer um acompanhamento do crescimento dos alunos em termos de participação, interação e criatividade durante as suas aulas.

É claro que este estudo não encerra o assunto a respeito das atividades para desenvolver a criatividade e a participação dos alunos nas aulas de Matemática. Mas, abre espaço para se discutir e sugerir novos métodos ou atividades para serem aplicadas em sala de aula. Talvez até uma integração das atividades aqui propostas com os jogos matemáticos alcançasse um número ainda maior de alunos, potencializasse a autopercepção deles sobre sua aprendizagem da Matemática e, por último, conseguisse convencê-los definitivamente de que “a matemática também pode ser divertida”.

Referências

[1] **ALENCAR, E. M. L. S.**. *O Estímulo à Criatividade no Contexto Universitário. Psicologia Escolar e Educacional, 1, 2 e 3.* São Paulo: págs. 29 a 37, 1997.

[2] **ALENCAR, E. M. L. S.**. *O perfil do Professor Facilitador e do Professor Inibidor Segundo Estudantes de Pós-graduação.* Boletim da Academia Paulista de Psicologia; São Paulo: págs. 84 a 94, 2000.

[3] **ALENCAR, E. M. L. S.**. *Criatividade no Contexto Educacional: três décadas de pesquisa.* Psicologia: Teoria e pesquisa; São Paulo: págs. 123 a 132, 2007.

[4] **ALENCAR, E. M. L. S. & FLEITH, D. S.**. *Criatividade: múltiplas perspectivas.* Brasília: Editora UnB, 3ªEd., 2003.

[5] **ALENCAR, E. M. L. S. & FLEITH, D. S.**. *Barreiras à Promoção da Criatividade no Ensino Fundamental.* Psicologia: Teoria e Pesquisa, 24(1), págs. 59 a 66, 2008.

[6] **ALENCAR, E. M. L. S. & MARTÍNEZ, A. M.**. *Barreiras à Expressão da Criatividade Entre Profissionais Brasileiros, Cubanos e Portugueses.* Psicologia Escolar e Educacional, 3(1), págs. 23 a 32,1998.

[7] **AMABILE, T. M.***Growing Up Creative: Nurturing a Life Time of Creativity.* Búfalo, NY: The Creative Education Foundation Press, 1989.

[8] **AMABILE, T. M.**. *Creativity in Context.* Boulder, CO: Westview Press, 1996.

[9] **BEGHETTO R. A.**. *In the Search of the Unexpected: Finding Creativity in the Micromoments of the Classroom.* Psychology of Aesthetics, Creativity, and the Arts, 3(1), págs. 2 a 5, 2009.

[10] **BRASIL, Ministério da Educação e Cultura**. *Lei de Diretrizes e Bases da Educação - LDB.* Brasília: Diário Oficial, 1996.

[11] **DIAS, T. L.; ENUMO, S. R. F. & JUNIOR, E. R. A.**. *Influências de um Programa de Criatividade no Desempenho Cognitivo e Acadêmico de Alunos com Dificuldade de Aprendizagem.* Psicologia em Estudo,9(3), págs. 429 a 437, 2004.

[12] **DISTRITO FEDERAL, Secretaria de Estado de Educação. Subsecretaria da Educação Básica**. *Currículo Educação Básica - Ensino Médio*. Brasília: SEE/SUBEB, pág.109, 2008.

[13] **EVES, H.**. *Introdução à História da Matemática. Tradução: Higyno H. Domingues*. Campinas: Editora da Unicamp, 2004.

[14] **FIORENTINI, D. & LORENZATO, S.**. *Investigação em Educação Matemática: Percursos Teóricos e Metodológicos*. São Paulo: Autores Associados, 2006.

[15] **FLEITH, D. S.**. *Teacher and Students Perceptions of Creativity in the Classroom Environmente*. Roeper Review, 22, págs. 148 a 153, 2000.

[16] **FLEITH, D. S.& ALENCAR, E. M. L. S.**. *Escala Sobre o Clima de Criatividade em Sala de Aula*. Psicologia: Teoria e Pesquisa, 21, págs.85 a 91,2005.

[17] **FREIRE, P.**. *Educação Como Prática da Liberdade*. Rio de Janeiro: Editora Paz e Terra, 1967.

[18] **GARDNER, M.**. *Ah, Descobri!: Jogos e Diversöes Matemáticas*. Lisboa : Gradiva, 1990.

[19] **GARDNER, M.**. *Mathematics Magic and Mystery*. New York : Dover, 1991.

[20] **GETZELS, J. W. & JACKSON, P. H.**. *Creativity Theories: Criatividade e Motivação*. Chicago: 1962.

[21] **GONÇALVES, F. C.; FLEITH, D. S. & LIBÓRIO, A. C. O.**. *Criatividade em Aula: Percepção de Alunos de Dois Estados Brasileiros*. Artigo; Universidade de Brasília; Brasília, 2011.

[22] **GONTIJO, C. H.**. *Relações Entre Criatividade, Criatividade em Matemática e Motivação em Matemática de Alunos do Ensino médio*. Tese de Doutorado; Universidade de Brasília, Brasília, 2007.

[23] **INEP - Portal INEP(Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira)**. *SAEB - Resultados 2003*. Disponível em: <http://www.portal.inep.gov.br/web/saeb/resultados>. Acessos em: 14 de Agosto e em 11 de Dezembro de 2013.

[24] **INEP - Portal INEP (Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira)**. *SAEB - Resultados 2010*. Disponível em: <http://www.portal.inep.gov.br/web/saeb/resultados>. Acessos em: 14 de Agosto e em 11 de Dezembro de 2013.

[25] **INEP - Portal INEP (Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira)**. *SAEB - Resultados 2011*. Disponível em: <http://www.portal.inep.gov.br/web/saeb/resultados>. Acessos em: 14 de Agosto e em 11 de Dezembro de 2013.

[26] **LIMA, Elon L.; CARVALHO, P. C. P.; WAGNER, E.; MORGADO, A. C.**. *A Matemática do Ensino Médio. Volume 2*. Rio de Janeiro: SBM, 9ªEd., 2006.

[27] **MADUREIRA, A. F. A. & BRANCO, A. M. C. U. A.**. *Construindo com o Outro: uma Perspectiva Sócio Cultural Construtivista do Desenvolvimento Humano*. Em M.A. DESSEN & A. L. C. JÚNIOR (orgs). A ciência do desenvolvimento humano – tendências atuais e perspectivas futuras. Porto Alegre: págs. 90 a 109, ARTMED, 2005.

[28] **MARIANI, M. F. M. & ALENCAR, E. M. S. L.** . *Criatividade no Trabalho Docente Segundo Professores de História: Limites e Possibilidades*. Psicologia Escolar e Educacional, 9(1), págs. 27 a 36, 2005.

[29] **MARTÍNEZ, A. M.** . *Criatividade no Trabalho Pedagógico e Criatividade na Aprendizagem*. Em M. C. V. R. Tacca (Org.) Aprendizagem e trabalho pedagogico (págs. 69 a 94). São Paulo: Alínea, 2006.

[30] **MAYER, R. E.**. *Fifty years of creativity research*. In R. J. Sternberg, (Org.), Handbook of creativity (págs. 449 a 460). New York: Cambridge University Press, 2006.

[31] **MCDERMOTT, R. F.**. *As Relações Sociais Como Contexto para a Aprendizagem na Escola*. (L. Uchôa, Trad.) Harvard Educational Review, 47(2), Rockfeller University, 1977.

[32] **NOVAES, M. H.**. *Compromisso ou Alienação Frente ao Próximo Século*. Rio de Janeiro: NAU, 1999.

[33] **OLIVEIRA, R. J.** . *O Bom Professor de Matemática Segundo a Percepção de Alunos do Ensino Médio.* Artigo (Mestrado); Universidade Católica de Brasília, Brasília, 2007.

[34] **OLIVEIRA, Z. M. F. & ALENCAR, E. M. L. S.**. *Criatividade na Formação e Atuação do Professor do Curso de Letras.* Psicologia Escolar e Educacional, São Paulo, 2007.

[35] **PAZ A. A. M. A.** . *As Concepções dos Profissionais de Educação do Ensino Fundamental do Distrito Federal sobre a Saúde na Escola: Onde Está a Criatividade?.* Dissertação de Mestrado; Universidade de Brasília, Brasília, 2006.

[36] **PERELMAN, Y. I.**. *A Ciência ao Alcance de Todos.* Moscou: Editora MIR, 2004.

[37] **POLYA, G.**. *A Arte de Resolver Problemas.* Rio de Janeiro: Interciência, 2ªEd., 2006.

[38] **POZO, J. I.**. *A Solução de Problemas: aprender a resolver, resolver para aprender. Tradução: Beatriz Affonso Neves.* Porto Alegre: Artmed, 1998.

[39] **RENZULLI, J. S.**. *Enriching Curriculum For All Students.* Arlington Heights. IL: SkyLight Professional Development, 2001.

[40] **RIBEIRO, F. D.** . *A Formação do Professor-Educador Matemático em Cursos de Licenciatura em Matemática.* Dissertação; Pontifícia Universidade Católica do Paraná; Curitiba: 1999.

[41] **RIBEIRO, F. D.**. *Jogos e Modelagem na Educação Matemática.* São Paulo: Editora Saraiva, 2009.

[42] **ROCHA, M. L.**. *Educação em Tempos de Tédio: um Desafio à Micropolítica.* Em E. Tananmachi, M. L. Rocha & M. Proença (orgs), Psicologia e Educação: desafios teóricos-práticos. São Paulo: págs. 185 a 207, Casa do psicólogo, 2000.

[43] **SANTOS, E. M. & NÓBREGA, F. A. R.**. *O Lúdico Como Motivação no Processo de Aprendizado da Matemática.* Artigo; Universidade Tiradentes, Sergipe: 2013.

[44] **SAWYER, R. K.**. *Emergency in Creativity and Development.* In R. K. Sawyer, V. John-Steiner, S. Moran, R. J. Sternberg, D. H. Feldman, F. Nakamura & M. Csikszentmihalyi (Orgs.) Creativity and development (págs. 12 a 60). Oxford, UK: University Press, 2003.

[45] **SOUZA, J. C. M.**. *Matemática Divertida e Curiosa.* Rio de Janeiro: Record, 1ª ed., 13ª tiragem, 2000.

[46] **STERNBERG, R. J. & LUBART, T. I.**. *An Investment Theory of Creativity and Its Development.* Human Development, 34(1), págs. 1 a 31, 1991.

[47] **STERNBERG, R. J. & LUBART, T. I.**. *Investing in Creativity.* American Psychologist, 51(7), págs. 677 a 688, 1996.

[48] **TACCA, M. C.**. *Ensinar e Aprender: Análise de Processos de Significação na Relação Professor-Aluno em Contextos Estruturados.* Tese de Doutorado, Instituto de psicologia, Universidade de Brasília, Distrito Federal, 2000.

[49] **TAHAN, M.**. *O Homem que Calculava.* São Paulo: Record,65ª ed.,2004.

[50] **TORRANCE, E. P.**. *Understanding Creativity: Where to start?.* Psychological Inquiry, 4(3), págs. 232 a 234, 1993.

[51] **VIRGOLIM, A. M. R.**. *Parada Obrigatória: Criatividade Entrando em Cena.* Em A. M. R. Virgolim (Org.), Talento criativo: expressão em múltiplos contextos (págs. 19 a 27). Brasília: Editora de Brasília, 2007.

[52] **VIRGOLIM, A. M. R., FLEITH, D. S. & NEVES-PEREIRA, M. S.**. *Toc Toc...Plim Plim. Lidando com as Emoções Brincando com o Pensamento Através da Criatividade.* Campinas: Papiro, 5ª ed., 2000.

[53] **VYGOTSKY, L. S.** . *Imaginación y el Arte em la Infancia.* México: Ediciones y Distribuciones Hispânicas, 1987.

[54] **VYGOTSKY, L. S.** . *A Formação Social da Mente.* São Paulo: Martins Fontes, 2004.

[55] **SÓ MATEMÁTICA - Portal Matemático**. *Desafios Matemáticos.* Disponível em: <http://www.somatematica.com.br/desafios.php>. Acessos em: 15 de Agosto e 20 de Outubro de 2013.

[56] **TECMUNDO - Portal de Ciências**. *Matemágica: truques para fazer contas de cabeça.* Disponível em: <http://www.tecmundo.com.br/matematica/19406-matemagica-truques-para-fazer-contas-de-cabeca.htm>. Acessos em: 30 de Julho e 5 de Novembro de 2013.

[57] **A MAGIA DA MATEMÁTICA - Portal de Matemática**. *Curiosidades, Humor e Desafios.* Disponível em: <http://magiadamatematica.com/diversoscuriosidades.html>. Acessos em: 15 de Setembro e 10 de Novembro de 2013.

[58] **WIKIHOW - Portal de Mágicas**. *Como Fazer Truques Fáceis com Cartas de Baralho.* Disponível em: <http://pt.wikihow.com/Fazer-Truques-Fáceis-com-Cartas-de-Baralho>. Acessos em: 20 de Agosto e 02 de Outubro de 2013.

[59] **SUPER INTERESSANTE - Portal da Editora Abril**. *As Diabruras dos números Interessantes.* Disponível em: <http://super.abril.com.br/ciencia/diabruras-numeros-interessantes-440199.shtml>. Acesso em: 04 de Outubro de 2013.

[60] **MATEMÁTICA DIVERTIDA - Portal Wikilivros**. *Triângulo de Pascal.* Disponível em: <http://pt.wikibooks.org/wiki/Matemáticadivertida/TriângulodePascal>. Acesso em: 14 de Outubro de 2013.

[61] **BLOG JOSÉ FORTES - Portal Meionorte**. *Blaise Pascal, o Físico, Matemático e Filósofo.* Disponível em: <http://www.meionorte.com/josefortes/blaise-pascal-o-fisico-matematico-e-filosofo-220555.html>. Acesso em: 14 de Outubro de 2013.

Anexos

Anexo 1: Questionário Inicial

SBM – PROFMAT
UNIVERSIDADE FEDERAL DE GOIÁS - UFG

Primeiro Questionário de Verificação da Percepção dos Alunos em Relação às Aulas de Matemática

1) Nome da escola em que cursou o ensino fundamental:____________________________.
2) Em qual série e turma você estuda atualmente?________________________________.

Indique, em uma escala de 0 a 10 (onde o zero significa que nenhum ponto foi atribuído e o 10 representa a atribuição da pontuação máxima a questão), o quanto você:

3) Gosta das aulas de matemática?

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10

4) Gosta de matemática?

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10

5) Considera a matemática importante para alguma coisa na vida?

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10

6) Acredita que exista algum conteúdo de matemática que seja interessante e até divertido?

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10

7) Acredita que as aulas de matemática podem ser melhores do que tem sido?

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10

8) Se interessa pelos estudos?

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10

9) Estuda em casa?

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10

10) Considera o estudo como a mais importante ferramenta para lhe proporcionar um melhor futuro?

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10

11) Acredita no conhecimento como algo de grande valor?

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10

12) Acredita que a matemática tem contribuído para as grandes transformações tecnológicas da humanidade?

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10

Anexo 2: Questionário Final

SBM – PROFMAT
UNIVERSIDADE FEDERAL DE GOIÁS - UFG

Segundo Questionário de Verificação da Percepção dos Alunos em Relação às Aulas de Matemática

1) Em qual colégio você estuda?____.
2) Em qual série e turma você estuda atualmente?____________________________.

Indique, em uma escala de 0 a 10 (onde o zero significa que nenhum ponto foi atribuído e o 10 representa a atribuição da pontuação máxima a questão), o quanto você:

3) Gosta das aulas de matemática?

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10

4) Gosta de matemática?

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10

5) Considera a matemática importante para alguma coisa na vida?

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10

6) Acredita que exista algum conteúdo de matemática que seja interessante e até divertido?

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10

7) Acredita que as aulas de matemática estão melhores do que no início do ano?

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10

8) Se interessa pelo estudo da Matemática?

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10

9) Estuda em casa?

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10

10) Acredita no conhecimento como algo de grande valor?

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10

11) Acredita que as novas atividades desenvolvidas durante as aulas de matemática foram divertidas e interessantes?

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10

12) Acredita que as atividades desenvolvidas nas aulas de matemática ajudaram você a se concentrar mais nas aulas e nos estudos?

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10

Anexo 3: Gráficos Gerais

O grafico da **figura 46** representa uma pergunta do primeiro questionário:

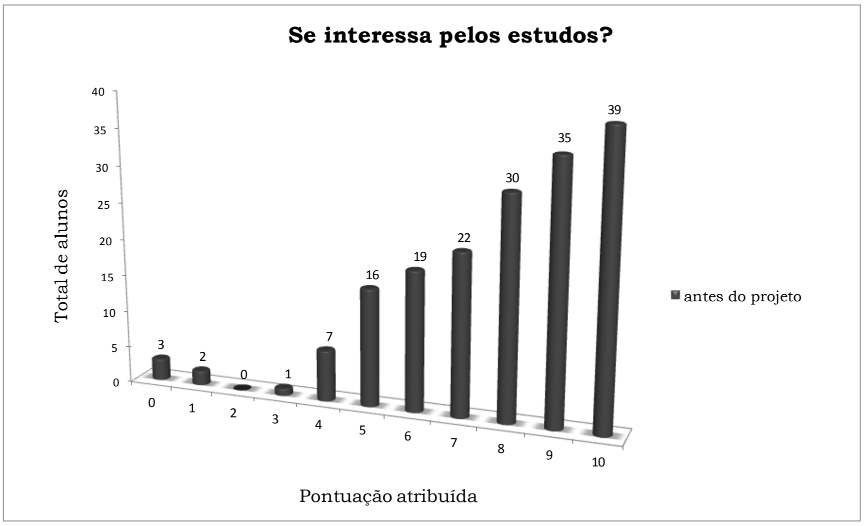

Figura 46: Anexo 3

O grafico da **figura 47** também representa uma pergunta do primeiro questionário:

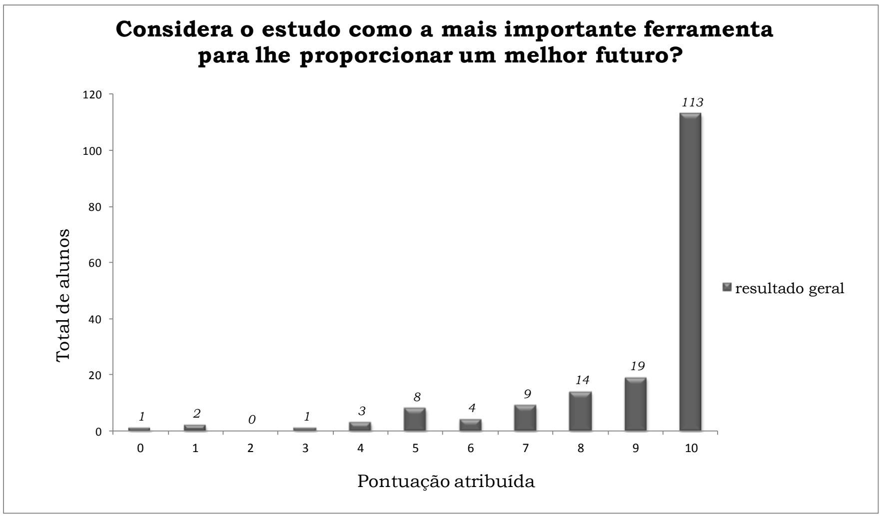

Figura 47: Anexo 3

Anexo 4: Gráficos da Mesma Série e Turma

O grafico da **figura 48** representa uma pergunta, do 1º ano B, presente tanto no questionário inicial quanto no final:

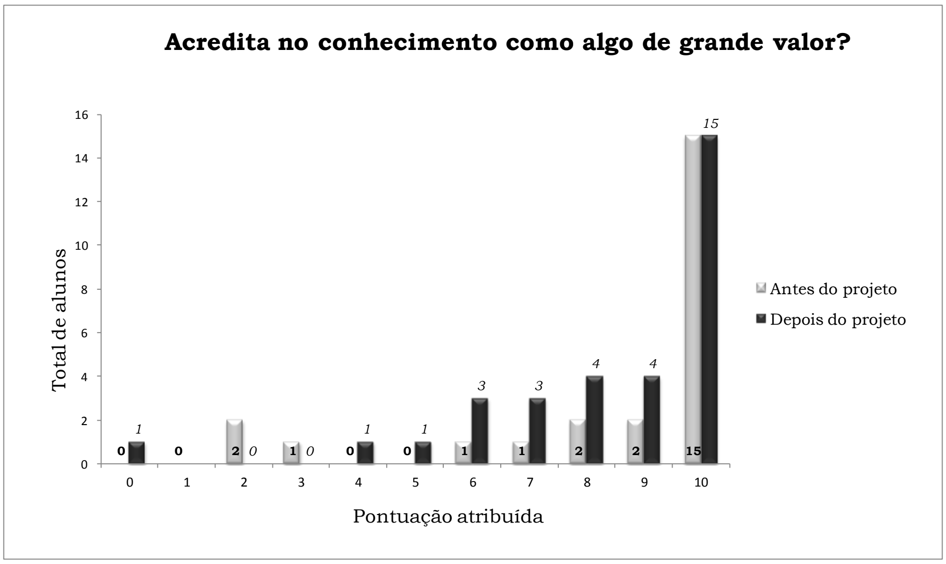

Figura 48: Anexo 4: 1º B

O grafico da **figura 49** representa uma pergunta presente no primeiro questionário do 1º ano C:

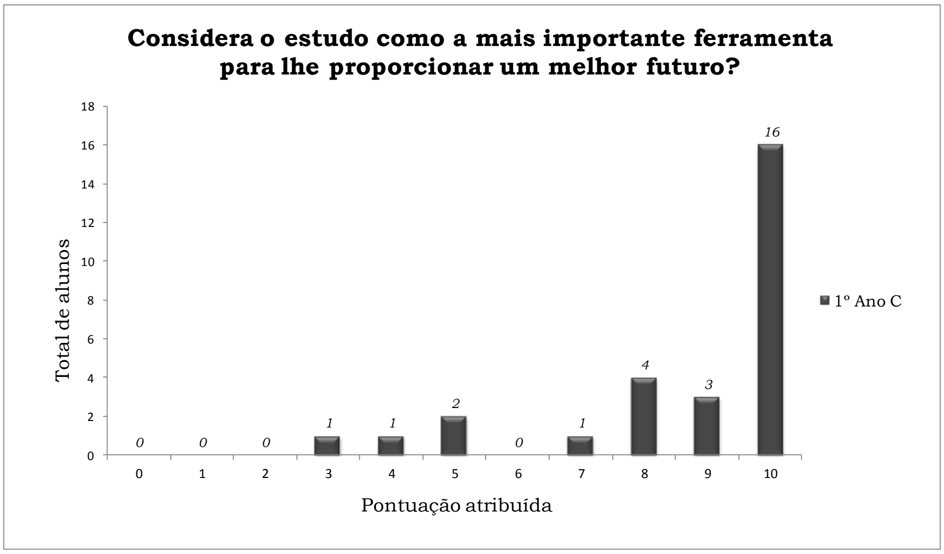

Figura 49: Anexo 4: 1º C

O grafico da **figura 50** representa uma pergunta presente no segundo questionário do 1º ano C:

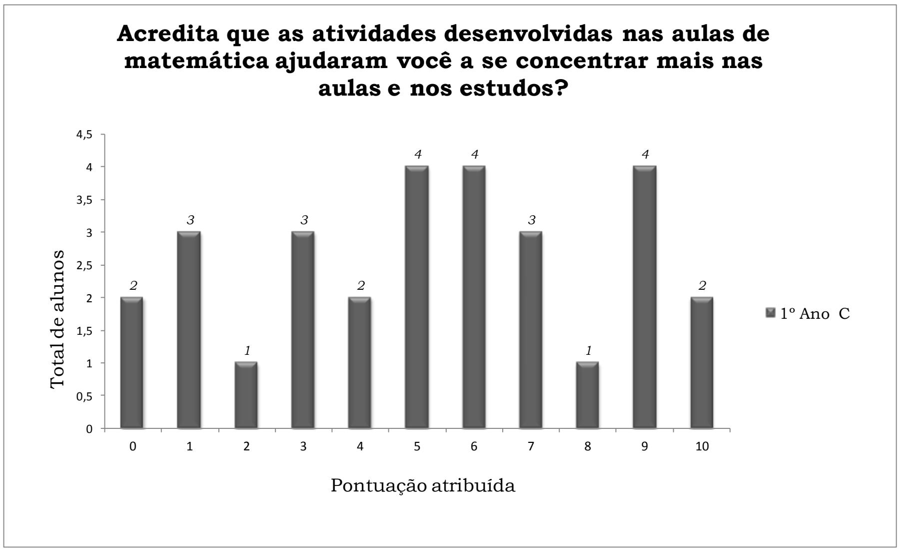

Figura 50: Anexo 4: 1º C

O grafico da **figura 51** representa uma pergunta presente nos dois questionários do 2º ano A:

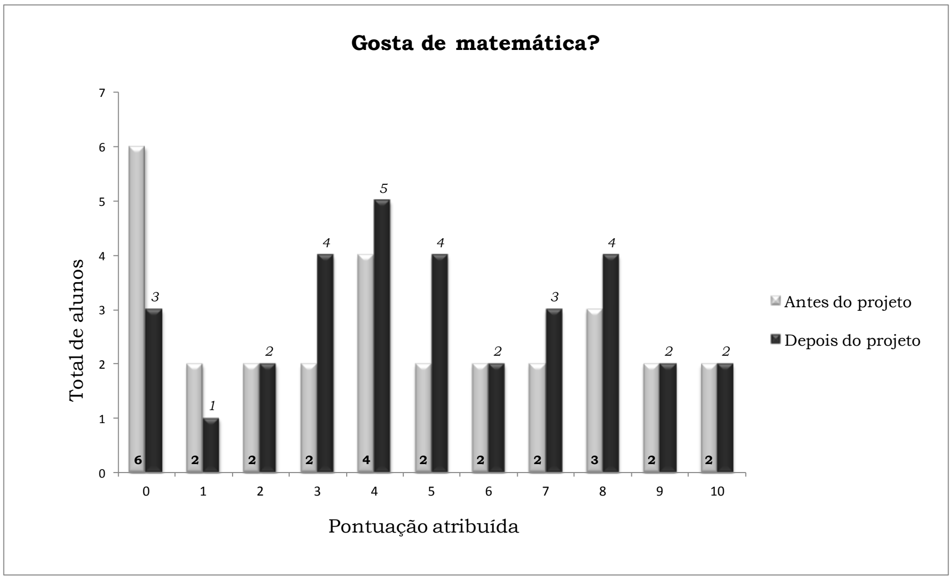

Figura 51: Anexo 4: 2º A

O grafico da **figura 52** também representa uma pergunta presente nos dois questionários do 2º ano A:

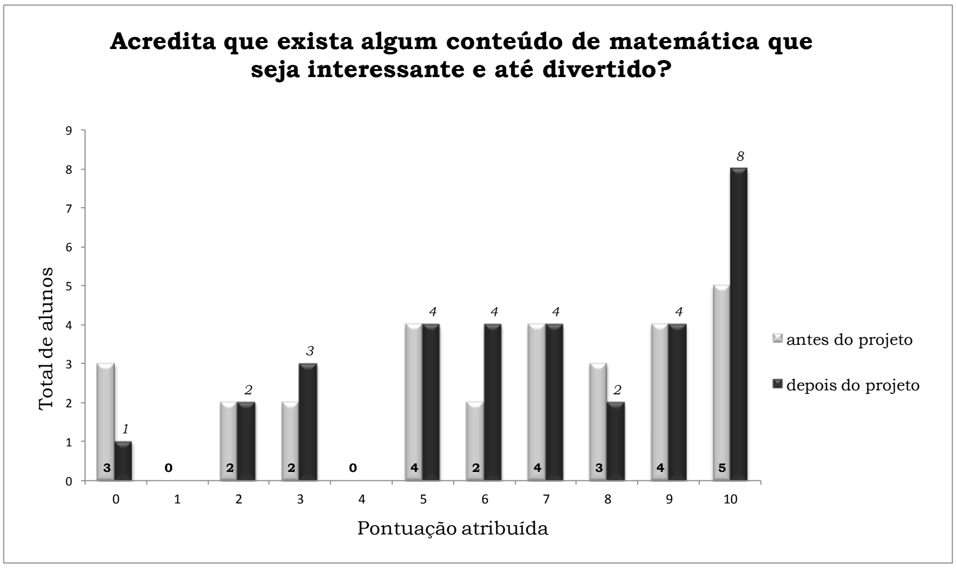

Figura 52: Anexo 4: 2º A

O grafico da **figura 53** representa uma pergunta presente tanto no questionário inicial quanto no final do 2º ano B:

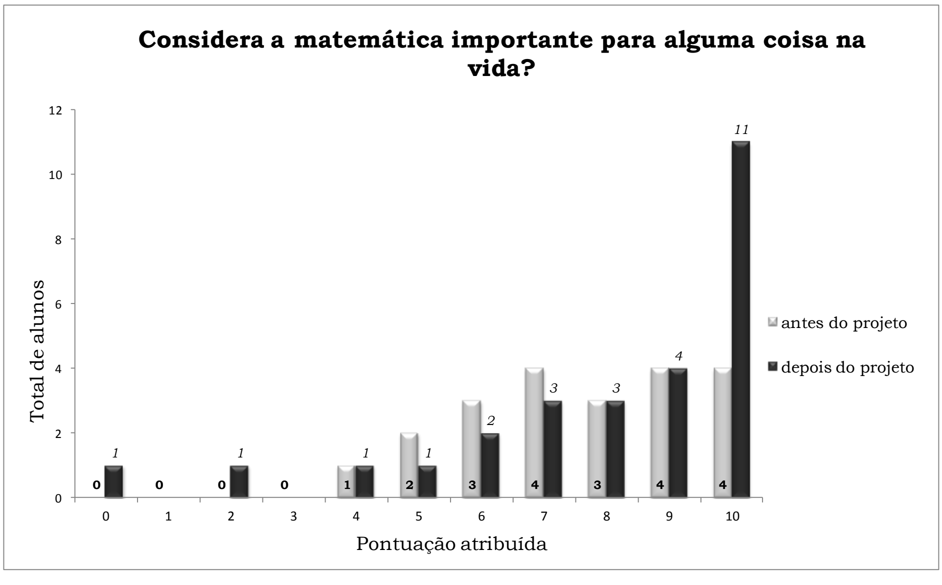

Figura 53: Anexo 4: 2º B

O grafico da **figura 54** representa uma pergunta presente apenas no questionário inicial do 3º ano A:

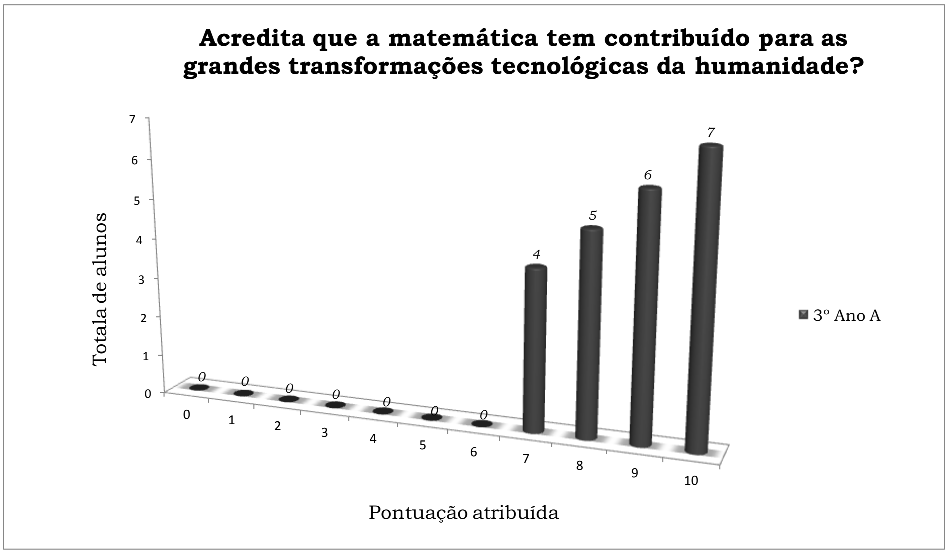

Figura 54: Anexo 4: 3º A

O grafico da **figura 55** representa uma pergunta presente tanto no questionário inicial quanto no final do 3º ano B:

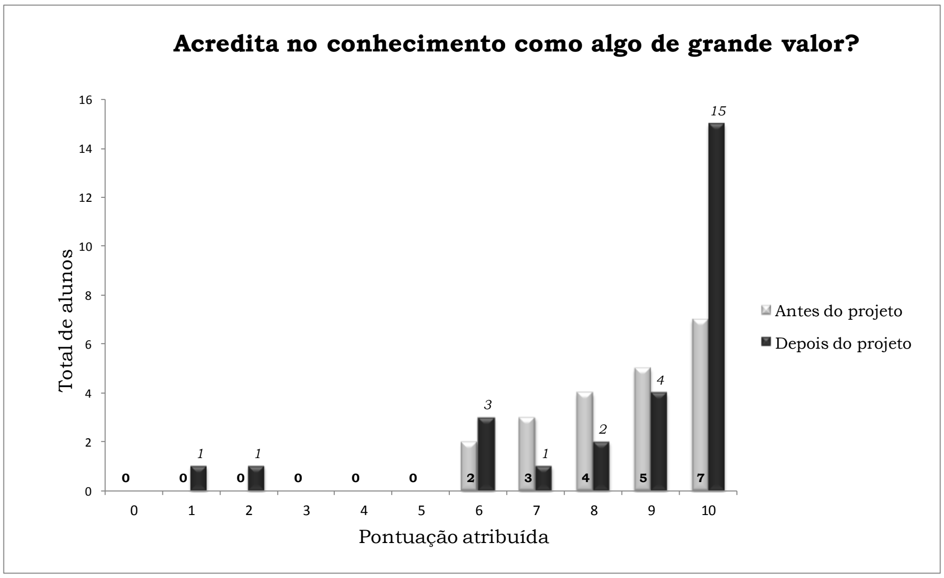

Figura 55: Anexo 4: 3º B

O grafico da **figura 56** representa uma pergunta presente apenas no questionário final do 3º ano B:

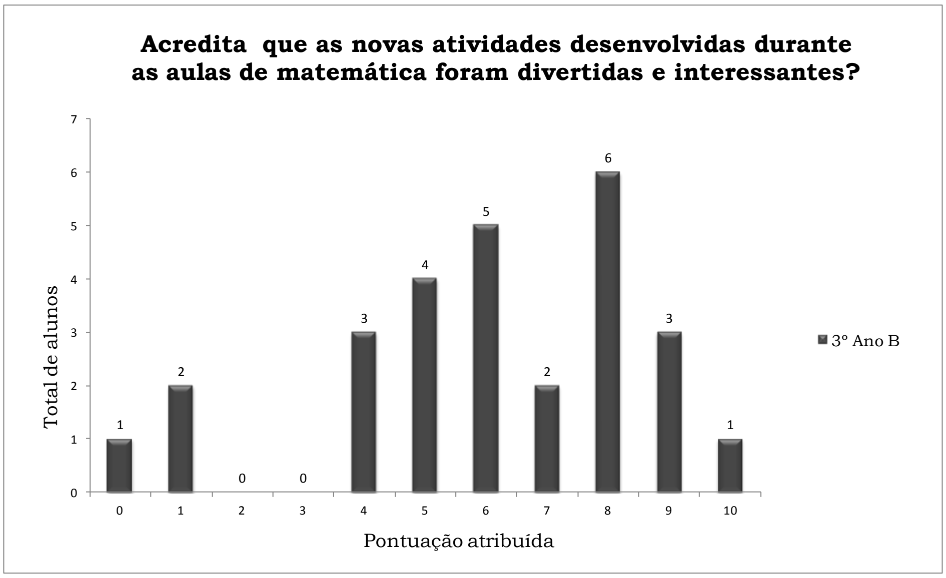

Figura 56: Anexo 4: 3º B

Anexo 5: Gráficos da Mesma Série

O grafico da **figura 57** representa uma pergunta presente no questionário inicial e referente às turmas A e B do 2º ano:

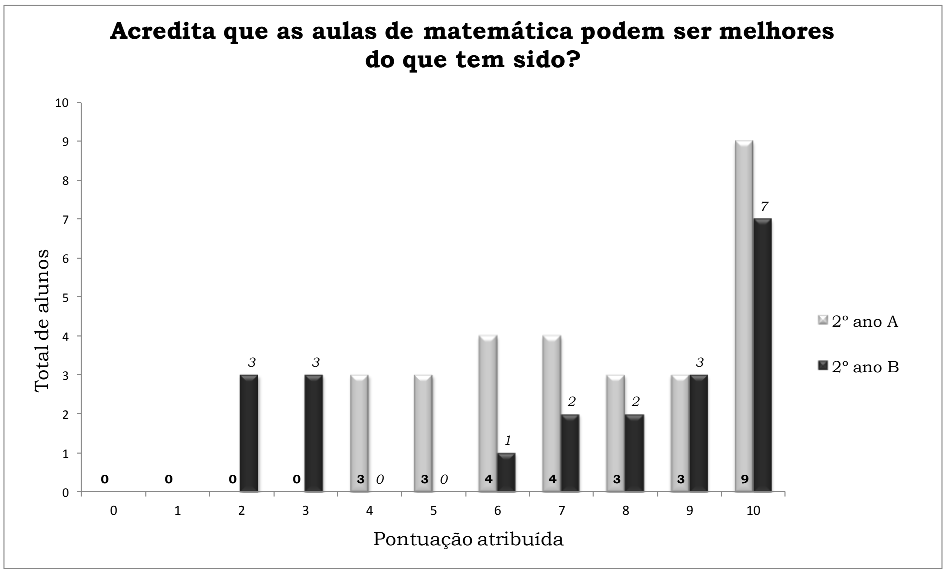

Figura 57: Anexo 5: 2º A e B

O grafico da **figura 58** também representa uma pergunta presente apenas no questionário inicial e referente às turmas A e B do 2º ano:

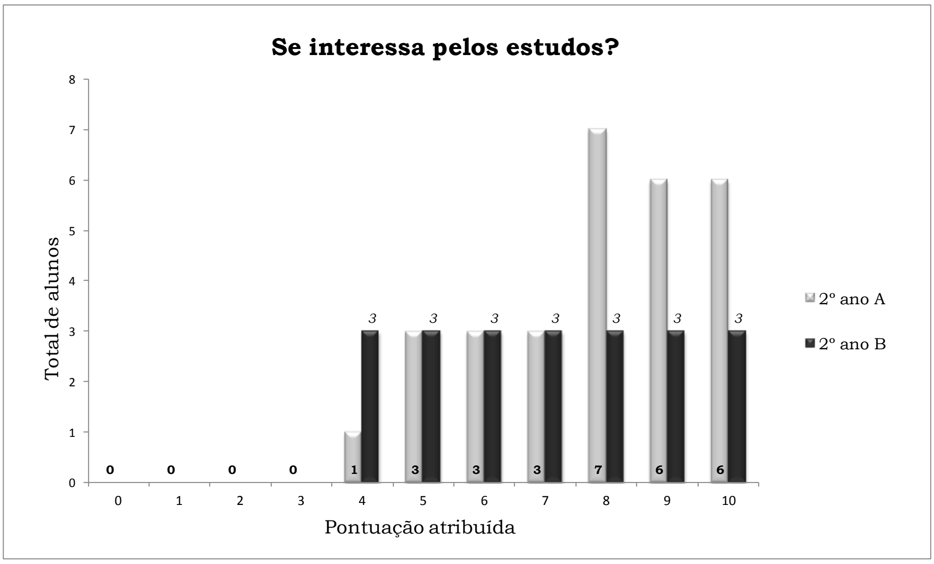

Figura 58: Anexo 5: 2º A e B

O grafico da **figura 59** representa uma pergunta presente apenas no questionário final e referente às turmas A e B do 3º ano:

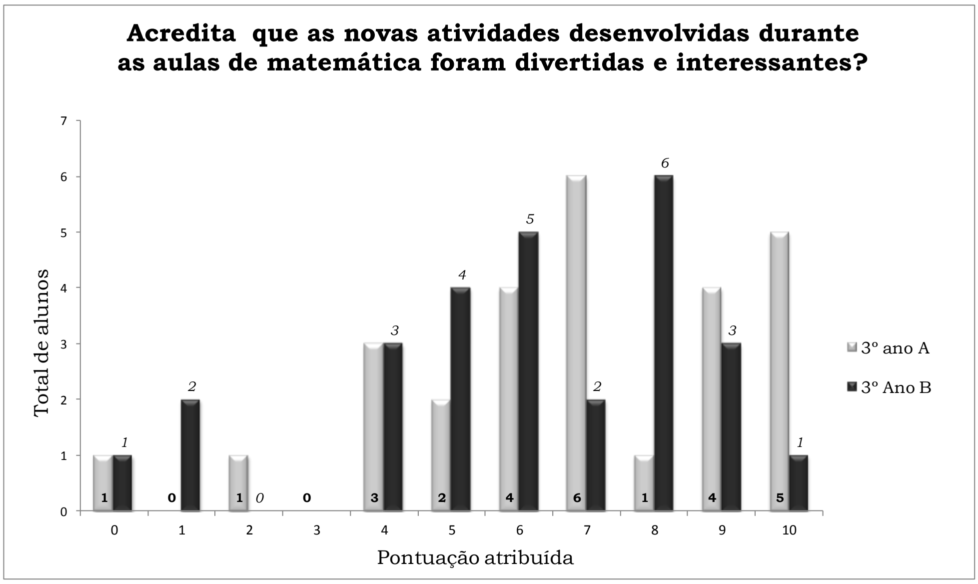

Figura 59: Anexo 5: 3º A e B

Anexo 6: Ficha de Avaliação do Nível de Participação e Interação das Turmas Durante as Aulas de Matemática

Avaliação do Nível de Participação e Interação das Turmas Durante as Aulas de Matemática: Antes da Realização do Projeto

Características a serem avaliadas em cada uma das sete turmas do ensino médio: **A**) comportamento; **B**) desempenho; **C**) nível e quantidade de respostas aos questionamentos do professor; **D**) resolução de exercícios em casa e em sala; e, **E**) nível de interesse na aula. A cada característica será atribuída uma nota de zero a dois, onde o zero significa péssimo e o dois significa excelente.

A partir da soma da pontuação atribuída a esses cinco itens, cada turma receberá uma nota final, de zero a dez, referente à sua participação nas "aulas tradicionais" de matemática antes da realização do projeto, sendo que o zero representa nenhuma participação e o dez representa participação total ou excelente.

Período de ..../.................. a ..../.................... de 2013.

Turma/Característica	**A**	**B**	**C**	**D**	**E**	NOTA FINAL
1º ano A						
1º ano B						
1º ano C						
2º ano A						
2º ano B						
3º ano A						
3º ano B						

Avaliação do Nível de Participação e Interação das Turmas Durante as Aulas de Matemática: Após a Realização do Projeto

Características a serem avaliadas em cada uma das sete turmas do ensino médio: **A**) comportamento; **B**) desempenho; **C**) nível e quantidade de respostas aos questionamentos do professor; **D**) resolução de exercícios em casa e em sala; e, **E**) nível de interesse na aula. A cada característica será atribuída uma nota de zero a dois, onde o zero significa péssimo e o dois significa excelente.

A partir da soma da pontuação atribuída a esses cinco itens, cada turma receberá uma nota final, de zero a dez, referente à sua participação nas aulas de matemática após a realização do projeto, sendo que o zero representa nenhuma participação e o dez representa participação total ou excelente.

Período de ..../.................. a ..../.................... de 2013.

Turma/Característica	**A**	**B**	**C**	**D**	**E**	NOTA FINAL
1º ano A						
1º ano B						
1º ano C						
2º ano A						
2º ano B						
3º ano A						
3º ano B						

Anexo 7: Utilizando as notas de Matemática dos alunos frequentes, logo a seguir estão os quadros comparativos entre as médias do 1º semestre (sem as atividades do projeto) e as do 2º semestre (com as atividades do projeto) das seguintes turmas: 1º ano A, 1º ano B, 2º ano B, 3º ano A e 3º ano B.

TURMA: 1º ano A

Aluno	Média do 1º Semestre	Média do 2º Semestre	Variação Percentual
1	5,4	7,0	+30%
2	3,4	5,4	+ 59%
3	4,0	4,0	0%
4	4,2	6,0	+43%
5	5,0	5,6	+12%
6	4,7	5,3	+13%
7	4,0	5,3	+33%
8	6,3	6,8	+8%
9	2,4	6,2	+58%
10	4,7	5,4	+15%
11	3,8	5,0	+32%
12	4,6	5,8	+26%
13	4,4	4,4	0%
14	3,7	4,1	+11%
15	3,4	4,3	+26%
16	4,0	7,0	+75%
17	4,7	5,6	+19%
18	6,0	5,5	- 8%
19	4,0	6,1	+53%
20	5,4	7,0	+30%
21	5,3	5,8	+9%
22	2,4	5,0	+108%
23	5,0	4,6	- 8%
24	4,2	5,8	+38%
25	4,6	6,2	+35%
MÉDIA DA TURMA	**4,3**	**5,6**	**+ 30%**

TURMA: 1º ano B

Aluno	Média do 1º Semestre	Média do 2º Semestre	Variação Percentual
1	5,4	6,0	+11%
2	2,3	4,0	+74%
3	5,4	4,6	- 8%
4	3,5	4,7	+34%
5	4,6	5,6	+22%
6	5,2	4,8	- 8%
7	2,8	4,5	+60%
8	3,7	4,0	+8%
9	6,0	6,5	+8%
10	4,0	4,0	0%
11	5,7	6,0	+5%
12	6,8	7,2	+6%
13	4,7	4,0	-15%
14	4,6	5,7	+24%
15	4,9	5,3	+8%
16	4,4	5,8	+32%
17	5,1	5,2	+2%
18	3,2	3,5	+9%
19	5,5	5,1	-7%
20	4,0	4,7	+18%
21	5,3	6,5	+22%
22	4,5	5,5	+22%
23	5,0	5,2	+4%
MÉDIA DA TURMA	**4,6**	**5,1**	**+ 10%**

TURMA: 2º ano B

Aluno	Média do 1º Semestre	Média do 2º Semestre	Variação Percentual
1	2,5	5,6	+124%
2	5,3	7,2	+36%
3	4,4	4,2	- 5%
4	4,8	4,8	0%
5	7,4	8,4	+14%
6	5,1	5,5	+8%
7	4,3	6,2	+44%
8	5,0	7,0	+40%
9	5,2	4,2	- 19%
10	5,1	6,4	+25%
11	5,6	6,5	+16%
12	4,2	5,8	+40%
13	5,0	6,4	+28%
14	5,0	6,0	+20%
15	4,5	5,8	+29%
16	5,8	7,8	+34%
17	5,6	6,6	+18%
18	5,3	7,1	+34%
19	2,8	6,2	+121%
20	5,0	6,3	+26%
21	4,6	5,5	+20%
22	4,4	6,2	+41%
23	6,1	6,1	0%
24	4,1	4,8	+17%
25	4,5	7,0	+56%
26	4,1	7,4	+80%
MÉDIA DA TURMA	**5,0**	**6,4**	**+ 28%**

TURMA: 3º ano A

Aluno	Média do 1º Semestre	Média do 2º Semestre	Variação Percentual
1	5,0	5,3	+6%
2	5,4	6,5	+ 20%
3	3,8	5,7	+50%
4	4,0	4,0	0%
5	6,7	7,8	+16%
6	5,6	7,1	+27%
7	4,6	6,2	+35%
8	6,4	6,8	+6%
9	4,2	5,8	+38%
10	7,0	7,7	+10%
11	4,3	7,1	+65%
12	5,0	6,1	+22%
13	5,1	5,0	- 2%
14	7,0	7,6	+9%
15	6,4	8,4	+31%
16	4,7	6,0	+28%
17	7,1	9,1	+28%
18	4,0	6,0	+50%
19	3,7	6,4	+73%
20	4,5	5,6	+24%
21	4,6	6,4	+39%
22	5,4	7,3	+35%
23	7,3	7,7	+5%
24	5,4	5,5	+2%
25	4,1	7,8	+90%
MÉDIA DA TURMA	**5,3**	**6,6**	**+ 25%**

TURMA: 3º ano B

Aluno	Média do 1º Semestre	Média do 2º Semestre	Variação Percentual
1	5,7	6,4	+12%
2	5,7	7,5	+ 31%
3	5,0	6,6	+32%
4	3,5	6,5	+86%
5	7,3	7,3	0%
6	6,7	5,7	- 15%
7	3,8	7,0	+84%
8	5,8	6,4	+10%
9	3,3	6,1	+85%
10	7,0	7,7	+10%
11	5,3	4,9	- 8%
12	4,3	6,8	+58%
13	7,0	7,0	0%
14	6,7	6,1	- 9%
15	6,0	7,5	+25%
16	5,3	6,8	+28%
17	6,5	8,1	+25%
18	6,0	6,7	+12%
19	7,0	7,6	+9%
20	5,0	5,7	+14%
21	4,6	4,8	+4%
22	5,3	7,0	+32%
23	7,1	8,2	+15%
24	7,2	6,4	- 9%
25	5,3	6,6	+25%
26	8,0	8,8	+10%
MÉDIA DA TURMA	**5,8**	**6,8**	**+ 17%**