

LUCIANO DE ALMEIDA FLOR

DISCUSSÕES DA MATEMÁTICA
FINANCEIRA NA EDUCAÇÃO DE JOVENS
E ADULTOS

UNIVERSIDADE ESTADUAL DO NORTE FLUMINENSE

DARCY RIBEIRO - UENF

CAMPOS DOS GOYTACAZES - RJ

JUNHO DE 2014

LUCIANO DE ALMEIDA FLOR

DISCUSSÕES DA MATEMÁTICA FINANCEIRA NA
EDUCAÇÃO DE JOVENS E ADULTOS

“Dissertação apresentada ao Centro de Ciências e Tecnologia da Universidade Estadual do Norte Fluminense Darcy Ribeiro, como parte das exigências para obtenção do título de Mestre em Matemática.”

Orientador: Prof^a Liliana Angelina León Mescua

UNIVERSIDADE ESTADUAL DO NORTE FLUMINENSE

DARCY RIBEIRO - UENF
CAMPOS DOS GOYTACAZES - RJ

JUNHO DE 2014

LUCIANO DE ALMEIDA FLOR

**DISCUSSÕES DA MATEMÁTICA FINANCEIRA NA
EDUCAÇÃO DE JOVENS E ADULTOS**

“Dissertação apresentada ao Centro de Ciências e Tecnologia da Universidade Estadual do Norte Fluminense Darcy Ribeiro, como parte das exigências para obtenção do título de Mestre em Matemática.”

Aprovada em 30 de Junho de 2014.

Prof. Mikhail Petrovich Vishnevskii
D.Sc. - UENF

**Prof. Rigoberto Gregorio Sanabria
Castro**
D.Sc. - UENF

Prof^a. Gilmara Teixeira Barcelos
D.Sc. - IFF

Prof^a Liliana Angelina León Mescua
D.Sc. - UENF
(ORIENTADOR)

*Dedico esta dissertação a minha família e a todas as
pessoas que contribuíram para o meu sucesso.*

Agradecimentos

Aos meus queridos pais, Lourenço e Nair, que sempre acreditaram em mim.

Aos meus filhos, Iago e Iasmin, e à minha esposa, Maria do Horto, pela compreensão com a ausência consequente das longas horas de pesquisas e estudos.

Aos colegas do Mestrado pelos momentos partilhados nesses dois anos.

Aos colegas da Escola Alfa pelo incentivo e sugestões enriquecedoras.

Aos professores do programa de Mestrado pela disponibilidade e pelos conhecimentos que tanto contribuíram para que eu pudesse ter um olhar renovado em relação aos conteúdos referentes ao ensino da Matemática.

Em especial à professora Liliana Mescua, minha orientadora, pelo diálogo na construção do conhecimento e sua sabedoria na diretriz do trabalho acadêmico.

Agradeço a Deus acima de tudo.

Pecado Capital

Dinheiro na mão é vendaval
É vendaval!
Na vida de um sonhador
De um sonhador!
Quanta gente aí se engana
E cai na cama
Com toda a ilusão que sonhou
E a grandeza se desfaz
Quanto a solidão é mais
Alguém já falou ...

Mas é preciso viver
E viver
Não é brincadeira não
Quando o jeito é se virar
Cada um trata de si
Irmão desconhece irmão
E aí!
Dinheiro na mão é vendaval
Dinheiro na mão é solução
E solidão!

Paulinho da Viola

Resumo

O presente trabalho, realizado com alunos da Educação de Jovens e Adultos (EJA), tem como objetivo construir por meio de suas experiências, uma resposta crítica, tendo em vista o consumismo excessivo e/ou desnecessários causados pelas investidas da mídia. Neste intuito, e tendo em consideração situações que envolvam os problemas cotidianos foram apresentados conteúdos básicos da Matemática Financeira e atividades de forma a motivar a reflexão, bem como uma atitude responsável na gestão dos recursos financeiros para que a realidade dos sujeitos da pesquisa seja melhorada.

Palavras-chaves: Educação de Jovens e Adultos; Matemática Financeira; Educação Financeira; Consumismo.

Abstract

The present paper, carried out with students of the Young and Adults Education (EJA), aims to build through their experiences, a critical response, in view of the excessive and/or unnecessary consumerism caused by the attacks from the media. To that end, and taking into account situations that involve everyday problems were presented basic content of Financial Mathematics and activities in order to motivate a student's reflection, as well as a responsible attitude in the management of financial so that reality of the research subjects be improved.

Key-words: Young and Adult Education; Financial Mathematics; Financial Education; Consumerism.

Lista de ilustrações

Figura 1 – Diferença do comportamento entre juros simples e compostos em relação ao período de tempo em anos.	30
Figura 2 – Resolução da atividade 1 pelos alunos.	42
Figura 3 – Aluno trabalhando sozinho.	45
Figura 4 – Alunos trabalhando em dupla.	45
Figura 5 – Aluna com seu celular.	46
Figura 6 – Sala de aula.	46
Figura 7 – Aula de Juros Simples.	47
Figura 8 – Resolução da atividade 6 pelo aluno X.	48
Figura 9 – Resolução do problema 1 pelo aluno Y.	50
Figura 10 – Resolução do problema 2 pelo aluno Z.	51
Figura 11 – Calculadora.	59
Figura 12 – Planilha com orçamento familiar do aluno W.	61

Lista de tabelas

Tabela 1 – Distribuição dos alunos por classes de idades.	38
Tabela 2 – Distribuição dos alunos por número de prestações.	38
Tabela 3 – Distribuição dos alunos por renda familiar, com referência ao salário mínimo.	39
Tabela 4 – Distribuição dos alunos por categoria de moradia.	39
Tabela 5 – Distribuição dos alunos por categoria de trabalho.	39
Tabela 6 – Grau de instrução dos pais dos alunos.	40

Lista de abreviaturas e siglas

ABNT	Associação Brasileira de Normas Técnicas.
EJA	Educação de Jovens e Adultos.
ENEM	Exame Nacional do Ensino Médio.
IF	Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia.
LDB	Lei de Diretrizes e Bases da Educação.
MEC	Ministério da Educação e Cultura.
MOBRAL	Movimento Brasileiro de Alfabetização.
ONU	Organização das Nações Unidas.
OCDE	Organização para a Cooperação e Desenvolvimento Econômico.
PCN	Parâmetros Curriculares Nacionais.
PCNEM	Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Médio.
PCNEM+	Orientações Educacionais Complementares aos Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Médio.
PIB	Produto Interno Bruto.
PNA	Plano Nacional de Alfabetização.
PROEJA	Programa Nacional de Integração da Educação Profissional com a Educação Básica na Modalidade de Educação de Jovens e Adultos.
SAC	Sistema de Amortização Constante.
SFA	Sistema Francês de Amortização.
UNESCO	Organização das Nações Unidas para a Educação, Ciência e Cultura.

Sumário

Introdução	13
1 Origem e base da Matemática Financeira	18
1.1 Panorama Histórico	18
1.2 Breve Histórico da Educação de Jovens e Adultos	20
2 Conceitos de Matemática Financeira	23
2.1 Alguns Conceitos Básicos	24
2.1.1 Porcentagem	24
2.1.1.1 Aplicações de Razão e Porcentagem	24
2.1.2 Proporção	26
2.1.3 Regra de Três	26
2.1.4 Juros	27
2.1.4.1 Juros Simples:	27
2.1.4.2 Juros Compostos:	29
2.1.5 Rendas Certas	30
2.1.6 Sistemas de Amortização	32
2.1.6.1 Sistema de Amortização Constante (SAC)	33
2.1.6.2 Sistema Francês de Amortização (SFA)	34
2.1.6.3 SAC x SFA	36
3 Atividades em Sala de Aula	37
3.1 Perfil da Turma	37
3.2 Atividade 1 - Conceituação	41
3.3 Atividade 2 - Razão e Proporção	42
3.3.1 Atividade 3 – Regra de Três Simples	43
3.3.2 Atividade 4 - Porcentagem	44
3.3.3 Atividade 5 – Juros Simples	46
3.3.4 Atividade 6 – Juros Compostos	48
3.4 Problemas do cotidiano	49
3.4.1 Problema 1	49
3.4.2 Problema 2	50
3.5 Sugestões de Atividades	51
4 Tecnologias	59
4.1 Calculadora	59
4.2 Planilha do tipo eletrônica	60
5 Considerações Finais	63

Referências	65
Apêndices	67
APÊNDICE A – Questionário	68

Introdução

A aprendizagem conceitual, procedimental e atitudinal da Matemática Financeira é essencial na formação da vida em sociedade. O bom entendimento de seus conceitos e significados formarão cidadãos conscientes, capazes de tomar decisões adequadas, diante das armadilhas do crediário facilitado por casas bancárias ou de propagandas que tenham por finalidade o consumo desnecessário ou exagerado que propiciem o excesso no orçamento mensal e o desequilíbrio nas finanças pessoais e familiares. Assim, o conhecimento da Matemática Financeira contribuirá para a construção da cidadania, além da reflexão da Matemática propriamente dita, como explicitam [Imenes e Lellis \(2010\)](#).

Exemplos da Matemática Financeira, chamada Matemática do cotidiano podem ser encontrados numa simples leitura de jornal, no qual encontram-se gráficos demonstrativos e valores em números percentuais sobre o crescimento da violência de uma determinada região, as chances dos times consagrarem-se campeões ou serem rebaixados, no aumento da cesta básica e nos impostos de produtos que foram os grandes vilões dessa situação.

Segundo documento publicado pelo MEC, o PCNEM+ ([BRASIL, 2002](#)), os professores de Matemática deveriam realizar um trabalho pedagógico que permita o desenvolvimento das competências em assuntos que estão presentes na vida diária de um cidadão crítico e atuante, e que são:

Reconhecer e utilizar símbolos, códigos e nomenclaturas da linguagem matemática; por exemplo, ao ler embalagens de produtos, manuais técnicos, textos de jornais ou outras comunicações, compreender o significado de dados apresentados por meio de porcentagens, escritas numéricas, potências de dez, variáveis em fórmulas. (p. 114)

Ler e interpretar diferentes tipos de textos com informações apresentadas em linguagem matemática, desde livros didáticos até artigos de conteúdo econômico, social ou cultural, manuais técnicos, contratos comerciais, folhetos com propostas de vendas ou com plantas de imóveis, indicações em bulas de medicamentos, artigos de jornais e revistas. (p. 114)

[...] ser capaz de analisar e julgar cálculos efetuados sobre dados econômicos e sociais, propagandas de vendas a prazo, probabilidades de receber determinado prêmio em sorteios ou loterias, ou ainda apresentadas em

um dado problema ou diferentes sínteses e conclusões extraídas a partir de um mesmo texto ou conjunto de informações. (p. 115)

Interpretar, fazer uso e elaborar modelos e representações matemáticas para analisar situações; por exemplo, utilizar funções ou gráficos para modelar situações envolvendo cálculos de lucro máximo ou prejuízo mínimo; utilizar ferramentas da estatística e probabilidade para compreender e avaliar as intenções de votos em uma campanha eleitoral ou, ainda, optar entre modelos algébricos ou geométricos para obter determinadas medições de sólidos. (p. 117)

Conhecer recursos, instrumentos e procedimentos econômicos e sociais para posicionar-se, argumentar e julgar sobre questões de interesse da comunidade, como problemas de, abastecimento, educação, saúde e lazer, percebendo que podem ser muitas vezes quantificados e descritos através do instrumental da Matemática e dos procedimentos da ciência. (p. 119)

Nestas orientações, há uma ênfase na resolução de problemas por ser uma "peça central para o ensino da Matemática", PCNEM+ (BRASIL, 2002, p. 112). Esse fato está em concordância com os pensamentos de Polya (1995, p. 114) que diz que: "ensinar a resolver problemas é educar a vontade", e ratifica a necessidade de que os novos conhecimentos adquiridos sejam incorporados aos conhecimentos prévios dos alunos, incentivando-lhes a persistirem, caso haja possíveis insucessos iniciais, e apreciarem seus pequenos progressos. E ainda, de acordo com o relatório sobre o Sistema Educacional do Brasil das Organizações dos Estados Iberoamericanos para Educação e Cultura, (OEA, 2002):

A base teórica que fundamenta o processo de ensino e aprendizagem das práticas pedagógicas da educação de jovens e adultos pressupõe um modelo de ensino por resolução de problemas; o uso de diferentes estratégias metodológicas para a aprendizagem de diferentes conteúdos; a aprendizagem significativa que deve partir dos conhecimentos prévios dos alunos; a interação entre os pares e com parceiros mais experientes. (p.167)

Essas ideias orientam a prática docente que, em Matemática Financeira, considera-se essencial para abordar os conteúdos e, assim desenvolver os conhecimentos necessários.

O presente trabalho é resultado de uma inquietação que surge durante os anos trabalhados na coordenação do PROEJA (Programa Nacional de Integração da Educação Profissional com a Educação Básica na Modalidade de Educação de Jovens e Adultos), no Instituto Federal Fluminense - Campus Macaé, por meio da constatação de que a escola pouco colaborava com aquilo que os alunos mais precisavam: uma Educação Financeira que norteasse os seus orçamentos pessoais. A maioria deles, apesar de estar no mercado de trabalho, exposta às situações cotidianas da Matemática Financeira, não tinha compreensão dos problemas que lhe acarretavam como endividamentos e dificuldades nas finanças familiares.

A pesquisa tem como objetivo estreitar a relação da Matemática Financeira com a Educação Financeira e ressaltar a importância de seu conhecimento no planejamento da vida econômica, com a finalidade de conquistar um futuro tranquilo e mais estável.

Na LDB 9.394/96 (BRASIL, 1996) em seu 1º Artigo, 2º Parágrafo, afirma que “a educação escolar deverá vincular-se ao mundo do trabalho e à prática social”, desta forma o ambiente escolar deve se voltar para situações que promovam um convívio espontâneo e prazeroso capazes de desenvolver a autonomia e a reflexão crítica.

Logo a Educação Financeira é um importante tema transversal no currículo da Matemática Financeira favorecendo a formação de cidadãos mais conscientes para lidar com as suas finanças.

De acordo com o Boletim Responsabilidade Social e Ambiental do Sistema Financeiro, a Organização para a Cooperação e Desenvolvimento Econômico (OCDE, 2009) define a Educação Financeira como:

o processo pelo qual consumidores e investidores melhoram sua compreensão sobre produtos, conceitos e riscos financeiros, e obtêm informação e instrução, desenvolvem habilidades e confiança, de modo a ficarem mais cientes sobre os riscos e oportunidades financeiras, para fazerem escolhas mais conscientes e, assim, adotarem ações para melhorar seu bem-estar.

Já a Matemática Financeira, segundo Smole e Diniz (2013), 2013, é um ramo da Matemática que utiliza procedimentos de cálculo capazes de associar o mundo do trabalho e do consumo, possibilitando ao cidadão uma análise reflexiva para a tomada de decisão, numa atitude responsável de modo que os problemas cotidianos dos alunos possam ser resolvidos de forma planejada, promovendo uma verdadeira Educação Financeira.

Segundo Freire (1996), é necessário trabalhar em sala de aula conceitos geradores que permitem atender às necessidades do aluno. Neste sentido, o trabalho da pesquisa buscou, uma fundamentação teórica baseada nesse autor, trazendo elementos conceituais da Matemática Financeira para uma formação crítica do aluno consumidor, permitindo-lhe autonomia e desvendando a ideologia do mercado financeiro. Na maioria das vezes, observa-se que as propagandas, as formas de financiamento e promoções escravizam o consumidor, principalmente aqueles de baixa renda e, inviabilizam a construção de uma cidadania crítica e de uma educação libertadora, que é um objetivo da Educação Financeira.

Dessa forma, a Educação Financeira é um conjunto de hábitos que se utiliza dos conceitos e das ferramentas da Matemática Financeira.

Assim, a metodologia do trabalho problematiza os cotidianos dos alunos por meio de leitura e interpretação de dados, possibilitando a construção de conhecimentos de saberes como estratégias próprias para resolver os problemas baseados no uso de diálogos

de métodos práticos, como regra de três e eixo das setas para melhor visualização e compreensão da questão.

Os objetivos traçados foram os seguintes:

Objetivo Geral

Desenvolver conhecimentos da Matemática Financeira com os alunos da EJA, habilitando-os a decidir sobre um consumo, de forma clara e prática, aquilo que, de fato, devem adquirir, sem serem vítimas da atual sociedade de consumo e contribuindo para o desempenho de suas atividades profissionais.

Objetivos Específicos

- Apresentar conceitos e significados necessários para uma boa Educação Financeira.
- Aplicar conteúdos da Matemática Financeira considerados relevantes numa perspectiva da construção da cidadania.
- Relacionar a condição extraclasse do educando em seu aprendizado sistematizado.
- Aliar o planejamento financeiro ao crescimento familiar de modo a favorecê-lo.

O trabalho está estruturado em cinco capítulos, além desta parte introdutória que apresenta as motivações para a escolha do tema: Matemática Financeira aliada à Educação Financeira, com orientações dos PCNs. (BRASIL, 2000)

No Capítulo 1, é realizado um breve panorama histórico do início das civilizações, da necessidade do surgimento do dinheiro e das instituições bancárias e ainda ocorre uma abordagem da educação no Brasil e da criação da EJA e do PROEJA.

O Capítulo 2, trata de alguns conceitos básicos da Matemática Financeira com aplicações do cotidiano.

No Capítulo 3, através da aplicação de um questionário é traçado o perfil do grupo para entender as dificuldades apresentadas e apontar possíveis soluções. Também aborda as atividades trabalhadas em sala de aula pelos alunos do PROEJA, do Instituto Federal Fluminense - Campus Macaé. Essas atividades estão relacionadas com a rotina diária dos alunos, por exemplo: compra à vista ou a prazo e juros embutidos nas compras a prazo, entre outros. Em seguida, são sugeridos outros exercícios a fim de fixar melhor os conceitos.

O Capítulo 4, aborda o estudo nas tecnologias e na necessidade do planejamento por meio da Educação Financeira. A importância de uma análise prévia na escolha das diferentes formas de crédito e a confecção de uma planilha do tipo eletrônica, para ser usada no orçamento familiar mensal.

No Capítulo 5, são apresentadas as considerações finais a que se chegou com o trabalho.

Capítulo 1

Origem e base da Matemática Financeira

1.1 Panorama Histórico

No início, o homem, nômade, vivia dos recursos naturais que o meio ambiente oferecia, não existiam núcleos urbanos e ele caçava, pescava e coletava frutos e raízes. Com o passar do tempo, iniciou-se o processo de sedentarização e assim surgiram as pequenas comunidades, onde consumiam o que plantavam e se dedicavam a criação dos primeiros animais domésticos, além de caçar, pescar e viver da subsistência do local, como é visto em [Rodrigues \(2013\)](#).

Segundo [Pilagallo \(2009\)](#), com o advento das sociedades agrárias, surgem novas técnicas de produção e novos instrumentos de trabalho provocando um aumento significativo da produção e, conseqüentemente excedente. Os homens já não consumiam toda a produção, ao mesmo tempo não conseguiam produzir tudo aquilo de que precisavam, necessitavam de roupas, ferramentas, vasilhames para armazenamento e outros produtos. Como era difícil conciliar criação de animais e agricultura, alguns passaram a dedicar-se essencialmente à criação, outros ao plantio, outros ainda à fabricação de instrumentos rudimentares. Neste momento o homem se especializa. Assim, aliando excedente de produção e novas necessidades começaram a trocar produtos. Essa transação não envolvia “dinheiro”, constituindo o escambo.

Como as trocas nem sempre eram vantajosas para ambas as partes, pois o agricultor poderia não precisar de instrumentos, mas o fabricante precisava de alimentos para sobreviver, criou-se alguma forma de pagamento, seria o dinheiro, não necessariamente a moeda. ([PILAGALLO, 2009](#))

Conforme [Piza \(1980\)](#), a primeira moeda deve ter sido feita de barro cozido, encontrada em escavações com toda a contabilidade do palácio de Nabucodonosor. Como

o barro se desgastava facilmente, foi substituído por metal, que, por ser muito pesado, dificultando transportar, foi substituído por papel impresso com seu valor.

De acordo com [Goff \(2012\)](#) na Idade Média europeia, que começou por volta do ano 500 e vai até o ano 1500, os cavaleiros utilizavam o combate para ocupar seu dia, participavam de torneios em que geralmente só haviam feridos. Estes eram protegidos por suas armaduras e assim como na guerra, era preferível fazer prisioneiros ao invés de mortos, pois eram liberados mediante pagamento de um resgate, que era a fonte de lucro.

Ainda em sua obra sobre sociedade feudal, [Goff \(2012\)](#) coloca que os “senhores” doam terras aos vassalos para que estes trabalhassem nela proporcionando uma renda, chamadas de feudos, daí o nome feudal, assim os vassalos tinham que pagar pelas terras doadas. "Durante a Idade Média, foi comum os nobres doarem parte de seu feudo a outros nobres, mantendo entre si lealdade e obrigações mútuas. Ao doar as terras, o nobre tornava-se suserano daquele que as recebia, que por sua vez tornava-se seu vassalo." ([VAZ; PANAZZO, 2012](#), p. 65)

Do século XI ao século XIII, as cidades se desenvolveram por conta da grande movimentação no comércio, que obtiveram de forma pacífica ou imposta pela força, o direito de fabricar e de vender, sem ter que pagar taxas a um senhor. Na Idade Média, havia, às vezes, no mesmo reino, moedas diferentes, e por isso uma das atividades das feiras era o câmbio, feito por pessoas especializadas e muito hábeis nesse comércio de dinheiro. Alguns desses cambistas tornaram-se “banqueiros”. Esse nome é dado à profissão, porque eles, no início, faziam seus negócios em cima de bancos, depois construíram prédios, as futuras casas bancárias. ([GOFF, 2012](#))

De acordo com ([PIZA, 1980](#), p. 23), “os bancos surgiram para guardar o dinheiro que o dono queria conservar seguro, para usar mais tarde”. Os bancos recebiam depósitos, uma parte era emprestada com a cobrança de juros, que era a taxa que cobria as despesas do banco além do lucro dos banqueiros e outra parte era reservada aos depositantes que precisassem do dinheiro de volta. Para retirada, os bancos criaram cheques.

Após a Idade Média, dá-se início à Idade Moderna, marcada pelo rompimento com a estrutura feudal, iniciando-se as primeiras políticas capitalistas, mais abertas, onde procuram-se novos horizontes. ([MONTELLATO; CABRINI; JUNIOR, 2002](#))

Mesmo com a monetização da sociedade moderna, o escambo fez parte de nossa história recente - quando o escravo era uma moeda valiosa, podia ser trocado por terras e dado como dote de casamento. Tal prática continua fazendo parte do nosso dia a dia - quando uma pessoa precisa “bater” a laje de sua casa, ela chama um amigo, que chama outros, para ajudar em troca não só da amizade, mas também do churrasco, do mocotó e da cerveja que o dono da obra oferece a todos que participam.

1.2 Breve Histórico da Educação de Jovens e Adultos

Analisando a História da Educação Brasileira, percebe-se que vem passando por diversas mudanças até chegar aos tempos atuais. Iniciou-se no período colonial, com missões jesuíticas, que ocuparam regiões e fundaram núcleos populacionais em nosso país. O ensino era direcionado aos portugueses radicados, embora se ocupassem também de algum ensino religioso ao indígena, uma vez que se comprometeram com a disseminação da fé cristã. Com a saída dos jesuítas, veio o elitismo, ensino apenas para os mais abastados, negros e indígenas ficam excluídos. Dessa forma, de acordo com [Paiva \(1983\)](#), durante quase quatro séculos, a Educação Brasileira segue por um viés de oferta de educação dominada pela cultura branca, cristã, masculina e alfabetizada sobre a cultura dos índios, negros, mulheres e analfabetos. Assim, podemos dizer que a educação era discriminatória, seletiva e ideológica.

No final do século XIX e início do século XX, num contexto de emergente desenvolvimento urbano industrial e sob forte influência da cultura europeia, são aprovados projetos de leis que enfatizam a obrigatoriedade da educação de adultos, objetivando aumentar o contingente eleitoral, principalmente no primeiro período republicano e, conseqüentemente, atender aos interesses das elites. A escolarização se torna critério de ascensão social, referendada pela Lei Saraiva de 1882, incorporada posteriormente à Constituição Federal de 1891, em que se inviabilizará o voto ao analfabeto, alistando somente os eleitores e candidatos que dominassem as técnicas de leitura e escrita. ([PAIVA, 1983](#))

Entretanto, segundo [Pierro, Joia e Ribeiro \(2001\)](#) apesar da importância de ofertar educação para jovens e adultos ser mencionada nos textos da constituição de 1934, porém só irá ser posta em prática na década seguinte. Com o desenvolvimento industrial, vai surgindo um interesse em valorizar a língua falada e escrita, por consequência da necessidade do domínio das técnicas de produção e principalmente habilitar os adultos a votarem, ampliando assim o eleitorado.

Em 1945, após a ditadura Vargas, surge a UNESCO buscando o ensino para os adultos analfabetos. E em 1947, o governo criou a Campanha Nacional de Educação de Adultos que previa uma primeira etapa de três meses para alfabetização e, na sequência, dois períodos de sete meses para ministrar o curso primário de forma mais sistematizada. O processo de ensino-aprendizagem da língua escrita tinha caráter instrumental com propostas apenas de desenvolver as habilidades básicas, como ler, escrever e contar. Dessa forma, inicia-se a discussão sobre analfabetismo e educação de adultos no país. Tal iniciativa surgiu por dois motivos: pelo fato de se estar vivendo no período pós-guerra (no qual a ONU recomendou os países para terem atenção a educação de adultos) e pelo fim do Estado Novo (período em que o país vivia uma redemocratização e estava carente de mais eleitores). ([FREITAS; BICCAS, 2009](#))

Ainda em [Freitas e Biccás \(2009\)](#), no final da década de 1950, Paulo Freire no Seminário Regional em Recife chama atenção do cenário brasileiro para a educação. Então, no início da década de 60, Freire, com sua experiência em educação, idealizou e viveu uma pedagogia voltada para as camadas populares. Coordena o Plano Nacional de Alfabetização (PNA) de janeiro a abril de 1964, quando é dado o golpe militar. Muitos trabalhos já avançados foram retirados da pauta e em 1967, o governo militar cria o Movimento Brasileiro de Alfabetização (MOBRAL), com o objetivo definido de ensinar jovens e adultos a ler e escrever.

Segundo [Freire \(1987\)](#), pessoas analfabetas não deveriam ser vistas como pessoas imaturas e ignorantes, e o ensino necessita ser problematizado. Assim, o educador apresenta seu método não paternalista em relação ao analfabeto.

Em 1971, a Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional, LDB 5.692 ([BRASIL, 1971](#)), apresenta um capítulo inteiro sobre o Ensino Supletivo, atentando para o aspecto de que uma de suas finalidades é suprir a escolarização regular para adolescentes e adultos que não a tenham seguido em tempos próprios.

Em 1985, com a Nova República, o governo federal substituiu o MOBRAL pela Fundação EDUCAR (Fundação Nacional para Educação de Jovens e Adultos), extinta em 1990, sob o pretexto de enxugamento da máquina pública.

A Constituição de 1988 reconhece e referencia a modalidade da Educação Básica de Jovens e Adultos, apontando seu direito à escolarização pelos sistemas estaduais.

Em 1996 é promulgada a LDB 9.394 ou Lei Darcy Ribeiro ([BRASIL, 1996](#)), na qual a EJA passa a ser considerada uma modalidade de Educação Básica nas etapas do Ensino Fundamental e Médio com especialidades próprias. Mas de acordo com [Frigotto e Ciavatta \(2002\)](#) esta LDB reservou um tratamento insuficiente para essa modalidade de ensino e seguindo os padrões de políticas públicas com relação custo x benefício, uma vez que os adultos com pouca escolarização não tinham significado para o mercado, constituindo-se mesmo em mão de obra não especializada de reserva.

Apenas nos anos de 2005/2006 a EJA toma novas feições no Brasil, a partir da publicação de dois decretos, o nº 5.478, de 24 de junho de 2005, substituído pelo nº 5.840, de 13 de julho de 2006, considerados como decretos PROEJA (Programa Nacional de Integração da Educação Profissional com a Educação Básica na Modalidade de Educação de Jovens e Adultos). O segundo decreto, definitivo, inova o decreto original uma vez que são introduzidas diretrizes ampliando a oferta do PROEJA para o público do ensino fundamental da EJA.

Neste contexto, o IF Fluminense - Campus Macaé oferece, já no ano letivo de 2006 dois cursos PROEJA: o de Caldeiraria integrado ao Ensino Médio, como qualificação profissional, e o Técnico de Turismo integrado ao Ensino Médio. E no ano letivo de 2011,

o curso Técnico em Eletrotécnica Integrado ao Ensino Médio passa a ser oferecido pela Instituição exclusivamente na modalidade PROEJA, uma vez que os cursos anteriormente citados (Caldeiraria e Turismo) haviam sido descontinuados.

Capítulo 2

Conceitos de Matemática Financeira

A Matemática Financeira é um tópico por muitas vezes contemplado no cotidiano. Podemos citar o seu uso em compras (alimentação e vestuário), em pagamentos (água, luz, telefone e prestações) e aplicações (poupança). Conhecer essa teoria e incorporá-la a sua vida é parte significativa da educação matemática do cidadão, de modo que este possa fazer a escolha certa a questões simples do seu dia a dia, como:

- Comprar à vista ou a prazo; a prazo com “entrada” ou “sem entrada”, qual é a melhor escolha?
- É possível saber se há juros “embutidos” nas compras a prazo e qual é esse valor?
- Situações de oferta como: “pague 2 e leve 3” que em alguns casos é feito para aqueles produtos que estão com os prazos de validade próximos do vencimento ou para os produtos com pouca saída.

Falar em Matemática Financeira é também falar nos cartões de crédito, que são obtidos com muita facilidade e quantos desejar. Apenas com uma ligação gratuita, “um 0800”, consegue-se o cartão, enviado às residências por correspondência. Além disso, são também oferecidos por grandes lojas. Um cartão, que para muitos, traz falsa sensação de riqueza, pode provocar endividamento e inadimplência.

Endividar-se nem sempre é sinônimo de estar com a situação financeira instável. Porém, na compra de um bem dividido em 10 vezes no cartão de crédito é assumida uma dívida que deverá ser paga. No momento em que não se consegue mais pagar entra-se na inadimplência que é característica de uma situação financeira comprometida.

2.1 Alguns Conceitos Básicos

Nesta seção é apresentado alguns conceitos da Matemática Financeira necessários nas atividades de sala de aula e no dia a dia dos alunos.

A razão, que vem do latim ratio e significa divisão, é o quociente entre dois valores: a e b , com b diferente de zero. Geralmente é representado por $a : b$ ou $\frac{a}{b}$ e indica quantas vezes o numerador a contém o denominador b . É um comparativo entre duas quantidades e um dos conceitos mais utilizados em nosso dia a dia. (IEZZI; HAZZAN; DEGENSZAJN, 2009)

2.1.1 Porcentagem

A palavra porcentagem vem do latim per centum, que significa por um cento ou um em cem e foi empregado pela primeira vez no ano de 1685, em um guia francês para comerciantes e posteriormente seria representado com o símbolo percentual $\%$. (SMOLE; DINIZ, 2013, p. 12)

Diremos que $a\%$ representa a elementos de um conjunto de 100. Isto é, $a\%$ é uma razão com denominador 100. Essas razões são chamadas de frações centesimais, que em geral expressa taxas de juros, acréscimos e reduções. (BELO, 2008)

Assim, quando se lê um anúncio divulgando uma promoção de $a\%$ sobre um determinado produto de preço x , significa que: para cada 100 reais, há um desconto de a reais. Isto é, para cada real, temos um desconto de $\frac{a}{100}$. Conseqüentemente, o valor com desconto será:

$$x - a\% x = x \left(1 - \frac{a}{100} \right)$$

Analogamente, em aumentos é costumeiro multiplicar o valor da mercadoria x pelo decimal percentual adicionado a 1. Logo, o aumento será:

$$x + a\% x = x \left(1 + \frac{a}{100} \right)$$

2.1.1.1 Aplicações de Razão e Porcentagem

Aplicação 1:

Um exemplo de razão é aquela praticada por muitos motoristas de veículos com motores bicombustível (flex), que podem ser abastecidos por gasolina, álcool ou ambos.

Neste caso é possível fazer a escolha do combustível, mas qual é a melhor escolha? Do ponto de vista financeiro, especialistas no assunto recomendam fazer uma comparação por meio de uma divisão entre o preço do litro do álcool e do litro da gasolina. O álcool se tornará vantajoso quando não superar a 70% do preço da gasolina.

Suponha que em um posto de combustível, o preço do litro da gasolina seja R\$ 2,12 e o preço do litro de álcool, R\$ 1,45. Na comparação com os preços, a razão é $\frac{1,45}{2,12} = 0,68$, que equivale a 68%. Logo, como o percentual encontrado é inferior a 70%, nesse posto é recomendado a utilização de álcool.

Outros exemplos do uso de razões está em renda per capita, PIB per capita e densidade demográfica.

Aplicação 2:

A academia de ginástica Saúde é Tudo anunciou um reajuste de 20% nas mensalidades a partir do próximo mês. Se a mensalidade neste mês é de R\$ 110,00, para quanto irá após o reajuste?

$$\text{Valor atual} = 110 \text{ reais.}$$

$$\text{Aumento} = 110 \times 0,2.$$

$$\text{Valor final} = 110 + 110 \times 0,2 = 110 \cdot (1 + 0,2) = 132 \text{ reais.}$$

$$\text{Ou simplesmente: } 110 \times 1,2 = 132 \text{ reais.}$$

Portanto, no caso de um aumento de 20%, o valor deve ser multiplicado por 1,2.

Aplicação 3:

Um pai matriculou seus dois filhos no curso de inglês Good que fica no bairro onde mora e, obteve um desconto de 20% na mensalidade do segundo filho - uma promoção do curso para matrícula de irmãos. O valor normal da mensalidade é de R\$ 220,00. Quanto pagará de mensalidade para seu segundo filho?

$$\text{Mensalidade normal} = 220 \text{ reais.}$$

$$\text{Desconto} = 220 \times 0,2.$$

$$\text{Mensalidade com desconto} = 220 - 220 \times 0,2 = 220 \cdot (1 - 0,2) = 176 \text{ reais.}$$

$$\text{Ou simplesmente: } 220 \times 0,8 = 176 \text{ reais.}$$

Assim, para um desconto de 20%, o valor do produto é multiplicado pelo decimal percentual subtraído de 1. Então, num desconto de 20%, o valor deve ser multiplicado por 0,8.

2.1.2 Proporção

É a igualdade entre duas razões. Sendo $\frac{a}{b}$ e $\frac{c}{d}$ as razões, com b e d diferentes de zero, então

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$$

onde a e d são chamados de extremos e, b e c de meios (IEZZI; HAZZAN; DEGENS-ZAJN, 2009).

Da igualdade anterior dizemos que, em toda proporção, o produto dos meios é igual o produto dos extremos.

Por exemplo: suponha-se que uma pessoa seja consultada por um médico, que lhe prescreva um remédio que é encontrado tanto na forma de comprimidos como na forma de gotas. Ele receita um comprimido de 500 mg de 6 em 6 horas. O paciente somente encontra o tal remédio na forma de gotas cuja bula especifica que 55 gotas é igual a 1 comprimido de 750 mg. Nesse caso, será necessário que a quantidade prescrita seja calculada pelo paciente de modo que a prescrição médica seja seguida corretamente.

Cálculo da quantidade de gotas a ser administrada:

$$\frac{55 \text{ gotas}}{750 \text{ mg}} = \frac{x \text{ gotas}}{500 \text{ mg}}$$

$$\text{Logo, } x = \frac{55 \times 500}{750} = 36,6 \text{ gotas.}$$

2.1.3 Regra de Três

Método prático para resolver uma proporção, no qual existem três valores conhecidos e um a conhecer. Para achar o termo desconhecido podemos seguir os seguintes passos:

- **Passo 1:** Construir uma tabela arrumando as grandezas de mesma espécie em colunas e em mesma linha sua correspondente.
- **Passo 2:** Verificar se as grandezas são diretamente ou inversamente proporcionais.
- **Passo 3:** Arrumar a proporção e resolver a equação.

Por exemplo: se na compra de um carro à vista, um cliente recebe um desconto de 10%, correspondente a R\$ 3 800,00, qual é o preço inicial do carro?

Observa-se que, se o percentual aumenta, o valor em reais também aumenta; se o percentual dobra, o valor em reais dobra; se o percentual triplica, o valor em reais também triplica e assim por diante. As grandezas percentual e valor em reais são diretamente proporcionais.

Partindo dos dados conhecidos “taxa de porcentagem”, “valor em reais” e chamando de “x” o preço inicial desconhecido, tem-se a seguinte tabela:

10 %	3 800
100 %	x

Como há uma proporção entre as grandezas, 10% está para 3 800 e 100% está para “x”. Usando a regra de três, tem-se:

$$x = \frac{3\,800 \times 100}{10} = 38\,000 \text{ reais}$$

2.1.4 Juros

Os acréscimos sobre o “aluguel” do dinheiro, expresso em um percentual, na linguagem cotidiana é chamada de taxa de juros, que "está sempre relacionada a uma unidade de tempo (dia, mês, trimestre, semestre, ano, etc.)". (BELO, 2008, p. 20)

Numa aplicação financeira, uma poupança, por exemplo, o banco nos pagará juros sobre o capital. Numa compra parcelada no comércio, paga-se juros sobre o valor real da mercadoria.

Cobrar juros não é uma prática recente, sua origem remonta a tempos antigos. A origem da palavra "interest" (do inglês, "juro") está relacionada com a política da Igreja, que proibia a usura no pagamento do uso da moeda. (SMOLE; DINIZ, 2013)

Existem dois tipos de juros: juros simples e juros compostos.

2.1.4.1 Juros Simples:

É calculado apenas sobre o valor inicial, de modo que, os juros gerados não incidirão novos juros a cada período, eles são fixos. Pouco usado, pode-se dizer que o juro simples é o juro de pai para filho. (IEZZI et al., 2011)

Assim, um capital ou valor principal P , empregado durante n períodos, à taxa i , produz juros J dados por:

$$J = P.i.n$$

Ao final do primeiro período ($n = 1$), os juros são somados ao valor principal gerando um primeiro montante (M_1).

$$\begin{aligned} M_1 &= P + J \\ &= P + P.i \\ &= P(1 + i) \end{aligned}$$

Ao final do segundo período ($n = 2$), os juros são incididos somente ao valor principal e somados ao primeiro montante gerando um segundo montante (M_2).

$$\begin{aligned} M_2 &= P + P.i + P.i = P + 2.P.i \\ &= P(1 + 2.i) \end{aligned}$$

Ao final do terceiro período ($n = 3$), mais uma vez os juros são incididos apenas ao valor principal gerando um terceiro montante (M_3) e assim sucessivamente.

$$\begin{aligned} M_3 &= P + P.i + P.i + P.i = P + 3.P.i \\ &= P(1 + 3.i) \end{aligned}$$

Logo, para n períodos temos:

$$M_n = P(1 + n.i) \quad (2.1)$$

Assim, o crescimento do capital principal nos juros simples é linear, onde o juro é diretamente proporcional ao tempo decorrido.

Por exemplo, um apartamento é comprado por R\$ 280 000,00 que vão ser pagos da seguinte forma: R\$ 50 000,00 de entrada; R\$ 130 000,00 no prazo de 1 ano; R\$ 100 000,00 no prazo de 2 anos, sendo a taxa de juros de 12% ao ano. Quanto se pagará de juros?

Para a primeira parcela de R\$ 130 000,00, a ser paga em um ano, incidirão juros de 12%, assim:

$$0,12 \times 130\,000 = 15\,600,00$$

. Para a segunda parcela de R\$ 100 000,00 a ser paga dois anos, tem-se de juros:

$$2 \times 0,12 \times R\$ 100\,000,00 = 24\,000,00$$

. Dessa forma, serão pagos, apenas com juros pelo financiamento do apartamento,

$$15\,600 + 24\,000 = R\$ 39\,600,00$$

2.1.4.2 Juros Compostos:

É o mais usado no cotidiano das pessoas, pois oferece uma melhor remuneração se comparado aos juros simples. Nos Juros Compostos, a cada período os juros gerados são incorporados ao valor principal para o cálculo dos juros do período seguinte. (IEZZI et al., 2011)

De modo geral, um capital ou valor principal P , a juros compostos, aplicado a uma taxa fixa i , durante n períodos produz:

Ao final do primeiro período ($n = 1$), os juros incidentes são incorporados ao valor principal, gerando um primeiro montante (M_1).

$$\begin{aligned} M_1 &= P + J \\ &= P + P.i \\ &= P.(1 + i) \end{aligned}$$

Ao final do segundo período ($n = 2$), os juros são tomados em cima do primeiro montante, gerando um segundo montante (M_2) e assim por diante.

$$\begin{aligned} M_2 &= M_1 + J \\ &= P.(1 + i) + P.(1 + i)i \\ &= P.(1 + i).(1 + i) \\ &= P.(1 + i)^2 \end{aligned}$$

Assim, para n períodos tem-se:

$$\begin{aligned} M_n &= P.(1 + i).(1 + i)...(1 + i) \\ &= P.(1 + i)^n \end{aligned} \tag{2.2}$$

Exemplo: Um investidor aplicou em um fundo de investimento R\$ 10 000,00, que lhe garante um rendimento de 2% ao mês se deixado no mínimo 3 meses. Quanto esse investidor terá após os 3 meses da aplicação.

$$\begin{aligned} M_3 &= 10\,000.(1 + 0,02)^3 \\ &= 10\,000 \times 1,061208 = 10\,612,08 \end{aligned}$$

Logo, o montante acumulado após 3 meses de aplicação é R\$ 10 612,08

Pode-se ilustrar graficamente o montante obtido em cada uma das duas modalidades de juros da seguinte maneira:

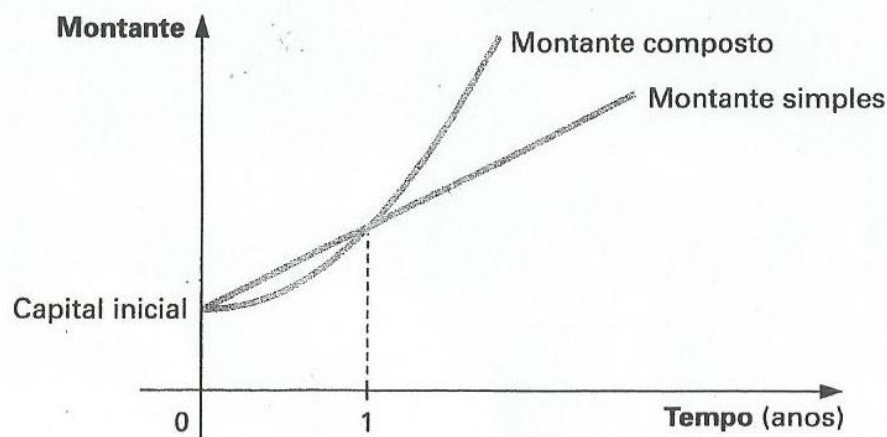


Figura 1 – Diferença do comportamento entre juros simples e compostos em relação ao período de tempo em anos.

fonte: [Smole e Diniz \(2013\)](#)

Pelo gráfico, verifica-se:

- **Para $n < 1$** , o montante simples é maior que o montante composto.
- **Para $n = 1$** , os montantes simples e composto se igualam.
- **Para $n > 1$** , o montante composto supera o montante simples

O montante no regime de capitalização dos juros simples cresce numa progressão aritmética de razão $i.C$ (crescimento linear) e no regime de capitalização dos juros compostos cresce numa progressão geométrica de razão $(1 + i)$ (crescimento exponencial).

2.1.5 Rendas Certas

Pode-se substituir o termo rendas certas, por rendas futuras. Um exemplo é a complementação de aposentadorias. Trata-se de um sistema de capitalização no qual, um poupador investe, por meio de depósitos mensais, um capital numa determinada aplicação financeira. Os capitais depositados se somam e incidem sobre o montante acumulado, juros, numa capitalização de juros compostos. Após esse período, de depósitos mensais, ele deixa de fazê-los e começa a receber os frutos desse investimento, em partes mensais, por um período de tempo futuro. ([IEZZI; HAZZAN; DEGENSZAJN, 2009](#))

Para calcular o valor dessa renda futura, o primeiro passo é calcular o montante acumulado durante o período de depósitos, supondo a uma taxa fixa de juros (i). O montante acumulado em n meses é a soma dos depósitos com seus rendimentos sucessivos.

Considera-se que o investidor começará a receber um mês após o último depósito.

Para o último depósito (D_1):

$$D_1 = C + C.i = C.(1 + i)$$

Para o penúltimo depósito (D_2):

$$D_2 = C.(1 + i)^2$$

Para o antepenúltimo depósito (D_3):

$$D_3 = C.(1 + i)^3$$

E assim por diante, até o primeiro depósito (D_n):

$$D_n = C.(1 + i)^n$$

Dessa forma, o investimento mensal de um capital C , em um período de n meses, a uma taxa fixa i de juros, produz um montante M , tal que:

$$\begin{aligned} M &= D_1 + D_2 + D_3 + \dots + D_n \\ &= C.(1 + i) + C.(1 + i)^2 + C.(1 + i)^3 + \dots + C.(1 + i)^n \end{aligned}$$

que é uma soma finita em uma progressão geométrica (PG) de razão $(1 + i)$, assim:

$$\begin{aligned} M &= C ((1 + i) + (1 + i)^2 + (1 + i)^3 + \dots + (1 + i)^n) \\ &= C (1 + i) \left(\frac{(1 + i)^n - 1}{(1 + i) - 1} \right) \\ &= C (1 + i) \left(\frac{(1 + i)^n - 1}{i} \right) \end{aligned}$$

Desse valor, o poupador começará fazer retiradas mensais fixas de R reais, durante t meses, até que se esgotem o saldo acumulado. Não se pode esquecer que, do valor restante a cada retirada, também incidirão juros mensais.

Trazendo para época 0 (mês que inicia as retiradas):

$$\begin{aligned} M &= R + \frac{R}{(1 + i)} + \frac{R}{(1 + i)^2} + \dots + \frac{R}{(1 + i)^{t-1}} \\ &= R \left(1 + \frac{1}{(1 + i)} + \frac{1}{(1 + i)^2} + \dots + \frac{1}{(1 + i)^{t-1}} \right) \\ &= R \left(\frac{\left(\frac{1}{1 + i} \right)^t - 1}{\frac{1}{1 + i} - 1} \right) \\ &= R \left(\frac{(1 + i)^t - 1}{i (1 + i)^{t-1}} \right). \end{aligned} \tag{2.3}$$

Como os depósitos acumulados são iguais ao total de retiradas, trazidas para a época 0, temos:

$$C (1 + i) \left(\frac{(1 + i)^n - 1}{i} \right) = R \left(\frac{(1 + i)^t - 1}{i \cdot (1 + i)^{t-1}} \right) \quad (2.4)$$

onde:

C = capital depositado mensalmente;

R = renda futura mensal;

i = taxa de juros;

n = quantidade de depósitos em meses;

t = quantidade de rendas mensais futuras.

Por exemplo, suponhamos que um aplicador, com 40 anos de idade, disponha de R\$ 500,00 para aplicação mensal em uma caderneta de poupança com uma taxa de 0,5% de juros ao mês. Este aplicador pretende investir durante 20 anos e após esse período quer receber uma renda, como forma de complementação de sua aposentadoria. Seus planos é receber até completar 80 anos. A dúvida do aplicador é: qual é a quantia que receberá mensalmente após 20 anos de investimentos?

A renda R que esta aplicação produzirá será encontrada usando a identidade (2.4), para uma aplicação $C = R\$ 500,00$ investido mensalmente a uma taxa $i = 0,005$ em $n = 240$ meses, durante $t = 240$ meses.

$$500 \cdot (1 + 0,005) \left(\frac{(1 + 0,005)^{240} - 1}{0,005} \right) = R \left(\frac{(1 + 0,005)^{240} - 1}{0,005 \cdot (1 + 0,005)^{240-1}} \right)$$

$$500 \cdot (1,005) = R \frac{1}{(1,005)^{239}}$$

$$R = 500 \times 1,005 \times (1,005)^{239}$$

Portanto, $R = R\$ 1\,655,10$ (é o valor que o aplicador em questão receberá mensalmente).

2.1.6 Sistemas de Amortização

A amortização é o processo de redução de uma dívida por meio de pagamento periódicos conforme modelo escolhido. Em todo financiamento, as parcelas tem duas componentes, uma componente que é o valor da amortização do financiamento, e a outra componente que é o juro da dívida.

Os sistemas de amortização mais usados são o SAC (Sistema de Amortização Constante) e SFA (Sistema Francês de Amortização). (BELO, 2008)

Em alguns casos o aluno, consumidor, poderá escolher o sistema mais adequado a sua compra, mas se não for possível, poderá estar ciente do financiamento que está assinando.

2.1.6.1 Sistema de Amortização Constante (SAC)

Sua característica é que a amortização da dívida vai ser igual em todos os períodos, o que altera são os juros, conseqüentemente as parcelas mensais são decrescentes.

Por exemplo: numa dívida de R\$ 50 000,00 a uma taxa de juros de 5% ao mês a ser paga em 4 parcelas, temos:

Mês 1:

- Amortização de 12 500,00 ($50\,000 : 4$)
- Juros de 2 500,00 (5% de 50 000)
- Prestação de 15 000,00 (amortização + juros)
- Dívida de 37 500,00 ($50\,000 - 12\,500$)

Mês 2:

- Amortização de 12 500,00 ($50\,000 : 4$)
- Juros de 1 875,00 (5% de 37 500)
- Prestação de 14 375,00 (amortização + juros)
- Dívida de 25 000,00 ($37\,500 - 12\,500$)

Mês 3:

- Amortização de 12 500,00 ($50\,000 : 4$)
- Juros de 1 250,00 (5% de 25 000)
- Prestação de 13 750,00 (amortização + juros)
- Dívida de 12 500,00 ($25\,000 - 12\,500$)

Mês 4:

- Amortização de 12 500,00 (50 000 : 4)
- Juros de 625,00 (5% de 12 500)
- Prestação de 13 125,00 (amortização + juros)
- Dívida de 0,00 (12 500 – 12 500)

2.1.6.2 Sistema Francês de Amortização (SFA)

Também conhecido como Sistema Price de Amortização. É o mais comum dos sistemas de amortização, em que as parcelas do financiamento são todas iguais, variando a amortização. Na primeira parcela é concentrada a maior parte dos juros e a amortização é pequena.

Como a dívida vai sendo amortizada em n parcelas iguais, temos que:

$$D = \frac{P}{(1+i)} + \frac{P}{(1+i)^2} + \dots + \frac{P}{(1+i)^n}$$

Assim, cada parcela será calculada da seguinte forma:

$$P = D \cdot \frac{i(1+i)^n}{(1+i)^n - 1}$$

sendo:

P = valor das parcelas;

D = dívida;

i = taxa percentual de juros;

n = número de prestações.

Na mesma dívida de R\$ 50 000,00, a mesma taxa de juros, 5% ao mês, a ser paga em 4 parcelas, tem-se:

$$P = 50\,000 \frac{0,005(1+0,005)^n}{(1+0,005)^4 - 1} \longrightarrow P = 14\,100,59$$

Mês 1:

- Amortização de 11 600,59 (prestação - juros)
- Juros de 2 500,00 (5% de 50 000)
- Prestação de 14 100,59 (amortização + juros)
- Dívida de 38 399,41 (50 000,00 – 11 600,59)

Mês 2:

- Amortização de 12 180,62 (prestação - juros)
- Juros de 1 919,97 (5% de 38 399,41)
- Prestação de 14 100,59 (amortização + juros)
- Dívida de 26 218,79 (38 399,41 – 12 180,62)

Mês 3:

- Amortização de 12 789,66 (prestação - juros)
- Juros de 1 919,97 (5% de 26 218,79)
- Prestação de 14 100,59 (amortização + juros)
- Dívida de 13 429,13 (26 218,79 – 12 789,66)

Mês 4:

- Amortização de 13 429,13 (prestação - juros)
- Juros de 671,46 (5% de 13 429,13)
- Prestação de 14 100,59 (amortização + juros)
- Dívida de 0,00 (13 429,13 – 13 429,13)

2.1.6.3 SAC x SFA

No SAC, o consumidor paga menos juros, já que os juros são pagos sobre o saldo devedor e a amortização é mais rápida. Ideal para pessoas que podem pagar mais nas primeiras parcelas e querem diminuir o valor das parcelas com o tempo. Já no SFA ou Tabela Price é ideal para aqueles que aguardam por um aumento salarial, já que as parcelas são fixas, sendo assim comprometerá, no futuro em um percentual menor no seu orçamento.

Capítulo 3

Atividades em Sala de Aula

O presente capítulo tem como objetivo principal apresentar diversas atividades sobre Matemática Financeira, previamente realizadas com alunos do Instituto Federal Fluminense - Campus Macaé, turma da 1ª série do PROEJA, durante os meses de outubro e novembro de 2013, num total de 16 aulas.

Das atividades participaram regularmente apenas 50% dos alunos matriculados, os outros 50% compareciam de vez em quando e a maioria já não frequentava as aulas. Este elevado percentual de evasão escolar sinaliza para a necessidade dos alunos serem diariamente motivados e estimulados a vencerem desafios que os acompanham cotidianamente: o cansaço; o horário de trabalho que, por muitas vezes, avança sobre o horário escolar; as distâncias entre a residência, o trabalho e a escola; problemas com a saúde familiar e tantos outros.

Outro problema nos alunos da pesquisa é a expectativa imediatista na procura de um aprendizado rápido e prático. A maioria acredita que a construção do conhecimento é “coisa de criança” e anseiam por conteúdos que possam ser usados já, em seu dia a dia, em casa e/ou no trabalho.

Assim, logo nos primeiros encontros, observando a heterogeneidade da turma, foi aplicado um questionário para traçar o perfil desse grupo em que se estava trabalhando, na tentativa de entender suas dificuldades e apontar possíveis soluções. Esse questionário forneceu conhecimentos básicos como: faixa etária do grupo, estrutura familiar e socioeconômica na qual estava inserido, além da escolaridade média dos pais.

3.1 Perfil da Turma

Estavam matriculados na turma 40 alunos, mas somente 20 responderam ao questionário, os mais assíduos. Após a tabulação e análise dos dados, foi observado que a idade

dos estudantes variava de 19 a 53 anos, conforme a tabela 1.

Tabela 1 – Distribuição dos alunos por classes de idades.

Classe de idades	Quantidade	Percentual
Igual ou menor que 18 anos	0	0
19 - 25	7	35,0
26 - 32	8	40,0
33 - 39	1	5,0
40 - 46	1	5,0
47 - 53	3	15,0

A tabela acima apresenta uma população de 75% na faixa etária de 19 a 32 anos que busca educação profissional, com grande expectativa quanto à melhoria da qualidade de vida em seus aspectos financeiros e sociais.

No entanto, a pesquisa apresenta dados preocupantes porque percebe-se que dos 20 alunos, metade declarou que tem mais de duas prestações mensais. E ainda, 90% daqueles que fazem mais de duas prestações ganham menos de dois salários mínimos. Ao todo, 75% ganham menos de 2 salários mínimos, assim sendo, uma grande parte dos alunos está endividada e tem a renda familiar comprometida (ver tabelas).

Tabela 2 – Distribuição dos alunos por número de prestações.

Número de prestações	Quantidade	Percentual
0	5	25,0
1	2	10,0
2	3	15,0
Mais de 2	10	50,0

Tabela 3 – Distribuição dos alunos por renda familiar, com referência ao salário mínimo.

Renda familiar	Quantidade	Percentual
Até 1	4	20,0
Entre 1 e 2	11	55,0
Entre 2 e 3	4	20,0
Mais de 3	1	5,0

Constatou-se que apenas 25% dos alunos residem em imóvel próprio e todos já estão inseridos no mercado de trabalho, exercendo alguma atividade remunerada, sendo um em casa de família, outros autônomos e a maioria trabalha em empresas particulares da região, conforme tabelas:

Tabela 4 – Distribuição dos alunos por categoria de moradia.

Reside	Quantidade	Percentual
Casa própria	5	25,0
Casa de parentes	4	20,0
Aluguel	11	55,0

Tabela 5 – Distribuição dos alunos por categoria de trabalho.

Trabalha	Quantidade	Percentual
Casa de família	1	5,0
Autônomo	6	30,0
Empresa privada	13	65,0
Instituição Pública	0	0,0

A pesquisa também apontou que 65% são solteiros e 35% são casados; 65% não têm filhos; 60% não têm veículos; 75% fizeram o Ensino Fundamental Regular, enquanto 25% o concluíram no Ensino Supletivo.

Além disso, 90% deles vão direto do trabalho para a escola, a metade dos estudantes leva mais de 30 minutos para chegar, e um quarto mais de uma hora. Na pesquisa detectou-se que 85% dos alunos utilizam o ônibus, o que também causa impacto em seu desempenho acadêmico devido aos constantes atrasos às aulas e à perda dos conteúdos didático-pedagógicos comprometendo a aprendizagem e a motivação para continuar os estudos. Esse dado sinaliza a ineficiência da política pública de mobilidade urbana na cidade e no país.

Esses alunos, apesar do baixo nível socioeconômico, têm uma vida simples; 95% utilizam a internet e estão estudando para melhorar a situação profissional com a finalidade de competir no mercado de trabalho em igualdade de condições. A escola fica numa cidade que emprega mão de obra qualificada, com muitas empresas ligadas à área do petróleo. A pesquisa ainda mostrou que seus pais têm um bom grau de instrução, como mostra a tabela 6.

Tabela 6 – Grau de instrução dos pais dos alunos.

Grau de instrução dos pais	Quantidade	Percentual
Analfabeto	2	5,0
Fundamental Incompleto	8	20,0
Fundamental Completo	13	32,5
Ensino Médio	17	42,5
Ensino Superior	0	0,0

Com insucesso em sua trajetória escolar, associada à falta de estudos e/ou à precariedade da Educação Básica, fica clara a necessidade de uma qualificação profissional, independente da idade e da função do aluno trabalhador. Dessa forma, enxergam no retorno aos estudos uma oportunidade para evoluir profissionalmente e melhorar sua renda familiar.

De acordo com o perfil traçado, percebeu-se a falta de conhecimentos para a utilização dos conceitos matemáticos comprometendo a capacidade do aluno de realizar cálculos necessários em seu dia a dia.

Atualmente, pode-se observar que a extensão dos programas e a falta de diálogo com a realidade vivenciada vêm fazendo com que a educação tradicional perca força e viço aos olhos dos alunos da EJA. Assim sendo, é proposto algumas atividades que leve em conta seus conhecimentos de vida e problematizem os acontecimentos mais próximos da sua realidade, com tarefas que possam ser resolvidas através de um raciocínio lógico e com o uso do bom senso. Em todas as atividades os alunos são orientados a refletirem sobre o problema, para depois efetuarem os cálculos.

3.2 Atividade 1 - Conceituação

Esta atividade tem por objetivo discutir os conceitos de Matemática Financeira apresentados no capítulo anterior. Antes de iniciar a atividade, foi realizada uma conversa sobre a história do dinheiro. Em geral, os alunos não tiveram muita dificuldade para responder, abaixo o registro de algumas das respostas a seguinte questão:

Matemática Financeira é um tópico da Matemática que aplica seus conceitos no estudo da variação do dinheiro ao longo do tempo. Agora usando seus conhecimentos da escola e da vida, defina:

Capital

É o dinheiro que você tem em mãos.

Juros

É o que eu pago a mais em determinado produto quando eu compro a prazo ou após o vencimento.

Rendimento

Rendimento é um determinado valor conquistado como lucro de alguma coisa.

Creditário

É um empréstimo, quando você compra e paga depois.

Crédito

Crédito é uma forma de confiança baseada em um interesse

Desconto

É redução do preço oferecido

Figura 2 – Resolução da atividade 1 pelos alunos.

Após a realização da atividade 1, foi aberto um debate, em que se fez uma reflexão a cada uma das respostas dos alunos. Em seguida, entrou-se em acordo que:

- Capital são todos os bens materiais que possuímos. O dinheiro, que também faz parte de nosso capital, é um meio usado na aquisição de bens.
- Juros é uma remuneração cobrada pelo “aluguel” do dinheiro. Não é só o que pagamos a mais, numa compra a prazo ou após o vencimento, é também o que recebemos em uma aplicação financeira.
- Rendimento pode ser lucro, salário ou renda e produtividade.
- Crediário é uma forma parcelada de pagamento, onde adquirimos o produto e pagamos em parcelas com juros ou não, acrescentado ao valor total da compra.
- Crédito é uma forma de confiança, no caso da Matemática Financeira é a cessão de uma mercadoria para pagamento futuro.
- Desconto é um abatimento, uma redução no preço oferecido.

3.3 Atividade 2 - Razão e Proporção

O objetivo desta atividade é trabalhar o conceito de razão. Foi proposto o seguinte problema:

Nos supermercados é vendido açúcar em sacos de 2 kg ao preço de R\$ 3,60 e em sacos de 5 kg no preço de R\$ 8,45. Qual é a melhor escolha? Como saber qual é financeiramente a melhor compra, uma vez que não compram apenas um saco, compram vários sacos de açúcar por mês.

Um fato curioso nesta atividade é que as alunas preferiram comprar, por comodidade, o saco de 2 kg, pois em casa, o recipiente em que se coloca o açúcar depois de aberto cabem apenas 2 kg. Já os alunos preferiram comprar o saco de 5 kg, para diminuir o número de idas ao supermercado.

O primeiro passo foi usar o conceito de razão (que neste caso representa o quilo de açúcar) e fazer com que percebam que a primeira razão não é igual a segunda, pois:

$$\frac{8,45}{5} = R\$ 1,69 \text{ o quilo de açúcar}$$

$$\frac{3,60}{2} = R\$ 1,80 \text{ o quilo de açúcar.}$$

O segundo passo, foi concluir que as razões não são proporcionais, porém como 1,69 é menor que 1,80, a compra do saco de 5 kg de açúcar é mais rentável, uma vez que vai pagar menos por quilograma de açúcar.

Os alunos não se sentiram confortáveis em fazer as divisões sugeridas, em particular a divisão por 5; dessa forma, foi sugerido um modo prático de calcular e comparar os preços.

1. Encontra-se o preço de 10 kg de açúcar multiplicando por 2 o preço de 5 kg de açúcar, isto é: $8,45 \times 2 = 16,90$.
2. Sabendo o preço de 10 kg, basta dividir por 10 para saber o preço de 1 kg de açúcar, assim $16,90 \div 10 = 1,69$ o quilo de açúcar no saco de 5 kg.
3. Analogamente, encontra-se que o quilo de açúcar no saco de 2 kg, fazendo apenas a divisão por 2, isto é: $3,60 \div 2 = 1,80$ o quilo de açúcar no saco de 2 kg.

3.3.1 Atividade 3 – Regra de Três Simples

O objetivo agora é usar a regra de três para resolver o mesmo problema proposto na Atividade 2. Iniciaremos lembrando que a regra de três aplica-se numa proporção no qual existem três elementos conhecidos e um a conhecer. Logo, escrevendo os dados do problema temos:

5 kg de açúcar R\$ 8,45

2 kg de açúcar x

Qual é o valor de x ? Ou em outras palavras, qual é o valor de 2 kg de açúcar no saco de 5 kg?

$$\frac{5}{2} = \frac{8,45}{x} \longrightarrow 5 \cdot x = 16,90$$

Portanto $x = R\$ 3,38$

Sendo assim, comprar o saco de 5 kg de açúcar é mais vantajoso economicamente.

Os alunos encontraram muitas dificuldades em entender esse método. Foi uma recusa em querer aprender, mais pelo “medo” de ter que trabalhar com equações. Após várias explicações e trabalhando com a regra de três em outros exercícios, perceberam que é fácil e prático.

3.3.2 Atividade 4 - Porcentagem

Já motivados com os temas abordados, o aluno A chegou com uma dificuldade e expôs na aula.

"Moro de aluguel e como foi combinado com o proprietário do imóvel, haverá um reajuste anual, de acordo com o reajuste dado ao salário mínimo. Se em 2013 o salário mínimo é R\$ 678,00 e em 2014 irá para R\$ 724,00 e atualmente pago R\$ 570,00 de aluguel, qual será o valor do novo aluguel?"

Primeiro, foi calculado o reajuste do salário mínimo. Neste caso, viu-se que ele será de:

$$724,00 - 678,00 = 46,00$$

A seguir foi perguntado, o que representa R\$ 46,00 em relação a R\$ 678,00? Para responder a questão foi usada a regra de três:

$$\begin{array}{ll} 678 & \dots\dots\dots 100\% \\ 46 & \dots\dots\dots x\% \end{array}$$

Resolvendo, foi obtido que:

$$\frac{678}{46} = \frac{100}{x} \longrightarrow 678 \cdot x = 46 \times 100$$

Portanto, $x = 6,7\%$

Agora, com o valor do reajuste salarial em termos de porcentagem, o passo seguinte será achar o reajuste do aluguel. Para isso, usa-se a regra de três novamente:

$$\begin{array}{ll} 570,00 & \dots\dots\dots 100\% \\ x & \dots\dots\dots 6,7\% \end{array}$$

Resolvendo, temos que:

$$\frac{570}{x} = \frac{100}{6,7} \longrightarrow 100 \cdot x = 570 \times 6,7$$

Portanto, $x = 38,19$.

Conseqüentemente, o aluguel será de $570,00 + 38,19 = R\$ 608,19$.



Figura 3 – Aluno trabalhando sozinho.

Satisfeitos com a atividade, começaram calcular o aumento percentual da passagem dos ônibus, do salgado e sanduíche da escola. Novas problematizações surgiram e fui organizando os alunos em duplas para troca de conhecimentos e fortalecimento das relações interpessoais, considerando que muito deles não têm o hábito de fazer trabalhos em grupo.



Figura 4 – Alunos trabalhando em dupla.

Durante a atividade, um aluno perguntou se poderia usar a calculadora e certamente foi liberado, desde que registrem os cálculos. Com o auxílio da calculadora foi verificado que ao fazer o produto de 570,00 por 1,067 (100% + 6,7%) tem-se a resposta do problema, já adicionando o aumento de 6,7% ao antigo preço.

Um detalhe que chamou atenção foi ver poucas calculadoras em cima das mesas e muitos celulares, e constatou-se que mesmo sendo um Instituto de Educação Tecnológica, apenas quatro alunos tinham calculadoras e somente dois deles, os mais velhos, não possuíam celulares.



Figura 5 – Aluna com seu celular.



Figura 6 – Sala de aula.

3.3.3 Atividade 5 – Juros Simples

Outra questão levantada, agora pelo aluno B, e deixada para pensarem em casa, foi a seguinte:

"Uma bicicleta custa R\$ 550,00 à vista ou R\$ 600,00 em duas parcelas de R\$ 300,00 com entrada. Na escolha a prazo, quanto estaremos pagando de juros?"

Embora muitos alunos tenham trazido a atividade resolvida, na aula seguinte, fato raro, pois eles não têm o hábito de estudar em casa, principalmente por trabalharem o dia inteiro e muitos virem direto do trabalho para a escola, apenas um deles a concluiu corretamente. Este aluno é construtor e já faz alguns cálculos em seu trabalho.

Para esclarecer melhor a atividade usei a lousa mostrando o sistema de setas. Todos se interessaram bastante.

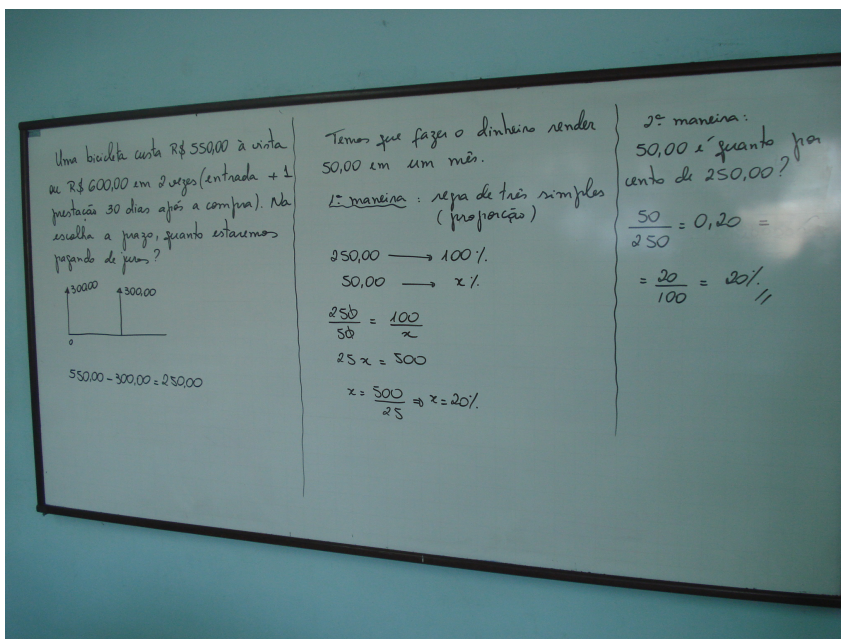


Figura 7 – Aula de Juros Simples.

Primeiro, foi feito perceberem que se têm os R\$ 550,00 para pagar a bicicleta de uma só vez, e escolhem pagar em 2 prestações de R\$ 300,00, estão deixando uma diferença de R\$ 250,00 (550,00 – 300,00) para ser pago no próximo mês. Em outras palavras, deverão fazer com que o dinheiro da diferença renda R\$ 50,00 em um mês. É o juros que estarão pagando.

1ª maneira: usando a regra de três simples ou proporção.

$$250,00 \dots\dots\dots 100\%$$

$$50,00 \dots\dots\dots x\%$$

$$\frac{250}{50} = \frac{100}{x} \quad \rightarrow \quad x = \frac{50 \times 100}{250}$$

Portanto, $x = 20\%$.

2ª maneira: Usando razão, a pergunta é: 50 é quanto por cento de 250?

$$\frac{50}{250} = \frac{1}{5} = 0,2 = 0,20 = \frac{20}{100} = 20\%$$

Os alunos lembraram da Atividade 4, quando fizeram o percentual de aumento do aluguel do colega.

3.3.4 Atividade 6 – Juros Compostos

Numa loja, um sofá custa R\$ 3 000,00, que pode ser pago em 2 vezes sem juros e sem entrada, ou seja, 2 de R\$ 1 500,00. À vista, a loja oferece um desconto de 5%, pagando assim, R\$ 2 850,00.

Partindo do fato que nenhuma loja poderia deixar de lucrar nas vendas, chega-se a conclusão que na realidade, o valor do sofá não é R\$ 3 000,00, e sim R\$ 2 850,00. Logo, os R\$ 150,00 restantes, são juros cobrados pela loja no parcelamento. De quanto são esses juros?

Handwritten student work on lined paper showing calculations for interest. The student starts with "150 reais -> 5% de 3000", then "2 Meses = 5%", "1 Mês = 2,5%", and finally "Juros de 2,5% ao mês".

Figura 8 – Resolução da atividade 6 pelo aluno X.

O aluno X foi precipitado em sua resposta. Não observou a existência de juros acumulados, mas para convencê-lo do erro partiu-se da hipótese em que sua resposta estaria certa.

Supondo que se tenha 2 850,00 no ato da compra, mas não se deseja pagar à vista, preferindo financiar o pagamento em duas vezes de 1 500,00, sem entrada, aplica-se o valor da mercadoria à vista numa aplicação financeira que oferece 2,5% ao mês, a fim de que com o rendimento consiga pagar as parcelas sem a necessidade de complementação. Então assim o faz.

Ao final do primeiro mês gera-se um montante de 2 921,25 ($2\ 850 + 2,5\%$ de 2 850).

Tira-se 1 500 do montante para pagamento da primeira prestação, restando 1 421,25 ($2\ 921,25 - 1\ 500,00$).

Ao final do segundo mês, esta sobra gera um montante de 1 456,78 que não dá para pagar a segunda prestação que é de 1 500,00.

Dessa forma conclui-se que os juros do financiamento é maior que 2,5%.

Fazendo estudo de caso.

1º **Caso:** Se o pagamento for parcelado com entrada de R\$ 1 500,00, o juro é do tipo simples, uma vez que o juro é sobre a parcela restante que é R\$ 1 500,00. Assim, calculando temos:

$$\begin{array}{ll} 1\,500,00 & \dots\dots\dots 100\% \\ 150,00 & \dots\dots\dots x\% \end{array}$$

Logo, $\frac{1\,500}{150} = \frac{100}{x}$.

E, conseqüentemente $x = \frac{150 \times 100}{1\,500} = 10\%$

Dessa forma, a loja cobra 10% de juros na compra parcelada com entrada.

2º **Caso:** Se for sem entrada, os juros não serão mais simples, e sim compostos, pois serão adicionados a dívida os juros do 1º mês e sobre esta soma, os juros do mês seguinte.

Uma boa opção para calcular os juros é fazer a estimativa do prazo médio e então, calcular os juros por aproximação.

Se o primeiro pagamento é feito após um mês e o último após dois meses, o prazo médio é de $\frac{1+2}{2} = 1,5$ mês. Calculando os juros, temos:

$$\begin{array}{ll} 2\,850 & \dots\dots\dots 100\% \\ \frac{150}{1,5} & \dots\dots\dots i\% \end{array}$$

Logo, $i = \frac{100 \times 100}{2\,850} = 3,5\%$ ao mês.

Entendendo a necessidade imediata do conhecimento, pois são alunos que já se envolvem com tal problemática dos juros compostos em seu dia a dia, foi trabalhado os juros aproximados por meio do prazo médio, porém tomou-se o cuidado de apresentar a fórmula (2.2), dos juros compostos, montando-a por construção.

3.4 Problemas do cotidiano

3.4.1 Problema 1

A mensalidade de um determinado curso de Inglês, na cidade de Macaé-RJ, é de R\$ 220,00 com vencimento todo dia 05. Em caso de atraso no pagamento será cobrado multa de 2% ao mês e juros de mora de 0,03% ao dia. Uma determinada pessoa só poderá

pagar dia 10, desta forma atrasará 5 dias. Quanto pagará essa pessoa?

$$\begin{array}{l}
 220 \text{ --- } 100\% \\
 x \text{ --- } 2\% \\
 \hline
 \frac{220}{x} = \frac{100}{2} \\
 100x = 440 \\
 x = \frac{440}{100} \\
 x = 4,4
 \end{array}$$

$$\begin{array}{l}
 220 \text{ --- } 100 \\
 x \text{ --- } 0,03 \\
 \hline
 \frac{220}{x} = \frac{100}{0,03} \\
 300x = 6,6 \\
 x = \frac{6,6}{100} \\
 x = 0,066
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 220,00 \\
 \underline{4,40} \\
 224,40 \\
 \underline{0,33} \\
 224,73
 \end{array}$$

Figura 9 – Resolução do problema 1 pelo aluno Y.

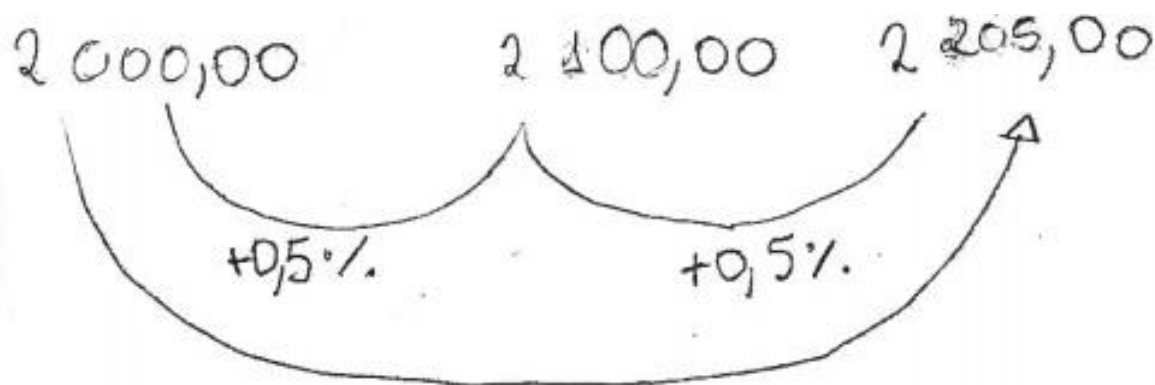
O aluno Y começou calculando a multa que teria que pagar pelo atraso que foi de 2% sobre o valor da mensalidade. Ele o fez utilizando a regra de três. Depois, calculou o juro de mora diário de 0,03% também usando a regra de três e multiplicou por 5 (foi a quantidade de dias de atraso).

Por último, somou a mensalidade, a multa e os juros para encontrar o quanto terá que pagar ao curso de inglês.

Com relação aos alunos que trabalharam no problema, a maioria não conseguiu resolver. Alguns trocaram 0,03% por 3%, outros fizeram o cálculo dos juros de mora para 10 dias, confundindo com o dia do pagamento, dia 10, e ainda alguns acharam o valor da multa, somaram com a mensalidade e sobre o montante calcularam o juro de mora. Foi percebido que tiveram muitas dificuldades na interpretação do problema.

3.4.2 Problema 2

Com o intuito de ter dinheiro para pagar as contas de início de ano como: IPTU e IPVA, uma pessoa guarda na poupança a sobra do 13º salário que recebeu dia 20 de dezembro. Ela depositou no mesmo dia R\$ 2000,00. Quanto terá na poupança no início de março, se a poupança rende 0,5% ao mês?



R: Conseguiu retornar 2 205,00

Figura 10 – Resolução do problema 2 pelo aluno Z.

O aluno Z montou corretamente o diagrama, mas calculou 5% no lugar de 0,5% como o problema informou. Um outro aluno também fez o diagrama, como o do aluno Z, e multiplicou 2000,00 por 1,005 (aumento de 0,5%) e com o resultado obtido fez outra multiplicação por 1,005 encontrando 2020,05.

Outros erros cometidos foram somar os juros dos dois meses e depois calcular em cima do valor principal. A maioria dos alunos conseguiu resolver este problema.

3.5 Sugestões de Atividades

Com a finalidade de revisar os conteúdos trabalhados e fixar os conceitos apresentados, relacionamos uma lista de exercícios que podem ser trabalhados em sala de aula. São problemas do cotidiano e foram retirados, em sua maioria, de provas do ENEM.

1) (**ENEM, 2013**) Cinco empresas de gênero alimentícios encontram-se à venda. Um empresário, almejando ampliar seus investimentos, deseja comprar uma dessas empresas. Para escolher qual delas irá comprar, analisa o lucro (em milhões de reais) de cada uma delas, em função de seus tempos (em anos) de existência, decidindo comprar a empresa que apresente o maior lucro médio anual.

O quadro apresenta o lucro (em milhões de reais) acumulado ao longo do tempo (em anos) de existência de cada empresa.

Empresa	Lucro (em milhões de reais)	Tempo (em anos)
F	24	3,0
G	24	2,0
H	25	2,5
M	15	1,5
P	9	1,5

O empresário decidiu comprar a empresa:

- a) F
- b) G
- c) H
- d) M
- e) P

Solução:

Lucro médio anual é a média do lucro em relação a quantidade de anos.

As empresas F, G, H, M e P tiveram lucro médio anual, em milhões de reais, de:

$$F \rightarrow \frac{24}{3} = 8$$

$$G \rightarrow \frac{24}{2} = 12$$

$$H \rightarrow \frac{25}{2,5} = 10$$

$$M \rightarrow \frac{15}{1,5} = 10$$

$$P \rightarrow \frac{9}{1,5} = 6$$

O empresário decidiu comprar a empresa G, porque esta conseguiu o maior lucro médio anual entre todas as empresas.

2) (**ENEM, 2013**) O contribuinte que vende mais de R\$ 20 mil de ações em Bolsa de Valores em um mês deverá pagar Imposto de Renda. O pagamento para a Receita Federal consistirá em 15% do lucro obtido com a venda das ações.

Um contribuinte que vende por R\$ 34 mil um lote de ações que custou R\$ 26 mil terá de pagar Imposto de Renda à Receita Federal o valor de:

- a) R\$ 900,00
- b) **R\$ 1 200,00**
- c) R\$ 2 100,00
- d) R\$ 3 900,00
- e) R\$ 5 100,00

Solução:

Um problema de juros simples. Pela interpretação do problema, o imposto é calculado sobre o lucro obtido com a venda das ações. Assim:

$$34\,000 - 26\,000 = 8\,000 \text{ (lucro)}$$

$$15\% \text{ de } 8\,000 = 1\,200 \text{ (imposto)}$$

O contribuinte pagará R\$ 1 200,00 de Imposto de Renda à Receita Federal.

3) (**ENEM, 2013**) Para aumentar as vendas no início do ano, uma loja de departamentos remarcou os preços de seus produtos 20% abaixo do preço original. Quando chegam ao caixa, os clientes que possuem o cartão fidelidade da loja têm direito a um desconto adicional de 10% sobre o valor total de suas compras.

Um cliente deseja comprar um produto que custava R\$ 50,00 antes da remarcação de preços. Ele não possui o cartão fidelidade da loja. Caso esse cliente possuísse o cartão fidelidade da loja, a economia adicional que obteria ao efetuar a compra, em reais, seria de:

- a) 15,00
- b) 14,00
- c) 10,00
- d) 5,00
- e) **4,00**

Solução:

É um problema de descontos sucessivos.

O cliente que não possui o cartão fidelidade terá um desconto de 20% sobre o preço do produto (50,00). Assim pagará: $0,8 \times 50 = 40$ reais.

Já aquele cliente que possui o cartão fidelidade, terá dois descontos: o primeiro de 20%, comum a todos os clientes e o segundo de 10% sobre o primeiro desconto. Pagando então: $0,9 \times 0,8 \times 50 = 36$ reais.

A economia para o cliente que tem o cartão de fidelidade será de: $40 - 36 = R\$ 4,00$.

4) (**ENEM, 2012**) Uma mãe recorreu à bula para verificar a dosagem de um remédio que precisa dar a seu filho. Na bula, recomenda-se a seguinte dosagem: 5 gotas para cada 2 kg de massa corporal a cada 8 horas.

Se a mãe ministrou corretamente 30 gotas do remédio a seu filho a cada 8 horas, então a massa corporal dele é de:

- a) 12 kg
- b) 16 kg
- c) 24 kg
- d) 4
- e) 75 kg

Solução:

É um problema de proporção, logo

$$\frac{5}{2} = \frac{30}{x} \quad \longrightarrow \quad 5 \cdot x = 2 \times 30$$

Portanto, $x = 12$. Consequentemente, a massa corporal do filho é de 12 kg.

5) (**ENEM, 2012**) Arthur deseja comprar um terreno de Cléber, que lhe oferece as seguintes possibilidades de pagamento:

- Opção 1: Pagar à vista, por R\$ 55 000,00;
- Opção 2: Pagar a prazo, dando uma entrada de R\$ 30 000,00, e mais uma prestação de R\$ 26 000,00 para dali a 6 meses.

- Opção 3: Pagar a prazo, dando uma entrada de R\$ 20 000,00, mais uma prestação de R\$ 20 000,00, para dali a 6 meses e outra de R\$ 18 000,00 para dali a 12 meses da data da compra.
- Opção 4: Pagar a prazo dando uma entrada de R\$ 15 000,00 e o restante em 1 ano da data da compra, pagando R\$ 39 000,00.
- Opção 5: Pagar a prazo, dali a um ano, o valor de R\$ 60 000,00.

Arthur tem o dinheiro para pagar à vista, mas avalia se não seria melhor aplicar o dinheiro do valor à vista (ou até um valor menor) em um investimento, com rentabilidade de 10% ao semestre, resgatando os valores à medida que as prestações da opção escolhida fossem vencendo.

Após avaliar a situação do ponto de vista financeiro e das condições apresentadas, Arthur concluiu que era mais vantajoso financeiramente escolher a opção:

- a) 1
- b) 2
- c) 3
- d) 4
- e) 5

Solução:

Igualando os valores na época 0 para comparação:

- Opção 1: Já está na época, assim permanece R\$ 55 000,00;
- Opção 2: $30\,000 + \frac{26\,000}{1,1} = 30\,000 + 23\,636,36 = R\$ 53\,636,36$;
- Opção 3: $20\,000 + \frac{20\,000}{1,1} + \frac{18\,000}{(1,1)^2} = 20\,000 + 18\,181,81 + 14\,876,03 = R\$ 53\,057,84$;
- Opção 4: $15\,000 + \frac{39\,000}{(1,1)^2} = 15\,000 + 32\,231,40 = R\$ 47\,231,40$;
- Opção 5: $\frac{60\,000}{(1,1)^2} = R\$ 49\,586,77$.

Arthur concluiu que a opção 4 é a mais vantajosa. Pagaria em valores atuais R\$ 47 231,40.

6) (ENEM, 2012) Há, em virtude da demanda crescente de economia de água, equipamentos e utensílios como, por exemplo, as bacias sanitárias ecológicas, que utilizam 6 litros de água por descarga em vez dos 15 litros utilizados por bacias sanitárias não ecológicas, conforme dados da Associação Brasileira de Normas Técnicas (ABNT).

Qual será a economia diária de água obtida por meio da substituição de uma bacia sanitária não ecológica, que gasta cerca de 60 litros por dia com a descarga, por uma bacia sanitária ecológica?

- a) 24 kg
- b) 36 kg
- c) 40
- d) 42
- e) 50 kg

Solução:

Um problema de proporção. Numa bacia sanitária não ecológica 60 litros equivalem a 4 descargas. Já numa bacia sanitária ecológica, as 4 descargas gastam 24 litros, uma economia de 36 litros diários de água.

7) (SMOLE; DINIZ, 2013) Andrea deseja aplicar R\$ 18 000,00 a juros compostos de 0,5% ao mês. Que montante ele terá após 1 ano de aplicação?

Solução:

Se o regime dos juros é composto, calcula-se o montante usando a fórmula $M = C.(1 + i)^t$. A taxa de juros é mensal, troca-se o tempo de 1 ano por 12 meses, para que a taxa e o tempo estejam na mesma unidade. Como $i = 0,5\% = 0,005$, temos que:

$$M = 18\,000(1 + 0,005)^{12} = 18\,000(1,005)^{12}$$

A calculadora facilitará nosso trabalho para calcular $(1,005)^{12}$.

- Com uma calculadora simples, digita-se as teclas

e por último a tecla (11 vezes);

- Com uma calculadora científica, digita-se as teclas

1 . 0 0 5 x^y 1 2

e por último a tecla =.

Nos dois casos encontraremos um valor aproximado de 1,062. Assim será possível encontrar o montante:

$$M = 18\,000 \times 1,062 = 19\,116,00$$

Portanto, Andrea terá, após um ano de aplicação, **R\$ 19 116,00**

8) (IEZZI et al., 2011) São dadas as taxas de rendimento mensal de uma poupança especial, nos três primeiros meses de um ano: janeiro: 1%; fevereiro: 2,5%; março: 1,5%.

a) Hélio aplicou R\$ 1 000,00 nessa poupança no começo de janeiro. Que valor terá disponível no começo de junho?

b) Qual é o rendimento percentual dessa poupança acumulada nos três primeiros meses?

Solução:

Caderneta de poupança é uma capitalização acumulada, de acréscimos sucessivos. Como as taxas de rendimento são diferentes, não podemos aplicar a fórmula do montante de juros compostos.

a) No começo de fevereiro, serão capitalizadas os juros correspondentes ao rendimento de janeiro: 1%, produzindo um total de: $1,01 \times 1\,000 = 1\,010,00$.

No começo de março, serão capitalizadas os juros correspondentes ao rendimento de fevereiro: 2,5%, produzindo um total de: $1,025 \cdot 1\,010 = 1\,035,25$.

No começo de abril, serão capitalizadas os juros correspondentes ao rendimento de março: 1,5%, produzindo um total de: $1,015 \times 1\,035,25 = 1\,050,77$

Hélio terá, após três meses de capitalização, um saldo de **R\$ 1 050,77**.

b) $\frac{1\,050,77}{1\,000} = 1,0508$. Logo $1,0508 - 1 = 0,0508 = 5,08\%$ que é o rendimento percentual acumulado nos três primeiros meses.

9) (DANTE, 2008) Uma pessoa vai fazer uma compra no valor de R\$ 4 000,00 usando o que tem depositado na caderneta de poupança, que está rendendo 1% ao mês. Ela quer saber, do ponto de vista financeiro, qual plano de pagamento é mais vantajoso:

- pagar à vista;
- ou
- pagar em duas prestações iguais de R\$ 2 005,00, com entrada;

Solução:

Pagando à vista: toda quantia de R\$ 4 000,00 será gasta, nada sobrando.

Pagando em duas prestações de R\$ 2 005,00: como a caderneta de poupança utiliza o sistema de juros compostos, após o pagamento da primeira prestação sobrar a quantia de R\$ 1 995,00, que renderá juros de 1% até o pagamento da segunda prestação. Então temos:

$$1\% \text{ de } 1\,995 = 19,95 \text{ (rendimento)}$$

$$1\,995 + 19,95 = 2\,014,95 \text{ (montante acumulado)}$$

$$2\,014,95 - 2\,005 = 9,95 \text{ (sobra)}$$

Logo, o **segundo plano de pagamento é mais vantajoso**, pois ainda sobrar a quantia de R\$ 9,95.

10) (FACCHINI, 2006) José fez um empréstimo bancário de R\$ 500,00, a juros de 10% ao mês. Três meses depois, José pagou R\$ 300,00 e, dois meses após esse pagamento, liquidou sua dívida bancária. Qual a importância do último pagamento feito por José?

Solução:

Para resolver este problema, traremos os pagamentos para a data atual. Ou seja, se R\$ 500,00 na data atual têm o mesmo valor que R\$ 300,00 três meses depois somados com o último pagamento de x reais, 5 meses depois, então:

$$I = 10\% = 0,1.$$

$$500 = \frac{300}{(1 + 0,1)^3} + \frac{x}{(1 + 0,1)^5}$$

$$500 \cdot (1,1)^5 = 300 \cdot (1,1)^2 + x \quad \Rightarrow \quad x = 442,25$$

João pagou **R\$ 442,25** no último pagamento.

Capítulo 4

Tecnologias

4.1 Calculadora

No dia a dia é exigido da mente memorização e rapidez nos pensamentos. Para memorização, o mais comum é o uso de agendas encontradas em qualquer papelaria. Precisa-se também no dia a dia fazer muitos cálculos com as linhas de pagamentos: comprar à vista ou a prazo; se parcelar, com entrada ou sem entrada, e em quantas vezes; pagar a fatura total do cartão de crédito ou fazer o pagamento mínimo; pegar empréstimo ou pagar multa e juros por atraso. Para não se perder em tantos cálculos que diariamente são necessários, usa-se a calculadora, que apenas reproduz as operações mecânicas que seriam feitas manualmente e levaria muito tempo para isso. Assim o tempo é usado para o pensamento criativo e transformador, deixando os grandes cálculos para as máquinas. É uma ferramenta que traz contribuições ao trabalho de sala de aula, quando liberta o tempo do aluno para questões relativas ao ensino e não impede o raciocínio de quem as opera.



Figura 11 – Calculadora.

Numa das aulas, um dos alunos que é construtor, deu o seguinte depoimento. "Em meu trabalho, preciso delegar tarefas aos meus funcionários, um precisa fazer o muro, outro fazer o emboço, outro colocar o piso e outro fazer o telhado enquanto eu verifico se tudo está caminhando certo, ou seja, sei o trabalho, mas não posso fazer tudo, então preciso que outros executem e eu os supervisiono. O meu trabalho é como o uso da calculadora, conheço o serviço, olhando o resultado, digo se está correto ou precisa ser refeito".

A calculadora só irá fazer o que é pedido, e quem está manipulando precisa ter conhecimentos suficientes para poder mandar e verificar se o resultado está correto, ou não. Isso comprova a necessidade do conhecimento para transformação da máquina como recurso facilitador.

A Lei de Diretrizes e Bases da Educação Brasileira, LDB 9.394 (BRASIL, 1996) em seu Art. 1º, estabelece que:

A educação abrange todos os processos formativos que se desenvolvem na vida familiar, na convivência humana, no trabalho, nas instituições de ensino e pesquisa, nos movimentos sociais e organizações da sociedade civil e nas manifestações culturais.

A escola tem como objetivo a formação global do aluno, visando sua inserção na sociedade dando-lhe possibilidades de ser crítico, participativo, transformador e fraterno.

Dessa forma os alunos devem-se familiarizar com as tecnologias e conviver com os instrumentos eletrônicos cada vez mais sofisticados facilitando assim sua melhor preparação para a vida.

4.2 Planilha do tipo eletrônica

A necessidade de previsão orçamentária pessoal, motivando reflexão sobre o momento financeiro e ações futuras coloca a planilha eletrônica como uma ferramenta muito útil. Nela são anotados os ganhos e todas as despesas fixas, aquelas que já fazem parte de todos os meses do ano como água, luz, telefone, aluguel e planos de saúde.

As planilhas eletrônicas são usadas como ferramentas de cálculos para que os dados numéricos sejam analisados quantitativamente e qualitativamente pelos alunos.

O estudo também atende às orientações curriculares para o Ensino Médio, em que se deve trabalhar com planilhas eletrônicas em atividades didáticas, contribuindo para o desenvolvimento de competências, como análise de situações reais e compreensão de regularidades.

De acordo com o perfil do grupo já analisado, apesar de utilizarem a internet com frequência, não sabiam trabalhar com a planilha eletrônica. Com a intenção de estudar dedicando-se ao processo e não ao resultado final, os alunos montaram suas planilhas, no Excel, de seus orçamentos familiares no laboratório de informática da escola.

Após a confecção de suas planilhas, os alunos tiraram conclusões e cada um pode tomar decisões adequadas ao seu orçamento.

Um dos alunos da turma apresentou sua planilha com seu orçamento familiar em que constam seus ganhos (proventos), suas despesas, além da sobra do mês.

ORÇAMENTO FAMILIAR												
2013	JAN	FEV	MAR	ABR	MAI	JUN	JUL	AGO	SET	OUT	NOV	DEZ
PROVENTOS	xxx	xxx	xxx	xxx	xxx	xxx	xxx	xxx	xxx	xxx	1193,28	xxx
ALUGUEL	xxx	xxx	xxx	xxx	xxx	xxx	xxx	xxx	xxx	xxx	400,00	xxx
LUZ	xxx	xxx	xxx	xxx	xxx	xxx	xxx	xxx	xxx	xxx	76,42	xxx
ÁGUA	xxx	xxx	xxx	xxx	xxx	xxx	xxx	xxx	xxx	xxx	38,59	xxx
CELULAR	xxx	xxx	xxx	xxx	xxx	xxx	xxx	xxx	xxx	xxx	28,00	xxx
MERCADO	xxx	xxx	xxx	xxx	xxx	xxx	xxx	xxx	xxx	xxx	300,00	xxx
PRESTAÇÕES	xxx	xxx	xxx	xxx	xxx	xxx	xxx	xxx	xxx	xxx	73,20	xxx
TOTAL	xxx	xxx	xxx	xxx	xxx	xxx	xxx	xxx	xxx	xxx	916,21	xxx
SOBRA	xxx	xxx	xxx	xxx	xxx	xxx	xxx	xxx	xxx	xxx	277,07	xxx

Figura 12 – Planilha com orçamento familiar do aluno W.

Metade da sobra, diferença entre os ganhos e o total de despesas fixas, deve ser guardada, por exemplo numa poupança, para se prevenir de um mês em que as despesas estejam maiores que os ganhos. A outra metade deve ser reservada para diversão e para as despesas não fixas, aquelas que não acontecem todos os meses e dependem das necessidades do momento.

A Matemática é componente importante na construção da cidadania, na medida em que a sociedade se utiliza, cada vez mais, de conhecimentos científicos e recursos tecnológicos, dos quais os cidadãos devem se apropriar.

Assim, "as calculadoras e o computador ganham importância como instrumentos que permitem a abordagem de problemas com dados reais ao mesmo tempo que o aluno pode ter a oportunidade de se familiarizar com as máquinas e os softwares". PCNEM+ (BRASIL, 2002, p. 127)

Capítulo 5

Considerações Finais

O estudo da Matemática Financeira é imprescindível, principalmente para os alunos do PROEJA do IF Fluminense, que já estão, em sua maioria, inseridos no mercado de trabalho e, apesar de utilizarem em seus cotidianos, os conteúdos da ciência em questão, não o fazem de modo adequado.

Sendo assim, o aprendizado da Matemática torna-se importante por desenvolver habilidades de pensamento para lidar com situações da vida cotidiana, oportunizando ao aluno uma aprendizagem significativa e contextualizada relacionando-o a outros saberes, e com o desenvolvimento da leitura e interpretação de dados haverá a possibilidade de construir-se um conhecimento peculiar.

Como foi visto no capítulo 3, em 3.1 - Perfil da Turma, muitos alunos estão com a vida financeira comprometida pelo excesso de dívidas, tornando-se inadimplentes e achando que pagando um pouquinho todo mês conseguem comprar o que precisam. Dessa forma, acabam levados pelas propagandas que estimulam o consumo e perdem-se com a ilusão de “riqueza” que o cartão de crédito traz.

É por essas questões que o ensino da Matemática Financeira necessita estar em sintonia com a Educação Financeira buscando relacionar seus conteúdos de maneira que estejam ligados ao seu cotidiano, que não podem ser exagerados e sim, bem explorados, começando por conceitos e definições, utilizando-se a própria história de vida do aluno, por vezes muito enriquecedora para as aulas, ampliando-as de maneira gradativa e inserindo novos conceitos, até que se possa finalmente alcançar os objetivos propostos.

Durante a pesquisa e a análise dos dados da tabela 6 percebeu-se que a maioria dos pais dos alunos entrevistados possui o Ensino Médio completo, o que chegou a surpreender, considerando a atual precariedade da Educação Básica, em que a escola não tem conseguido “segurar” os alunos, com o aumento da evasão escolar e, em outros casos, o excesso de faltas e a perda de conteúdos, provocando o não aprendizado. Pensando essa realidade, entendemos que os avós dos entrevistados, não pesquisados pelo questionário,

mas comentados por alguns alunos, mesmo com pouco estudo, porém sempre presentes na formação de seus filhos (pais dos alunos trabalhados), com a autoridade que tinham, faziam com que frequentassem com assiduidade a escola e assim concluíssem seus estudos.

Outro aspecto que pudemos perceber foi o de que as atividades sugeridas em sala de aula, retratando o dia a dia, despertaram grande interesse. Com associação do uso da tecnologia foi apresentada uma planilha eletrônica visando à organização da vida financeira dos discentes com suas possibilidades futuras, para que de maneira crítica, conseguissem tirar as conclusões a fim de tomarem decisões adequadas ao seu orçamento, desenvolvendo o pensamento compreensivo e, dessa forma, a identificação dos caminhos para melhor administração de sua renda familiar. Por meio do planejamento e da utilização da Matemática Financeira, questões envolvendo salários, gastos mensais, impostos, dentre outras contas, poderão ser bem resolvidas, alicerçando um futuro diferente.

Dessa maneira, constatamos que a Educação Financeira é determinante para uma melhor qualidade de vida e podemos dizer que atingimos o nosso objetivo mostrando que o grupo de alunos da pesquisa se encontra em condições de participar do mercado de trabalho em igualdade de condições, principalmente pela bagagem de conhecimentos que não pode ser desprezada e que devem ser estimulados a prosseguir nos estudos ao término do Ensino Médio.

Referências

- BELO, H. da C. *Matemática Financeira*. Rio de Janeiro: Fundação CECIERJ, 2008. 138 a 147 p. Citado 3 vezes nas páginas 24, 27 e 33.
- BRASIL. *Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional, Lei 5.692*. Brasília, 1971. Acessado em 07/04/2014. Disponível em: <http://www.pedagogiaemfoco.pro.br/l5692_71.htm>. Citado na página 21.
- BRASIL. *Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional. Lei 9.394*. Brasília, 1996. Acessado em 23/03/2014. Disponível em: <<http://portal.mec.gov.br/arquivos/pdf/ldb.pdf>>. Citado 3 vezes nas páginas 15, 21 e 60.
- BRASIL. *Parâmetros Curriculares Nacionais Ensino Médio*. Brasília, 2000. Acessado em 20/01/2014. Disponível em: <<http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/blegais.pdf>>. Citado na página 16.
- BRASIL. *PCNEM+ Orientações Educacionais Complementares aos Parâmetros Curriculares Nacionais*. <http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/CienciasNatureza.pdf>, 2002. Acessado em 20/01/2014. Citado 3 vezes nas páginas 13, 14 e 62.
- DANTE, L. R. *Matemática: contexto e aplicações*. São Paulo: Editora Atica, 2008. Citado na página 57.
- ENEM. 2012. Acessado em 30/03/2014. Disponível em: <<http://portal.inep.gov.br/web/enem/edicoes-anteriores/provas-e-gabaritos>>. Citado 2 vezes nas páginas 54 e 56.
- ENEM. 2013. Acessado em 30/03/2014. Disponível em: <<http://portal.inep.gov.br/web/enem/edicoes-anteriores/provas-e-gabaritos>>. Citado 2 vezes nas páginas 51 e 53.
- FACCHINI, W. *Matemática para a escola de hoje*. São Paulo: FTD, 2006. Citado na página 58.
- FREIRE, P. *Pedagogia do Oprimido*. Rio de Janeiro: Editora Paz e Terra, 1987. Citado na página 21.
- FREIRE, P. *Pedagogia da Autonomia: Saberes necessários a prática educativa*. São Paulo: Editora Paz e Terra, 1996. Citado na página 15.
- FREITAS, M. C. de; BICCAS, M. de S. *História Social da Educação no Brasil (1926 - 1996)*. São Paulo: Cortez Editora, 2009. Citado 2 vezes nas páginas 20 e 21.
- FRIGOTTO, G.; CIAVATTA, M. *A Experiência do Trabalho e a Educação Básica*. Rio de Janeiro: DP&A Editora, 2002. Citado na página 21.
- GOFF, J. L. *A Idade Média*. [S.l.]: Editora Fronteira, 2012. Citado na página 19.

- IEZZI, G. et al. *Matemática: ciência e aplicações*. São Paulo: Editora Saraiva, 2011. Citado 3 vezes nas páginas 27, 29 e 57.
- IEZZI, G.; HAZZAN, S.; DEGENSZAJN, D. M. *Fundamentos da Matemática Elementar*. São Paulo: Atual Editora, 2009. Citado 3 vezes nas páginas 24, 26 e 30.
- IMENES, L. M.; LELLIS, M. *Matemática Imenes & Lellis*. São Paulo: Editora Moderna, 2010. (9 ano). Citado na página 13.
- MONTELLATO, A. R. D.; CABRINI, C. ao; JUNIOR, R. C. *História Temática: terra e propriedade*. São Paulo: Editora Scipione, 2002. Citado na página 19.
- OCDE. 2009. Acessado em 10/07/2014. Disponível em: <<http://www.bcb.gov.br/pre/boletimrsa/BOLRSA200902.pdf>>. Citado na página 15.
- OEA. *Sistema Educativo Nacional de Brasil*. [S.l.], 2002. Acessado em 30/05/2014. Disponível em: <http://www.oei.es/quipu/brasil/educ_adultos.pdf>. Citado na página 14.
- PAIVA, V. *Educação Popular e Educação de Adultos*. São Paulo: Loyola, 1983. Citado na página 20.
- PIERRO, M. C. D.; JOIA, O.; RIBEIRO, V. M. Visões da educação de jovens e adultos no Brasil. *Cadernos Cedes*, n. 55, novembro 2001. Acessado em 25/04/2014. Disponível em: <<http://www.scielo.br/pdf/ccedes/v21n55/5541.pdf>>. Citado na página 20.
- PILAGALLO, O. *A Aventura do Dinheiro: uma crônica da história milenar da moeda*. 1. ed. São Paulo: Publifolha, 2009. Citado na página 18.
- PIZA, V. de T. *O dinheiro do Brasil*. São Paulo: Duas Cidades, 1980. Citado 2 vezes nas páginas 18 e 19.
- POLYA, G. *A Arte de Resolver Problemas*. Rio de Janeiro: Interciência, 1995. Citado na página 14.
- RODRIGUES, R. M. *A Pré-História*. São Paulo: Moderna, 2013. Citado na página 18.
- SMOLE, K. S.; DINIZ, M. I. *Matemática Ensino Médio*. São Paulo: Editora Saraiva, 2013. Citado 5 vezes nas páginas 15, 24, 27, 30 e 56.
- VAZ, M. L.; PANAZZO, S. *Jornadas.hist: História*. São Paulo: Editora Saraiva, 2012. 65 p. Citado na página 19.

Apêndices

APÊNDICE A

Questionário

Aluno: _____ idade: _____

1) Antes da escola você está:

- a) No trabalho;
- b) Em casa.

2) Qual é o meio de transporte utilizado?

- a) Ônibus;
- b) Carro/moto;
- c) Bicicleta;
- d) A pé;
- e) Outro.

3) Quanto tempo gasta para chegar na escola?

- a) Menos de 30 minutos;
- b) De 30 a 60 minutos;
- c) Mais de 60 minutos.

4) Sobre veículos:

- a) Não tem;
- b) Tem carro/moto.

5) Qual seu estado civil?

- a) Solteiro(a);
- b) Casado(a);
- c) Separado(a) e com parceiro(a);
- d) Separado(a) e sem parceiro(a);
- e) Viúvo(a).

6) Tem filhos ou enteados?

- a) Sim;
- b) Não.

7) Você cursou o fundamental:

- a) No Ensino Regular;
- b) No Ensino Supletivo.

8) Qual a escolaridade do seu pai?

- a) Analfabeto;
- b) Fundamental até 4^a série ;
- c) Fundamental até 8^a série;
- d) Ensino Médio;
- e) Ensino Superior.

9) Qual a escolaridade da sua mãe?

- a) Analfabeto;
- b) Fundamental até 4^a série ;
- c) Fundamental até 8^a série;
- d) Ensino Médio;
- e) Ensino Superior.

10) Você trabalha?

- a) Não trabalho;
- b) Trabalho em casa de família ;
- c) Trabalho em empresa particular;
- d) Trabalho em Instituição Pública;
- e) Trabalho como autônomo.

11) Qual sua renda familiar, com referência ao salário mínimo?

- a) Até um salário mínimo;
- b) De um a dois salários mínimos ;
- c) De dois a três salários mínimos;
- d) Mais de três salários mínimos;

12) Tem prestações?

- a) Não;
- b) Uma ;
- c) Duas;
- d) Mais de duas;

13) Mora:

- a) Em casa própria;
- b) Com parentes;
- c) De aluguel.

14) Por que se matriculou no PROEJA?

- a) Melhorar a situação profissional;
- b) Buscar certificação;
- c) Satisfação própria.

15) Você faz uso da internet?

a) Sim;

b) Não.

Termo de concordância

Eu, _____, aceito em participar da pesquisa desenvolvida, exclusivamente para fins científicos e acadêmicos.

Macaé, _____ de _____ de 2013.
