**UNIVERSIDADE FEDERAL DE SÃO CARLOS – UFSCar**
CENTRO DE CIÊNCIAS EXATAS E DE TECNOLOGIA
PROGRAMA DE MESTRADO PROFISSIONAL EM
MATEMÁTICA EM REDE NACIONAL – PROFMAT

RODRIGO DOMINGOS DIAS

# TRAÇADOS DE CALDEIRARIA NO DESENVOLVIMENTO DA GEOMETRIA NO ENSINO MÉDIO

São Carlos
2014

**UNIVERSIDADE FEDERAL DE SÃO CARLOS – UFSCar**
CENTRO DE CIÊNCIAS EXATAS E DE TECNOLOGIA
PROGRAMA DE MESTRADO PROFISSIONAL EM
MATEMÁTICA EM REDE NACIONAL – PROFMAT

RODRIGO DOMINGOS DIAS

# TRAÇADOS DE CALDEIRARIA NO DESENVOLVIMENTO DA GEOMETRIA NO ENSINO MÉDIO

Dissertação apresentada ao Programa de Mestrado Profissional em Rede Nacional – PROFMAT – da Universidade Federal de São Carlos, como parte dos requisitos para obtenção do título de mestre em Matemática, sob a orientação do Prof. Dr. João Carlos Vieira Sampaio.

São Carlos
2014

**Ficha catalográfica elaborada pelo DePT da**
**Biblioteca Comunitária da UFSCar**

| | |
|---|---|
| | Dias, Rodrigo Domingos. |
| D541tc | Traçados de caldeiraria no desenvolvimento da geometria no ensino médio / Rodrigo Domingos Dias. -- São Carlos : UFSCar, 2014. |
| | 103 f. |
| | Dissertação (Mestrado) -- Universidade Federal de São Carlos, 2014. |
| | 1. Geometria. 2. Traçados geométricos. 3. Caldeiraria. 4. Prática docente. 5. Matemática - ensino. I. Título. |
| | CDD: 516 (20ª) |

**Banca Examinadora**

Prof. Dr. João Carlos Vieira Sampaio
DM - UFSCar

Prof. Dr. Sérgio Luis Zani
ICMC- USP

Prof. Dr. José Antonio Salvador
DM - UFSCar

Dedicatória

À minha esposa Alexandra que sempre foi inspiradora e motivadora, inclusive nos momentos mais difíceis quando eu já me encontrava sem forças e disposto a desistir ela sempre sabia como me apoiar, mesmo com todas as dificuldades que ela mesma sentiu com minhas ausências. Se hoje posso enxergar mais longe, é com certeza por estar em pé sobre os ombros desta mulher.

# AGRADECIMENTOS

À Alexandra, minha esposa, por sempre estar ao meu lado principalmente nos momentos mais difíceis desta empreitada.

Ao meu orientador Professor Doutor João Carlos Vieira Sampaio por ter me mostrado o rumo a seguir quando eu parecia estar perdido. Obrigado por não ter desistido desse meu sonho.

Aos professores deste Mestrado Profissional, que soberam reconhecer nossas dificuldades e nos trouxeram até este momento. Espero sempre poder tratá-los não apenas como professores, mas como amigos.

Aos meus pais, seres indubitavelmente imprescindíveis, que apesar de suas limitações sempre souberam como ninguém cobrar e promover minha formação, me mostrando sempre o caminho certo a seguir. Mesmo concluindo este Mestrado Profissional, sei que dificilmente conseguirei um dia ter a sabedoria deles.

Aos meus filhos Rafael e Gabriel que mesmo sem entender o porquê de minha falta para com eles, sempre foram uma motivação a mais para mim, mesmo quando eles cobravam minha presença. Espero que meus atos sejam uma boa inspiração para eles.

Aos colegas de curso que sempre me ajudaram e eram mais um motivo para enfrentar esta difícil empreitada.

E agradeço a Deus, pois sei que quando as linhas ficavam muito tortas era ele que intercedia.

# Resumo

Um curso de Qualificação Profissional Traçador de Caldeiraria tem por objetivo o desenvolvimento das capacidades de calcular, traçar, planificar peças, elaborar desenho técnico de modelagem de conjuntos e subconjuntos, porem o objetivo deste trabalho não é a formação em Traçagem de Caldeiraria, mas trabalhar alguns tópicos de traçagem de caldeiraria com o intuito de levar o aluno do ensino médio a enxergar e entender melhor alguns conceitos básicos de geometria do ensino médio, visto que desta forma ele terá a oportunidade de vivenciar uma atividade prática, dando assim maior significado ao seu aprendizado. Como introdução, é delineado um resumo da história da geometria, a forma com que ela vem sendo desenvolvida e trabalhada por milhares de anos, e como a evolução da matemática desenvolvida por grandes personagens influenciaram o desenvolvimento e crescimento de sociedades assim como da humanidade como um todo, e mais ainda, como a geometria ainda hoje é trabalhada na sociedade de forma geral. Neste trabalho procuramos analisar de que forma e até que ponto uma aula mais técnica e voltada para uma atividade profissionalizante pode auxiliar nas necessidades do currículo do Ensino Médio e mais ainda, se o currículo do Ensino Médio atende as necessidades dos desafios contemporâneos da sociedade do século XXI que cada vez mais é caracterizada pelo uso intensivo do conhecimento, seja para trabalhar, conviver ou exercer a cidadania. A metodologia de pesquisa utilizada foi a Engenharia Didática que nos orientou na confecção e aplicação planejada de uma sequência didática em um grupo de alunos no ensino e aprendizagem de conceitos geométricos, elaborado a partir da constatação da dificuldade que os alunos enfrentam para compreender esses conceitos.

**Palavras-chaves:** história da geometria; ensino da geometria no Ensino Médio; caldeiraria; traçados geométricos; planificação; geometria.

# Abstract

A course of Professional Qualification in Boiler Tracing aims to develop the capacities to calculate, chart, plan parts, prepare technical design, modeling sets and subsets. However the aim of this work is not training in Tracing the Boilers, but working some topics of boiler tracing in order to bring the student to see and better understand some basic concepts of geometry inherent to high school instruction, since in this way he will have the opportunity of a practical activity. We begin by presenting a brief history of geometry, delineating how it has being developed and crafted for thousands of years, and how the evolution of mathematics developed by great characters influenced the development and growth of societies as well as humanity as a whole, and further, how geometry is still crafted in society in general. In this work we examine how and to what extent a more technical classroom professionalizing activity can assist the needs of the curriculum of high school and even more, wondering whether the high school curriculum meets the needs of the contemporary challenges of the $21^{st}$. century society, which is increasingly characterized by intensive use of knowledge, either to work, socialize or exercise citizenship. The research methodology used was the Didactical Engineering, that guided us in the creation and use of a planned teaching sequence, in a group of students, for the teaching and learning of geometric concepts, drawn from the observation of the difficulty faced by students to understand these concepts.

**Keywords:** history of geometry; teaching geometry in high school; boiler; Geometric strokes; planning; geometry.

# Índice de Figuras

# Sumário

# Introdução

É comum encontrarmos alunos completamente desmotivados a aprender, principalmente quando a disciplina é matemática e observamos que um dos principais motivos é que a disciplina da forma que é trabalhada não lhe agrega valor ou significado, pois quase sempre é vista em um contexto demasiadamente abstrato e pouco tem a ver com seu quotidiano ou suas necessidades, com tudo a educação tecnológica básica é um dos segmentos que a LDB estabelece para nortear o currículo do Ensino Médio e faz ligação entre a prática de cada disciplina e o processo produtivo.

O trabalho no sentido da produção de bens e serviços revela-se como uma prática humana primordial para fazer a ligação dos conteúdos do currículo com a realidade. A partir de sua abertura, a LDB coloca o trabalho, juntamente com as práticas sociais, como componente que faz a ligação da educação básica à realidade, desde a Educação Infantil e passando polo Ensino Fundamental até o final do Ensino Médio.

A prioridade do trabalho na educação básica aponta para dois caminhos que se interceptam que são a visão que o tema imprime dando sentido aos conhecimentos trabalhados e a construção de um aprimoramento do respeito que lhe é conferido na sociedade.

Grande parte dos cursos tecnológicos ou profissionalizantes dá grande ênfase ao desenvolvimento da geometria, porém na contramão desta necessidade do mercado e do que rege a LDB o ensino de traçados geométricos vem sendo deixado de lado nas escolas de ensino fundamental. Antigamente este conteúdo era trabalhado por professores de artes nas escolas de ensino fundamental, hoje os professores de artes não trabalham mais este assunto e a maioria dos professores de matemática se preocupam apenas em desenvolver o significado dos conteúdos, sem desenvolver qualquer traçado com os alunos ou realizar um aprofundamento mais contextual. Sendo assim é muito comum encontrarmos alunos já no ensino médio que não saibam o que seja um esquadro, um transferidor ou mesmo que nunca tenha usado um compasso. Desta forma os alunos não conseguem assimilar o conteúdo e muitos acabam entendendo melhor apenas quando por ventura venham a fazer um curso tecnológico ou profissionalizante que tenha este conteúdo em sua grade.

Associado a tudo isso acredito que é bastante pertinente e apropriada à escolha do segmento desta dissertação que entre outras coisas foi motivada também pela minha formação profissional em Caldeiraria e a maneira como esta formação me auxiliou em minha vida como aluno (inclusive neste curso de mestrado) e também como professor. Em segundo lugar pela grande quantidade de cursos em Caldeiraria[1] (SENAI, IFESP, instituições profissionalizantes particulares) devido ao número de empresas que necessitam deste tipo de mão de obra, mas sobretudo por perceber a crescente melhora no desempenho em matemática dos alunos que iniciam algum tipo de curso profissionalizante. Procuraremos desta forma, associar os conteúdos de geometria trabalhados em um curso de Caldeiraria ao conteúdo proposto para o Ensino Médio dentro de um contexto pertinente ao proposto por este curso de Mestrado.

Neste sentido este trabalho procura desenvolver atividades ligadas às tecnologias necessárias em Traçados de Caldeiraria privilegiando os desenvolvimentos geométricos vinculados a esta prática, associando estes conteúdos ao desenvolvimento das Propostas Curriculares do Ensino Médio.

Hoje em dia a formação profissional e a formação geral já não se excluem pois o universo do trabalho vem sofrendo grandes modificações e a LDB segue na tendência destas mudanças na organização do trabalho e promove a sincronia entre educação profissional e básica sendo que uma das finalidades do Ensino Médio é promover a possibilidade do educando continuar aprendendo e se preparar para o trabalho promovendo a cidadania e proporcionando aperfeiçoamentos posteriores.

Esta dissertação foi dividida em seis capítulos e segue uma breve descrição do conteúdo de cada um deles.

No primeiro capítulo damos ênfase a Geometria descritiva e a forma como ela dá fundamento ao Desenho técnico.

No segundo capítulo fazemos uma discussão pedagógica sobre as orientações seguidas por este trabalho discutindo brevemente alguns conceitos da Engenharia Didática que nos ajudaram a montar uma sequência didática utilizada nas Atividades.

No terceiro capítulo trataremos das atividades desenvolvidas em sala de aula, desde traçados geométricos, até o desenvolvimento de planificações de caldeiraria.

No quarto capítulo relatamos como foi a aplicação das atividades.

No quinto capítulo fazemos uma análise das peças desenvolvidas pelos alunos e da construção da peça final (Estrutura de uma calota elíptica).

No sexto capítulo discutimos nossas considerações finais.

---

[1] Entende-se por “Caldeiraria” a área da metalmecânica onde se desenvolve a traçagem, corte, conformação e calibragem em chapas, cantoneiras ou vigas de metal de acordo com projetos em Desenhos Técnicos.

Esperamos com este trabalho cumprir uma das principais motivações proposta no início deste Mestrado Profissional: montar um material que possa contribuir no ensino como um todo e especificamente na área da geometria, certos que a experiência adquirida ao longo da elaboração, discussão e aplicação dessa pesquisa tenha contribuído para o nosso aperfeiçoamento como profissional da educação.

# Capítulo 1

## Da Geometria Descritiva ao Desenho Técnico

A geometria descritiva está aqui sendo enfatizada em detrimento de tantos outros ramos importantes da geometria moderna, pelo fato de ser fundamental no desenvolvimento de atividades técnicas como Caldeiraria.

A Geometria Descritiva visa trabalhar e resolver problemas de caráter tridimensional através de uma visão bidimensional realizando a projeção de vistas de uma figura espacial em um ou mais planos, podendo ser trabalhado com métodos resolutivos pertinentes à geometria plana. Desta forma a Geometria Descritiva proporciona inúmeras aplicações no universo das artes e da indústria.

Não é de se admirar que a Geometria Descritiva esteja na base de vários cursos que necessitem de uma sistemática compreensão tridimensional e visão espacial através de uma concepção bidimensional como os exigidos na realização de projetos como Arquitetura, Geologia, Engenharia e Desenho Industrial entre outros.

O desenvolvedor da Geometria Descritiva foi Gaspard Monge (1746-1818) que teve participação ativa nos acontecimentos da revolução Francesa, aos 16 anos era instrutor de física e posteriormente entrou para escola militar de Méziéres como desenhista. Monge simplificou um complicado processo aritmético da época no desenho da planta de um forte com canhões determinados por dados experimentais realizando um método geométrico, mais rápido. Este método baseava em representar objetos tridimensionais por meio de projeções sobre um plano bidimensional. Este seu método foi adotado pelos militares e considerado segredo, posteriormente passou a ser amplamente divulgado e ensinado com o nome de *geometria descritiva* e esta ciência matemática teve inicialmente aplicações puramente militares, porem passou a ser a base fundamental do desenvolvimento do Desenho Técnico.

O Desenho Técnico que é fundamentado na geometria descritiva visa padronizar universalmente a base de qualquer projeto com uma linguagem gráfica estabelecendo regras e normas possibilitando a todos que intervenham na sua construção, mesmo que em tempos e lugares diferentes, interpretar e produzir peças tecnicamente iguais expressando e registrando as ideias e dados para a construção de máquinas e estruturas, devendo ser considerado de grande importância não somente por desenhistas profissionais, mas é uma linguagem que deve ser estudada e compreendida por todas as pessoas envolvidas ou interessadas nas atividades técnicas.

Após conhecer a técnica da expressão e a maneira de manejar os instrumentos, o projeto possibilita o desenvolvimento e compreensão das convenções, normas, simbologias e outras técnicas universais usadas na descrição de peças simples ou complexas, além de desenvolver habilidades no traçado de esboços e na capacidade de pensar em três dimensões, visualizando com rapidez e precisão possibilitando construir uma clara imagem mental daquilo que se quer representar no papel.

Hoje o desenho técnico tem como aliado um importante recurso que é o computador que potencializa a produção podendo auxiliar em projetos ambientais, mecânicos, arquitetônicos entre outros, podendo até mesmo dar movimento a estes projetos.

Apesar da Geometria Descritiva estar na fundação do Desenho Técnico sendo a base de sua geometria e das relações espaciais de um projeto, ela não visa solucionar problemas técnicos. É o Desenho Técnico que consolida as descrições rigorosas das formas dos objetos sendo a forma de comunicação entre o projetista e o fabricante.

# Capítulo 2

## Discussão Pedagógica

### 2.1 – Engenharia Didática.

Nesta pesquisa utilizamos uma sequência didática elaborada conforme as etapas da Engenharia Didática, que é uma forma de sistematizar a aplicação de um determinado método na pesquisa de atividades de ensino. A teoria da Engenharia Didática pode ser pensada como um referencial para o desenvolvimento de produtos para o ensino, gerados na união de dois conhecimentos: o prático e o teórico.

A metodologia da Engenharia Didática, segundo Artigue (1995), inclui quatro fases:

1ª) Análises prévias.

Nesta fase são delimitadas as variáveis de controle, as quais permitem conhecer o assunto que se pretende experimentar. Fundamentamos uma proposta de mudança para uma intervenção no ensino usual com o objetivo da melhoria do ensino.

Segundo Almouloud (2008) devem ser analisados: a epistemologia dos conteúdos, o ensino usual e seus efeitos, as dificuldades do aprendizado, os fatores da construção das atividades e os objetivos da pesquisa.

2ª) Construção e análise a priori.

Nesta fase, elabora-se o plano de ação, descrevem-se as escolhas efetuadas e também cada uma das atividades propostas. Em nosso caso, escolhemos a elaboração de trinta e sete atividades de traçados geométricos pertinentes aos traçados de Caldeiraria sendo que o traçado da Elipse será o início do estudo para construção de uma Calota Elipsoide e mais 13 desenvolvimentos de planificações pertinentes aos traçados de Caldeiraria, sendo que cada um destes traçados terá como produto final planificações em cartolina.

3ª) Aplicação de uma sequência didática.

Nesta fase, é o momento de colocar na prática as atividades elaboradas e devemos seguir ao máximo aquilo que foi previamente estabelecido na segunda fase a fim de que a comparação com as hipóteses iniciais seja levada a termo. Caso seja necessário mudar o plano de ações, deve-se fazer uma complementação na análise a posteriori.

4ª) Análise a posteriori e validação.

Na última fase, analisamos todo o material produzido pelos alunos na aplicação das atividades além das anotações feitas durante a aplicação de nossa sequência e fazemos uma comparação com as expectativas inicialmente traçadas.

**2.2 – Análises prévias.**

A partir de minha própria experiência em sala de aula e de conversas com colegas professores percebemos que é muito grande a defasagem dos alunos do Ensino Médio em competências relacionadas à geometria. Este fato é mais bem percebido quando analisamos o desempenho destes alunos em avaliações como SARESP, Prova Brasil, ENEM, OBMEP, entre outras, onde se evidencia que um dos assuntos onde os alunos demonstram grande despreparo é relacionado à geometria.

Percebemos que esta defasagem muitas vezes se deve à dificuldade que muitos professores tem ao trabalhar o tema seja por não dominar muito bem o assunto, ou pela dificuldade de exemplificar ou mesmo construir figuras pertinentes ao assunto. O fato é que os alunos chegam ao ensino médio sem dominar conceitos básicos da geometria, como o significado de ponto, reta, ângulo, plano, espaço, circunferência/circulo, perpendicularidade, bissetriz, tipos de triângulos, quadriláteros, cálculos de comprimento, área e volume, unidades de medida, figuras geométricas planas e espaciais em geral, entre outros. E sem estes conhecimentos básicos estes alunos ficam inaptos em habilidades como resolver problemas, exemplificar, reconhecer o uso da geometria em seu dia a dia. Por várias vezes percebemos que o aluno até consegue realizar os cálculos, porém apenas depois do professor explicar o significado de certos conceitos.

Um dos fatos que levam os alunos a não assimilarem os conhecimentos em geometria é o fato de apenas terem lido sobre o assunto, mas nunca terem construído figuras geométricas ou visto uma aplicação prática destes conhecimentos.

Por exemplo, um aluno no Ensino Médio já foi apresentado ao conceito de perpendicularidade, ou bissetriz, mas este conhecimento não lhe agregou valor, e caiu no esquecimento, pois ele nunca chegou a traçar uma perpendicular ou uma bissetriz, e nem mesmo chegou a trabalhar com compasso, e por isso ele não conhece o verdadeiro poder deste instrumento, que para ele serve apenas para fazer “bolas”.

As abordagens históricas privilegiam justamente o estudo de situações e que, de forma bem conduzida, pode levar a investigação de padrões, além de favorecer a criação de uma linguagem algébrica a partir de uma situação concreta.

A seguir segue um trecho extraído dos Parâmetros Curriculares Nacionais para a Educação Básica (1998, p. 122):

> As questões relacionadas com as formas e relações entre elas, com as possibilidades de ocupação do espaço, com a localização e o deslocamento de objetos no espaço, vistos sob diferentes ângulos são tão necessárias hoje quanto o foram no passado.
> Situações quotidianas e o exercício de diversas profissões, como a engenharia, a bioquímica, a coreografia, a arquitetura, a mecânica etc., demandam do indivíduo a capacidade de pensar geometricamente. Também é cada vez mais indispensável que as pessoas desenvolvam a capacidade de observar o espaço tridimensional e de elaborar modos de comunicar-se a respeito dele, pois a imagem é um instrumento de informação essencial no mundo moderno.
> No entanto, a Geometria tem tido pouco destaque nas aulas de Matemática e, muitas vezes, confunde-se seu ensino com o das medidas. Em que pese seu abandono, ela desempenha um papel fundamental no currículo, na medida em que possibilita ao aluno desenvolver um tipo de pensamento particular para compreender, descrever e representar, de forma organizada, o mundo em que vive. Também é fato que as questões geométricas costumam despertar o interesse dos adolescentes e jovens de modo natural e espontâneo.
> Além disso, é um campo fértil de situações-problema que favorece o desenvolvimento da capacidade para argumentar e construir demonstrações.

**2.3 – Construção e análises a priori**

Após muita reflexão sobre os parâmetros que seriam utilizados em nossa sequência decidimos dividir o trabalho em etapas que consistem em:

1 – Breve apresentação histórica da geometria e sua aplicação nos dias de hoje, inclusive no cotidiano de cada um.

2 – Pré-avaliação das capacidades dos alunos para que eles mesmos percebam sua defasagem no assunto.

3 – Aplicação de atividades de traçados geométricos.

4 – Desenvolvimento de planificações de peças variadas.

5 – Confecção por parte dos alunos de peças de planificações.

As nossas metas são:

a) Apresentar os métodos: pela nossa experiência de sala de aula e por livros didáticos e apostilas que analisamos e acreditamos serem necessários e suficientes para o entendimento das atividades.

b) Verificar o entendimento: montamos as atividades de forma cuidadosa para que houvesse um aprendizado em cada etapa, uma produção de conhecimento e não simplesmente uma compreensão superficial, a ponto de terem capacidade de construir apenas as planificações.

Dentre outros conteúdos matemáticos, acreditamos que nossa sequência didática possa contribuir no ensino das seguintes áreas: unidades de medida de comprimento, área e volume, semelhança de triângulos, conhecimento de denominações geométricas primordiais (triângulos, circunferência/círculos, perpendicularidade, bissetriz, paralelismo, polígonos, entre outros), teorema de Pitágoras, trigonometria e figuras geométricas planas e espaciais.

# Capítulo 3

**Desenvolvimento das atividades.**

## 3.1 – Divisão das atividades.

As atividades foram desenvolvidas aos sábados em aulas pertinentes ao currículo do Ensino Médio denominadas *Estudos de Reforço, Recuperação e Aprofundamento Curricular aos Sábados,* sendo duas aulas por sábado em um total de 10 dias ou 20 aulas.

Participaram das aulas 23 alunos dos terceiros anos do Ensino Médio de cinco salas diferentes, sendo três salas do período da manhã e duas do período noturno.

Nas aulas foram usados como instrumentos apenas régua, compasso, e calculadoras, sem a utilização de esquadros, régua T, transferidores ou qualquer outro instrumento utilizado em aulas de desenhos técnicos. A ideia é utilizar apenas os materiais usados por um caldeireiro e assim intensificar o aprendizado.

A divisão das atividades desenvolvidas ficou da seguinte forma.

**1º Dia** – Nesta aula foi dado um breve apanhado histórico sobre a geometria onde se indagou a sua presença nos dias de hoje no cotidiano da cada um, foi realizada uma pré-avaliação para diagnosticar a capacidade dos alunos e principalmente para que os próprios alunos enxergassem suas dificuldades. Neste dia também foram trabalhados os traçados geométricos de:

- Perpendicular por ponto “P” na reta.
- Perpendicular por ponto “P” fora da reta.
- Cópia de ângulos.
- Mediatriz.
- Bissetriz.
- Bissetriz sem vértice (vértice inacessível).

Espera-se boa dificuldade dos alunos nesta primeira aula, pois a maioria não tem habilidade em manusear régua e compasso e pretende-se trabalhar os conceitos de perpendicularidade, mediatriz, ângulos, e bissetriz.

**2º Dia** – Neste dia foram trabalhados os traçados geométricos de:

- Paralela por um ponto “P” não pertencente à reta.
- Paralela com distância determinada.

- Triângulo equilátero, conhecendo-se seu lado.
- Triângulo retângulo, dados as medidas da hipotenusa e de um dos catetos.
- Divisão de ângulo reto em três partes iguais.

Nesta aula espera-se que os alunos já tenham maior intimidade com o manuseio da régua e do compasso e são trabalhados conceitos de paralelismo tipos e características dos triângulos e quadriláteros e ainda trabalhamos em como traçar alguns ângulos sem o uso de um transferidor.

**3º Dia** – Neste dia foram trabalhados os traçados geométricos de:

- Encontrar o centro de um arco.
- Baricentro de um triângulo.
- Incentro de um triângulo.
- Circuncentro de um triângulo.
- Ortocentro de um triângulo.

Nesta aula trabalhamos o conceito de circunferência/círculo, arco, corda, flecha, baricentro, incentro, circuncentro, ortocentro e suas características.

**4º Dia** - Neste dia foram trabalhados os traçados geométricos de:

- Dividir a circunferência em 3 partes iguais e inscrever um triângulo equilátero.
- Dividir a circunferência em 4 partes iguais e inscrever um quarado.
- Dividir a circunferência em 5 partes iguais e inscrever um pentágono regular.
- Dividir a circunferência em 6 partes iguais e inscrever um hexágono regular.
- Dividir a circunferência em “N” partes iguais.

Nesta aula trabalhamos os polígonos regulares, e como traçar diferentes tipos de ângulos sem o uso de transferidor.

**5º Dia** - Neste dia foram trabalhados os traçados geométricos de:

- Espiral de dois centros.
- Espiral de três centros.
- Espiral de quatro centros.
- Espiral de cinco centros.

Neste dia demos a primeira ideia intuitiva de concordância e determinamos um padrão para o raio de cada arco das espirais à medida que vamos nos distanciando do centro.

**6º Dia** - Neste dia foram trabalhados os traçados geométricos de:

- Oval, sendo dado o eixo menor.
- Oval, sendo dados eixos maior e menor.
- Oval com duas circunferências.
- Oval com três circunferências.
- Elipse.

Neste dia, alem de reforçarmos a ideia de concordância, estamos também diferenciando a ideia de Oval e Elipse. O estudo da Elipse por sua vez será tratado nas aulas regulares em geometria analítica, porem esta aula servirá também para o traçado de uma calota elíptica que será construída.

**7º Dia** - Neste dia foram trabalhados os traçados geométricos de:

- Concordância de arco de raio R com reta por ponto "P" na reta.
- Concordância de arco de raio R entre dois segmentos.
- Tangente por um ponto "A" na circunferência.
- Tangente por um ponto "A" fora da circunferência.
- Tangente externa entre duas circunferências.
- Tangente interna entre duas circunferências.

Nesta aula concluímos a ideia de concordância e ainda trabalhamos o conceito de tangencia.

A partir do oitavo dia serão trabalhados os desenvolvimentos das planificações e será cobrado na aula seguinte uma planificação em cartolina referente aos traçados trabalhados na aula anterior.

Estes desenvolvimentos em cartolinas farão parte da avaliação em posteriori do desenvolvimento dos alunos.

**8º Dia** - Neste dia foram trabalhados os desenvolvimentos de planificação de:

- Planificação da Virola.
- Derivação de 90º.
- Derivação de 120º.
- Intersecção de 90º.
- Intersecção de 120º.
- Intersecção de 90º de diâmetros diferentes.

**9º Dia** - Neste dia foram trabalhados os desenvolvimentos de planificação de:

- Tronco de cone reto.
- Tronco de cone obliquo.
- Curva de gomos.
- Quadrado para Redondo.

**10º Dia** - Neste dia foram trabalhados os desenvolvimentos de planificação de:

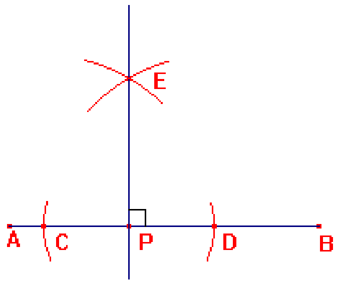
- Bifurcação
- Calota esférica.
- Hélice Transportadora.

## 3.2 – Traçados geométricos.

Nesta etapa foram trabalhados os traçados geométricos pertinentes ao desenvolvimento de traçados para Caldeiraria.

### 3.2.1 – Perpendicular por um ponto “P” pertencente à reta.

Figura 1.

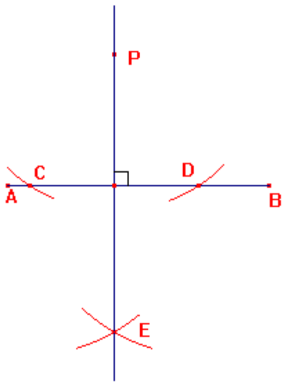



Perpendicular um por ponto P na reta – Criação do autor usando software Cabri-Géomètre II.

Centrar compasso em P e com abertura qualquer marcar pontos C e D. Centrar C e D com abertura qualquer maior que CP e marcar o ponto E. Ligar pontos E e P.

### 3.2.2 – Perpendicular por um ponto “P” não pertencente à reta.

Figura 2.

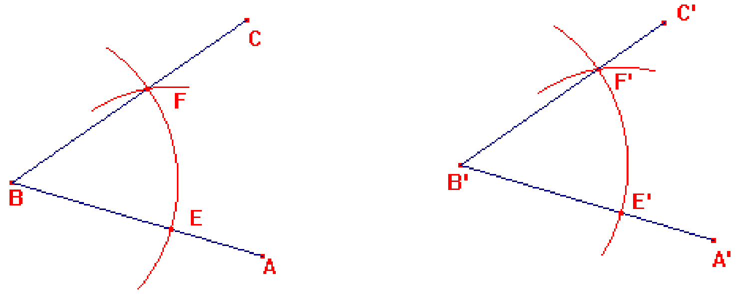



Perpendicular por ponto P fora da reta

Centrar compasso em P e com abertura qualquer maior que a distância entre P e a reta; marcar pontos C e D. Centrar em C e D com abertura qualquer e marcar o ponto E. Ligar pontos E e P.

### 3.2.3 – Cópia de ângulos.

Figura 3.

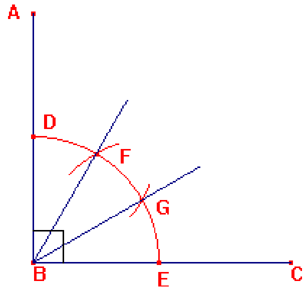



Cópia de ângulos

Centrar em B e traçar arco EF qualquer, Centrar em B’ e traçar arco a partir de E’, Com compasso copiar medida E F, centrar em E’ e marcar ponto F’. Ligar pontos B’ com F’.

### 3.2.4 – Divisão de ângulo Reto em três ângulos congruentes.

Figura 4.

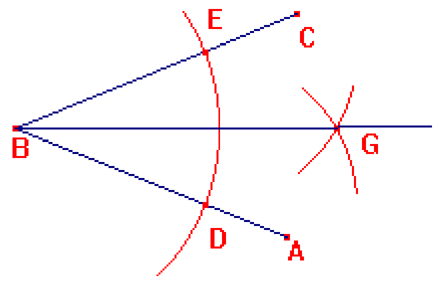



Divisão de ângulo reto em três ângulos Congruentes

Centrar em B e Traçar arco ED, com o mesmo raio centrar em E e marcar ponto F, depois centrar em D e marcar ponto G.

**3.2.5 – Bissetriz.**

Figura 5.

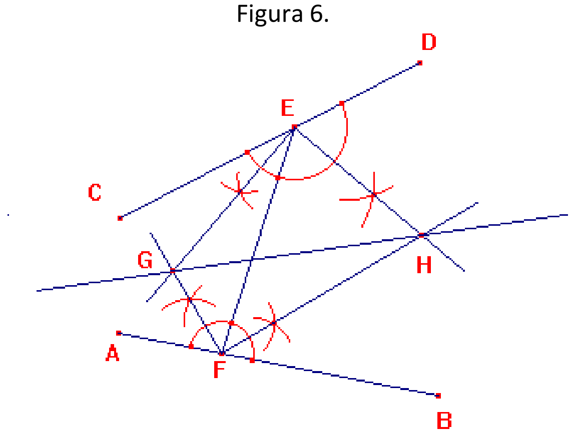



Bissetriz do ângulo ABC

Centrar o compasso em B com abertura qualquer e traçar um arco marcando pontos D e E, centrar em D e em E cruzando os arcos para marcar o ponto G. Ligar os pontos B e G.

**3.2.6 – Bissetriz de ângulo com vértice inacessível.**

Figura 6.

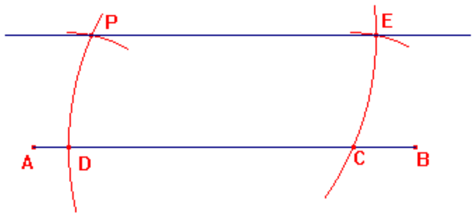



Bissetriz do ângulo entre retas formadas por segmentos CD e AB

Traçar segmento EF qualquer e encontrar as bissetrizes dos ângulos AFE, BFE, CEF e DEF. encontrando os pontos G e H. Ligar os pontos G e H.

**3.2.7 – Paralela por ponto "P" não pertencente à Reta.**

Figura 7.

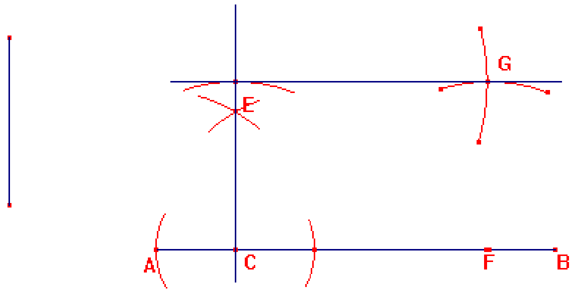



Paralela por um ponto P não pertencente à reta do segmento AB

Centrar em P e traçar arco marcando o ponto C, centrar em C com o mesmo raio e marcar ponto D. Pegar com o compasso a medida DP e centrar no ponto C marcando o ponto e. Ligar os pontos P e E.

**3.2.8 – Paralela com distância determinada.**

Figura 8.

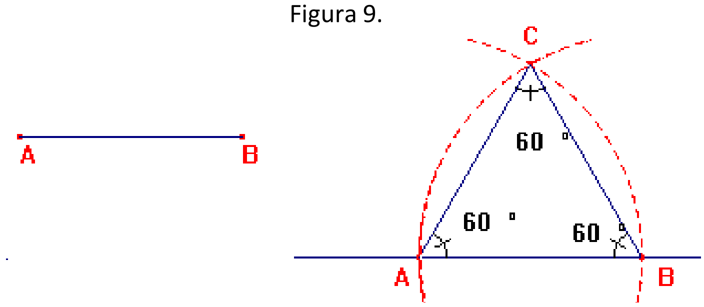



Paralela com distância determinada

Marcar pontos C e F sobre AB, traçar por C uma perpendicular a AB, tomar medida da distância das paralelas e traçar arcos com centro em C e em F. Encontrar o ponto E. Tomar medida CF e com centro em E traçar arco encontrando o ponto G. Ligar E com G.

**3.2.9 – Triângulo equilátero, conhecendo-se seu lado.**

Figura 9.

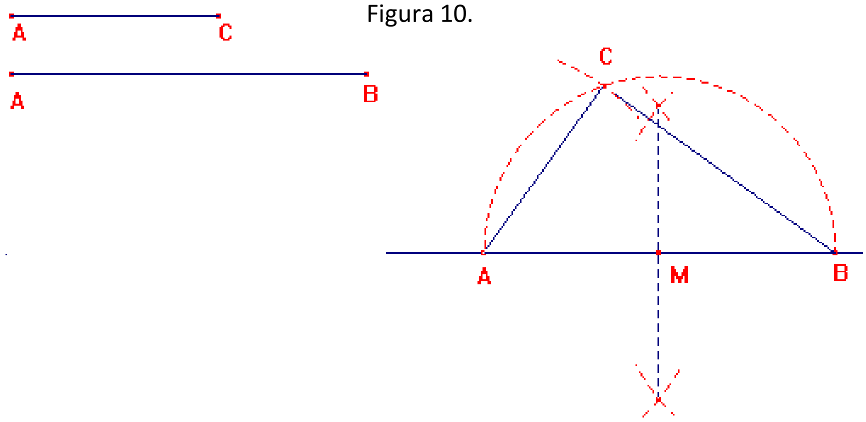



Triângulo equilátero, conhecendo-se seu lado.

Centrar em A com raio AB e traçando arco, centrar em B com mesmo raio e traçar o arco encontrando o ponto C. Ligar os pontos formando o triângulo ABC.

**3.2.10 – Triângulo retângulo, dados a hipotenusa e um dos catetos.**

Figura 10.

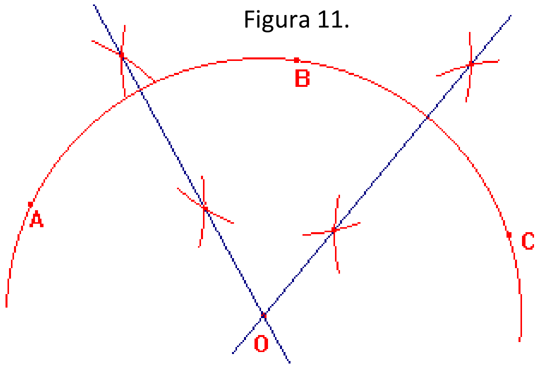



Triângulo retângulo, dados a hipotenusa e um dos catetos

Encontrar o ponto médio M da hipotenusa que é segmento AB, Centrar em M e Traçar o arco AB, abrir compasso com raio AC, centrar em A e marcar o ponto C. Ligar os pontos AC e AB formando o triângulo ABC.

**3.2.11 – Encontrar o centro de um arco.**

Figura 11.

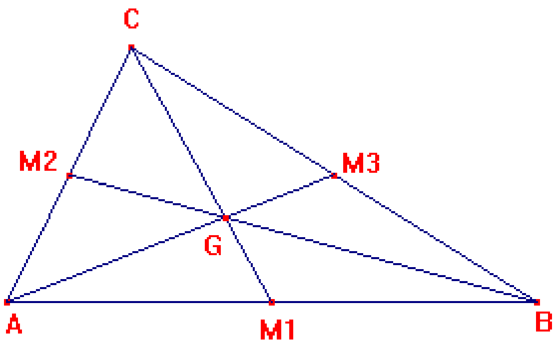



Encontrar o centro de um arco

Marcar três pontos AB e C sobre o arco. Encontrar a mediatriz dos segmentos AB e BC. O centro do arco será o ponto O na intersecção das mediatrizes.

**3.2.12 – Baricentro de um triângulo.**

Figura 12.



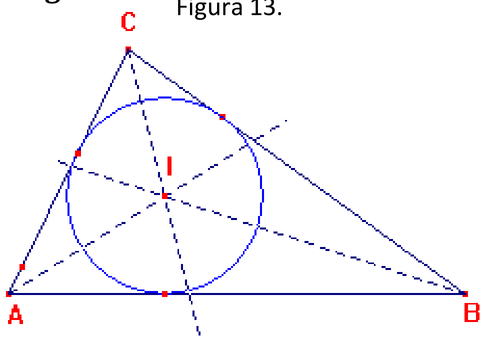

Baricentro de um triângulo

Encontrar o ponto médio de cada lado e ligar ao vértice oposto do triângulo. O baricentro será o ponto G na interseção destes segmentos.

Obs.: O baricentro é o centro ou ponto de equilíbrio ou gravidade do triângulo.

**3.2.13 – Incentro de um Triângulo.**

Figura 13.

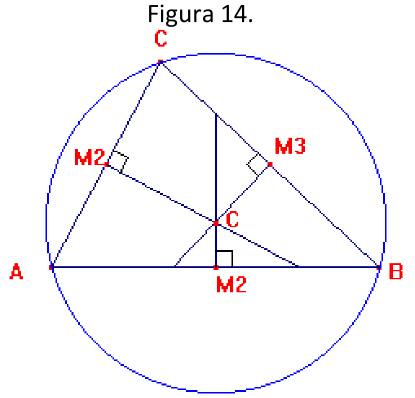



Incentro de um triângulo.

Traçar as bissetrizes dos vértices, o incentro será o ponto I na interseção destas bissetrizes. O incentro é o centro da circunferência inscrita no triângulo.

### 3.2.14 – Circuncentro de um triângulo.

Figura 14.

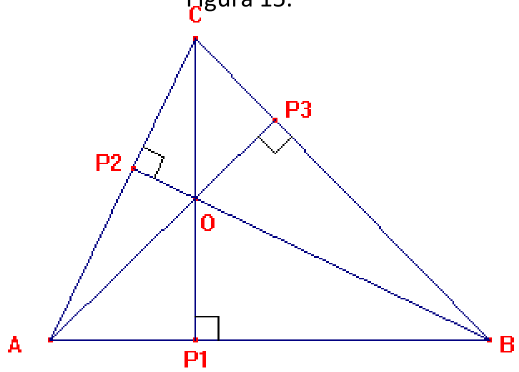



Circuncentro de um triângulo.

Traçar as mediatrizes referente a dois lados do triângulo. O circuncentro será o ponto I na interseção das mediatrizes. O circuncentro é o centro da circunferência circunscrita ao triângulo.

### 3.2.15 – Ortocentro de um Triângulo.

Figura 15.

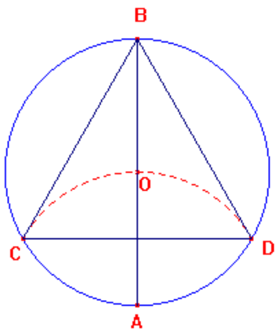



Ortocentro de um triângulo .

Traçar os segmentos que indicam as alturas do triângulo. O ortocentro será o ponto O na interseção destas alturas. Duas alturas são suficientes para a construção.

### 3.2.16 – Dividir a circunferência em 3 partes iguais e inscrever um triângulo equilátero.

Figura 16

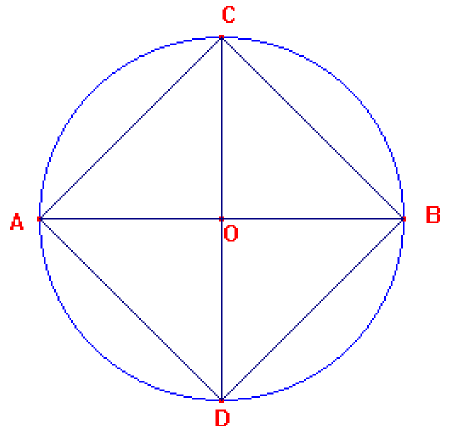



Inscrição do triângulo retângulo em uma circunferência.

Traçar o segmento AB pelo centro da circunferência, com o mesmo raio da circunferência; centrar em A e traçar o arco encontrando os pontos C e D. Ligar os pontos B, C e D.

**3.2.17 – Dividir a circunferência em 4 partes iguais e inscrever um quadrado.**

Figura 17

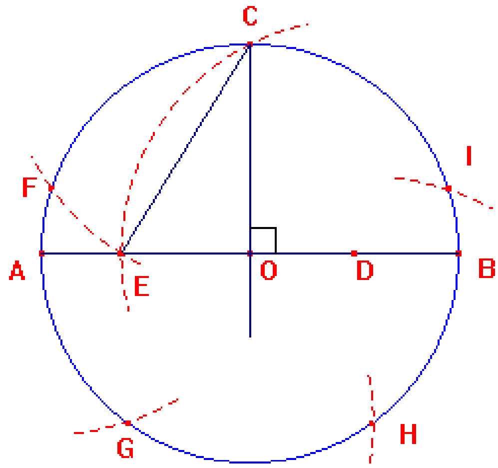



Inscrição de um quadrado em uma circunferência.

Traçar segmento AB passando pelo centro da circunferência e encontrar a mediatriz deste segmento formando o segmento CD. Ligar os pontos AC, AD, BC e BD.

**3.2.18 – Dividir a circunferência em 5 partes iguais e inscrever um pentágono regular.**

Figura 18.

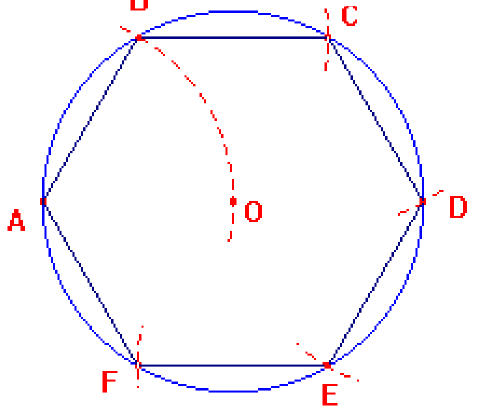



Inscrição de um pentágono em uma circunferência.

Traçar segmento AB pelo centro da circunferência e a perpendicular por O encontrando o ponto C. encontrar o ponto médio D do segmento OB e com centro em D. Abrir compasso até C traçando o arco até encontrar o ponto E. A medida do lado do polígono será a medida do segmento CE. Com o raio CE encontrar os pontos F, G, H e I. Ligar os pontos C, F, G, H e I formando o pentágono.

**3.2.19 – Dividir a Circunferência em 6 partes iguais e inscrever um hexágono regular .**

Figura 19.

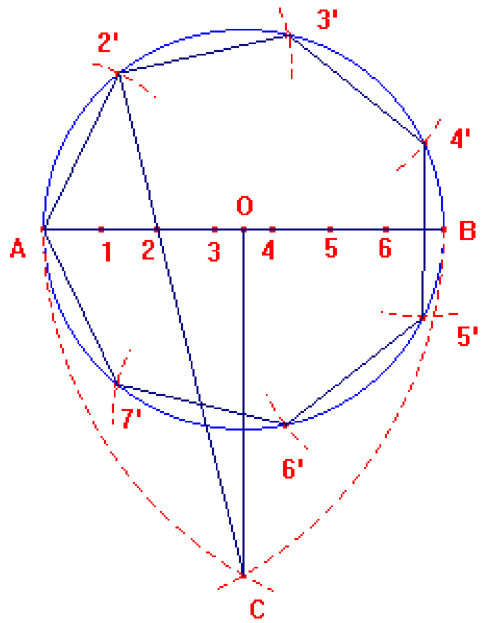



Inscrição de um hexágono em uma circunferência.

Marcar um ponto A sobre a circunferência e com o raio da circunferência centrar em A marcando os pontos B, C, D, E e F. Ligar os pontos formando o Hexágono.

**3.2.20 – Dividir a circunferência em "N" partes iguais[2] (Exemplo de 7 partes).**

Figura 20.




Inscrição de um polígono "regular" de 7 lados em uma circunferência.

Dividir o segmento AB em 7 partes Iguais, centrar em A e em B com raio AB traçando os arcos até encontrar o ponto C,traçar reta ligando C com 2 até encontrar ponto 2'.

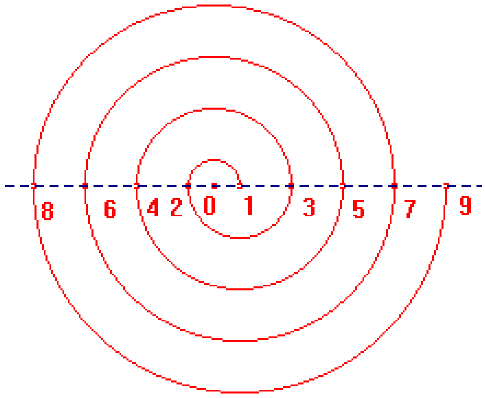
---

[2] Este processo de divisão da circunferência não é preciso, porem este nível de imprecisão é aceitável para os parâmetros da Caldeiraria

A medida do lado do heptágono será a distância A2. Marcar esta distância sobre a circunferência criando os pontos 3', 4', 5', 6' e 7'. Ligar os pontos formando o heptágono.

**3.2.21 – Espiral de dois centros.**

Figura 21.

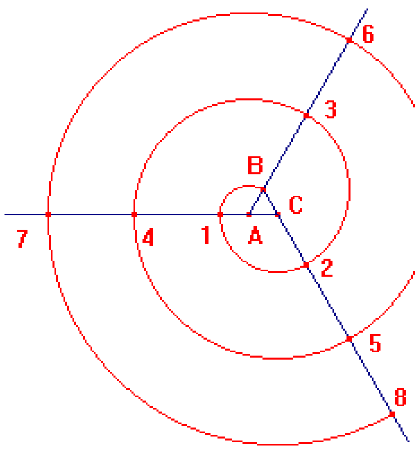



Espiral de dois cetros.

Com a medida do segmento 01 centrar em O traçando o arco 12, centrar em 1 traçando o arco 23, centrar em 0 traçando o arco 34, centrar em 1 traçando o arco 43 e assim sucessivamente.

**3.2.22 – Espiral de três centros.**

Figura 22.

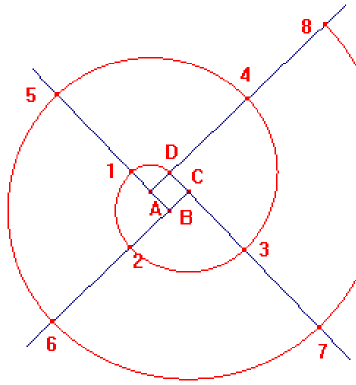



Espiral de três centros.

A partir do triângulo equilátero ABC, centrar em A e traçar arco B1, centrar em C e traçar Arco 12, centrar em B e traçar o arco 23, e assim sucessivamente.

### 3.2.23 – Espiral de quatro centros.

Figura 23

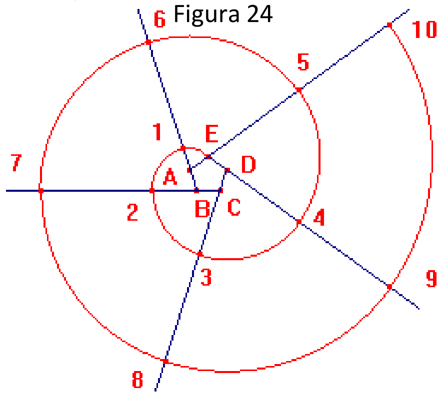



Espiral de quatro centros.

A partir do quadrado ABCD, centrar em a e traçar o arco D1, centrar em B e traçar o arco 12, centrar em C e traçar o arco 23, centrar em D e traçar o arco 34, e assim sucessivamente.

### 3.2.24 – Espiral de cinco centros.

Figura 24

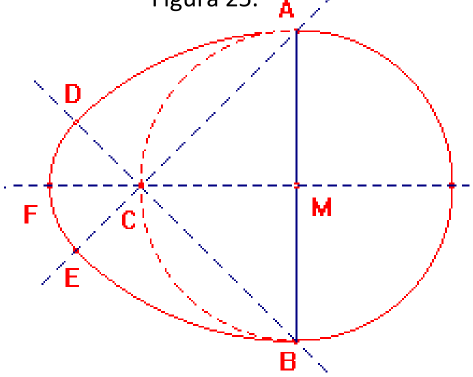



Espiral de cinco centros.

A partir do pentágono ABCDE, centrar em A e traçar o arco E1, centrar em B e traçar o arco 12, centrar em C e traçar o arco 23, centrar em D e traçar o arco 34, centrar em E e traçar o arco 45, e assim sucessivamente.

### 3.2.25 – Oval[3] sendo dado o eixo menor.

Figura 25.



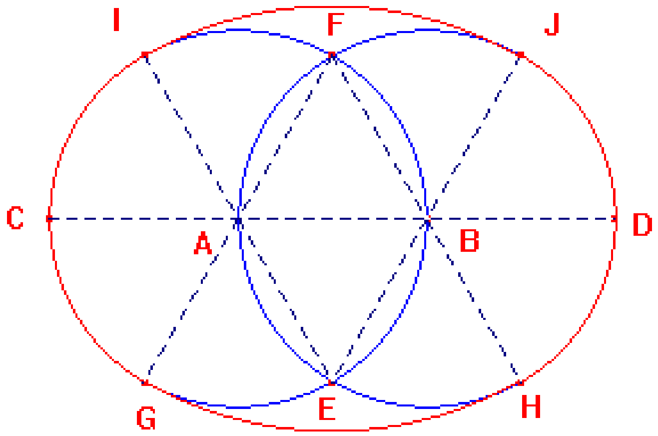

Oval sendo dado o eixo menor.

[3] Em caldeiraria designa-se como oval as formas que não são círculos perfeitos e não são elipses, em muitos casos assemelham-se ao contorno da projeção de um ovo.

Sendo o segmento AB, traçar sua mediatriz e traçar a circunferência com centro em M encontrando o ponto C, traçar retas passando por B e C e por A e C, com centro em B traçar arco AD e com centro em A traçar arco BE, com centro em C traçar o arco DE.

**3.2.26 – Oval com duas circunferências.**

Figura 26.

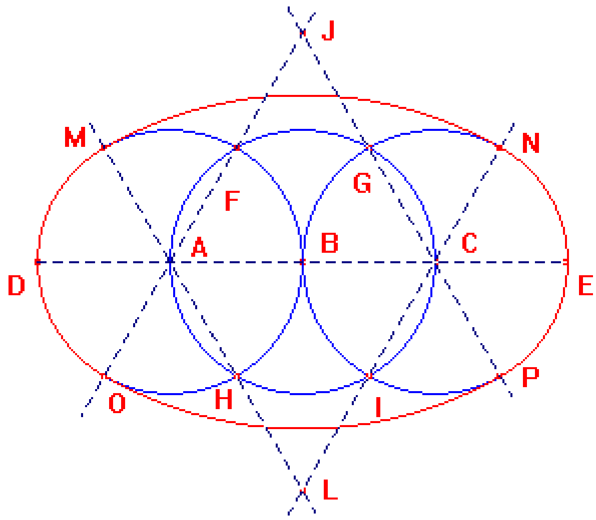



Oval com duas circunferências.

Sendo a circunferência de centro em A, centrar em B com o mesmo raio e traçar a outra circunferência, traçar a reta por C, A, B e D, Encontrar os pontos E e F e traçar as retas FA , EA, FH e EJ encontrando os pontos G, I, H e J. Centrar em E traçando o arco IJ e Centrar em F traçando o arco GH.

**3.2.27 – Oval com três circunferências.**

Figura 27.

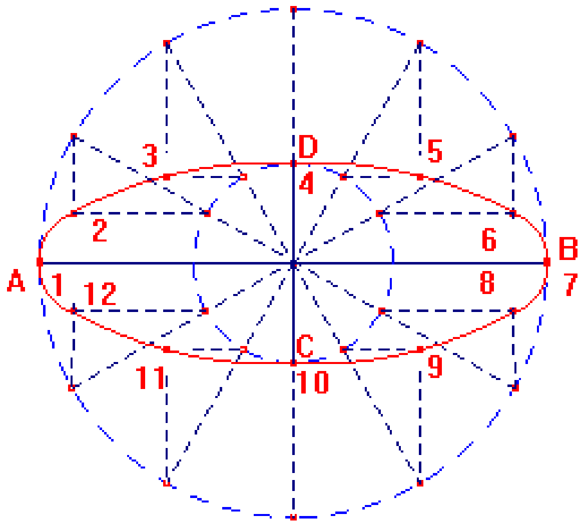



Oval com Três circunferências.

Traçar as circunferências de centro em A, B e C, traçar as retas passando por A com F, A com H, S com G e C com I encontrando os pontos J, L, M, N, O, P, centrar compasso em J e traçar o arco OP, centrar em L e traçar o arco MN.

**3.2.28 – Oval sendo dados eixos maior e menor[4].**

Figura 28.

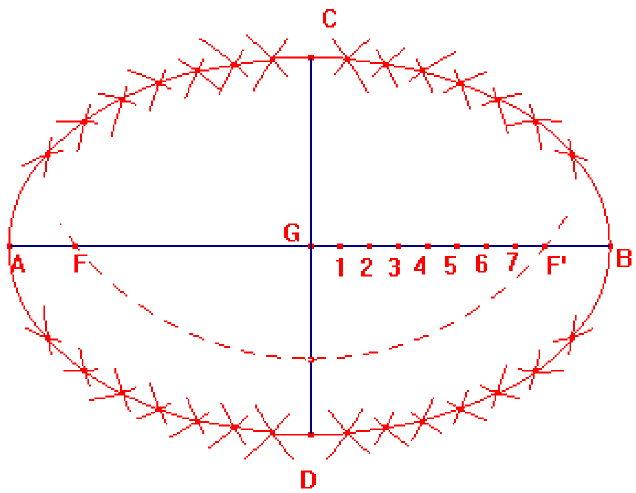



Espiral sendo dados eixos maior e menor.

Traçar circunferências com diâmetros AB e CD dividindo estas circunferências em 8 partes iguais, Ligar as coordenadas referente a cada divisão formando os pontos 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11 e 12. Ligar estes pontos usando uma régua flexível.

**3.2.29 – Elipse.**

Figura 29.



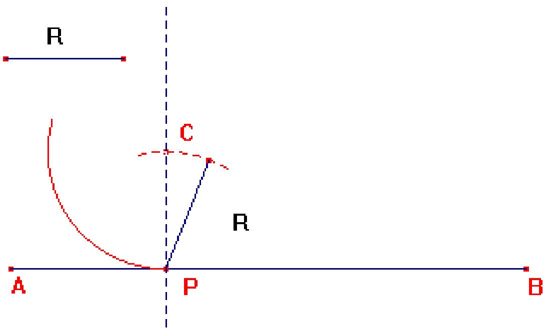

Elipse.

[4] Apesar deste processo ser chamado de oval nos meios da Caldeiraria, é importante observar que o método descreva uma Elipse.

A partir do segmento AB e sua mediatriz CD centrar em C com raio AG e traçar o arco FF', dividir o segmento GF' em "n" partes iguais, com raio A1 centrar em F e F' traçar um arco, com raio 1B centrar em F e F' cruzando os arcos anteriores. Repetir esta operação com todos os pontos da divisão do segmento GF.

**3.2.30 – Concordância de arco de raio R com reta por "P" pertencente à reta.**

Figura 30.

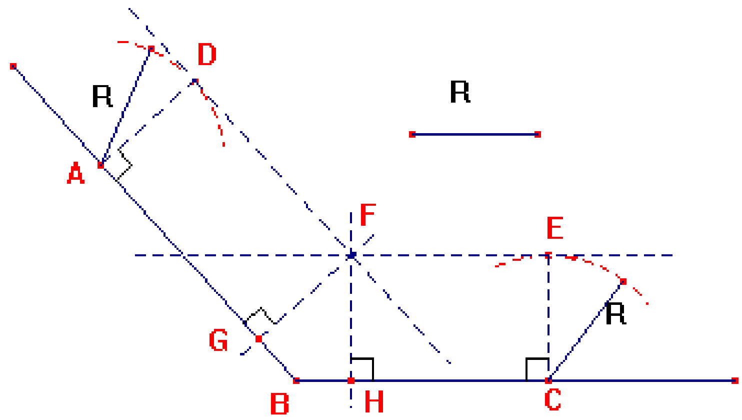



Concordância de arco de raio R com reta por ponto P na reta.

Traçar a perpendicular em "P" e com o raio R centrar em P criando o ponto C, com centro em C traçar o arco a partir de P.

**3.2.31 – Concordância de arco de raio R entre dois segmentos concorrentes.**

Figura 31

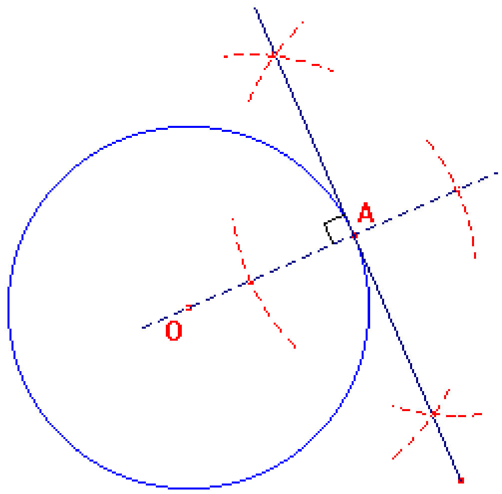



Concordância de arco de raio R entre dois segmentos.

Traçar as paralelas de distância R aos segmentos AB e BC encontrando o ponto F, traçar perpendiculares aos segmentos AB e BC pelo ponto F. Centrar em F e traçar o arco GH.

### 3.2.32 – Tangente por ponto “A” pertencente à circunferência.

Figura 32.

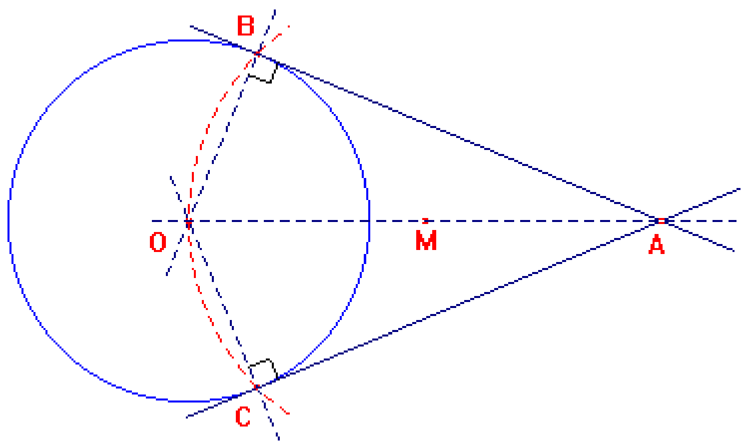



Tangente por um ponto A na circunferência.

Traçar reta ligando os pontos A com O, traçar uma perpendicular à esta reta pelo ponto A.

### 3.2.33 – Tangentes por ponto “A”externo à circunferência.

Figura 33.

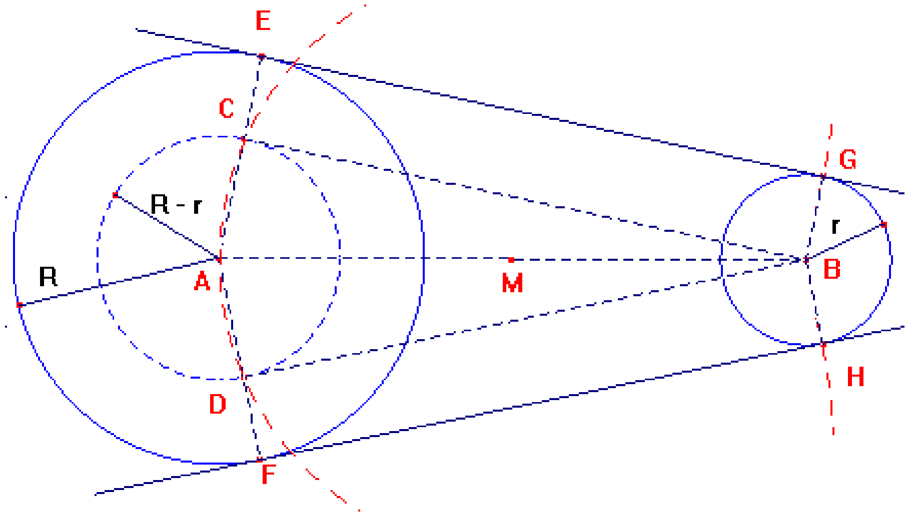



Tangente por um ponto A fora da circunferência.

Traçar reta ligando A com O, encontrar o ponto médio M, centrar em M e traçar o arco BC passando por O. Ligar os pontos AB e AC.

### 3.2.34 – Tangentes externas à duas circunferências.

Figura 34.

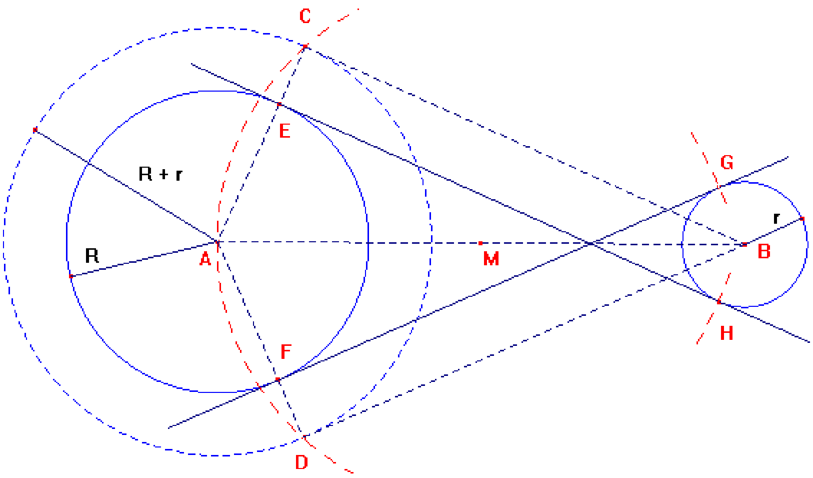



Tangente externa entre duas circunferências.

Traçar circunferência de raio R + r com centro em A, encontrar o ponto médio de AB e com centro em M Abrir até A e traçar o arco CD, ligar os pontos AC e AD encontrando os pontos E e F. Traçar os retângulos pelos pontos BCEH e BDFG.

### 3.2.35 – Tangentes internas à duas circunferências.

Figura 35.




Tangente interna entre duas circunferências.

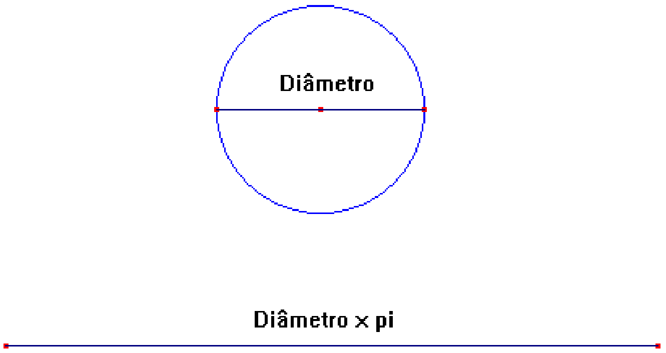
Traçar circunferência com raio R – r com centro em A, encontrar o ponto médio de AB, centrar em M com abertura até A e traçar o arco CD, Traçar retas passando por A com C e A com D encontrando os pontos E e F, traçar o retângulo BCEG e BDFM.

### 3.3 – Desenvolvimento das planificações.

Nesta etapa foram trabalhados os desenvolvimentos das planificações pertinentes aos traçados de Caldeiraria.

#### 3.3.1 – Desenvolvimento da circunferência.

Figura 36

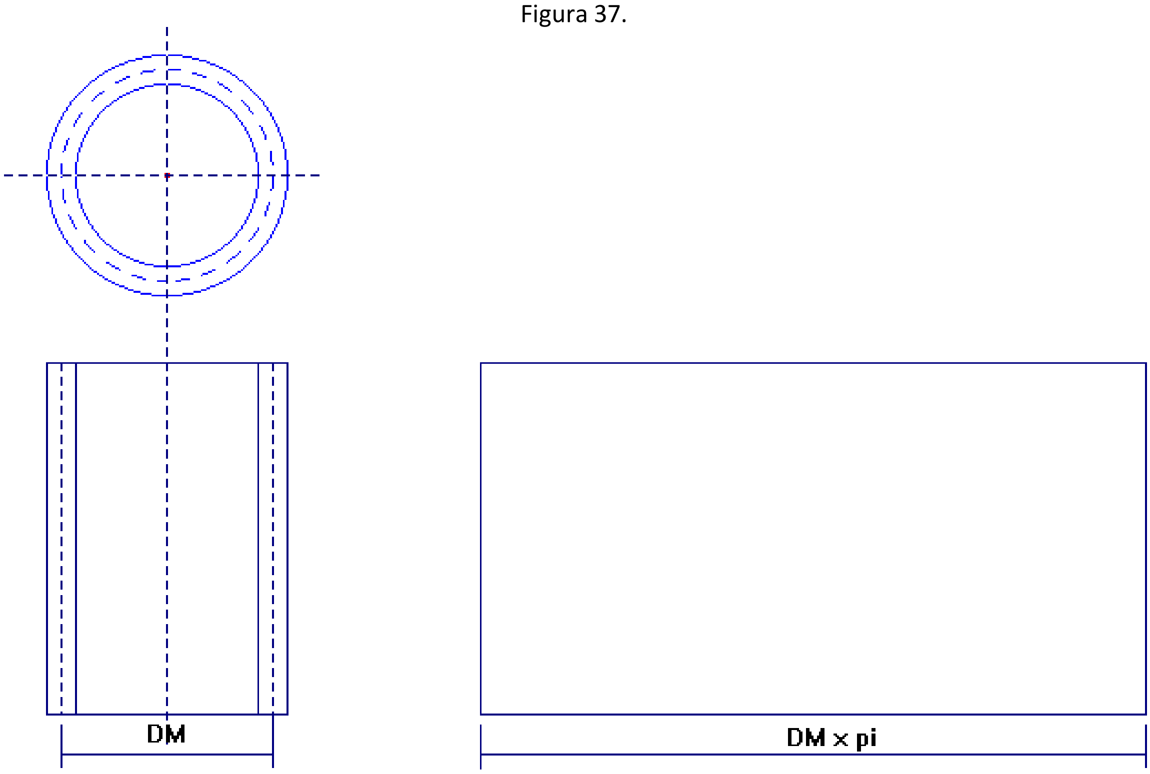



Desenvolvimento da circunferência

O comprimento da circunferência é a medida do produto de seu diâmetro por PI ($\pi = 3,1416$)

#### 3.3.2 – Planificação da virola[5].

Figura 37.



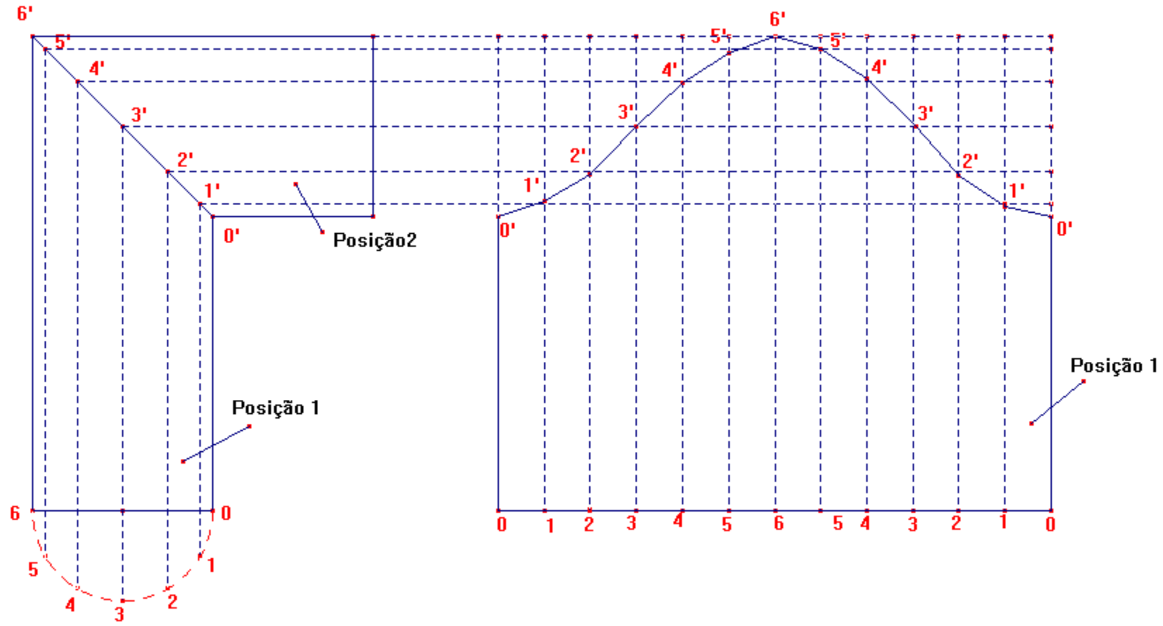

Planificação da virola.

Para fazer a planificação da virola, devemos encontrar o desenvolvimento de seu diâmetro, para isso efetuamos o produto do **Diâmetro Médio** por PI.

[5] Em caldeiraria designa-se como virola toda construção em chapa com formato cilíndrico.

### 3.3.3 – Derivação[6] 90°.

Figura 38.



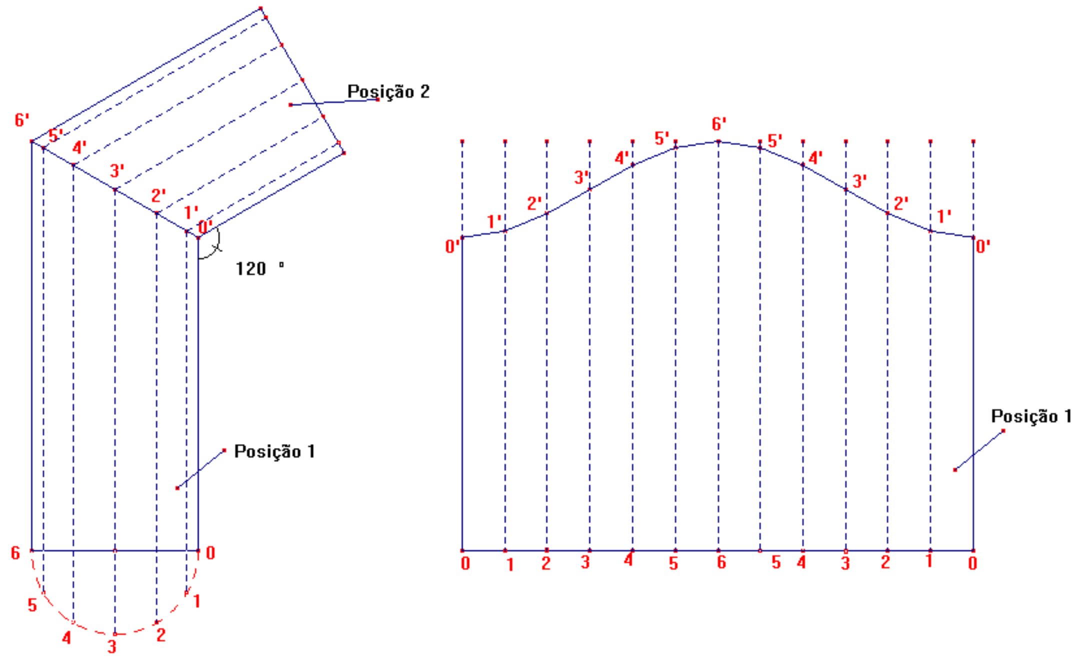

Planificação da derivação de 90°.

Desenhar a elevação da peça real e dividir em 12 partes iguais. Repassar esta divisão ao longo da peça. Efetuar a planificação com o comprimento igual ao diâmetro médio x PI e dividir em 12 partes iguais. Transportar as medidas das alturas das geratrizes da peça original para a planificação.

Obs.: A parte curvada das planificações das posições 1 e 2 serão idênticas.

### 3.3.4 – Derivação 120°.

Figura 39



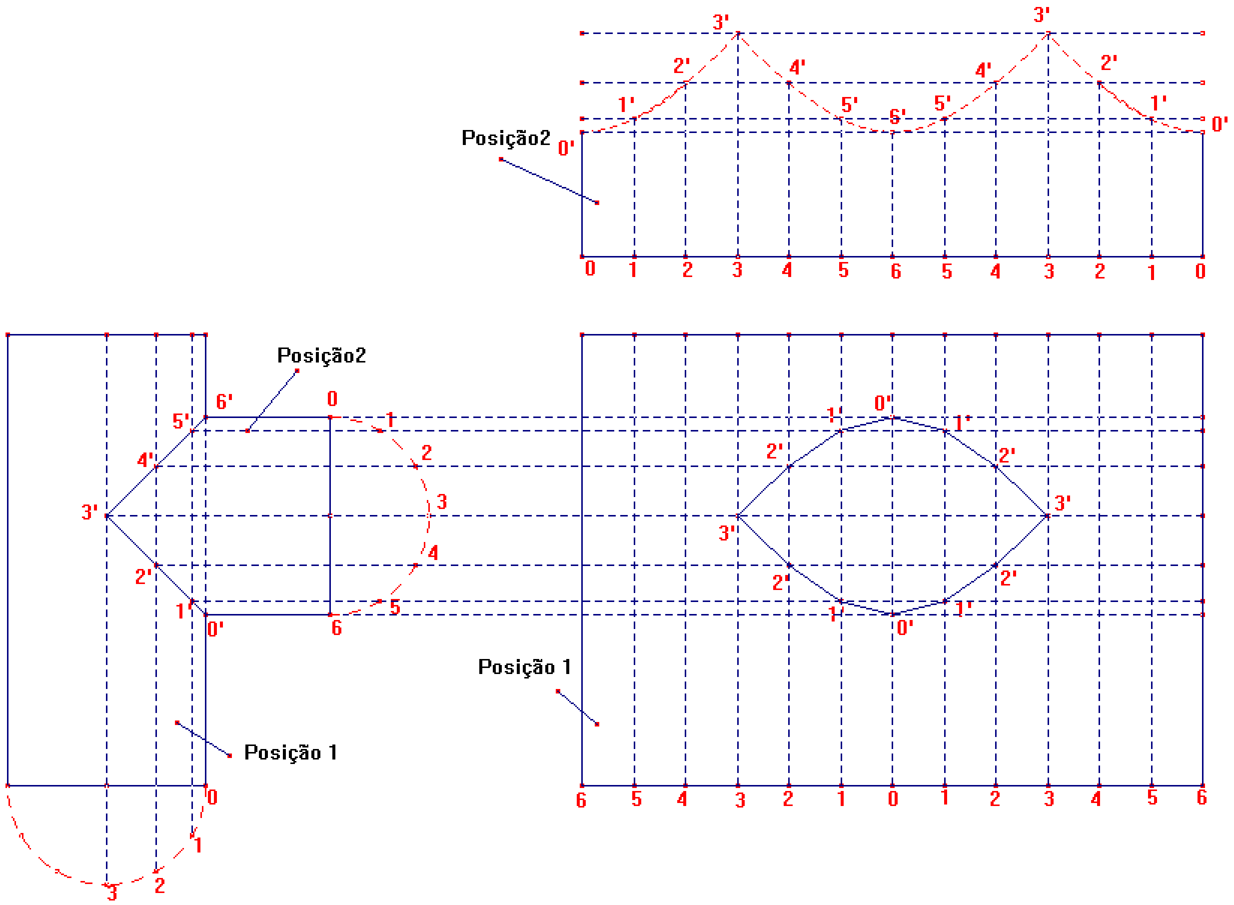

Planificação da derivação de 120°.

[6] Em Caldeiraria é comum denominar a derivação como sendo cotovelo ou joelho.

Os procedimentos de planificação são o mesmo da planificação de 90°.

### 3.3.5 – Intersecção[7] 90°.

Figura 40.




Planificação da intersecção de 90°.

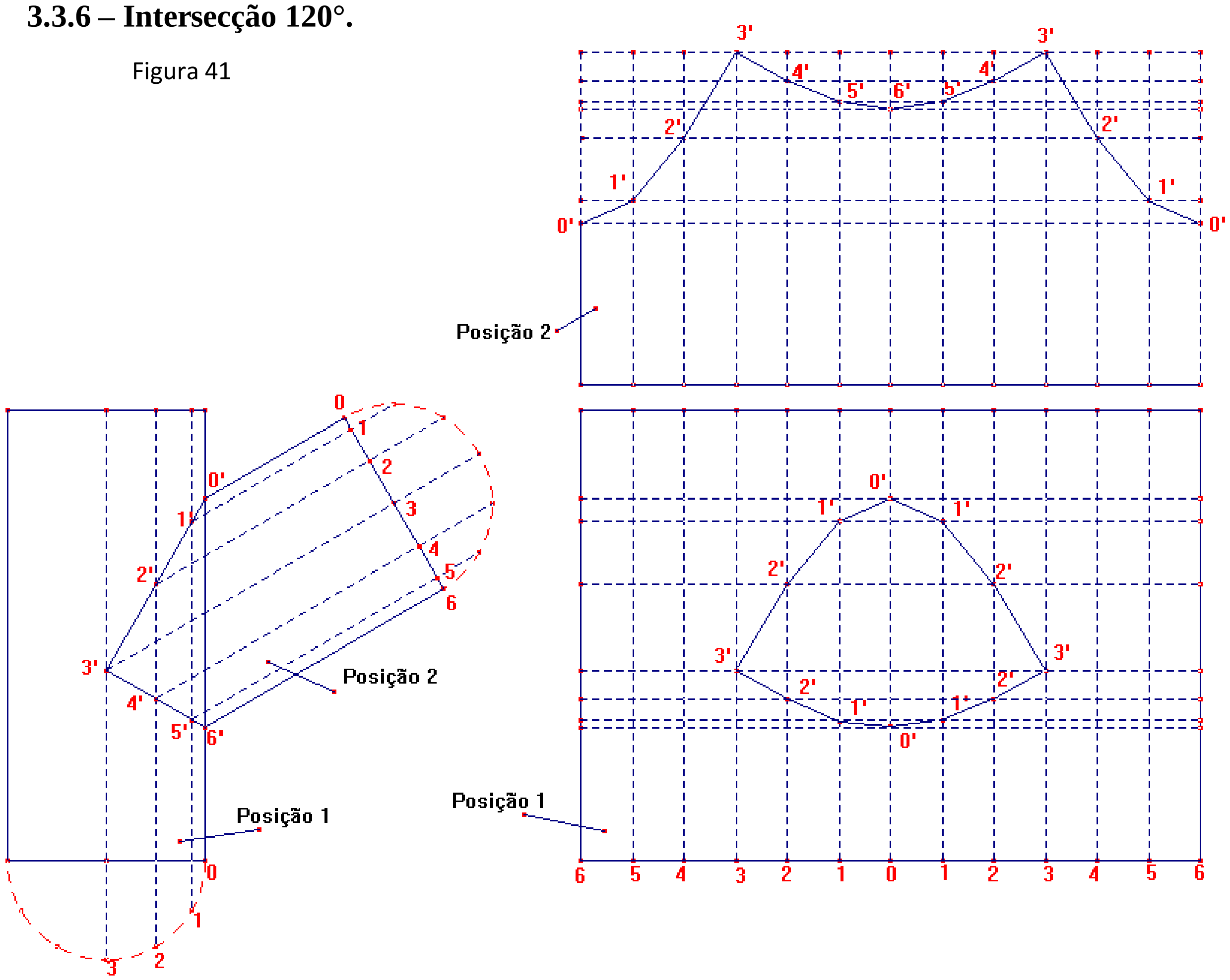
Desenhar a elevação da peça real e dividir as posições 1 e 2 em 12 partes iguais. Realizar a planificação do comprimento das duas posições e dividir em 12 partes iguais, transportar as alturas de cada geratriz da peça original para as planificações.

Obs.: Na prática pode-se efetuar a planificação apenas da posição 2, depois de pronta basta sobrepor sobre a posição 1 e efetuar a traçagem da posição 1.

[7] É comum em caldeiraria denominar a intersecção como "boca de lobo".

## 3.3.6 – Intersecção 120°.

Figura 41

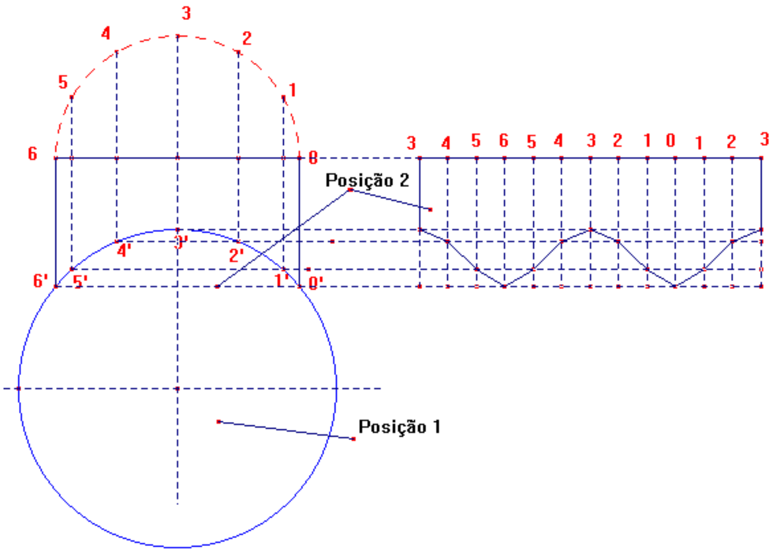



Planificação da intersecção de 120°.

Os procedimentos de planificação são os mesmos da interseção de 90°.

## 3.3.7 – Intersecção de 90° de diâmetros diferentes.

Figura 42.

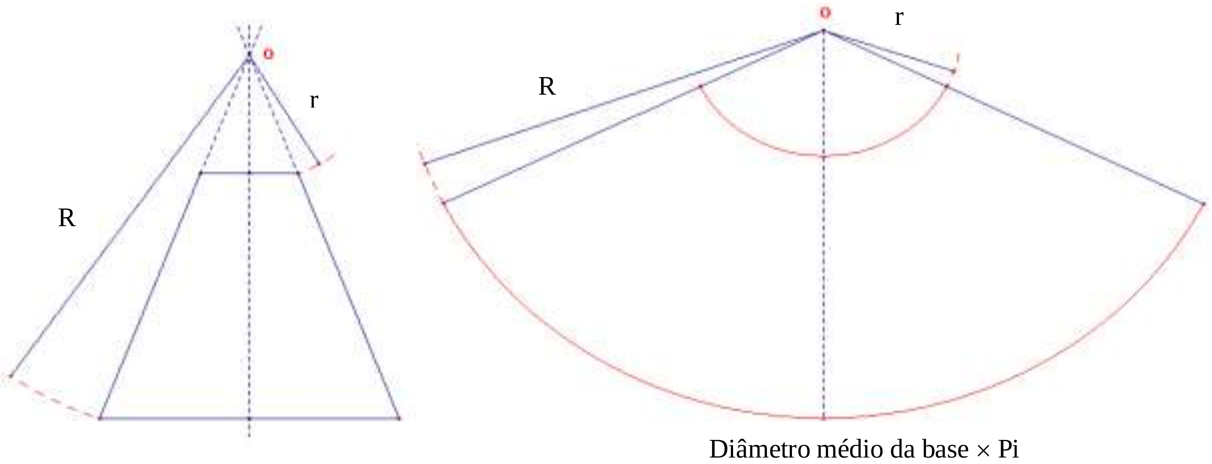



Planificação da intersecção de 90° de diâmetros diferentes.

Desenhar a planta da peça real e dividir a posição 2 em 12 partes iguais transportando estas medidas até a posição 1. Efetuar a planificação do comprimento da posição 2 e dividi-la em 12 partes iguais, transportar as alturas das geratrizes relativas para a planificação. Depois da posição 2 pronta, basta colocá-la sobre a posição 1 e traçar a boca da posição 1.

### 3.3.8 – Tronco de cone reto.

Figura 43.

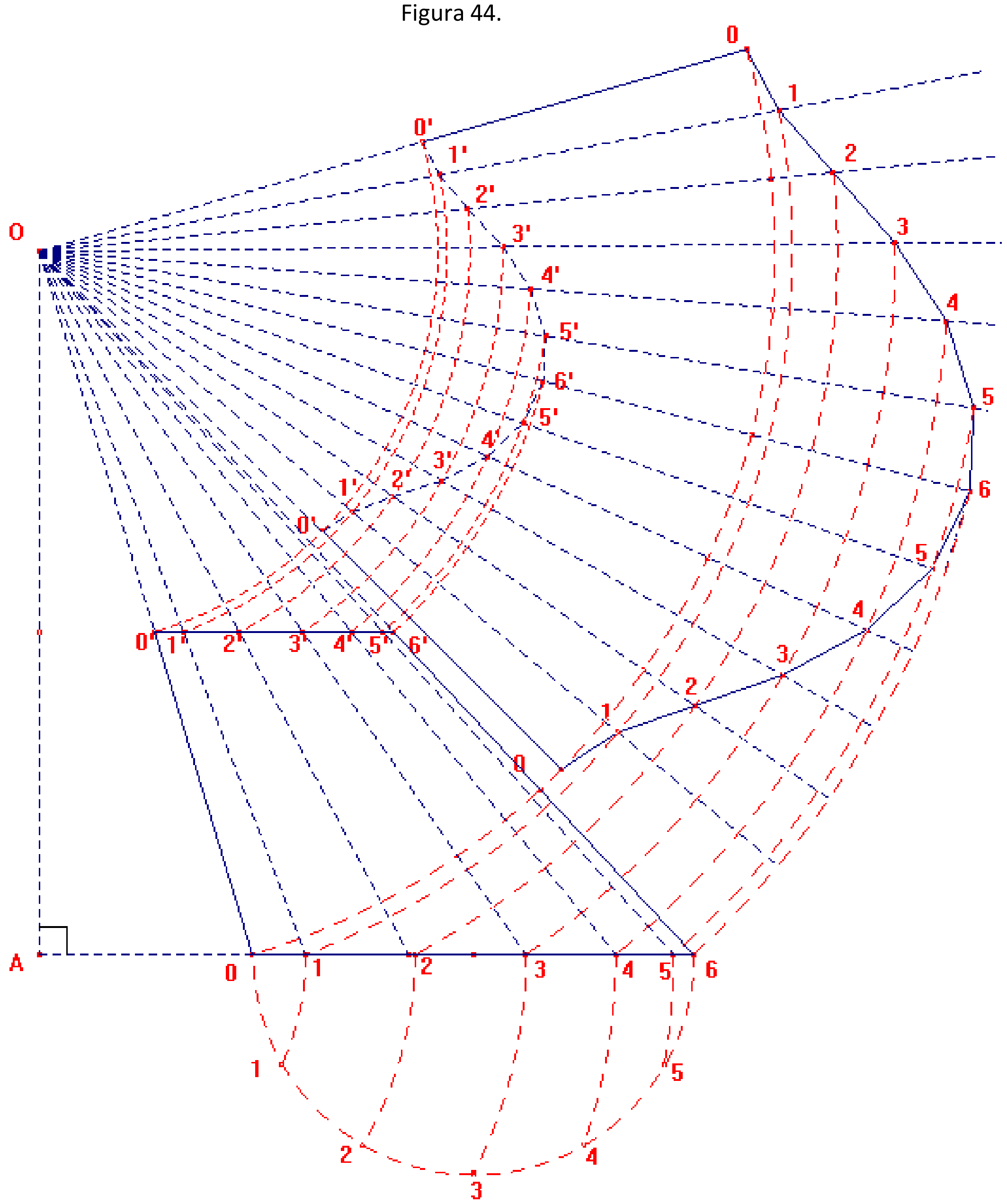



Planificação de Tronco de cone reto.

Desenhar a elevação da posição real e prolongar suas laterais até encontrar o vértice do cone (ponto O) Tirar as medidas dos raios maior e menor e traçar o arco da planificação do cone; no arco maior medir o comprimento do desenvolvimento do diâmetro maior do cone. (Diâmetro médio x PI).

### 3.3.9 – Tronco de cone oblíquo.

Figura 44.



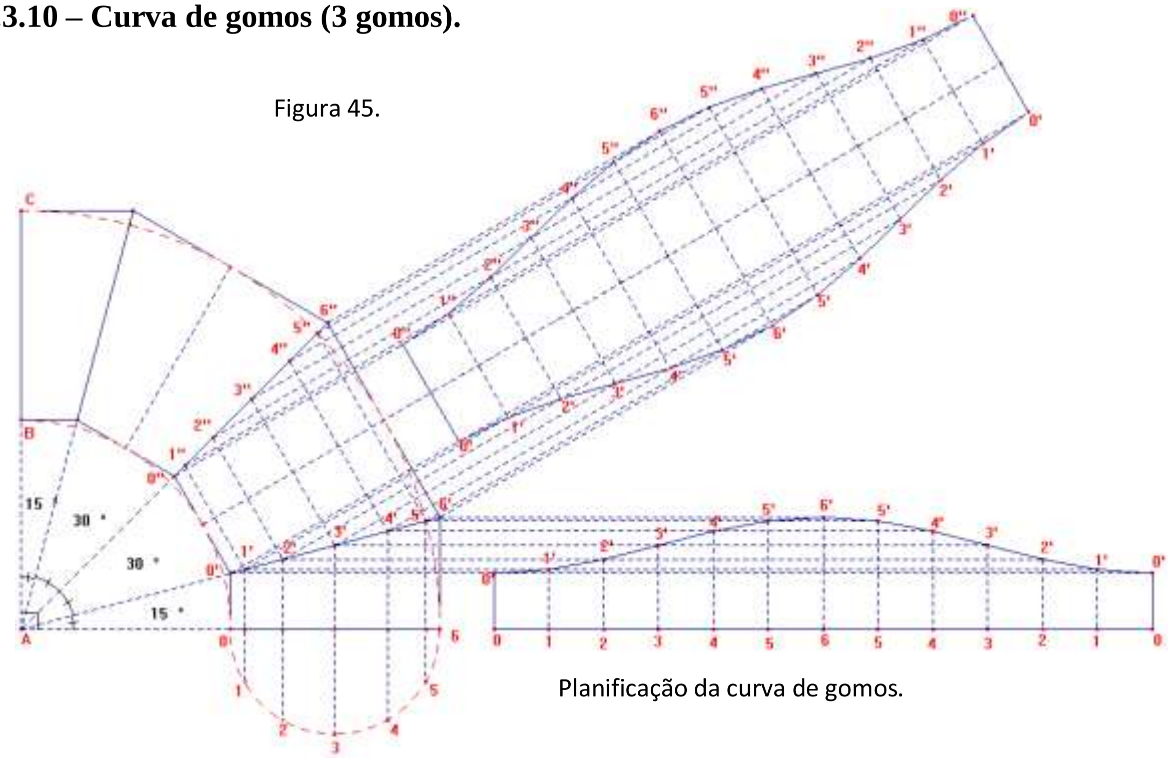

Planificação de Tronco de cone obliquo.

Desenhar a elevação da peça real e prolongar suas laterais até encontrar o vértice do cone, dividir a boca do cone em 12 partes iguais e transportá-las para a peça centrando o compasso no ponto A.

Traçar todos os arcos referentes às divisões do cone. A partir do arco 0 desenvolver o comprimento deste arco e dividi-lo em 12 partes iguais. Transportas as alturas de cada geratriz Fazer a ligação entre os pontos.

### 3.3.10 – Curva de gomos (3 gomos).

Figura 45.



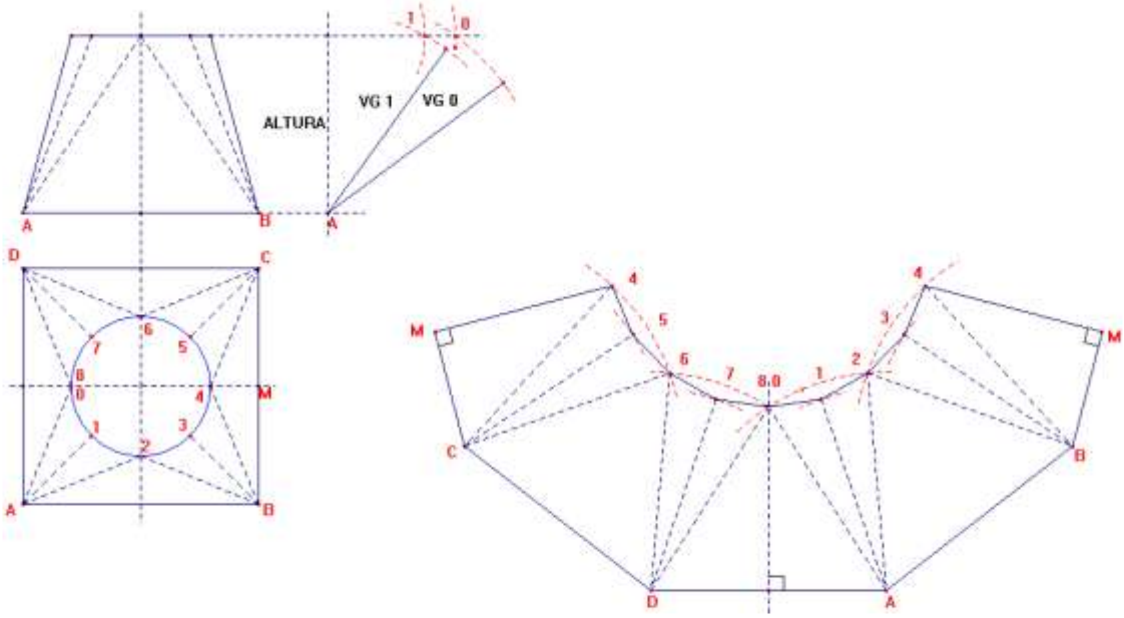
Planificação da curva de gomos.

Dividir o ângulo de 90º em ângulos de 15º, 30º e 15º e traçar a vista de elevação da curva. Dividir o diâmetro em 12 partes iguais e transporta-lo para o desenho da peça; traçar o desenvolvimento do comprimento do das posições da peça e dividir este comprimento em 12 partes iguais, transportar as medidas das alturas de cada geratriz da peça e ligar os pontos.

Obs.: A planificação de uma das posições de 15º serve de modelo para todo o restante das construções.

### 3.3.11 – Quadrado para redondo.

Figura 46



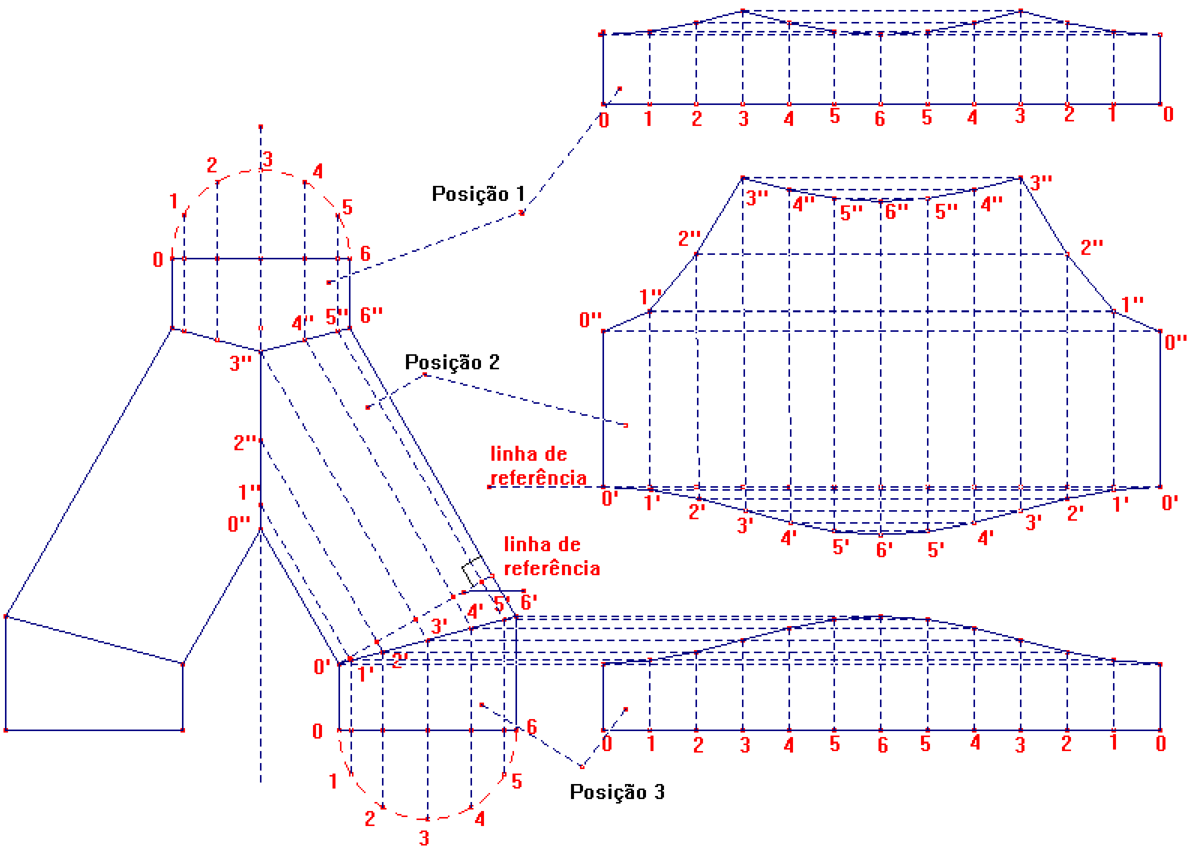

Planificação de quadrado para redondo.

Desenhar a planta da peça e dividir a circunferência em 8 partes ligando estas divisões aos vértices do quadrado. Traçar a altura da peça e determinar as **Verdadeiras Grandezas** da peça (VG 0 e VG 1).

Na planificação traçar o segmento AD e com centro em A e D traçar o arco da **VG** 0 e **VG** 1; a partir do ponto 0 traçar os arcos dos pontos 0, 1, 2 e 8, 7 e 5. Encontrar os pontos C e B e repetir o processo.

### 3.3.12 – Bifurcação.

Figura 47

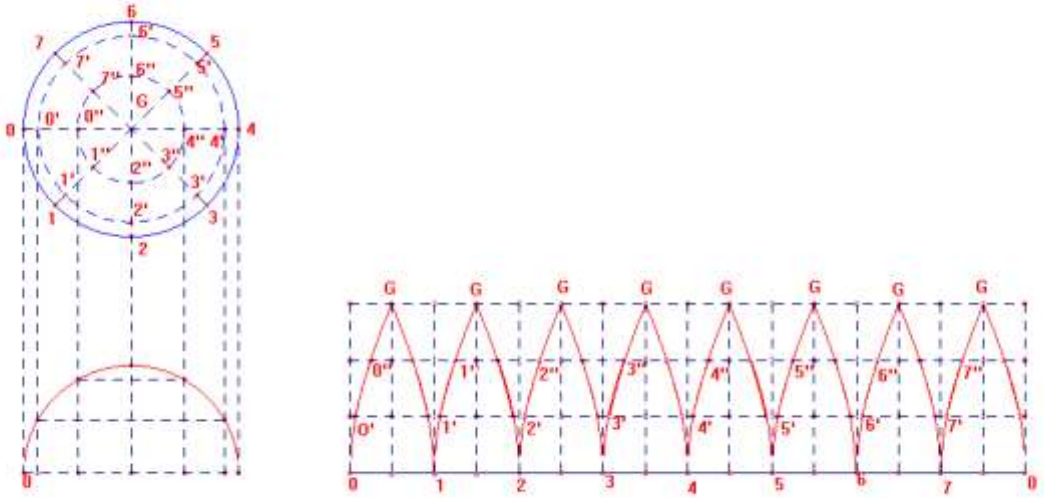



Planificação de bifurcação.

Desenhar a vista de elevação da peça e dividir seus diâmetros em 12 partes iguais; traçar o desenvolvimento do comprimento na planificação das peças e dividir em 12 partes iguais; transportar as geratrizes das alturas das posições da peça. As geratrizes da posição 2 devem ser traçadas a partir de uma linha de referência que forma 90º com o ponto 0’.

### 3.3.13 – Calota esférica.

Figura 48.

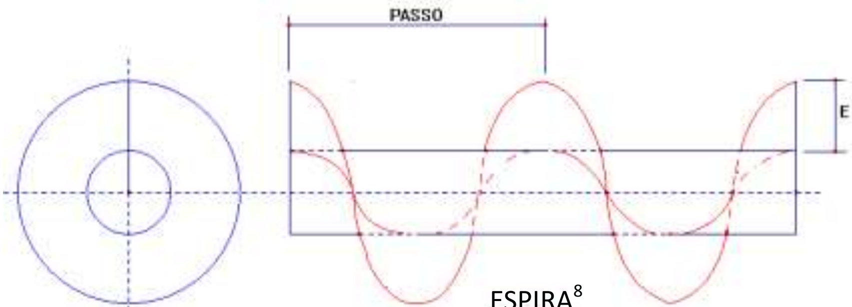


Planificação de calota esférica.

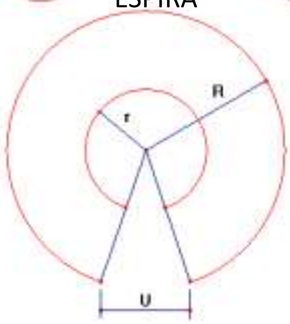
Desenhar as vistas de elevação e planta da peça, dividir a vista da planta em 8 partes iguais e o arco da vista da elevação em 6 partes. Traçar o desenvolvimento do comprimento da planificação e dividir em 8 partes iguais, a altura da planificação será a medida do desenvolvimento do diâmetro dividido por 4, dividir a altura do desenvolvimento em 3 partes e traçar as geratrizes dos círculos internos da peça.

### 3.3.14 – Hélice transportadora.

Figura 49.




ESPIRA[8]




$A = \sqrt{(\pi^2.D^2) + P^2}$ — $D$ = diâmetro maior

$B = \sqrt{(\pi^2.d^2) + P^2}$ — $d$ = diâmetro menor

$E = \dfrac{D-d}{2}$ — $P$ = passo

$r = (B.E)/(A-B)$ — $U$ = abertura da Espira[8]

$R = r + E$ — $U = (2.R.\pi) - (D.\pi)$

Planificação de hélice transportadora.

[8] Espira é o desenvolvimento de cada volta da hélice transportadora.

# Capítulo 4

## Aplicação das atividades.

Como já foi dito este trabalho foi realizado com 23 alunos de cinco salas diferentes de terceiros anos do ensino médio que se dispuseram a realizar as atividades aos sábados em aulas duplas, totalizando dez sábados e 20 aulas de sessenta minutos cada. Os alunos receberam uma apostila com os desenvolvimentos dos traçados geométricos e das planificações para um melhor acompanhamento das atividades desenvolvidas.

### 4.1 – Traçados Geométricos.

#### 4.1.1 – 1º Dia (aulas 1 e 2).

No primeiro dia foi aplicada uma avaliação diagnóstica com o objetivo de melhor avaliar o nível de entendimento por parte dos alunos e a partir daí melhor planejar o aprofundamento trabalhado dentro de cada assunto proposto para as aulas. A avaliação busca entender o conhecimento em perpendicularidade, construção de figuras geométricas, bissetriz, e domínio do uso do compasso.

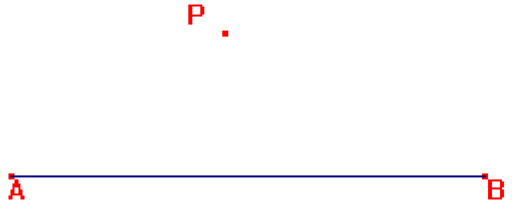
Segue abaixo a avaliação realizada.

1º) Traçar uma perpendicular ao segmento AB pelo ponto P.

Figura 50.


2º) Traçar uma perpendicular pelo ponto P fora do segmento AB.

Figura 51.

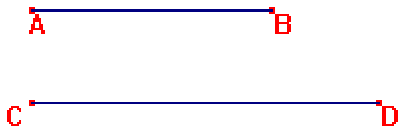



3º) Construir um triângulo equilátero sendo dado a medida de seu lado.

Figura 52.

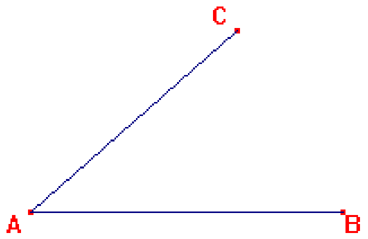

4º) Construir um retângulo sendo dado a medida de seus lados.

Figura 53.




5º) Traçar a Bissetriz do ângulo.

Figura 54.




6º) Traçar um ângulo de 45°.

Do grupo de alunos, apenas três souberam explicar o que era uma perpendicular, mas não faziam ideia de como traçar.

Apenas oito alunos souberam definir corretamente o que era um triângulo equilátero, mas nenhum deles soube traçar o triângulo.

Os alunos definiram retângulo apenas como sendo uma figura de quatro lados com dois lados maiores e dois menores.

Nenhum aluno soube definir o que era uma bissetriz.

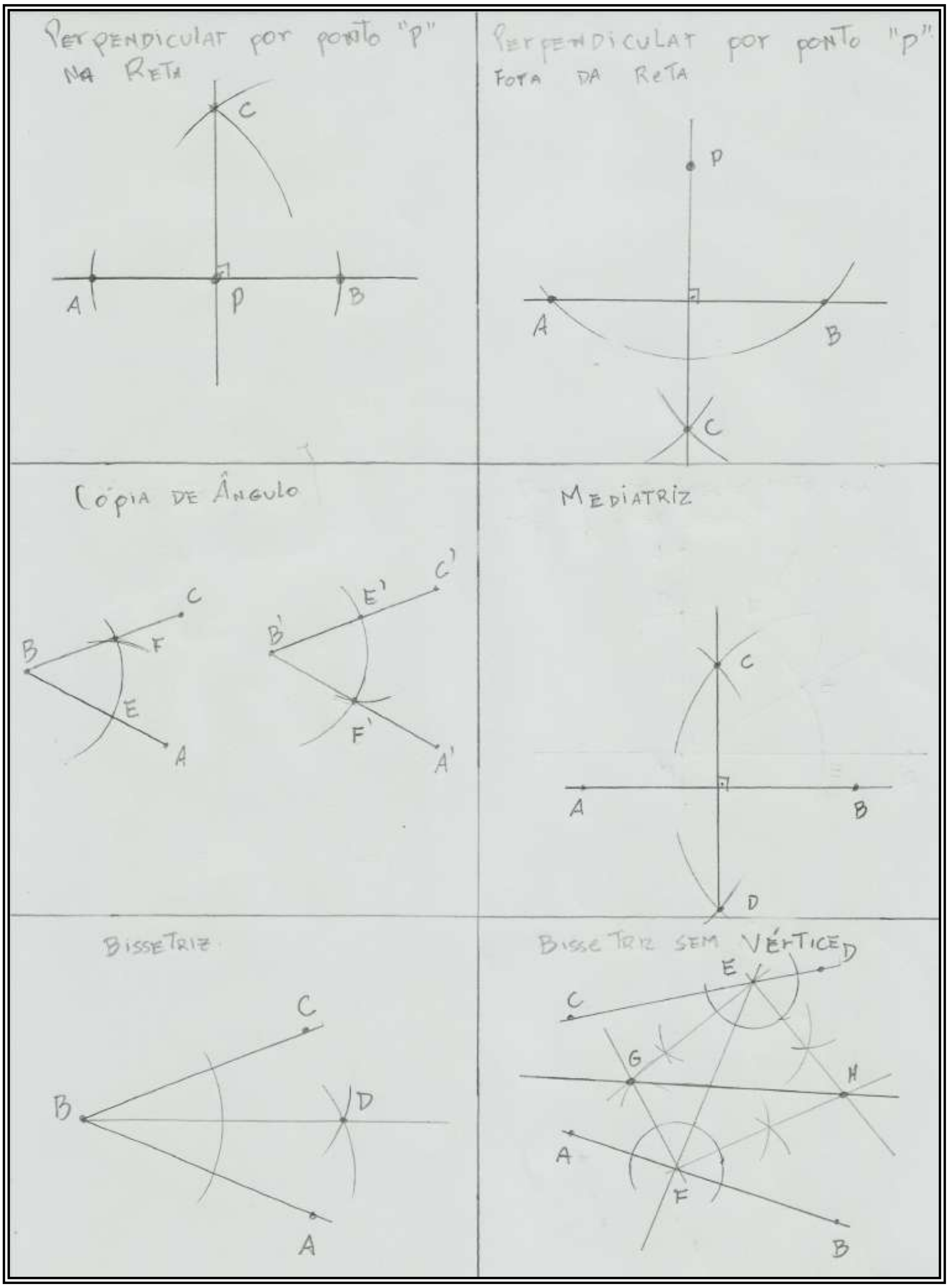
Após a avaliação foi explicado todo o seu conteúdo, a definição de perpendicularidade, as classificações dos triângulos e dos quadriláteros especiais, assim como o significado de bissetriz.

Também foi feita uma breve explanação sobre o contexto histórico da geometria. A origem da palavra geometria desde os egípcios, babilônios gregos e indianos, até a geometria descritiva.

Os alunos apresentaram grande dificuldade no manuseio do compasso e chegaram a dizer que para eles o compasso serviria apenas para fazer “bolas”, demonstrando claramente que não faziam ideia do potencial do compasso como instrumento de traçagem e medição.

Após, demos início aos traçados geométricos mais pertinentes aos traçados de caldeiraria.

Figura 55.



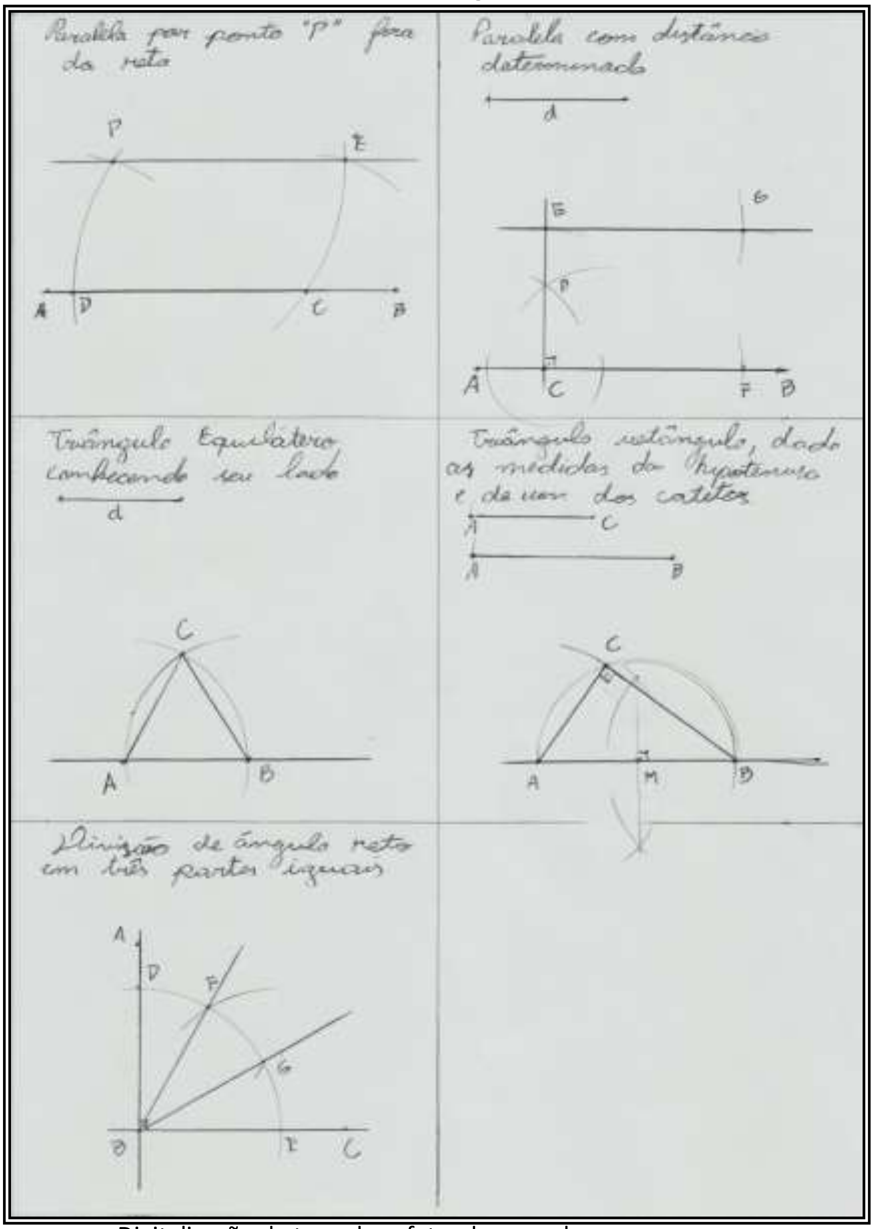

Digitalização de traçados efetuados por aluno.

Nesta aula iniciou-se pedindo para que os alunos dividissem a folha em 6 quadros e estes já demonstraram dificuldades até mesmo para usar a régua para medir a folha e alguns começaram a medição em 1cm. Após a divisão da folha iniciou-se a o traçados de perpendiculares, cópias de ângulos e bissetrizes. Foi explicado que usaríamos o mínimo de instrumentos de traçagem e abriríamos mão de instrumentos como esquadros e réguas T, pois pretendíamos aprofundar o traçado com os instrumentos mais comuns utilizados na caldeiraria.

Refletimos sobre o porquê com um compasso conseguíamos traçar uma perpendicular ou uma bissetriz e os alunos foram levados a enxergar como o compasso é usado para encontrar um conjunto de pontos equidistantes de um determinado ponto.

### 4.1.2 – 2º Dia (aulas 3 e 4).

Figura 56.




Digitalização de traçados efetuados por aluno.

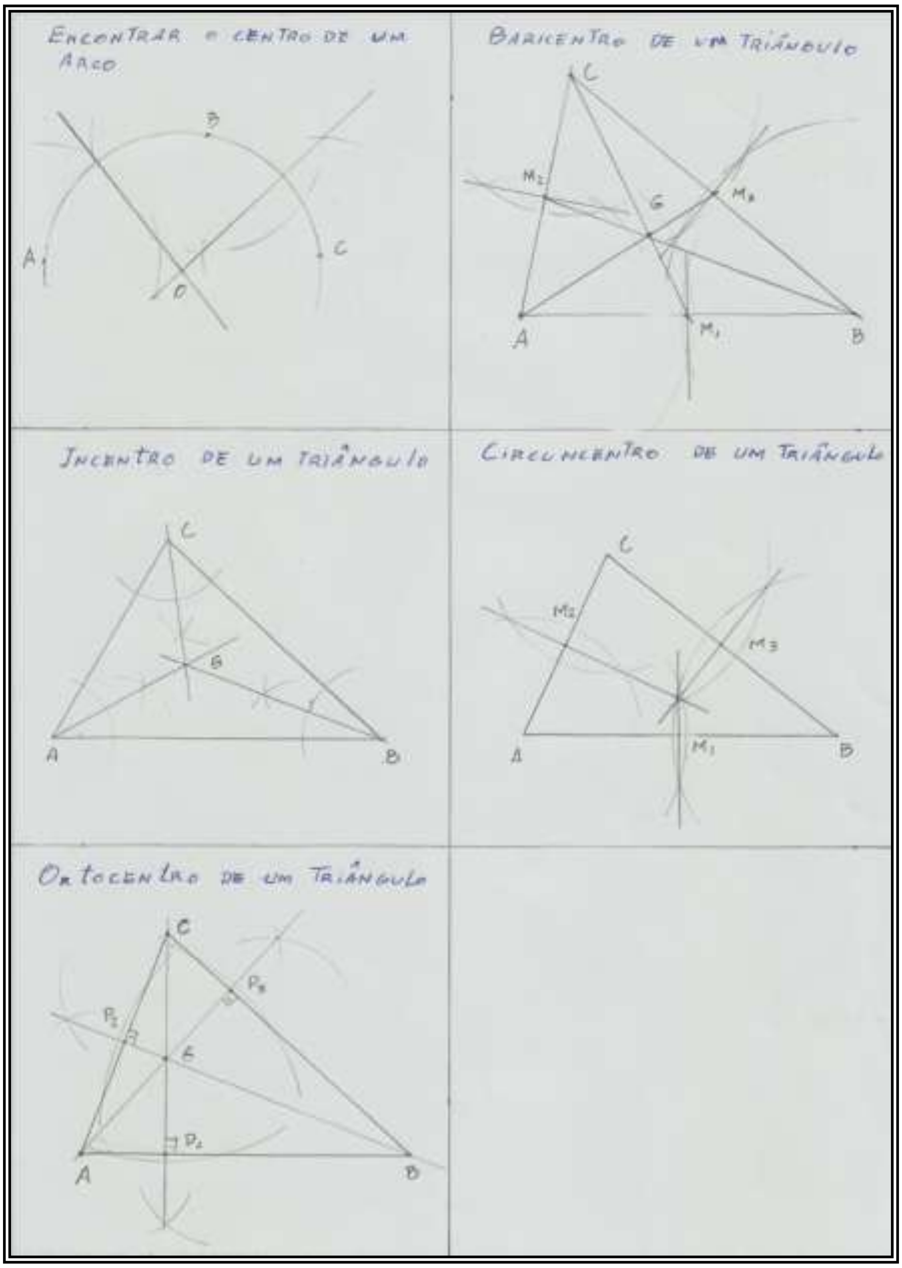
Nesta aula os alunos demonstraram maior desenvoltura para dividir a folha em 6 quadros e também apresentaram mais habilidade no manuseio do compasso.

Foram trabalhados os traçados de paralelismo, triângulos e divisão de ângulos.

Foi explicado para os alunos que na prática não se procede desta forma para traçar uma reta paralela, bastando apenas medir dois pontos da distância determinada de uma forma aproximadamente perpendicular a reta inicial e daí traçar a paralela, porem concluímos que é necessário conhecer o correto desenvolvimento do traçado para entender os traçados em softwares de traçados geométricos e as definições de figuras geométricas como quadrados, retângulos, paralelogramos, losangos e trapézios.

### 4.1.3 – 3º Dia (aulas 5 e 6).

Figura 57.

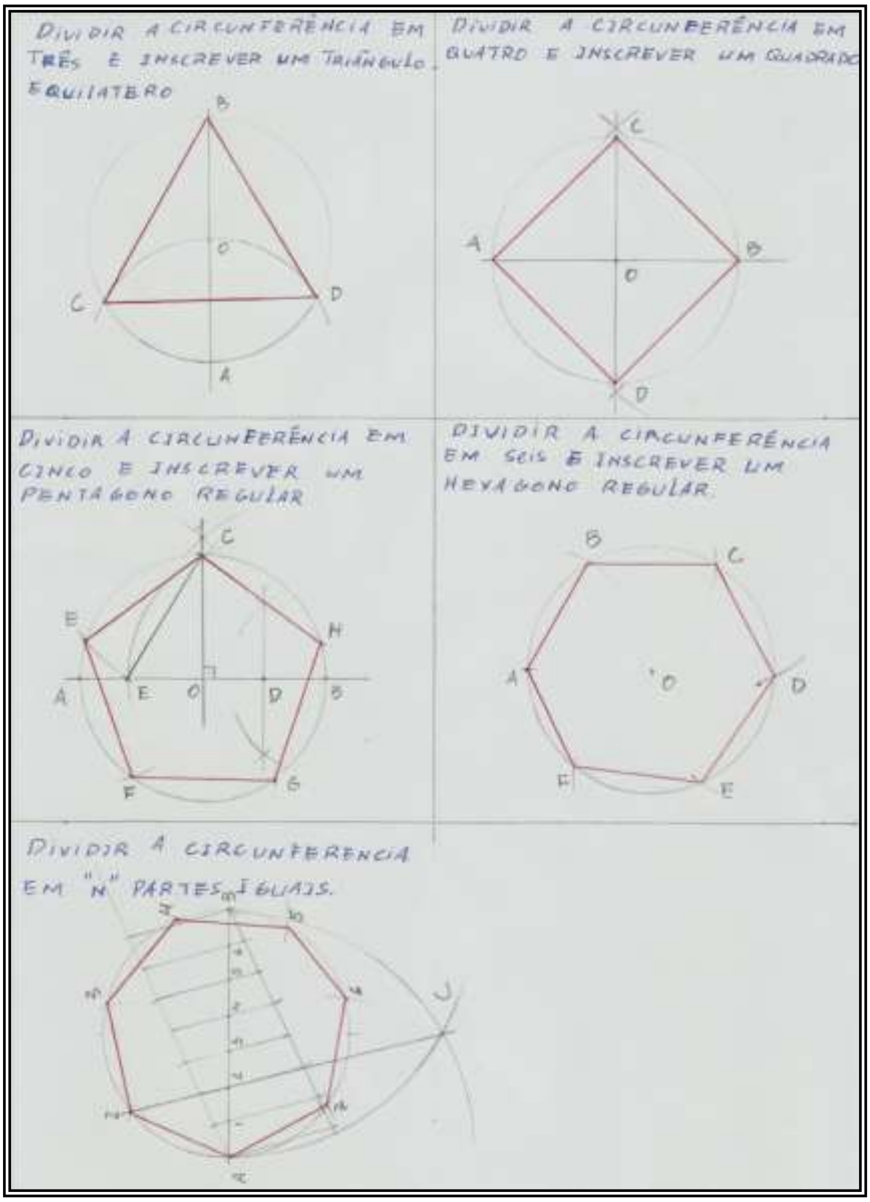



Digitalização de traçados efetuados por aluno.

Nesta aula foram trabalhados os traçados onde pode-se encontrar o centro de um arco e os pontos de baricentro, incentro, circuncentro e ortocentro de um triângulo. Os alunos puderam comparar o traçado do baricentro com a forma de encontrar o baricentro em geometria analítica e alguns chegaram a relatar que desta forma tinham entendido melhor o significado de baricentro, eles ainda ficaram surpresos da forma com a partir do incentro e o circuncentro podíamos traçar respectivamente circunferências inscritas e circunscritas aos triângulos. Foi demonstrado ainda que o incentro e o baricentro sempre são internos ao triângulo, porem o circuncentro e o ortocentro podem cair sobre um dos lados de construção do triângulo, ou ainda fora do triângulo. Outro conceito trabalhado nesta aula foi a condição de existência de um triângulo.

**4.1.4 – 4º Dia (aulas 7 e 8).**

Figura 58.

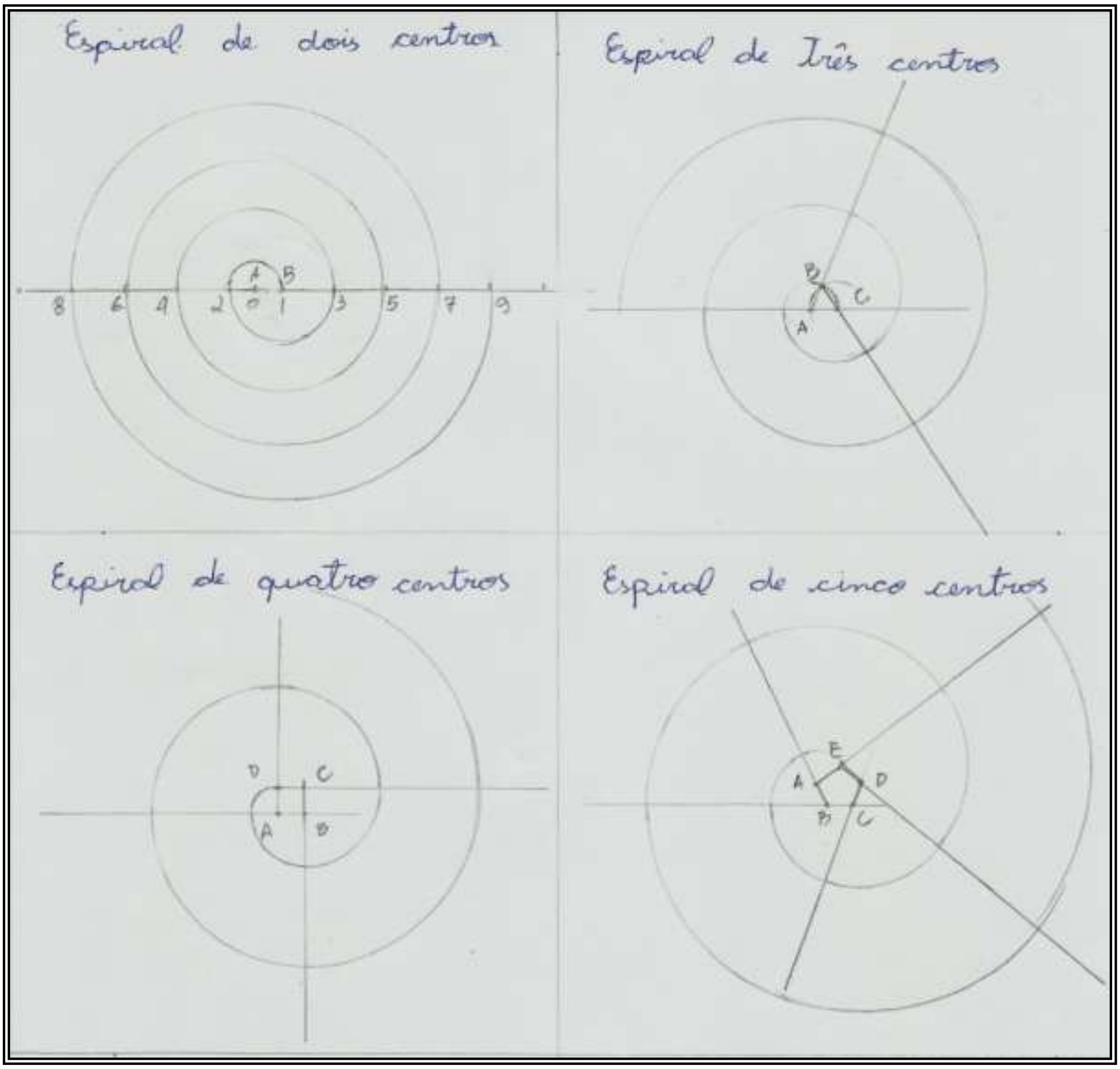



Digitalização de traçados efetuados por aluno.

Nesta aula foram trabalhadas as divisões das circunferências em partes iguais produzindo polígonos regulares. Os alunos relataram que agora compreendiam melhor a definição de polígono regular. Nesta aula também foi trabalhado o traçado da divisão de um segmento em partes iguais, e foi demonstrado como que com um polígono com um número cada vez maior de lados, poderíamos nos aproximar cada vez mais do valor de PI.

**4.1.5 – 5º Dia (aulas 9 e 10).**

Figura 59.

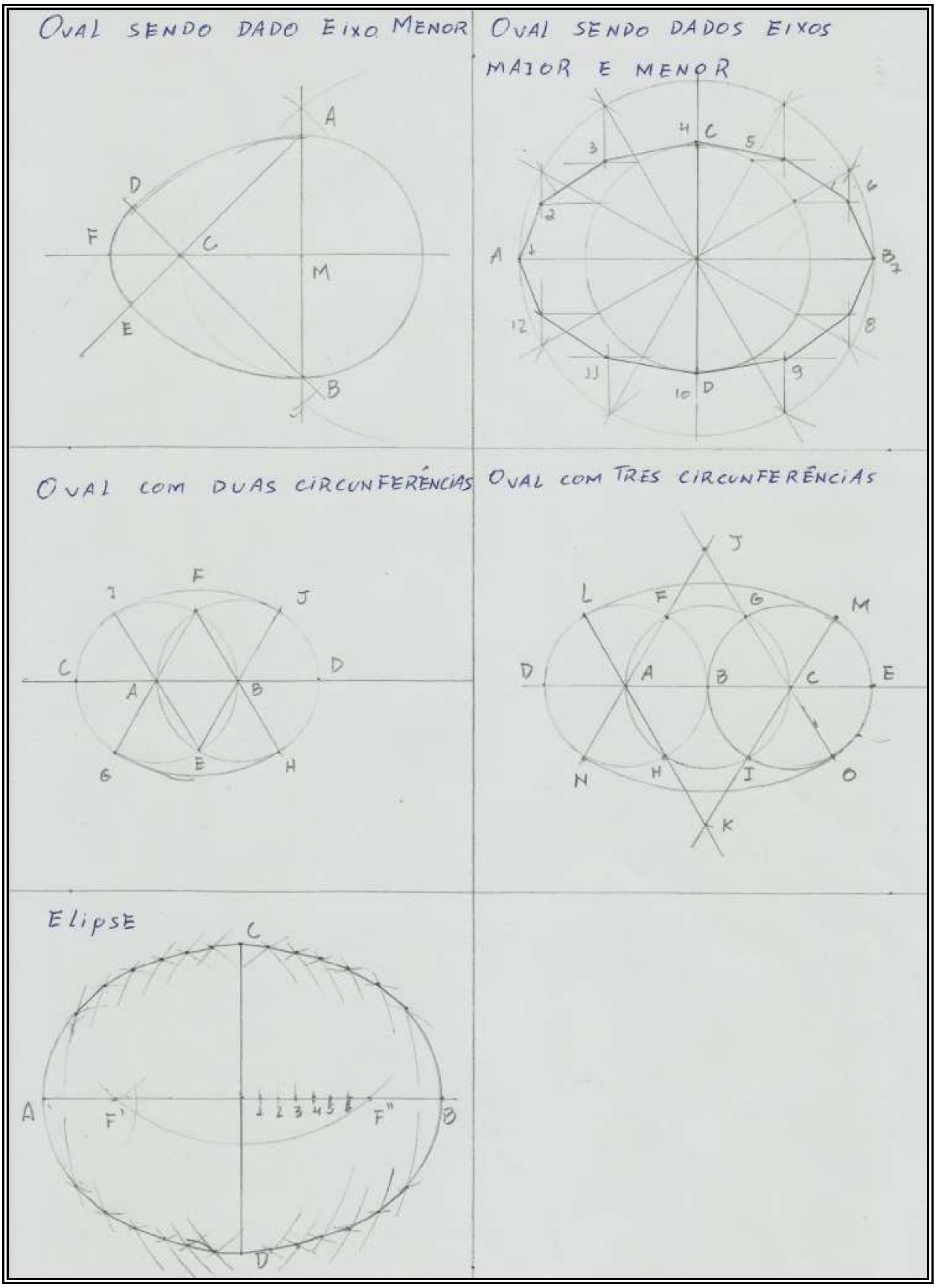



Digitalização de traçados efetuados por aluno.

Nesta aula realizamos os traçados de espirais, onde os alunos já demonstraram uma boa intimidade e habilidade com o compasso. Também foi pedido para que os alunos descobrissem a distância entre as linhas das espirais a partir do número de lados e da medida do lado do polígono no centro de cada espiral.

### 4.1.6 – 6º Dia (aulas 11 e 12).

Figura 60.




Digitalização de traçados efetuados por aluno

Nesta aula foram desenvolvidos os traçados das ovais e da elipse.

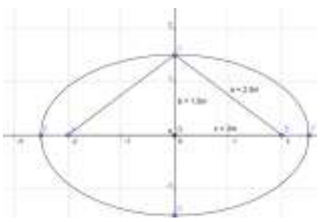
No traçado da elipse os alunos puderam trabalhar de uma forma diferente da realizada na aula de geometria analítica, entendendo melhor a importância dos pontos focais. Após o traçado na lousa pedi a ajuda para realizar o mesmo traçado só que desta vez usando um barbante e os alunos ficaram empolgados com a forma como realizamos o traçado tão facilmente.

Logo depois propus aos alunos a construção de uma peça com formato de calota elipsoide para a reflexão do som.

A peça é uma parte de uma elipse com distância entre os vértices da reta focal de 5m e distância entre os vértices da reta não focal de 3m. Realizados os cálculos determinamos que a distâncias entre os focos seria de 4m, ou seja, 2m a partir do centro na reta focal e podemos ainda determinar assim a medida da linha usada para traçar a elipse que seria de 9m.

A equação da elipse em sua forma canônica é $\varepsilon : \frac{x^2}{2{,}5^2} + \frac{y^2}{1{,}5^2} = 1$

Figura 61



Desenvolvimento de elipse – Criação do autor usando software GeoGebra 4.2.

Os alunos trouxeram caixas de leite para forrar as paredes da calota elipsoide, porem não tiveram participação da armação da peça, por requerer o manuseio de equipamentos de corte para metal e máquina de solda.

Figura 62.

Foto traçagem calota elipsoide.

Figura 63.

Foto traçagem calota elipsoide.

Figura 64.

Foto armação da calota elipsoide

Figura 65.

Foto armação da calota elipsoide

Figura 66.

Foto aplicação da calota elipsoide.

Figura 67.

Foto aplicação da calota elipsoide.

Figura 68.

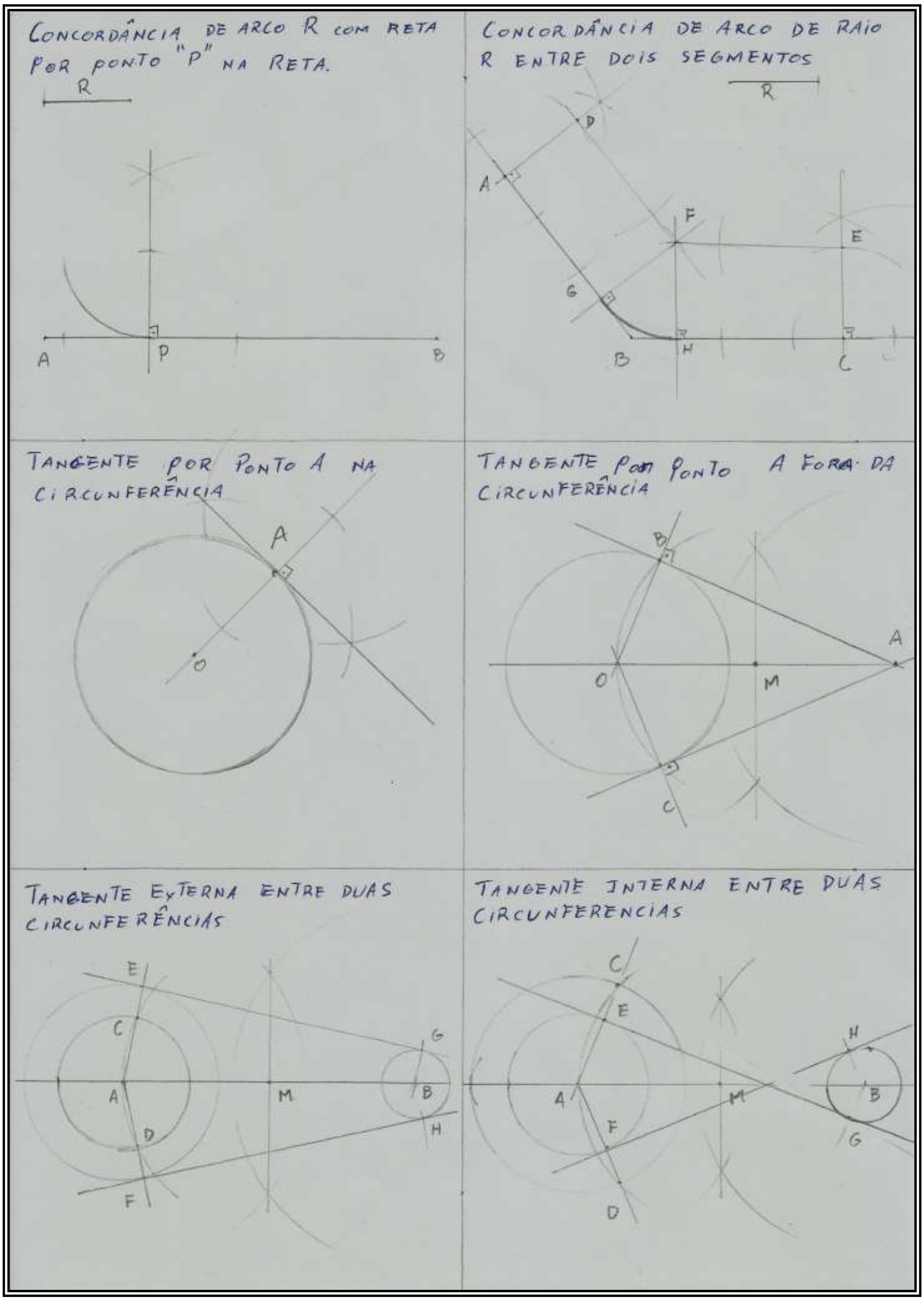
Foto aplicação da calota elipsoide.

Figura 69.

Foto aplicação da calota elipsoide.

**4.1.7 – 7º Dia (aulas 13 e 14).**

Figura 70.




Digitalização de traçados efetuados por aluno.

Nesta aula foram trabalhados traçados de concordância e de tangencia, onde os alunos puderam entender melhor o conceito de tangencia.

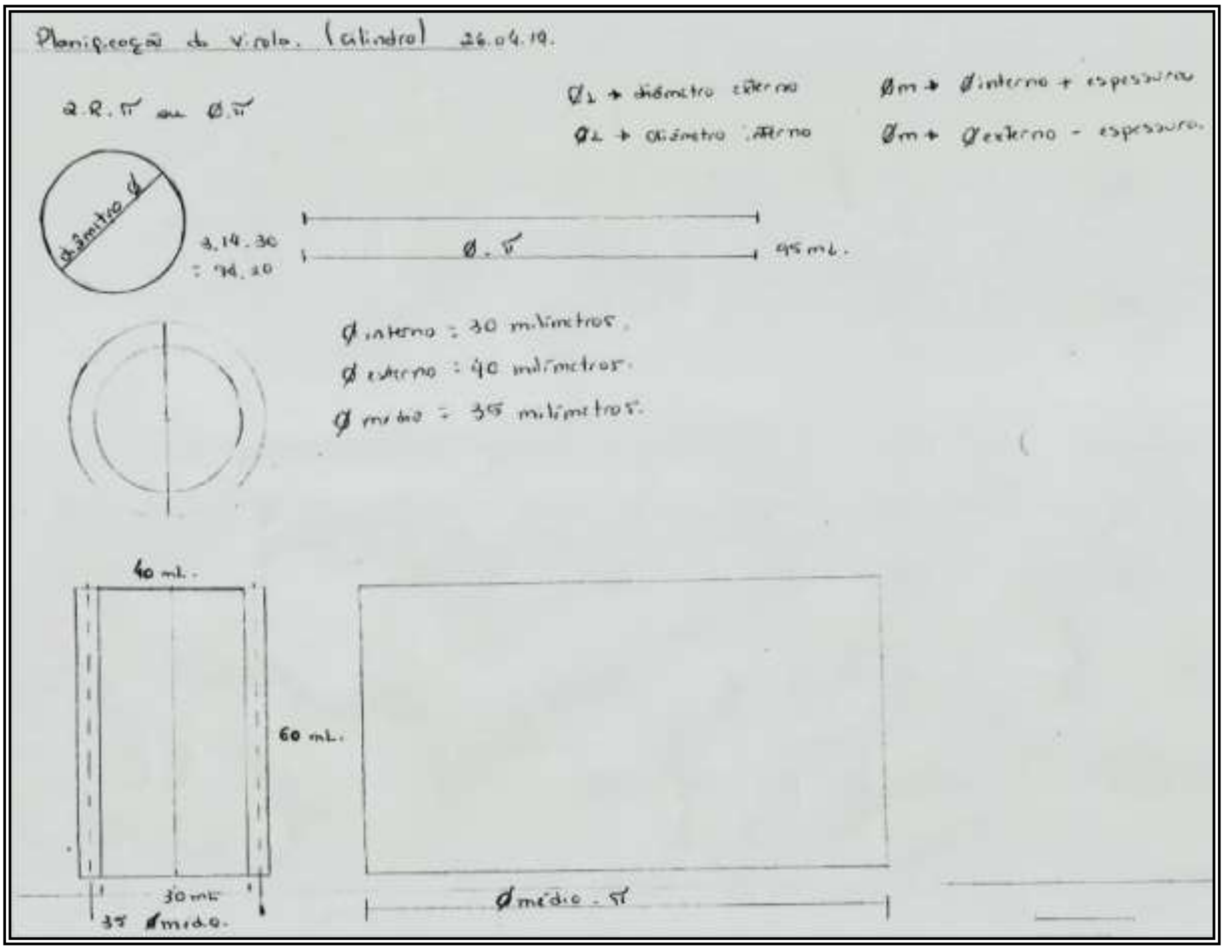
**4.2 – Planificações.**

Nestas aulas estaremos trabalhando o desenvolvimento das planificações, sendo primeiramente realizada uma pré-traçagem de cada peça a ser planificada

**4.2.1 – 8º Dia (aulas 15 e 16).**

Nesta aula foram iniciamos os traçados das planificações da Virola, e Derivações de 90º e 120º, intersecções de 90º e 120º e intersecção de 90º com diâmetros diferentes.

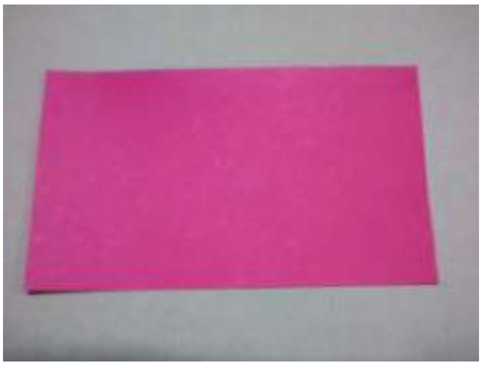
Figura 71.




Digitalização de traçados efetuados por aluno.

No traçado da Virola os alunos foram levados a determinar o desenvolvimento levando em conta a espessura de uma peça.

Figura 72.



Planificação realizada por aluno.

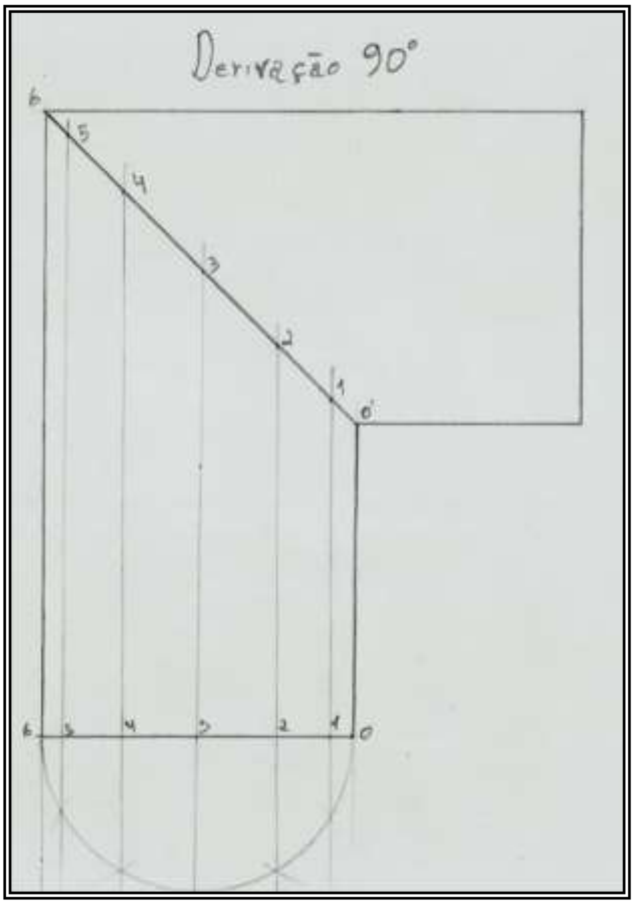
Figura 73.

Virola construída por aluno.

No desenvolvimento das intersecções de 90º e 120º os alunos puderam utilizar as técnicas de traçar ângulos usando apenas compasso, mas também realizamos o cálculo trigonométrico para encontrar a medida do ângulo e dividir a circunferência em partes iguais. Os alunos puderam também perceber que quanto maior o número de divisões, mais perfeito fica o desenvolvimento.

Os alunos realisaram a pré-traçagem na folha sulfite e transportaram as medidas para a planificação na cartolina.

Figura 74.




Digitalização de pré-traçagem realizada por aluno.

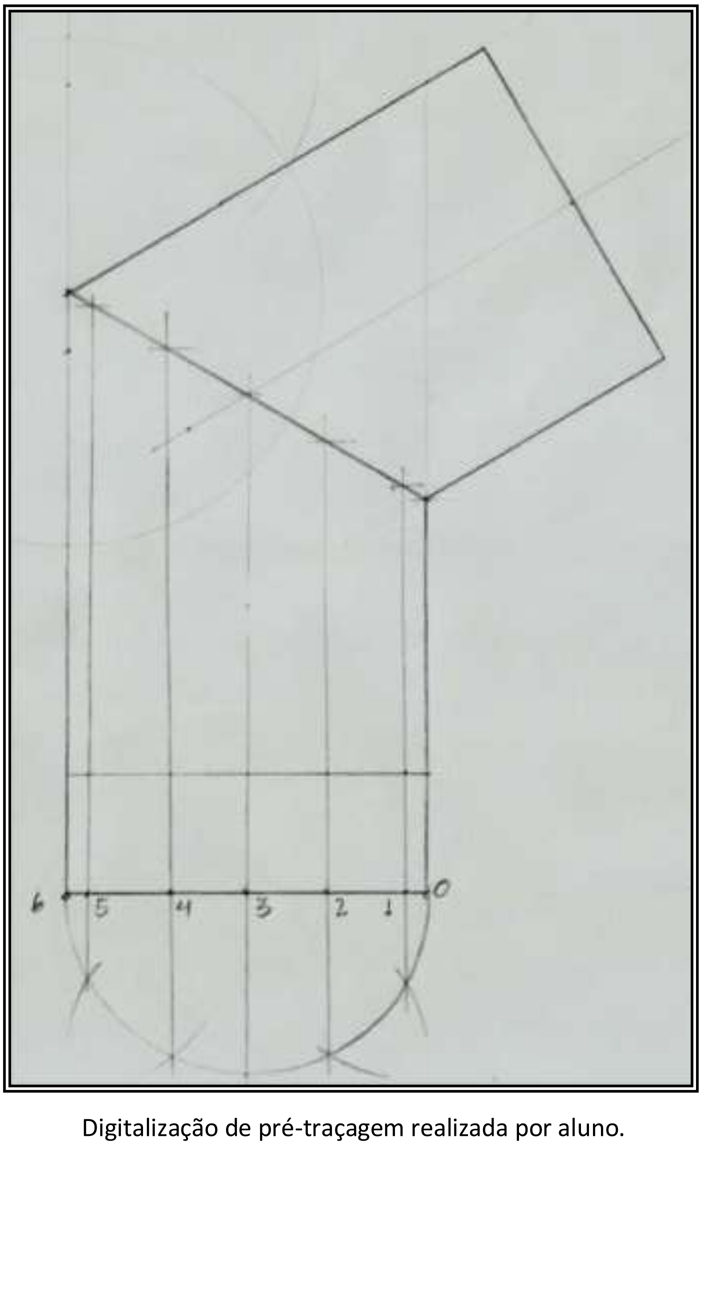
Figura 75.

Planificação realizada por aluno.

Figura 76.

Derivação $90^0$ construída por aluno.

Figura 77.




Digitalização de pré-traçagem realizada por aluno.

Figura 78.

Planificação realizada por aluno.

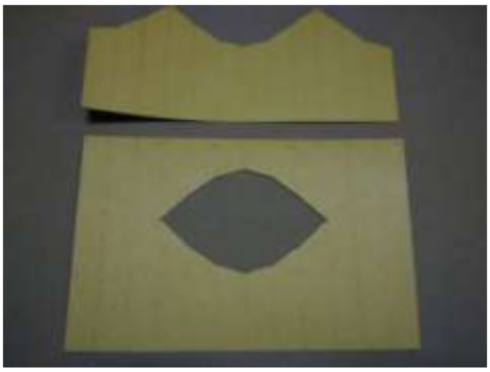
Figura 79.

Derivação $120^0$ construída por aluno.

Nos traçados das interseções os alunos já demonstraram maior habilidade, sendo que no traçado da interseção de 120º ocorreu pouca intervenção e alguns alunos chegaram até mesmo a traçar a pré-traçagem sem nenhuma orientação, porem no traçado da interseção de diâmetros diferentes foi necessário novamente maior orientação. Primeiramente foram usados apenas régua e compasso para encontrar os ângulos determinados, porem posteriormente também foram usados cálculos trigonométricos para encontrar as medidas de ângulos.

Foi explicado para os alunos que na prática o caldeireiro normalmente não traça o furo na peça principal das derivações, neste caso ele traça apenas a outra posição que após ser cortada é colocada sopre a primeira em sua posição final e daí traça-se o seu contorno obtendo-se a chamada “boca de lobo”.

Figura 80.

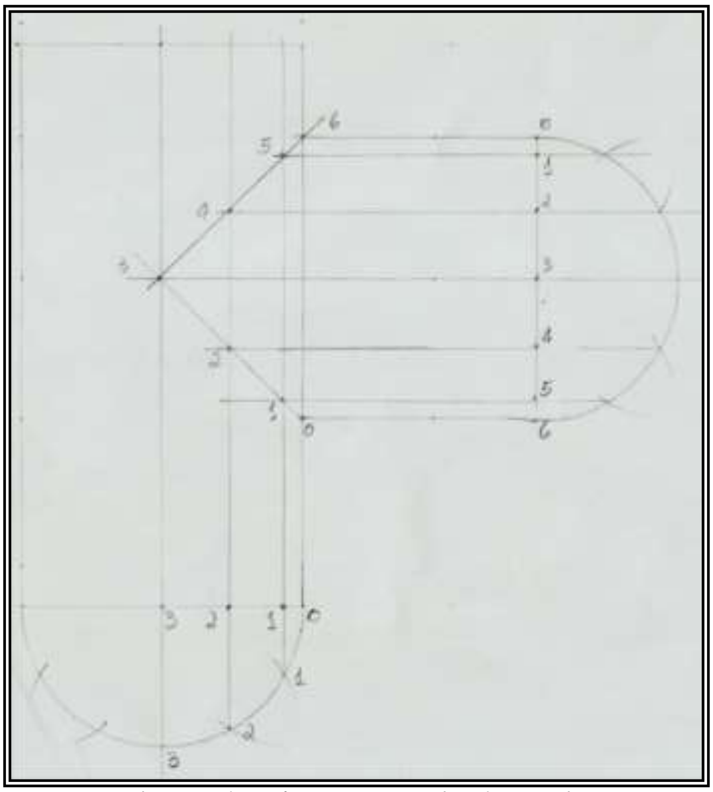


Planificação realizada por aluno.

Figura 81.

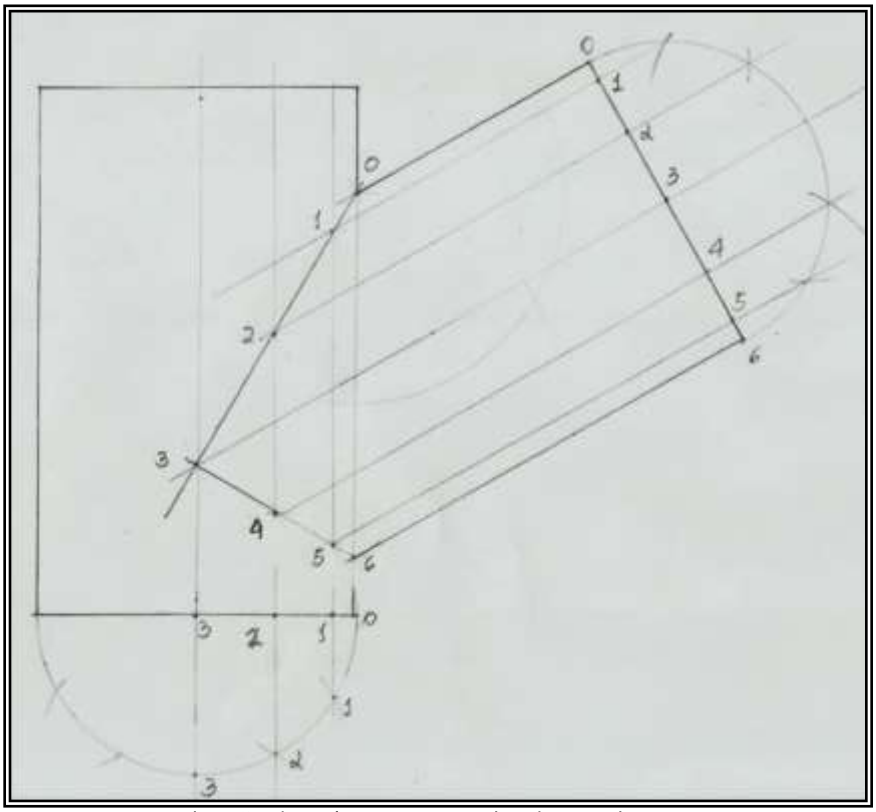
Intersecção $90^0$ construída por aluno.

Figura 82.




Digitalização de pré-traçagem realizada por aluno.

Figura 83.




Digitalização de pré-traçagem realizada por aluno.

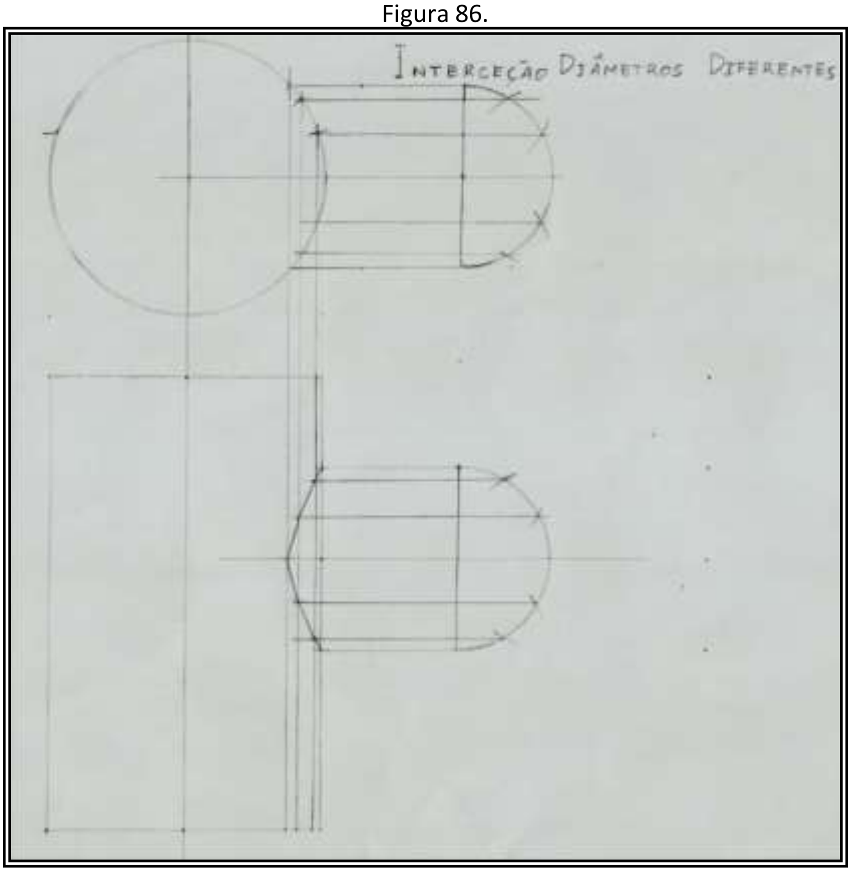
Figura 84.

Planificação realizada por aluno

Figura 85.

Intersecção $120^0$ construída por aluno

Figura 86.




Digitalização de pré-traçagem realizada por aluno.

Figura 87.

Planificação realizada por aluno.

Figura 88.

Intersecção $90^0$ de diâmetros diferentes construída por aluno.

**4.2.2 – 9º Dia (aulas 17 e 18).**

Nesta aula os alunos realizaram os desenvolvimentos do tronco de cone reto, tronco de cone obliquo, curva de gomos (3 gomos) e quadrado para redondo.

No traçado do tronco de cone reto optou-se por realizar o desenvolvimento utilizando basicamente cálculos. Primeiramente foi pedido para que os alunos se reunissem em grupos e tentassem desenvolver um tronco cone com medidas de diâmetros e altura determinadas sem o intermédio do professor. Alguns alunos usando tentativa e erro chegaram em traçados bem próximos, mas ninguém conseguiu realizar o traçado satisfatoriamente. Então foi demonstrado aos alunos como que usando semelhança de triângulos, teorema de Pitágoras e trigonometria conseguíamos encontrar os raios e corda que são necessários para o traçado.

Os alunos se surpreenderam com a facilidade do traçado após serem realizados os cálculos.

No traçado do tronco de cone obliquo foram usadas apenas técnicas de traçados com régua e compasso.

No desenvolvimento da curva de gomos observou-se que poderíamos traçar quantos gomos fossem necessários e que o ângulo final não precisaria ser necessariamente de 90º e que os gomos das extremidades devem ser necessariamente meios. Optou-se por dividir o ângulo reto usando apenas régua e compasso, mas também foi demonstrado como encontrar as medidas usando cálculos trigonométricos.

Já no desenvolvimento de quadrado para redondo foi demonstrada a necessidade de encontrar as verdadeiras grandezas e como utiliza-las para realizar a planificação.

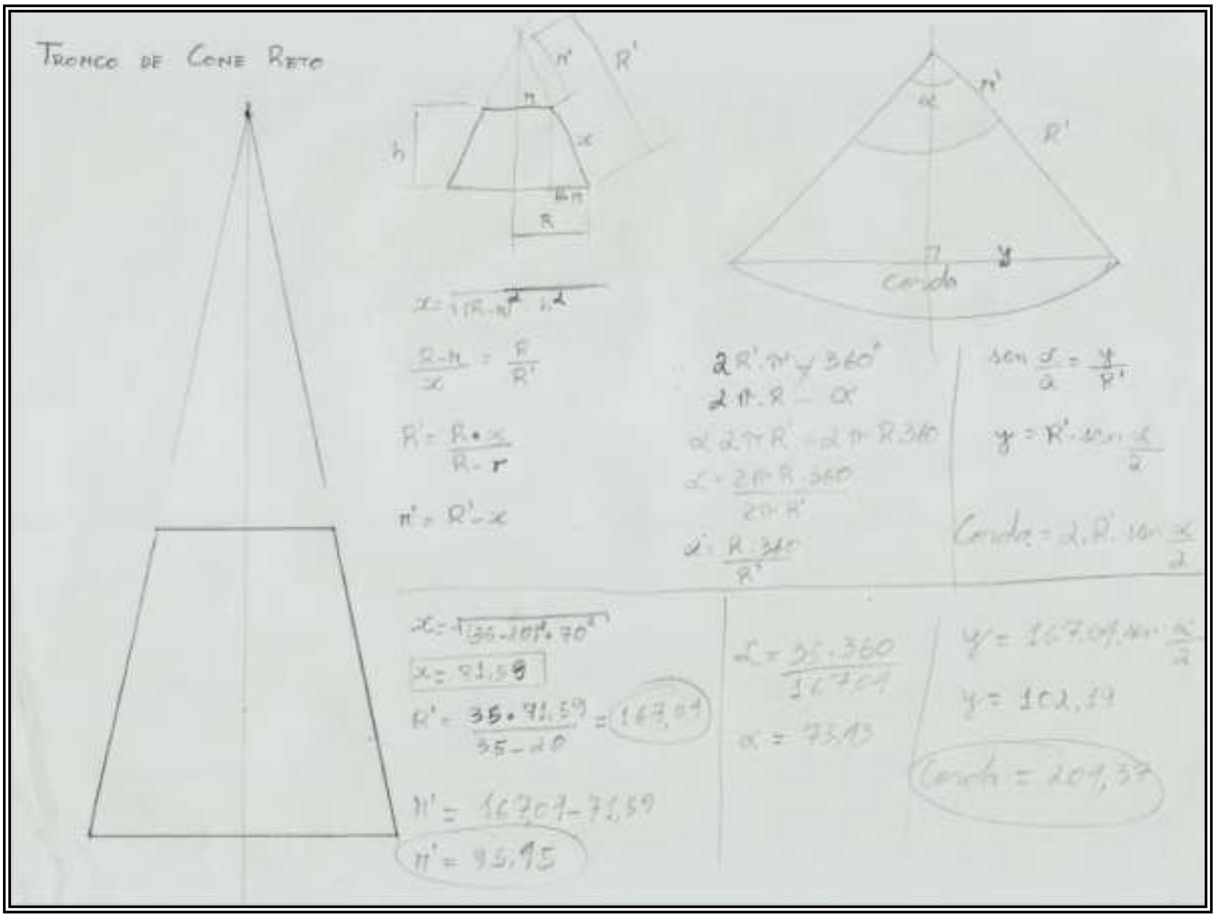
Figura 89.

Planificação realizada por aluno.

Figura 90.

Cone construído por aluno.

Figura 91.




Digitalização de pré-traçagem realizada por aluno.

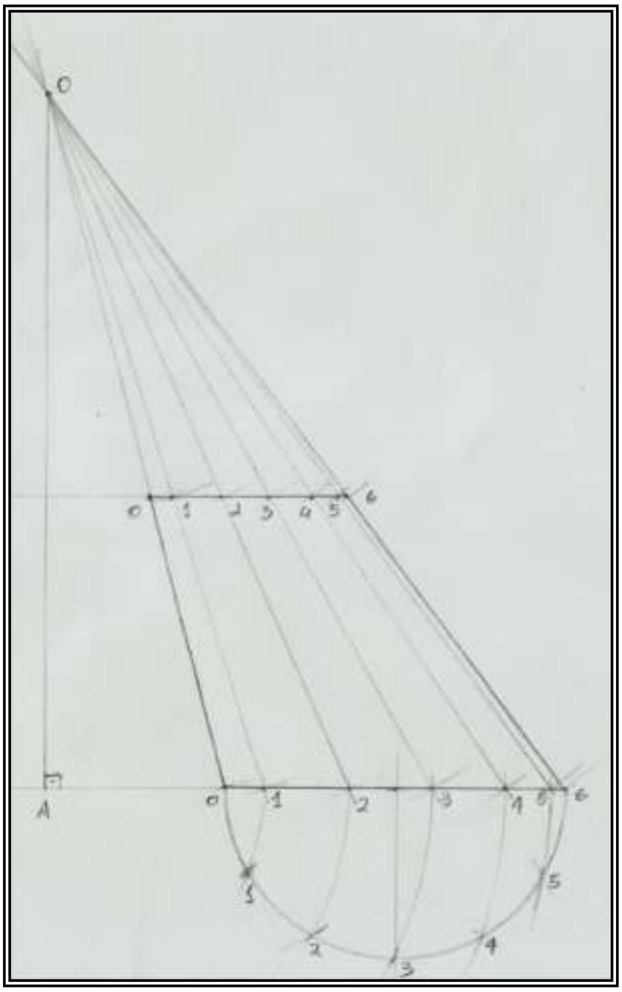
Figura 92.

Planificação realizada por aluno.

Figura 93.

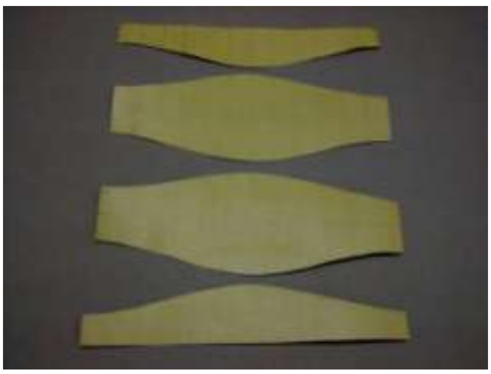
Cone Oblíquo construído por aluno.

Figura 94.




Digitalização de pré-traçagem realizada por aluno.

Figura 95.

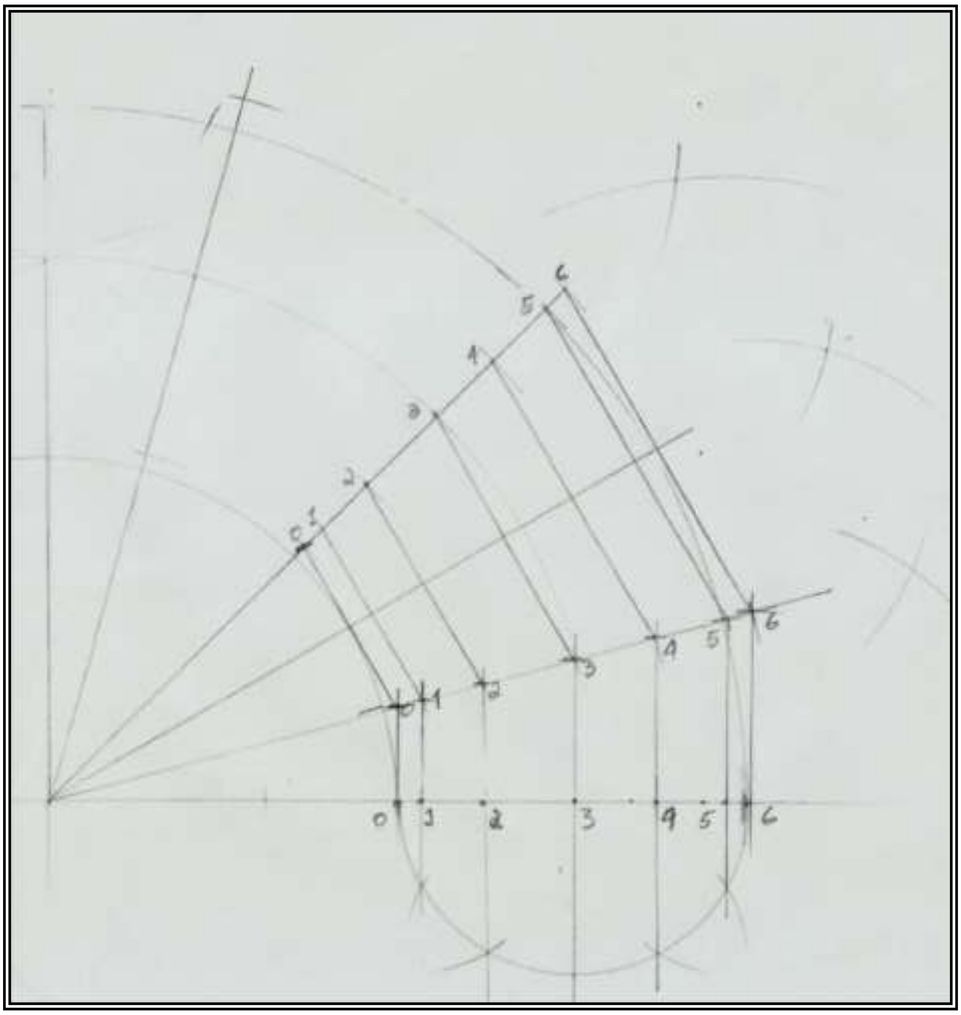


Planificação realizada por aluno.

Figura 96.

Curva de gomos construída por aluno.

Figura 97.

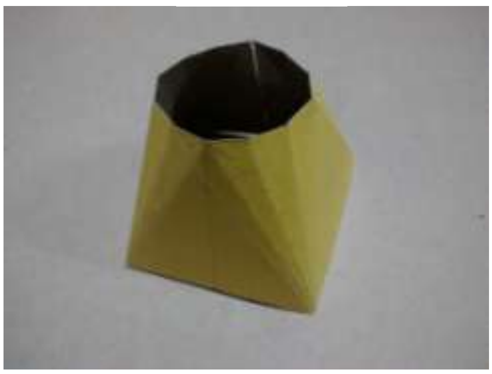


Digitalização de pré-traçagem realizada por aluno.

Figura 98.

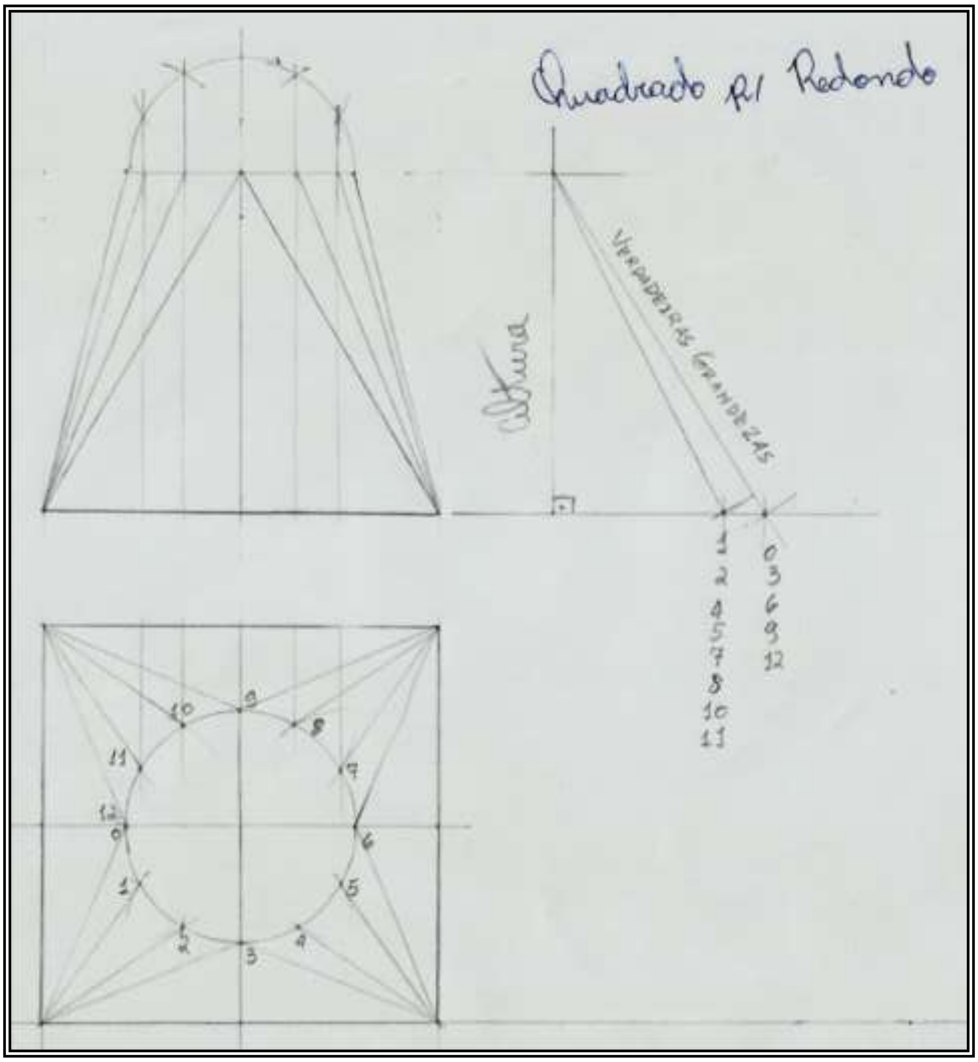
Planificação realizada por aluno.

Figura 99.



Quadrado para redondo construído por aluno.

Figura 100.




Digitalização de pré-traçagem realizada por aluno

**4.2.3 – 10º Dia (aulas 19 e 20).**

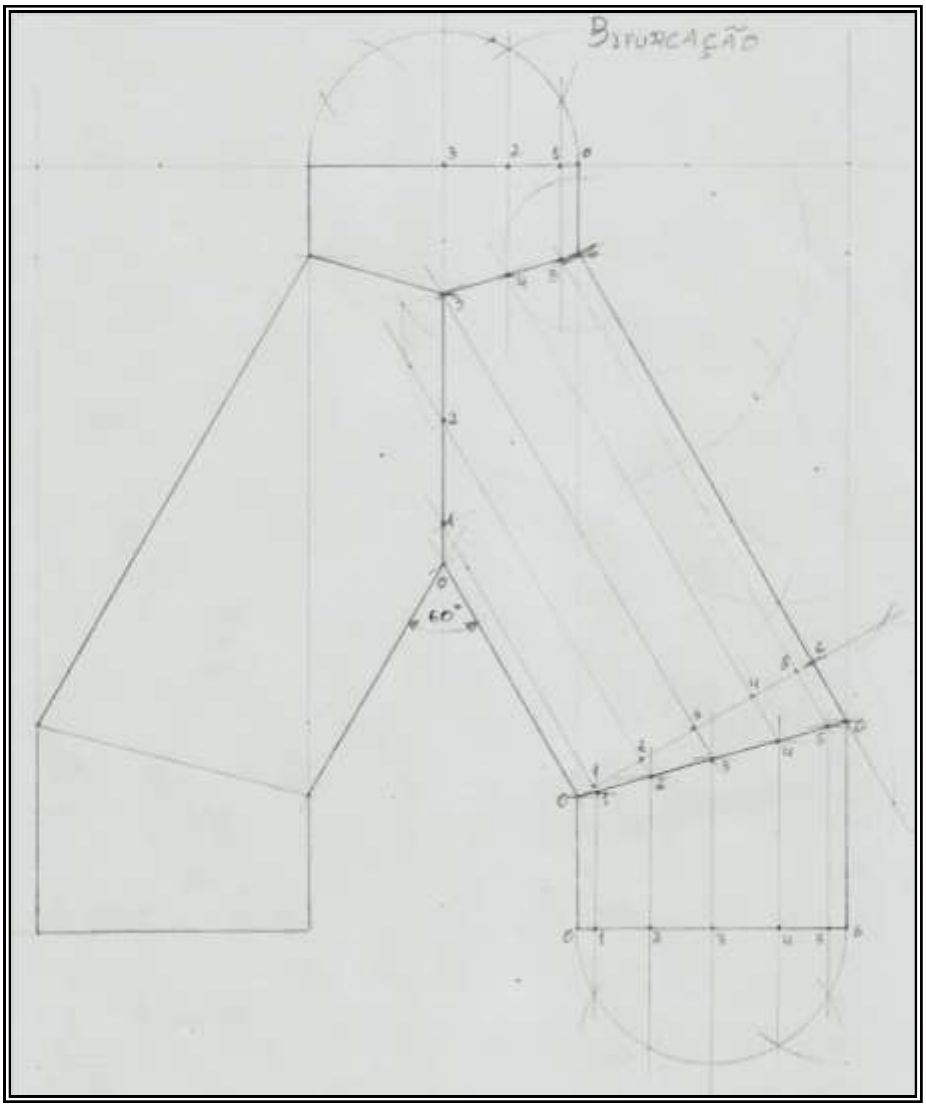
Nesta aula os alunos realizaram os desenvolvimentos da bifurcação, calota esférica e hélice transportadora.

No traçado da bifurcação os alunos encontraram certa dificuldade, principalmente no momento de transferir as medidas da pré-traçagem para a planificação na cartolina.

Os alunos realizaram a traçagem da calota esférica com grande facilidade e conseguiram encontrar a semelhança com os gomos que já haviam sidos construídos na estrutura da calota elíptica.

Finalmente chegamos ao último traçado proposto que é a hélice transportadora, onde todo o traçado deriva de algumas fórmulas que após serem realizados os cálculos se tem um traçado de fácil construção. Alguns alunos encontraram algumas dificuldades, pois se perderam nos cálculos, porem a maioria dos alunos não demonstraram maiores problemas e chegaram aos resultados corretos.

Figura 101




Digitalização de pré-traçagem realizada por aluno

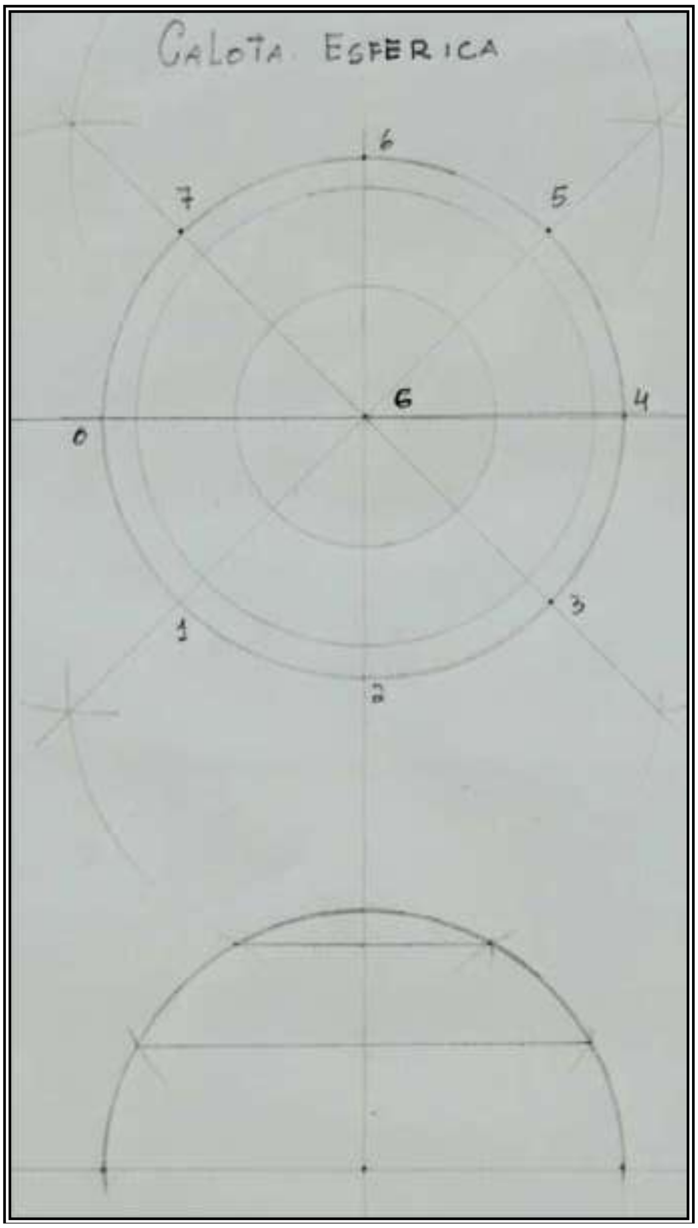
Figura 102.

Planificação realizada por aluno.

Figura 103.

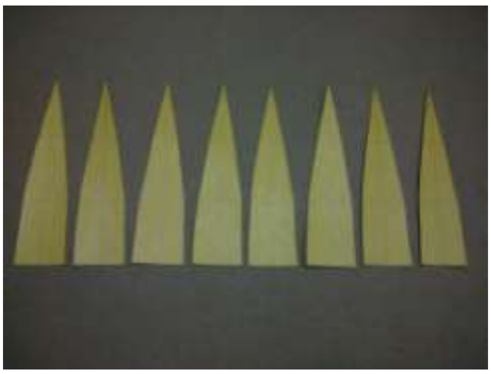
Bifurcação construída por aluno.

Figura 104.



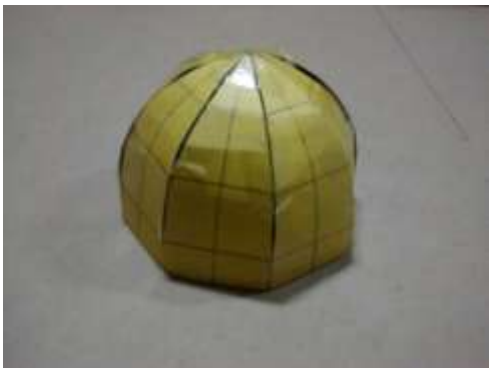

Digitalização de pré-traçagem realizada por aluno

Figura 105.



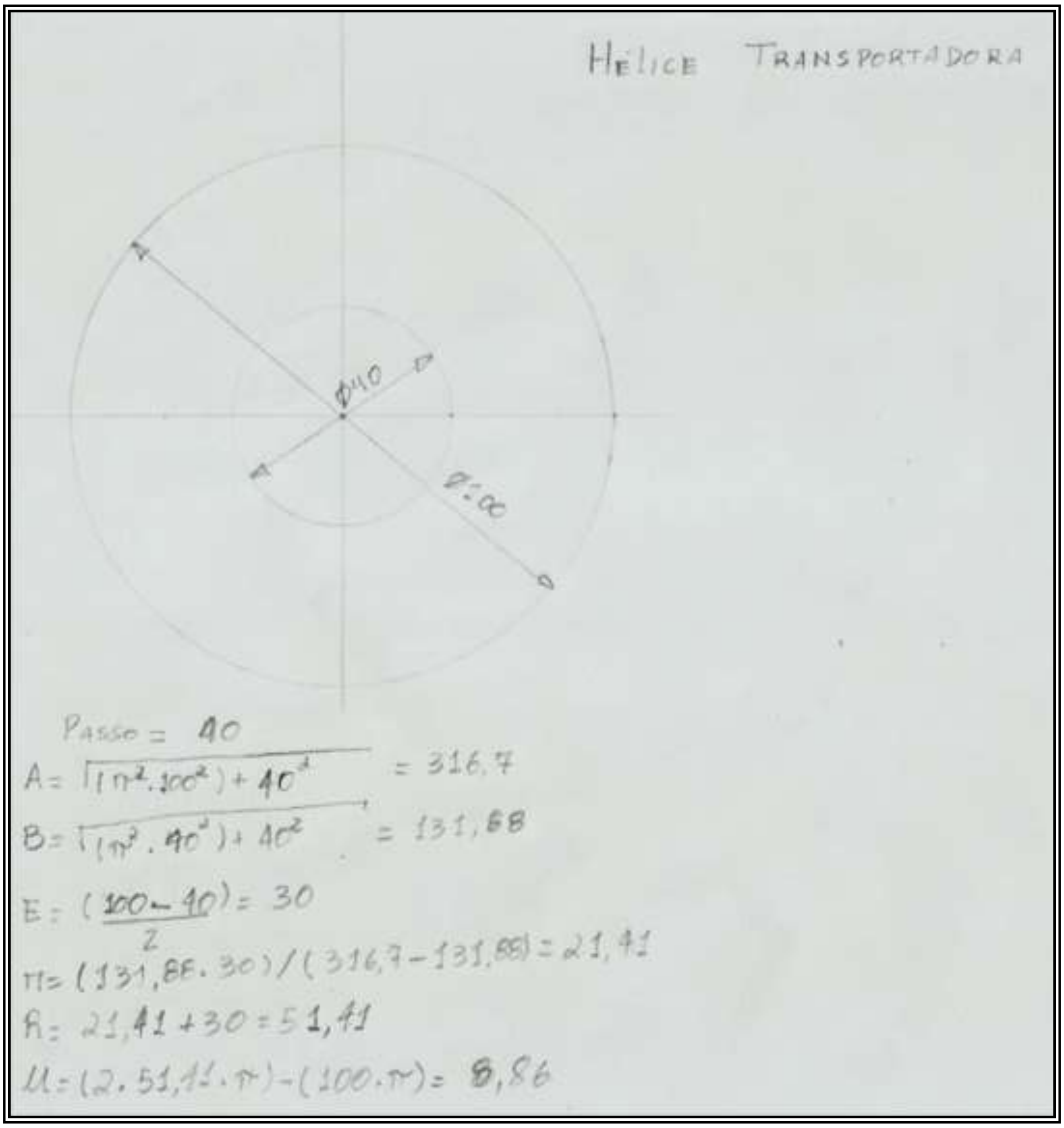
Planificação realizada por aluno.

Figura 106.



Calota esférica construída por aluno.

Figura 107




Digitalização de pré-traçagem realizada por aluno.

Figura 108.

Planificação realizada por aluno.

Figura 109.

Hélice transportadora construída por aluno.

# Capítulo 5

## Análise a posteriori e conclusão

### 5.1 – Análise dos traçados geométricos.

#### 5.1.1 – 1ª aula

Verificou-se logo na primeira aula que os alunos não apresentavam qualquer preparo para desenvolver traçados geométricos, eles não sabiam manusear corretamente o compasso e muitos dos alunos nunca chegaram anteriormente a usar de qualquer forma este instrumento. O que mais surpreendeu foi o fato de que alunos do 3º ano do ensino médio também não apresentavam habilidade para manusear a régua, chegando inicialmente a realizar medidas a partir de 1cm e principalmente se confundindo bastante na medição em milímetros.

Por estes motivos o primeiro dia de atividades apresentou um progresso muito vagaroso, onde por várias vezes foi necessário ajudar os alunos a manusear o compasso e demonstrar a correta medição, os alunos tiveram dificuldades até mesmo em dividir a folha em partes iguais, onde alguns chegaram a dividir a folha por dobramento. Porem mesmo com todas estas dificuldades ao fim da aula os alunos demonstraram entender bem o conceito de perpendicularismo e bissetrizes.

#### 5.1.2 – 2ª aula

Já no segundo dia os alunos demonstraram maior desenvoltura no manuseio dos instrumentos compasso e régua efetuando facilmente a divisão da folha de atividades em partes iguais sem maiores dificuldades.

Nesta aula os alunos puderam traçar de formas variadas as paralelas e também como já foi trabalhada a construção de triângulos, aproveitou-se para construir o conceito da condição de existência de um triângulo, assim como as denominações dos triângulos quanto aos seus lados e aos seus ângulos, aproveitou-se também para trabalhar os conceitos dos quadriláteros especiais, e os alunos se surpreenderam ao perceber que não sabiam definir corretamente um retângulo ou até mesmo um quadrado, figuras que para eles seria de fácil compreensão, além de a maioria dos alunos não conhecerem um losango, paralelogramo ou trapézio.

Além dos traçados das paralelas e dos triângulos, também foi realizado o traçado de divisão de um ângulo reto em três partes iguais, e este traçado que deriva do triangulo equilátero será muito requisitado nos traçados dos desenvolvimentos onde optou-se por dividir as planificações em doze partes iguais.

Os alunos realizaram as atividades programadas para este dia com maior facilidade e a qualidade de seus traçados também melhorou consideravelmente.

**5.1.3 – 3ª aula.**

Nesta aula os alunos realizaram os traçados de baricentro, incentro, circuncentro e ortocentro de um triângulo, e alguns chegaram até mesmo a relatar que haviam compreendido melhor o conceito de baricentro que havia sido trabalhado em geometria analítica.

Alguns alunos chegaram a indagar a possibilidade dos pontos de baricentro, incentro, circuncentro e ortocentro coincidirem no mesmo local e se estes pontos sempre serão internos ao triângulo. Não foi realizada nenhuma prova matemática sobre estas indagações, porem mostrou-se com algumas construções que estes pontos podem sim coincidir no caso do triângulo equilátero e que no caso do circuncentro e do ortocentro o ponto pode chegar até mesmo estar fora do triângulo e este fato foi demonstrado com alguns exemplos.

Os traçados neste caso também foram realizados com facilidade, porem por falta de precisão, alguns alunos verificaram que seus pontos procurados não ficaram totalmente perfeitos. E eles puderam ainda perceber que não era preciso realizar os três traçados (bissetrizes, pontos médios, medianas, perpendiculares) em cada caso, pois com apenas dois traçados já era suficiente para encontrar os pontos respectivos de incentro, baricentro, circuncentro e ortocentro.

**5.1.4 – 4ª aula.**

Nesta aula os alunos desenvolveram a divisão da circunferência em partes iguais. No caso da divisão em três e quatro partes iguais foi pedido para que eles procurassem determinar sozinhos uma forma de realizar a tarefa, porem apenas alguns alunos chegaram a concluir corretamente a divisão em quatro partes, sendo que ninguém chegou a dividir corretamente em três partes. Os alunos se surpreenderam com a facilidade da atividade. Também foi realizada a divisão em 5, 6 e em um número qualquer de partes iguais, porem no caso da divisão em 5 partes iguais não foi realizada a prova matemática do porque o traçado dava certo, com tudo a divisão em um número qualquer de parte não leva a uma divisão exata da circunferência, porem apresenta um grau de precisão bastante aceitável para os padrões de tolerância da caldeiraria.

Também por um problema de imprecisão os alunos tiveram dificuldades na divisão em 5 e em um número qualquer de partes, porem apesar da imprecisão foi constatado que o processo de divisão havia sido bem desenvolvido.

O mais importante desta atividade foi que os alunos enxergaram que poderiam traçar diferentes ângulos apenas usando régua e compasso.

**5.1.5 – 5ª aula.**

Nesta aula os alunos realizaram os traçados das espirais e demonstraram definitivamente que já dominavam completamente o manuseio do compasso.

Nesta tarefa os alunos foram levados a determinar qual seria a distância entre as linhas da espiral a partir de uma medida inicial determinada e do número de lados do polígono em seu centro.

Chegou-se a conclusão que a distância entre as linhas seria dada por (***n.l)***, onde ***n*** é o número de lados do polígono no centro da espiral, e ***l*** é a medida do lado deste polígono.

**5.1.6 – 6ª aula.**

Nesta aula foram realizados os traçados das ovais, onde primeiramente foi observado a importância das concordâncias, e que para haver concordância o ponto de concordância deveria ter uma reta tangente perpendicular ao centro do arco traçado. Observamos que quando a concordância não é perfeita, visualizamos um “bico” que aparece tirando a suavidade da curva.

Alem das ovais o traçado mais importante desta aula foi o da elipse onde os alunos puderam visualizar e entender melhor a aula de geometria analítica, sobretudo a importância dos focos e dos vértices desta figura.

Com base nesta aula fabricamos uma peça com o formato de calota elipsoide onde podemos verificar a importância dos pontos de foco na reflexão do som. Esta peça foi apresentada três semanas após ter sido traçado seu molde em uma aula normal onde com a ajuda de um tablete que emitia uma frequência contínua de som os alunos procuraram o local onde melhor se ouvia o som. O lugar determinado pelos alunos estava cerca de 40 cm fora do ponto determinado pelo traçado. Consideramos que a atividade apresentava uma precisão muito boa apesar de ser feita com fundo de caixas de leite.

**5.1.7 – 7ª aula.**

Nesta aula foram realizados os traçados de concordância e tangencia, onde os alunos puderam compreender melhor o significado de concordância e reforçar a determinação de que para que haja concordância o ponto de concordância deve apresentar uma reta tangente perpendicular ao centro do arco e que a reta tangente é uma reta que apenas toca um arco e deve concordar com este arco, portanto a reta tangente é uma reta que toca o arco da circunferência em um único ponto formando um ângulo reto com a reta que passa por este ponto e o centro do arco.

Após esta aula os alunos relataram que compreenderam melhor o significado de tangente no círculo trigonométrico.

### 5.2 – Análise dos desenvolvimentos das planificações.

#### 5.2.1 – 8ª Aula

Nesta aula os alunos realisaram as pré-traçagens e planificações da virola, derivação de 90º, derivação de 120º, intersecção de 90º, intersecção de 120º e intersecção de 90º de diâmetros diferentes.

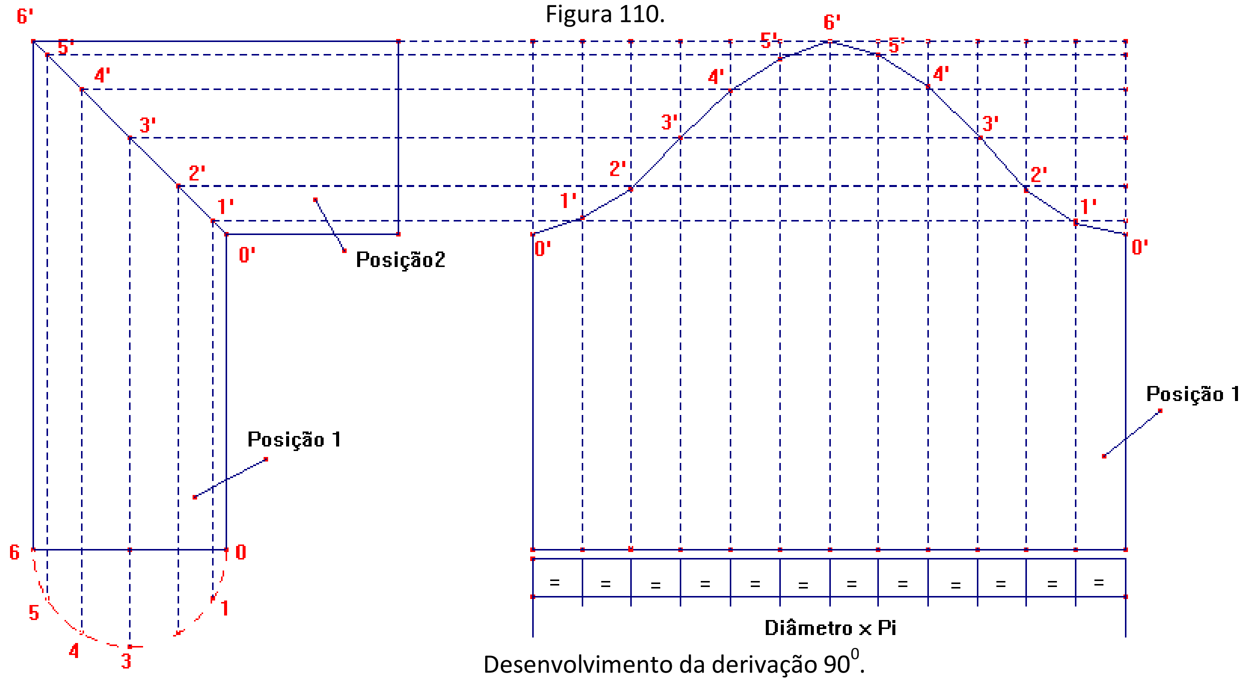
Optou-se por usar a unidade de medida métrica sempre em milímetros, por ser a forma trabalhada em caldeiraria.

Durante a aula foi demonstrado o processo de planificação, porem os alunos realizaram apenas as pré-traçagens pois as planificações seriam realizadas em casa em folhas de papel cartão e serviriam como avaliação da assimilação do conteúdo trabalhado.

No desenvolvimento da virola, demonstrou-se a importância de se encontrar o diâmetro médio para o desenvolvimento da peça, uma vez que a mesma apresenta espessura, porem as peças que estávamos construindo apresentavam espessura desprezível, por se tratar de uma folha de papel cartão.

No desenvolvimento das derivações e das interseções determinamos o número de partes que dividiríamos as peças e observou-se que quanto maior o número de partes, mais perfeita ficaria a planificação. Observou-se também que seria importante dividir em um número de parte que fosse potencia de 2, sendo maior ou igual a 8(obtendo 8, 16, 32, 64..., partes), ou um produto de uma potência de 2 por 6 (obtendo 12, 24, 48,..., partes). A opção por realizar a divisão nestes números de partes, se deve ao fato de ser mais fácil de sua realização em uma circunferência.

Figura 110.




Desenvolvimento da derivação 90$^0$.

Para realizar a divisão da planificação em partes iguais, observou-se a necessidade se calcular ponto a ponto a partir de um único ponto inicial para que não ocorra um acúmulo de arredondamentos na hora da medição.

No exemplo da atividade realizada temos o diâmetro igual a 70mm logo as divisões ficam da seguinte forma:

- Desenvolvimento total: $70.\pi = 219{,}91mm$
- 1ª Divisão $\frac{70.\pi}{12} = 18{,}33mm$
- 2ª Divisão $\frac{70.\pi}{12}.2 = 36{,}65mm$
- 3ª Divisão $\frac{70.\pi}{12}.3 = 54{,}98mm$
- 4ª Divisão $\frac{70.\pi}{12}.4 = 73{,}3mm$
- 5ª Divisão $\frac{70.\pi}{12}.5 = 91{,}63mm$
- 6ª Divisão $\frac{70.\pi}{12}.6 = 109{,}96mm$
- 7ª Divisão $\frac{70.\pi}{12}.7 = 128{,}28mm$
- 8ª Divisão $\frac{70.\pi}{12}.8 = 146{,}61mm$

- $9^a$ Divisão $\frac{70.\pi}{12}.9 = 164{,}93mm$
- $10^a$ Divisão $\frac{70.\pi}{12}.10 = 183{,}26mm$
- $11^a$ Divisão $\frac{70.\pi}{12}.11 = 201{,}59mm$

Os cálculos foram realizados com duas casas decimais, porem as medições foram sempre arredondadas a cada cinco décimos de milímetro.

No desenvolvimento da derivação de 120º assim como na interseção de 120º os alunos enxergaram como traçar o ângulo usando compasso, mas também realisaram o cálculo trigonométrico para comprovar as medições e terem oportunidade de desenvolver o traçado em qualquer ângulo proposto. Alguns alunos chegaram ainda a enxergar que o corte transversal na peça das derivações formavam uma elipse.

Também foi observado que na prática não era necessária a traçagem da 1ª posição nas derivações, traçando-se apenas a 2ª posição e sobrepondo-a na primeira para daí realizar o traçado do contorno da boca da peça.

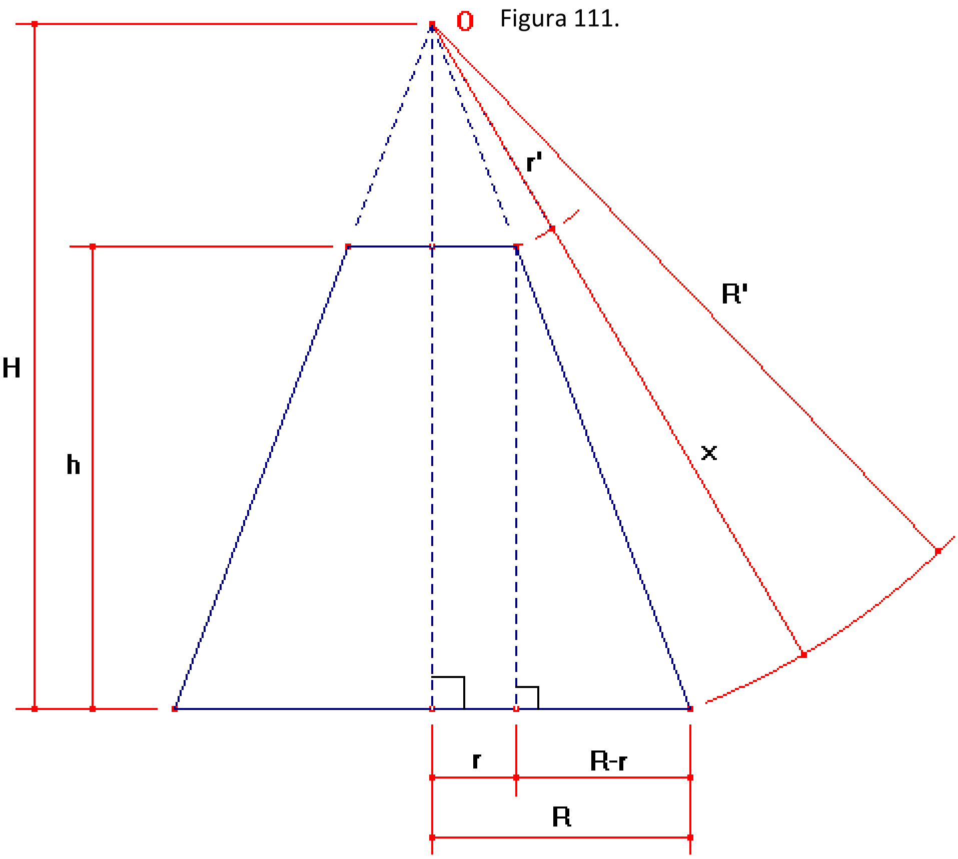
Os alunos apresentaram boa desenvoltura e habilidade no desenvolvimento destas atividades.

**5.2.2 – 9ª Aula**

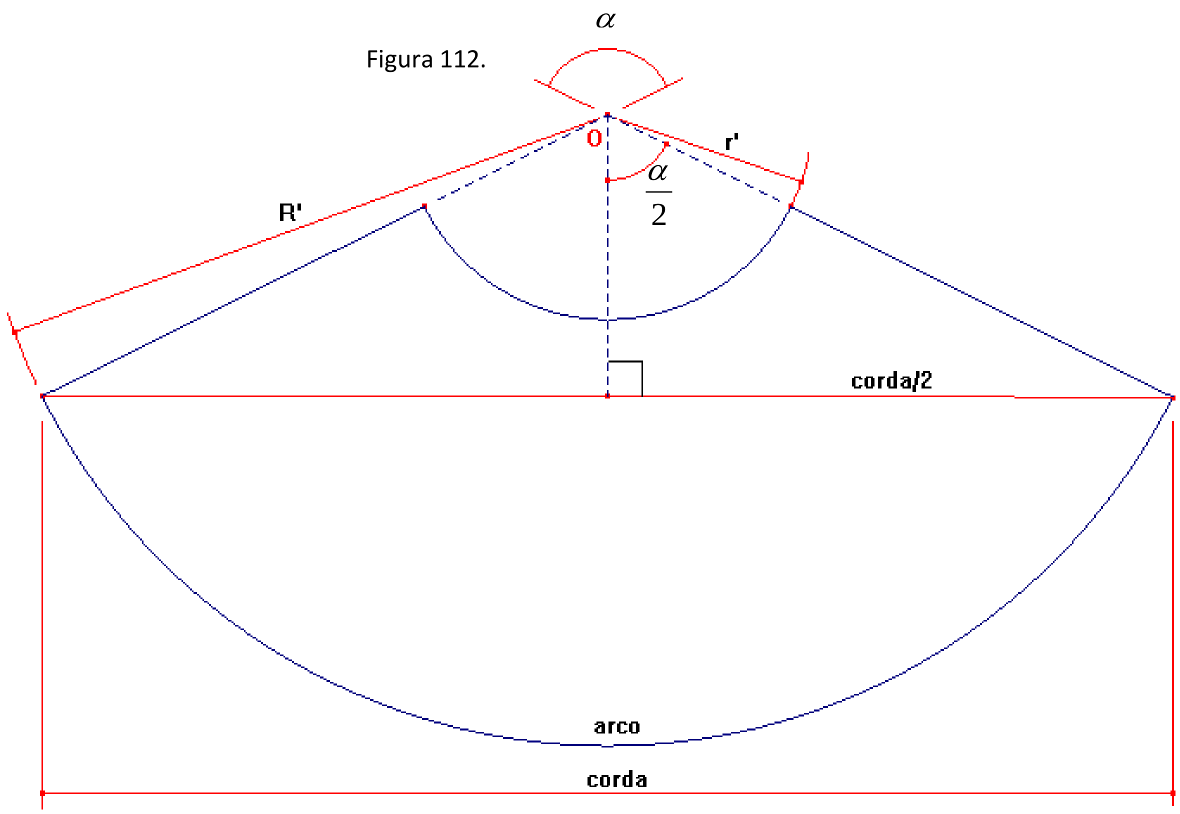
Nesta aula os alunos trouxeram as peças de virola, derivações e interseções confeccionados em papel cartão propostos na aula anterior. Alguns alunos tiveram dificuldades para fechar as peças, porem seus traçados estavam satisfatórios sendo que três alunos não conseguiram efetuar a planificação e neste caso auxiliei-os neste processo. Fiquei satisfeito com os resultados destas planificações onde os alunos demonstraram boa assimilação das atividades propostas.

A atividade proposta nesta aula foram as pré-traçagens do tronco de cone reto, tronco de cone obliquo, curva de gomos e quadrado para redondo.

No traçado do tronco de cone reto os alunos foram levados a calcular todo o processo de planificação e perceberam que desta forma não precisariam da pré-traçagem, sendo assim necessário apenas um esboço do traçado para auxilia-los no processo.




Pré traçagem do tronco de cone reto.




Desenvolvimento do tronco de cone reto.

Sendo dadas as medidas de raio maior (R), raio menor (r) e altura (h) do cone podem chegar os valores dos raios maior (R'), raio menor (r'), lateral do cone (x) e corda da planificação, que são os elementos necessários para sua traçagem.

Por Pitágoras de triângulos temos:

$$\boxed{x = \sqrt{(R-r)^2 + h^2}}$$

Por semelhança de triângulos temos:

$$\boxed{\frac{R-x}{x} = \frac{R}{R'}} \quad \text{logo} \quad \boxed{R' = \frac{R.x}{R-r}} \quad \text{e} \quad \boxed{r' = R' - x}$$

Para encontrar o ângulo da planificação temos:

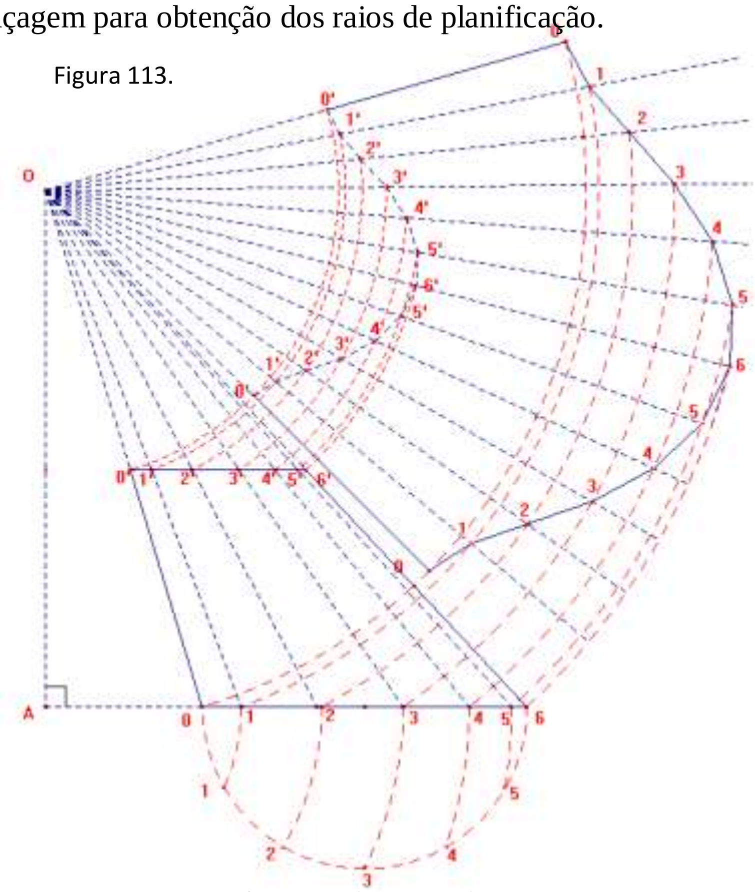
$$\boxed{\frac{2.R'.\pi}{2.R.\pi} = \frac{360^o}{\alpha}} \quad \text{logo} \quad \boxed{\alpha = \frac{R.360^o}{R'}}$$

Sabendo o ângulo da planificação, usamos relações trigonométricas para encontrar a corda:

$$\boxed{sen\left(\frac{\alpha}{2}\right) = \frac{\frac{corda}{2}}{R'}} \quad \text{Logo} \quad \boxed{Corda = 2.R'.sen\left(\frac{\alpha}{2}\right)}$$

Na planificação do tronco de cone obliquo o processo de traçagem foi realizado com a pré-traçagem para obtenção dos raios de planificação.

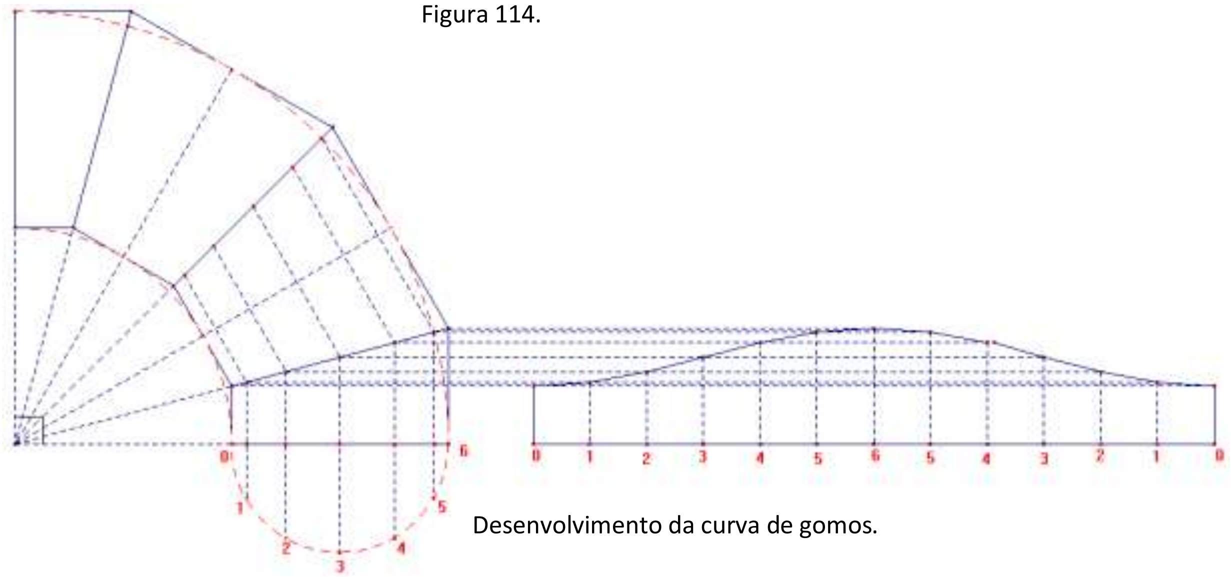
Figura 113.




Desenvolvimento do tronco de cone reto.

No desenvolvimento da curva de gomos foi demonstrado que era necessário a pré-traçagem apenas de meio gomo da curva e que os gomos das extremidades deveriam ser sempre meios gomos, para que se obtenha uma circunferência e não uma elipse.

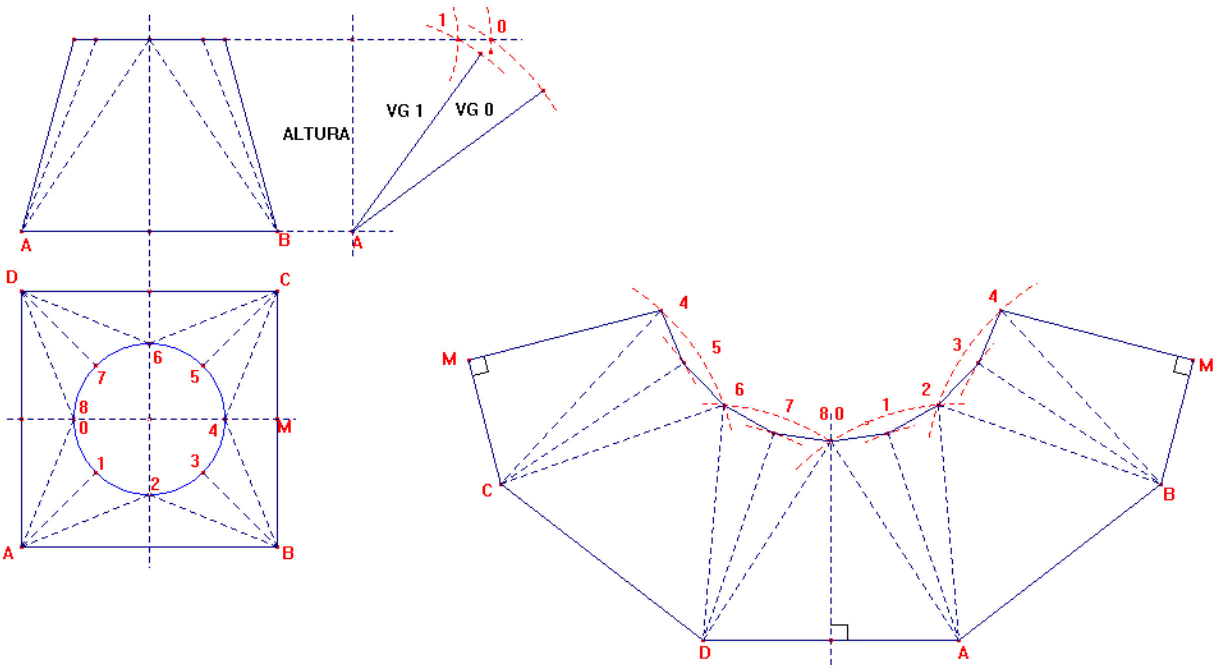
Figura 114.



Desenvolvimento da curva de gomos.

No desenvolvimento do quadrado para redondo atentou-se para o fato de ser necessário encontrar a verdadeira grandeza para a realização da planificação.

Figura 115.




Desenvolvimento de quadrado para redondo.

Os alunos ficaram intrigados da forma como se podia passar de uma forma de quadrado para um retângulo apenas realizando dobras nas vincagens demarcadas

Os alunos foram instruídos a realizar as planificações em casa e trazerem as peças montadas na próxima aula.

**5.2.3 – 10ª Aula**

Nesta aula os alunos trouxeram as peças recomendadas na última aula. Todos conseguiram confeccionar a curva de gomos e o quadrado para redondo, porem dois alunos não conseguiram confeccionar o tronco de cone obliquo e sete alunos não conseguiram desenvolver os cálculos do tronco de cone reto. Neste momento os alunos tiraram suas dúvidas e foram auxiliados na confecção das peças.

As atividades propostas para esta aula foram os desenvolvimentos da bifurcação, calota esférica e hélice transportadora.

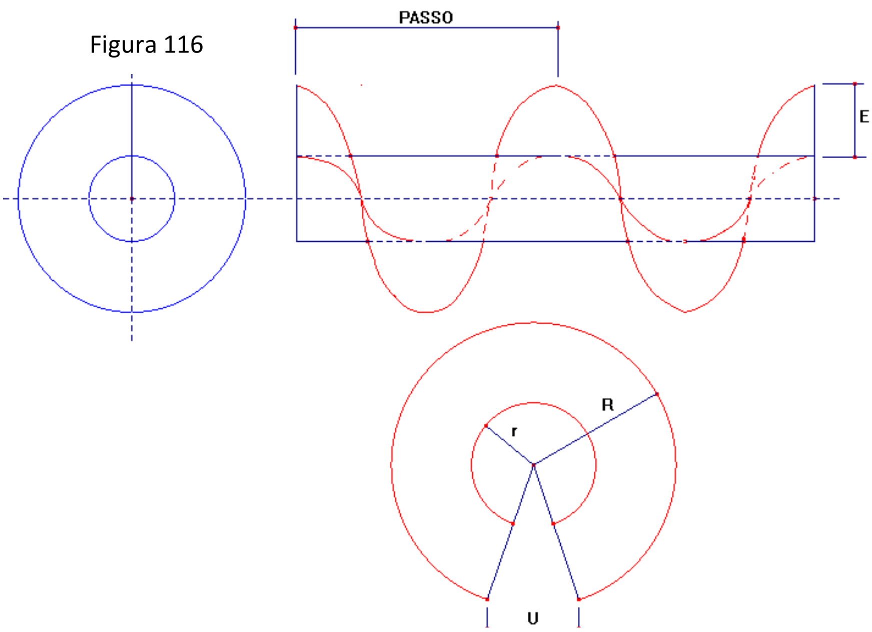
No desenvolvimento da bifurcação alguns alunos já conseguiam perceber alguns elementos presentes em outras peças, como o desenvolvimento das emendas entre as posições, que eram semelhante aos desenvolvimentos das derivações.

Nesta atividade aos alunos tiveram maior dificuldade pela grande quantidade de pontos a serem tomados, e pelo grande numero de posições diferentes a serem traçadas.

O desenvolvimento da calota esférica foi bem assimilado pelos alunos, não apresentando qualquer dificuldade para sua pré-traçagem.

No desenvolvimento da hélice transportadora observou-se que não seria necessária uma pré-traçagem, pois todas as medidas necessárias para o desenvolvimento da espira poderiam ser calculadas desde que se tenha as medidas do passo da hélice, diâmetro do eixo e diâmetro total da hélice.

Figura 116




Desenvolvimento da hélice transportadora.

Os alunos não apresentaram a mesma dificuldade nos cálculos da hélice transportadora quando comparados com os cálculos do tronco de cone reto.

Os alunos também tiveram dificuldades na montagem da calota esférica, por se tratar um grande conjunto de posições que necessitam de um pouco de prática para seu manuseio.

**5.3 – Conclusões das atividades.**

Iniciamos o projeto com vinte e três alunos, porem no decorrer das aulas ocorreu a desistência de quatro alunos, sendo que três destes desistiram por motivo de trabalho e apenas um desistiu por desmotivação ou desinteresse, sendo assim o projeto foi concluído com dezenove alunos que apresentaram um frequência acima de 75%. Destes alunos onze alunos apresentaram um desenvolvimento satisfatório no desenvolvimento dos traçados, nos cálculos realizados e na conclusão das peças desenvolvidas em papel cartão e oito alunos apresentaram um desempenho plenamente satisfatório nestes mesmos requisitos.

Verifiquei durante as aulas normais (onde não foram trabalhadas as atividades) que os alunos que participaram do projeto apresentaram maior desenvoltura e melhoraram suas notas em uma proporção maior que os alunos que não participaram do projeto. Conversando com colegas professores de outras salas pude perceber que o mesmo ocorreu com seus alunos.

Os alunos conseguiram relacionar o aprendizado no projeto com atividades trabalhadas em sala de aula, principalmente aqueles relacionados a geometria analítica onde temos de trabalhar conceitos como perpendicularidade, bissetrizes, baricentro, alinhamento entre pontos, posição relativa entre figuras (ponto, reta e circunferência) e também em atividades envolvendo geometria espacial, onde os alunos demonstraram enxergar e entender melhor as figuras trabalhadas. Alem destas atividades são trabalhadas em sala de aula atividades preparatórias para avaliações como SARESP, Prova Brasil e ENEM, segue no Anexo I alguns exemplos de exercícios de ENEM onde os alunos apresentaram melhor desenvoltura e conseguiram relacionar com as atividades trabalhadas no projeto.

Neste trabalho procuramos analisar de que forma e até que ponto uma aula mais técnica e voltada para uma atividade profissionalizante pode auxiliar nas necessidades do currículo do Ensino Médio e mais ainda, se o currículo do Ensino Médio atende as necessidades dos desafios contemporâneos da sociedade do século XXI que cada vez mais é caracterizada pelo uso intensivo do conhecimento, seja para trabalhar, conviver ou exercer a cidadania, neste sentido enxergo que o projeto foi muito positivo e serviu perfeitamente para o aprimoramento e entendimento dos conteúdos propostos.

# Capítulo 6

## Considerações finais

Como já foi dito no início deste trabalho, nosso objetivo não era a formação dos alunos em traçagem de caldeiraria, mas sim apresentar aos alunos conceitos básicos de geometria inerentes ao ensino médio e desta forma procurar despertar nestes alunos o interesse pela disciplina e assim chegar a um melhor entendimento, haja visto que todos os alunos tem capacidade de aprendizagem, mas o que lhes falta na maioria dos casos é este interesse por determinados assuntos que em aulas tradicionais não lhes agrega qualquer significado.

Esperamos que este trabalho sirva de parâmetros para professores que procuram um atividade diferenciada e dar algum significado as atividades trabalhadas em sala de aula, porem devemos sempre ter em mente que as aulas diferenciadas/inéditas, assim como as tradicionais, devem ser planejadas observando as especificidades do público alvo.

Observamos por parte dos governos o crescente interesse em implantar as escolas de tempo integral onde o aluno permanece na escola o dia todo sendo que no período da manhã o aluno tem as aulas tradicionais e no período da tarde tem aulas diferenciadas. Vemos que um dos maiores problemas deste projeto está exatamente nas aulas diferenciadas onde os professores não sabem ao certo o que e como trabalhar, neste sentido fica aqui a proposta de que uma boa solução seria a implantação de aulas com conteúdos profissionalizantes onde o aluno possa fazer uma ligação entre o que é ensinado na aula tradicional com o que é usado no mundo real.

Foi muito gratificante constatar o progressivo desenvolvimento dos alunos durante as aulas e mais ainda pelo fato de que os próprios alunos enxergaram esse desenvolvimento e puderam constatar este fato no decorrer das aulas tradicionais. Alguns alunos tiveram um envolvimento tão grande que chegaram a relatar o interesse em buscar um curso profissionalizante na área ou mesmo um curso tecnólogo na área de metal-mecânica.

Considerando que no início do projeto quando apresentadas as atividades os alunos ficaram desconfiados de que não conseguiriam realizar as planificações e agora ao término do projeto os alunos conseguem até mesmo encontrar relações com as atividades desenvolvidas em sala de aula, considero o projeto positivo e que ele alcançou seu objetivo mostrando que desenvolver uma atividade técnica ou profissionalizante paralelamente ao curso normal pode sim trazer benefícios para o aluno no sentido de complementar e dar significado ao aprendizado.

Aconselho no sentido de aprimoramento e complementação deste trabalho o desenvolvimento de atividades em softwares como GeoGebra onde se possa verificar o traçado e dimensionamento da planificação de uma peça quando inseridos seus dados de construção.

# Referências

ALMOULLOUD, S. A.; COUTINHO, C.Q.S. **Engenharia didática**: características e seus usos em trabalhos apresentados no GT-19/ ANPEd. REVEMAT, v.3.6, p.62-77, 2008.

ARTIGUE, M. **Engenharia Didática**. In: Brun, Jean. Didática das Matemáticas. Lisboa: Instituto Piaget. Horizontes Pedagógicos, 1996, p. 193-217.

BERLINGHOFF, W. P.; GOUVEIA, F. Q. **A Matemática Através dos Tempos**. 2ª ed. São Paulo: Editora Blucher, 2010. 279p.

BRASIL. Secretaria de Educação Média e Tecnologia. **Parâmetros Curriculares Nacionais – Ensino Médio**: Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologias. Brasília, p. 43. 1998

CABRI, Software de construções geométricas Cabri-Géomètre II.

EVES, H. **Introdução à História da Matemática**. 5ª ed. Campinas, SP: Editora da Unicamp, 2011. 844p.

GEOGEBRA, Software de construções geométricas GeoGebra 4.2.

MILES, F. C. P.; BUSSAB, J. H. O. **A Geometria na Antiguidade Clássica.** São Paulo: Editora FTD, 1999.

ROQUE, T; CARVALHO, J.B.P. **Tópicos de História da Matemática. Rio de Janeiro**: Editora SBM, 2012. 467p.

# Anexo I

Neste anexo são colocadas algumas atividades de ENEM trabalhadas em sala de aula onde os alunos conseguiram relacionar com alguma das atividades desenvolvidas no trabalho.

Exercício 1 (ENEM 2009) – Uma elipse é uma seção plana de um cilindro circular reto, em que o plano que intersecta o cilindro é oblíquo ao eixo do cilindro (Peça. 1). É possível construir um sólido de nome *elipsoide* que, quando seccionado por três planos perpendiculares entre si, mostram elipses de diferentes semieixos $a$, $b$ e $c$, como na Peça. 2. O volume de um elipsoide de semieixos $a$, $b$ e $c$ é dado por $V = \frac{4}{3}\pi abc$

Figura 117

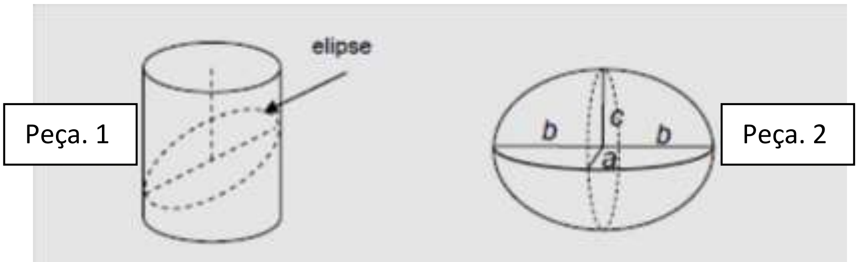



Imagem ENEM 2009

Considere que um agricultor produz melancias, cujo formato é aproximadamente um elipsoide, e ele deseja embalar e exportar suas melancias em caixas na forma de um paralelepípedo retângulo. Para melhor acondicioná-las, o agricultor preencherá o espaço vazio da caixa com material amortecedor de impactos (palha de arroz/serragem/bolinhas de isopor). Suponha que sejam $a$, $b$ e $c$, em cm, as medidas dos semieixos do elipsoide que modela as melancias, e que sejam $2a$, $2b$ e $2c$, respectivamente, as medidas das arestas da caixa. Nessas condições, qual é o volume de material amortecedor necessário em cada caixa?

A) $V = 8abc \ \text{cm}^3$

B) $V = \frac{4}{3}\pi abc \, \text{cm}^3$

C) $V = abc\left(8 + \frac{4\pi}{3}\right)\text{cm}^3$

D) $V = abc\left(8 - \frac{4\pi}{3}\right)\text{cm}^3$

E) $V = abc\left(\frac{4\pi}{3} - 8\right)\text{cm}^3$

Exercício 2 (ENEM 2009) – Em uma padaria, há dois tipos de forma de bolo, formas 1 e 2, como mostra a figura abaixo.

Figura 118

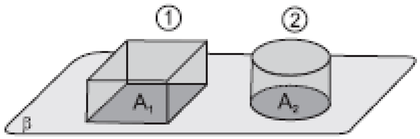



Imagem ENEM 2009

Sejam L o lado da base da forma quadrada, r o raio da base da forma redonda, $A_1$ e $A_2$ as áreas das bases das formas 1 e 2, e $V_1$ e $V_2$ os seus volumes, respectivamente. Se as formas têm a mesma altura h, para que elas comportem a mesma quantidade de massa de bolo, qual é a relação entre r e L?

A) $L = r$

B) $L = 2r$

C) $L = 3r$

D) $L = r\sqrt{\pi}$

E) $L = \frac{(\pi r^2)}{2}$

Exercício 3 (ENEM 2009) – Uma empresa precisa comprar uma tampa para o seu reservatório, que tem a forma de um tronco de cone circular reto, conforme mostrado na figura. Considere que a base d reservatório tenha raio $r = 2\sqrt{3}m$ e que sua lateral faça um ângulo de 60º com o solo. Se a altura do reservatório é 12m, a tampa a ser comprada deverá cobrir um área de:

A) 12 m$^2$

B) 108 m$^2$

C) $(12 + 2\sqrt{3})^2 \pi$ m$^2$

D) $12m^2$ m$^2$

E) $(24 + 2\sqrt{3})^2 \pi$ m$^2$

Figura 119


Imagem ENEM 2009

Exercício 4 (ENEM 2009) – Um vasilhame na forma de um cilindro circular reto de raio da base de 5 cm e altura de 30 cm está parcialmente ocupado por 625 $\pi$ cm$^3$ de álcool. Suponha que sobre o vasilhame seja fixado um funil na forma de um cone circular reto de raio da base de 5 cm e altura de 6 cm, conforme ilustra a figura 1. O conjunto, como mostra a figura 2, é virado para baixo, sendo H a distância da superfície do álcool até o fundo do vasilhame. Considerando-se essas informações, qual é o valor da distância H?

Dado: Volume do cone : $V_{cone} = \frac{\pi r h}{3}$.

A) 5 cm

B) 7 cm

C) 8 cm

D) 12 cm

E) 18 cm

Figura 120

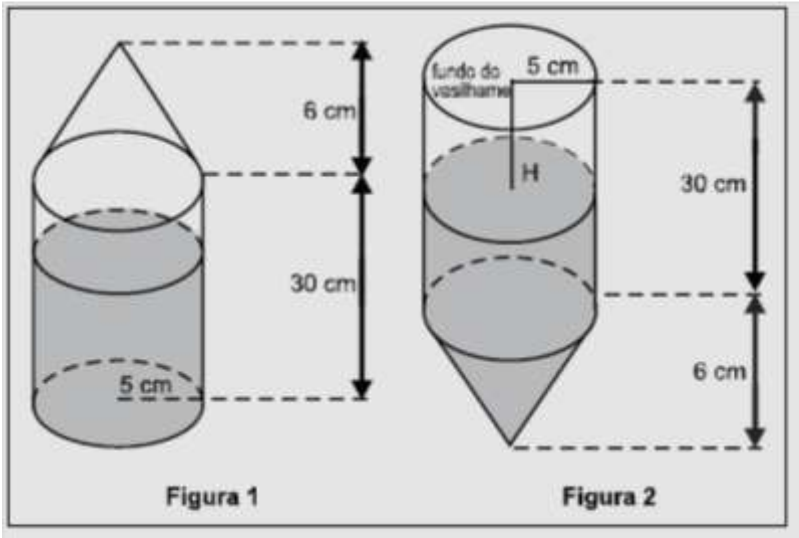



Imagem ENEM 2009

Exercício 5 ( ENEM 2009) – em uma praça pública, há uma fonte que é formada por dois cilindros, um de raio r e altura $h_1$, e o outro de raio R e altura $h_2$. O cilindro do meio enche e, após transbordar, começa a encher o outro. Se $R = r\sqrt{2}$ e $h_2 = \frac{h_1}{3}$ e, para encher o cilindro do meio, foram necessários 30 minutos, então, para se conseguir encher fonte e o segundo cilindro, de modo que fique completamente cheio, serão necessários:

A) 20 minutos.

B) 30 minutos.

C) 40 minutos.

D) 50 minutos.

E) 60 minutos.

Figura 121

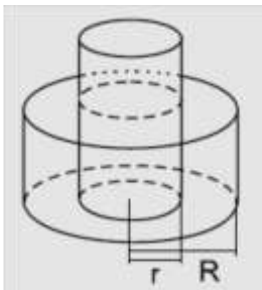



Imagem ENEM 2009

Exercício 6 ( ENEM 2010) – Alguns testes de preferência por bebedouros de água foram realizados com bovinos, envolvendo três tipos de bebedouros, de formatos e tamanhos diferentes. Os bebedouros 1 e 2 têm a forma de um tronco de cone circular reto, de altura igual a 60 cm, e diâmetro da base superior igual a 120 cm e 60 cm, respectivamente. O bebedouro 3 é um semicilindro, com 30 cm de altura, 100 cm de comprimento e 60 cm de largura. Os três recipientes estão ilustrados na figura.

Figura 122

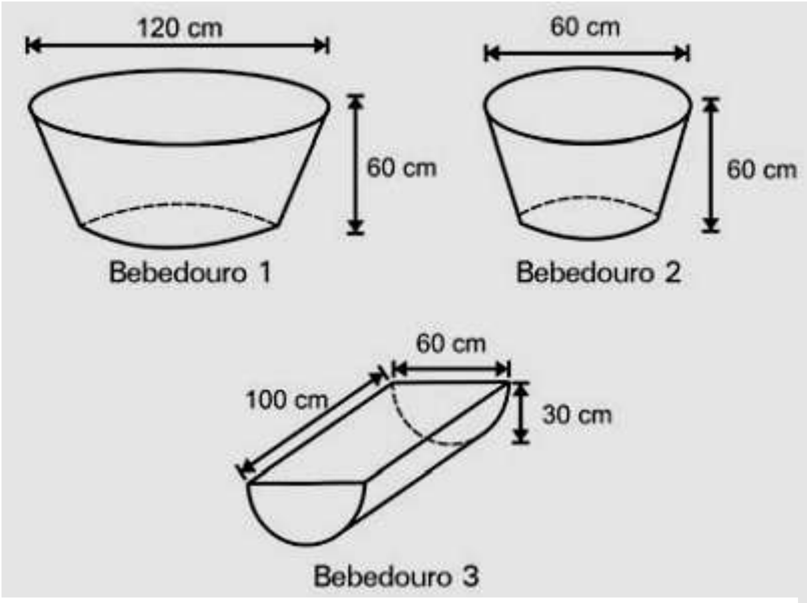



Imagem ENEM 2010

Considerando que nenhum dos recipientes tenha tampa, qual das figuras a seguir representa uma planificação para o bebedouro 3?

Figura 123

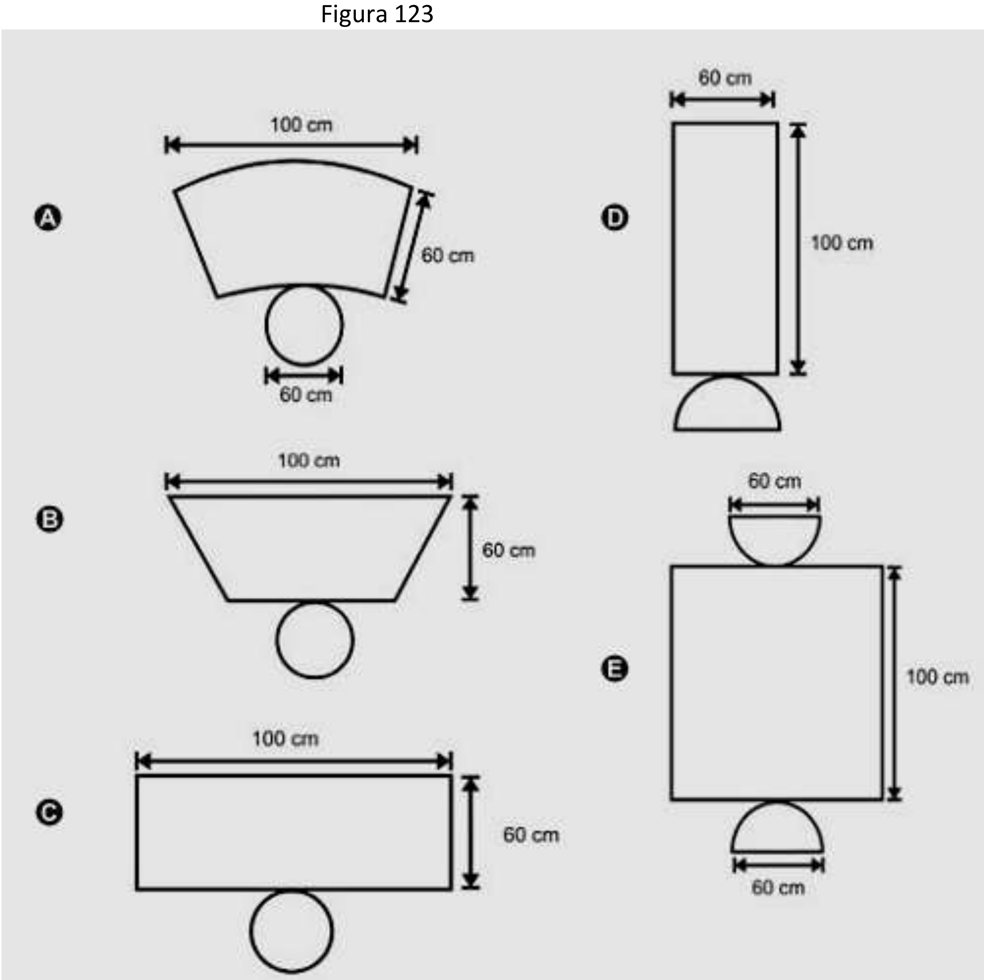



Imagem ENEM 2010

Exercício 7 ( ENEM 2010) – Dona Maria, diarista na casa da família Teixeira, precisa fazer café para servir as vinte pessoas que se encontram numa reunião na sala. Para fazer o café, Dona Maria dispõe de uma leiteira cilíndrica e copinhos plásticos, também cilíndricos.

Figura 124

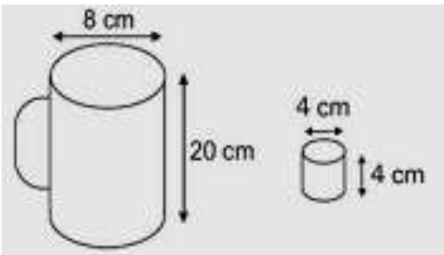



Imagem ENEM 2010

Com o objetivo de não desperdiçar café, a diarista deseja colocar a quantidade mínima de água na leiteira para encher os vinte copinhos pela metade. Para que isso ocorra, Dona Maria deverá.

A) encher a leiteira até a metade, pois ela tem um volume 20 vezes maior que o volume do copo.

B) encher a leiteira toda de água, pois ela tem um volume 20 vezes maior que o volume do copo.

C) encher a leiteira toda de água, pois ela tem um volume 10 vezes maior que o volume do copo.

D) encher duas leiteiras de água, pois ela tem um volume 10 vezes maior que o volume do copo.

E) encher cinco leiteiras de água, pois ela tem um volume 10 vezes maior que o volume do copo.

Exercício 8 ( ENEM 2010) – Em canteiros de obras de construção civil é comum perceber trabalhadores realizando medidas de comprimento e de ângulos e fazendo demarcações por onde a obra deve começar ou se erguer. Em um desses canteiros foram feitas algumas marcas no chão plano. Foi possível perceber que, das seis estacas colocadas, três eram vértices de um triângulo retângulo e as outras três eram os pontos médios dos lados desse triângulo, conforme pode ser visto na figura, em que as estacas foram indicadas por letras. A região demarcada pelas estacas A, B, M e N deveria ser calçada com concreto. Nessas condições, a área a ser calçada corresponde:

Figura 125

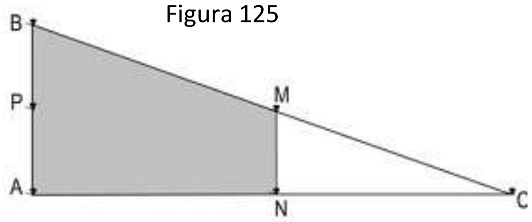



Imagem ENEM 2010

A) à mesma área do triângulo AMC.

B) à mesma área do triângulo BNC.

C) à metade da área formada pelo triângulo ABC.

D) ao dobro da área do triângulo MNC.

E) ao triplo da área do triângulo MNC.

Exercício 9 ( ENEM 2010) – Para construir uma manilha de esgoto, um cilindro com 2 m de diâmetro e 4 m de altura ( de espessura desprezível), foi envolvido homogeneamente por uma camada de concreto, contendo 20 cm de espessura. Supondo que cada metro cúbico de concreto custe R$ 10,00 e tomando 3,1 como valor aproximado de $\pi$, então o preço dessa manilha é igual a

A) R$ 230,40.

B) R$ 124,40.

C) R$ 104,16.

D) R$ 54,56.

E) R$ 49,60.

Exercício 10 ( ENEM 2010) – Uma empresa vende tanques de combustíveis de formato cilíndrico, em três tamanhos, com medidas Indicadas nas figuras. O preço do tanque é diretamente proporcional à medida da área da superfície lateral do tanque. O dono de um posto de combustível deseja encomendar um tanque com menor custo por metro cúbico de capacidade de armazenamento.

Figura 126

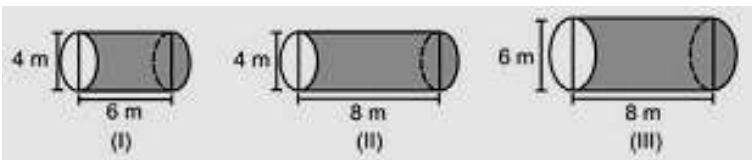



Imagem ENEM 2010

Qual dos tanques deverá ser escolhido pelo dono do posto? (Considere $\pi \cong 3$)

A) I, pela relação área/capacidade de armazenamento de $\frac{1}{3}$.

B) I, pela relação área/capacidade de armazenamento de $\frac{4}{3}$.

C) II, pela relação área/capacidade de armazenamento de $\frac{3}{4}$.

D) III, pela relação área/capacidade de armazenamento de $\frac{2}{3}$.

E) III, pela relação área/capacidade de armazenamento de $\frac{7}{12}$.

Exercício 11 ( ENEM 2010) – A ideia de usar rolos circulares para deslocar objetos pesados provavelmente surgiu com os antigos egípcios ao construírem as pirâmides.

Figura 127

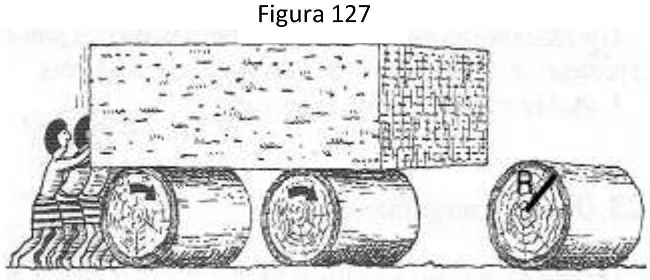



Imagem ENEM 2010

Representando por R o raio da base dos rolos cilíndricos, em metros, a expressão do deslocamento horizontal y do bloco de pedra em função de R, após o rolo ter dado uma volta completa sem deslizar, é

A) y= R.

B) y= 2R.

C) y= $\pi$R.

D) y= 2$\pi$R.

E) y= 4$\pi$R.

Exercício 12 ( ENEM 2010) – Uma metalúrgica recebeu uma encomenda para fabricar, em grande quantidade, uma peça com o formato de um prisma reto com base triangular, cujas dimensões da base são 6 cm, 8 cm e 10 cm e cuja altura é 10 cm. Tal peça deve ser vazada de tal maneira que a perfuração na forma de um cilindro circular reto seja tangente às suas faces laterais, conforme mostra a figura.

Figura 128

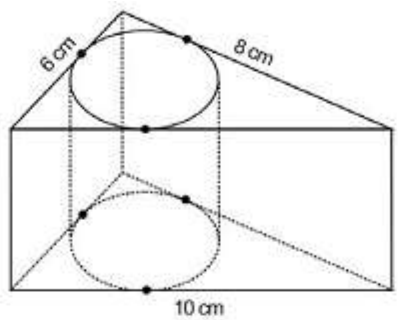



Imagem ENEM 2010

O raio da perfuração da peça é igual a

A) 1 cm.

B) 2 cm.

C) 3 cm.

D) 4 cm.

E) 5 cm.

Exercício 13 ( ENEM 2010) – Em um casamento, os donos da festa serviam champanhe aos seus convidados em taças com formato de um hemisfério (Figura 1), porém um acidente na cozinha culminou na quebra de grande parte desses recipientes. Para substituir as taças quebradas, utilizou-se um outro tipo com formato de cone (Figura 2). No entanto, os noivos solicitaram que o volume de champanhe nos dois tipos de taças fosse igual.

Figura 129

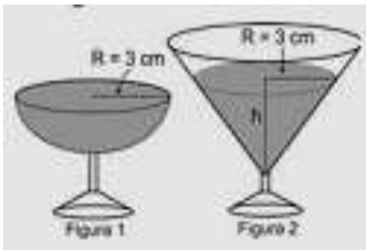



Imagem ENEM 2010

Considere: $V_{esfera} = \frac{4}{3}\pi R^3$ e $V_{cone} = \frac{1}{3}\pi R^2 h$

Sabendo que a taça com o formato de hemisfério é servida completamente cheia, a altura do volume de champanhe que deve ser colocado na outra taça, em centímetros, é de:

A) 1,33.

B) 6,00.

C) 12,00.

D) 56,52.

E) 113,04.

Exercício 14 ( ENEM 2011) – A figura seguinte mostra um modelo de sombrinha muito usado em países orientais. Esta figura é uma representação de uma superfície de revolução chamada de:

A) pirâmide.

B) semiesfera.

C) cilindro.

D) tronco de cone.

E) cone.

Figura 130

Imagem ENEM 2011

Exercício 15 ( ENEM 2011) – Uma indústria fabrica brindes promocionais em forma de pirâmide. A pirâmide é obtida a partir de quatro cortes em um sólido que tem a forma de um cubo. No esquema, estão indicados o sólido original (cubo) e a pirâmide obtida a partir dele.

Os pontos A, B, C, D e O do cubo e da pirâmide são os mesmos. O ponto O é central na face superior do cubo. Os quatro cortes saem de O em direção às arestas $\overline{AD}$, $\overline{BC}$, $\overline{AB}$ e $\overline{CD}$, nessa ordem. Após os cortes, são descartados quatro sólidos. Os formatos dos sólidos descartados são:

A) todos iguais.

B) todos diferentes.

C) três iguais e um diferente.

D) apenas dois iguais.

E) iguais dois a dois.

Figura 131

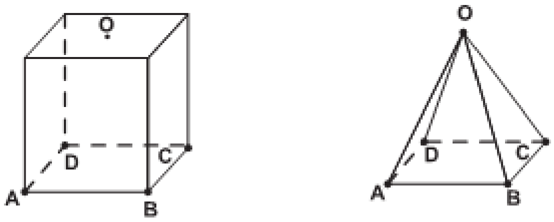



Imagem ENEM 2011

Exercício 16 ( ENEM 2011) – Um bairro de uma cidade foi planejado em uma região plana, com ruas paralelas e perpendiculares, delimitando quadras de mesmo tamanho. No plano de coordenadas cartesianas seguinte, esse bairro localiza-se no segundo quadrante, e as distâncias nos eixos são dadas em quilômetros. A reta de equação y = x + 4 representa o planejamento do percurso da linha do metrô subterrâneo que atravessará o bairro e outras regiões da cidade.

No ponto P = (-5, 5), localiza-se um hospital público. A comunidade solicitou ao comitê de planejamento que fosse prevista uma estação do metrô de modo que sua distância ao hospital, medida em linha reta, não fosse maior que 5 km. Atendendo ao pedido da comunidade, o comitê argumentou corretamente que isso seria automaticamente satisfeito, pois já estava prevista a construção de uma estação no ponto

A) (–5, 0).

B) (–3, 1).

C) (–2, 1).

D) (0, 4).

E) (2, 6).

Figura 132

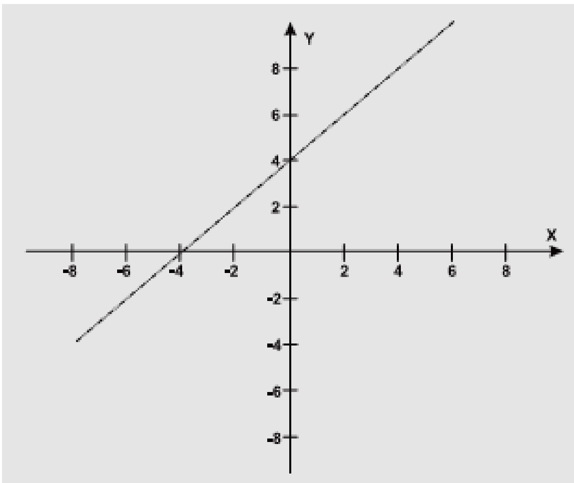



Imagem ENEM 2011

Exercício 17 ( ENEM 2011) – O polígono que dá forma a essa calçada é invariante por rotações, em torno de seu centro, de:

Figura 133

A) 45°.

B) 60°.

C) 90º.

D) 120°.

E) 180°.

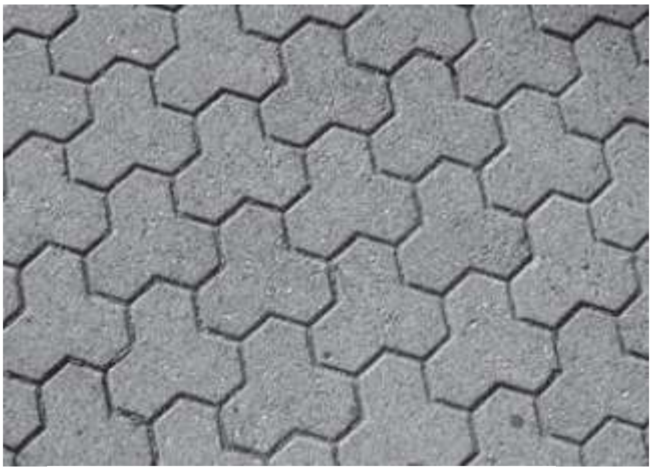


Imagem ENEM 2011

Exercício 18 ( ENEM 2011) – O atletismo é um dos esportes que mais se identificam com o espírito olímpico. A figura ilustra uma pista de atletismo. A pista é composta por oito raias e tem largura de 9,76m. As raias são numeradas do centro da pista para a extremidade e são construídas de segmentos de retas paralelas e arcos de circunferência. Os dois semicírculos da pista são iguais. Se os atletas partissem do mesmo ponto, dando uma volta completa, em qual das raias o corredor estaria sendo beneficiado?

A) 1

B) 4

C) 5

D) 7

E) 8

Figura 134

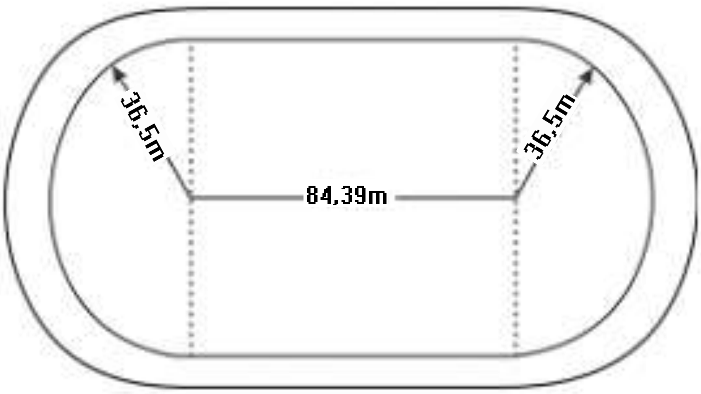



Imagem ENEM 2011

# Anexo II

Neste anexo são colocadas fotos das atividades sendo desenvolvidas em sala de aula.

Figura 135.

Aluna realizando divisões em circunferência

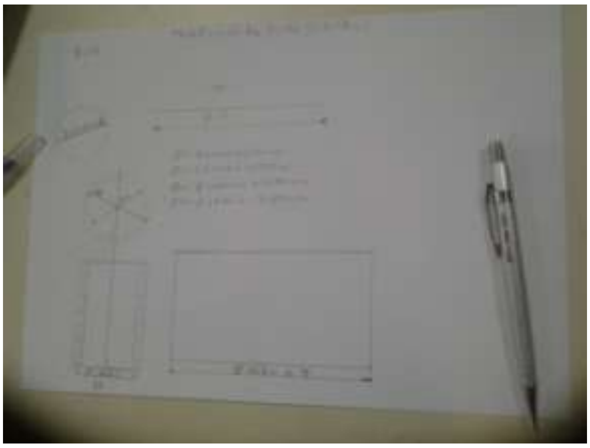
Figura 136.

Alunos realizando traçados de ovais e elipses

Figura 137.

Aluna ajudando a traçar elipse com barbante.

Figura 138.



Desenvolvimento da Virola.

Figura 139.

Desenvolvimento da virola na lousa.

Figura 140.

Desenvolvimento da derivação $90^0$ na lousa.

Figura 141.

Derivação realizada por aluna

Figura 142.

Desenvolvimento da intersecção $90^0$ na lousa

Figura 143.

Traçados do desenvolvimento do cone na lousa.

Figura 144.

Traçados do desenvolvimento do quadrado para redondo na lousa.