



UNIVERSIDADE FEDERAL DA BAHIA - UFBA

INSTITUTO DE MATEMÁTICA - IM

SOCIEDADE BRASILEIRA DE MATEMÁTICA - SBM

MESTRADO PROFISSIONAL EM MATEMÁTICA EM REDE NACIONAL - PROFMAT

DISSERTAÇÃO DE MESTRADO

QUEBRA-CABEÇAS ARITMÉTICOS NO ENSINO FUNDAMENTAL

UALACE SANTANA DE MELO

Salvador - Bahia

AGOSTO DE 2014

QUEBRA-CABEÇAS ARITMÉTICOS NO ENSINO FUNDAMENTAL

UALACE SANTANA DE MELO

Dissertação de Mestrado apresentada
à Comissão Acadêmica Institucional do
PROFMAT-UFBA como requisito parcial para
obtenção do título de Mestre em Matemática.

Orientador: Prof. Dr. Vinicius Moreira Mello.

Salvador - Bahia

Agosto de 2014

QUEBRA-CABEÇAS ARITMÉTICOS NO ENSINO FUNDAMENTAL

UALACE SANTANA DE MELO

Dissertação de Mestrado apresentada à Comissão Acadêmica Institucional do PROFMAT-UFBA como requisito parcial para obtenção do título de Mestre em Matemática, aprovada em 07 de Agosto de 2014.

Banca Examinadora:

Prof. Dr. Vinicius Moreira Mello (Orientador)

UFBA

Prof. Dr. José Fernandes Silva Andrade

UFBA

Prof. Dr. Perfilino Eugênio Ferreira Junior

UFBA

Dedico este trabalho à minha querida avó, Dona Edith, que sempre me incentivou de todas as formas. Mesmo não estando mais entre nós, sempre levarei comigo teus exemplos de bondade. A minha mãe, Dona Josenice, que me educou com seus ensinamentos e assumiu em boa parte da minha vida também a função de pai. Aos meus irmãos pelo companherismo e confiança. A minha esposa, Vania, pelo amor e cumplicidade que sempre tivemos um com o outro e ao nosso fruto, Isabelly, que com seu sorriso me deixa feliz e confiante.

Agradecimentos

Agradeço ao meu orientador, Professor Dr. Vinicius Moreira Mello, pela dedicação, paciência e orientação.

Aos demais professores, em especial, Rita, Cristiana, Evandro e Zé Nelson pelas boas aulas e pelo incentivo.

Aos meus amigos(as) da turma PROFMAT 2012 pelo companheirismo e cumprimento de todas as horas. Em especial agradeço ao “Baixo Clero”.

*"A Matemática, quando a
compreendemos bem, possuem não
somente a verdade, mas também a
suprema beleza".
Bertrand Russel*

Resumo

As estatísticas apontam que a aprendizagem de Matemática no Ensino Fundamental, nos últimos anos, no Brasil, não tem apresentado bons resultados. É notável também, em relatos de muitos alunos, uma aversão ou afastamento com relação a disciplina. Diante de tal cenário, procuramos apresentar uma análise cuidadosa referente a aplicação de jogos Matemáticos no Ensino Fundamental, explorando as regras de alguns quebra-cabeças lógicos, bem como, produzindo quebra-cabeças aritméticos. O objetivo é apresentar uma alternativa didática que enriqueça o repertório de professores e que aproxime um pouco mais os alunos da Matemática.

Palavras-chave: Matemática, Jogos, Quebra-cabeças e Ensino-aprendizagem.

Abstract

Brazilian statistics in recent years show that the learning of mathematics in primary education has not produced good results. It is remarkable also in reports of many students an aversion or withdrawal with respect to the discipline. Given such a scenario, we try to present a careful analysis regarding the application of mathematical games in elementary school, exploring the rules of some logical puzzles as well as producing arithmetical puzzles. The objective is to present an educational alternative that enrich the repertoire of teachers, bringing students closer to mathematics.

Keywords: Maths, Games, Puzzles and Teaching-Learning.

Sumário

Introdução	1
1 Jogos no ensino de Matemática	3
1.1 Jogos como estratégia de ensino aprendizagem	3
1.2 Jogos no ensino de Matemática	5
1.3 Jogos no Profmat	10
2 Quebra-cabeças Lógicos	13
2.1 Sudoku	13
2.2 Kakuro	19
2.3 Hidato	22
3 Sugestão de Novos Jogos Didáticos	26
3.1 Factoru	26
3.1.1 Como gerar Factorus?	29
3.2 Carta Equivalência	32
3.3 Quadrado Mágico de PA	33
3.3.1 Como gerar um quadrado mágico de PA?	35
4 Relato do Uso Didático dos Jogos	38
4.1 Metodologia	38
4.2 Análise de episódios do experimento didático	39
4.2.1 Aplicação do Factoru	39
4.2.2 Aplicação do Carta Equivalente	41
5 Considerações Finais	43

Referências Bibliográficas

44

Apendice

47

Introdução

Verificando os resultados de avaliações como a Prova Brasil, bem como, os do Programa Salvador Avalia (Prosa), o diagnóstico não é nada animador no que se refere a aprendizagem de Matemática dos alunos do ensino fundamental. Só para citar como exemplo, nos anos finais do ensino fundamental (9º ano), em Matemática, 16,9% dos alunos alcançaram desempenho adequado, para uma meta de 25,4%, estabelecida pelo movimento Todos Pela Educação para 2011.

Pode-se, aqui, elencar diversos aspectos que motivaram tais resultados. Hipóteses que apontam para o ensino, a forma como o conteúdo é transmitido, a falta de habilidades dos alunos em interpretação de texto, até aquelas relacionadas ao contexto geral como a falta de estrutura nas escolas para implantar um ensino de qualidade.

Cabe ao professor fazer uma análise teórica deste cenário. Não apenas isso, partir à prática, incluir em sua sala alternativas didáticas que “seduzam” o aluno à aprendizagem da Matemática.

A análise da situação exposta e a vontade de reduzir tais dificuldades incentivaram a produção deste trabalho. Também por ter sido aluno, no ensino básico, de escolas públicas municipais e estaduais e por trabalhar em instituições dessa natureza.

Na minha prática, no início do ano letivo, sempre pergunto aos alunos se os mesmo gostam de Matemática. Poucos levantam a mão. Mesmo perguntando no meio do ano, a resposta permanece a mesma.

Incomodado com tal indiferença com relação a Matemática, repensei a minha prática e busquei novas alternativas para mudar tal cenário. E a alternativa que mais surtiu resultado foi a do trabalho com jogos.

Desde cedo as crianças aprendem jogando. E a matemática está incluída em diversos jogos. Para saber quem começa determinado jogo usam o “par ou ímpar”. Jogando amarelinha têm acesso à figuras geométricas planas e aprimoram a noção de espaço. Com

o palitinho, bem como com o dominó, fazem suposições e desenvolvem o raciocínio lógico.

Neste trabalho, serão apresentadas alternativas relacionadas ao uso de jogos no ensino fundamental. Em especial, quebra-cabeças aritméticos que podem ser apresentados aos alunos, no início do trabalho, como noção intuitiva aos conteúdos, no decorrer do mesmo, como atividade de fixação, ou até no final, como avaliação de conteúdo.

Será apresentado o quadro teórico referente ao uso de jogos na Educação, em especial no ensino da matemática.

Os objetivos desse trabalho serão apresentados a seguir.

Objetivos

- Apresentar uma alternativa pedagógica ao ensino de matemática a fim de reduzir a indiferença dos alunos com a disciplina e de enriquecer o repertório de professores.
- Explorar quebra-cabeças existentes, como, por exemplo, o Sudoku ou o Kakuro, apresentando suas regras, a forma de jogar, bem como a matemática existente por traz dos mesmos.
- Criar outros jogos inspirados nos supracitados que possam ser aplicados no ensino fundamental.
- Apresentar os resultados da aplicação de quebra-cabeças aritméticos no ensino fundamental bem como a análise da mesma.

Capítulo 1

Jogos no ensino de Matemática

1.1 Jogos como estratégia de ensino aprendizagem

Os alunos já trazem para sala de aula uma abordagem cultural rica em conhecimentos. Mesmo que não formais, esses conhecimentos podem servir de ponto de partida para introduzir conhecimentos novos. Valorizando esse saber, o professor conhece o aluno e oferece a ele a possibilidade de se redescobrir como pessoa, de se tornar cidadão ativo na sociedade.

Apesar disso, os professores ainda têm muita dificuldade de identificar e compreender as ideias ou concepções prévias trazidas por seus alunos para a sala de aula. Tais dificuldades surgem, por vezes, das concepções do professor sobre ensino e aprendizagem. Há aqueles que pensam que devem ter todas as repostas a todas as perguntas feitas pelos alunos. Pensam que o professor deve ser o suprassumo do conhecimento, impecável, que se o aluno traz algum saber que ele não compreende ou não consegue atribuir algum significado, este saber está errado ou não é válido.

A educação escolar que o professor foi submetido enquanto aluno, por vezes, serve de referência para suas atitudes. Muitos professores copiam seus antigos professores e multiplicam atitudes que podem até atingir alguns alunos de forma positiva, mas, em contrapartida, vitimam os demais.

Pode-se citar, como exemplo, a forma que os professores lidam com o erro do aluno. Não há tolerância com o erro na maioria das escolas que se baseiam no ensino tradicional. Percebe-se um ciclo vicioso que ratifica tal atitude, mesmo que subjetivamente, como verdade absoluta.

O erro pode ser encarado como ponto de partida para o acerto. A pessoa que erra é a pessoa que tentou acertar. Deve ser valorizada por sair da inércia. Quando este erro não é tolerado, o aluno se esconde, não esboça movimento e o professor perde a oportunidade de avaliá-lo no processo, ou então o avalia atribuindo rendimento insuficiente ao seu desenvolvimento.

O rompimento com essas verdades absolutas por parte dos professores é uma barreira considerável para a introdução de alternativas pedagógicas diferentes da habitual.

O professor deve sair da zona de conforto. Até concordamos, por vezes, que a situação não está boa, mas pensar e aplicar alternativas para melhorar o cenário atual implica planejamento, vontade e estudo.

No tocante ao uso de jogos, pode-se citar algumas características que justificam sua inclusão em situações de ensino. O interesse do jogador pela própria ação do jogo, a competição construtiva e o desafio que motivam o jogador a conhecer seus limites e suas possibilidades de superação, na busca da vitória, trazendo como resultado a confiança para arriscar.

O jogo é uma atividade que está presente no cotidiano da criança fora da escola. Usá-lo em sala de aula é uma forma de incentivar o aluno a permanecer na mesma de forma prazerosa. Reduz o sentimento de estar na escola por obrigação. Cria uma ponte entre a aprendizagem em sala de aula e os conhecimentos prévios do aluno.

Um outro componente presente nas atividades com jogos é a competição construtiva entre os alunos. Há aqueles que advogam que a competição traz elementos danosos a formação do cidadão, mas o objetivo é que o professor interaja com os alunos durante o jogo e faça com que os aspectos positivos da competição sejam protagonizados.

O desafio que aparece nos jogos é a gênese da produção de estratégias dos alunos. A construção de conhecimentos ocorre de forma transversal levando o aluno em situações de ensino ao crescimento em termos cognitivos, ele aprende de forma natural.

Resolvendo os problemas e desafios que surgem durante o jogo, o aluno desenvolve habilidades e competências que lhes darão confiança em situações cotidianas.

1.2 Jogos no ensino de Matemática

Já existem diversos grupos de pesquisa que abordam o ensino de Matemática no Brasil [Dante, Polya, Borba, Lara, Barbosa]. São pesquisados ambientes de aprendizagem que dão foco à resolução de problemas, ao uso de softwares, jogos matemáticos e Modelagem Matemática.

Foram criadas olimpíadas matemáticas como a OBM e a OBMEP que, além de incentivar os alunos a estudar para obter bons resultados, oferecem oportunidades de estudos aos que apresentam melhor desempenho. Segundo os Parâmetros Curriculares Nacionais [BRASIL]

Tanto as propostas curriculares como os inúmeros trabalhos desenvolvidos por grupos de pesquisa ligados a universidades e a outras instituições brasileiras são ainda bastante desconhecidos de parte considerável dos professores que, por sua vez, não têm uma clara visão dos problemas que motivaram as reformas. O que se observa é que ideias ricas e inovadoras não chegam a eles, ou são incorporadas superficialmente ou recebem interpretações inadequadas, sem provocar mudanças desejáveis.

Há referências que levam a Roma e Grécia Antiga o uso de jogos em situações de ensino da matemática [Ferrarezi]. Recentemente, podemos verificar que é no século passado que surgem contribuições teóricas de maior relevância que aponta o uso de jogos incorporado ao ensino, em que os alunos passam a ser parte ativa na aprendizagem [Moura].

A ideia de que os alunos aprendem através do jogo incentivam o seu uso em sala de aula. Os primeiros professores que foram influenciados com essa ideia fizeram da sala de aula um ambiente bastante rico com diversos jogos [Kishimoto], para que os alunos pudessem descobrir os conceitos inerentes às estruturas dos jogos por meio de sua manipulação.

Com o tempo, o jogo, no ensino da matemática, passa a ser visto como material de ensino com a finalidade de incentivar e provocar a aprendizagem. O aluno, em situações lúdicas, aprende a estrutura lógica presente na brincadeira e, assim, compreende também a estrutura matemática presente [Lara]. Dessa forma, o jogo apresenta um valioso recurso que desenvolve habilidades de resolução de problemas, possibilitando ao aluno a oportu-

nidade de criar planos de ação para alcançar determinados objetivos, executar jogadas de acordo com este plano e avaliar sua eficácia nos resultados obtidos.

É possível também desenvolver no aluno com o uso de jogos no ensino da Matemática, não só o raciocínio lógico, mas também, a sua concentração, a sua curiosidade, a consciência de grupo, o coleguismo, o companheirismo, a sua autoconfiança e a sua autoestima. É verificado que o aluno melhora a linguagem, pois em muitos momentos terá que posicionar-se criticamente frente a alguma situação.

O jogo no ensino da Matemática pode ser usado com a finalidade de resgatar a vontade de crianças em conhecer mais a disciplina. A ideia é eliminar a visão de que a Matemática é um “bicho papão”. Criar um ambiente de aprendizagem interessante e divertido.

Segundo [Groenwald]

Neste sentido verificamos que há três aspectos que por si só justificam a incorporação do jogo nas aulas. São estes: o caráter lúdico, o desenvolvimento de técnicas intelectuais e a formação de relações sociais.

É necessário também analisar o papel do professor em atividades com jogos. A elaboração de estratégias de resolução de problemas pelos alunos, com a mediação do professor, deve ser considerada. O professor deve questionar o aluno sobre suas jogadas e estratégias para que o jogo se torne, de fato, um ambiente de aprendizagem e de produção de conhecimento.

Deve-se propor a análise do jogo pelo jogo, refletir sobre as estratégias que utilizou durante as jogadas e a avaliá-las, melhorando a habilidade de resolução de problemas. Tal reflexão ocorre naturalmente, pois analisar os processos de pensamentos seguidos é exigência do próprio jogo, o que leva a identificar as jogadas erradas realizadas e buscar alternativas para solucioná-las a tempo de ganhar a partida e produzir conhecimento.

Como discutido anteriormente, a análise do erro pelo aluno se dá de maneira produtiva, proporcionando a reflexão. O professor tem condições de analisar e compreender o desenvolvimento do raciocínio do aluno e de dinamizar a relação ensino e aprendizagem, por meio de questionamentos sobre as jogadas realizadas pelos alunos.

O caráter social presente na natureza do jogo também pode ser explorado. Durante a brincadeira o aluno é levado a expor suas ideias e analisar pontos de vista de demais colegas. É incentivado a entender e levar em consideração a opinião do outro e buscar

soluções em comum. Isso ajudará bastante no futuro profissional do aluno, pois a interação e a troca de ideias são relevantes na tomada de decisões e no desempenho do seu papel na sociedade.

Para que o jogo seja de fato útil no ambiente educacional, é necessário apresentar algumas características, tais como: ser interessante e desafiador; permitir que o aluno avalie seu desempenho; proporcionar a participação de todos os jogadores durante o jogo.

Tocando em uma das características supracitadas, [Smole] afirma que

Todo jogo por natureza desafia, encanta, traz movimento, barulho e uma certa alegria para o espaço no qual normalmente entram apenas o livro, o caderno e o lápis.

Dessa forma, o professor deve considerar que desde os primeiros anos de vida, as crianças gastam parte do tempo brincando. Os adultos tem dificuldade de entender que brincar e jogar, para criança, representam sua razão de viver, onde elas se esquecem de tudo que as cerca e se entregam ao fascínio da brincadeira.

Segundo os Parâmetros Curriculares Nacionais [BRASIL],

Recursos didáticos como jogos, livros, vídeos, calculadoras, computadores e outros materiais têm um papel importante no processo de ensino e aprendizagem. Contudo, eles precisam estar integrados a situações que levem ao exercício da análise e da reflexão, em última instância, a base da atividade matemática.

O jogo como alternativa pedagógica não é apenas incentivado pelo documento oficial supracitado. Já é uma realidade a publicação de diversos artigos, dissertações, teses e livros que indicam essa alternativa pedagógica [Kishimoto, Souza, Grandó, Smole].

Especialmente no ensino de Matemática, além das características citadas, o jogo desenvolve habilidades relacionadas ao raciocínio lógico. A observação, o levantamento de hipóteses, busca de suposições, argumentação e organização são algumas habilidades que podemos citar.

Ao jogar, os alunos resolve problemas, investiga a melhor jogada, estabelece relações entre o jogo e os conceitos matemáticos. O jogo possibilita uma situação de prazer e aprendizagem significativa nas aulas de matemática.

Aqui, a sugestão de jogos no ensino de Matemática está vinculado com a sua utilidade no ensino. É importante que os objetivos estejam bem claros, a metodologia utilizada seja adequada ao nível do aluno e que represente um desafio para desencadear o processo de aprendizagem.

Vinculando o lúdico com a perspectiva de resolução de problemas, [Smole] considera que:

A perspectiva metodológica da resolução de problemas caracteriza-se ainda por uma postura de inconformismo frente aos obstáculos e ao que foi estabelecido por outros, sendo um exercício contínuo de desenvolvimento do senso crítico e da criatividade, características primordiais daqueles que fazem ciência e objetivos do ensino de matemática.

Para a autora, nessa perspectiva, a essência está em saber problematizar e não faz sentido formular perguntas em situações que não possuam clareza de objetivos a serem alcançados, simplesmente porque não se saberia o que perguntar. Questionar por questionar não tem sentido algum.

As problematizações devem ter como finalidade a aprendizagem de algum conteúdo. Conteúdo numa perspectiva mais ampla, que vai além dos conceitos e fatos específicos. São desenvolvidas e estimuladas habilidades relacionadas a formação do indivíduo independente, confiante, capaz de usar conhecimentos e regras e atitudes que formam um indivíduo para a sociedade.

Segundo os Parâmetros Curriculares Nacionais [BRASIL],

Em estágio mais avançado, as crianças aprendem a lidar com situações mais complexas (jogos com regras) e passam a compreender que as regras podem ser combinações arbitrárias que os jogadores definem; percebem também que só podem jogar em função da jogada do outro (ou da jogada anterior, se o jogo for solitário). Os jogos com regras têm um aspecto importante, pois neles o fazer e o compreender constituem faces de uma mesma moeda. A participação em jogos de grupo também representa uma conquista cognitiva, emocional, moral e social para a criança e um estímulo para o desenvolvimento do seu raciocínio lógico.

Para atingir todas as potencialidades que o jogo pode proporcionar numa sala de aula é interessante destacar como devemos utilizá-los. Os jogos devem ser utilizados ocasionalmente para sanar as lacunas que se produzem na atividade escolar diária.

Os jogos requerem um plano de ação que permita a aprendizagem de conceitos matemáticos. É necessário ocupar um horário dentro do nosso planejamento, de modo a explorar todo o potencial dos jogos, processos de solução, registros e discussões sobre possíveis caminhos que poderão surgir.

Os jogos podem ser utilizados como introdução ou noção intuitiva de um conteúdo, como exercício ou atividade, aprofundamento ou como avaliação. Devem ser escolhidos e preparados com cuidado para levar o aluno a adquirir conceitos matemáticos importantes. Objetivo é, também, atacar os bloqueios que os alunos apresentam em relação a alguns conteúdos matemáticos.

Devem ser escolhidos jogos que estimulem a resolução de problemas, especialmente quando o conteúdo for abstrato e desvinculado da prática diária, sem esquecer de respeitar as condições encontradas no contexto escolar e a vontade do aluno. Não devem ser, *a priori*, muito difíceis e devem ser testados antes de sua aplicação.

[Lara] apresenta diferentes tipos de jogos considerando os objetivos dos mesmos:

Jogos de construção: Denomino como jogos de construção, aqueles que trazem ao aluno um assunto desconhecido fazendo com que, através da manipulação de materiais ou de perguntas e respostas, ele sinta a necessidade de uma nova ferramenta, ou se preferirmos, de um novo conhecimento, para resolver determinada situação-problema proposta pelo jogo.

Jogos de treinamento: O treinamento pode auxiliar no desenvolvimento de um pensamento dedutivo ou lógico mais rápido. Muitas vezes, é através de exercícios repetitivos que o aluno percebe a existência de outro caminho de resolução que poderia ser seguido aumentando, assim, suas possibilidades de ação e intervenção.

Além disso, o jogo de treinamento pode ser utilizado para verificar se o aluno construiu ou não determinado conhecimento servindo como um “termômetro” que medirá o real entendimento que o aluno obteve.

Jogos de aprofundamento: Depois que o aluno tenha construído ou trabalhado determinado assunto, é importante que o professor proporcione

situações onde o aluno aplique-o. A resolução de problemas é uma atividade muito conveniente para esse aprofundamento e tais problemas podem ser apresentados na forma de jogos.

Jogos estratégicos Muitos jogos que nosso aluno está acostumado a jogar com seus amigos, entre eles, dama, xadrez, batalha naval, cartas ou computador, como paciência, freecell, campo minado e, muitos outros, são jogos estratégicos. Podemos desenvolver no ensino da Matemática jogos desse tipo. Jogos que façam com que o aluno criem estratégias de ação para uma melhor atuação como jogador. Onde ele tenha que criar hipóteses e desenvolver um pensamento sistêmico podendo pensar múltiplas alternativas para resolver um determinado problema.

Diante da classificação apresentada por Lara, entendemos que o quebra-cabeça aritmético que usaremos no Ensino Fundamental está na interseção entre os jogos de treinamento, aprofundamento e estratégico.

1.3 Jogos no Profmat

Considerando os Trabalhos de Conclusão de Curso apresentados até então no PROFMAT é conveniente explorar a contribuição que alguns trouxeram na temática do trabalho em questão.

Com o título “Probabilidade através de jogos no ensino básico”, [Medeiros] apresenta uma metodologia de ensino através de jogos com o objetivo de fornecer reflexões que incentivem um aprendizado com envolvimento prazeroso, significativo e formal.

A autora apresentou os seguintes jogos: Bingo; Jogo das amebas; e jogo de dados. Foram aplicados em turmas de 3º ano do ensino médio e 8º ano do ensino fundamental.

Como principal resultado, a autora percebeu que

Quando o conteúdo é introduzido apenas formalmente, é raro conseguir a participação de todos os alunos e com esta ferramenta, verificou-se que estimula a participação de todos. Nestes experimentos, houve envolvimento, discussão e reflexão sobre o tema.

[Souza] apresentou a dissertação cujo título é “Ensinando Matemática com Jogos”. Ele analisou cuidadosamente os jogos Torre de Hanói e Nin e sugeriu a aplicação dos mesmos em turmas do 6º e 7º Anos do Ensino Fundamental.

O autor relatou algumas dificuldades durante a aplicação:

Muitos erros foram cometidos, hora dávamos respostas ao invés de “dar as perguntas”, hora fazíamos perguntas difíceis demais, às vezes tentávamos usar um jogo e só depois percebíamos que o material não seria suficiente. Houve vezes que tentamos “obrigar” os alunos a jogar e outras em que os deixamos “soltos demais” e, mesmo com tudo isso, ainda escolhemos “defender” o uso dos jogos.

Mas, em contrapartida, apresentou a principal vantagem

Nossos alunos gostavam quando a aula tinha momentos com jogos, em perceber que a aula de matemática já não era a mais “odiada”, em ver que alguns daqueles alunos que mais pareciam “estar viajando em outro mundo” enquanto explicávamos a matéria agora prestavam atenção e tentavam aprender e em ver que vários daqueles que não participavam das aulas agora começavam a demonstrar um pouco de interesse e alguns até buscavam ajudar outros colegas.

Já [Flores] apresentou o TCC intitulado “Linguagem matemática e jogos: uma introdução ao estudo de expressões algébricas e equações do 1º grau para alunos da EJA”. A autora traz contribuições com a finalidade de auxiliar metodologicamente os professores no ensino de expressões e equações do primeiro grau, ao mesmo tempo em que incrementa a prática didática do através de dois pilares didáticos, a saber: a comparação entre a linguagem materna e a linguagem matemática; e o uso de atividades lúdicas em sala de aula.

A autora relatou que

a aplicação dos jogos possibilitou maior desenvoltura do grupo de alunos e contribuiu muito para a construção e participação dos mesmos no processo de aprendizagem.

E que

O jogo da memória foi aquele com o qual os alunos mais se identificaram, pois conseguiram se divertir ao mesmo tempo em que aprendiam. Além disso, a questão da competição motivou ainda mais os alunos para alcançarem os objetivos do jogo e conseqüentemente a vitória.

Capítulo 2

Quebra-cabeças Lógicos

Como a inspiração desse trabalho nasceu da observação de quebra-cabeças lógicos, iremos fazer a exploração de alguns deles.

2.1 Sudoku

Sudoku é um quebra-cabeça de números. A palavra "sudoku" vem da língua japonesa, a primeira parte dela "su" significa "número" e a segunda parte "doku" significa "separado". Numa versão do quebra-cabeça tradicional o tabuleiro é constituído por um quadrado que mede 9 x 9 e dividido em pequenos quadrados com cada lado de 3 células ("regiões"). Assim, o tabuleiro todo contém 81 células e já no início do jogo algumas delas contêm os números (de 1 a 9). O objetivo do jogo é preencher as células livres de tal maneira que cada linha, cada coluna e cada pequeno quadrado de 3 x 3 fiquem somente com um número de 1 a 9.

9				8		3		
			2	5		7		
	2		3					4
	9	4						
			7	3		5	6	
7		5		6		4		
		7	8		3	9		
		1						3
3								2

9	7	6	4	8	1	3	2	5
1	4	3	2	5	9	7	8	6
5	2	8	3	7	6	1	9	4
6	9	4	5	1	8	2	3	7
8	1	2	7	3	4	5	6	9
7	3	5	9	6	2	4	1	8
4	6	7	8	2	3	9	5	1
2	5	1	6	9	7	8	4	3
3	8	9	1	4	5	6	7	2

O Sudoku, como citado acima, envolve números, mas não exige conhecimento matemático. Nenhuma operação numérica contribui para o preenchimento do quadrado, que em princípio poderia ser completado com qualquer conjunto de nove símbolos diferentes

(letras, cores, figuras etc.). Apesar disso, na resolução do sudoku, percebem-se vários raciocínios intrínsecos à atividade de um matemático.

Ao contrário do que muitos imaginam, o sudoku não é gerado a partir do quadrado mágico - estrutura em que a soma dos algarismos de todas as linhas, colunas e diagonais produz o mesmo resultado. Há apenas semelhanças de formato.

O Sudoku parece muito com o quadrado latino. Quadrado latino é uma matriz de ordem n com n^2 células, preenchidas com n símbolos em que o mesmo símbolo nunca se repete na mesma linha ou coluna. Há relatos que esse quebra cabeça vem da Idade Média [Delahaye] , mas quem o batizou foi o matemático Leonhard Euler (1707-1783).

O primeiro Sudoku surgiu na edição de maio de 1979 da revista Dell Pencil Puzzles and Word Games, criado pelo aposentado Howard Garns. Ele foi publicado com o nome de Number Place (lugar dos números), e foi batizado por uma revista japonesa em 1984 como Sudoku.

Hoje, o sucesso do Sudoku é incontestável. Jornais do mundo todo passaram a publicar o quebra cabeça, alguns na primeira página, para atrair mais leitores. Surgiram revistas e livros sobre o assunto, além de *sites* e *blogs* na internet.

É possível estimar com o uso de combinatória e de computadores que o número de quadrados de Sudokus válidos é: 6.670.903.752.021.072.936.960. O resultado foi obtido por Bertram Felgenhauer, da Universidade Técnica de Dresden, Alemanha, e por Frazer Jarvis, da Universidade de Sheffield, Inglaterra, e confirmado diversas vezes.

Há muitas estratégias para resolver um Sudoku, mas duas abordagens básicas oferecem um bom início.

Segundo [Delahaye]

Primeiramente, identificam-se as casas vazias que pertencem a linhas, colunas ou quadrantes que já estejam bem preenchidos. Eliminar opções impossíveis (números que já ocupam casas na mesma linha, coluna ou quadrante) diminui consideravelmente as alternativas e às vezes resulta na descoberta de que apenas um algarismo cabe naquela casa.

Em segundo lugar, procuram-se buracos em que um dado elemento possa se encaixar em determinada coluna, linha ou quadrante (por exemplo, localizam-se os únicos lugares em que um 3 caberia na linha 4). Às vezes, a busca leva a uma única possibilidade de resposta. Em outros momentos, apenas o fato de

saber que o 3 se encaixa em duas ou três casas pode ajudar.

Vejamos agora uma alternativa para resolução do sudoku.

Abaixo, temos um exemplo de sudoku:

		3	7	2				
		6	8			5	3	
						1	4	
	3			4			6	
	9	8						
	8	7			5	2		
				1	4	3		

Inicialmente, será feita uma “tempestade de ideias”, isto é, cada um dos quadrados menores vazios é preenchido por possíveis números que chamarei de “rol de possibilidades”. Tal preenchimento será norteado pelo fato da regra que diz que o mesmo número não pode aparecer duas vezes na mesma linha, na mesma coluna nem no mesmo quadrado, de nove células, em que estão contidos.

1245789	12457	12459	134569	3569	1369	46789	12789	1246789
14589	145	3	7	2	169	4689	189	14689
12479	1247	6	8	9	19	5	3	12479
2567	2567	25	23569	356789	236789	1	4	235789
1257	3	125	1259	4	12789	789	6	25789
124567	9	8	12356	3567	12367	7	257	2357
13469	8	7	369	369	5	2	19	1469
2569	256	259	269	1	4	3	5789	56789
1234569	124567	12459	2369	36789	236789	46789	15789	1456789

É fácil perceber que em alguns células aparecem apenas um único número no “rol”. Esse número preencherá tal célula. Na terceira linha já percebemos o “9” sozinho. Assim, o próximo passo consiste em riscar, ou apagar, os nove que aparecem no “rol” da mesma linha, coluna ou quadrado de nove células em que ele está contido e inscrevê-lo na célula.

1245789	12457	12459	13456	356	136	46789	12789	1246789
14589	145	3	7	2	16	4689	189	14689
1247	1247	6	8	9	1	5	3	1247
2567	2567	25	23569	35678	236789	1	4	235789
1257	3	125	1259	4	12789	789	6	25789
124567	9	8	12356	3567	12367	7	257	2357
13469	8	7	369	36	5	2	19	1469
2569	256	259	269	1	4	3	5789	56789
1234569	124567	12459	2369	3678	236789	46789	15789	1456789

Perceba agora, que ao riscar o “9”, o “1” ficou sozinho na terceira linha. Siga o mesmo passo usado com o “9”, mas agora com o “1”.

1245789	12457	12459	13456	356	136	46789	12789	1246789
14589	145	3	7	2	16	4689	189	14689
1247	1247	6	8	9	1	5	3	1247
2567	2567	25	23569	35678	236789	1	4	235789
1257	3	125	1259	4	12789	789	6	25789
124567	9	8	12356	3567	12367	7	257	2357
13469	8	7	369	36	5	2	19	1469
2569	256	259	269	1	4	3	5789	56789
1234569	124567	12459	2369	3678	236789	46789	15789	1456789

Riscando o “1”, o “6” aparece sozinho na segunda linha. Novamente, use o mesmo procedimento que o usado anteriormente.

1245789	12457	12459	34567	3567	3678	46789	12789	1246789
14589	145	3	7	2	6	489	189	1489
247	247	6	8	9	1	5	3	247
2567	2567	25	23569	35678	23789	1	4	235789
1257	3	125	1259	4	2789	789	6	25789
124567	9	8	12356	3567	237	7	257	2357
13469	8	7	369	36	5	2	19	1469
2569	256	259	269	1	4	3	5789	56789
1234569	124567	12459	2369	3678	23789	46789	15789	1456789

É fácil perceber que, agora, o número “3” aparece sozinho na primeira linha. Basta usar o mesmo passo usado anteriormente.

Agora, faça uma caminhada por todas as linhas (da 1ª à 9ª), todas as colunas (da 1ª à 9ª) e por todos os quadrados de 9 células (do 1º ao 9º) com a finalidade de encontrar células composta por apenas um número no seu rol de possibilidades. Assim, na sexta linha, o “4” está sozinho.

124789	1267	1269	45678	4567	4568	6789	12789	126789
14589	145	3	7	2	6	489	189	1489
247	247	6	8	9	1	5	3	247
2567	2567	25	23569	3678	2789	1	4	235789
1257	3	125	1259	4	2789	789	6	25789
124567	9	8	12356	367	27	7	257	2357
13469	8	7	369	36	5	2	19	1469
2569	256	259	269	1	4	3	5789	56789
1234569	124567	12459	2369	3678	2789	46789	15789	1456789

Insira o “4” na célula em que ele aparece sozinho no “rol de possibilidades” e apague os outros “4” que aparece no rol de possibilidades das células que estão na mesma coluna e quadrado.

Basta agora repetir os passos usados até agora e chegará a resolução desse quebra-cabeça destacado abaixo.

8	7	1	4	5	3	9	2	6
9	5	3	7	2	6	4	8	1
2	4	6	8	9	1	5	3	7
7	6	5	3	8	9	1	4	2
1	3	2	5	4	7	8	6	9
4	9	8	1	6	2	7	5	3
6	8	7	9	3	5	2	1	4
5	2	9	6	1	4	3	7	8
3	1	4	2	7	8	6	9	5

Se seguir tais passos, e não esquecer ou se atrapalhar em algum momento, resolverá a maioria dos sudokus.

Em alguns casos, você perceberá que não tem mais possibilidade de prosseguir.

Assim aplica-se intuitivamente um raciocínio que se aproxima ao usado em demonstrações por redução ao absurdo. Exemplo: sobra duas células vazias em uma fila ou num quadrado de 9 células, e você percebe que só restam os números “5” e “7” para inserir, mas não sabe em qual célula encaixar cada número. Daí você conjectura e insere “5” numa das duas células vazias e, por consequência, o “7” ficará na outra.

Se chegar a uma contradição do tipo dois “5” numa mesma fila, conclui-se que a inserção foi equivocada e a outra hipótese de inserção será a verdadeira. Obviamente, o uso dessa estratégia na resolução deve ser feita de forma cuidadosa.

É interessante destacar mais um detalhe importante: Se numa linha, coluna ou quadrado de nove células existir duas células em que o rol de possibilidades apresentem pares iguais, pode apaga-los do rol de possibilidades das demais células de tal área. Exemplo: se na terceira linha aparece duas células que contem no rol de possibilidades apenas

o par “3-4”, isso indica que em uma célula ficará o “3” e na outra célula ficará o “4”, por consequência, se numa outra célula aparecer “3-4-5” no rol de possibilidades, o “3-4” já podem ser riscados ou apagados da mesma.

Percebe-se também que quando resolvemos sudoku usamos, mesmo que intuitivamente, ideias da análise combinatória como permutação.

2.2 Kakuro

É um quebra-cabeça numérico, versão matemática de palavras cruzadas.

O objetivo do Kakuro é preencher as células com números de 1 a 9. Não se pode preencher as células pretas. Ao iniciar o jogo, algumas células pretas apresentam números, o valor encima da parte da direita significa a soma dos números na fileira, e o valor embaixo da parte da esquerda é igual a soma dos números da coluna que fica abaixo da célula. Por exemplo, o número 6 pode ser apresentado como o a soma de 1 e 5, 2 e 4; os números iguais (3 e 3) não podem ser utilizados. Não pode repetir o número na sequência da linha nem na sequência da coluna;

		13	12				7	10
	14			4	11	17	4	
	36							
7								
12			10				25	14
	3		20	11	20			
		20						
17				8		6		
	11	7	13			4	10	
	28							
6				8				

		13	12				7	10		
	14	5	9	4	11	17	4	1	3	
	36	2	3	1	8	9	6	7		
7										
12	4	8	10	3	2	5	25	14		
	3	2	1	20	11	20	1	3	9	7
		20								
17	1	3	9	4	8		6	1	5	
	11	7	13	7	1	5	4	10	8	2
	28	7	5	4	6	3	1	2		
6						8	3	5		

O Kakuro é um passatempo que exige lógica e conhecimento matemático podendo, assim, ser usado como estratégia didática. Dessa forma, a abordagem do Kakuro pode ocorrer em diversas séries, ou seja, o Kakuro pode ser trabalhado com alunos de diversas idades, estabelecendo-se o mesmo objetivo, visando o raciocínio lógico, noções de soma e combinação de números, porém, adaptados de acordo com as séries.

Como resolver um kakuro?

Temos o seguinte exemplo de kakuro:

		11	4		
	5			10	
14					3
17			4		
6			3		
	10				
		3			

Para melhor entendimento usarei a linguagem de matrizes, supondo que o quebra-cabeça é uma matriz A . Considerando a célula a_{44} as células ao lado direito do 4 (a_{45} e a_{46}) devem ser preenchidas por números que somem 4, isto é, 1 e 3. Na célula a_{36} , as células abaixo de 3 (a_{45} e a_{56}) devem ser preenchidas por células que somem 3, isto é 1 e 2. Assim, percebe-se uma célula em comum as duas somas, a_{46} , que deve ser igual a 1. Dessa forma $a_{45} = 3$ e $a_{56} = 2$.

		11	4		
	5			10	
14					3
17			4	3	1
6			3		
	10				2
		3			

Analisando a célula a_{44} , as células abaixo dela (a_{54} e a_{64}) devem ser 1 e 2. Como o 2 já está na 5ª linha, a_{54} deve ser obrigatoriamente 1, daí $a_{64} = 2$. Como consequência, $a_{65} = 1$.

		11	4		
	5			10	
14					
17					3
6			3 ⁴	3	1
	10		1		2
		3	2	1	

Analisando a célula a_{52} , para preenchimento das células vazias a direita dela (a_{53} e a_{55}) existem três possibilidades de pares: 1 e 6, 2 e 5, 3 e 4. Como já existem células na linha preenchidas por 1 e por 2, só nos resta a opção 3 e 4. Assim, pelo fato de a quinta coluna já ter 3, $a_{55} = 4$ e $a_{53} = 3$. Como consequência, $a_{35} = 2$.

		11	4		
	5			10	
14				2	3
17					
6			3 ⁴	3	1
	10	3	1	4	2
		3	2	1	

As duas células (a_{32} e a_{42}) abaixo da célula a_{22} deve somar 14. Temos duas possibilidades: 8 e 6, 5 e 9. Como as células (a_{42} e a_{43}) à direita da célula a_{41} devem somar 6, concluímos que $a_{42} = 5$. Daí, $a_{32} = 9$ e $a_{43} = 1$

		11	4		
	5			10	
14	9			2	3
17					
6	5	1	3 ⁴	3	1
	10	3	1	4	2
		3	2	1	

As duas células (a_{23} e a_{24}) à direita de a_{22} deve somar 5. Temos que preencher tais células com 2 e 3, nessa ordem, pois a_{23} não pode ser 1 nem 3.

		11	4		
	14	5	2	3	10
17	9			2	3
6	5	1	3	4	3
	10	3	1	4	2
		3	2	1	

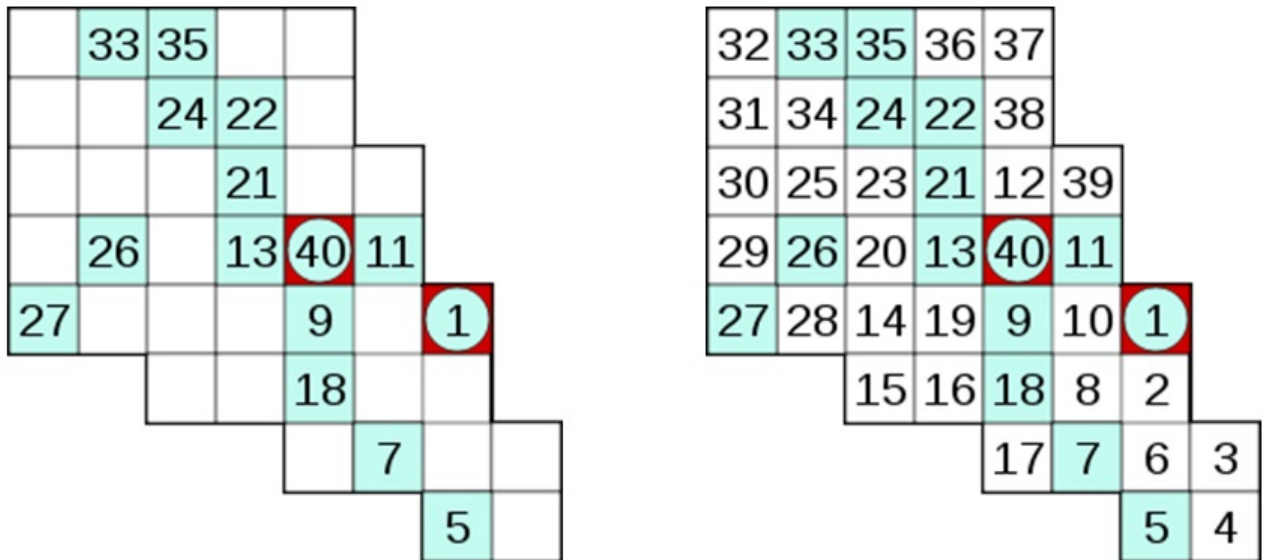
Para concluir, $a_{33} = 5$ e $a_{34} = 1$.

		11	4		
	14	5	2	3	10
17	9	5	1	2	3
6	5	1	3	4	3
	10	3	1	4	2
		3	2	1	

É válido ressaltar que o uso desse quebra-cabeça no ensino fundamental pode ser usado com a finalidade de dá os primeiros passos no ensino de matrizes. Não da forma que fiz na resolução do kakuro acima onde supus que o leitor já compreenderia a linguagem de matrizes. Mas serviria como uma noção intuitiva onde ocorre uma relação entre linhas e colunas.

2.3 Hidato

Hidato é um quebra cabeça lógico inventado pelo Dr. Gyora Benedek, um matemático israelense. Deve-se preencher a grade com números consecutivos que se conectam na horizontal, vertical ou diagonal.



Em cada Hidato, o menor e o maior número são listados na grade. Todos os números consecutivos são adjacentes um ao outro na vertical, horizontal ou diagonal. Há mais números no quadro para ajudar a direcionar o jogador como para iniciar a solução e garantir que o quebra cabeça tenha apenas uma única solução. Geralmente é jogado em uma grade quadrada como Sudoku ou Kakuro, mas também pode incluir grades irregulares como corações, caveiras, e assim por diante.

Cada quebra-cabeça Hidato bem formado tem solução única.

Resolução de um Hidato mais simples:

Vejamos o quebra cabeça abaixo

6		9
	2	8
1		

Aqui a técnica que iremos usar é a de tentativa e erro.

Para análise, usaremos a notação de uma matriz.

Primeiro, vamos buscar a célula onde iremos inserir o dígito 3.

Vale ressaltar que não há necessidade de iniciar o preenchimento considerando a ordem crescente dos números. Poderíamos aqui, por exemplo, buscar a célula onde inserir o dígito 7 que, neste caso, é igualmente simples.

Hipótese 1: $a_{21} = 3$. Assim, resta apenas duas células para o 4: a a_{12} ou a a_{32} . Por análise, excluimos a a_{12} , pois assim não teríamos onde inserir o dígito 5. Então $a_{32} = 4$.

6		9
3	2	8
1	4	

Mas agora só resta a célula a_{33} para o 5. Assim o jogo não tem como continuar, isto é, o 7 não pode ficar na célula que vazia. A hipótese 1 não é válida.

6		9
3	2	8
1	4	5

Hipótese 2: $a_{12} = 3$. Fazendo isso, considerando as regras do jogo, sobram apenas uma célula para cada dígito. Percebe-se, novamente que não há como preencher o quebra-cabeça, pois o 7 não pode ser inserido na célula vazia. A hipótese 2 não é válida.

6	3	9
4	2	8
1	5	

Hipótese 3: $a_{32} = 3$. Assim o 4 pode estar na célula a_{21} ou a_{33} . Percebe-se facilmente que 4 não pode ser inserido na célula a_{33} , pois assim, considerando as regras do jogo, não daria para encaixar o 5. Assim $a_{21} = 4$ e, por consequência, $a_{12} = 5$. Percebe-se, novamente que não há como preencher o quebra-cabeça, pois o 7 não pode ser inserido na célula vazia. A hipótese 3 não é válida.

6	5	9
4	2	8
1	3	

Hipótese 4: $a_{33} = 3$. Fazendo isso, considerando as regras do jogo, sobra apenas uma célula para cada dígito. Assim, conseguimos preencher o quebra-cabeça.

6	7	9
5	2	8
1	4	3

Capítulo 3

Sugestão de Novos Jogos Didáticos

3.1 Factoru

A fim de fixar o conceito de divisores, números primos e fatoração, bem como, avaliar a aprendizagem de tais conteúdos, desenvolvemos o jogo Factoru. O jogo foi elaborado por mim com orientação e participação do professor Vinicius Mello.

A elaboração foi inspirada no quebra-cabeça lógico kakuro.

Aqui, será apresentado uma versão 5x5, isto é, cuja tela tem cinco linhas e 5 colunas.

O objetivo do Factoru é preencher as células com números primos.

As células cinzas são inativas. Ao iniciar o jogo, algumas células apresentam números, o valor acima da parte da direita significa o produto dos números na fileira, e o valor embaixo da parte da esquerda é igual ao produto dos números da coluna que fica abaixo da célula. Por exemplo, o número 6 pode ser apresentado como o produto de 2 e 3.

No Factoru, é possível repetir números em fileiras ou colunas.

Vejamos a resolução de uma quebra-cabeças desses:

		10	18	
	42 8			
30				33
		22		
26				

Vamos iniciar a análise pela célula que tem 42 na parte superior e 8 na parte inferior. É possível iniciar por outras células.

Fatorando o 8 temos que $8 = 2 \times 2 \times 2$, assim

		10	18	
	42 8			
30	2			33
	2	22		
26	2			

Fatorando o 42 temos que $42 = 2 \times 3 \times 7$. O 2 deve ser inserido abaixo do 10, pois o 3 e o 7 não é divisor de 10. O 3 abaixo do 18, pois o 7 não é divisor de 18. Conseqüentemente, o 7 deve ficar na outra célula vazia da linha analisada.

		10	18	
	42 8	2	3	7
30	2			33
	2	22		
26	2			

Como $10 = 2 \times 5$ e $26 = 2 \times 13$, podemos preencher mais duas células vazias.

		10	18	
	42 8	2	3	7
30	2	5		33
	2	22		
26	2	13		

Como $30 = 2 \times 3 \times 5$, preenchamos com o 3 a célula que estava vazia na linha do 30.

		10	18	
	42 8	2	3	7
30	2	5	3	33
	2	22		
26	2	13		

Como $18 = 2 \times 3 \times 3$, preenchamos com o 2 a célula que estava vazia na coluna do 18.

		10	18	
	42 8	2	3	7
30	2	5	3	33
	2	22	2	
26	2	13		

Como $22 = 2 \times 11$, preenchamos com o 11 a célula que estava vazia na linha do 22.

		10	18	
	42 8	2	3	7
30	2	5	3	33
	2	22	2	11
26	2	13		

Como $33 = 3 \times 11$, preenchamos com o 11 a célula que estava vazia na coluna do 33 e finalizamos o esse quebra-cabeça.

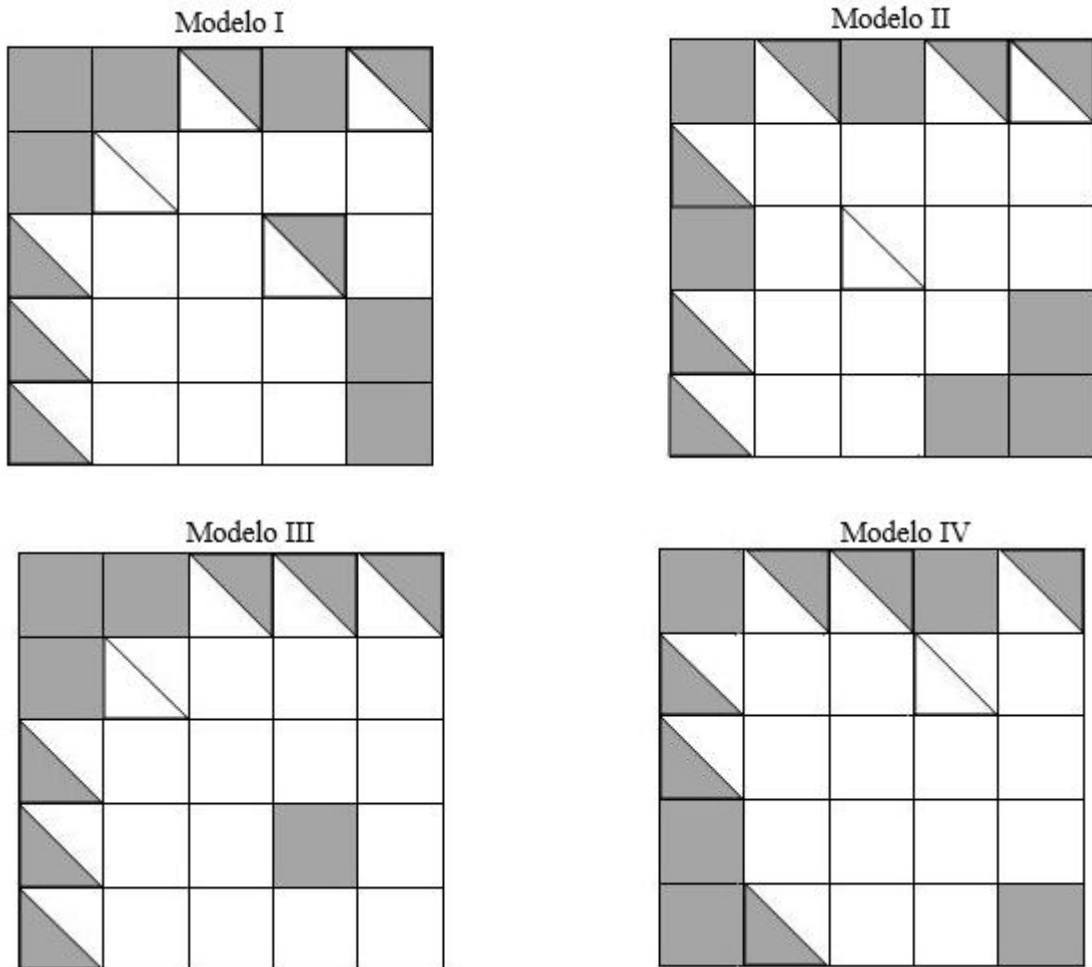
		10	18	
	42 8			
30				33
		22		
26				

		10	18	
	42 8	2	3	7
30	2	5	3	33
	2	22	2	11
26	2	13		3

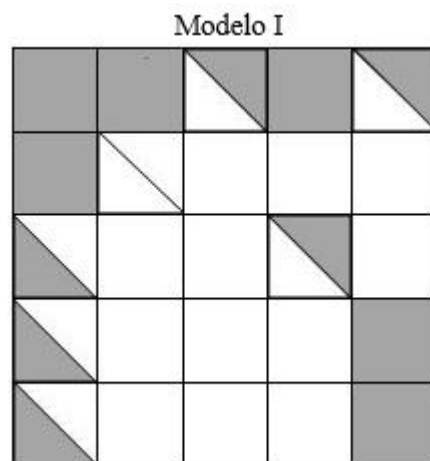
3.1.1 Como gerar Factorus?

Para aqueles que desejam gerar factorus para propor a seus alunos, segue abaixo o caminho de construção.

Temos aí quatro modelos sem preenchimento que elaborei. A partir deles, é possível gerar vários jogos.



Tomemos como referencial o modelo I:



A estratégia para gerar o jogo é bem básica. Basta inserir nas células brancas números primos. Vejamos abaixo:

		2	3	7
	3	5		5
	7	2	3	
	3	3	5	

Depois efetue os produtos dos números primos para preencher as células que no jogo aparecem preenchidas.

		60		35
	42 63	2	3	7
15	3	5	15	5
42	7	2	3	
45	3	3	5	

Finalmente, apague as células que haviam sido preenchidas inicialmente com números primos e temos um exemplar do jogo.

		60		35
	42 63			
15			15	
42				
45				

3.2 Carta Equivalência

Este jogo tem por objetivo aplicar a ideia de fração equivalente, bem como exercitar a operação de soma com frações.

A sugestão é que seja aplicado em turmas do 6º ano do ensino fundamental.

A forma de resolver o jogo é basicamente simples.

Tem-se uma cartela com 12 células preenchidas com frações e 4 espaços vazios.

Deve-se inserir acima de cada fração da cartela a sua carta equivalente, isto é, a carta que possui a sua fração equivalente.

As células em branco devem ser preenchidas por cartas que são resultado da soma das duas frações da sua linha.

O aluno pode jogar sozinho ou então disputar com outro onde cada um terá uma cópia da cartela e das cartas do outro. Vence quem preencher a cartela primeiro.

Exemplo jogo:

Cartela inicial			Cartas		
$\frac{2}{3}$	$\frac{1}{2}$		$\frac{4}{20}$	$\frac{10}{12}$	$\frac{4}{6}$
$\frac{1}{5}$	$\frac{3}{4}$		$\frac{3}{6}$	$\frac{9}{15}$	$\frac{13}{12}$
$\frac{3}{5}$	$\frac{4}{3}$		$\frac{15}{20}$	$\frac{20}{15}$	$\frac{7}{6}$
$\frac{1}{4}$	$\frac{5}{6}$		$\frac{19}{20}$	$\frac{3}{12}$	$\frac{29}{15}$

Abaixo temos o gabarito, isto é, a cartela preenchida, cada carta em seu devido lugar.

Cartela preenchida

$\frac{4}{6}$	$\frac{3}{6}$	$\frac{7}{6}$
$\frac{4}{20}$	$\frac{15}{20}$	$\frac{19}{20}$
$\frac{9}{15}$	$\frac{20}{15}$	$\frac{29}{15}$
$\frac{3}{12}$	$\frac{10}{12}$	$\frac{13}{12}$

3.3 Quadrado Mágico de PA

Este é um jogo que pode ser aplicado tanto em séries do ensino fundamental como em séries do ensino médio. Mas sugerimos que seja aplicado em turmas do ensino fundamental como noção intuitiva à aprendizagem de Progressão Aritmética.

É possível trabalhar numa turma de 7º ano do ensino fundamental logo após trabalhar com operações com números inteiros.

O objetivo deste quebra-cabeça é preencher as células vazias com números inteiros. Cada linha e cada coluna deve estar em Progressão Aritmética.

Exemplo de Resolução:

Consideremos o quebra-cabeça abaixo:

2	9	
		15
	1	

Iniciamos a resolução pela primeira linha, pois a mesma já tem 2 números e assim poderemos encontrar a razão da PA e determinar a célula vazia. Percebe-se que, da esquerda para direita, a razão nessa linha é 7. Daí, a célula vazia terá o número 16.

2	9	16
		15
	1	

Agora partiremos para terceira coluna. Percebe-se que, de cima pra baixo, a razão é -1 . Daí, a célula vazia terá o número 14.

2	9	16
		15
	1	14

Na terceira linha é fácil perceber que, da direita para esquerda, a razão é -13 . Daí, a célula vazia terá o número -12 .

2	9	16
		15
-12	1	14

Na segunda coluna, por tentativa e erro, preencheremos a célula vazia com o número 5.

2	9	16
	5	15
-12	1	14

Para preencher o quebra-cabeça, basta perceber que na segunda linha, da esquerda para direita, a razão é -10 . Assim, a célula vazia terá o número -5 .

2	9	16
-5	5	15
-12	1	14

3.3.1 Como gerar um quadrado mágico de PA?

A partir de uma grade com 9 células vazias, insira um número qualquer no centro. Por exemplo, vamos inserir o 12.

	12	

Preencha a célula ao lado da célula que contém o 12. Por exemplo, $a_{21} = 5$.
 Por consequência, $a_{23} = 19$.

5	12	19

Insira um número qualquer abaixo ou acima do 12. Por exemplo, $a_{12} = 7$.
 Por consequência, $a_{32} = 17$.

	7	
5	12	19
	17	

Insira agora um número qualquer em uma das células vazias. Por exemplo, $a_{11} = 1$.

1	7	
5	12	19
	17	

Assim, o restante do preenchimento das demais células vem como consequência das regras do jogo e não de forma aleatória.

1	7	13
5	12	19
9	17	25

Para finalizar, basta apagar convenientemente algumas células e deixar as demais. Sugiro que deixem 4 células preenchidas. Por exemplo:

	7	13
	12	
9		

Capítulo 4

Relato do Uso Didático dos Jogos

4.1 Metodologia

Nesta investigação adotamos uma abordagem qualitativa de pesquisa.[Bogdan] definem tal abordagem através de algumas características.

Numa investigação qualitativa, o investigador se interessa mais pelo processo em que ocorre a construção dos significados do que pelos próprios resultados. Assim, a investigação analisa os discursos ocorridos na atividade, pois “os investigadores que fazem uso deste tipo de abordagem estão interessados no modo como diferentes pessoas dão sentido às suas vidas” [Bogdan]

Além disso, o investigador coleta os dados no ambiente natural em que os fatos acontecem, entendendo que a observação neste ambiente favorece uma melhor compreensão dos dados coletados, pois o comportamento humano é influenciado pelo seu contexto. Dessa forma, o investigador é o principal instrumento de coleta, pois a interpretação dada por ele aos dados coletados configurará a análise.

Compreendendo as perspectivas dos participantes, dá-se foco a dinâmica interna das situações que é frequentemente invisível para o observador externo.

A coleta de dados ocorreu numa atividade com jogos. Observando os alunos atentamente, o professor-investigador anotava cada detalhe que considerava pertinente. Além disso, houve registro do ambiente de aprendizagem por meio de fotografia.

A jogos aplicados foram o “Factoru” e a “Carta Equivalente” por abordar conteúdos presentes no currículo dos alunos em questão. No caso do Factoru, a aplicação ocorreu em dois momentos: antes e depois do professor trabalhar com a fatoração. Essa estratégia

foi adotada com a finalidade de fazer com que os alunos desenvolvesse de forma intuitiva o procedimento de fatoração.

A “Carta Equivalente” foi aplicado como exercício e avaliação dos alunos.

Vale ressaltar que o outro jogo criado, o “Quadro Mágico de PA”, seria aplicado também numa turma de 7º ano. Planejei a aplicação para o mês de Abril de 2014, só não apliquei porque deixei de trabalhar na escola que fica em Salvador e fui residir e trabalhar em Irecê-Ba no Instituto Federal.

O público alvo da aplicação foi formado por alunos do 6º ano (5ª série) do ensino fundamental da Escola Municipal Manoel Henrique da Silva Barradas, localizada no bairro de Ilha Amarela, Subúrbio Ferroviário de Salvador. É importante entender o ambiente da aplicação, pois os locais têm que ser entendidos no contexto da história das instituições a que pertencem.

Assim, primeiro os alunos foram convidados em aulas que antecederam a aplicação do jogo. Prontamente, a maioria dos alunos atendeu ao chamado e se entusiasmaram com a ideia.

Na próxima seção, os dados serão analisados considerando a ordem da sua ocorrência. Assim, é interessante separar a análise em episódios caracterizados pela aplicação de cada jogo supracitado.

4.2 Análise de episódios do experimento didático

4.2.1 Aplicação do Factoru

Como citado anteriormente, a atividade com jogos deve surgir como parte integrante do ensino de Matemática, mas é apenas uma entre muitas estratégias didáticas. Foi nessa perspectiva que a aplicação do Factoru aconteceu.

Na realidade o jogo foi aplicado em dois momentos. Antes e depois de se trabalhar com o método prático de fatoração. Essa estratégia foi adotada com o objetivo de fazer com que o aluno desenvolvesse de forma intuitiva o método durante o jogo.

Na primeira aplicação, os alunos apresentaram algumas dificuldades no entendimento das regras. Muitos, ainda não tinha de fato aprendido o que era um número primo e isso fez com o que eu interrompesse a explanação das regras para reexplicar números primos.

Passado a etapa da explicação das regras, os alunos começaram a jogar. Muitos, em vez de pensar no número como produto de fatores primos, tentava usar um método aditivo, comum, por exemplo, na resolução do quebra cabeça Kakuro.

Os alunos, via tentativa e erro, ia compreendendo as regras e ajudando uns aos outros e aos poucos iam completando o quebra-cabeça.



Aluna explicando as regras do jogo a colega

Um fato me chamou a atenção durante a aplicação. Uma das alunas estava cabisbaixa e, com os olhos cheio de lagrimas, cruzou os braços e disse que não queria mais jogar. Perguntei o que tinha ocorrido e ela disse que não tinha entendido as regras. Quando eu iniciava novamente a explicação, uma aluna me interrompeu e começou a explicar o jogo de forma correta à colega. Foi interessante perceber que alunos que não se manifestavam durante as aulas “normais”, interagiram de forma satisfatória naquela atividade lúdica.

Ao termino da aplicação, foi aplicado um questionário com questões relativas ao assunto explorado no jogo.

Na segunda aplicação do quebra-cabeça, após ter introduzido o método prático da fatoração, quase todos os alunos conseguiram completar o quebra-cabeça de forma rápida. Os alunos interagiam mais, queriam mostrar uns aos outros que sabiam fazer.

“Bote outro professor” era a frase mais comum de alguns alunos que pedia que eu apresentasse mais jogos para que eles pudessem resolver.

A intervenção do professor durante a aplicação é fundamental para que o aluno possa dá o salto cognitivo. Ele deve questionar, explicar e ouvir quando necessário.

Durante essa atividade o barulho na sala foi potencializado. Havia uma espécie de bagunça construtiva onde o assunto principal da conversa era o conteúdo ou os gritos de “ganhei, ganhei” de alguns entusiasmados.

4.2.2 Aplicação do Carta Equivalente

Este jogo foi desenvolvido e aplicado com a finalidade de exercitar e avaliar o conhecimento de frações equivalentes e de adição de frações.

Os alunos apresentam dificuldades na aprendizagem do método usado para somar frações. Tal dificuldade surge, por vezes, do fato de que os alunos não aprendem o que é uma fração equivalente.

Afim de sanar ou de reduzir a dificuldade citada, desenvolvi o “Carta Equivalente” e o apliquei no momento em que já havia sido explicado frações equivalentes e adição de frações.

Como na aplicação do Factoru, o entendimento das regras do Carta Equivalente, a priori, foi muito conturbado, muito por causa do barulho que os alunos faziam. Pensei em interromper a aplicação e tentar num outro dia, mas fui perseverante e, depois de alguns pedidos de silêncio, fui atendido.

Dessa vez, nem todos alunos se entusiasmaram com o jogo. Credito ao fato deste tem um caráter mais de treinamento e não se apresentou como um problema para os alunos.

Apesar da falta de interesse de alguns alunos, percebi que o entendimento do conteúdo ocorreu de forma satisfatória e atingiu alunos que outrora não fora atingido pelo método tradicional.



Capítulo 5

Considerações Finais

Neste trabalho foi apresentada uma alternativa didática para o ensino da Matemática focada no lúdico. O objetivo foi, dentre outros, trazer minhas experiências enquanto professor nesse ambiente de aprendizagem e apontar vantagens e desvantagens do mesmo.

Há diálogos teóricos com outros colegas neste trabalho onde pude atestar que não só esses experimentos aplicados por mim, mas também os aplicados pelos mesmos, trazem mais vantagens do que desvantagens a aplicação de jogos como alternativa didática no ensino da Matemática.

Foi observado que, com os jogos, a introdução de conteúdos que geralmente são vistos no ensino médio pode ser feita de forma intuitiva e prazerosa no ensino fundamental. E também que os jogos podem ser usados de diversas formas no processo de ensino aprendizagem, a saber: na introdução de um conteúdo; como exercício de aprofundamento; ou como avaliação.

Não quero dizer com isso que tais quebra-cabeças aritméticos seja a “salvação da lavoura” no ensino da Matemática. Apenas produzir e apresentar materiais que incentivem enriqueçam o repertório de demais colegas que queiram “brincar” com seus alunos em sala de aula.

Referências Bibliográficas

- [Barbosa] Jonei Cerqueira Barbosa. *Modelagem Matemática: concepções e experiências de futuros professores*. Rio Claro-SP, 253f. Tese de Doutorado, Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista, 2001.
- [Bogdan] R.C. Bogdan. *Investigação qualitativa em educação: uma introdução à teoria e aos métodos*. Porto Editora, Porto, 1994.
- [Borba] Marcelo Borba e et al. *Informática e Educação Matemática*. Autêntica, Belo Horizonte, 2003.
- [BRASIL] Secretaria de Educação Fundamental. *Parâmetros curriculares nacionais: Matemática*. MEC/SEF, Brasília, 1998.
- [BRASIL] Secretaria de Educação Fundamental. *Parâmetros curriculares nacionais: Matemática*. MEC/SEF, Brasília, 1998.
- [Dante] Luiz Roberto. *Didática da resolução de problemas de matemática*. Ática, 2 ed, São Paulo, 1991.
- [Delahaye] Jean-Pau Delahayel. *A Ciência do Sudoku*. Scientific American Brasil, 50, 2006.
- [Ferrarezi] Luciana Aparecida Ferrarezi. *Criando novos tabuleiros para o jogo Tri-Hex e sua validação didático-pedagógica na formação continuada de professores de Matemática: uma contribuição para a Geometria das séries finais do Ensino Fundamental*. Rio Claro-SP. Dissertação de Mestrado, Universidade Estadual Paulista, Instituto de Geociências e Ciências Exatas, 2005.
- [Flores] Sharon Rigazzo Flores. *Linguagem Matemática e Jogos: Uma introdução ao estudo de expressões algébricas e equações do 1º grau para alunos da EJA*. São Carlos-

- SP, 37 p. Trabalho de Conclusão de Curso, PROFMAT- Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional - Universidade Federal de São Carlos, 2013.
- [Grando] R. C. Grando. *O conhecimento matemático e o uso de jogos na sala de aula*. Campinas-SP. Tese de Doutorado, Faculdade de Educação, UNICAMP, 2000.
- [Groenwald] Cláudia L. O. Groenwald *Utilizando curiosidades e jogos matemáticos em sala de aula*. Disponível em <<http://www.somatematica.com.br>>. Acesso em: 10 de janeiro 2014.
- [Hefez] Abramo Hefez. *Elementos de Aritmética*. SBM, Rio de Janeiro, 2ª edição, 2011.
- [Houaiss] Antônio Houaiss e et al. *Dicionário Houaiss da língua portuguesa*. Objetiva, Rio de Janeiro, 2001.
- [INEP] INEP. *Resultados SAEB/PROVA BRASIL 2011*. Disponível em <<http://sistemasprovabrasil2.inep.gov.br/resultados/>>. Acesso em: 10 de janeiro 2014.
- [Kishimoto] Tizuko Morchida Kishimoto. *Froebel a concepção de jogo infantil*. Revista da Faculdade de Educação, vol 2, n.1 – USP, São Paulo, 1996.
- [Kutasov] Sergey Kutasov. *Quebra-cabeças lógicos*. Disponível em <<http://www.cross-plus-a.com/br/puzzles.htm>>. Acesso em: 10 de janeiro 2014.
- [Lara] Isabel Cristina Machado de Lara. *Jogando com a matemática: do 6º ao 9º ano*. Respel, São Paulo, 4ª edição, 2011.
- [Medeiros] Katia de Oliveira Rufino Medeiros. *Probabilidade através de jogos no Ensino Médio*. São João Del Rei-MG, 14 p. Trabalho de Conclusão de Curso, PROFMAT- Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional - Universidade Federal de São João Del Rei, 2013.
- [Moura] M. O. Moura. *Jogo, Brinquedo, Brincadeira e a Educação*. Cortez, São Paulo, 1999.
- [Polya] George Polya. *A arte de resolver problemas*. Interciência, Rio de Janeiro, 1978.

- [Smole] Katia Stoke Smole e et al. *Jogos de Matemática: de 6º ao 9º ano*. Artmed, Porto Alegre, 2007.
- [Souza] Bruno de Oliveira Souza. *Ensinando matemática com jogos*. Campos dos Goytacazes-RJ, 148 p. Dissertação, PROFMAT- Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional - Universidade Estadual do Norte Fluminense Darcy, 2013.
- [Strapason] Lísie Pippi Reis Strapason. *O uso de jogos como estratégia de ensino e aprendizagem da Matemática no primeiro ano do Ensino Médio*. Santa Maria-RS, 194 p. Dissertação, Mestrado Profissionalizante em Ensino de Física e Matemática do Centro Universitário Franciscano de Santa Maria, 2011.

Apendice

A.1 Exemplos de Factoru

a)

		14	63	
	28 20			
105				35
		15		
34				

b)

	84	5		
15			45	
		21 4		
70				3
36				

c)

		39	60	
	12 30			
				15
2		25		
81				

d)

	5	42		
45				28
	20 10			
56				
		21		

A.2 Ejemplos de Cartas Equivalentes

Ejemplo 1:

$\frac{1}{6}$	$\frac{3}{8}$		$\frac{4}{24}$	$\frac{9}{24}$	$\frac{13}{24}$	$\frac{12}{15}$
$\frac{4}{5}$	$\frac{7}{3}$		$\frac{35}{15}$	$\frac{47}{15}$	$\frac{25}{20}$	$\frac{4}{20}$
$\frac{5}{4}$	$\frac{2}{10}$		$\frac{29}{20}$	$\frac{12}{42}$	$\frac{21}{42}$	$\frac{33}{42}$
$\frac{2}{7}$	$\frac{1}{6}$					

Ejemplo 2:

$\frac{1}{2}$	$\frac{3}{5}$		$\frac{5}{10}$	$\frac{6}{10}$	$\frac{11}{10}$	$\frac{14}{18}$
$\frac{7}{9}$	$\frac{5}{6}$		$\frac{15}{18}$	$\frac{29}{18}$	$\frac{7}{35}$	$\frac{15}{35}$
$\frac{1}{5}$	$\frac{3}{7}$		$\frac{22}{35}$	$\frac{15}{40}$	$\frac{4}{40}$	$\frac{19}{40}$
$\frac{3}{8}$	$\frac{1}{10}$					

A.3 Exemplos de Quadrados Mágicos de PA

a)

7	15	
3		55

b)

1		
	5	
	1	7

c)

	28	
		15
3		-10

d)

25		19
6		
	-2	

e)

7	15	
3		55

f)

1		
	5	
	1	7

g)

		19
	8	
13	10	

h)

-1		17
	2	7

i)

0	3	
		1
	11	

j)

	21	8
18		
	9	

k)

	8	15
		6
-13		

l)

	4	15
	12	
37		

m)

-1	3	
		5
-21		

n)

	15	
	7	10
-5		

o)

5		15
		13
-7		

p)

8		30
	14	
6		