



Universidade Estadual do Sudoeste da Bahia – UESB  
Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional



**UMA ABORDAGEM INTERDISCIPLINAR DA MODELAGEM  
MATEMÁTICA DE EXPERIMENTOS DE FÍSICA ATRAVÉS DA  
UTILIZAÇÃO DO SOFTWARE *MODELLUS***

IRAN BARROS LIMA

Vitória da Conquista - BA  
Junho/2014

IRAN BARROS LIMA

**UMA ABORDAGEM INTERDISCIPLINAR DA MODELAGEM  
MATEMÁTICA DE EXPERIMENTOS DE FÍSICA ATRAVÉS DA  
UTILIZAÇÃO DO SOFTWARE *MODELLUS***

Dissertação apresentada ao Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional – PROFMAT da Universidade Estadual do Sudoeste da Bahia – UESB, como requisito necessário para obtenção do grau de Mestre em Matemática.

ORIENTADORA: Prof.<sup>a</sup>. Dr.<sup>a</sup>. Maria Deusa Ferreira da Silva

Vitória da Conquista - BA  
Junho/2014

L698a Lima, Iran Barros.

Uma abordagem interdisciplinar da modelagem matemática de experimentos de física através da utilização do software Modellus / Iran Barros Lima, 2014.

93f.; il.; algumas col.

Orientador (a): Maria Deusa Ferreira da Silva.

Dissertação (mestrado) – Universidade Estadual do Sudoeste da Bahia, Mestrado Profissional em Matemática em Rede nacional - PROFIMAT, Vitória da Conquista, 2014.

Referências: f. 86-90.

1. Matemática (Ensino médio) – Recursos computacionais.  
2. Modelagem matemática. 3. Matemática – Software Modellus – Estudo e ensino. I. Universidade Estadual do Sudoeste da Bahia, Mestrado Profissional em Matemática em Rede nacional – PROFIMAT. II. Silva, Maria Deusa Ferreira da. III. T.

CDD: 510

UNIVERSIDADE ESTADUAL DO SUDOESTE DA BAHIA  
MESTRADO PROFISSIONAL EM MATEMÁTICA EM REDE NACIONAL  
- PROFMAT

UMA ABORDAGEM INTERDISCIPLINAR DA MODELAGEM MATEMÁTICA DE  
EXPERIMENTOS DE FÍSICA ATRAVÉS DA UTILIZAÇÃO DO SOFTWARE  
MODELLUS

Iran Barros Lima

ORIENTADORA: Prof.<sup>a</sup> Dr.<sup>a</sup> Maria Deusa Ferreira da Silva

Dissertação apresentada ao Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional – PROFMAT da Universidade Estadual do Sudoeste da Bahia – UESB, como requisito necessário para obtenção do grau de Mestre em Matemática.

Aprovada por:

---

Prof.<sup>a</sup> Dr.<sup>a</sup> Maria Deusa Ferreira da Silva (Orientadora)  
Universidade Estadual do Sudoeste da Bahia – UESB

---

Prof. Dr. Paulo Espinheira Menezes de Melo  
Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia da Bahia - IFBA

---

Prof.<sup>a</sup> Dr.<sup>a</sup> Alzira Ferreira da Silva  
Universidade Estadual do Sudoeste da Bahia - UESB

Vitória da Conquista, 10 de junho de 2014

*"Se as portas da percepção se abrissem,  
tudo apareceria como realmente é"*

*William Blake*

## **AGRADECIMENTOS**

À grande força criadora de tudo, que usou a Matemática para se expressar e nos inspirar; à minha orientadora, Deusa, que através de seu conhecimento e paciência me mostrou o que é ser verdadeiramente professor, docente, *Mestre!* A todos que nesta longa caminhada de aprendizado, que é a vida, compartilharam salas de aula comigo como colegas, alunos ou professores. Somos todos e sempre seremos aprendizes!

LIMA, Iran Barros. UMA ABORDAGEM INTERDISCIPLINAR DA MODELAGEM MATEMÁTICA DE EXPERIMENTOS DE FÍSICA ATRAVÉS DA UTILIZAÇÃO DO SOFTWARE MODELLUS. 2014. 93 fls. Dissertação (Mestrado em Matemática) – Universidade Estadual do Sudoeste da Bahia (UESB). Vitória da Conquista, 2014.

## RESUMO

Este trabalho apresenta uma proposta de atividade interdisciplinar entre a Matemática e a Física para o Ensino Médio, proposta que surgiu através da utilização do software *Modellus* na docência da disciplina de Física Geral e Experimental I no curso de Engenharia Civil da Faculdade de Tecnologia e Ciências – FTC - Campus de Jequié-BA. A motivação se deu em virtude da inexistência de laboratório na referida instituição, frente à necessidade da realização de experimentos nas aulas práticas da disciplina. Neste contexto o software *Modellus* surgiu com uma alternativa viável na solução de tal problema. O software, que é gratuito sem limitações de utilização, modela matematicamente experimentos através de equações, apresentando uma animação destes, que pode ser manipulada, além de trazer ainda a vantagem de permitir a variação de parâmetros e a visualização de vetores e linhas de trajetória de movimentos. São apresentadas cinco atividades, desenvolvidas nas duas turmas do 2º semestre do referido curso, seguidas de análise estatística da aplicação destas através de um questionário. Propomos também duas atividades para o professor de matemática do Ensino Médio que deseja utilizar o potencial da modelagem e da interdisciplinaridade. Como resultados o estudo demonstrou que o uso da Modelagem Matemática de experimentos de Física através do software *Modellus* se mostra promissor tanto na substituição de experimentos reais, realizados num laboratório, como numa ferramenta auxiliar para o ensino contextualizado de Matemática.

LIMA, Iran Barros. INTERDISCIPLINARY APPROACH TO MODELLING MATHEMATICS OF PHYSICS EXPERIMENTS BY USING SOFTWARE MODELLUS. 2014. 93 fls. Dissertation (Master in Mathematics) - State University of Southwest Bahia (UESB). Vitoria da Conquista, 2014.

## **ABSTRACT**

This work presents a proposal for interdisciplinary activity between Mathematics and Physics for Secondary Education, a proposal that emerged from the use of software Modellus during the course of Physics in Civil Engineering course in FTC college in city of Jequié-BA. The motivation was due to the inexistence of a lab in the institution and the necessity of performing experiments to carry out the practical lessons of discipline. In this context Modellus software has come up with a viable alternative to solve this problem. The software, which is free with no usage limitations, modeling mathematically experiments using equations, with an animation thereof, which can be manipulated and also has the advantage of allowing the variation of parameters and viewing of vectors and trajectory lines of movement. Five activities developed in two classes of second semester of this course, followed by a statistical analysis of your application through a questionnaire are presented. We also propose two activities for math teacher from high school who want to utilize the potential of modeling and interdisciplinarity. As results, the study showed that the use of mathematical modeling of experiments in physics through Modellus software is promising both in replacement of real experiments, conducted in a laboratory, as an auxiliary tool to the contextualized teaching of mathematics.



## SUMÁRIO

<b>1</b>	<b>INTRODUÇÃO</b>	<b>15</b>
<b>2</b>	<b>FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA</b>	<b>17</b>
2.1	A Modelagem Matemática	17
2.2	Contexto Histórico Educacional do Uso da Modelagem	19
2.3	Novas Tecnologias No Ensino - A Modelagem e a Animação Interativa	19
2.4	Perspectiva Histórica da Inter-relação entre a Física e a Matemática	21
2.5	Perspectiva Educacional da Interdisciplinaridade entre Física e a Matemática	24
<b>3</b>	<b>METODOLOGIA DE PESQUISA</b>	<b>29</b>
3.1	Os "Caminhos" da Pesquisa	29
3.1.1	Tipo de estudo	29
3.2	A Escolha Do <i>Modellus</i> E Elaboração Das Atividades - Explorando O Software	34
3.3	O estudo do Software e construção de um "caminho" seguro	35
3.4	O desenvolvimento das atividades	40
3.4.1	Atividade 01 - Modelagem do Experimento de Observação de Objetos em Queda Livre	41
3.4.2	Atividade 02 - Lançamento Horizontal	44
3.4.3	Atividade 03 - Lançamento Oblíquo	47
3.4.4	Atividade 04 - Movimento Relativo	49
3.4.5	Atividade 05 - Movimento Circular Uniforme	53
<b>4</b>	<b>RESULTADOS</b>	<b>55</b>
<b>4.1</b>	<b>ANÁLISE DOS QUESTIONÁRIOS</b>	<b>56</b>
4.2	Fazendo paralelos entre a experiência realizada e a literatura	66
4.3.1	Relação Entre Conteúdos	69
4.3.2	Modelagem 01 - Gráfico da Função Seno na Modelagem do Movimento de Onda numa Corda	80
4.3.3	Modelagem 02 - Utilização de Modelagem do Movimento num plano inclinado como instrumento auxiliar no ensino de Trigonometria.	82
<b>5</b>	<b>CONSIDERAÇÕES FINAIS</b>	<b>85</b>
<b>6</b>	<b>REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS</b>	<b>87</b>

## ÍNDICE DE FIGURAS

Figura 1 - Esquema proposto por Maria Salett Biembengut e Nelson Hein (BIEMBENGUT e HEIN, 2005).....	18
Figura 2 - Tela de abertura do <i>Modellus</i> .....	35
Figura 3 - Tela inicial do <i>Modellus</i> .....	36
Figura 4 - Menu do <i>Modellus</i> .....	36
Figura 5 - Aba Variável Independente.....	37
Figura 6 - Aba Modelo.....	37
Figura 7 - Janela – Modelo Matemático.....	38
Figura 8 - Aba Chart.....	38
Figura 9 - Janela - Chart.....	38
Figura 10 - Aba Tabela.....	39
Figura 11 - Janela – Tabela.....	39
Figura 12 - Aba Animação.....	40
Figura 13 - Aba Notas.....	40
Figura 14 - Barra de Tarefas.....	40
Figura 15 - Gráfico da altura de um objeto em queda livre em função do tempo. ....	42
Figura 16 - Modelo da queda livre de um objeto no <i>Modellus</i> .....	42
Figura 17 - Janela Modelo Matemático do <i>Modellus</i> com as equações que descrevem a queda livre de um objeto.....	43
Figura 18 - Modelo Matemático do <i>Modellus</i> com as equações que descrevem o lançamento horizontal. ....	45

Figura 19 - Modelo de Lançamento Horizontal no <i>Modellus</i> .....	45
Figura 20 - Modelo de Lançamento Horizontal no <i>Modellus</i> com os vetores $V_x$ e $V_y$ . .....	46
Figura 21 - Aba Variável Independente.....	46
Figura 22 - Modelo de Lançamento Oblíquo no <i>Modellus</i> .....	48
Figura 23 - Modelo Matemático do <i>Modellus</i> com as equações que descrevem o Lançamento Oblíquo. ....	48
Figura 24 - Modelo Matemático com animação representando o Movimento Relativo. .....	50
Figura 25 - Modelo Matemático com animação representando o Movimento Relativo - Observador dentro do ônibus.....	51
Figura 26 - Modelo com animação representando o Movimento Relativo - Observador fora do ônibus.....	51
Figura 27 - Janela Modelo Matemático do <i>Modellus</i> com as equações que descrevem o Movimento Relativo. ....	52
Figura 28 - Modelo de Movimento Circular no <i>Modellus</i> . ....	53
Figura 29 - Janela Modelo Matemático do <i>Modellus</i> com as equações que descrevem o Movimento Circular. ....	54
Figura 30 - Gráfico de setor referente à análise do item 01 do questionário na Turma A.....	56
Figura 31 - Gráfico de setor referente à análise do item 01 do questionário na Turma B.....	57
Figura 32 - Gráfico de setor referente à análise do item 01 do questionário nas Turmas A e B. ....	57
Figura 33 - Gráfico de setor referente à análise da Impressão dos alunos em relação ao uso do software e da modelagem matemática dos experimentos - Turma A.....	58

Figura 34 - Gráfico de setor referente à análise da Impressão dos alunos em relação ao uso do software e da modelagem matemática dos experimentos - Turma B.....	59
Figura 35 - Gráfico de setor referente à análise da Impressão dos alunos em relação ao uso do software e da modelagem matemática dos experimentos - Turmas A e B. ....	59
Figura 36 - Gráfico de setor referente à análise da opinião dos alunos sobre a efetividade do <i>Modellus</i> na substituição dos experimentos realizados em laboratório - Turma A.....	60
Figura 37 - Gráfico de setor referente à análise da opinião dos alunos sobre a efetividade do <i>Modellus</i> na substituição dos experimentos realizados em laboratório - Turma B.....	61
Figura 38 - Gráfico de setor referente à análise da opinião dos alunos sobre a efetividade do <i>Modellus</i> na substituição dos experimentos realizados em laboratório - Turmas A e B. ....	61
Figura 39 - Gráfico de setor referente à análise da percepção dos alunos sobre a vantagem do uso do <i>Modellus</i> - Turma A.....	62
Figura 40 - Gráfico de setor referente à análise da percepção dos alunos sobre a vantagem do uso do <i>Modellus</i> - Turma B.....	63
Figura 41 - Gráfico de setor referente à análise da percepção dos alunos sobre a vantagem do uso do <i>Modellus</i> - Turmas A e B.....	63
Figura 42 - Resposta do aluno 55 à questão 05 do questionário. ....	64
Figura 43 - Resposta do aluno 78 à questão 05 do questionário. ....	64
Figura 44 - Resposta do aluno 17 à questão 05 do questionário. ....	65
Figura 45 - Resposta do aluno 13 à questão 05 do questionário. ....	65
Figura 46 - Parábola com concavidade voltada para cima.....	73
Figura 47 - Parábola com concavidade voltada para baixo.....	74

Figura 48 - Gráfico da distância que percorre o centro de massa de um objeto que e deixado cair, em função do valor da velocidade adquirida. ....	74
Figura 49 - Figura do circulo trigonométrico. a-cosseno; b-seno ; c-tangente. ....	76
Figura 50 - Onda se propagando em uma corda - Fonte: <a href="http://www.astronomy.ohio-state.edu/">http://www.astronomy.ohio-state.edu/</a> - Acessado em 05/01/2014. ....	80
Figura 51 - Gráfico de Função trigonométrica desenhado pelo <i>Modellus</i> . ....	81
Figura 52 - Modelo matemático da Função Trigonométrica seno. ....	81
Figura 53 -Esquema de Forças num plano inclinado - Fonte: <a href="http://www.sofisica.com.br/conteudos/Mecanica/Dinamica/figuras/pi3.GIF">http://www.sofisica.com.br/conteudos/Mecanica/Dinamica/figuras/pi3.GIF</a> - Acessado em 20/02/2014 ....	82
Figura 54 - Modelo do movimento de um corpo num plano inclinado gerado no <i>Modellus</i> . ....	83
Figura 55 - Modelo matemático do movimento de um corpo num plano inclinado no <i>Modellus</i> . ....	84
Figura 56 - Indicadores de nível. ....	84

## ÍNDICE DE TABELAS E GRÁFICOS

Tabela 1 - Programas de Física e Matemática das três séries do Nível Médio.....	67
---	----

# 1 INTRODUÇÃO

A dificuldade de abstração matemática de conceitos no ensino de ciências exatas é muitas vezes uma das principais barreiras no aprendizado. A incapacidade de visualização e de interpretação de fenômenos e situações que envolvem conceitos matemáticos frequentemente gera nos alunos a sensação de que tais conceitos para nada servem. Os recursos didáticos mais comuns no ensino de ciências no Brasil são aulas expositivas, lousa e giz. O uso de simulação computacional, atividades experimentais e de interdisciplinaridade, na maioria das escolas, são raros. Na tentativa de resolver tal problema e na busca de uma ferramenta viável para tal, a Modelagem Matemática de experimentos de Física através do uso do software *Modellus* surge como uma alternativa neste contexto.

Ao ministrar a Disciplina de Física Geral e Experimental I no curso de Engenharia Civil da Faculdade de Tecnologia e Ciências – FTC - Campus de Jequié-BA, me deparei com tal problema, que já havia me incomodado em anos anteriores na docência do ensino médio. Os alunos, muitos deles com formação deficiente em matemática apresentavam, agora no nível superior, dificuldade de compreensão de conceitos cada vez mais complexos. Se por um lado no ensino médio os alunos sofrem um choque com o início do estudo da álgebra, no nível superior, problema semelhante ocorre na introdução dos conceitos referentes ao Cálculo e à Álgebra Vetorial. Na docência de Física Geral e Experimental I, onde estes conceitos ganham aplicação prática, surgiu a possibilidade de contextualização de tais conteúdos. A disciplina previa uma carga horária de 80 horas sendo destas, 20 horas de práticas. Neste ponto uma dificuldade surgiu, a inexistência de laboratório inviabilizava a realização das práticas. Devido a este fato, surgiu a ideia de modelar matematicamente os experimentos.

Aliado a isso, ao cursar a disciplina Recursos Computacionais no Ensino de Matemática, no programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional – PROFMAT, Polo UESB - Vitória da Conquista - BA, em que foi discutida a importância do uso das novas tecnologias no ensino de matemática, foi visualizada a possibilidade efetiva de conciliar a Modelagem Matemática com o uso de recursos computacionais. Dessa forma o software *Modellus* se constituiu em uma ferramenta

propícia na solução de tal problema. Esses software modela matematicamente experimentos tais como: a trajetória de um projétil num lançamento oblíquo descrevendo uma parábola; o movimento circular de uma partícula; a ação de forças num bloco sobre um plano inclinado, entre outros. Exibindo instantaneamente os vetores que representam a velocidade, força resultante, aceleração etc.

Dessa forma, o presente trabalho de dissertação traz elementos sobre a realização de uma experiência desenvolvida em sala de aula com o software *Modellus* e, sobretudo, apresenta um conjunto de situações dais quais o professor, tanto de Matemática quanto de Física, pode fazer uso visando melhorar suas aulas, tornando-as mais dinâmicas, possibilitando aos alunos uma melhor compreensão dos conteúdos abordados. Diante disso, apontamos como pergunta diretriz: *de que forma a utilização do software Modellus pode favorecer a aprendizagem de conceitos da Matemática e da Física?*

Para responder tal pergunta tomamos os seguintes objetivos: mostrar a importância do software *Modellus* como ferramenta de Modelagem Matemática eficaz na aprendizagem; apresentar uma metodologia auxiliar no processo de ensino-aprendizagem com o uso da referida ferramenta; apresentar os resultados obtidos na aplicação das atividades e comentar situações desenvolvidas em sala de aula que foram facilitadoras na aprendizagem; propor um conjunto de atividades que podem ser utilizadas em sala de aula do ensino médio.

Esse trabalho está dividido em cinco capítulos: o primeiro traz a introdução e apresentação das linhas gerais do estudo; o segundo apresenta um referencial teórico sobre Modelagem, o uso do *Modellus* e interdisciplinaridade; o terceiro apresenta a metodologia utilizada na elaboração do estudo, o software *Modellus* e as atividades desenvolvidas; o quarto, resultados e discussões, bem como sugestões de atividades e, finalizando, o quinto capítulo, apresenta a conclusão e as considerações finais sobre a pesquisa.



## **2 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA**

### **2.1 A Modelagem Matemática**

A modelagem matemática estuda a simulação de sistemas reais buscando prever o comportamento destes, é empregada em diversos campos de estudo, tais como física, química, biologia, economia, engenharias, além da própria matemática. Consiste na arte de se descrever matematicamente um fenômeno. (Bassanezi, 2002)

Para Barbosa (2001), a modelagem matemática consiste na arte de transformar problemas da realidade em problemas matemáticos e resolvê-los interpretando suas soluções na linguagem do mundo real. Ainda segundo Barbosa, é um ambiente de aprendizagem no qual os alunos são convidados a indagar e investigar, por meio da matemática, situações com referência na realidade. Este mesmo autor afirma que as práticas escolares de Modelagem têm tido fortes influências teóricas de parâmetros emprestados da Matemática Aplicada. A compreensão de Modelagem é apresentada em termos do processo de construção do modelo matemático, traduzido em esquemas explicativos, um modelo matemático é quase sempre um sistema de equações ou inequações algébricas, diferenciais, integrais, etc., obtido através de relações estabelecidas entre as variáveis consideradas essenciais ao fenômeno estudado.

Almeida (2012) afirma que a modelagem constitui uma alternativa pedagógica em que se aborda, por meio da Matemática, um problema não essencialmente matemático. Requer um comportamento ativo dos professores e alunos na definição de problemas e não apenas na resolução de problemas já propostos.

Com base em tal conceito, cabe aqui destacar as diferentes nuances da Modelagem no que se refere à matemática aplicada versus sua utilização no processo de ensino-aprendizagem. Matos e Carreira (apud Barbosa, 2001) concluem que há distinções entre o que os alunos fazem em suas atividades de Modelagem e o que é esperado dos matemáticos aplicados. Estes aplicam a Modelagem a fenômenos na busca de solução de problemas reais enquanto aqueles muitas vezes se valem de situações fictícias. Araújo (2000) apresenta como ilustração de tal diferença um exemplo onde relata uma pesquisa onde um grupo de alunos criou uma situação-

problema imaginária – a temperatura no decorrer do ano de uma cidade fictícia - para abordá-la matematicamente. Os modeladores profissionais, ao contrário, investigam situações concretas trazidas por outras áreas do conhecimento que não a Matemática.

Maria Biembengut e Hein (2005), concluem que Matemática e realidade são dois conjuntos disjuntos e a modelagem é um meio de fazê-los interagir, propondo dessa forma o esquema abaixo:

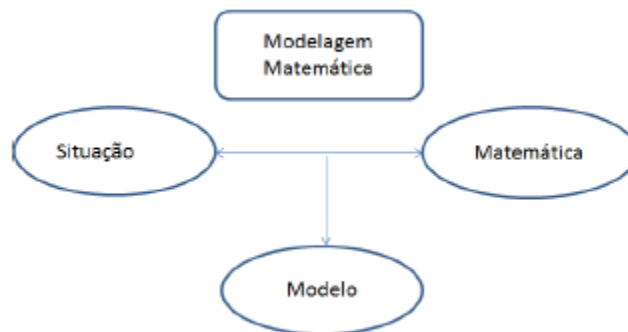


Figura 1 - Esquema proposto por Maria Salett Biembengut e Nelson Hein (BIEMBENGUT e HEIN, 2005)

Neste trabalho relatamos o uso da Modelagem na simulação de experimentos que normalmente seriam demonstrados em laboratório. A situação real tem suas variáveis conhecidas através dos estudos das Leis da Física envolvidas. Tais leis são escritas como equações e, dessa forma, um modelo é criado, ganhando aspecto interativo e dinâmico com o uso dos recursos computacionais.

## 2.2 Contexto Histórico Educacional do Uso da Modelagem

No Brasil, há algumas décadas vêm sendo realizados estudos ligados ao uso da Modelagem. De acordo com Barbosa (2001), diversos autores têm argumentado pela plausibilidade de usar Modelagem Matemática no ensino de matemática como alternativa ao chamado *método tradicional*, afirma ainda que o movimento de Modelagem Matemática internacional e nacional tomou contorno nos últimos trinta anos, contando com a contribuição decisiva de matemáticos aplicados que migraram para a área da Educação Matemática.

Estudos de Fiorentini (apud Barbosa, 2001) apontam que no Brasil a Modelagem possui um forte viés antropológico, político e sociocultural que têm procurado partir do contexto sociocultural dos alunos e de seus interesses ao contrário do movimento internacional que não apresenta esta preocupação de forma muito aparente com tal aspecto.

## 2.3 Novas Tecnologias No Ensino - A Modelagem e a Animação Interativa

O advento das Tecnologias da Informação e Comunicação ou TICs, tecnologias que interferem e mediam os processos de informação e de comunicação, tem feito com que seu uso se torne cada vez mais presente na educação, para Pinto (2002a: 102), "Ainda não é com naturalidade que as TIC são objetos e meio de educação, mas para lá se caminha, embora com muitas resistências". Dessa forma diversos softwares que auxiliam os professores e os alunos em suas atividade têm surgido.

O *Modellus*, software que se apresenta como uma ferramenta cognitiva para auxiliar a internalização de conhecimento simbólico, corrobora com a visão sobre o processo de aprendizagem que fundamenta a utilização de softwares de caráter exploratório. Provê uma representação múltipla, onde o usuário pode criar, ver e interagir com as representações analíticas, analógicas e gráficas dos objetos matemáticos. Do ponto de vista educacional incorpora tanto o modo expressivo, onde os alunos constroem seus próprios modelos a as formas de representá-los, quanto o modo exploratório utilizando atividades modeladas por outros (Araújo, 2005).

Veit e Teodoro (2002), afirmam que a animação interativa tem se configurado como uma possibilidade oportuna nos processos de ensino e de aprendizagem nas ciências de modo geral, podendo ser associada a situações de modelagem. Para

Kenski (2007), uma animação em forma de simulação é caracterizada por mostrar a evolução temporal de um dado evento, e se presta de maneira exuberante para a exposição de fenômenos que se apresentam incompreensíveis para aqueles alunos que não têm uma percepção visual aguçada ou uma capacidade de abstração sofisticada. Tal potencial das animações interativas proporcionadas pelo uso de recursos computacionais se torna extremamente útil quando aliado à Modelagem. Tornando concretos, visíveis e manipuláveis conteúdos que estiveram estáticos e distantes para maioria dos alunos, durante uma boa parte de sua vida escolar.

Desse modo, percebemos que as novas tecnologias de informação e comunicação, sobretudo o computador, por meio dos softwares, movimentaram a educação e provocam novas mediações entre a abordagem do professor, a compreensão do aluno e o conteúdo veiculado. No caso específico de situações de modelagem de fenômenos, a imagem e o movimento oferecem informações mais realistas em relação ao que está sendo ensinado. Quando bem utilizadas, provocam a alteração dos comportamentos do professor e do aluno, levando ao melhor conhecimento e maior aprofundamento do conteúdo estudado.

Dentre as pesquisas desenvolvidas no âmbito desta linha, envolvendo simulação e modelagem computacionais, destacam-se a já citadas de Araújo (2005) e Araújo, Veit e Moreira (2004), que abordaram as dificuldades de aprendizagem dos alunos na interpretação de gráficos da Cinemática. Como resultado obtiveram um conjunto de atividades de simulação e modelagem computacionais, complementares às atividades tradicionais de ensino da cinemática; e a adaptação e validação de um teste sobre o entendimento de gráficos da Cinemática (Araújo, Veit e Moreira, 2004).

Os mesmos pesquisadores também utilizaram uma abordagem que envolveu além de atividades computacionais com equações de Maxwell, um método colaborativo presencial como dinâmica de base para o desenvolvimento de relações interpessoais entre o professor e a turma e os alunos entre si. Foi adotada uma metodologia qualitativa, cujo foco estava no processo ensino-aprendizagem que ocorre em ambientes de sala de aula. Os resultados sugerem que as atividades de simulação e modelagem computacionais são potencialmente facilitadoras de aprendizagem significativa. Sugerem também que a atividade colaborativa presencial contribuiu positivamente para esse tipo de aprendizagem.

## 2.4 Perspectiva Histórica da Inter-relação entre a Física e a Matemática

Na busca de fundamentar a teoria que se refere ao potencial interdisciplinar existente entre a Física e a Matemática, faremos aqui um breve apanhado histórico da inter-relação entre elas. A linguagem da Física é a Matemática e há, sem dúvida, entre estas duas disciplinas, uma grande proximidade. Ainda na Grécia clássica, a escola pitagórica defendia, nas suas teorias sobre a harmonia, a música e a astronomia, que a natureza está escrita em linguagem Matemática. Embora, Aristóteles em nenhum momento tenha matematizado suas leis Físicas (Grant, 2002; Araújo, 2006).

Segundo Galileu Galilei, “O livro da natureza está escrita em caracteres matemáticos” e, para Francis Bacon (o seu contemporâneo que teorizou o método científico), “à medida que a Física avança cada vez mais e desenvolve novos axiomas, ela exige uma ajuda pronta da Matemática” (Cohen, 1967).

O Físico John Polkinghorne, de Cambridge, escreveu em 1986: “A Matemática é a chave abstrata que abre as portas ao Universo Físico” (Devlin, 2002, pág. 13). Muitos dos Físicos mais importantes ao longo da história foram também Matemáticos.

Couto (2007) em seu trabalho, Contributos para a interdisciplinaridade no ensino da Física e da Matemática, faz um apanhado histórico da relação entre a Matemática e a Física, afirma que já na Antiguidade não havia lugar a uma distinção nítida entre Matemáticos (geômetras), Físicos (cientistas naturais) e Filósofos. Entre todos os pensadores gregos sobressai Aristóteles (384-322 a.C.), que fundou em Atenas o Liceu, onde ensinava ciências naturais e filosofia. No campo da Física aceitou a teoria das esferas celestes supondo que estas esferas tinham existência física real. Aceitou também a suposição de Empédocles em relação aos quatro elementos (terra, água, ar e fogo) sugerindo um quinto elemento – o éter – do qual todo o espaço celeste seria formado. Para Aristóteles o mais pesado dos objetos era o que teria maior tendência de adquirir mais rapidamente o seu próprio lugar de origem, isto é acreditava que o objeto mais pesado cairia mais rapidamente que o mais leve.

O apanhado histórico realizado por Couto (2007) se estende até o sec XX.

Arquimedes (288-212 a.C.), criou um método para calcular o número  $\pi$ . Em Física, estabeleceu as leis fundamentais da estática e da hidrostática que

foram enunciadas no seu Tratado dos Corpos Flutuantes. Em mecânica são lhe atribuídas algumas invenções tais como a rosca sem fim, a roda dentada, a roldana móvel e a alavanca.

René Descartes (1596-1650), filósofo que mais influenciou o pensamento do mundo ocidental, deu início ao racionalismo moderno partindo do conceito de Cogito (Cogito ergo sum!). Na Matemática, criou a geometria analítica, introduzindo a álgebra na geometria. No campo da Física, Descartes pesquisou nas áreas da óptica e da mecânica, tendo, nesta última, elaborado um conjunto de leis e definições com as quais imaginava descrever e explicar os movimentos (isso, na primeira metade do século XVII, antes, portanto, de Newton escrever o seu principal trabalho, o Princípios Matemáticos da Filosofia Natural, no qual enuncia as suas leis).

O século XVII, entre 1610 e 1690, viu nascer ao mesmo tempo o cálculo infinitesimal e a ciência do movimento. Isaac Newton, na Inglaterra, e Gottfried Leibniz, na Alemanha, desenvolveram o cálculo diferencial para descrever o movimento dos corpos, fossem estes maçãs ou luas.

Jean-Baptiste Joseph Fourier, Matemático e Físico francês, ficou célebre por iniciar a investigação das séries que receberam o seu nome e a sua aplicação aos problemas da condução do calor (COUTO, 2007, pag 7).

O Matemático alemão Hermann Grassmann, no seu livro *Ausdehnungslehre*, publicado em 1844, descreveu a sua teoria, sobre a álgebra vetorial; tal como Keith Devlin sublinha no seu livro *Matemática - A Ciência dos padrões: A Física incentivou o desenvolvimento de uma álgebra de vetores* (Devlin, 2002)..

Blaise Pascal (1623-1662), Filósofo, Físico e Matemático francês, especializou-se em cálculos infinitesimais. Realizou experiências sobre sons que resultaram num pequeno tratado (1634). Publicou *Essay pour les coniques* (1640), contendo o célebre teorema de Pascal.

André-Marie Ampère (1775-1836), Físico, Filósofo e Matemático francês, deixou obras importantes principalmente no domínio da Física descobrindo as leis que regem as atrações e repulsões das correntes elétricas entre si.

Johann Friedrich Gauss (1777-1855), Matemático, Astrônomo e Físico alemão, obteve avanços significativos em geometria e na aplicação da matemática para a teoria Newtoniana da atração e eletromagnetismo. A Lei de Gauss da distribuição normal de erros com a sua curva em forma de sino é hoje uma ferramenta essencial no campo da estatística.

Em 1873, James Clerk Maxwell (1831-1879), Físico e Matemático, britânico publica o livro intitulado *A Treatise on Electricity & Magnetism*, no qual

apresenta a formulação matemática das leis empíricas do eletromagnetismo, que ficaram conhecidas como as Equações de Maxwell.

Albert Einstein (1879-1955) nunca teria conseguido formular a sua teoria geral da relatividade se não tivesse estudado profundamente cálculo tensorial, que era algo completamente desconhecido da imensa maioria dos Físicos da sua época.

Paul Adrien Maurice Dirac, (1902-1984) engenheiro e matemático britânico, em 1926 desenvolveu uma Mecânica Quântica que englobava a Mecânica Matricial de Heisenberg com a Mecânica Ondulatória de Schrödinger num único formalismo matemático. Em 1928, desenvolveu a chamada Equação de Dirac, que descreve o comportamento relativista do elétron, tendo previsto a existência do pósitron, a antipartícula do elétron (COUTO, 2007, pag 8).

Ainda hoje, a fronteira entre Físicos e Matemáticos, é de difícil distinção. Vejamos, por exemplo, o caso do estudo da chamada Teoria de cordas que foi iniciado na década de sessenta. Essa teoria propõe unificar toda a Física e unir a Teoria da Relatividade e a Teoria Quântica numa única estrutura Matemática. A Teoria de Cordas é um exemplo de teoria Matemática aguardando indícios empíricos da sua realidade física e, ao mesmo tempo, um exemplo de conjunto de ideias em Física impulsionando a pesquisa Matemática, principalmente nas áreas de Topologia e Geometria Diferencial (Couto, 2007)

Observa-se dessa forma que a Física desde sempre contribuiu fortemente para o desenvolvimento da Matemática, sendo inúmeros os grandes Matemáticos cuja obra foi impulsionada, em grande parte, por problemas originários da Física. Temos, por exemplo, nomes como os de Newton, Euler, Laplace, Gauss, e Riemann, que remontam a um tempo no qual as Ciências Naturais envolviam a Física e a Matemática de modo quase indistinto, até nomes mais recentes como os de Poincaré, Hilbert, Kolmogorov, John von Neumann, Atiyah e Alain Connes.

A complexidade de certos modelos físicos exige que eles sejam expressos em termos altamente abstratos. Assim, a estreita relação que se estabelece entre a Física e a Matemática torna difusos os limites entre as duas Ciências. Os conceitos da mecânica quântica e da física de partículas, ainda que parcialmente apoiados na experimentação, muitas vezes surgem a partir da pura abstração Matemática.

## **2.5 Perspectiva Educacional da Interdisciplinaridade entre Física e a Matemática**

Atualmente, o Ensino Médio encontra-se organizado em três áreas: Ciências da Natureza e Matemática, Ciências Humanas e Linguagem e Códigos. Em qualquer uma dessas três áreas, a escola busca preparar o aluno para vida, qualificar para o exercício da cidadania e preparar para o aprendizado permanente, independentemente da escolha desse aluno para seu futuro, prosseguir com seus estudos ou ingressar no mercado de trabalho.

Esse objetivo de uma formação mais geral para o estudante implica em uma ação mais articulada entre as disciplinas. Estas novas atitudes não são compatíveis com as antigas ideias de trabalhos isolados, sendo realizados no interior de cada disciplina, como acontecia no antigo segundo grau, onde a responsabilidade pela interligação entre as disciplinas era deixada para a universidade. Na nova perspectiva, essas características devem ser garantidas já no ensino médio, é com essas novas atitudes e determinações que surgem às ideias de contextualização e de interdisciplinaridade aplicadas ao Ensino Médio.

Mello (2002) afirma que a interdisciplinaridade e a contextualização são duas faces inseparáveis do processo de transformação do conhecimento para um conhecimento escolar. Deve-se destacar que a disciplina escolar não é o conhecimento científico e sim parte dele. Quando se ensina determinada disciplina na escola ela vem acrescida de procedimentos que possibilitam esse aprendizado.

Para fazer interdisciplinaridade é necessário que nela esteja contida a contextualização, assim como, não é possível contextualizar sem uma ligação entre disciplinas. Estes dois conceitos estão ligados, não sendo possível fazê-los separadamente.

Ao analisarmos determinado fenômeno no mundo que nos cerca, ele não vem separado por disciplinas como Física, Química ou Matemática. Essas áreas do conhecimento acontecem ao mesmo tempo, sem que seja possível separá-las, mas devido à sua complexidade, dividem-se os fenômenos em áreas específicas do conhecimento. Para Fortes (2009), o mundo que nos cerca é interdisciplinar. Mas, muitas vezes, essa separação em disciplinas pode prejudicar muito o aprendizado dos alunos. No ensino formal, o caráter disciplinar dificulta a aprendizagem, não



estimula o desenvolvimento da inteligência, a resolução de problemas e o estabelecimento de conexões entre os fatos, isto é, de pensar sobre o que está sendo estudado.

Sobre o tema, os PCN's destacam que:

Cada disciplina ou área de saber abrange um conjunto de conhecimentos que não se restringem a tópicos disciplinares ou a competências gerais ou habilidade, mas constituem-se em sínteses de ambas as intenções formativas. Ao se apresentarem dessa forma, esses temas estruturadores do ensino disciplinar e seu aprendizado não mais se restringem, de fato, ao que tradicionalmente se atribui como responsabilidade de uma única disciplina. Incorporam metas educacionais comuns às várias disciplinas da área e das demais e, também por isso, tais modificações de conteúdo implicam modificações em procedimentos e métodos, que já sinalizam na direção de uma nova atitude da escola e do professor. (BRASIL, MEC, 2002, p.13)

A interdisciplinaridade é compreendida de uma forma geral como uma intercomunicação entre as diferentes disciplinas do currículo escolar, como observa-se em:

à interdisciplinaridade faz-se mister a intercomunicação entre as disciplinas, de modo que resulte uma modificação entre elas, através de diálogo compreensível, uma vez que a simples troca de informações entre organizações disciplinares não constitui um método interdisciplinar. Japiassú (apud Alves, 2004, p.141).

Para que ocorra a interdisciplinaridade não se trata de eliminar as disciplinas, trata-se de torná-las comunicativas entre si, concebê-las como processos históricos e culturais, e sim torná-la necessária a atualização quando se refere às práticas do processo de ensino-aprendizagem. Fortes (2009, p.4).

Interdisciplinaridade é definida como interação existente entre duas ou mais disciplinas, verificamos que tal definição pode nos encaminhar da simples comunicação das ideias até a integração mútua dos conceitos chave da epistemologia, da terminologia, do

procedimento, dos dados e da organização da pesquisa e do ensino, relacionando-os. Fazenda (2008, p.18)

Com prática do currículo escolar, a interdisciplinaridade se divide basicamente em dois níveis. Um mais simples que diz respeito a descrever e explicar um mesmo fenômeno por visões de diferentes disciplinas, ou seja, com esse tipo de atividade, o que há em comum entre as disciplinas é o tema a ser abordado. Nesse nível o aluno pode até adquirir conhecimentos e competências, mas não aprende a utilizá-los em situações pertinentes. Um segundo nível, esse sim um pouco mais complexo, não tem a intenção apenas de explicar determinado fenômeno de acordo com cada disciplina, mas vai mais além, ao estudar as relações entre as diferentes formas de conhecer o fenômeno, ou seja, poder reconstruir o fenômeno com a interferência de cada disciplina, resultando em um conhecimento mais complexo e que traga significado ao aprendizado.

Entretanto, na área das ciências a questão da interdisciplinaridade não pode ficar somente restrita à comunicação entre disciplinas, pois, ela tem uma aplicabilidade que permite que seus conhecimentos sejam utilizados em situações do cotidiano e é neste momento que se pode falar sobre a contextualização.

Contextualizar é uma parte fundamental do aprendizado, não há nada no mundo real que não possa ser ligado a algum conteúdo do Ensino Básico, pois esses conteúdos foram estabelecidos como recortes do conhecimento cultural, histórico e científico da sociedade. Deste modo, esta prática é muito importante, pois, quanto mais próximo estiver o que está sendo estudado com a vida pessoal do aluno, mais significativo será o aprendizado.

Dessa forma, contextualizar significa incorporar ao tema tratado experiências concretas já vivenciadas, para que essas possam proporcionar o aprendizado de novas situações não vivenciadas. Não é mais possível ensinar qualquer conteúdo totalmente desvinculado da realidade, utilizando-se somente de fórmulas, datas e equações. É necessário que esses conteúdos sejam significativos para o aluno.

De acordo com o PCNEM

Essa articulação interdisciplinar, promovida por um aprendizado com contexto, não deve ser vista como um produto suplementar a ser oferecido eventualmente se der tempo, porque sem ela o

conhecimento desenvolvido pelo aluno estará fragmentado e será ineficaz. É esse contexto que dá efetiva unidade a linguagens e conceitos comuns às várias disciplinas, seja a energia da célula, na Biologia, da reação, na Química, do movimento, na Física, seja o impacto ambiental das fontes de energia, em Geografia, a relação entre as energias disponíveis e as formas de produção, na História. Não basta, enfim, que energia tenha a mesma grafia ou as mesmas unidades de medida, deve-se dar ao aluno condições para compor e relacionar, de fato, as situações, os problemas e os conceitos, tratados de forma relativamente diferente nas diversas áreas e disciplinas. (BRASIL, MEC, 2002, p.31)

Contextualizar é colocar em contexto. Assim, cada professor contextualiza de acordo com suas experiências e sua realidade. É um ato particular. Segundo PCNEM, de forma geral, a contextualização nas ciências abarca competências de inclusão da ciência, de suas tecnologias e aplicabilidades em um processo histórico, social e cultural, reconhecendo e discutindo os aspectos práticos e éticos da ciência no mundo contemporâneo. De acordo com Teixeira e Razera,

nota-se uma crescente necessidade de que as ciências sejam ensinadas de uma maneira mais interdisciplinar e contextualizada, ou seja, nos dias atuais não é mais possível ensinar qualquer disciplina de Ciências sem que este ensinamento esteja vinculado ao conhecimento de outras disciplinas ou a situações ligadas ao cotidiano do aluno. (Teixeira e Razera, 2009, p.167)

Os Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Médio (PCNEM), reforçaram para o meio educacional a necessidade de integrar as disciplinas por intermédio de práticas interdisciplinares. A ênfase dada à interdisciplinaridade tornou-se cada vez mais presente no vocabulário dos professores e na literatura referente às práticas pedagógicas.

Este trabalho tem um interesse em particular pelo ensino contextualizado e interdisciplinar entre as disciplinas de Matemática e Física, visto que esta segunda pode ser utilizada como exemplos da aplicabilidade da primeira em situações reais vivenciadas pelos alunos e também pelo fato de depender muito dos conhecimentos matemáticos para que possa ser entendida e desenvolvida. Não será possível ao

aluno resolver problemas da disciplina de Física que exijam cálculos, sem que este tenha o conhecimento das ferramentas matemáticas adequadas que serão a base do desenvolvimento destes cálculos.

Segundo Lavaqui (2008), a interdisciplinaridade vem nos últimos anos sendo apontada como uma das possíveis soluções para a melhoria da qualidade do processo de ensino e aprendizagem no ensino das ciências.

Ao analisar os conteúdos propostos no currículo de Física aplicados nas séries do Ensino Médio, verificamos que as ferramentas matemáticas necessárias ao desenvolvimento desses conteúdos muitas vezes não estão alinhadas no tempo entre as duas disciplinas, dificultando a interdisciplinaridade, sendo apresentadas muitas vezes antes ou depois do momento necessário destas no ensino da Física.

Pozzo (2009), comenta que no dia a dia da sala de aula, é comum observar que os alunos perdem o interesse necessário ao aprendizado da Física quando esta começa a fazer uso da Matemática. Enquanto se trabalha a teoria, tudo parece caminhar bem, os alunos estão motivados, prestam atenção e se interessam pelo conteúdo. Mas, quando começam a aparecer os exercícios, que dependem de ferramentas matemáticas, toda a motivação parece desaparecer.

Os alunos perdem o interesse pelo que estão estudando quando não conseguem entender o que esta sendo dito. A contextualização pode auxiliar muito na motivação dos alunos, visto que vai utilizar exemplos e experiências que são do cotidiano e do interesse deles. Logo, é necessário proporcionar a eles esse fator motivador.

Mais à frente neste trabalho, apresentaremos um quadro apresentando os conteúdos de Matemática e Física estudados no Ensino Médio, buscando traçar um paralelo entre as disciplinas na tentativa de subsidiar as atividades interdisciplinares apresentadas.

### **3 METODOLOGIA DE PESQUISA**

#### **3.1 Os "Caminhos" da Pesquisa**

##### **3.1.1 Tipo de estudo**

Levando em consideração que a escolha metodológica é de fundamental importância em qualquer trabalho de pesquisa tendo papel relevante para sua efetivação e com o intuito de melhor atender aos objetivos deste estudo, optou-se por uma abordagem quantitativa e qualitativa. Levando em conta que,

pensar em pesquisa quantitativa e em pesquisa qualitativa significa, sobretudo, pensar em duas correntes paradigmáticas que têm norteado a pesquisa científica no decorrer de sua história. Tais correntes se caracterizam por duas visões centrais que alicerçam as definições metodológicas da pesquisa em ciências humanas nos últimos tempos. São elas: a visão realista/objetivista (quantitativa) e a visão idealista/subjetivista (qualitativa), (QUEIROZ, 2006, p. 88).

O método quantitativo transcreve em números e/ou tabelas e/ou gráficos as informações colhidas que serão classificadas e analisadas utilizando-se de técnicas estatísticas, levando em consideração a possibilidade de expansão da interpretação para a população de onde a amostra foi extraída. É considerado uma opção importante a ser adotada, tornando-se, assim, uma informação segura para futuros pesquisadores.

Segundo Gil (2002), a pesquisa quantitativa caracteriza-se pelo processo de quantificação, tanto no processo de coleta de informações como no tratamento destas por intermédio de técnicas estatísticas e procedimentos matemáticos.

Encontram-se normalmente na abordagem quantitativa questões fechadas, objetivas, que geralmente apresentam respostas prontas e padronizadas, levando os sujeitos da pesquisa a opinarem de forma específica sobre a temática tratada. Ainda, segundo Oliveira (2001, p. 115):

O método quantitativo significa quantificar opiniões, dados, nas formas de coleta de informações, assim como também com o emprego de recursos e técnicas estatísticas desde a mais simples, como percentagem, média, moda, mediana e desvio padrão, até as de uso mais complexo, como coeficiente de correlação, análise de regressão.

Assim, uma forma de se aplicar a Pesquisa Quantitativa é identificar quantas pessoas de um determinado grupo ou população dividem uma mesma característica ou um conjunto de características. Essa pesquisa é mais indicada para a necessidade de avaliar preferência, atitudes, opiniões e também comportamentos.

Para Luna (2002) “a análise de dados quantitativos e dos cruzamentos entre as diversas informações coletadas vão produzir algo qualitativo, vão possibilitar ao pesquisador tirar conclusões que não poderiam ser tiradas sem o levantamento e o cruzamento de informações quantitativas”. É nesse intuito que a pesquisa qualitativa também é utilizada, já que vem para complementar o que a pesquisa quantitativa não pode descrever, haja vista que

A pesquisa qualitativa responde a questões muito particulares, ela se preocupa, nas ciências sociais, com um nível de realidade que não pode ser quantificado. Ou seja, ela trabalha com o universo de significados, motivos, aspirações, crenças valores e atitudes o que corresponde a um universo mais profundo das relações dos processos e dos fenômenos que não podem ser reduzidos a operacionalização de variáveis (MINAYO, 2004, p. 21).

Moreira (apud Oliveira, 2009, p. 14) tratando deste tema, aborda as características básicas de uma pesquisa qualitativa, apresentando um sumário com seis itens, para ele

a pesquisa qualitativa inclui: 1) A interpretação como foco. Nesse sentido, há um interesse em interpretar a situação em estudo sob o olhar dos próprios participantes; 2) A subjetividade é enfatizada. Assim, o foco de interesse é a perspectiva dos informantes; 3) A flexibilidade na conduta do estudo. Não há uma definição a priori das situações; 4) O interesse é no processo e não no resultado. Segue-se uma orientação que objetiva entender a situação em análise; 5) O contexto como intimamente ligado ao comportamento das pessoas na formação da experiência; e 6) O reconhecimento de que há uma influência da pesquisa sobre a situação, admitindo-se que o pesquisador também sofre influência da situação de pesquisa.

Dessa forma, com o intuito de melhor atender aos objetivos, que este estudo trará tal abordagem, já que se pretende ter detalhes que só nesse tipo de pesquisa pode ser alcançado. Richardson (1999), caracteriza a pesquisa qualitativa como a tentativa de

uma compreensão detalhada dos significados e características situacionais apresentadas pelos entrevistados.

Portanto, essas duas abordagens vêm auxiliar na identificação dos elementos constituintes do objeto estudado, estabelecendo a estrutura e a evolução das relações entre os elementos. Assim, será levado em conta as percepções dos informantes para enriquecer, auxiliando na elaboração e construção deste estudo.

### **3.1.2 Sujeitos e Cenário de estudo**

Conforme já mencionamos anteriormente, este estudo foi desenvolvido utilizando-se como sujeitos da pesquisa alunos de duas turmas do 2º Semestre do Curso de Engenharia Civil da Faculdade Tecnologia e Ciências - FTC no Campus de Jequié-BA, turno Noturno., discentes da disciplina de Física Geral e Experimental I. Sendo na Turma A, 48 alunos e na Turma B, 38.

A escolha desse grupo se deu devido ao fato de o pesquisador ser também o professor destes sujeitos na referida disciplina. O que favoreceu, diante da percepção da problemática apresentada pela inexistência do laboratório de Física na instituição, o desenvolvimento da pesquisa.

Segundo Richardson (1999), a escolha de um local adequado para a pesquisa e a familiaridade do pesquisador com os membros dos grupos são aspectos fundamentais da pesquisa qualitativa. Assim, o campo de estudo, ou cenário, serve para auxiliar o pesquisador na apreensão dos dados sobre o objeto de estudo que não foram percebidos durante a aplicação dos questionários. No caso da pesquisa em questão a escolha do grupo e do cenário se deu em função dessa familiaridade sobre a qual Richardson (1999) comenta.

Para Minayo (1993, p. 105) “campo é o recorte espacial que corresponde à abrangência, em termos empíricos, de recorte teórico correspondente ao objeto de investigação”. Desse modo corresponde ao local em que o pesquisador encontrará os sujeitos adequados para sua investigação científica.

Ao iniciar a disciplina de Física Geral I com o referido grupo, a utilização do software *Modellus*, a princípio, era só uma maneira de sanar as dificuldades encontradas ao ministrar as aulas práticas da disciplina, devidas à inexistência de laboratório na

instituição. Entretanto o uso do recurso tecnológico e da modelagem dos experimentos extrapolou as expectativas iniciais ensejando a realização deste estudo relatando a tentativa de solução do problema através da utilização do software *Modellus* na modelagem de experimentos de Mecânica Clássica, tais como cinemática vetorial, dinâmica, aplicações das Leis de Newton e movimento circular. Desse modo, diante dos resultados observados, sobretudo em relação ao desempenho e participação dos alunos, foi possível perceber que essa ferramenta mostrou-se bastante útil, o que nos motivou a realização do presente trabalho apresentando resultados obtidos através da aplicação de questionários e das observações da aplicação das atividades, bem como propor um conjunto de atividades que possam ser desenvolvidas em salas de aula do Ensino Médio por outros professores.

### **3.4 Instrumentos para coleta de dados**

Para a melhor condução deste estudo foi escolhidos como instrumento de coleta de dados um questionário aplicados após a aplicação de cinco atividades utilizando o software *Modellus* na modelagem de experimentos da Mecânica Clássica.

Assim, o instrumento utilizado permitiu um conjunto de informações que possibilitou melhor compreensão, em termos quantitativos e qualitativos daquilo que desejávamos investigar. Segundo Richardson (1999), a necessidade de conseguir extensiva e completa informação é que indicará a escolha das melhores técnicas. A função destas técnicas consiste em identificar aspectos ou pontos que facilitem a reformulação do produto.

Dessa forma, para cada grupo foi utilizado um questionário, presente no apêndice, aplicados após as atividades apresentadas no item 3.4. O questionário tratou de perguntas que buscavam do entrevistado seu conhecimento prévio do software *Modellus*, sua impressão em relação à utilização deste na modelagem dos experimentos, bem como sua opinião a respeito da eficácia desta utilização.

Lakatos e Marconi (2000) afirmam que o questionário é um instrumento de coleta de dados constituído por uma série de perguntas, que devem ser respondidas por escrito e sem a presença do entrevistador. Tal instrumento apresenta vantagens na sua aplicação, visto que este consiste numa técnica de interação entre a pessoa que



requer informações e o informante. Tal questionário é construído com perguntas aplicadas de maneira direta e individual para assegurar a fidedignidade dos dados.

### **3.5 Técnica para análise de dados**

Conforme especificamos anteriormente, esta pesquisa é de natureza qualitativa e quantitativa. Assim, para análise foi necessário quantificar os dados, objetivando compreender o que tais informações representaram. De acordo com Lakatos e Marconi (2000), análise é a tentativa de evidenciar as relações existentes entre o fenômeno estudado e outros fatores.

Após a coleta de dados a análise foi iniciada pela transcrição das respostas obtidas, seguida da construção de gráficos. Como pode ser verificado, os dados para análise foram retirados da observação das atividades e das respostas dadas no questionário. A análise quantitativa se expressa nos percentuais de alunos e respostas obtidos através dos dados coletados. E, a qualitativa através da compreensão e reflexão sobre esses dados expressos na análise.

### **3.6 Aspectos Éticos**

Buscou-se cumprir os aspectos éticos, respaldado na Resolução 196/96 que aprovou as diretrizes e normas regulamentadoras de pesquisas envolvendo seres humanos que incorpora, sob a ótica do indivíduo e das coletividades, os quatro referenciais básicos da bioética: autonomia, não maleficência, beneficência e justiça, entre outros, e visa assegurar os direitos e deveres que dizem respeito à comunidade científica, aos sujeitos da pesquisa e ao Estado.

Foram respeitados os valores morais, culturais, religiosos, sociais, éticos bem como hábitos e o costume. A pesquisa não ofereceu riscos aos sujeitos garantindo o seu anonimato mediante a não divulgação de nomes, protegendo assim sua imagem. Contou com o consentimento livre e esclarecido do sujeito da pesquisa e/ou seu representante legal e em qualquer momento da pesquisa o sujeito pode desistir da sua participação, além de ter livre acesso aos resultados.

### 3.2 A Escolha Do *Modellus* E Elaboração Das Atividades - Explorando O Software

O *Modellus* surgiu como ideia quando, na busca por vídeos na internet que pudessem ilustrar experimentos para serem utilizados nas primeiras aulas, uma animação se mostrou bastante atrativa devido à possibilidade de interação e da clareza de informações trazidas por esta. Ao consultar as fontes de tal material chegamos ao referido software.

O software *Modellus* foi desenvolvido por Teodoro, Vieira & Clérigo (1997), é considerado didático e possibilita a seus usuários experiências com os modelos matemáticos, focando não só os cálculos, mas a interpretação dos resultados desses modelos de forma dinâmica e interativa (Araújo, 2005).

O *Modellus* foi desenvolvido especialmente para a modelagem computacional em Matemática e Ciências, tem distribuição gratuita e fácil utilização, mesmo por aprendizes sem conhecimento e destreza no uso de computadores. Neste trabalho utilizaremos a versão *Modellus* X 05 (Disponível para download em <http://Modellus.co/index.php/en/>, acessado em 20/11/2013).

A opção de se utilizar o software *Modellus* foi, ainda, motivada pelo fato de o aplicativo dispensar o uso de linguagem de programação. Requer uma linguagem semelhante à linguagem matemática empregada na descrição de leis físicas. Com ele, alunos e professores podem criar animações e explorar modelos matemáticos aplicáveis a diversos fenômenos naturais, controlar as variáveis e observar as representações gráficas. Assim, para usar o *Modellus*, os estudantes não precisam aprender uma linguagem de programação, nem se familiarizar com metáforas computacionais pouco comuns. Uma das principais características do software é permitir a exploração de múltiplas representações do objeto em estudo (Medeiros, 2002).

O *Modellus* vem sendo utilizado por muitos professores em atividades de sala de aula e encontram-se inúmeras atividades já elaboradas, entretanto não são abundantes as pesquisas que visam investigar o ganho em termos de aprendizagem com o uso da ferramenta.

Araújo (2002) realizou um estudo sobre o desempenho de alunos de Física usuários da ferramenta computacional *Modellus* na interpretação de gráficos em Cinemática,

onde foi proposto um conjunto de atividades de simulação e modelagem computacionais, apresentadas na forma de situações-problema e desenvolvidas com o software *Modellus*, que foram utilizadas como um complemento instrucional em uma área problemática do ensino de Física (Araújo & Veit, 2005). O estudo envolveu alunos do primeiro semestre do curso de Física da UFRGS. Seus resultados mostram que houve melhorias estatisticamente significativas no desempenho dos alunos do grupo experimental, quando comparado aos alunos do grupo de controle, expostos apenas ao método tradicional de ensino.

### 3.3 O estudo do Software e construção de um "caminho" seguro

Escolhido o software foi preciso conhecê-lo em mais detalhes, explorar as ferramentas, conhecer cada função do menu, testar e criar atividades. Essa fase foi importante e necessária antes da exposição em sala de aula para toda a turma. Assim, a seguir apresentamos um breve tutorial do *Modellus* exibindo as principais telas e comandos.



Figura 2 - Tela de abertura do *Modellus*

O *Modellus* se inicia com a apresentação da tela abaixo, onde é exibida um *área de trabalho* com as principais janelas utilizadas na modelagem.

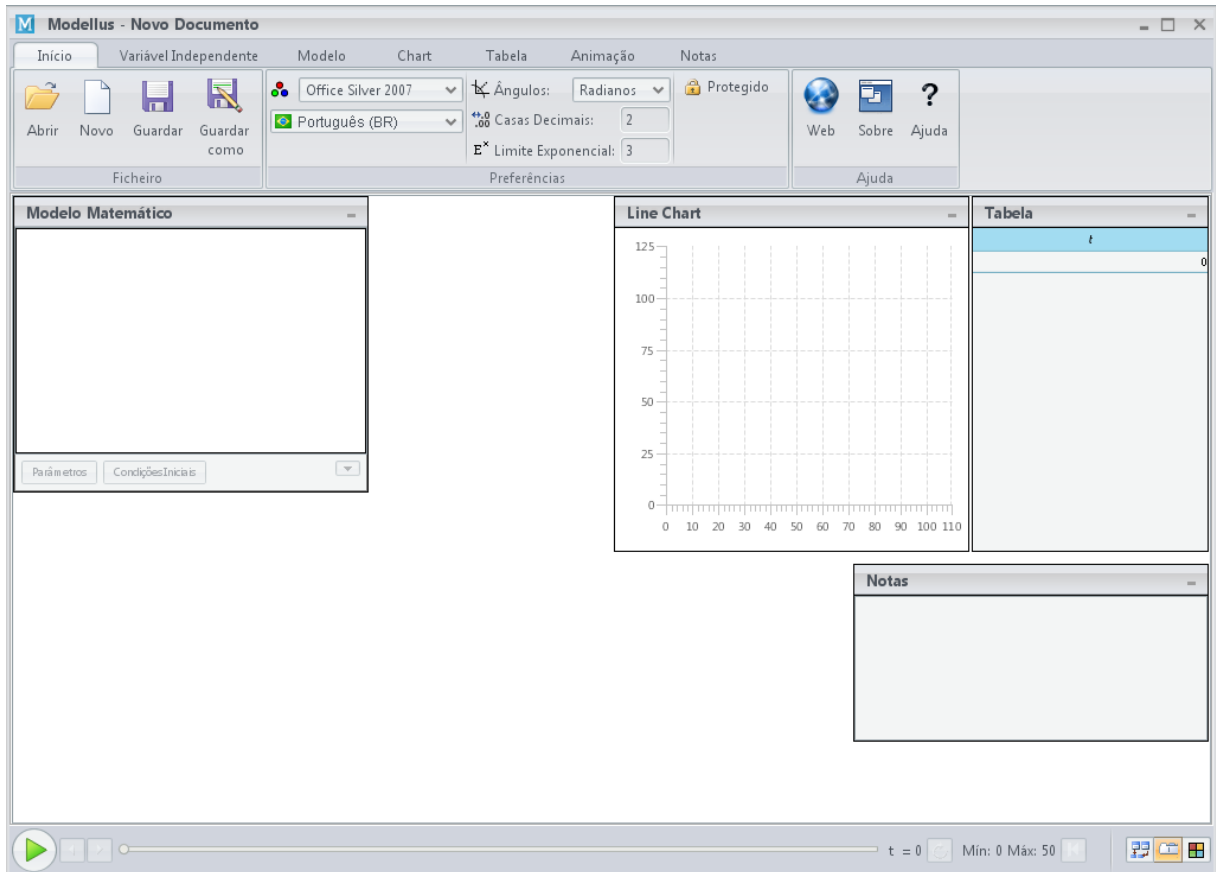


Figura 3 - Tela inicial do *Modellus*

**Menus do *Modellus*** - Acima da tela inicial temos a *barra de menu* onde são apresentados comandos básicos na aba *Início* e comandos relacionados à modelagem através das abas – *Variável Independente* – *Modelo* – *Chart* – *Tabela* – *Animação* e *Notas*, que serão vistas em seguida.

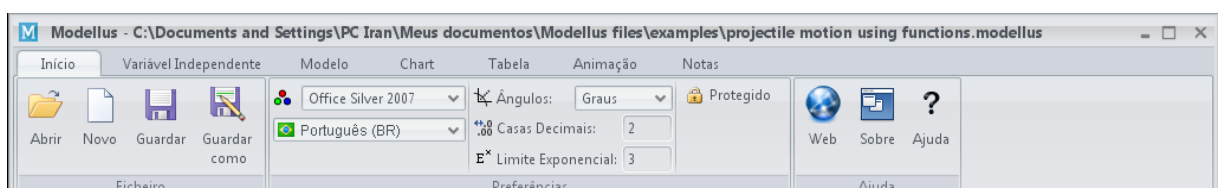


Figura 4 - Menu do *Modellus*

**Aba Variável Independente** – Aqui uma das principais funcionalidades do *Modellus* é apresentada. O uso da variável independente 't' permite a construção de gráficos criando uma situação interativas com uma linha de tempo, conforme será apresentado mais à frente nas modelagens dos experimentos desenvolvidos em sala de aula.

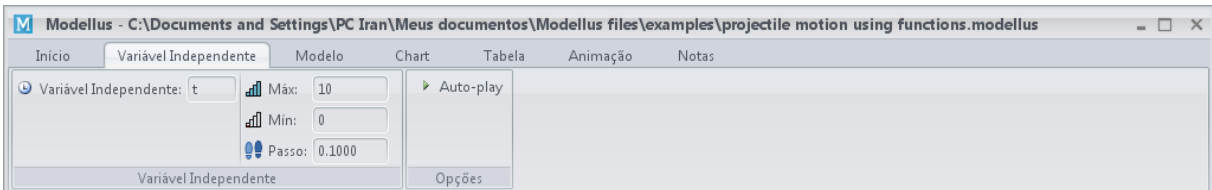


Figura 5 - Aba Variável Independente

**Janela modelo:** É onde o usuário insere as funções ou equações do modelo. Ao selecionar esta janela é ativada a aba de mesmo nome na barra de menu onde existem botões que auxiliam a digitação das equações do modelo - *Potência*, *Raiz Quadrada*, *Taxa de Variação*, *Constantes Matemática* etc. Após a digitação das equações, para inseri-las no software é necessária a utilização do botão “interpretar”, o qual valida as funções, verificando se há algum erro de sintaxe com as equações. As figuras abaixo mostram a janela e a aba *Modelo*:

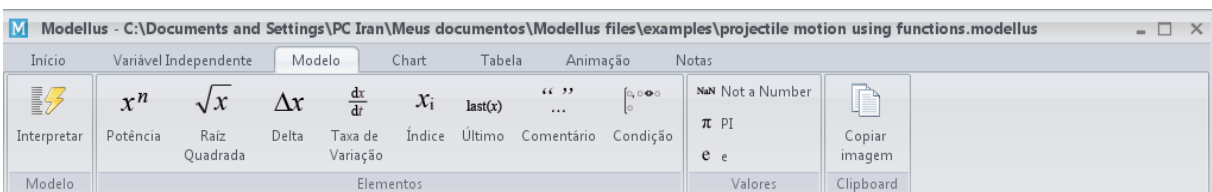


Figura 6 - Aba Modelo

**Modelo Matemático**

$$x = v_{0x} \times t$$

$$y = v_{0y} \times t + \frac{1}{2} \times a_y \times t^2$$

$$a_y = -g$$

$$a_x = 0$$

$$g = 10$$

$$v_x = v_{0x}$$

$$v_y = v_{0y} + a_y \times t$$

$$v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2}$$

$$\text{angle} = \arctan\left(\frac{v_{0y}}{v_{0x}}\right)$$

$$E_c = \frac{1}{2} \times m \times v^2$$

$$E_p = m \times g \times y$$

$$m = 0.1$$

Parâmetros    Condições Iniciais

Figura 7 - Janela – Modelo Matemático

**Janela Chart** – Permite Visualizar uma ou mais variáveis graficamente. Ao selecioná-la ativamos a *Aba Chart* que apresenta controles de configuração dos gráficos apresentados pelo *Modellus*, como cor, espessura da linha entre outros.

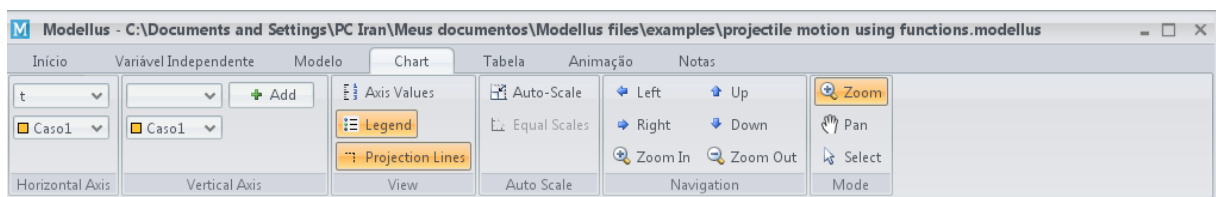


Figura 8 - Aba Chart

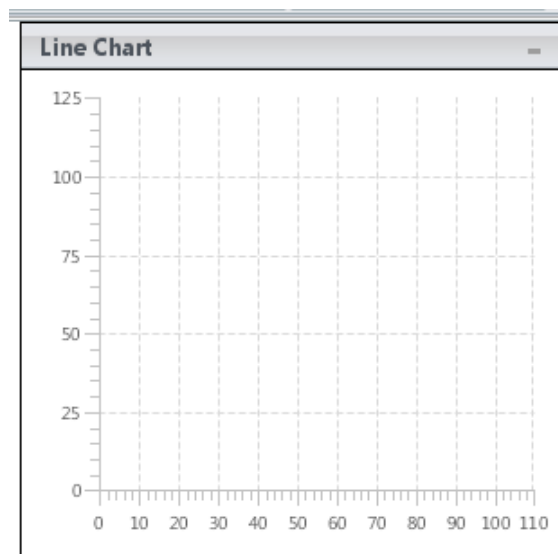


Figura 9 - Janela - Chart

**Janela Tabela** – Ao interpretar as equações o software cria um gráfico e gera a tabela de dados com a extensão (.dat) do modelo que está sendo simulado, na Aba *Tabela* são disponibilizados comando que permitem a alteração de formatação dos dados exibidos.

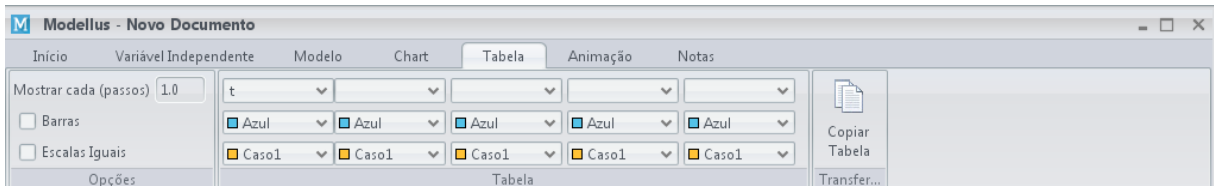


Figura 10 - Aba Tabela

t
0

Figura 11 - Janela – Tabela

**Aba Animação** – Aqui são apresentadas as principais funcionalidades do *Modellus*, nesta aba encontramos as opções de incluir objetos, como partículas, ou, ainda, objetos que variam de bolas de basquete ao planeta terra. Além destes, é possível incluir vetores, textos, imagens, uma caneta que desenha o gráfico dinamicamente, indicador de nível, além de outros que serão detalhados dentro dos experimentos apresentados.

Cada um destes objetos inseridos são vinculados a alguma variável na Janela *Modelo*, apresentada anteriormente.

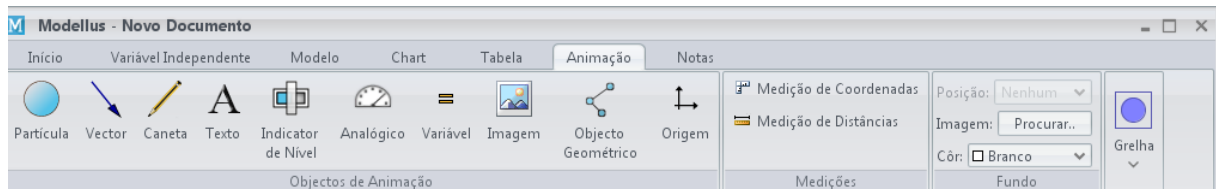


Figura 12 - Aba Animação

**Aba Notas** – Nesta aba há opções que permitem inserir notas, possibilitando desde anotações de dados para referências futuras a simples orientações sobre o modelo.

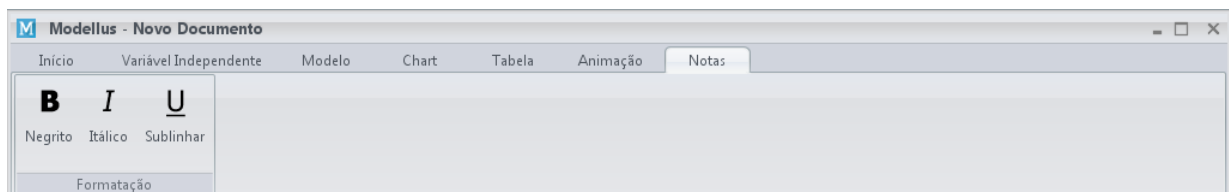


Figura 13 - Aba Notas

**Barra de Tarefas** – Aqui o software disponibiliza os controles de animação. Neles, o usuário dá *play* no modelo acionando a linha do tempo, fazendo as funções inseridas percorrerem um intervalo estabelecido da variável independente  $t$ . São disponibilizado os botões de – *Iniciar/Parar* – *Avançar/Regredir* – *Reset* – *Replay*, além das opções de minimizar janelas e ocultar a barra de tarefas.

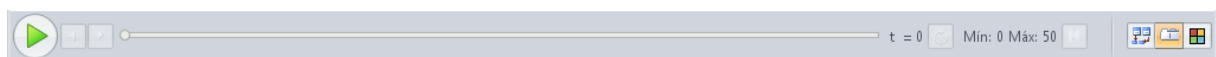


Figura 14 - Barra de Tarefas

### 3.4 O desenvolvimento das atividades

Após a fase de estudo e adaptação ao software, veio a construção de atividades. Como já dito anteriormente, o objetivo geral desta pesquisa foi elaborar um conjunto de atividades que possam ser aplicadas em sala de aula, usando-se o software *Modellus* na modelagem de experimentos de Mecânica Clássica. Todavia, para elaboração dessas atividades partiu-se da experiência realizada em uma situação real de ensino, com alunos da Disciplina Física Geral I, de um curso Engenharia Civil. Nessa disciplina estão presentes os mais diversos conteúdos de Matemática,



com destaque para as funções afim, quadrática, exponenciais e trigonométricas, além de conceitos de Cálculo Diferencial e Integral e da Álgebra Linear.

Dessa forma, apresentaremos aqui as atividades que foram construídas visando a modelagem de alguns experimentos que foram utilizados na referida disciplina.

### **3.4.1 Atividade 01 - Modelagem do Experimento de Observação de Objetos em Queda Livre**

Conforme demonstrado por Galileu no Século XIV através da utilização do Método Científico, derrubando conceitos estabelecidos por Aristóteles mais de 1800 anos antes, a massa de um corpo não influencia no tempo de queda de um objeto no vácuo. Tal conceito, introdutório no estudo da Mecânica Clássica, contraria muitas vezes o senso comum dos alunos, que intuitivamente tendem a manter o pensamento aristotélico advindo da experiência cotidiana. Neste ponto, a demonstração experimental de tal fato se faz muito importante para se ilustrar tais conceitos e constatar que Galileu estava correto em suas afirmações.

Assim, a mera exposição (aula tradicional) dessa equação não costuma motivar os alunos. Fica a impressão de que as leis físicas são apenas equações matemáticas estáticas para serem memorizadas, além de gerarem muitas vezes interpretações equivocadas.

Matematicamente, a queda livre de um corpo pode ser descrita através da seguinte função quadrática:

$$h = h_0 + v_0 t - \frac{gt^2}{2}$$

Onde  $h$  e  $h_0$  representam altura final e altura inicial do corpo, respectivamente,  $v_0$  a velocidade inicial,  $g$  a aceleração da gravidade e  $t$ , o tempo.

A interpretação gráfica de tal equação, para um altura inicial de 320 m e considerando a aceleração da gravidade igual a 9,8m/s<sup>2</sup>, gera uma parábola, conforme figura abaixo.

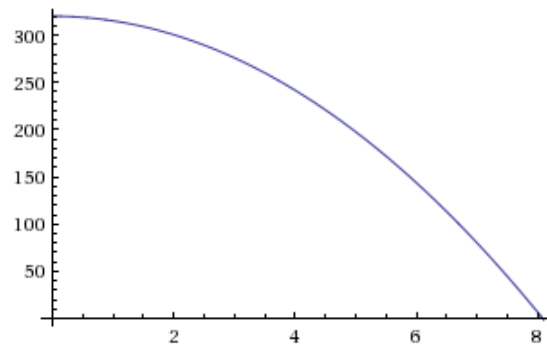


Figura 15 - Gráfico da altura de um objeto em queda livre em função do tempo.

Tal representação, que ilustra o gráfico de  $h$  em função de  $t$ , é muitas vezes confundida com a trajetória do objeto. Levando o aluno, equivocadamente, a interpretar a trajetória do corpo como um lançamento horizontal. Desse modo, a utilização do *Modellus* para modelação da mesma situação apresenta um diferencial, uma vez que exibe o caminho percorrido pelo objeto em queda livre, mostrando que a velocidade deste varia com o tempo.

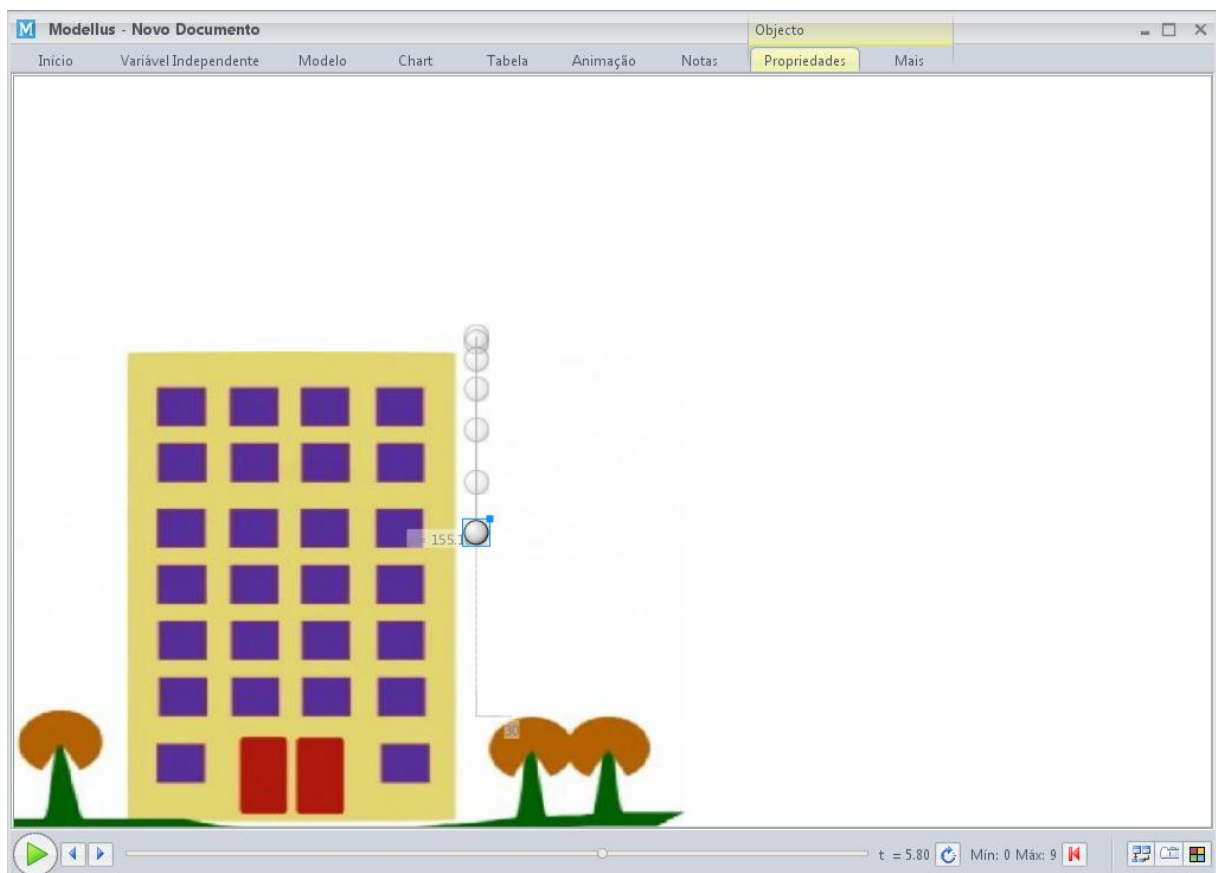


Figura 16 - Modelo da queda livre de um objeto no *Modellus*

A Figura 17, a seguir, exibe o modelo gerado pela função

$$h = h_0 + v_0 t - \frac{gt^2}{2}$$

onde objetos gráficos foram utilizados para ilustração, como a figura do prédio representando a altura  $h$  de onde o objeto é lançado. Além da partícula e de sua trajetória estroboscópica ao longo da queda, mostrando deslocamentos cada vez maiores a cada intervalo de tempo devido à aceleração da gravidade.

A construção do modelo começa através da inserção das equações na janela Modelo Matemático do *Modellus*, conforme ilustração abaixo.

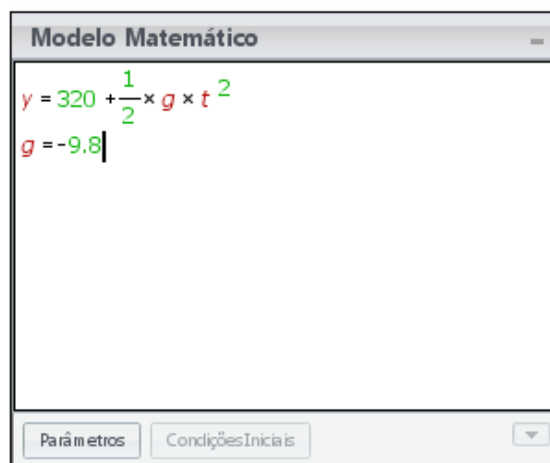


Figura 17 - Janela Modelo Matemático do *Modellus* com as equações que descrevem a queda livre de um objeto.

Após a inserção das equações, escolhemos um objeto que descreverá a trajetória representada pela função e o vinculamos a umas das variáveis. Após acionar a tecla *Iniciar*, a partícula começa a descrever uma trajetória de queda livre.

A exibição do modelo permitiu apresentar uma clara separação entre a real trajetória do objeto em queda livre e a representação gráfica da função que descreve tal movimento. A animação ainda apresentou como vantagem em relação ao experimento real a possibilidade de variação da altura inicial  $h_0$ , ou ainda a simulação de queda em ambientes impossíveis de serem obtidos num laboratório

convencional como, por exemplo, uma gravidade diferente da terrestre ou situações extremas com gravidade zero, considerando uma velocidade inicial  $v_0$ .

### 3.4.2 Atividade 02 - Lançamento Horizontal

Após o estudo da Queda Livre, são introduzidos os conceitos de Lançamento, iniciando pelo estudo do Lançamento Horizontal, onde o conhecimento da Álgebra Vetorial se faz necessário na interpretação dos fenômenos que passam a ter sua descrição agora representada por duas equações uma para o movimento horizontal e outra para o movimento vertical, conforme apresentado abaixo.

A equação que descreve a queda do objeto, guarda semelhança com aquela vista anteriormente, não apresentando o fator  $v_0$  na direção do eixo  $y$ .

$$y = y_0 - \frac{gt^2}{2}$$

O movimento horizontal, por sua vez, possui velocidade constante e é descrito pela equação abaixo:

$$x = x_0 + v_{0x}t$$

Após o lançamento, o vetor velocidade  $v$  passa a ter componentes  $v_x$  e  $v_y$  que variam constantemente com o tempo, tendo sua direção sempre tangente à trajetória.

Inserindo tais equações no software conforme a figura 18, obtemos o modelo apresentado logo em seguida.

Modelo Matemático

$$y = 100 - 4.9 \times t^2$$

$$x = 50 \times t$$

Parâmetros    Condições Iniciais

Figura 18 - Modelo Matemático do *Modellus* com as equações que descrevem o lançamento horizontal.

A princípio, o modelo é apresentado apenas descrevendo a trajetória do objeto com suas projeções, horizontal e vertical. Mostrando através da imagem estroboscópica, a velocidade variável na direção  $y$  e uniforme na direção  $x$ .

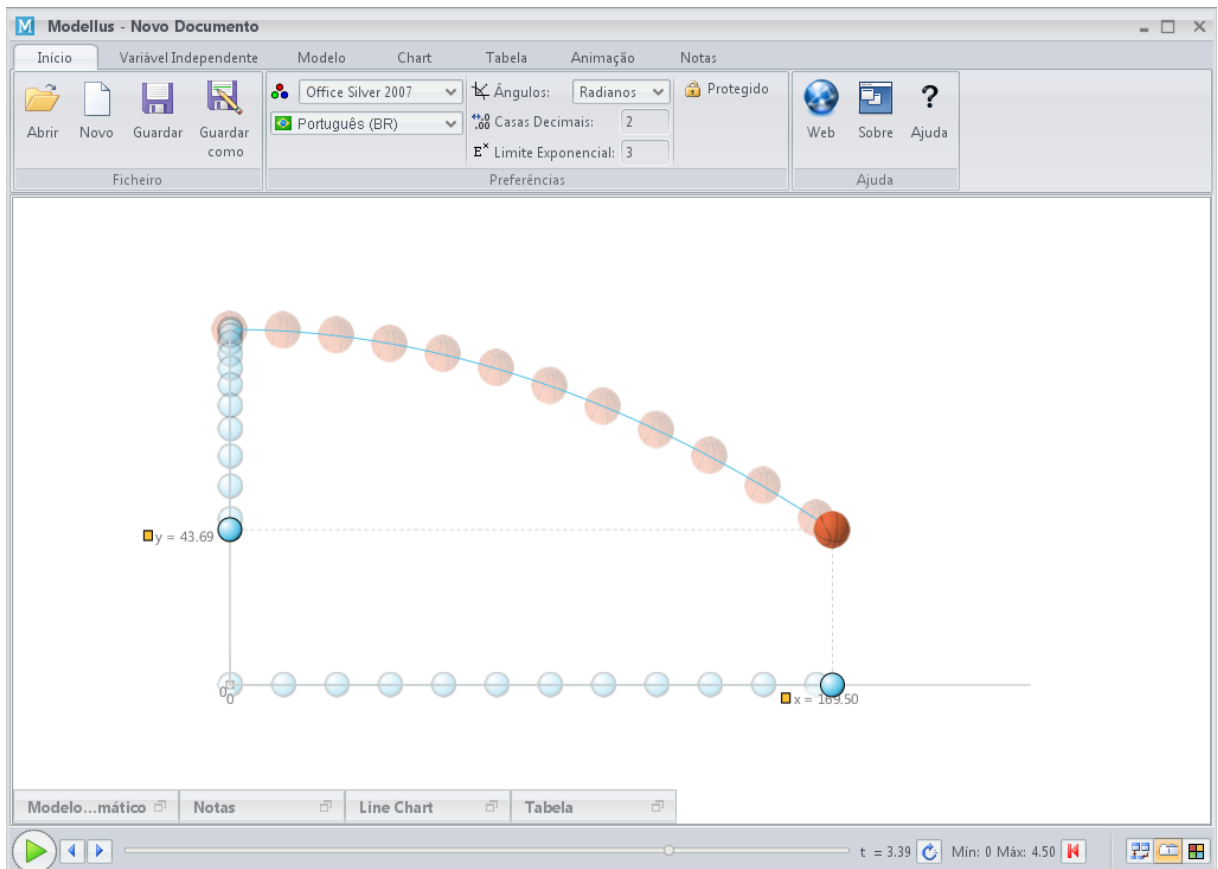


Figura 19 - Modelo de Lançamento Horizontal no *Modellus*

Em seguida, são inseridos os vetores  $v_x$ ,  $v_y$  e  $v$ , ilustrando sua variação com o tempo, conforme figura abaixo.

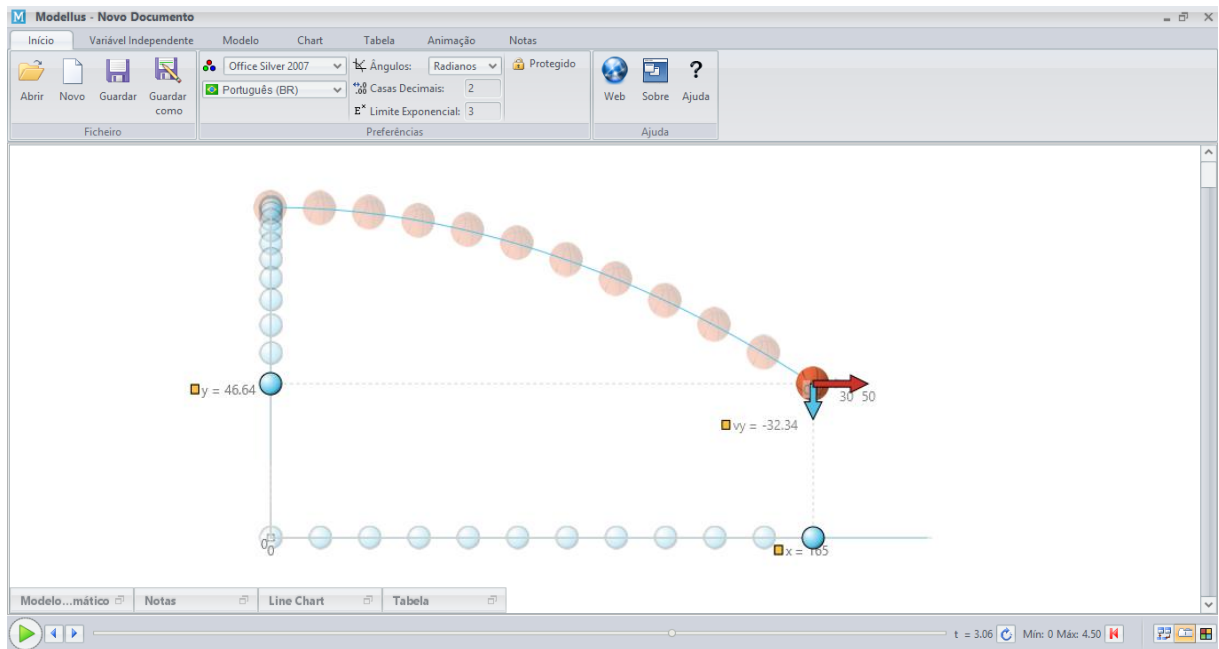


Figura 20 - Modelo de Lançamento Horizontal no *Modellus* com os vetores  $V_x$  e  $V_y$ .

Acima,  $v_x$  em vermelho e  $v_y$  em azul, mostrando a variação horizontal de acordo com uma função afim e a queda livre descrita por uma equação quadrática.

A modelagem de tal experimento permitiu apresentar de forma clara a independência dos movimentos horizontal e vertical. Mostrando que o tempo de queda, descrito pela equação quadrática, independe do deslocamento horizontal da partícula. Uma ferramenta do *Modellus* explorada nesta animação foi a possibilidade de variação no parâmetro ' $t$ ', que representa o tempo, fazendo com que este transcorra mais lentamente, possibilitando ao aluno visualizar o movimento em câmera lenta. Podendo, desta maneira, compreender melhor a trajetória e as equações que a descrevem.

Na figura 21, temos a aba *Variável Independente*, onde a manipulação descrita acima pode ser realizada.

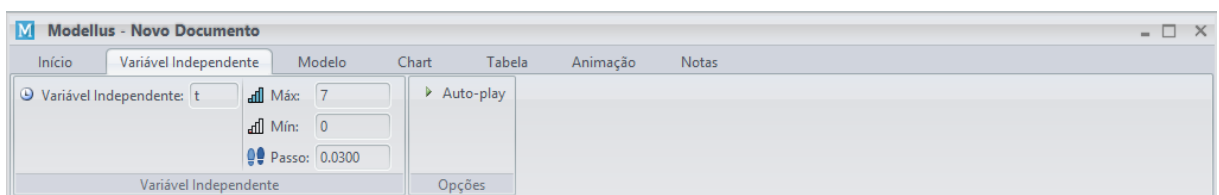


Figura 21 - Aba Variável Independente

Nesta aba, definimos os valores mínimo e máximo da variável 't', além do passo, que determina a velocidade da animação.

A quantidade de exemplos reais que ilustram a situação de Lançamento Horizontal é enorme, desde uma pedra que é chutada para a frente do alto de um edifício até o movimento descrito por uma bala de fuzil a caminho do alvo. Entretanto, nem sempre é possível reproduzir tais eventos em sala de aula de forma satisfatória para os alunos. O uso do *Modellus* se mostrou extremamente eficaz neste aspecto.

### 3.4.3 Atividade 03 - Lançamento Oblíquo

No lançamento oblíquo, aparecem novamente as equações estudadas nos exemplos anteriores, entretanto, o movimento vertical já se inicia com um valor inicial de sua componente da velocidade, dessa forma temos a equação:

$$y = y_0 + v_{0y}t - \frac{gt^2}{2}$$

O movimento horizontal, por sua vez, permanece com velocidade constante:

$$x = x_0 + v_{0x}t$$

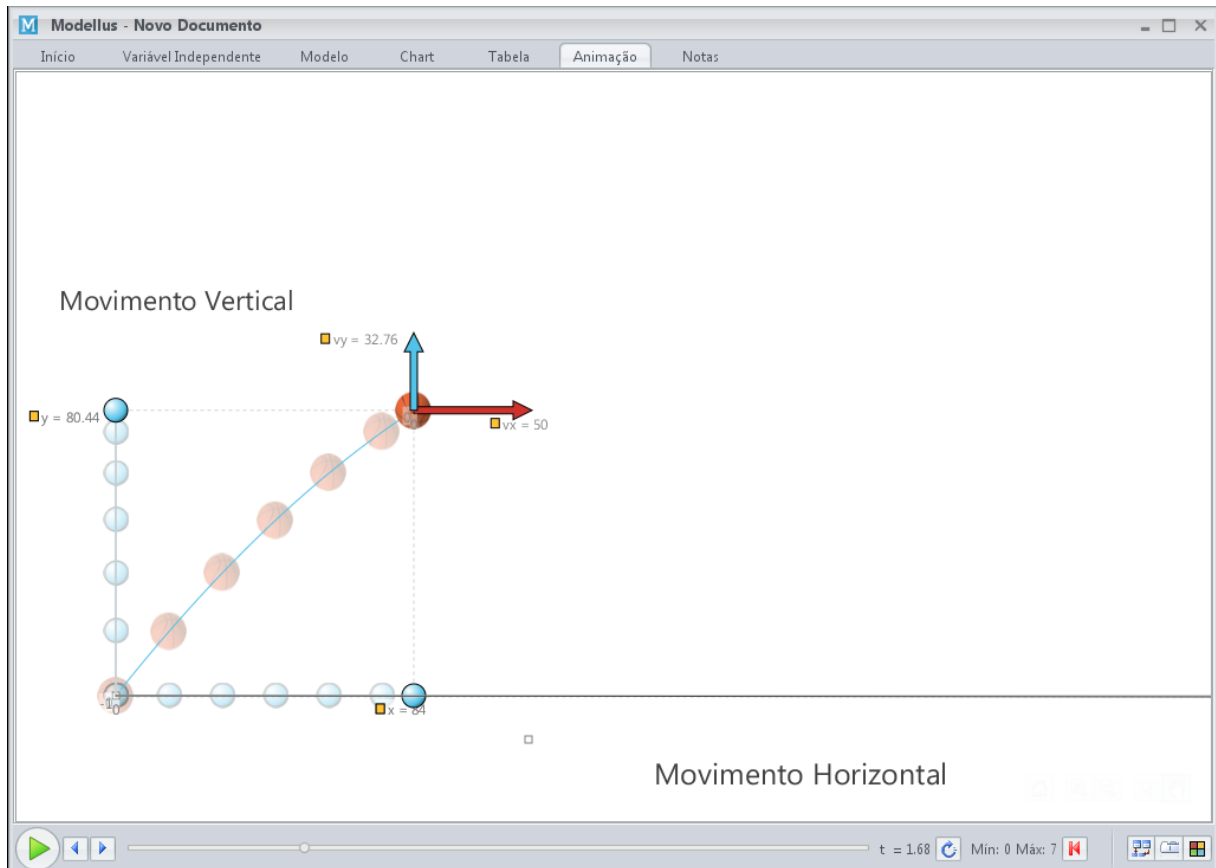


Figura 22 - Modelo de Lançamento Oblíquo no Modellus.

A animação foi construída através do modelo a seguir:

### Modelo Matemático

**Modelo Matemático**

$$y = 63 \times t - 9 \times t^2$$

$$x = 50 \times t$$

$$vx = 50$$

$$vy = 63 - 18 \times t$$

Parâmetros    Condições Iniciais

Figura 23 - Modelo Matemático do Modellus com as equações que descrevem o Lançamento Oblíquo.



Além das equações apresentadas acima, o ângulo de lançamento  $\theta$  influencia diretamente na trajetória. O *Modellus* permite a exploração da influência da variação deste ângulo de forma dinâmica, levando o aluno a concluir, após uma série de iterações, que o alcance máximo ocorre para o ângulo de  $45^\circ$  e que ângulos complementares possuem o mesmo alcance.

Outra abordagem interessante é contrapor este exemplo com o primeiro apresentado, onde a descrição da queda livre era feita por uma equação quadrática que possui como gráfico uma parábola, embora a trajetória do objeto fosse retilínea. Aqui, a parábola é a própria trajetória do objeto que tem seu movimento representado num plano  $xy$  e a variável  $t$  é independente.

#### **3.4.4 Atividade 04 - Movimento Relativo**

Quando se fala de movimento, estamos afirmando que um corpo está se distanciando ou se aproximando de outro, ou seja, para falarmos de movimento é preciso estabelecer uma referência, um ponto referencial. Dependendo do ponto referencial utilizado, o movimento do corpo poderá ser visto de forma diferente. Com isso pode-se afirmar que um determinado objeto (corpo) no mesmo instante pode ter um movimento em relação a um observador e outro movimento em relação a outro observador e não ter movimento em relação a um terceiro observador. Isso é basicamente o significado de movimento relativo.

Particularmente neste tema, o *Modellus* se mostrou extremamente útil na demonstração do movimento sob o ponto de vista de vários observadores. Para isso, o modelo abaixo foi construído.

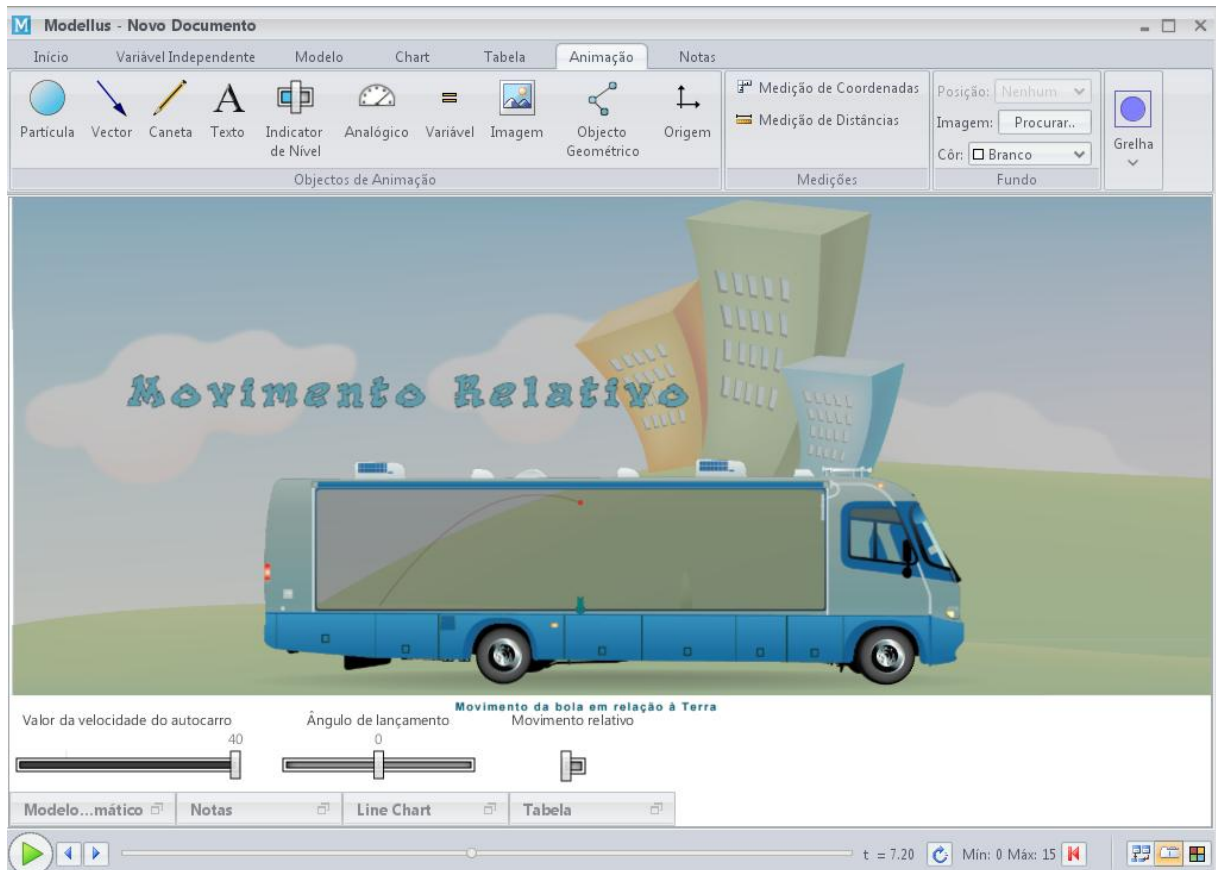


Figura 24 - Modelo Matemático com animação representando o Movimento Relativo.

Aqui, apresentamos um ônibus que se move para direita, dentro do qual se encontra um lançador de projéteis.

Através da alteração de um seletor, podemos nos 'posicionar' dentro ou 'fora' do ônibus. No primeiro instante, como observadores dentro do ônibus, observamos um objeto arremessado para cima, pelo lançador que se encontra também dentro do ônibus, descrever uma trajetória retilínea, conforme a figura 25.



Figura 25 - Modelo Matemático com animação representando o Movimento Relativo - Observador dentro do ônibus.

Alterando o seletor, passamos agora para a posição de um observador fora do ônibus. Este observa agora o projétil que é lançado para cima dentro do ônibus, descrever uma trajetória parabólica, como é possível observar na figura 26.



Figura 26 - Modelo com animação representando o Movimento Relativo - Observador fora do ônibus.

Isso ocorre devido ao fato de que para o observador fora do ônibus a partícula sobe, ao mesmo tempo que se desloca para a direita com a velocidade do ônibus.

As equações para movimento relativo, são: Dados  $A$ ,  $B$  e  $P$  referenciais inerciais, ou seja, corpos que estão em repouso ou em Movimento Retilíneo Uniforme uns em relação aos outros e sendo  $S$  a posição e  $v$  a velocidade entre eles, temos:

$$S_{AP} = S_{AB} + S_{BP}$$

e

$$V_{AP} = V_{AB} + V_{BP}$$

A seguir, na Figura 27, temos o modelo matemático utilizado na construção da animação.

### Modelo Matemático

```

Modelo Matemático
-----
Origem
origem_x = -100
origem_y = -100

Valores para o fundo
d fundo_x / dt = -vel
fundo_y = 200
fundo_x = { fundo_x, movimento = 1
           { 0

Valores para a carrinha
carrinha_inicial = -2030
d carrinha_x / dt = vel
carrinha_x_0 = carrinha_inicial
carrinha_y = 202
carrinha_x = { carrinha_x, movimento = 0
             { carrinha_inicial

Valores para as rodas
raio_roda = 80
omega_roda = -vel / raio_roda
d teta_roda / dt = omega_roda

Parâmetros  Condições Iniciais

```

Figura 27 - Janela Modelo Matemático do *Modellus* com as equações que descrevem o Movimento Relativo.

A dificuldade na demonstração do movimento relativo em sala, devido à falta de equipamentos adequados, já relatada, fez com que a utilização do *Modellus* nesta atividade fosse extremamente proveitosa, levando os alunos a um entendimento rápido do tema.

### 3.4.5 Atividade 05 - Movimento Circular Uniforme

Um movimento circular, na mecânica clássica, é aquele em que o objeto ou ponto material se desloca numa trajetória a uma distância  $r$  constante a ponto dado, chamado de centro. Uma força centrípeta muda de direção do vetor velocidade, sendo continuamente direcionada para o centro do círculo. Esta força é responsável pela chamada aceleração centrípeta, orientada para o centro da circunferência-trajetória.

A aceleração centrípeta é provida por diversas forças, no caso de um satélite em órbita, é a força gravitacional que a promove; quando giramos um ioiô ao redor de um barbante, é a força de tração que muda a direção da trajetória a cada instante. Neste campo os exemplos são vastos e facilmente demonstrados com experimentos simples em sala de aula. Entretanto, ainda assim, a utilização da modelagem se mostrou positiva, permitindo mostrar a mudança da direção da velocidade tangencial, sendo alterada a cada instante conforme apresentado abaixo.

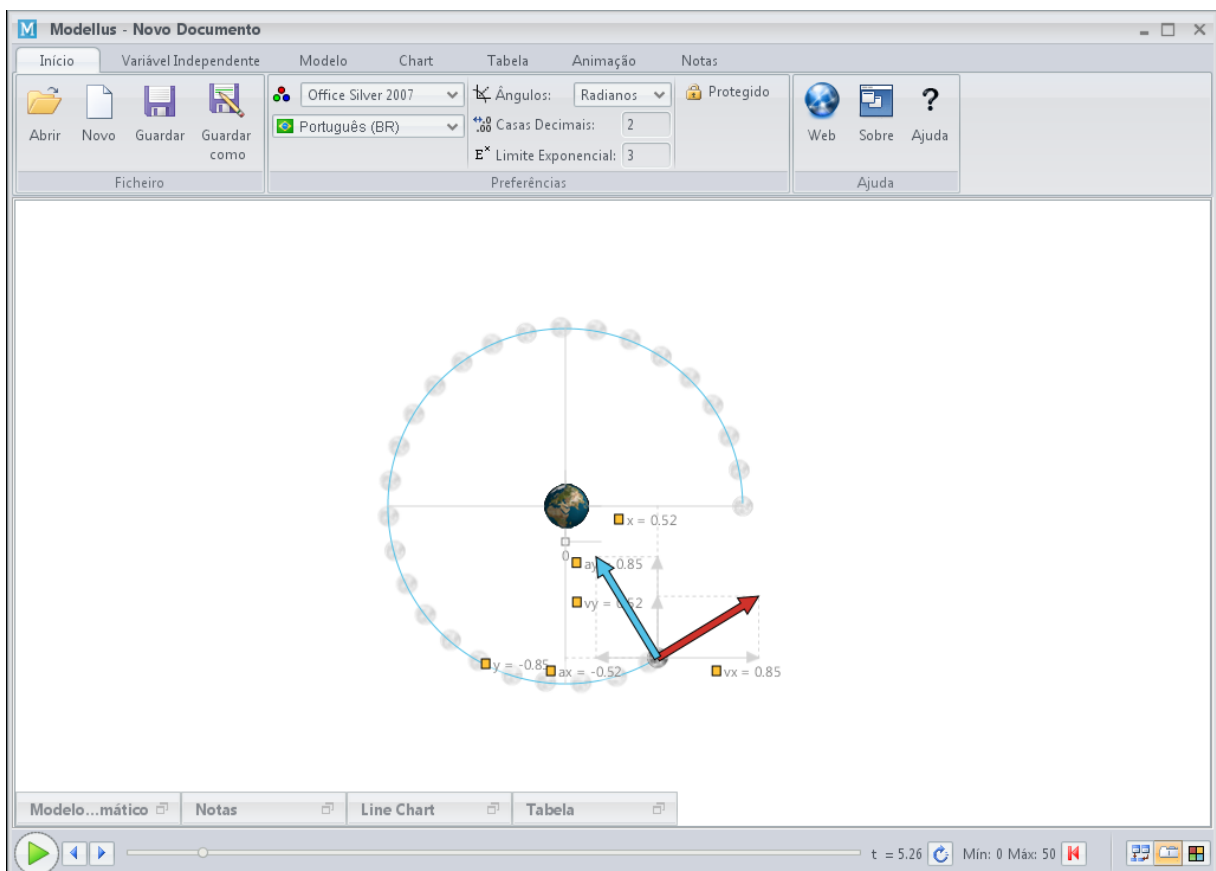


Figura 28 - Modelo de Movimento Circular no *Modellus*.

Na figura 28 a partícula, representada aqui pela Lua, (explorando dessa forma o recurso do software que permite a utilização de objetos predefinidos ou de imagens representando a partícula em movimento), descreve uma trajetória circular em torno de um eixo de rotação estabelecido, representado aqui pela Terra.

A modelagem foi feita com o uso de Equações Trigonométricas. A posição horizontal  $x$ , foi modelada através da equação:

$$x = \cos(t)$$

E a posição vertical  $y$ , por:

$$y = \sin(t)$$

Os vetores componentes da velocidade, foram obtidos através da derivada da posição em função do tempo. Assim,

$$v_x = \frac{dx}{dt}$$

$$v_x = -\sin(t)$$

e

$$v_y = \frac{dy}{dt}$$

$$v_y = \cos(t)$$

Abaixo vemos as equações inseridas na janela *Modelo Matemático*.

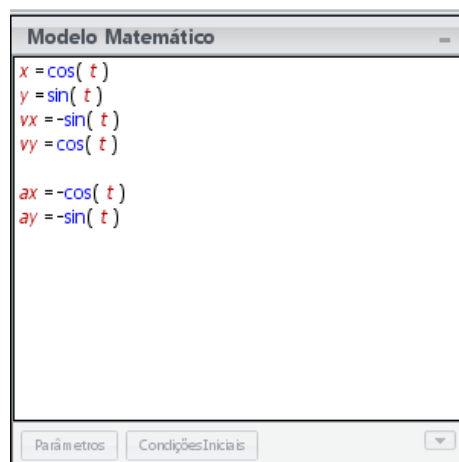


Figura 29 - Janela Modelo Matemático do *Modellus* com as equações que descrevem o Movimento Circular.

## 4 RESULTADOS

Os resultados obtidos vieram da observação das turmas e dos questionamentos feitos pelos alunos no transcorrer da aplicação das atividades, das situações não previstas que emergiram destas e da aplicação do questionário apresentado no Apêndice.

Na modelagem dos experimentos em sala de aula utilizando o *Modellus* foi possível observar um envolvimento dos alunos que, diferentemente de quando o conteúdo é apenas exposto no quadro, participaram ativamente das aulas formulando perguntas e vivenciando a experiência proporcionada pelo software.

O *Modellus* demonstrou potencial não apenas na substituição dos experimentos, que no caso apresentado foi necessária devido à falta do laboratório, mas mostrou-se também vantajoso em relação aos experimentos reais, como no caso das atividades apresentadas, onde situações inalcançáveis numa prática real puderam ser ilustradas.

A seguir, apresentamos a análise do questionário aplicado, após o uso das atividades relatadas no Capítulo 3, nas turmas A e B do 2º semestre do curso de Engenharia Civil - no campus da FTC de Jequié-BA, abrangendo um total de 86 alunos.

#### 4.1 Análise dos questionários

Em análise aos resultados obtidos nos itens do questionário, apresentaremos gráficos estatísticos exibindo comparativos dos resultados, seguidos de uma abordagem teórica.

Na questão 01 visamos verificar o contato anterior dos alunos com o software, foi observado que, apesar de o programa já estar há muitos anos no mercado, uma fração bem pequena das turmas já tinha experimentado um contato com este.

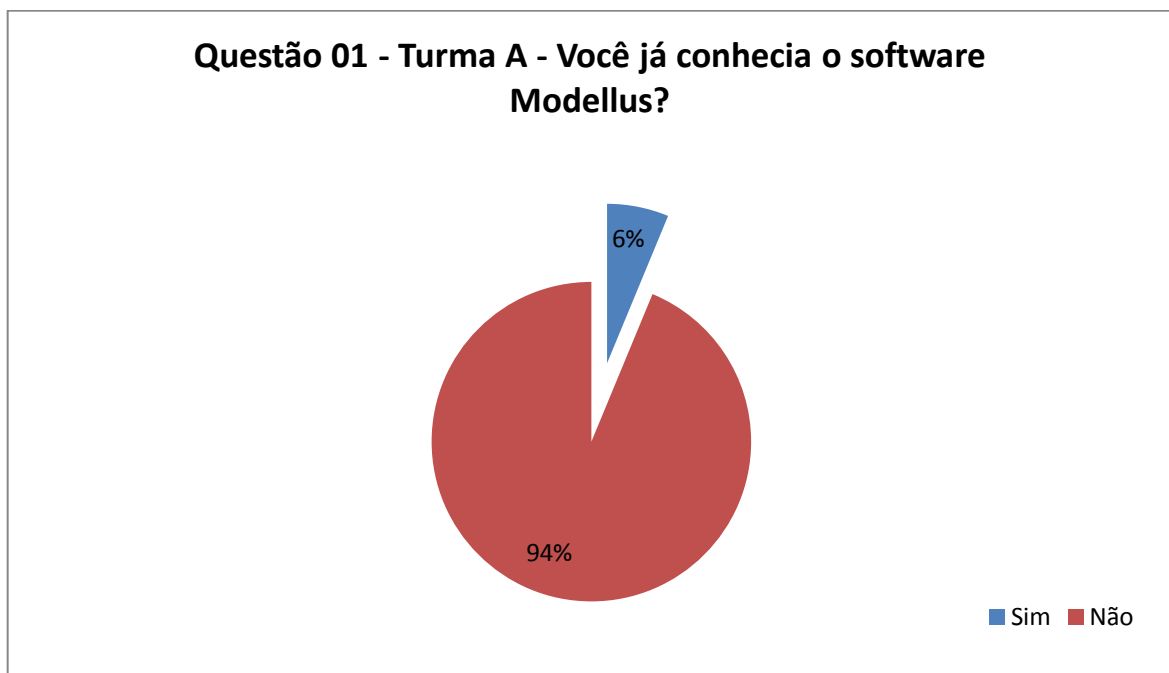


Figura 30 - Gráfico de setor referente à análise do item 01 do questionário na Turma A



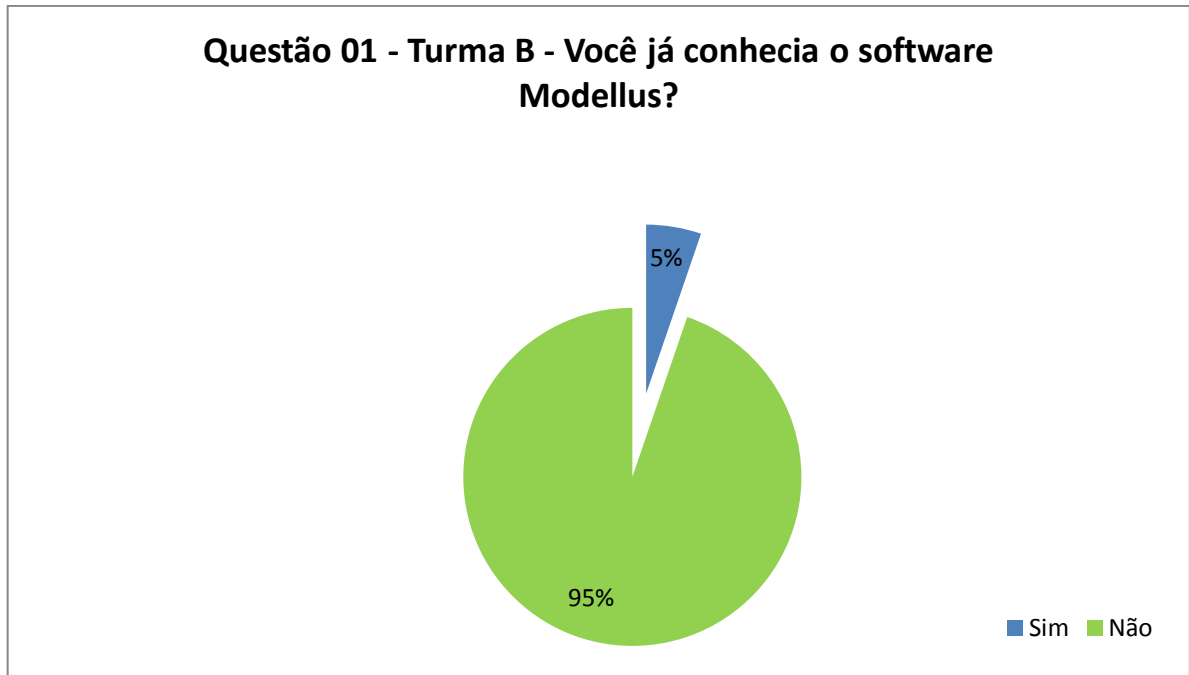


Figura 31 - Gráfico de setor referente à análise do item 01 do questionário na Turma B.

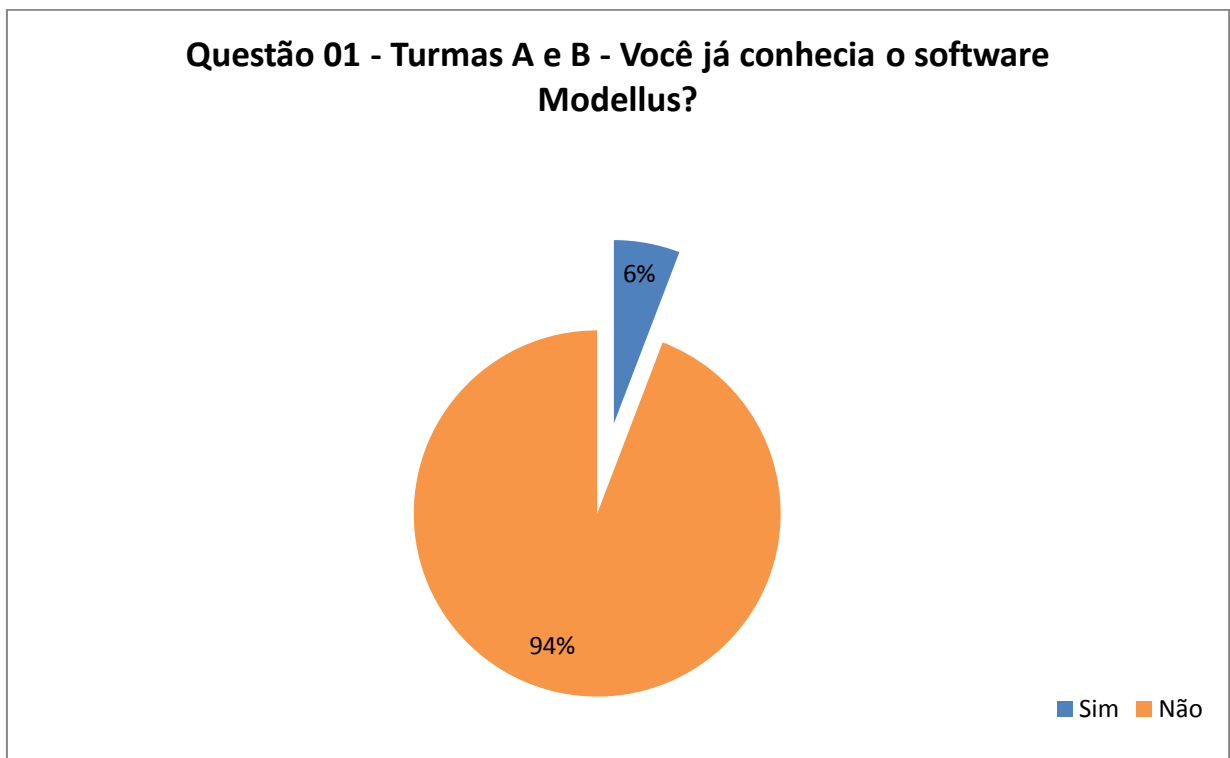


Figura 32 - Gráfico de setor referente à análise do item 01 do questionário nas Turmas A e B.

Na questão 02 o objetivo foi avaliar a impressão dos alunos em relação ao uso do software e da modelagem matemática dos experimentos. Através da análise é possível observar, na Figura 35, que 70% dos alunos das duas turmas avaliaram o

software como bom ou ótimo. A pequena parcela que avaliou como Péssimo, o fez como crítica à ausência de laboratório na instituição conforme transcrição do item 05 de alguns alunos, que apresentaremos mais à frente.

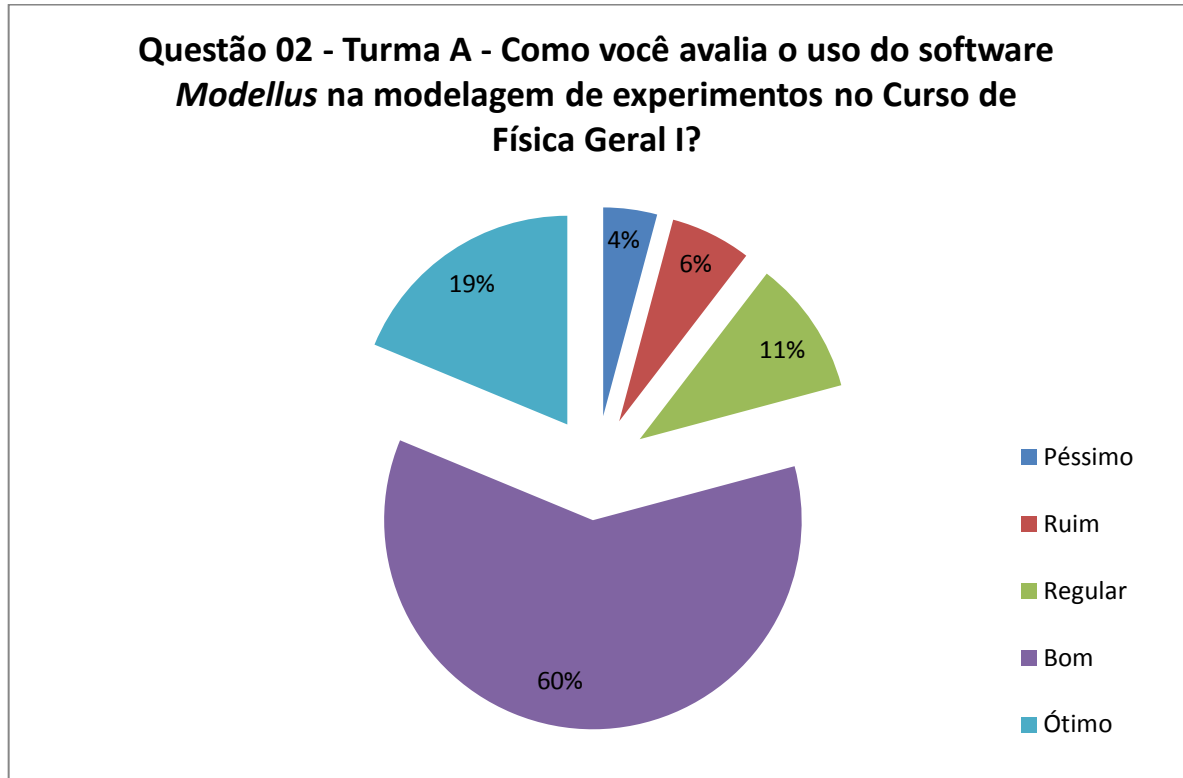


Figura 33 - Gráfico de setor referente à análise da Impressão dos alunos em relação ao uso do software e da modelagem matemática dos experimentos - Turma A

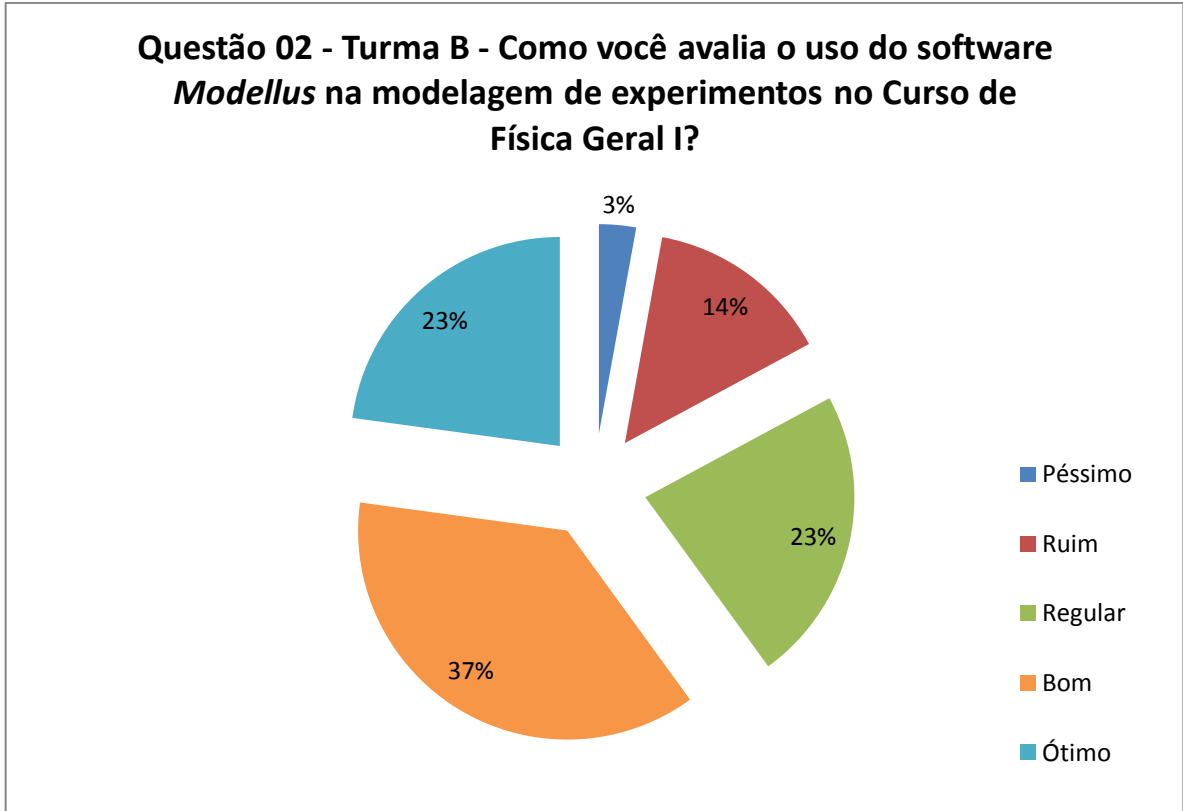


Figura 34 - Gráfico de setor referente à análise da Impressão dos alunos em relação ao uso do software e da modelagem matemática dos experimentos - Turma B

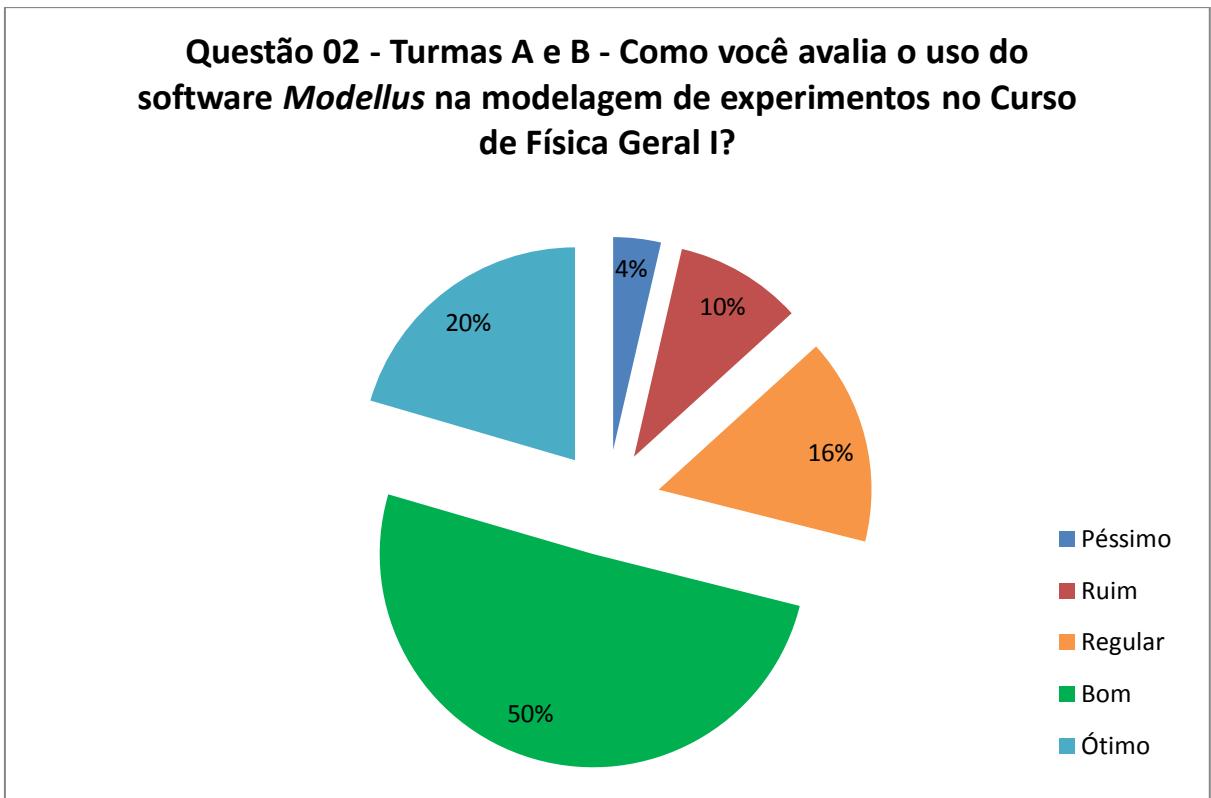


Figura 35 - Gráfico de setor referente à análise da Impressão dos alunos em relação ao uso do software e da modelagem matemática dos experimentos - Turmas A e B.

Na questão 03 avaliamos a opinião dos alunos sobre a efetividade da utilização do software *Modellus* na tentativa de substituir os experimentos, realizados em laboratório, necessários para a disciplina de Física I.

É possível observar que, considerando as duas turmas, apenas um total de 16% dos alunos entenderam que o uso do software não conseguiu substituir o laboratório, enquanto que 44% responderam que tal substituição pode ser avaliada como parcial.

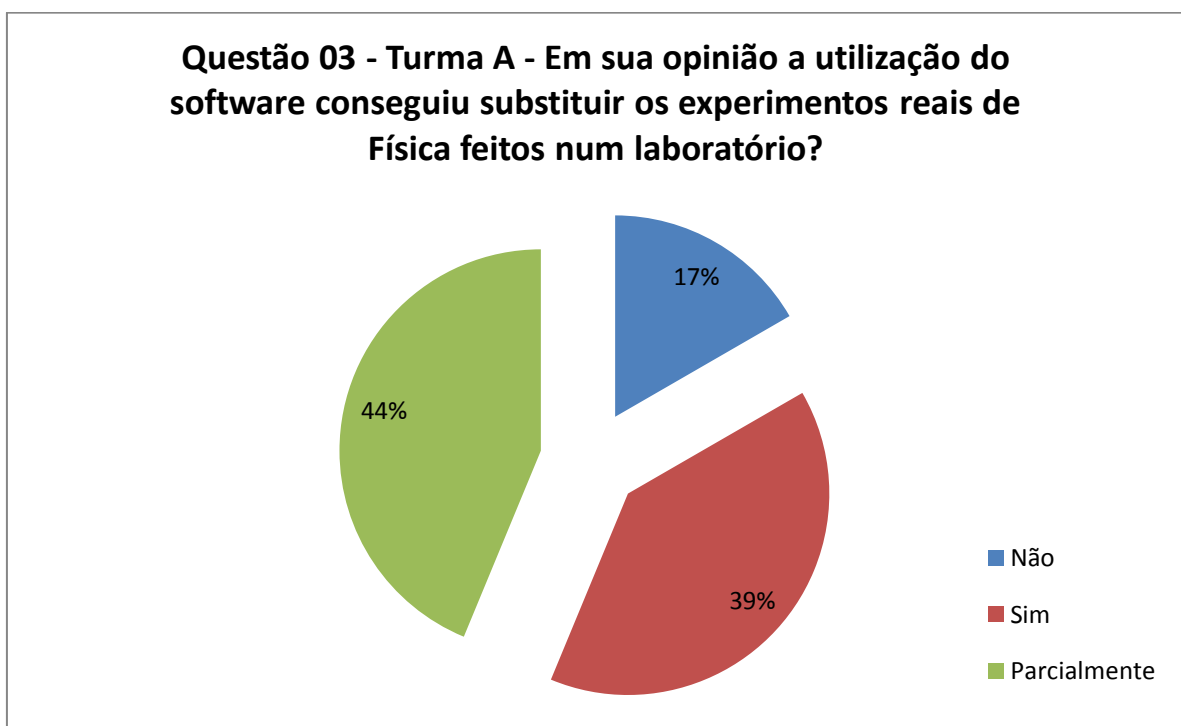


Figura 36 - Gráfico de setor referente à análise da opinião dos alunos sobre a efetividade do *Modellus* na substituição dos experimentos realizados em laboratório - Turma A.

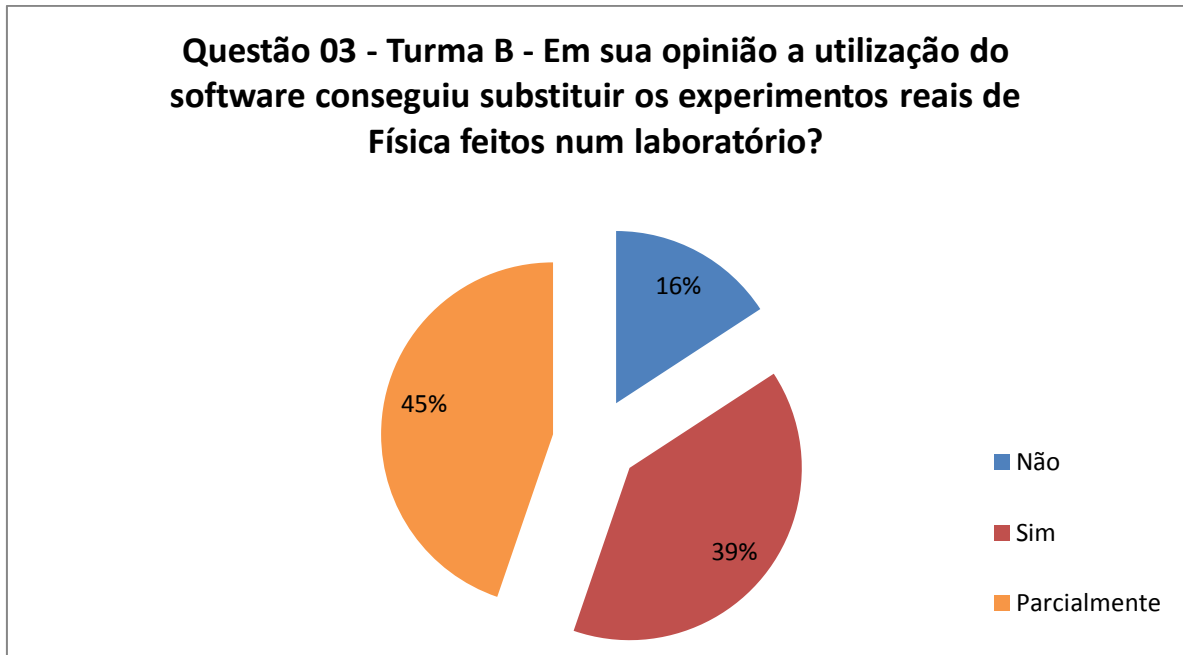


Figura 37 - Gráfico de setor referente à análise da opinião dos alunos sobre a efetividade do *Modellus* na substituição dos experimentos realizados em laboratório - Turma B.

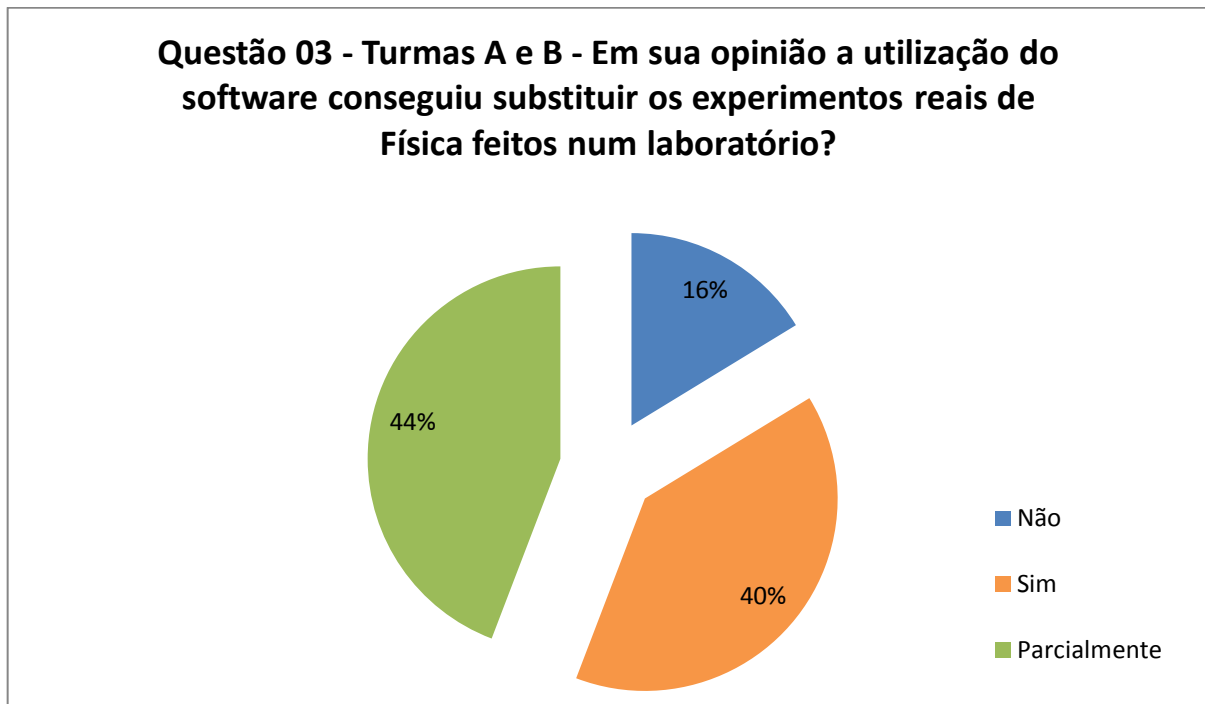


Figura 38 - Gráfico de setor referente à análise da opinião dos alunos sobre a efetividade do *Modellus* na substituição dos experimentos realizados em laboratório - Turmas A e B.

Na análise da questão 04, a seguir, investigamos a possibilidade de o *Modellus* ter apresentado vantagens em relação aos experimentos reais. Já que, como foi visto anteriormente, o software apresenta possibilidades inalcançáveis nos experimentos reais. Como a variação da altura inicial da queda livre de um objeto para ordens de grandezas acima nos limites possibilitados por um laboratório, ou estudo da dinâmica das rotações e gravitação universal com corpos como a terra e a lua.

Observamos aqui que uma maioria expressiva dos alunos entenderam que há vantagens da utilização do software. É possível observar tal opinião mesmo entre aqueles que entenderam que o software não substituiu satisfatoriamente o laboratório. Tal opinião pode ser verificada nas respostas à questão 05.

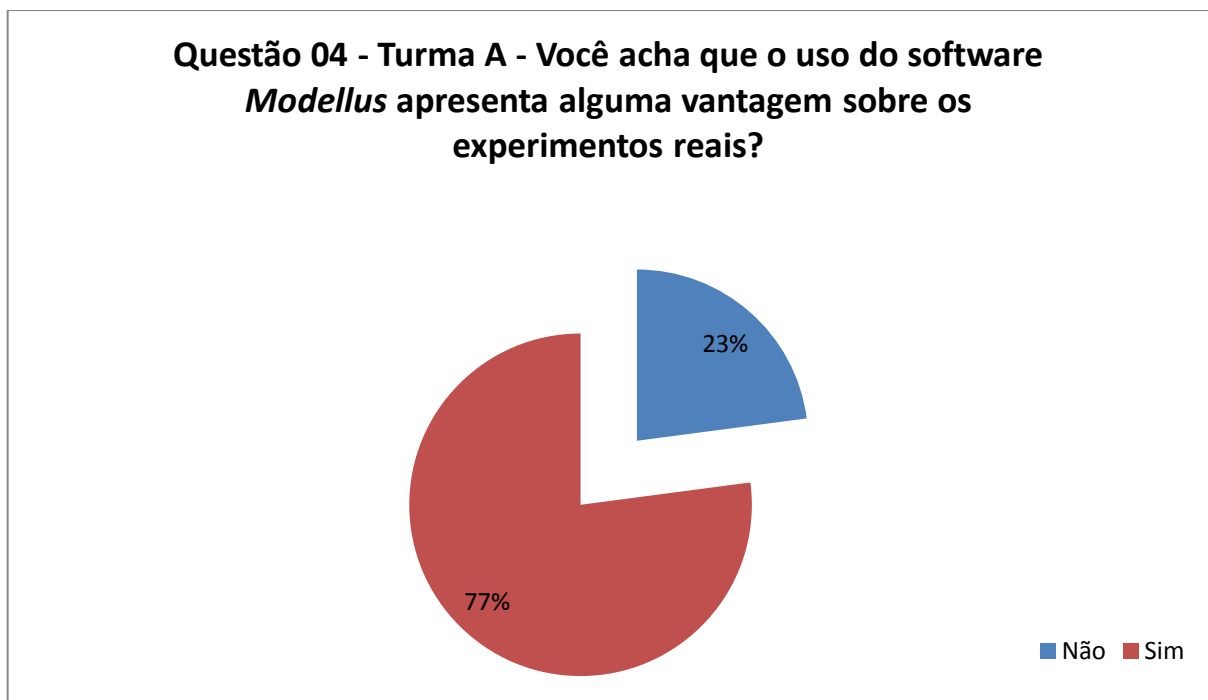


Figura 39 - Gráfico de setor referente à análise da percepção dos alunos sobre a vantagem do uso do *Modellus* - Turma A.

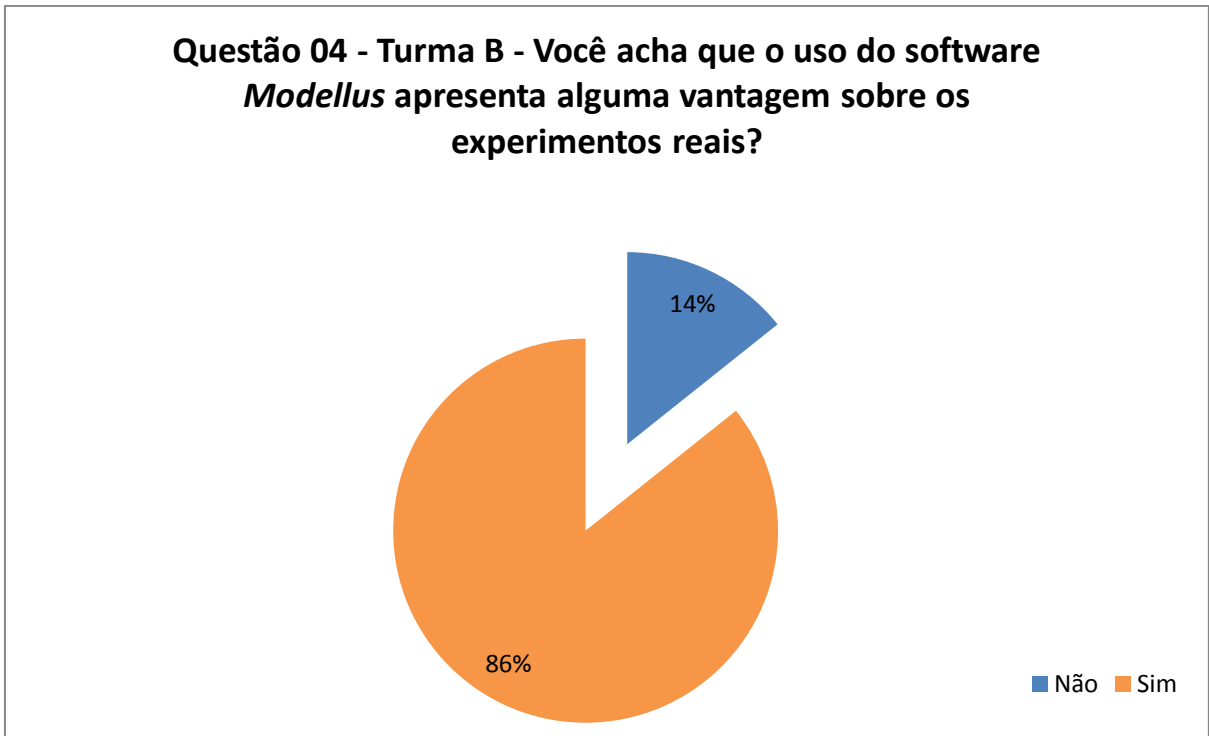


Figura 40 - Gráfico de setor referente à análise da percepção dos alunos sobre a vantagem do uso do *Modellus* - Turma B.

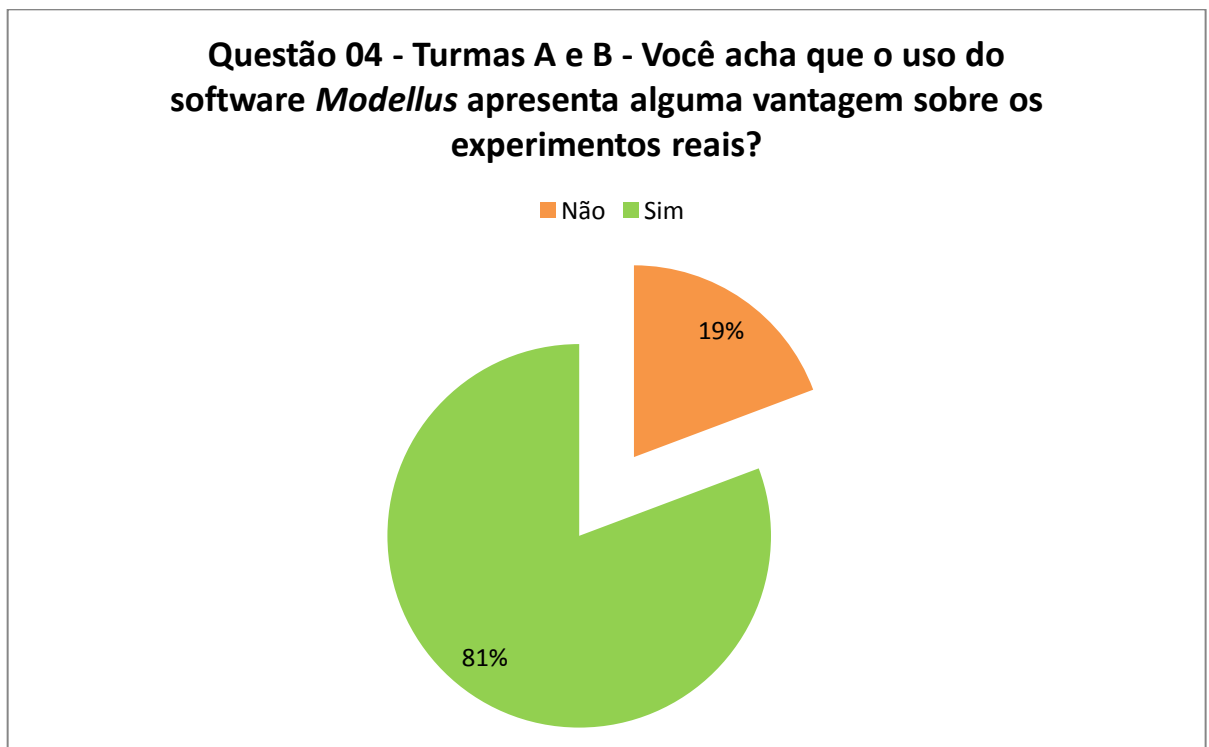


Figura 41 - Gráfico de setor referente à análise da percepção dos alunos sobre a vantagem do uso do *Modellus* - Turmas A e B.

A questão 05 solicitava do aluno uma resposta subjetiva a respeito de suas impressões sobre as vantagens do uso do software, caso este tivesse respondido SIM à questão 04. As figuras 42, 43, 44 e 45 apresentam a reprodução de algumas dessas respostas.

Com o objetivo de preservar a identidade do aluno, cada questionário apresenta um número de identificação utilizado nas reproduções a seguir.

### Aluno 55

05 - Caso tenha respondido sim à questão anterior, explique quais as vantagens você acha que o uso do software apresentou.

A vantagem está na possibilidade de verificar e poder observar as variações vetoriais envolvidas nos experimentos, através de gráficos (Exibição dinâmica) dos vetores.

Figura 42 - Resposta do aluno 55 à questão 05 do questionário.

A resposta do aluno mostra sua percepção da vantagem do uso do software citando a possibilidade de observação das "variações" envolvidas e da "Exibição dinâmica" dos vetores.

### Aluno 78

05 - Caso tenha respondido sim à questão anterior, explique quais as vantagens você acha que o uso do software apresentou.

Praticidade, uma vez que é necessário apenas a utilização de um notebook e melhor visualização de alguns experimentos como, por exemplo, linhas das trajetórias.

Figura 43 - Resposta do aluno 78 à questão 05 do questionário.



### Aluno 17

05 - Caso tenha respondido sim à questão anterior, explique quais as vantagens você acha que o uso do software apresentou.

O software é bom mas não substitui o laboratório que deveria ser adquirido o mais rápido possível pela faculdade.

Figura 44 - Resposta do aluno 17 à questão 05 do questionário.

O aluno faz crítica à inexistência do laboratório na instituição, como comentado anteriormente, entretanto avalia como "bom" o software apesar de não expor sua opinião a respeito das vantagens apresentadas por este.

### Aluno 13

05 - Caso tenha respondido sim à questão anterior, explique quais as vantagens você acha que o uso do software apresentou.

Apesar de não substituir completamente o laboratório o programa apresenta vários recursos interessantes além da possibilidade de simular experimentos inacessíveis no laboratório

Figura 45 - Resposta do aluno 13 à questão 05 do questionário.

Observamos de uma maneira geral que ideia de visualização dos aspectos gráficos foi fator constante nas respostas, bem como a possibilidade de modelagem de situações extremas, como já citado, que seriam inacessíveis num ambiente de laboratório real.

#### 4.2 Fazendo paralelos entre a experiência realizada e a literatura

A utilização da modelagem através do software *Modellus* nas aulas da disciplina de Física Geral e Experimental I que objetivou sanar uma dificuldade encontrada devido à inexistência de laboratório na instituição, bem como minimizar as dificuldades encontradas pelos alunos na compreensão de conceitos relativos à Mecânica Clássica, mais especificamente Cinemática e Leis de Newton, se mostrou uma alternativa útil e atrativa quando se deseja um ensino pautado na experimentação e exploração de conceitos. Retomamos aqui o que é afirmado por Barbosa (2001) que argumenta pela plausibilidade de usar Modelagem Matemática no ensino de matemática como alternativa ao chamado “método tradicional”.

Assim, as atividades apresentadas podem, com os devidos ajustes, serem estendidas ao Nível Médio, proporcionando uma interdisciplinaridade produtiva entre à Matemática e a Física. Como é colocado por Couto (2007), a utilização das novas tecnologias de informação e de comunicação podem se constituir em um elemento facilitador no processo ensino-aprendizagem, em particular na Física e na Matemática, tornando mais acessível aos alunos a abordagem de conceitos abstratos. Especificamente em relação ao *Modellus*, concordando com (Araújo, 2005), percebemos que ele apresenta possibilidades diferenciadas, uma vez que permite a representação múltipla, onde o usuário pode criar, ver e interagir com as representações analíticas, analógicas e gráficas dos objetos matemáticos.

Com isso, o professor de Matemática poderá se valer desse potencial interdisciplinar, explorando problemas da Física nas aulas de Matemática. Ao compreender e interpretar fenômenos, às vezes difíceis de serem visualizados pelos alunos, apenas pelos olhos da Matemática, a aula pode se tornar mais dinâmica, produzindo uma aprendizagem mais eficaz.

Dessa forma, nos valendo da disponibilidade de recursos tecnológicos que nos permitem, por meio da modelagem, simular em sala de aula experimentos e situações que se aproximam das reais, apresentamos, além das atividade já aplicadas, exibidas no Capítulo 3, duas propostas para o professor de Matemática do Ensino Médio com a utilização do *Modellus* em suas aulas.

### 4.3 Uma proposta interdisciplinar de atividades para o Ensino Médio utilizando o *Modellus*.

A Matemática dispõe de um conjunto de ferramentas que permite a aquisição de competências, tais como, o raciocínio lógico, as técnicas de resolução de problemas, a capacidade de pensar em termos abstratos, aos quais a Física recorre. Para além das ferramentas e competências que estão inerentes ao ensino da Física, alguns desses conceitos já são lecionados na disciplina de Matemática no ensino fundamental, como acontece com o teorema de Pitágoras, determinação de perímetros; áreas e volumes, potências de base 10, notação científica, proporcionalidade inversa e direta, diferença entre “variável” e “constante”, assim como, as noções básicas de trigonometria.

Sendo assim, apresentaremos os conteúdos lecionados nas disciplinas de Física e Matemática, no Ensino Médio, buscando olhá-los sob uma perspectiva da interdisciplinaridade. A seguir apresentamos um quadro no qual dispomos os conteúdos de Matemática e Física previstos para as três séries do Ensino Médio.

Em seguida faremos discussão do ponto de vista interdisciplinar observado como a Matemática se apresenta como uma ferramenta para a Física.

**Tabela 1 - Programas de Física e Matemática das três séries do Nível Médio**

<b>Física</b>	<b>Matemática</b>
<b>1º ano</b>	
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Mecânica Clássica</li> <li>• Gravitação</li> <li>• Hidrostática</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Funções</li> <li>• Logaritmo</li> <li>• Progressões</li> </ul>
<b>2º ano</b>	
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Termodinâmica</li> <li>• Óptica</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Matrizes</li> <li>• Determinantes</li> </ul>

<ul style="list-style-type: none"> <li>• Ondulatória</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Sistemas Lineares</li> <li>• Análise Combinatória</li> <li>• Binômio de Newton</li> <li>• Probabilidade</li> <li>• Trigonometria</li> </ul>
<b>3º ano</b>	
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Eletricidade</li> <li>• Magnetismo</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Geometria Analítica</li> <li>• Números Complexos</li> <li>• Polinômios</li> <li>• Geometria Plana</li> <li>• Geometria Espacial</li> </ul>

A observação cuidadosa do quadro nos permite verificar que qualquer abordagem interdisciplinar deve levar em consideração os pré-requisitos de uma disciplina em relação à outra, o que evidencia que os programas das duas disciplinas nem sempre estão alinhados.

Uma análise do quadro do 1º ano do Ensino Médio, por exemplo, no leva a constatar que a abordagem vetorial, tão essencial ao estudo do movimento e das Leis de Newton, presente na Mecânica Clássica, só terão a atenção necessária da disciplina de Matemática no 3º ano.

Enquanto que as funções trigonométricas, que dão base ao estudo de Ondulatória, apesar de estarem presentes junto com esta no 2º ano, podem, a depender do andamento das duas disciplinas, ser ministradas em períodos diferentes dentro do mesmo ano.

Já no 3º ano, o estudo da Eletricidade e Magnetismo pode ser associado à Geometria Analítica, devido a presença constante de uma abordagem vetorial dos temas, como é o caso do produto vetorial do estudo do campo elétrico.

### 4.3.1 Relação Entre Conteúdos

A seguir, trataremos de forma mais minuciosa a relação entre conteúdos ministrados pelas disciplinas de Matemática e Física que apresentam forte potencial para a interdisciplinaridade.

- **Proporcionalidade Inversa / Direta**

A proporcionalidade inversa, assim como a direta, é objeto de estudo do 7º ano do Ensino Fundamental na disciplina de Matemática. Os alunos, quando iniciam o estudo da Física no nível médio devem, portanto, estar aptos a aplicar e reconhecer estas noções, o que a nossa prática letiva constata que nem sempre se verifica.

Ao longo do estudo da Física, nos deparamos com um leque variado de conceitos no qual está presente a relação de proporcionalidade direta. Entende-se que há proporcionalidade direta entre duas grandezas  $x$  e  $y$  sempre que se pode escrever uma relação entre elas na forma:

$$y = kx$$

Onde  $x$  e  $y$  são chamadas de variáveis e  $k$  é chamada constante de proporcionalidade. A proporcionalidade direta é inerente à análise de retas em gráficos. Em relação à proporcionalidade inversa, este conceito surge na Física com menos frequência do que acontece com a proporcionalidade direta. Esta também é analisada em gráfico, apesar da sua representação gráfica não ser uma reta, ela poderá ser, analisada graficamente aplicando-se o processo (ou técnica) de linearização.

No 1º ano este conceito surge quando se estuda a Lei de Newton da Gravitação Universal, no movimento circular, no estudo dos satélites geostacionários. No 2º ano, no estudo do som, do índice de refração absoluto de um material e, no 3º ano, no estudo do campo magnético e do campo elétrico.

- **Gráficos**

A representação gráfica constitui um dos recursos mais eficientes no estudo de fenômenos naturais. Uma das competências requeridas para a compreensão de conteúdos de Física é, sem dúvida, a construção e interpretação de gráficos. Num gráfico pode ser apresentada uma grande quantidade de informação. O traçado de gráficos e sua interpretação, incluindo diferentes representações, é, portanto, um aspecto importante no estudo da Física. Desde o 7º ano do ensino que os alunos estão familiarizados com a construção de gráficos, sendo no ensino médio feito um estudo mais aprofundado.

Os gráficos podem ser construídos a partir de relações funcionais conhecidas ou de conjuntos de dados experimentais em que uma ou as duas variáveis são conhecidas com um dado erro. A relação mais simples é a reta  $y = ax + b$ . Do ponto de vista físico, a representação de trajetórias é outra informação que está subjacente na análise de um gráfico. Por vezes, os alunos confundem o gráfico a partir do qual podem identificar o tipo de trajetória:

$$y = f(x)$$

Com o gráfico que representa as equações paramétricas do movimento, por exemplo,

$$y = f(t)$$

Em termos de trajetória há que distinguir vários tipos e associar o tipo de movimento a essa trajetória. Na trajetória curvilínea temos alguns casos particulares nomeadamente: o retilíneo, o circular e o parabólico. Relativamente ao movimento retilíneo, a trajetória que lhe está associada é a de uma reta, sendo este um caso limite de uma trajetória curvilínea com raio infinito.

No caso do movimento circular, a trajetória que lhe está associada é a de uma circunferência. No 3º ano faz-se uma referência à trajetória helicoidal (partícula

carregada num campo magnético uniforme em que a velocidade da partícula é oblíqua relativamente ao campo). A representação de um gráfico pode ser: unidimensional, bidimensional e tridimensional. É na compreensão da representação tridimensional que os alunos revelam mais dificuldades. Outro dado importante que se pode retirar da análise de um gráfico é o da área subjacente a esse gráfico, ou seja entre a linha do gráfico e o eixo das abcissas.

Do ponto de vista físico, a esta área está associado um determinado significado correspondente a uma grandeza (por exemplo, quando num gráfico de força em função do deslocamento se determinam os valores das áreas, esses valores correspondem, ao cálculo do trabalho realizado por essa força)..

Em relação a Matemática, a noção de gráfico esta associada ao estudo e representação das funções. No estudo da Estatística surgem outras representações gráficas, para apresentação de dados, como por exemplo: o diagrama de barras, o diagrama circular, pictograma, diagrama de caule-e-folhas, histograma e diagrama de dispersão.

- **Gráficos lineares**

A maior parte dos gráficos que são objeto de estudo na Física são retas. Estas traduzem uma relação linear entre duas variáveis.

Na equação reduzida de uma reta

$$y = ax + b,$$

os alunos tem que saber identificar claramente os coeficientes, isto e, o declive e a ordenada na origem, presentes nesta equação. Este declive é na Física um aspecto fundamental quando se esta a analisar um gráfico, pois nos dá informações diversas como sendo a variação relativa das grandezas (velocidade, tempo, temperatura, forca, entre outras), assim como nos indica o valor e o sinal da constante de proporcionalidade (quando  $b = 0$ ) entre as grandezas físicas em questão.

Em muitas situações é possível prever o tipo de função matemática que relaciona duas variáveis. Efetuando-se uma transformação em uma das variáveis ou em ambas pode-se obter uma relação linear. Desta forma pode simplificar-se a análise gráfica dos resultados experimentais.

Uma outra situação ocorre quando pretendemos encontrar experimentalmente a relação matemática entre variáveis. A partir dos dados obtidos de um trabalho experimental podem ser testados modelos e, através da representação gráfica linearizada, confirmar o respectivo ajuste. Do ponto de vista da Matemática a linearização de gráficos não é relevante. Em termos da Física Experimental, a linearização dos gráficos permite, através da percepção visual, uma estimativa rápida do acordo dos dados experimentais com o modelo.

- **Gráficos de outras funções**

Os gráficos de funções não lineares que, mais frequentemente, aparecem na Física, são as parábolas, exponenciais e senóides. Nos pontos seguintes vamos analisar estes tipos de gráficos, e alguns outros.

- **Parábolas**

A função quadrática, tendo como representação gráfica uma parábola, é objeto de estudo da Matemática do 1º ano do Ensino Médio. Analisa-se: domínio, contradomínio, zeros, sinal, monotonia e extremos. Esta função permite modelar, por exemplo, o movimento acelerado de uma partícula material ao longo de um plano inclinado. A representação gráfica de uma parábola pode surgir na Física, no 1º ano, na II Unidade – Energia e Movimento – quando experimentalmente se faz o estudo da relação entre energia cinética e velocidade. Esta atividade relaciona a variação da altura com a velocidade assumindo que há transformação total da energia potencial gravitacional em cinética.

Ainda na Física do 1º ano, esta representação está associada por exemplo ao estudo do movimento de um projétil e no estudo da queda livre de corpos. O



movimento associado a um projétil é um movimento parabólico, dado que a sua trajetória é descrita por uma função quadrática.

A Lei do movimento uniformemente variado

$$S = S_0 + V_0t + \frac{at^2}{2},$$

é uma função quadrática em relação ao tempo, do tipo

$$f(x) = ax^2 + bx + c.$$

A sua representação gráfica é uma parábola, podendo apresentar concavidade voltada para cima, figura 46, se o coeficiente do termo  $x^2$  for maior que zero, ou voltada para baixo, figura 47, se o coeficiente do termo  $x^2$  for menor que zero.

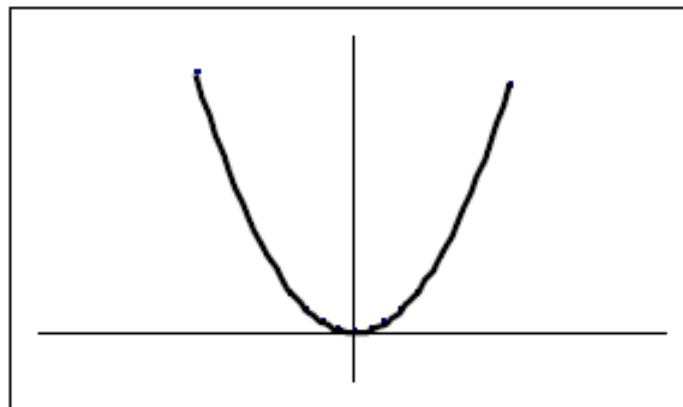


Figura 46 - Parábola com concavidade voltada para cima.

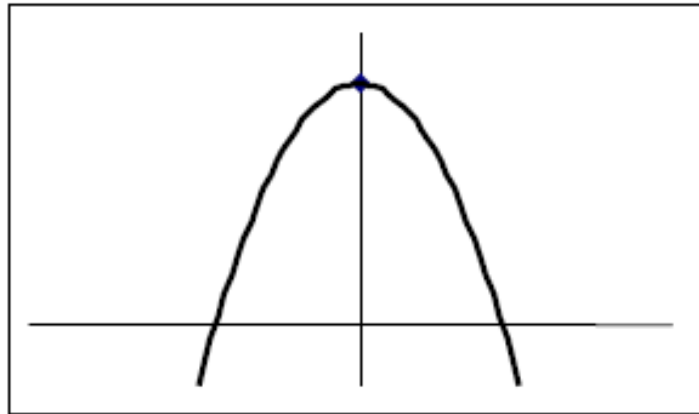


Figura 47 - Parábola com concavidade voltada para baixo.

- **Experiência da queda de um objeto**

Esta experiência, que foi abordada anteriormente com o uso do *Modellus*, permite o estudo da variação da distância, que percorre o centro de massa de um objeto que é deixado cair, em função da velocidade. Admite-se, que neste percurso, há transformação de energia potencial gravitacional em energia cinética. Analisando o gráfico, ver figura 48, obtido a partir dos dados experimentais, conclui-se que se obtém o traçado de um ramo de uma parábola.

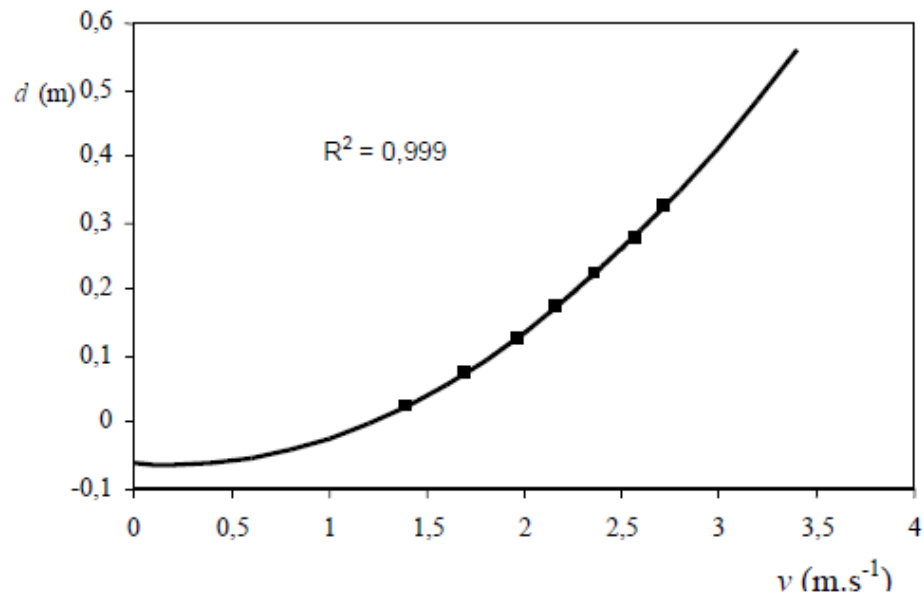


Figura 48 - Gráfico da distância que percorre o centro de massa de um objeto que é deixado cair, em função do valor da velocidade adquirida.

A equação parabólica que melhor se ajusta aos dados experimentais é:

$$d = 0,0602v^2 - 0,0218v - 0,062$$

- **Exponencial**

A função exponencial de base maior do que 1,

$$f(x) = a^x \text{ com } a > 1,$$

é objeto de estudo da Matemática do 2º ano. Na Física, por exemplo, esta função, com base  $e$ , aparece no 3º ano, no estudo da descarga do condensador e da lei do decaimento radioativo, sendo, neste caso, uma função exponencial decrescente cuja expressão matemática é

$$N = N_0 e^{-\lambda t},$$

na qual,  $N$  representa o número de núcleos e um elemento num dado instante  $t$ ;  $N_0$  o número de núcleos do elemento no instante  $t = 0$ ;  $\lambda$  resenta a probabilidade de declínio por unidade de tempo (constante de decaimento); e  $e$  a base do logaritmo natural ( número de Napier).

- **Trigonometria**

Outra ferramenta matemática essencial no estudo da Física é a trigonometria. Abordaremos, nos próximos parágrafos, a noção de ângulo, de arco e a aplicação das funções trigonométricas em conceitos físicos.

- **Noção de ângulo e de arco**

Já no ensino fundamental, na disciplina de Matemática, se faz uma referência a ângulos. Como no estudo de triângulos, na referência a ângulos internos e externos, bem com a noção de arco.

A noção de ângulo é necessária no estudo da Física do ensino médio desde o 1º ano, quando ocorre o início do estudo das Leis de Newton, se estendendo a seguir ao estudo do movimento circular, na aplicação ao caso dos satélites geostacionários, na determinação da velocidade angular etc. Esta noção está ainda presente no estudo do movimento de um projétil lançado horizontalmente, quando se pretende determinar a direção da velocidade do projétil ao atingir o solo.

- **Funções trigonométricas**

As razões trigonométricas (seno, cosseno e tangente) são estudadas, na Matemática, no Ensino Fundamental, de forma simples (relacionadas num triângulo retângulo) e as funções trigonométricas (usando o círculo trigonométrico, ver figura 49) são apresentadas no 2º do Ensino Médio.

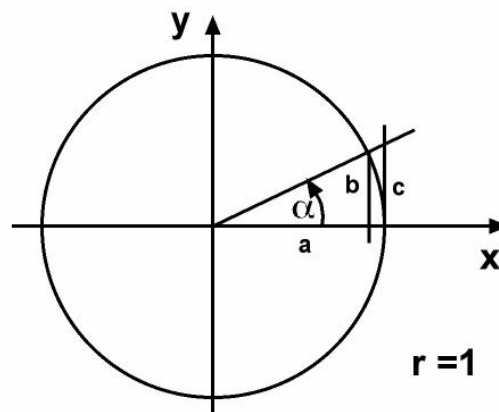


Figura 49 - Figura do círculo trigonométrico. a-cosseno; b-seno ; c-tangente.

Em termos matemáticos, faz-se o estudo da variação das razões trigonométricas em cada quadrante, isto é, analisa-se o crescimento ou decréscimo destas à medida que as amplitudes dos ângulos aumentam. Para cada função trigonométrica analisa-

se: domínio, contradomínio, período, paridade, variação, (tendo por base o círculo trigonométrico) representando-as graficamente.

As equações trigonométricas do tipo

$$\text{sen}(x) = a$$

apresentam dois tipos de solução: uma no sistema sexagesimal, em que a unidade é o grau, e outra, no sistema circular, em que a unidade é o radiano. Estas unidades estão relacionadas entre si:  $\pi \text{ rad} = 180^\circ$ . O sistema circular é o sistema que se utiliza com mais frequência quer na Matemática quer na Física. Na Física, ele surge, por exemplo, quando se faz o estudo do movimento circular, ao identificarmos o valor da velocidade angular média como sendo a variação do ângulo ao centro num determinado intervalo de tempo, isto é,

$$\omega_m = \frac{\Delta\theta}{\Delta t}.$$

Faz-se o estudo de uma função trigonométrica com o objetivo de identificar os seguintes parâmetros: amplitude ( $A$ ), frequência ( $f$ ) e fase ( $\varphi$ ), que permitem, por exemplo, caracterizar um movimento oscilatório, isto é,

$$E(t) = A \cdot \text{sen}(\omega t + \varphi).$$

Em termos de aprendizagem, por parte dos alunos, destes dois tipos de sistemas, verifica-se que os alunos revelam uma certa confusão em relação ao uso das unidades destes dois sistemas e em sua conversão. A utilização do grau, em paralelo com o radiano, que surge com alguma frequência na abordagem de situações no ensino, contribui para a confusão que os alunos revelam quando trabalham com estas unidades.

No estudo de um plano inclinado apenas se refere ao fato de se relacionar o trabalho de forças conservativas (peso de um corpo, por exemplo) com a variação da energia potencial gravitacional. O conceito de força eficaz é tratado apenas qualitativamente. Ora, o que se verifica é que, como já foi referido, estas noções são trabalhadas na Matemática do ensino básico (relacionadas num triângulo retângulo). Na Física ao determinar o trabalho realizado por uma força que não seja colinear com o movimento é apenas necessário decompor esta força na direção do movimento correspondendo a utilização da noção de cosseno do ângulo tal como é ensinada no ensino fundamental.

- **Geometria**

Nos próximos parágrafos abordaremos as noções geométricas que surgem com maior frequência no estudo da Física, bem como a noção de vetor e suas aplicações.

As formas geométricas que aparecem com maior frequência no estudo da Física são: a parábola, a circunferência e o círculo. Encontrando-se ainda a elipse, no estudo das Leis de Kepler, e a hipérbole. Identifica-se a parábola na trajetória de um projétil; no estudo da variação da posição do centro de massa de uma partícula animada de movimento uniformemente variado em função do tempo; no estudo da energia cinética de um oscilador em MHS (Movimento Harmônico Simples, bem como no estudo da energia potencial elástica. A circunferência aparece no estudo da trajetória do movimento circular uniforme.

No estudo da Física recorre-se ainda, frequentemente, ao cálculo de áreas e volumes de sólidos no espaço e ao cálculo de perímetros e áreas de figuras geométricas no plano. Assume-se que os alunos após o ensino fundamental já estão familiarizados com este cálculo.

- **Vetores**

A noção de vetor é uma das ferramentas mais essenciais no estudo da Física. Na disciplina de Matemática este conceito já é trabalhado no 7º e 8º ano do ensino fundamental, sendo caracterizado por três elementos (direção, sentido e comprimento). Na Física aplica-se a noção de vetor ao estudo de grandezas

vetoriais (caracterizadas por: módulo, sentido e direção). A norma, em Matemática não tem unidades. As coordenadas, componentes de um vetor num referencial ortonormal e o produto interno ou escalar de dois vetores são estudadas no 3º ano de Matemática, no tema geometria no plano e no espaço, não se fazendo qualquer referencia ao produto externo ou vetorial que é essencial no estudo da Física no 3º ano.

Verifica-se que os professores de Física despendem tempo letivo, no início do estudo do 3º ano, para preencher as lacunas referentes ao cálculo vetorial. No 1º ano, na Mecânica Clássica, a representação de vetores surge no estudo dos movimentos, nomeadamente na caracterização do deslocamento, da velocidade e da aceleração; nas interações entre corpos em particular no estudo da força gravitacional.

Assim, com base nas discussões apresentadas, vimos algumas nuances das relações curriculares entre a Física e a Matemática no Ensino Médio, evidenciando o potencial de exploração interdisciplinar entre elas. Dessa forma, percebemos no *Modellus* uma ferramenta capaz de, utilizando a modelagem matemática de experimentos da Física, potencializar essa interdisciplinaridade, facilitando tanto a compreensão dos conceitos físicos quanto matemáticos. Desse modo, para viabilizar esta perspectiva, propomos uma sequência de atividades que, utilizando o software *Modellus* no Ensino Médio, pode levar o Professor de Matemática a interagir com a Física e vice-versa de forma a proporcionar uma contextualização produtiva em suas aulas.

#### 4.3.2 Modelagem 01 - Gráfico da Função Seno na Modelagem do Movimento de Onda numa Corda.

A ondulatória, na Física Clássica, estuda as características e as propriedades das ondas e seus movimentos e relações. A onda consiste de perturbações, pulsos ou oscilações ocorridas em um determinado meio, que pode ser material ou não. Transporta energia cinética da fonte para o meio, sendo incapaz de transportar matéria.

Uma das maneiras de visualizar o deslocamento de uma onda é através do simples experimento de tensionar uma corda e movê-la em uma de suas extremidades para cima e para baixo rapidamente. Tal movimento gera um pulso que percorre todo o comprimento da corda. Se o movimento for repetido, um fluxo contínuo se estabelece permitindo a visualização da onda.



Figura 50 - Onda se propagando em uma corda - Fonte: <http://www.astronomy.ohio-state.edu/> - Acessado em 05/01/2014.

O ensino da Trigonometria, mais particularmente das funções seno e cosseno, pode se valer da modelagem dos fenômenos de ondulatória.

Este experimento pode ser modelado matematicamente no software *Modellus* através da introdução de funções trigonométricas parametrizadas com o tempo, fazendo com que o gráfico ganhe vida descrevendo um movimento do onda.



A seguir ilustração da modelagem da função  $f(t) = \text{sen}(t)$

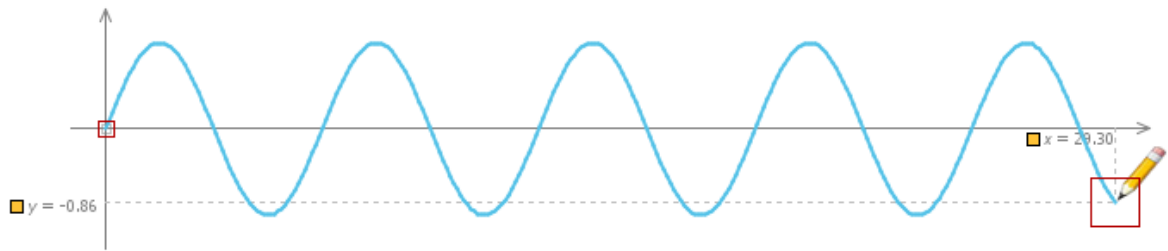


Figura 51 - Gráfico de Função trigonométrica desenhado pelo *Modellus*.

O modelo é construído inserindo a função  $f(t) = \text{sen}(t)$  na janela Modelo Matemático, conforme vemos a seguir na figura 52.

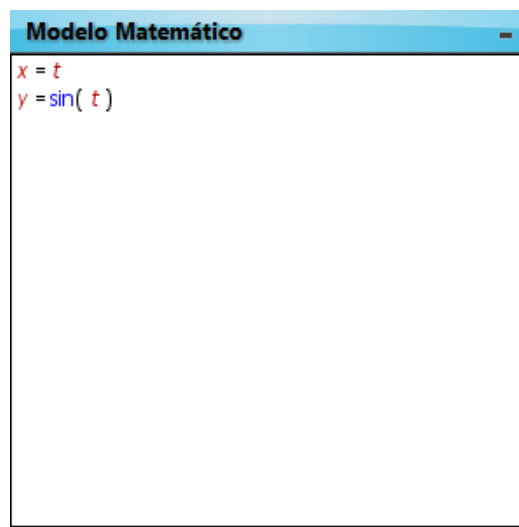


Figura 52 - Modelo matemático da Função Trigonométrica seno.

Após clicar no botão "play" logo abaixo na tela, o gráfico ganha vida fazendo a função percorrer um certo intervalo de 't' pré-estabelecido.

### 4.3.3 Modelagem 02 - Utilização de Modelagem do Movimento num plano inclinado como instrumento auxiliar no ensino de Trigonometria.

A trigonometria é, sem dúvida, uma das ferramentas matemáticas mais eficientes e práticas já inventada pelo homem, sendo sempre aperfeiçoada e aprimorada ao longo da história, tendo contribuições de marcantes pensadores como Pitágoras e Hiparco.

O plano inclinado, normalmente abordado no início do estudo de mecânica, constitui uma excelente ferramenta no estudo da trigonometria, podendo ser amplamente utilizado pelo professor de Matemática.

A seguir, podemos ver, na figura 53, o esquema normalmente utilizado pelo professor de Física quando ensina a decomposição da força peso num plano inclinado.

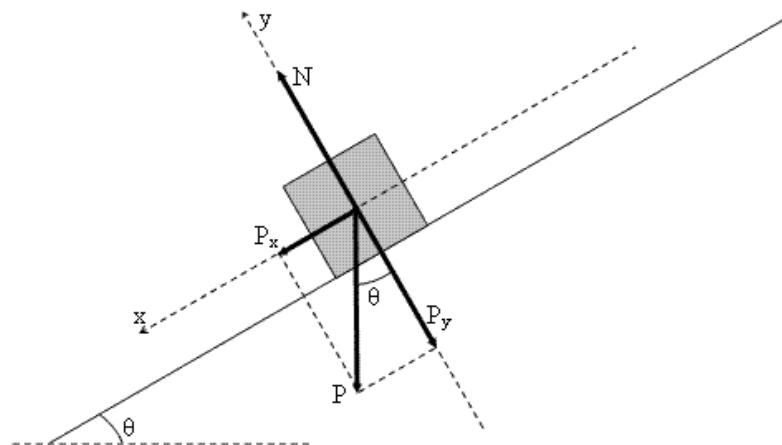


Figura 53 -Esquema de Forças num plano inclinado - Fonte:

<http://www.sofisica.com.br/conteudos/Mecanica/Dinamica/figuras/pi3.GIF> - Acessado em 20/02/2014

Nessa atividade, as potencialidades para se estabelecer a relação entre a Física e a Matemática vão desde o uso de semelhança de triângulos, (previsto para ser estudado no 7º ano do Ensino Fundamental e posteriormente retomado no 2º ano do Ensino Médio, no estudo de Trigonometria), à decomposição da força peso, nas componentes  $P_x$  e  $P_y$ , com o uso das funções seno e cosseno, utilizando conceitos da Geometria Analítica.

Fazendo uso do *Modellus*, apresentamos a seguir, na figura 54, a modelagem de um plano inclinado. Com o uso dessa ferramenta o objeto inicia sua trajetória no alto do plano e desliza até o ponto mais baixo, de acordo com as equações apresentadas a seguir.

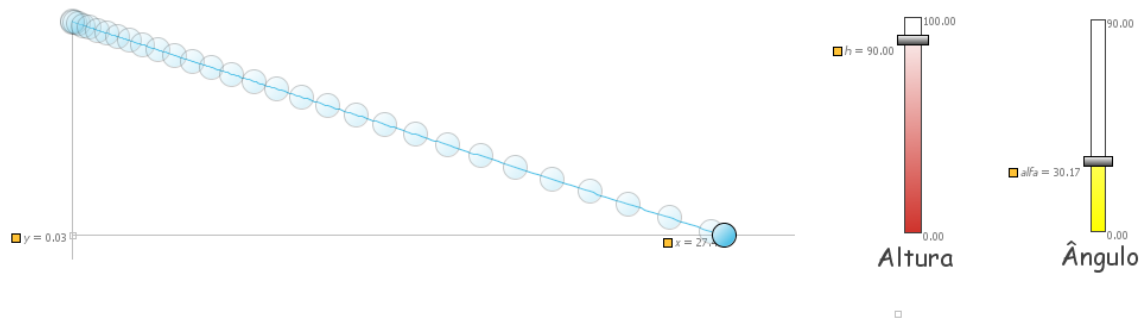


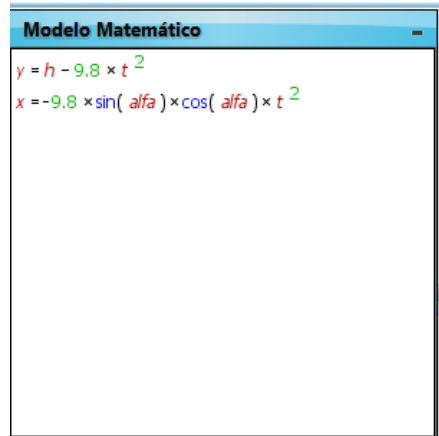
Figura 54 - Modelo do movimento de um corpo num plano inclinado gerado no *Modellus*.

$$x = \frac{gt^2}{2} \cos(\theta)$$

$$y = h - \frac{gt^2}{2} \sen(\alpha)$$

Os movimentos na horizontal e vertical são descritos respectivamente por essas equações, onde  $g$  é a aceleração da gravidade e  $h$  a altura inicial da partícula.

A seguir, na figura 55, temos a janela *Modelo Matemático*, onde foram inseridas as equações para a modelagem do plano inclinado. Podemos notar a presença das variáveis  $h$  e  $alfa$  que representam a altura e o ângulo do plano inclinado, respectivamente. Esses parâmetros foram aqui associados a um Indicador de Nível, que permite a alteração de seus valores de forma interativa pelo usuário.



Modelo Matemático

$$y = h - 9.8 \times t^2$$
$$x = -9.8 \times \sin(\text{alfa}) \times \cos(\text{alfa}) \times t^2$$

Figura 55 - Modelo matemático do movimento de um corpo num plano inclinado no *Modellus*.

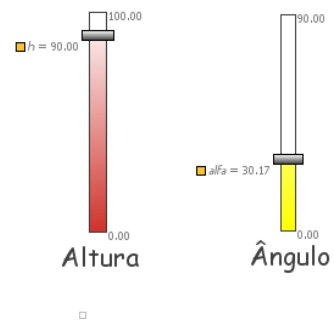


Figura 56 - Indicadores de nível.

## 5 CONSIDERAÇÕES FINAIS

O presente trabalho apresentou o relato de uma experiência desenvolvida em sala de aula, a partir da qual foi criado um conjunto de atividades que podem ser utilizadas pelo professor de Matemática em diferentes situações, nas quais, este pode utilizar do potencial contextualizador da Física como um ferramenta auxiliar no ensino de matemática buscando a interdisciplinaridade proporcionada por conteúdos das duas disciplinas. Assim, foi apresentada como metodologia a sequência de fatos que desencadearam na escrita desta dissertação, bem como uma análise de dados, que partiu da utilização do software *Modellus* nas aulas da disciplina de Física Geral e Experimental I, do curso de Engenharia Civil - FTC - Jequié - Bahia, transcorrido no segundo semestre de 2013, realizando a modelagem matemática de experimentos de Mecânica Clássica, onde notadamente estão presentes os mais diversos conteúdos de Matemática.

Na experiência relatada o fato motivador foi inicialmente a necessidade de apresentar experimentos para os alunos do curso de Engenharia Civil que, naquele momento, não dispunham de laboratório. A ideia de utilização do *Modellus* surgiu dentro da disciplina de Recursos Computacionais no Ensino de Matemática, do PROFMAT, e veio suprir satisfatoriamente a lacuna gerada pela inexistência do laboratório, inclusive possibilitando extensões não acessíveis num ambiente real. Tal experiência mostrou-se ainda promissora e extensível ao Ensino Médio, onde as mesmas atividades de modelagem podem auxiliar o professor de Matemática em suas aulas.

Desse modo, a partir da experiência relatada, concluímos que a interação entre as disciplinas Matemática e Física, com a utilização do software *Modellus*, mostrou-se promissora, e pode proporcionar ao professor de matemática uma enorme gama de situações onde o potencial de contextualização presente na Física tende a auxiliá-lo em suas atividades em sala de aula. A frieza presente em vários conteúdos poderá assim ser quebrada tornando a disciplina mais atraente para os alunos.

Acreditamos que a utilização das atividades aqui presentes trará alterações significativas no processo de ensino-aprendizagem de Matemática e esperamos que tais alterações gerem benefícios e sejam refletidas na formação dos alunos.

Portanto, esperamos com este trabalho poder contribuir com os professores que desejam utilizar ferramentas tecnológicas em suas aulas, ou ainda, buscam contextualizá-las, por meio da interdisciplinaridade. Assim, desejamos que a partir da leitura desse trabalho, se sintam motivados a planejar e implementar aulas, com base nas atividades aqui propostas e/ou criando suas próprias atividades, de acordo com suas necessidades e experiência. Finalizando, recomendamos a utilização da Modelagem Matemática, por meio do software *Modellus*, como um modo efetivo de promover a interdisciplinaridade em sala de aula, gerando aulas mais dinâmicas, motivadoras e participativas, buscando melhorar o ensino e a aprendizagem da Matemática.

## 6 REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ALBUQUERQUE, Francisco Mauro Parente de, Uso da ferramenta computacional “Modellus” como auxiliar na aprendizagem de conceitos físicos envolvidos no estudo de circuitos elétricos RL e R, Fortaleza, 2012.

ALMEIDA, L. M. W. ; SOUSA, B.N.P. . Os Mundos da Matemática em Atividades de Modelagem Matemática. Bolema. Boletim de Educação Matemática (UNESP. Rio Claro. Impresso), v. 26, p. 135-162, 2012.

ALVES, Raimunda F. ; BRASILEIRO, Maria do Carmo E. ; BRITO, Suerde M. de O. Interdisciplinaridade: Um conceito em construção. In: Episteme, Porto Alegre, n.19, p. 139-148, jul./dez. 2004.

ARAÚJO, I. S. Simulação e modelagem computacionais como recursos auxiliares no ensino de Física geral. Tese de Doutorado em Física – Instituto de Física, UFRGS, Porto Alegre, 2005.

ARAÚJO, J. de L. A função é contínua ou não? – discussões que decorrem de uma atividade de Modelagem Matemática em um ambiente computacional. In: Anais do IV Encontro Brasileiro de Estudantes de Pós-Graduação em Educação Matemática. Rio Claro (SP): Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática da UNESP, 2000.

BARBOSA, J. C. Modelagem na Educação Matemática: contribuições para debate teórico/In: REUNIÃO ANUAL DA ANPED, Rio de Janeiro, 24, 2001.

BASSANEZI, R. C. Ensino-aprendizagem com modelagem matemática, Contexto, São Paulo, 2002.

BIEMBENGUT, Maria Salett. HEIN, Nelson. Modelagem matemática no ensino. 4. ed. São Paulo: Contexto, 2005.

BRASIL. MEC, Secretaria de Educação Média e Tecnológica. PCNs+ Ensino Médio: orientações educacionais complementares aos Parâmetros Curriculares Nacionais. Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologias. Brasília: MEC, SEMTEC, 2002. 144p.

COHEN, L. Bernard. O nascimento de uma nova física - de Copérnico a Newton, EDART, São Paulo, 1967, tradução de Gilberto Andrada e Silva.

COUTO, MARIA ISABEL DE MELO FERREIRA DA SILVA (2007) Contributos para a interdisciplinaridade no ensino da Física e da Matemática - Departamento de Física Faculdade de Ciências da Universidade do Porto.

DEVLIN, K. Matemática: A ciência dos padrões. Porto, Porto Editora, 2002.

ELDESTEIN-KESHET, L. *Mathematical Models in Biology*, Random House, New York, 1988.

FAZENDA, Ivani (Org.). O que é interdisciplinaridade? São Paulo: Cortez, 2008.

FIORENTINI, D. *Brazilian Research in Mathematical Modelling*. Sevilla, Espanha: Mimeo, 1996.

Fortes, Clarissa Corrêa. INTERDISCIPLINARIDADE: ORIGEM, CONCEITO E VALOR. Disponível em: [www3.mg.senac.br/NR/rdonlyres/.../Interdisciplinaridade.pdf](http://www3.mg.senac.br/NR/rdonlyres/.../Interdisciplinaridade.pdf) acesso em 15/03/2014



GIL, Antonio Carlos. Como elaborar projetos de pesquisa. 4<sup>o</sup> ed. São Paulo: Atlas, 2002.

GOMES, R. Análise de dados em Pesquisa Qualitativa. In.: MYNAIO, M. C. S. (Org.). Pesquisa Social – Teoria, Método e Criatividade. Petrópolis: Vozes, 1994.

LAKATOS, Eva Maria; MARCONI, Marina de Andrade. Metodologia do trabalho científico: procedimentos básicos, pesquisa bibliográfica, projeto e relatório, publicações e trabalhos científicos. 5<sup>o</sup> ed. São Paulo: Atlas, 2000.

LAVAQUI, Vanderlei. Um entendimento da interdisciplinaridade como prática educativa escolar no Ensino Médio. VIII Congresso de Educação – EDUCERE. Paraná, 2008

LUNA, Sergio V. de. Planejamento de pesquisa: uma introdução. 2<sup>a</sup> Ed. São Paulo: EDUC, 2002.

MATOS, J. F., CARREIRA, S. *The quest for meaning in students' mathematical modelling activity*. In: PUIG, L., GUTIÉRREZ, A. (ed.). Proceedings of PME 20, vol. 3. Valencia: Universitat de València, 1996. 4 v. V. 3. p. 345-352.

MEDEIROS, A; MEDEIROS, C. F. de; Possibilidades e limitações das simulações computacionais no ensino de Física – Revista Brasileira de Ensino de Física – São Paulo, v. 24, n. 2, p. 77-86, 2002.

MELLO, Guiomar Namó de. Transposição didática, interdisciplinaridade e contextualização. Disponível em: [www.namodemello.com.br/pdf/escritos/outros/contextinterdisc.pdf](http://www.namodemello.com.br/pdf/escritos/outros/contextinterdisc.pdf) acesso em 10/02/2014

MINAYO, M. C. S. O Desafio do Conhecimento: Pesquisa Qualitativa em Saúde. 3ª Ed. São Paulo-Rio de Janeiro: HUCITEC-ABRASCO, 2004.

OLIVEIRA, Cristiano Lessa. Um apanhado teórico-conceitual sobre a pesquisa qualitativa: tipos, técnicas e características. Revista Travessias, 2009. Disponível em: <http://e-revista.unioeste.br/index.php/travessias/article/download/3122/2459>. Acesso em 27/12/2013.

OLIVEIRA, S. L. de. Tratado de metodologia científica: projetos de pesquisas, TGI, TCC, monografias, dissertações e teses. 2.ed. São Paulo: Pioneira Thomson Learning, 2001.

PINTO, M. *Práticas educativas numa Sociedade global*. Porto: Edições Asa, 2002a.

QUEIROZ, L. Pesquisa quantitativa e pesquisa qualitativa. Claves n. 2 - Novembro de 2006. Disponível em: [http://www.ccta.ufpb.br/claves/pdf/claves02/claves\\_2\\_pesquisa\\_quantitativa.pdf](http://www.ccta.ufpb.br/claves/pdf/claves02/claves_2_pesquisa_quantitativa.pdf). Acesso em 20/01/2014.

POZO, Juan Ignacio. A aprendizagem e o ensino de ciências: do conhecimento cotidiano ao conhecimento científico. Porto Alegre: Artmed, 2009.

RICHARDSON, Roberto J. Pesquisa Social: Métodos e Técnicas. São Paulo: Editora Atlas, 1999.

VEIT, E. A. & TEODORO, V. D. Modelagem no ensino aprendizagem de física e os novos parâmetros curriculares nacionais para o ensino médio. Revista Brasileira de Ensino de Física, São Paulo, v.24, n.2, p. 87-96, jun. 2002.

VEIT, E. A., Modelagem computacional no Ensino de Física, Contribuição à mesa redonda sobre informática no ensino de Física – XVI SNEF, 2005.

TEIXEIRA, Paulo Marcelo Marini. RAZERA, Júlio César Castilho. Ensino de Ciências: Pesquisa e pontos em discussão, São Paulo: Komedi, 2009.

## **APÊNDICES**



## QUESTIONÁRIO

**Título da pesquisa:** Uma Abordagem Interdisciplinar da Utilização de Modelagem Matemática de Experimentos de Física

**Autor:** Iran Barros Lima

**Identificação:**

Sexo: M ( ) F ( ) Idade: \_\_\_\_\_ Turma: \_\_\_\_\_

**01 -** Você já conhecia o software *Modellus*?

Sim

Não

**02 -** Como você avalia o uso do software *Modellus* na modelagem de experimentos no Curso de Física Geral I?

Péssimo

Regular

Bom

Ótimo

**03 -** Em sua opinião a utilização do software conseguiu substituir os experimentos reais de Física feitos num laboratório?

Sim

Não

Parcialmente

**04** - Você acha que o uso do software *Modellus* apresenta alguma vantagem sobre os experimentos reais?

Sim

Não

**05** - Caso tenha respondido sim à questão anterior, explique quais as vantagens você acha que o uso do software apresentou.

---

---

---

---