INSTITUTO DE MATEMÁTICA PURA E APLICADA

MESTRADO PROFISSIONAL EM MATEMÁTICA

THIAGO SALVADOR PACHECO CHAGAS

BOLHAS DE SABÃO NA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA:
explorando a dedução-lógica – PROFMAT 2012

RIO DE JANEIRO - RJ

2014

INSTITUTO DE MATEMÁTICA PURA E APLICADA

MESTRADO PROFISSIONAL EM MATEMÁTICA

THIAGO SALVADOR PACHECO CHAGAS

BOLHAS DE SABÃO NA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA: explorando a dedução lógica – PROFMAT 2012

Trabalho de Conclusão de Curso do Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional, apresentado ao Instituto Nacional de Matemática Pura e Aplicada como requisito parcial para obtenção do título de Mestre, sob orientação Prof. PhD. Roberto Imbuzeiro Moraes Felinto de Oliveira

RIO DE JANEIRO - RJ

2014

à Lucia, Arthur, Modino, Tata, Luiz Arthur, Ricardo e Nelson: exemplos de pessoas simples cheias de amor.

AGRADECIMENTOS

Sem dúvida, muito desse trabalho não seria possível sem a paciência, ajuda, orientação, carinho e amor da minha girafa Anna Carolina. Sem ela, essas linhas – e toda minha vida – estariam todas em branco. Muito obrigado, meu amor, por mais um sonho e etapa juntos. Continuemos juntos nessa incrível jornada.

Agradecimentos especiais aos meus pais, padrinhos e à vovó Irene. Sempre me dão o melhor. A vida, a criação, a educação e o exemplo que vocês são me faz querer ser uma pessoa melhor.

Ao meu orientador, Roberto (ou Imbuzeiro?) por me ajudar no meio de tanta tormenta. Saiba que tenho em você um ótimo exemplo de professor, orientador e pesquisador. Obrigado por tudo.

À família Chaves, por me receber tão bem e deixar-me ser mais um. O amor e carinho por vocês são constantes e eternos.

Aos meus irmãos Afonso, Flora, Nobru, Bonito, Taiana, Léo, Bryan, Antônio, Adriana, Eric, Priscila, Tata, Nanda, Letícia, Nalu e Felipe. Meu trabalho, meu esforço, as noites mal dormidas, meu sucesso: tudo isso é para que possamos viver juntos novas histórias e aventuras.

Aos meus afilhados Léo e Moe: não será nessas escassas linhas que poderei agradecer propriamente o presente que vocês me deram. Sem dúvida, o balãozinho me deu mais ânimo para escrever esse trabalho. Muito obrigado Francisco.

Aos meus colegas de ProfMat: enfim, a luta valeu a pena. Muito obrigado, pelas perguntas idiotas evitadas em alguma aula no IMPA e por sanar aquela dúvida antes da prova. Somos vencedores.

E a todos os Salvadores, Chagas, Pachecos, Oliveiras, Britos, Lacombes, Cavalcantis, Valentes, Fontes, Limas, Martins, Queiroz, Lobos, Burgos, Gurgitas, Pessanhas e Lamas sempre torcendo e cuidando de mim. Muito obrigado. Sem vocês, nada seria.

“tô te explicando pra te confundir,

tô te confundindo pra te esclarecer”

(Tom Zé)

RESUMO

Este trabalho apresenta uma série de atividades desenvolvidas com alunos do Ensino Médio acerca de películas de sabão e as Leis de Plateau. Nosso objetivo principal é explorar as deduções-lógicas presente em cada atividade. Temos também por finalidade apresentar novos objetos matemáticos, analisar e interpretar o comportamento da bolha de sabão como superfície mínima e contextualizar as atividades propostas.

Palavras Chave: dedução lógica, experimentos, bolha de sabão, Plateau, superfície mínima

ABSTRACT

This work presents a series of activities carried out with high school students about soap films and Plateau's laws. Our primary objective is to explore the logical-deductions present on each activity. We also aim to introduce new mathematical objects, analyze and interpret the behavior of soap bubble as minimum area and contextualize the activities proposed.

Key words: logical deduction, experiments, soap bubble, Plateau, minimum surface

Lista de Figuras

Sumário

1. INTRODUÇÃO

Este estudo fundamenta-se em um dos importantes passos para responder os questionamentos da pesquisa científica em geral. Qual processo é utilizado para darmos uma explicação do que se nota e se percebe? Qual é o primeiro passo para solucionar um problema? O raciocínio lógico. Assim, nosso intuito é fomentar a observação, experimentação e a curiosidade provida de um determinado problema e assim estimular a dedução necessária para que o aluno consiga resolver problemas.

Segundo os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN – 1997), um dos objetivos do ensino de Matemática é "questionar a realidade formulando-se problemas e tratando de resolvê-los, utilizando para isso o pensamento lógico, a criatividade, a intuição, a capacidade de análise crítica, selecionando procedimentos e verificando sua adequação". Portanto a atividade matemática escolar não é "olhar para coisas prontas e definitivas", mas a construção e a apropriação de um conhecimento pelo aluno, que se servirá dele para compreender e transformar sua realidade.

Outro importante ponto do processo aprendizagem da Matemática é a apresentação de novos objetos matemáticos. É necessário que nossos alunos conheçam seus objetos de estudo e compreendam o seu redor. De acordo com as Orientações Educacionais Complementares aos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN+)

> "usar as formas geométricas para representar ou visualizar partes do mundo real é uma capacidade importante para a compreensão e construção de modelos para resolução de questões da Matemática e de outras disciplinas. Como parte integrante deste tema, o aluno poderá desenvolver habilidades de visualização, de desenho, de argumentação lógica e de aplicação na busca de solução para problemas."

Entendemos também a contextualização como outro relevante aspecto no ensino de Matemática. Brousseau (1996) afirma que o contexto deve estar associado a uma situação que dê sentido aos conhecimentos a serem elaborados, ou oriente a aprendizagem matemática e Groenwald (2002) relata não ser mais possível apresentar a Matemática aos alunos de forma descontextualizada, sem levar em conta que a origem e o fim da Matemática é responder às demandas de situações-problema da vida diária.

Neste trabalho partimos das bolhas de sabão para criar uma experiência de sala de aula que contemple os pontos citados acima. Nosso objetivo principal é explorar a dedução-lógica necessária para entender o comportamento das bolhas de sabão em cada um de nossos experimentos. Temos também como objetivos secundários mostrar a relevância do trabalho matemático através de suas premiações, apresentar novos objetos matemáticos, entender o comportamento das bolhas e películas de sabão e relacionar esse comportamento com o cotidiano do aluno.

Para que todas essas importantes etapas do conhecimento sejam contempladas, nosso trabalho será divido em cinco capítulos: (i) o contexto histórico dos problemas (experimentos de Joseph Plateau realizados com bolhas de sabão) abordados com os alunos, (ii) nossos objetivos: dedução lógica, compreensão do seu redor e contextualização (iii) na descrição de seis atividades que focam na importância da pesquisa matemática e seus méritos, na dedução lógica e contextualização através dos experimentos propostos com bolhas e películas de sabão, (iii) no relato da aplicação desses experimentos em parte de uma turma de segundo ano do ensino médio do Colégio Qualidade Integral e (iv) em nossas considerações finais.

2. ASPECTOS HISTÓRICOS

2.1. ICM e ICM Jovem

Segundo Boyer (1996), no fim século XIX houve uma significativa mudança no enquadramento institucional e interpessoal do conteúdo da Matemática. Além da criação de departamentos acadêmicos de Matemática, da comunicação individual entre matemáticos de diversos países, a troca de ideias foi deveras estimulada pelo estabelecimento de sociedades matemáticas nacionais e encontros internacionais. Seguindo essa linha, era praticamente necessária a criação de um evento onde estudiosos do momento poderiam expor suas novas descobertas ou até mesmo apresentar novos problemas para a comunidade matemática.

Foi com esse objetivo que se criou o Congresso Internacional de Matemáticos ou no original: *International Congress of Mathematicians* (ICM). Assim, no ano de 1897 foi realizado o primeiro ICM na cidade de Zurique na Suíça. O ICM já foi palco de grandes discussões matemáticas. Por exemplo, em 1900, durante o ICM de Paris, David Hilbert propôs os que ele mesmo intitulou de “os grandes problemas da Matemática”. Muitos desses grandes problemas foram objeto de trabalhos famosos e conferências em ICMs futuros. Anos mais tarde, durante mais um congresso em Cambridge, Edmund Landau listou quatro problemas sobre números primos, afirmando que esses problemas seriam inatacáveis no estado atual da ciência. Destacamos que, durante o ICM 2014, Artur Ávila foi o primeiro brasileiro a receber o maior reconhecimento da comunidade matemática (na seção seguinte abordaremos mais sobre esse prêmio).

A próxima edição do ICM, em 2018, será realizada no Brasil, mais precisamente na cidade do Rio de Janeiro e terá significativa importância. Visto que nunca fora realizado em nenhum país da América do Sul ou ao menos em um país do hemisfério sul. A fim de promover o congresso no país e sabendo da importância em promovê-lo, a Sociedade

Brasileira de Matemática (SBM) criou o ICM Jovem: um concurso, entre os jovens das escolas públicas do Brasil, para criar o logotipo do evento[1]..

2.2. Medalha Fields

Outra preocupação dos matemáticos, no início do século XX, era o reconhecimento pelos seus árduos trabalhos. Assim, e como consequência direta do Congresso Internacional de Matemáticos, criou-se a Medalha Fields.

No ano de 1924, durante o ICM em Toronto, foi resolvido que a cada Congresso Internacional de Matemáticos – ou seja, a cada quatro anos – o comitê executivo da União Internacional de Matemática premiaria dois matemáticos pelos seus notórios trabalhos expostos nesse período. No entanto, devido ao grande avanço nas pesquisas matemáticas, em 1966, foi acordado que seriam dadas quatro medalhas em vez de apenas duas. Outro ponto importante da premiação é o limite máximo para receber o prêmio: o matemático deve ter no máximo 40 anos até o ano da realização do ICM. Assim, foi criada que hoje é considerada a premiação de maior prestígio em Matemática Pura: a Medalha Fields[2].

Outro importante momento, histórico para a comunidade matemática principalmente a brasileira, foi, em 2014, a premiação da Medalha Fields a um brasileiro. Artur Ávila fez grandes contribuições nas áreas de sistemas dinâmicos, análise e outras, em muitos casos provou resultados que há muito eram problemas ainda em aberto. Além de ter sido o primeiro brasileiro, Artur é também o primeiro lusófono a vencer a importante premiação.

---

[1] http://icm2018.sbm.org.br/icm_jovem.html

[2] http://www.mathunion.org/general/prizes/fields/details/

2.3. Superfície Mínima e Joseph Plateau

Essa seção faz referência a Eves (2011). De acordo com o autor, Gauss define, em 1827, em suas *Disquisitiones Generales Circa Superficies Curvas* o importante conceito de curvatura de uma superfície:

> Considere as secções de S formadas pelos planos que contêm a normal a S num ponto P de S. Dessas secções há uma de curvatura máxima k e uma de curvatura mínima k' em P. [...] O produto K = kk' é chamado curvatura total ou gaussiana da superfície S em P.

Em seguida, no ano de 1831:

> Sophie Germain introduziu o conceito de curvatura média: M = (k +k')/2 de uma superfície num ponto P dessa superfície. São particularmente importantes as superfícies para as quais M é nula em todos os pontos; estas superfícies se denominam *superfícies mínimas* [...] A designação *superfícies mínimas* decorre do fato de que elas se caracterizam por serem as superfícies de área menor entre todas as superfícies limitadas por uma dada curva fechada do espaço. Ilustram-nas as formas assumidas pelas películas de espuma de sabão obtidas quando se mergulham laços fechados de arame de qualquer forma numa solução de água e sabão; a tensão superficial das películas minimiza as áreas das superfícies das películas.

Em 1760, Joseph-Louis Lagrange propôs pela primeira vez o problema de determinar a superfície mínima de uma curva fechada, no entanto, esse problema ficou conhecido então como p*roblema de Plateau*. Joseph Plateau (1801-1883) foi um físico conhecido por seu estudo sobre a capilaridade e tensão superficial. Embora cego, Plateau realizou seus experimentos através de películas de espuma de sabão e com suas pesquisas, notou que as películas de sabão, além de serem superfícies mínimas, seguiam um determinado padrão quando submetidas determinados experimentos. Esse comportamento é denominado como as *Leis de Plateau*:

Leis de Plateau

1. Películas de sabão são superfícies lisas

2. A curvatura média de uma película de sabão é a mesma em todos os pontos de um dado pedaço de película

3. Películas de sabão encontram-se em três formam um ângulo cujo arccos(−1/2) = 120°, esse encontro é chamado de Borda de Plateau

4.As Bordas de Plateau se encontram em quarto no vértice e formam um ângulo cujo arccos(−1/3) ≈ 109.47°

Figura 1 - Leis de Plateau

Anos mais tarde, em 1931, o matemático americano Jesse Douglas ficou famoso por ter resolvido o Problema de Plateau (determinar a superfície mínima dada uma curva fechada) e graças a isso foi um dos vencedores da Medalha Fields, em 1936, entrando de vez na História da Matemática. Note que as Leis de Plateau só foram matematicamente demostradas anos mais tarde no trabalho *The Structure Of Singularities In Soap-Bubble-like And Soap-film-like Minimal Surfaces* (TAYLOR, 1976).

3. OBJETIVOS DESTE TRABALHO

Este trabalho fundamenta-se em exercitar as deduções-lógicas em nossos experimentos com bolhas e películas de sabão. Entendemos que ao reforçar tais raciocínios promoveremos um futuro interesse em pesquisa científica.

Além disso, temos como demais objetivos:

- Compreender o reconhecimento do trabalho do matemático através da importância da Medalha Fields;
- Apresentar novos objetos matemáticos;
- Analisar o comportamento de superfície mínima nas películas de sabão;
- Interpretar as Leis de Plateau nos experimentos com películas de sabão;
- Relacionar os experimentos com o dia-a-dia.

4. METODOLOGIA

Durante a abertura do ICM Jovem, ocorrida em fevereiro de 2014, no Instituto de Matemática Pura e Aplicada (IMPA), o professor doutor José Espinar realizou uma palestra[3] onde indagava os alunos a fazerem o logotipo do próximo ICM. Para isso, o professor executou uma série de experimentos com películas e bolhas de sabão baseadas nas observações de Joseph Plateau (1801-1883). Destacamos que as atividades realizadas nesse trabalho final de curso têm referência a essa palestra ministrada e optamos por esse tema, pois acreditamos que o apelo visual do trabalho motivará os alunos a novas experimentações no âmbito da Matemática.

4.1. Grupo de Estudo

Para realização do trabalho aqui proposto, foram selecionados 9 alunos da segunda série do Ensino Médio do Colégio Qualidade Integral (Colégio Qi). Para realizar nossas atividades dividimos os alunos em dois grupos (4 e 5) no qual denominamos de Grupo 1 e Grupo 2.

A opção pelo Colégio Qi foi feita devido ao suporte pedagógico que a própria escola oferece. Dentro dessa filosofia educacional, os alunos são incentivados a realizarem pesquisas de acordo com conteúdo da série cursada e no fim do ano letivo, seus trabalhos são exibidos à comunidade escolar no que o colégio denomina de Dia da Cultura.

[3] http://www.youtube.com/watch?v=f61F0LKD6pM

4.2. Descrição das Atividades

Destacamos que todas as atividades propostas aos alunos encontram-se no apêndice desse trabalho (pg. 62). A seguir, descreveremos e citaremos os motivos de todas as atividades.

Nossas seis atividades estão divididas em quatro etapas:

4.2.1. Primeira Etapa

Aqui, objetivamos mostrar que o árduo trabalho do matemático é, quando notório, reconhecido. Observar também que esse mérito provém de discursos em congressos internacionais ou com a conquista de medalhas. Assim, entendemos que mostrar aos alunos que o tema do trabalho foi importante para comunidade matemática é uma motivação para os futuros estudos (dependendo da observação na introdução). Para isso, dentro dessa etapa os alunos devem realizar a atividade 1 (pg. 62).

Na atividade 1, os alunos devem pesquisar o que é o ICM e a Medalha Fields. E também, afim de, ao menos, introduzir os experimentos com o sabão, é relevante a procura do que são e quais são as Leis de Plateau. Ainda na pesquisa, procura-se fazer uma relação entre o primeiro ganhador da Medalha Fields e os estudos com bolhas de sabão para mostrar ao aluno que sua pesquisa fora relevante.

4.2.2. Segunda Etapa

O propósito da segunda etapa é usar a dedução lógica para entender o comportamento de superfície mínima presente na película e bolha de sabão. Para isso, elaboramos as atividades 2 (Área Máxima), 3 (Formato da Bolha de Sabão), 4 (Películas de Sabão – parte 1) e ainda um vídeo com parte da palestra provida pelo professor José Espinar . A seguir descreveremos essas três atividades:

Na atividade 2, pg. 62, através da experimentação o aluno deverá observar que a maior superfície que podemos formar dado um comprimento fixo é um círculo. Assim, durante a atividade é relevante citar que esse é um problema de maximização: "dado um comprimento fixo, qual será a área máxima?".

Para atividade 3, pg. 63, o aluno deverá ser capaz de fazer a analogia entre: se temos um comprimento fixo, a maior superfície será um círculo, e portanto se tivermos uma área fixa, o sólido de maior volume é a esfera. E assim, entender porque bolhas de sabão são esféricas. Entendemos que há uma distinção entre fazer analogia e deduzir (nosso principal foco), mesmo assim temos essa como uma importante parte do trabalho a fim de despertar a curiosidade sobre o formato das bolhas.

Na atividade[4] 4 parte 1, pg. 63, realizaremos dois experimentos para observar o comportamento da película de sabão. Espera-se que os alunos notem que o fio muda seu formato para assumir a maior área possível e assim, a película a menor. Ou seja, a película de sabão comporta-se como uma superfície mínima.

---

[4] Na atividade 4 optamos em fazer a divisão em duas partes para fazer a diferença entre o trabalho no plano e no espacial. Assim, a parte 1 aborda experimentos no plano e a parte 2 no espaço.

4.2.3. Terceira Etapa

Com a terceira etapa, temos intuito de: (i) apresentar novos objetos matemáticos e continuar a explorar a dedução lógica. Para isso propomos a atividade 4 parte 2, pg. 64. Aqui destacamos que a importância não é explorar minuciosamente cada particularidade dos poliedros apresentados, mas sim o aluno ter o primeiro contato com os objetos em questão (e portanto um pouco da compreensão do seu redor, ressaltada na introdução do trabalho), para que no futuro, ao estudarem Geometria Espacial, possam ao menos lembrar a forma dos sólidos.

Ainda na atividade 4 parte 2, outro importante foco é (ii) os alunos deduzirem qual Lei de Plateau está atuando ao removermos o sólido do sabão. Ou seja, contemplaríamos o objetivo de explorar a dedução lógica necessária para resolver um problema matemático. Para isso elaboramos as perguntas 3, 4 , 5 e 6:

"P_3: No vídeo, na parte "Tetraedro", qual formato assumirá quando removermos o tetraedro *da mistura? Qual lei de Plateau esse formato obedece?*

P_4: No vídeo, na parte da "Cubo", qual formato assumirá quando removermos o cubo *da mistura? Qual lei de Plateau esse formato obedece?*

P_5: No vídeo, na parte da "Prisma de Base Triangular", qual formato assumirá quando removermos o prisma *da mistura? Qual lei de Plateau esse formato obedece?*

P_6: Qual será o formato que a película assumirá quando inserirmos um octaedro no sabão? E um icosaedro? (construção desses sólidos em anexo)"

(iii) Despertar curiosidade no aluno é o objetivo da pergunta 6. Curiosidade essa que acreditamos ser de extrema necessidade para um futuro pesquisador, o próximo passo: "Mas, o que acontece se...?". Cabe relatar que a pergunta 6 foi também uma curiosidade do professor aplicador em querer saber o que aconteceria se mergulharmos diferentes poliedros no sabão. Por fim, trabalharemos com a terceira Lei de Plateau na atividade 5. Onde mais uma vez, damos ênfase na dedução-lógica. Reforçamos que aqui o principal objetivo não é os alunos tentarem provar porque as bolhas de sabão formam ângulos de 120°. Mas, junto com seus prévios conhecimentos serem capaz de deduzirem qual das leis está atuando no momento.

4.2.4. Quarta Etapa

No fim, na quarta e última etapa, temos a atividade 6, pg. 64, onde questionamos alguma situação cotidiana em que notamos as superfícies mínimas. Aqui, faz-se importante a contextualização do trabalho com as bolhas de sabão.

5. RESULTADOS E ANÁLISE

Nesse capítulo analisaremos os resultados obtidos através das respostas dos alunos. Durante o ano de 2014 foram marcados três encontros (25/04, 16/05, 18/07) onde realizamos todas as atividades anteriormente já descritas. No primeiro encontro os grupos realizaram as atividades 2, 3, 4 (exceto a pergunta 6) e 6. No segundo, reforçarmos o conteúdo visto anteriormente e realizamos a atividade 4 pergunta 6. Já no último e terceiro encontro notamos a necessidade de explorarmos um pouco mais as Leis de Plateau e implementamos a atividade 5. Vale dizer que no encontro em que foi realizada a atividade 5 apenas um grupo pode estar presente.

Observamos que todas as respostas foram transcritas e escaneadas e encontram-se no apêndice do trabalho (pg. 67).

5.1. Primeira Etapa: Pesquisa Matemática

5.1.1. Atividade 1: Pesquisa

Lembramos que, para a primeira etapa, propusemos um trabalho de pesquisa que tinha como principais objetivos o conhecimento da Medalha Fields e das Leis de Plateau e o reconhecimento do trabalho do matemático.

Após as pesquisas realizadas pelos alunos, págs. 67 e 73, chama atenção a falta de conteúdo sobre as Leis - somente um dos grupos incorporou-as em seu texto. O texto abaixo é típico dos que foram produzidos:

"As leis de Plateau descrevem a forma e a configuração de superfícies de sabão, como segue:

1- Superfícies de sabão são feitas inteiramente de superfície lisas.

2- A principal curvatura de uma porção de uma superfície de sabão é em todo lugar constante em qualquer ponto no mesmo pedaço de superfície de sabão.

3- Superfícies de sabão sempre se encontram em três ao longo de uma borda chama de Borda de Plateau, e elas fazem um ângulo de 120°

4- Configurações além dessas das leis de Plateau são instáveis, e a superfície irá rapidamente tender a se rearrumar para conforme as leis."

Ambos os grupos reclamaram que não conseguiram encontrar referências sobre quais seriam as Leis de Plateau (cabe dizer que os todas as pesquisas feitas pelos alunos foram retiradas da internet), portanto foi necessária uma referência de um site[5], em inglês, com esse conteúdo.

Para reforçar importância da premiação, sentimos a necessidade de expor, durante o primeiro encontro, sobre o ICM, Medalha Fields e também o primeiro vencedor do prêmio. Acreditamos que foi através dessa fala que os alunos compreenderam a importância de receber a Medalha Fields, ou ainda: o reconhecimento do trabalho do matemático não se dá exclusivamente pelos seus alunos, mas também através de uma comunidade científica.

Queremos relatar também que os alunos demostram-se surpresos ao saber que existe uma comunidade matemática e mais ainda premiações por trabalhos. Cabe aqui dizer que foi durante o período dos encontros com os alunos que o Brasil teve o primeiro ganhador da Medalha Fields, o matemático Artur Ávila. Na aula seguinte, os próprios alunos mostram interesse com a notícia: "professor, o senhor viu que um brasileiro ganhou s Medalha Fields?"

[5] http://en.wikipedia.org/wiki/Plateau's_laws

5.2. Segunda Etapa: Superfície Mínima

5.2.1. Atividade 2: Área Máxima

Como relatado anteriormente, dividimos os alunos em dois grupos. Assim, demos um pedaço de barbante para cada um dos grupos e esses tiveram que cortar para que o fio ficasse com exatos 50cm. Foram feitas a atividade e seguem aqui nossas análises.

Inicialmente, percebemos que um grupo construiu figuras sem qualquer critério: observe em Figura 2, Figura 3, Figura 4, Figura 5 e Figura 6. Diferente dos seus colegas, que desenharam polígonos nas Figura 7, Figura 8, Figura 10, Figura 11 e também um círculo na Figura 9.

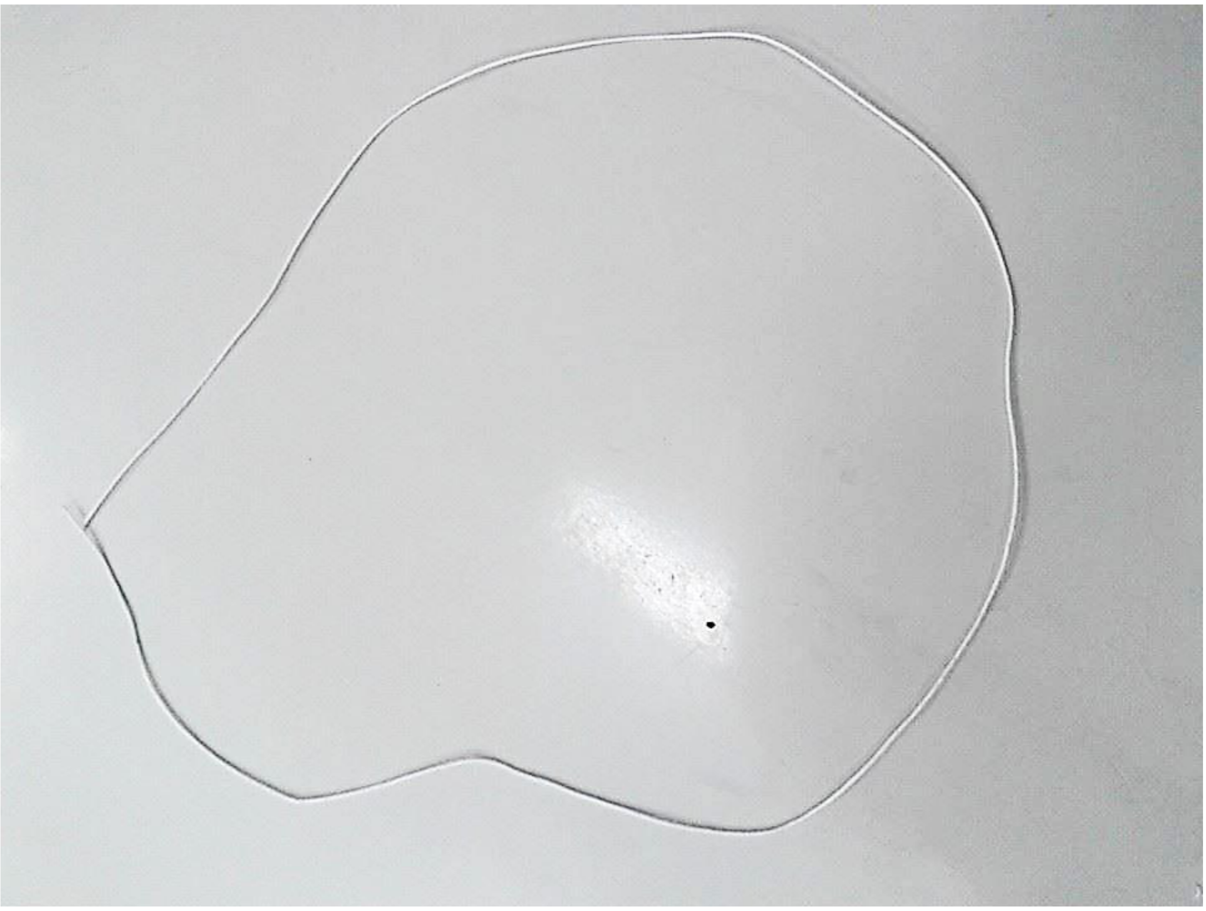


Figura 2 – atividade 2: superfície 1 do grupo 1

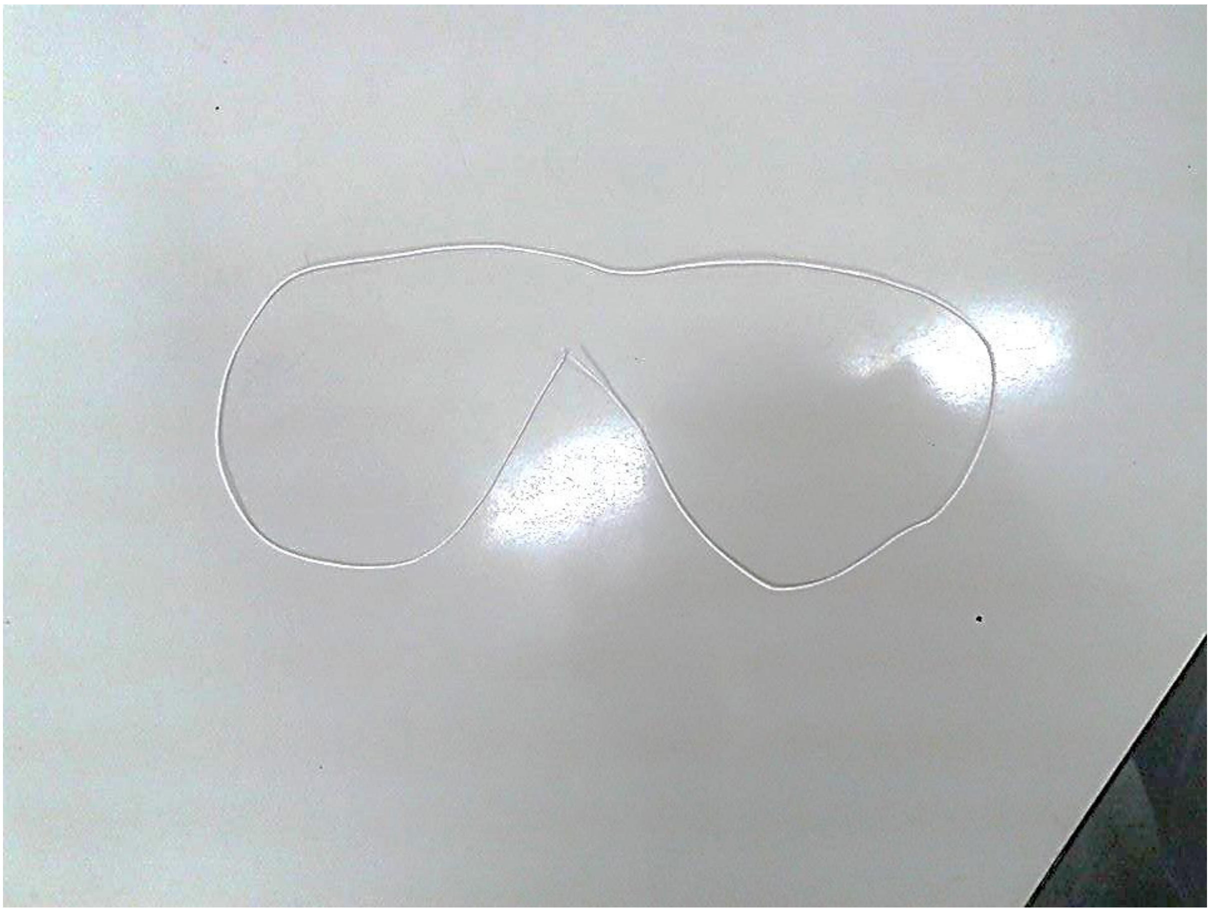


Figura 3 – atividade 2: superfície 2 do grupo 1

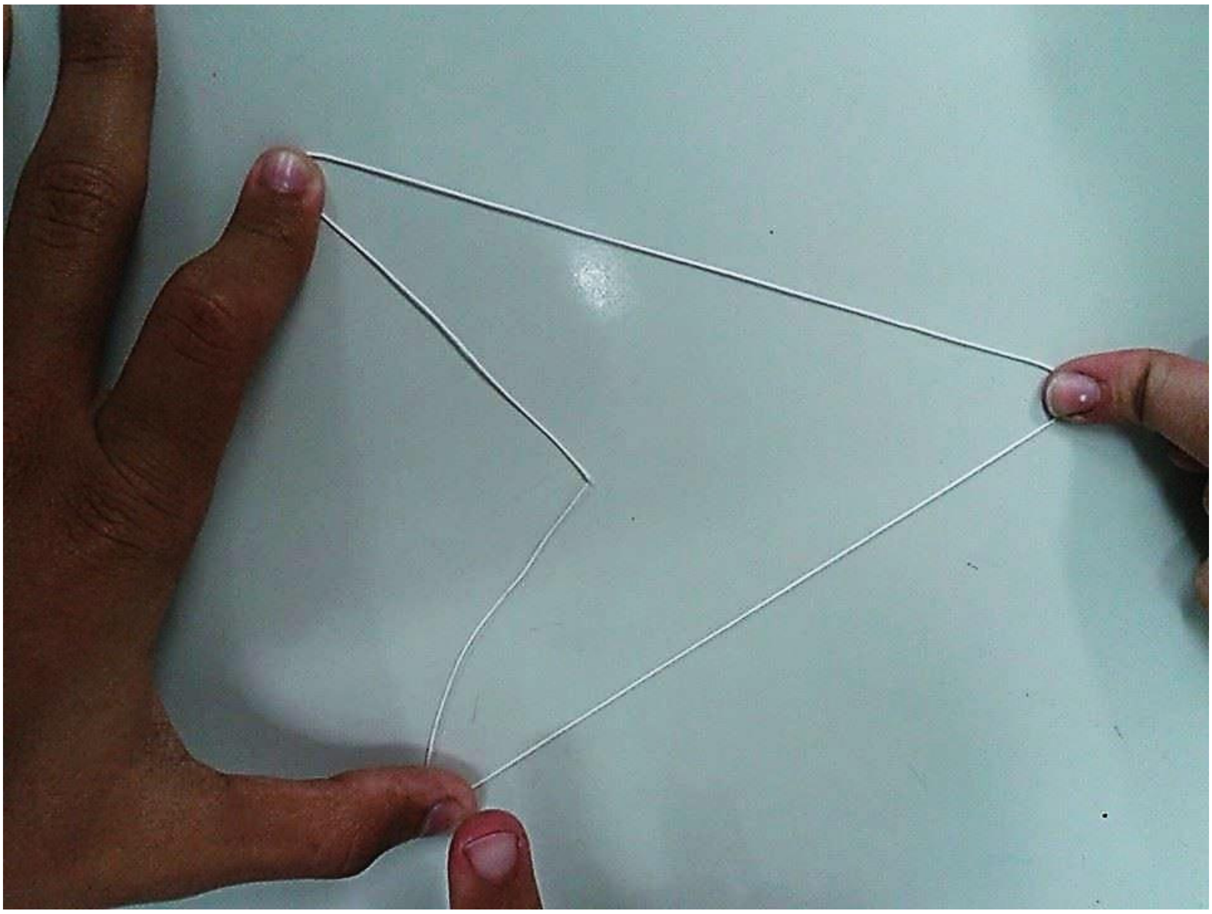


Figura 4 – atividade 2: superfície 3 do grupo 1

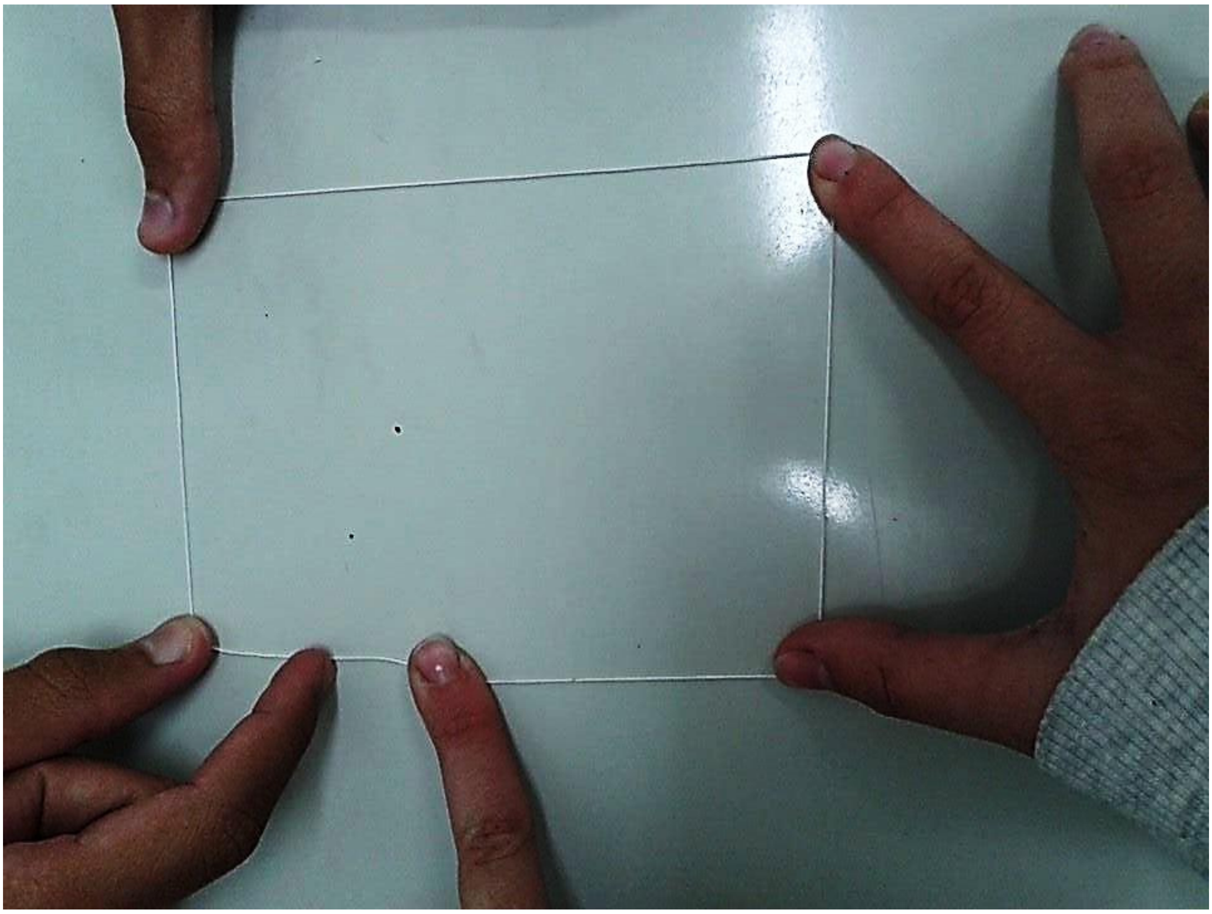


Figura 5 – atividade 2: superfície 4 do grupo 1

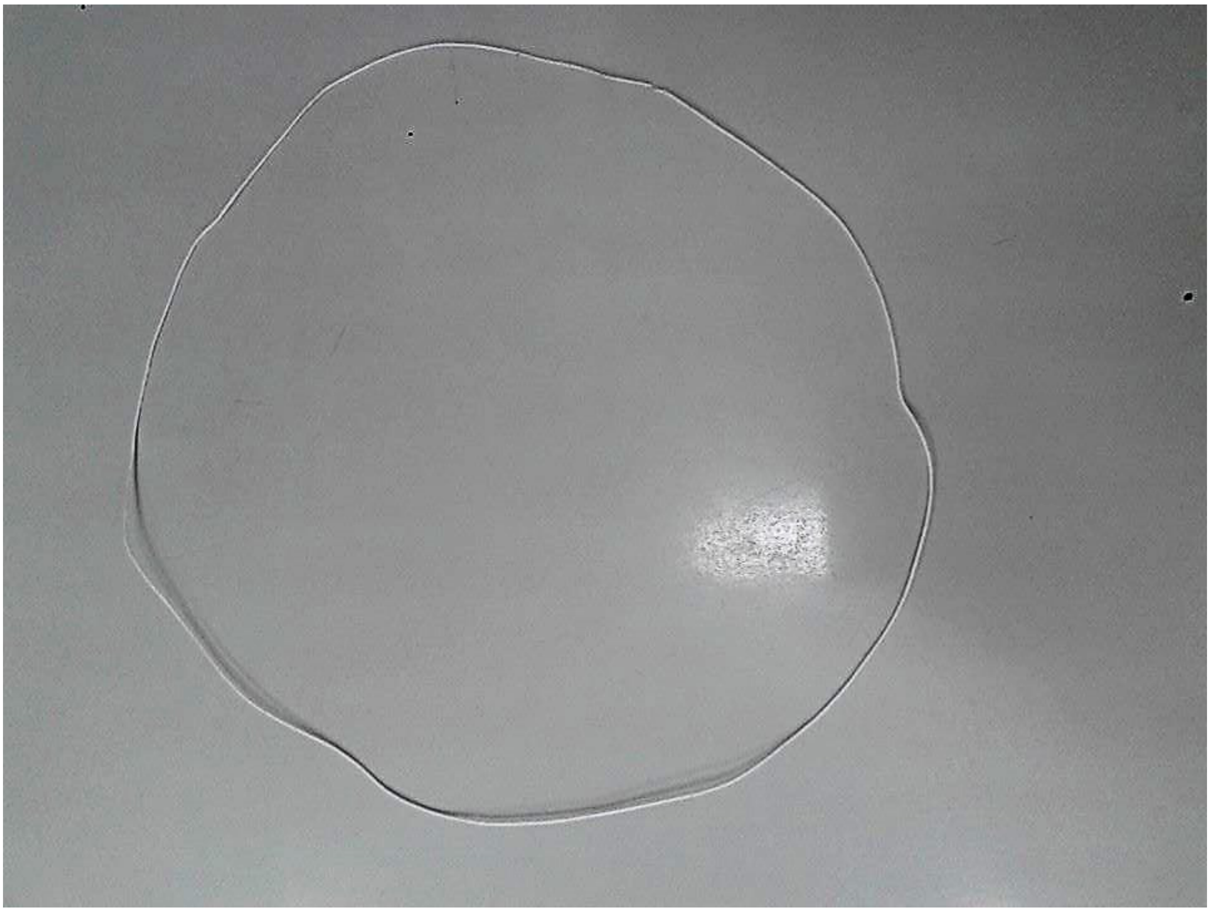


Figura 6 – atividade 2: superfície 5 do grupo 1

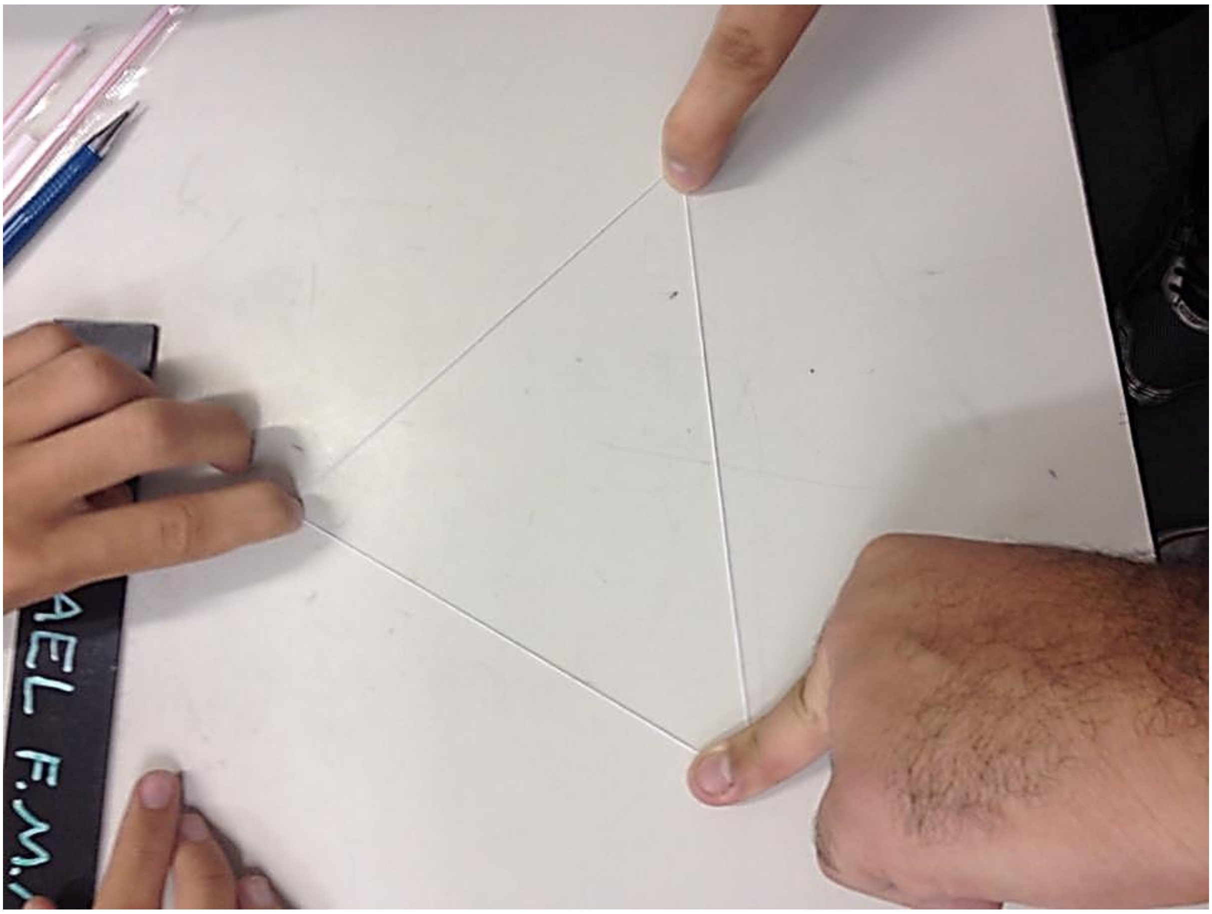


Figura 7 – atividade 2: superfície 1 do grupo 2

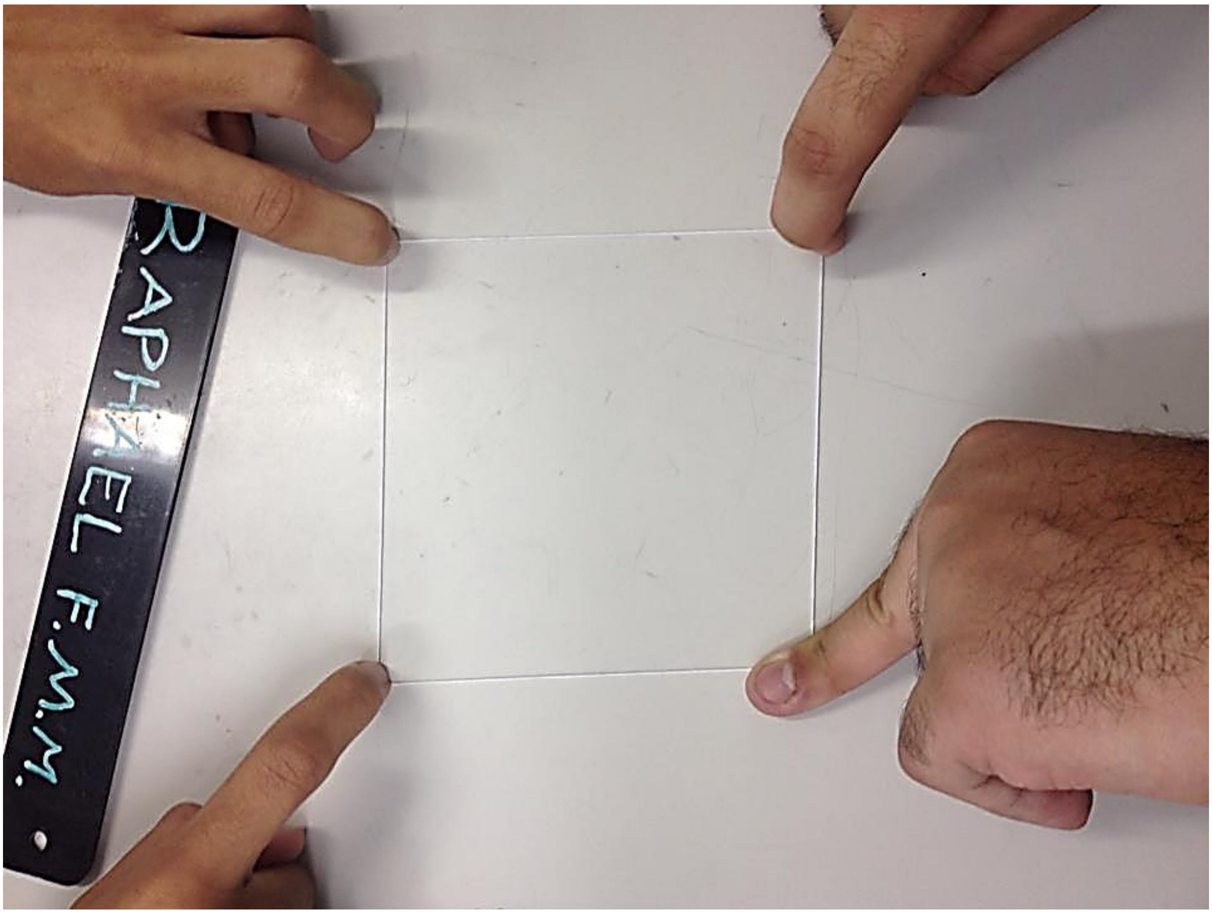


Figura 8 - atividade 2: superfície 2 do grupo 2

Figura 9 - atividade 2: superfície 3 do grupo 2

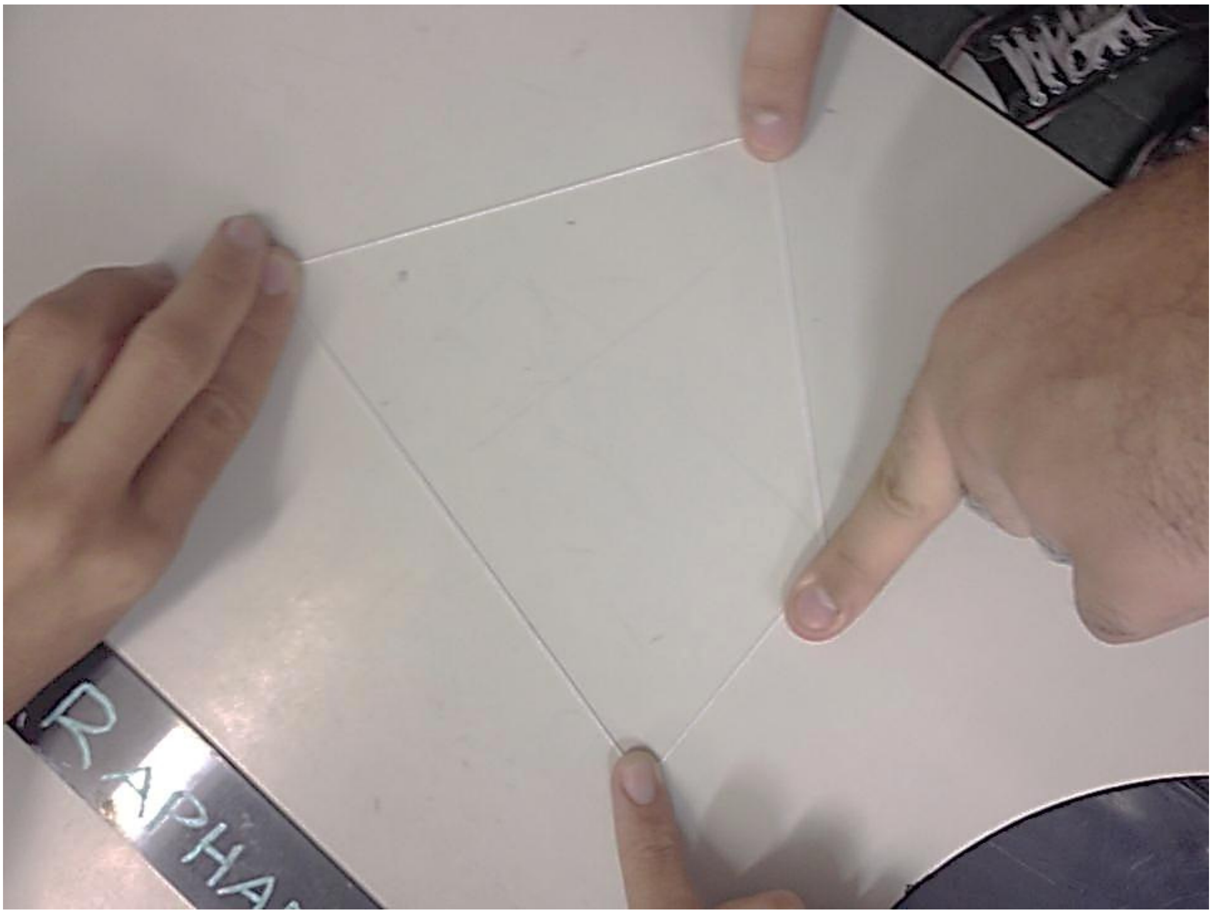


Figura 10 - atividade 2: superfície 4 do grupo 2

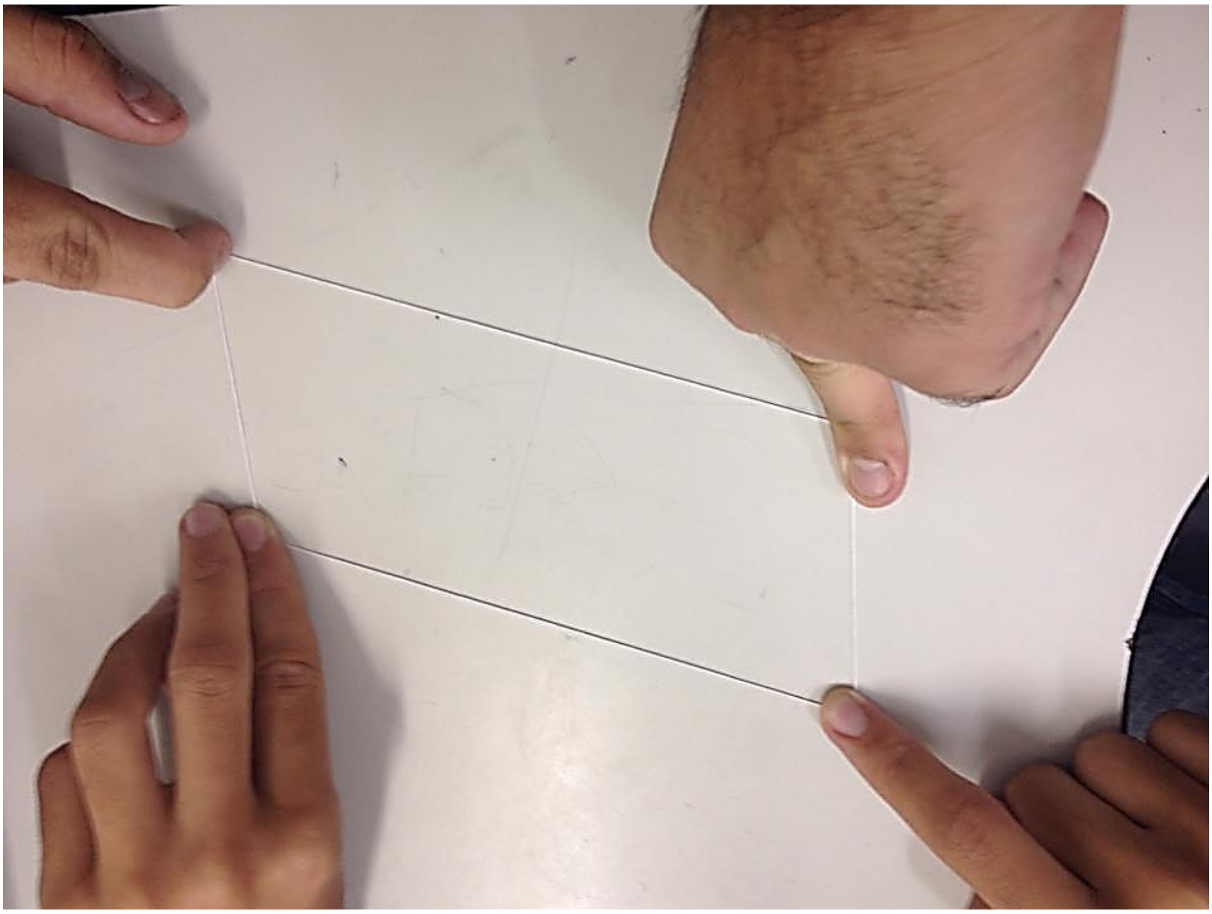


Figura 11 - atividade 2: superfície 5 do grupo 2

Vale notar que apesar de descreverem diferentes figuras, o círculo aparece nos dois casos.

Na pergunta 1, *"Qual desses contornos construídos tem a maior área?"* uma aluna respondeu sem pestanejar: "o círculo", mas ao ser indagada sobre por qual o motivo o círculo tem o contorno de área máxima, não soube responder. *"Qual formato deve assumir o contorno a fim de termos a área máxima? Por quê?"* (pergunta 2), ninguém nos dois grupos havia estudado a fórmula em questão: $S = p.a$. Pelo menos, se estudaram, não se lembravam. Sendo assim, fez-se a necessidade de intervenção para que a explicarmos o conceito de apótema. Não demoraram a perceber que se o comprimento do fio é fixo, então seu semi-perímetro também é. E assim, quanto maior o apótema, maior será a área. Chamamos atenção, pois foi preciso mais de um encontro para acomodarem a ideia de que círculo tem o maior “apótema”. Também usamos aqui a ideia de que ao aumentarmos o número de lados de um polígono, teremos uma boa aproximação de um círculo. Na pergunta 3, *“Quanto mede essa área?”* Figura 12 e Figura 13, a primeira diferença percebida é notação utilizada para o número pi. Um grupo escreve como exatamente 3, enquanto o outro usa a letra grega π. É possível que essa escolha tenha feito um dos grupos cometer um erro em seus cálculos: ao determinar o valor da área do círculo, esqueceram também elevar o π ($A = \pi R^2 = \pi.\frac{25^2}{\pi} = 625$ cm²). Notamos também a preocupação em colocar a unidade de área (cm²) em um dos grupos. Diferente dos seus colegas, que não se detiveram ao fato.

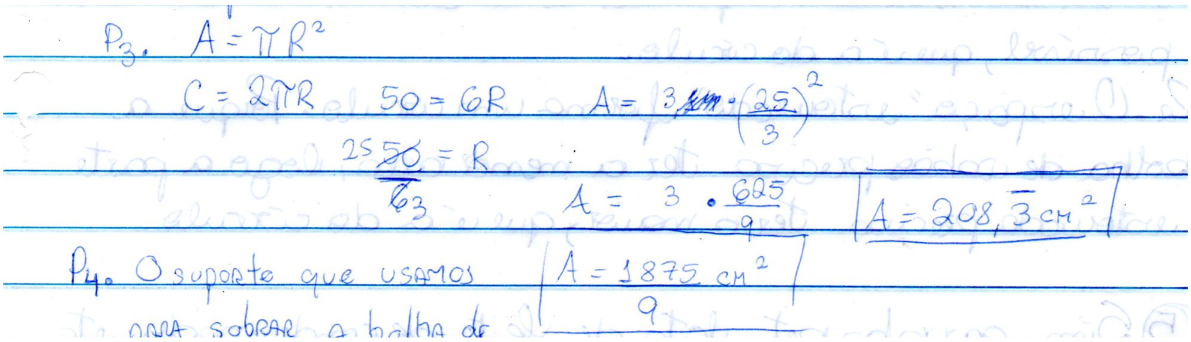


Figura 12 - atividade 2 – grupo 1 – pergunta 3

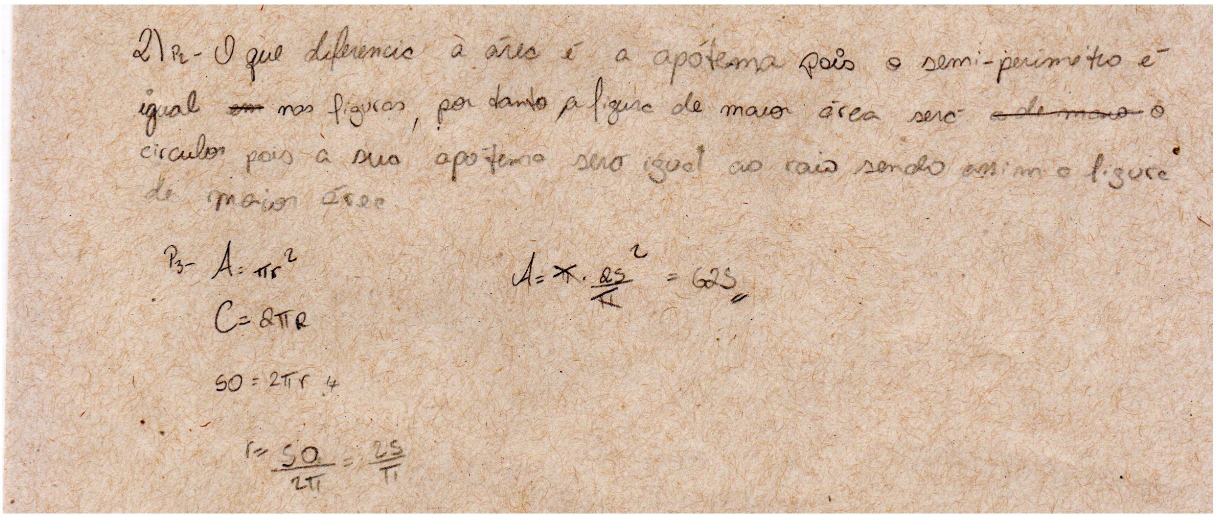


Figura 13 - atividade 2 – grupo 2 – pergunta 3

Para pergunta 4, *"Você saberia dizer então por que o suporte que usamos para soprar a bolha de sabão é circular?"*, observamos que ambos atentaram-se que o círculo tem a maior área, mas não foi escrito no que isso contribuiria para o suporte ser circular.

5.2.2. Atividade 3: Formato da Bolha de Sabão

Na pergunta 1 (*Que forma a bolha assumiu ao sair do arame?)*, mais uma vez os grupos fizeram formatos diferentes mas seguiram a mesma lógica em suas construções. Um dos grupos não se preocupou em trabalhar com formatos regulares, já o outro construiu somente polígonos com o arame. A seguir, a Figura 14 mostra um exemplo do formato do arame usado pelos alunos.

Figura 14 - atividade 3: arame

No decorrer da atividade, disseram que o formato da bolha independe da forma do arame, ratificado em suas respostas na pergunta 2 (*O fato da bolha de sabão ter uma forma esférica é devido ao formato do arame?*). Essa conclusão é importante para que o aluno consiga fazer a analogia desejada para segunda etapa.

No geral, a pergunta 3 (*Você saberia dizer por que a bolha de sabão é esférica?*) foi o momento onde houve mais intervenções do professor. A maioria dos alunos não conseguiu fazer a analogia objetivada (se temos um comprimento fixo, a maior área que faremos provém de um círculo e consequentemente se tivermos uma área fixa, o maior volume será uma esfera). Devido essa grande confusão, (a resposta dada pelos alunos no primeiro encontro foi um tanto vaga) foi necessário marcamos mais uma reunião para mais discussões. Nesse novo encontro, depois de relembrar as atividades já feitas, o professor escreveu no quadro a primeira relação: "se temos um comprimento fixo, a maior área que faremos provém de um círculo". Assim, um dos grupos conseguiu formular o pensamento necessário e fizeram analogia sem problemas (como relatamos anteriormente, pg. 21, aqui, os alunos devem fazer analogia e não dedução-lógica). No entanto, produziram, novamente, um texto muito similar ao anterior. Já no outro, após a explanação do professor, apenas um aluno conseguiu o pensamento desejado. Logo após, esse mesmo aluno explicou para os seus colegas de grupo o comportamento da bolha com a seguinte frase: "Se linha fixa, dá círculo, então se área fixa, dá esfera". Os membros do grupo responderam afirmativamente e notaram a relação desejada. E assim, compreenderam a analogia em questão.

5.2.3. Atividade 4 (parte 1): Películas de Sabão

Durante o primeiro encontro, os dois grupos tiveram respostas muito similares na primeira e segunda pergunta. Ao serem indagados sobre o que aconteceria se estourarmos a menor película, responderam sem muito esforço que somente essa haveria de estourar. Mas não há uma preocupação em dizer o que aconteceria com o formato da maior. Mesmo assim, em suas respostas reafirmam que a maior área possível é a do círculo. A seguir, segue uma figura que mostra como os alunos fizeram tal atividade.

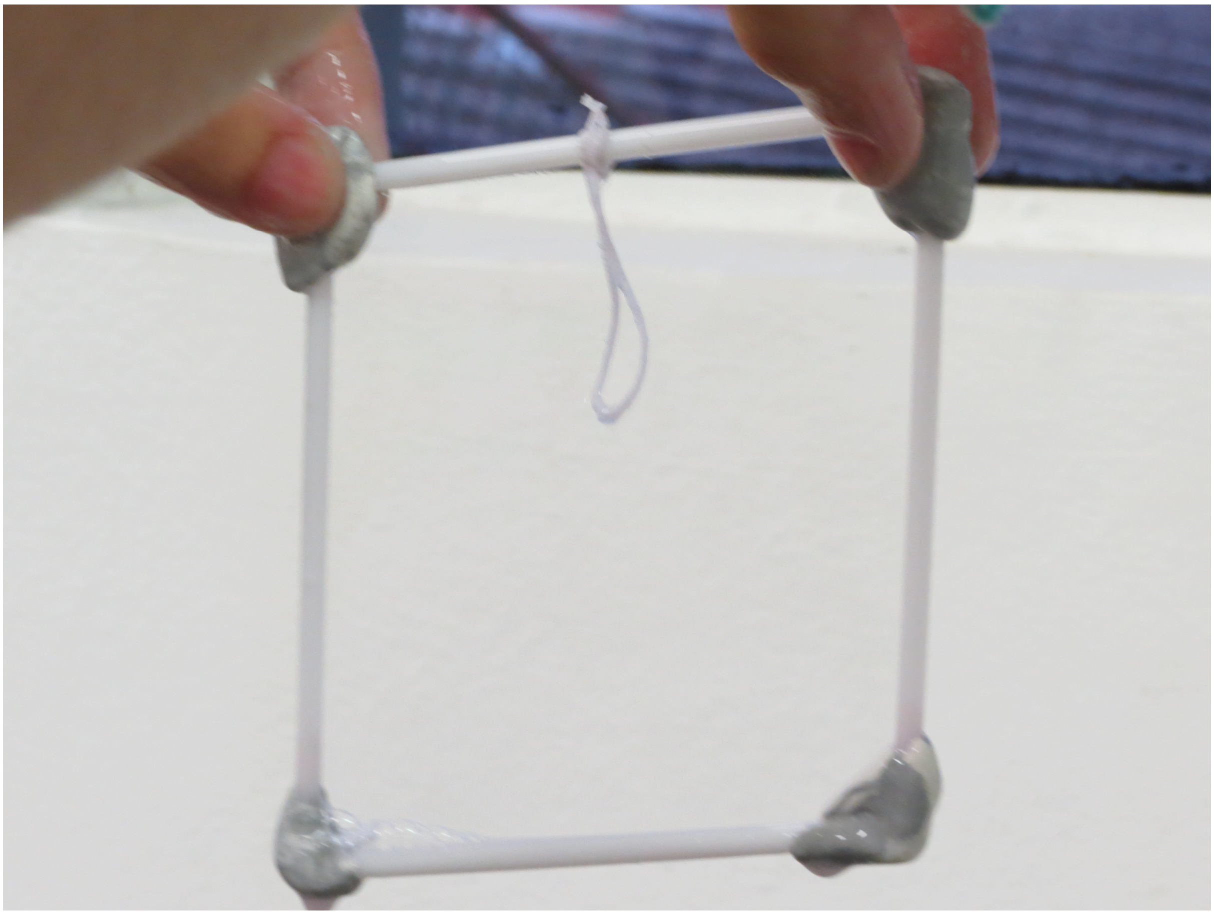
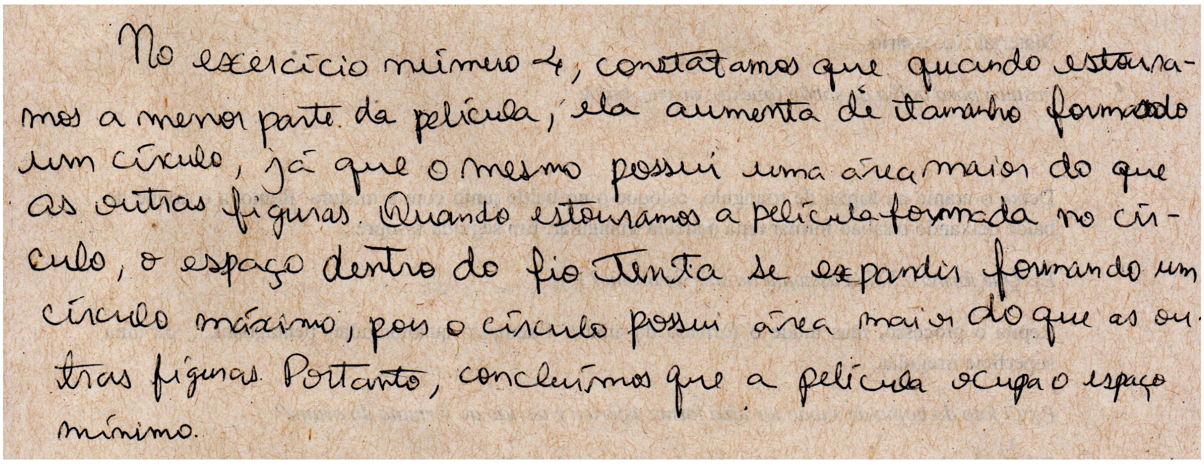


Figura 15 - Atividade 4: Película Fio Preso

Percebendo as vagas respostas dos grupos e considerando essa pergunta importante para o objetivo do trabalho, o professor procurou dar mais ênfase nesse momento durante o segundo encontro. Assim vemos que suas novas respostas são diferentes das anteriores: aqui, os alunos já aparecem com a ideia de superfície mínima ("...porque a película busca sempre ter a menor área" - Figura 16 e "Portanto concluímos que a película ocupa o espaço mínimo" - Figura 17).


4 O fio assume um formato circular porque a película busca sempre ter a menor área.

Figura 16 - atividade 4: Conclusões da P1 e P2 do Grupo 1



No exercício número 4, constatamos que quando estoura-
mos a menor parte da película, ela aumenta de tamanho formando
um círculo, já que o mesmo possui uma área maior do que
as outras figuras. Quando estouramos a película formada no cír-
culo, o espaço dentro do fio tenta se expandir formando um
círculo máximo, pois o círculo possui área maior do que as ou-
tras figuras. Portanto, concluímos que a película ocupa o espaço
mínimo.

Figura 17 - Atividade 4: Conclusões da P1 e P2 do Grupo 2

Queremos observar que o motivo pelo qual as bolhas são esféricas ainda estava um pouco confuso para os alunos. No entanto, entendemos que após essas perguntas (*"o que acontece quando estouramos a menor película? Por que assume esse formato?*" e "*o que acontece quando estouramos a película formada no círculo? Por que assume esse formato*?") da atividade 4 já possuem um domínio de como é o comportamento das películas e das bolhas. Assim, somente no final (lembre-se que necessitamos de mais de um encontro) dessa atividade que consideramos o entendimento do real motivo do formato das bolhas.

5.3. Terceira Etapa: Leis de Plateau

Antes de realizarmos os experimentos das atividades 4 parte 2, pg. 63, o professor fez uma breve explicação sobre os poliedros que usariam durante a atividade. Sua maior preocupação foi os alunos saberem as nomenclaturas e o formato das faces. Conforme já dito, não houve um aprofundamento nesse conteúdo.

5.3.1. Atividade 4 (parte 2): Películas de Sabão

Para pergunta 3 (No vídeo, na parte "Tetraedro", qual formato assumirá quando removermos o tetraedro *da mistura? Qual lei de Plateau esse formato obedece?)*, chama atenção a resposta imediata (e errada!) de ambos os grupos: "o formato do tetraedro, uma película em cada face" sem questionamentos, inquietações ou reflexões. Após retirarem o tetraedro e verem o resultado, passaram a refletir sobre as Leis de Plateau e confirmaram que era o caso da 4ª Lei (Figura 18 e Figura 19).

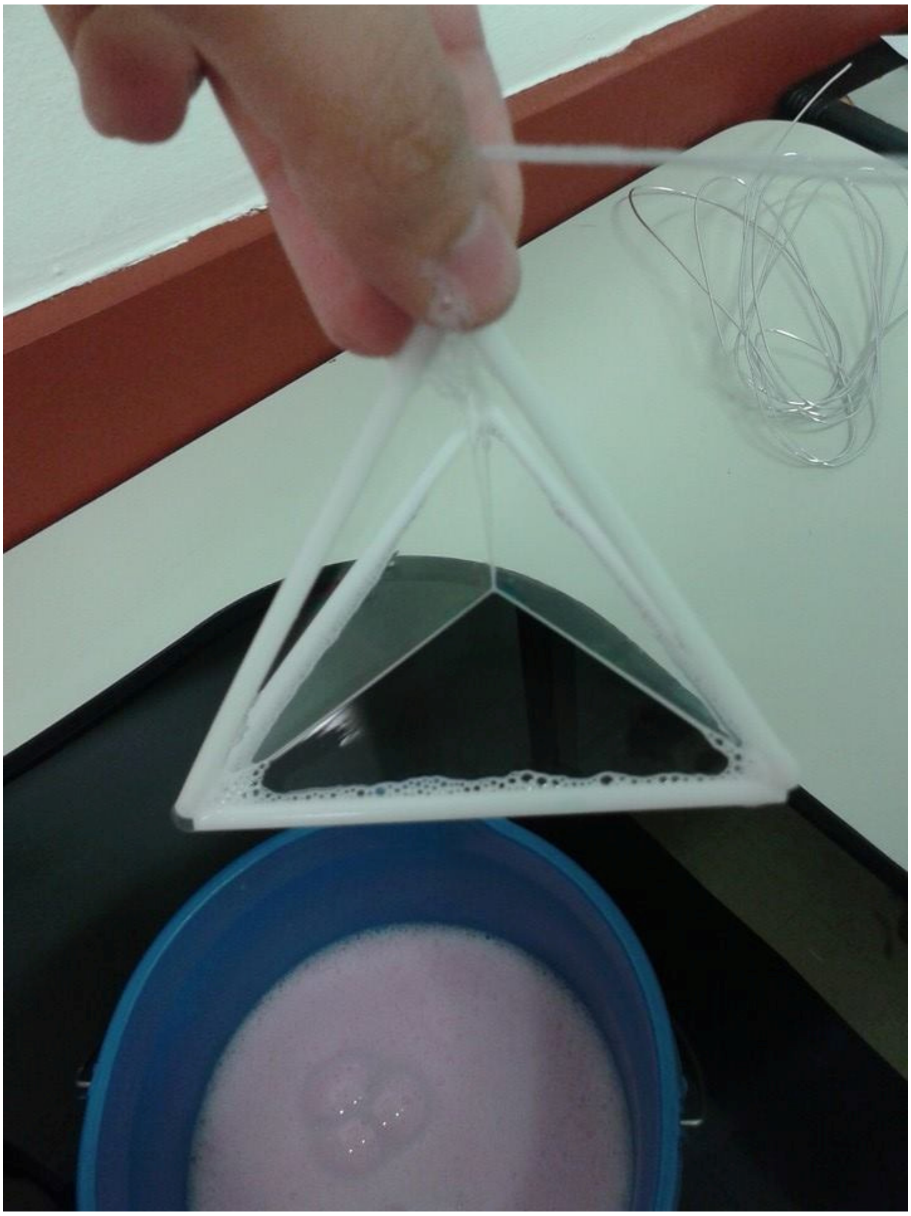


Figura 18 – Atividade 4: resultado da P3 do grupo 1

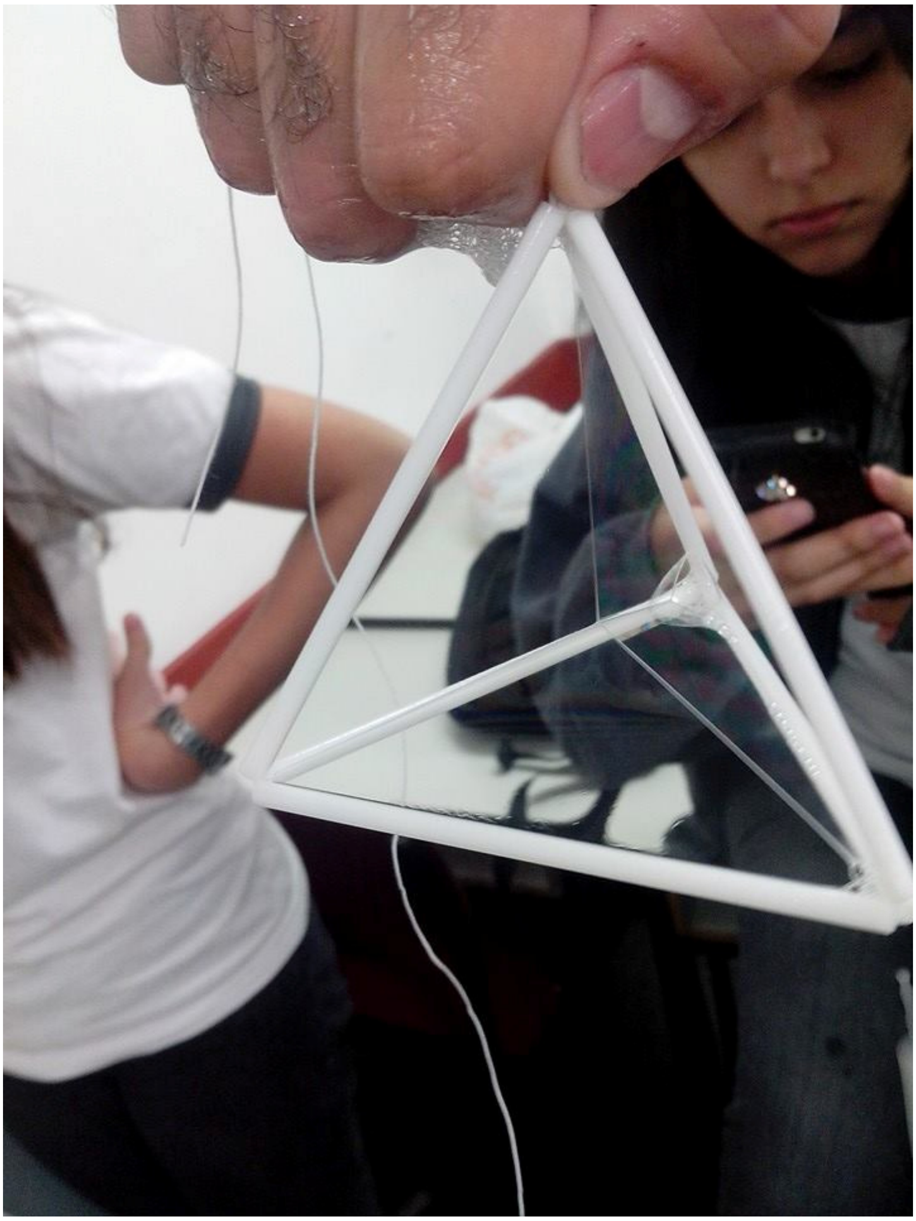


Figura 19 – Atividade 4: resultado da P3 do grupo 2

Para pergunta 4 (No vídeo, na parte da "Cubo", qual formato assumirá quando removermos o cubo *da mistura? Qual lei de Plateau esse formato obedece?*), já houve um maior cuidado na reposta dos alunos. Ao serem questionados qual seria o formato, não souberam responder. Depois de algumas tentativas, sob alguma dificuldade, conseguiram estabilizar e finalmente observaram-na no cubo. Após uma breve explicação do professor, perceberam que 4 películas se unem e assim há novamente a 4ª Lei.

Como a montagem do cubo exigia um maior tempo e cuidado, um grupo foi responsável pela montagem e os resultados (Figura 20 e Figura 21).

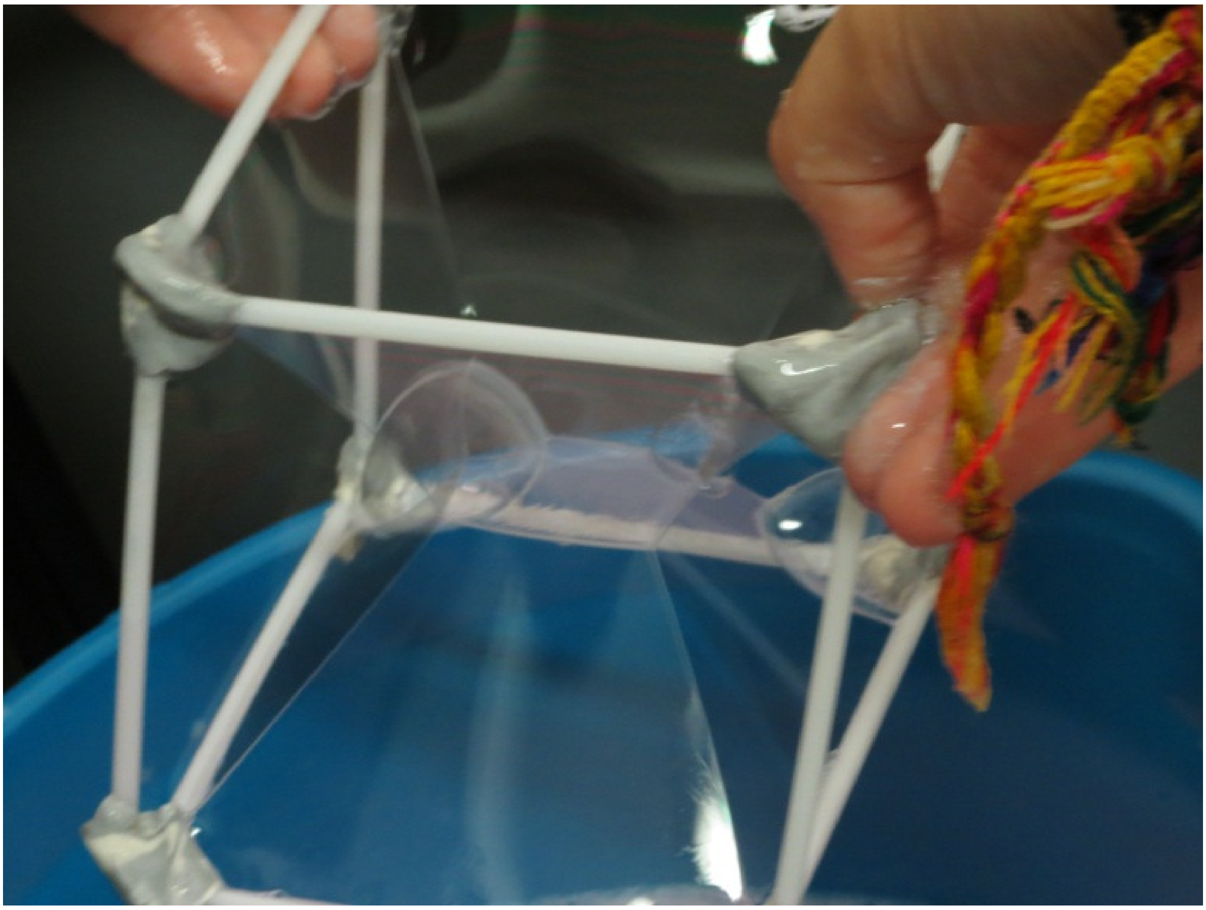


Figura 20 – Atividade 4: resultado da P4

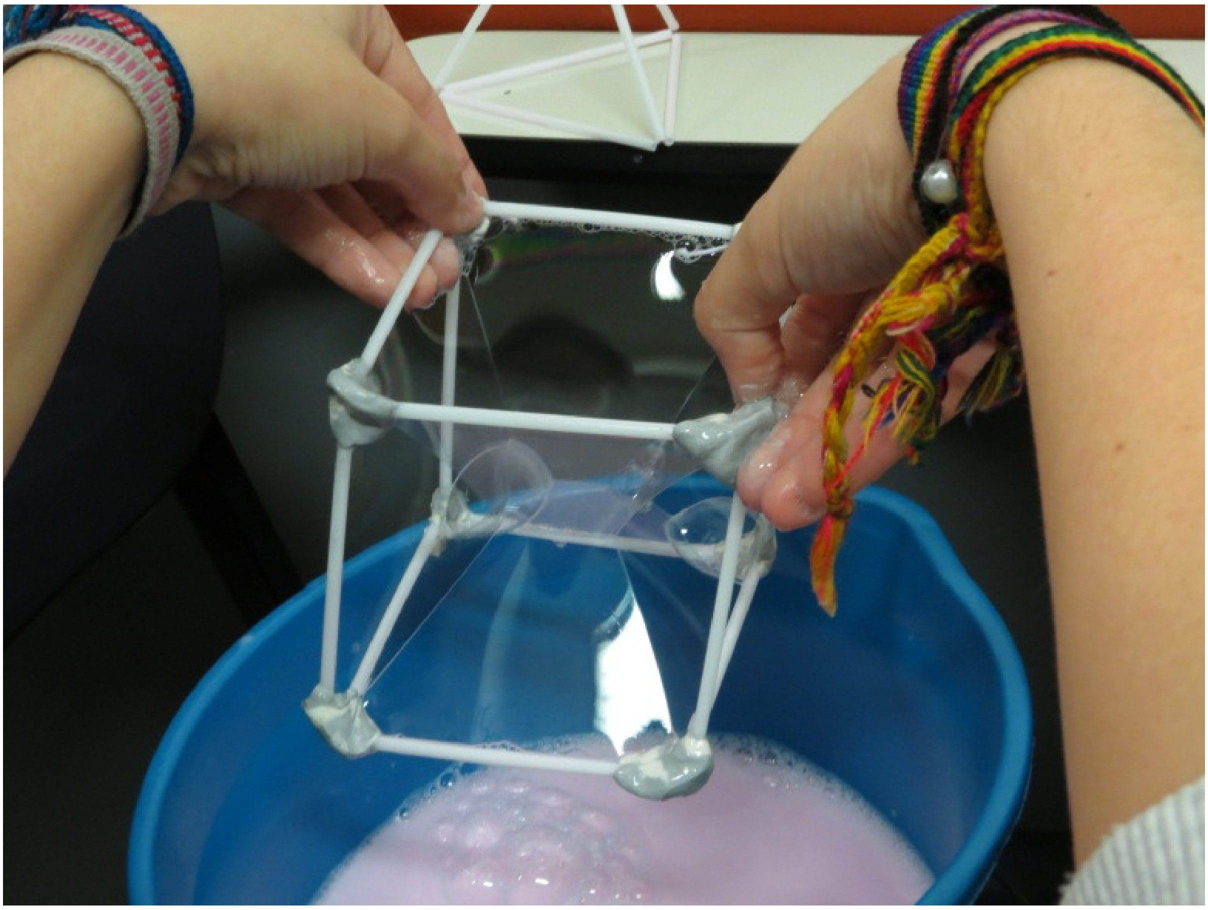


Figura 21 – Atividade 4: resultado da P4

Para pergunta 5 (No vídeo, na parte da "Prisma de Base Triangular", qual formato assumirá quando removermos o prisma *da mistura? Qual lei de Plateau esse formato obedece?*), já é evidente a facilidade dos alunos após já terem realizados outros experimentos com a 4ª Lei. Responderam de forma convicta, objetiva e correta: "a resposta correta será a figura B: encontram em dois pontos". No entanto, quando escreveram suas respostas, não se preocuparam em explicar o por quê.

Novamente, como a montagem do prisma era delicada, apenas um grupo ficou responsável pelos resultados do prisma (Figura 22 e Figura 23). Cabe dizer que esse grupo é diferente do que montou o cubo.

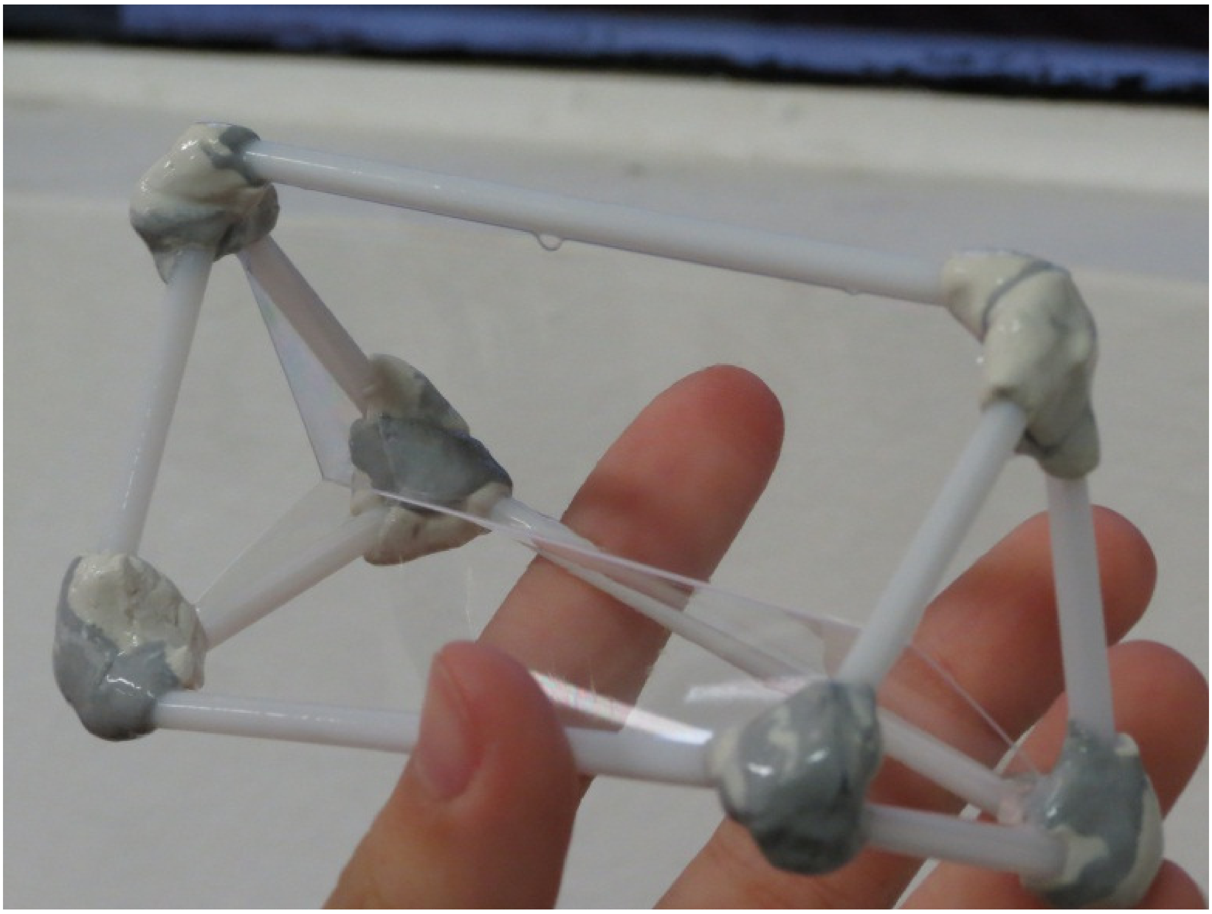


Figura 22 – Atividade 4: resultado da P5

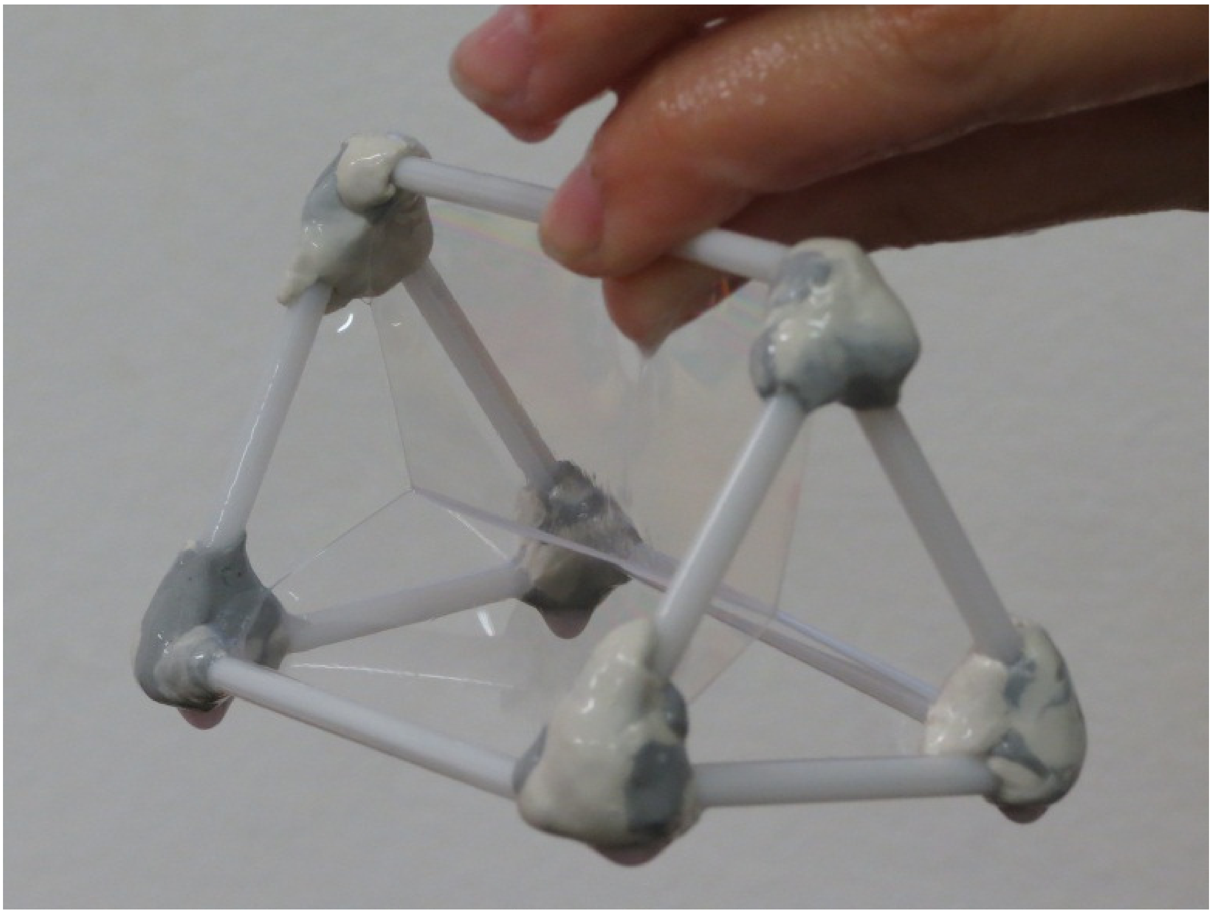


Figura 23 – Atividade 4: resultado da P5

Para pergunta 6 (Qual será o formato que a película assumirá quando inserirmos um octaedro no sabão? E um icosaedro?), não foi cobrado a resposta formal dos alunos. Não esperaríamos que soubessem qual formato assumirá, mas, desejamos despertar a curiosidade do alunos para o próximo passo. Portanto, os alunos fizeram os experimentos com o octaedro na Figura 24, Figura 25, Figura 26, Figura 27 e Figura 28 e o icosaedro na Figura 29. Ambos os grupos tiveram uma grande dificuldade em montar o poliedro de 20 faces, portanto, sempre necessária a intervenção do professor. Uma dificuldade foi o tamanho do icosaedro. Com isso, as películas não conseguiam se unir para assumir o formato. Assim, necessitamos mais um encontro, onde usamos a terça parte dos canudos utilizados anteriormente. Infelizmente, mais uma vez as películas não se estabilizavam e portanto não foi possível ver o resultado (destacamos que nesse novo encontro apenas o grupo 1 pode estar presente). Mesmo assim, acreditamos que o objetivo de apresentar novos objetos matemáticos foi alcançado.

Figura 24 – Atividade 4: resultado da P6 do Grupo 1

Figura 25 – Atividade 4: resultado da P6 do Grupo 1

Figura 26 – Atividade 4: resultado da P6 do Grupo 2

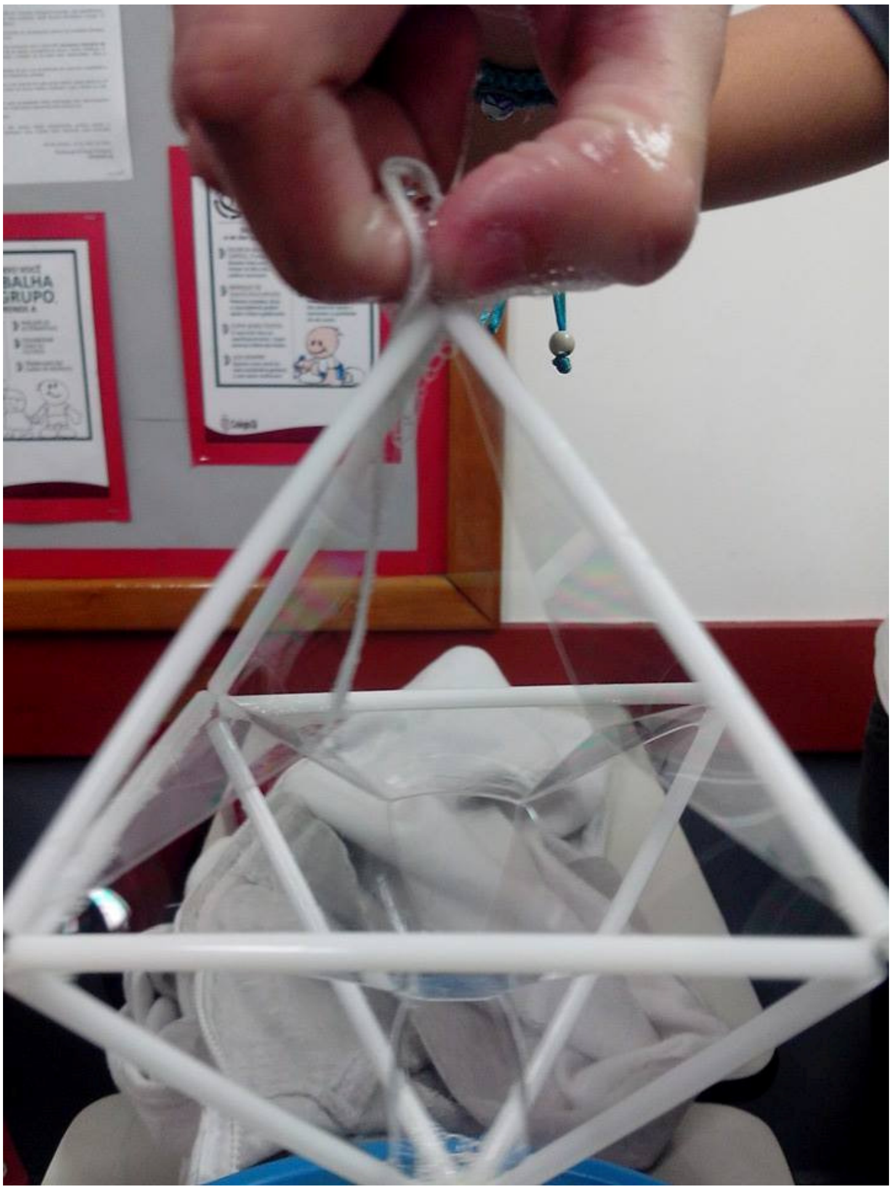


Figura 27 – Atividade 4: resultado da P6 do Grupo 2

Figura 28 – Atividade 4: resultado da P6 do Grupo 2

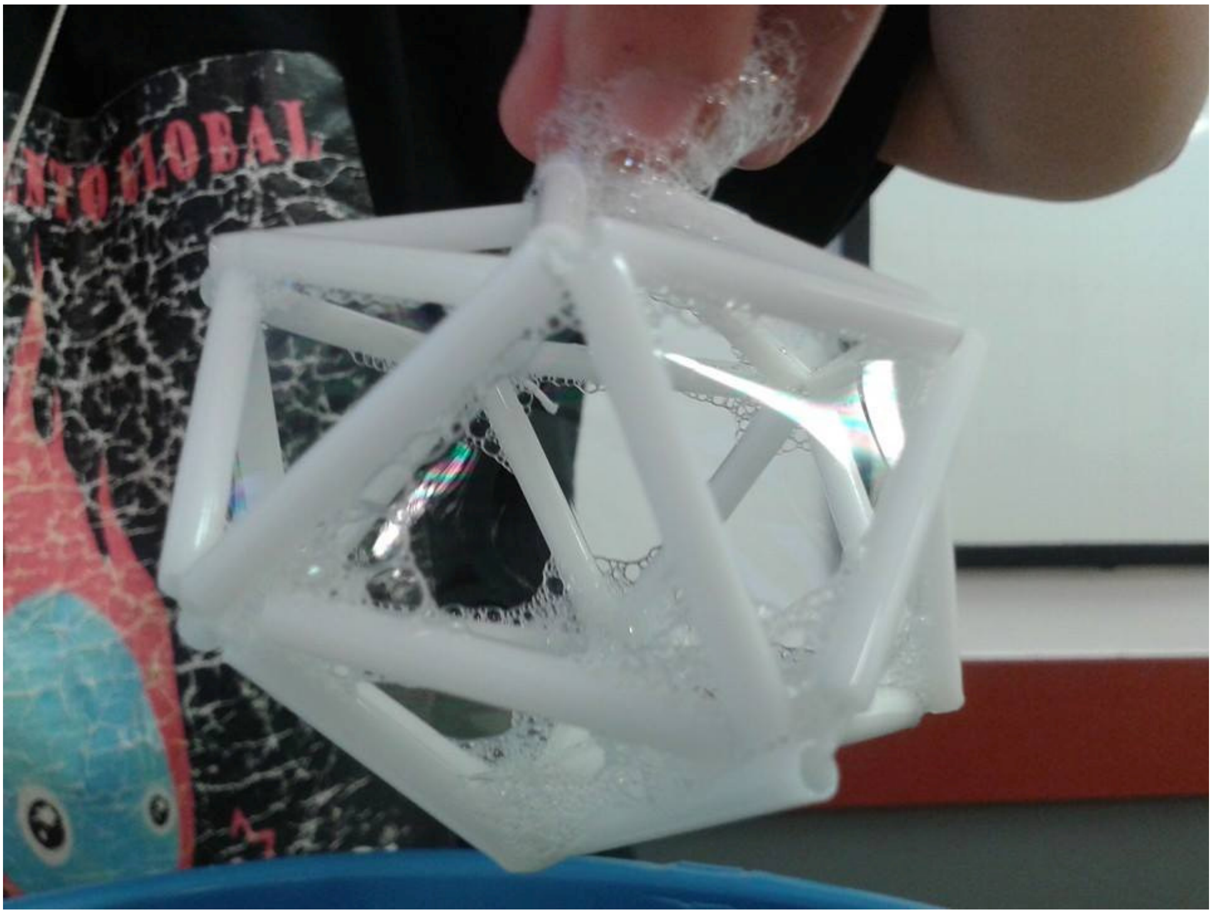


Figura 29 - Atividade 4: resultado da P6 do Grupo 1

5.3.2. <u>Atividade 5: Bolhas de Sabão</u>

Para a realização da atividade 5, pg. 64, não conseguimos contar com a presença do grupo 2. Mesmo assim obtivemos resultados importantes para o nosso trabalho.

Para pergunta 1 (Qual é o ângulo formado entre as bolhas?), a maior dúvida foi o real motivo de ser 120° o ângulo formado pelas bolhas de sabão. Ao serem questionados o porquê dos 120° um dos alunos questionou: “Professor, tenho que usar transferidor?”. Aqui notamos que não se recordavam da terceira Lei de Plateau (*quando três películas se encontram, formam um ângulo de 120°*). Uma das alunas no grupo falou “Esses ângulos são iguais. Então é só dividir 360° por 3” Embora não seja o objetivo da atividade 5, esperávamos que os alunos usassem seu conhecimento da terceira Lei de Plateau, houve por parte dos alunos algum raciocínio lógico para resolver o problema em questão.

Já para pergunta 2 (Se as bolhas forem de tamanhos diferentes, o ângulo entre elas muda? Por quê?), nota-se algumas dúvidas. Não conseguiram responder e necessitaram perguntar ao professor: "quais são mesmo as Leis de Plateau?". Após relembrarmos, os alunos responderam pronta e corretamente. Seguem os resultados da atividade 5 nas Figura 30, Figura 31 e Figura 32.

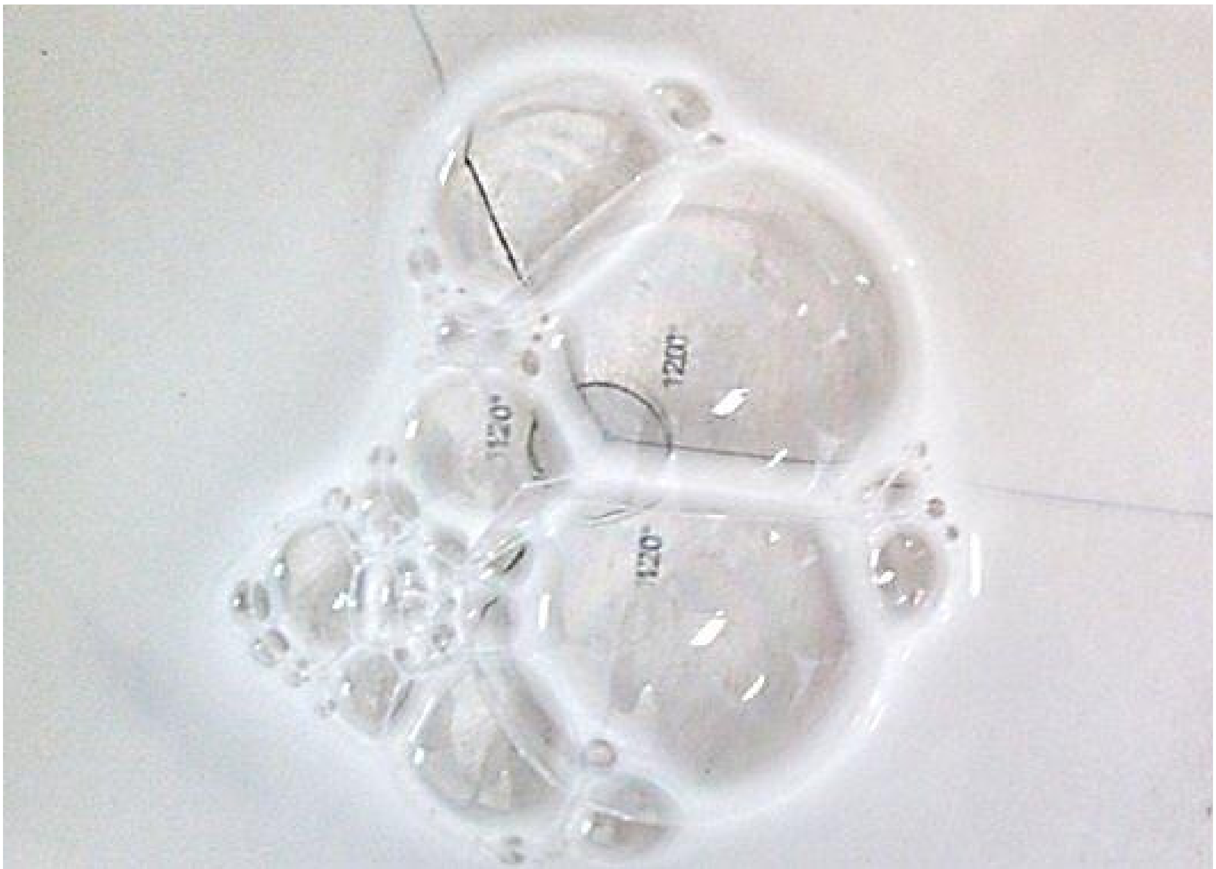


Figura 30 - Atividade 5: resultado

Figura 31 - Atividade 5: resultado

Figura 32 - Atividade 5: resultado

Na atividade 5, não houve grande dificuldade de observar que o ângulo era fixo, independente do tamanho das bolhas de sabão. No entanto, nosso maior obstáculo foi fazer as bolhas de sabão sobre a superfície plana. Por diversas vezes as bolhas estouraram e necessitamos recriar inúmeras vezes o problema.

Consideramos assim que, apesar da dificuldade, o nosso objetivo de explorar o a dedução lógica foi parcialmente alcançado. Vale destacar que o intervalo de tempo entre o último encontro antes da atividade 5 foi de mais de um mês (visto interrupções de semana de prova e férias escolares) de três semanas, portanto era esperado que os alunos não se recordassem de todas as leis.

5.4. Quarta Etapa: Contextualização

5.4.1. <u>Atividade 6: Na Prática</u>

Por fim, a atividade 6, *"Você consegue pensar alguma situação, do nosso cotidiano, onde observamos o uso das superfícies mínimas?"*, pg. 64, foi o momento onde os alunos tiveram mais dúvidas. Não conseguiram propor nenhuma situação onde poderiam usar as superfícies mínimas. Novamente, expomos exemplos como latas de leite condensado, refrigerantes etc. No segundo encontro, já com a presença de uma nova aluna, essa reconheceu uma situação: "as antigas garrafas de leite, feitas de vidro e um pouco curvas".

Relato aqui também que durante o ano, abordamos no ensino regular o conteúdo de cilindro. Um dos problemas levantados pelo professor foi a confecção de um cilindro a partir da folha de um caderno qualquer: "ao dobrarmos a folha para unirmos o menor lado, obtêm-se um cilindro A e ao dobramos a folha para unirmos o maior lado, temos o cilindro B. Qual desses cilindros tem o maior volume?". Com essa questão, uma aluna que participou de nossas atividades observou que isso seria um caso de superfície mínima. "Isso é superfície mínima, não é professor? Pois para fazer uma lata, teríamos que confeccionar o cilindro B para não desperdiçar metal". Por mais que o exemplo não seja da atividade do trabalho, acreditamos que a associação feita pela aluna e o raciocínio lógico está sempre constante em seu cotidiano.

6. CONCLUSÕES

De uma maneira geral, com o nosso trabalho queremos que os alunos façam uso da dedução-lógica para saber o que acontece (ou o que acontecerá) em determinado experimento. Nesse sentido, podemos dizer que foi o processo mais difícil. À primeira vista, nota-se a falta de experiência dos alunos ao serem indagados sobre perguntas menos objetivas. Habituaram-se (e habituam-se) a resolver um determinado problema somente no contexto escolar. Ou seja, é muito difícil explicarem o porquê dos resultados dos experimentos. Reforçamos a necessidade de diversas explanações e de mais de um encontro para que os alunos entendessem o comportamento da bolha de sabão. Embora esse tenha sido o maior obstáculo, reforçamos sempre com diversas perguntas como “e se?”. Nossa impressão é que os alunos participantes destas atividades tornaram-se mais questionadores perante as explanações em aula. Assim, acreditamos que nosso trabalho influenciou no raciocínio e no espírito matemático desejado para um pequeno pesquisador.

Outro importante objetivo do trabalho é mostrar a relevância e o reconhecimento do trabalho matemático. Nesse sentido, acreditamos ter sucesso com as atividades realizadas dos alunos. Como relatado no capítulo dos resultados, os próprios alunos ficaram mais simpáticos ao tema bolha de sabão ao saber que já houve alguém que fora premiado por trabalhar com isso. Além disso, os próprios lembraram-se da premiação do brasileiro.

Por outro lado, Matemática é também observar objetos ao nosso redor e questionar-se sobre alguma peculiaridade de como eles são. Com as nossas atividades, foram mostrados sólidos nunca antes visto pelos alunos e as películas de sabão formavam-se em figuras também inéditas para os alunos (e até mesmo para o professor). Nossos alunos puderam notar um mundo ainda completamente novo e assim tomamos como outra boa ocorrência esse objetivo.

Apresentamos a etapa da contextualização como a menos observada pelos alunos. A dificuldade de observarem exemplos de superfície mínima leva-nos a crer que apesar de terem contato com as figuras sólidas e desenvolverem a dedução-lógica, a contextualização ainda não é tão significante para os alunos. Notamos também que, visto a demora em suas vagas respostas, os alunos estavam mais preocupados em responder de maneira eficaz, sem avaliar sobre possíveis erros. Assim, foi necessário reforçar alguns possíveis os exemplos onde podemos notar as superfícies mínimas.

Nosso trabalho realizou-se com uma amostra relativamente pequena e específica, uma vez que trabalhamos com alunos de uma turma do segundo ano do ensino médio de uma estreita faixa etária. Por esta razão, não podemos afirmar com exatidão que os resultados sejam também alcançados em outros grupos. Entretanto, o contato extraclasse com o professor também motivou os alunos a estudarem seus conteúdos regulares.

Por fim, deixamos aqui um recado a todos educadores: não podemos mostrar apenas um lado da Matemática a nossos alunos. Não podemos deixar que os alunos entendam a Matemática como apenas uma ferramenta para resolver equações, calcular de ângulos, áreas e volumes. A Matemática foi criada a partir da observação do seu redor e da curiosidade de entender o mundo. Não devemos tornar essa prática obsoleta.

7. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

BOYER, C. B. **História da Matemática**. 9ª. ed. São Paulo: Edgar Blücher, 1996.

BRASIL. **Parâmetros Curriculares Nacional (PCN)**. Brasília: Documento Oficial, 1997.

BRASIL. **Parâmetro Curriculares Nacionais+ (PCN+)**. Brasília: Documento Oficial, 2002.

BROUSSEAU, G. **Os Diferentes Papéis do Professor**. Porto Alegre: Artes Médicas, 1996.

GROENWALD, C. L. O. **O Meio Ambiente e a Sala de Aula**. São Paulo: [s.n.], 2003.

HOWARD EVES. **Introdução à História da Matemática**. 5ª. ed. Campinas: Unicamp, 2011.

TAYLOR, J. E. The structure of singularities in soap-bubble-like and soap-film-like minimal surfaces. **Annals of Mathametics**, v. 103, p. 489–539, 1976.

8. APÊNDICES

ANEXO I - Atividades

1. Pesquisa

Pesquise sobre: o que é a Medalha Fields? Por qual trabalho o primeiro vencedor a ganhou (Jesse Douglas)? O que são e quais são as Leis de Plateau? Dê alguns exemplos de superfície mínima.

2. Área Máxima

Material Necessário

Um fio de 50cm comprimento

Com o fio faça diversos contornos fechados e registre-os.

P_1: Qual desses contornos construídos tem a maior área?

P_2: Qual formato deve assumir o contorno a fim de termos a área máxima? Por quê? (dica: use $S = p.a$)

P_3: Quanto mede essa área?

P_4: Você saberia dizer então por que o suporte que usamos para soprar a bolha de sabão é circular?

3. Formato da Bolha de Sabão

Material Necessário

mistura de sabão (anexo), arame, balde

Deixe o arame na forma de triângulo, coloque-o no balde junto com a mistura. Remova o arame do balde deixando o sabão formar uma película triangular. Em seguida assopre.

P_1: Que forma a bolha assumiu ao sair do arame?

Repita o processo, mas mude o formato do arame. Exemplo: quadrangular, pentagonal,..., ou uma superfície irregular.

P_2: O fato da bolha de sabão ter uma forma esférica é devido ao formato do arame?

P_3: Você saberia dizer por que a bolha de sabão é esférica?

4. Películas de Sabão

Material Necessário

mistura de sabão (anexo), canudos (ou palitos) grossos, durepox, fio, balde

Veja o vídeo: http://youtu.be/RqIRgbE3mbY e com o auxílio dos canudos e do durepox construa os poliedros que aparecem
(parte 1)

P_1: No vídeo, na parte "Película Fio Preso", o *que acontece quando estouramos a menor película? Por que assume esse formato?*

P_2: No vídeo, na parte “Película Fio Solto”, o *que acontece quando estouramos a película formada no círculo? Por que assume esse formato?*

(parte 2)

P_3: No vídeo, na parte “Tetraedro”, qual formato assumirá quando removermos o tetraedro *da mistura? Qual lei de Plateau esse formato obedece?*

P_4: No vídeo, na parte da “Cubo”, qual formato assumirá quando removermos o cubo *da mistura? Qual lei de Plateau esse formato obedece?*

P_5: No vídeo, na parte da “Prisma de Base Triangular”, qual formato assumirá quando removermos o prisma *da mistura? Qual lei de Plateau esse formato obedece?*

P_6: Qual será o formato que a película assumirá quando inserirmos um octaedro no sabão? E um icosaedro? (construção desses sólidos em anexo)

5. Bolhas de Sabão

Material Necessário

prancheta transparente, canudo, mistura de sabão (anexo), molde das retas

Despeje um pouco da mistura na prancheta e com o auxílio do canudo, faça três bolhas de sabão consecutivas e de igual tamanho sobre a prancheta.

P_1: Qual é o ângulo formado entre as bolhas? (use o molde das retas para auxiliar)

P_2: Se as bolhas forem de tamanhos diferentes, o ângulo entre elas muda? Por quê?

6. Na Prática

P: Você consegue pensar alguma situação, do nosso cotidiano, onde observamos o uso das superfícies mínimas?

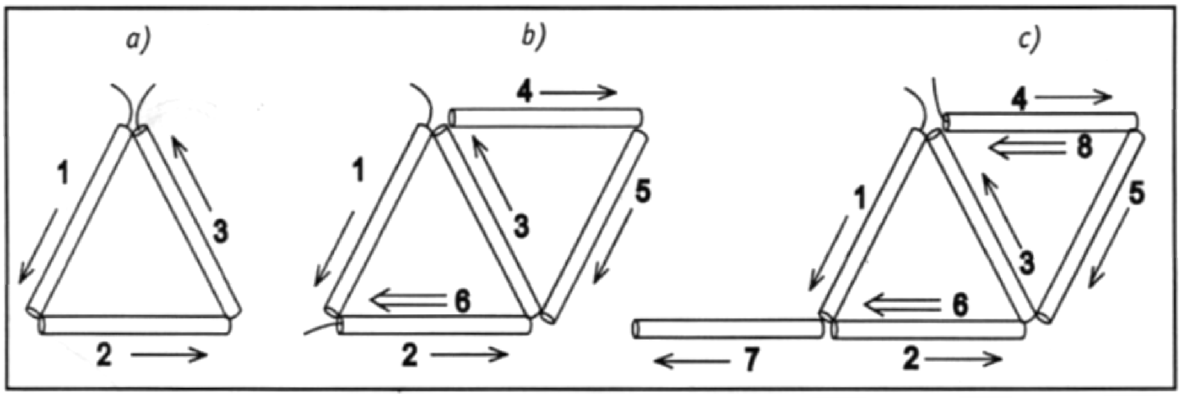
ANEXO

Receita para o líquido

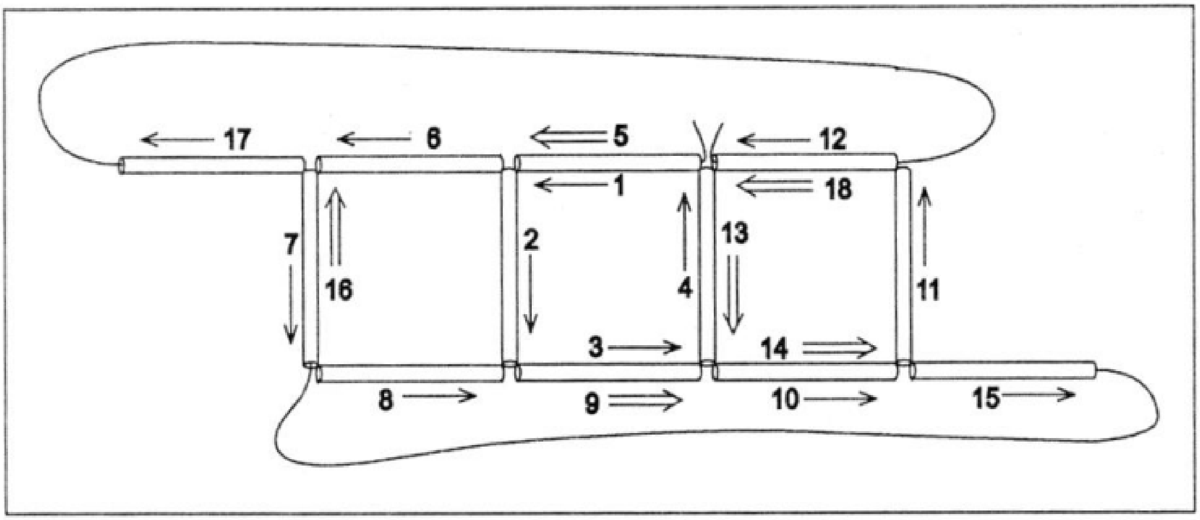
Prepare num recipiente de boca larga (um balde por exemplo) uma solução onde deve dissolver, em dois litros de água, dois copos de detergente e 120 mililitros de glicerina.

Construção dos Poliedros

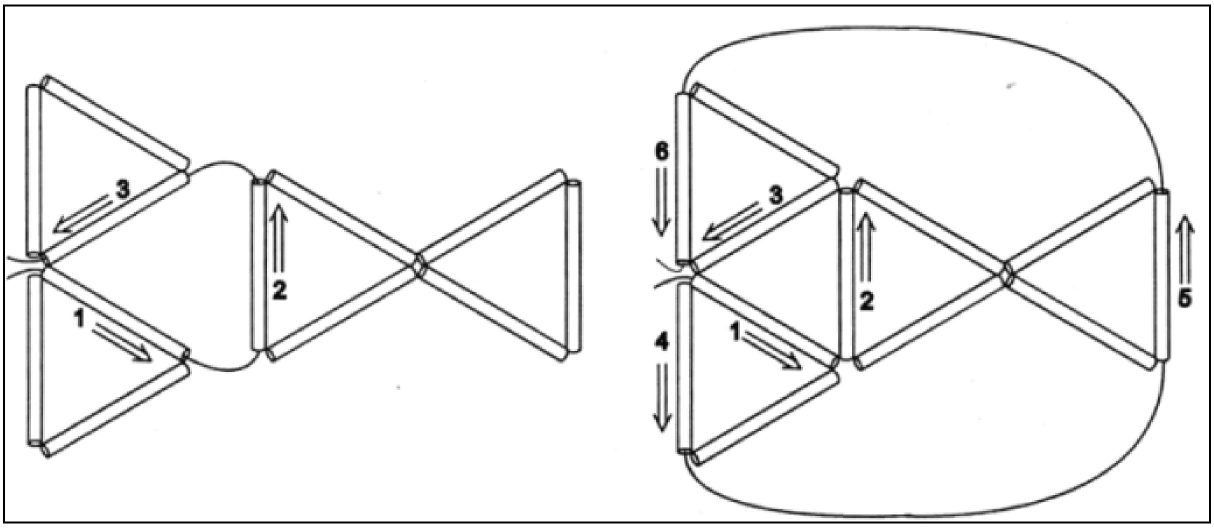
Tetraedro



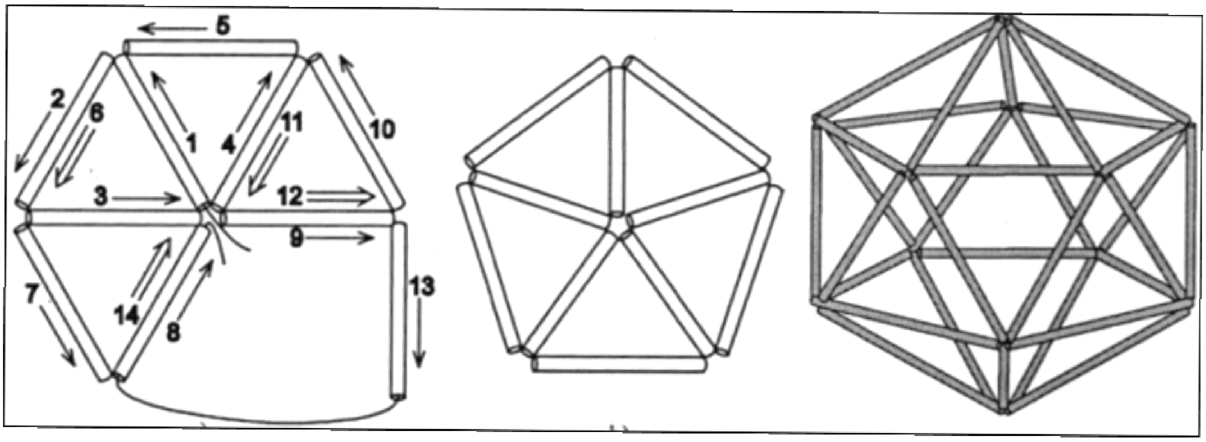
Hexaedro

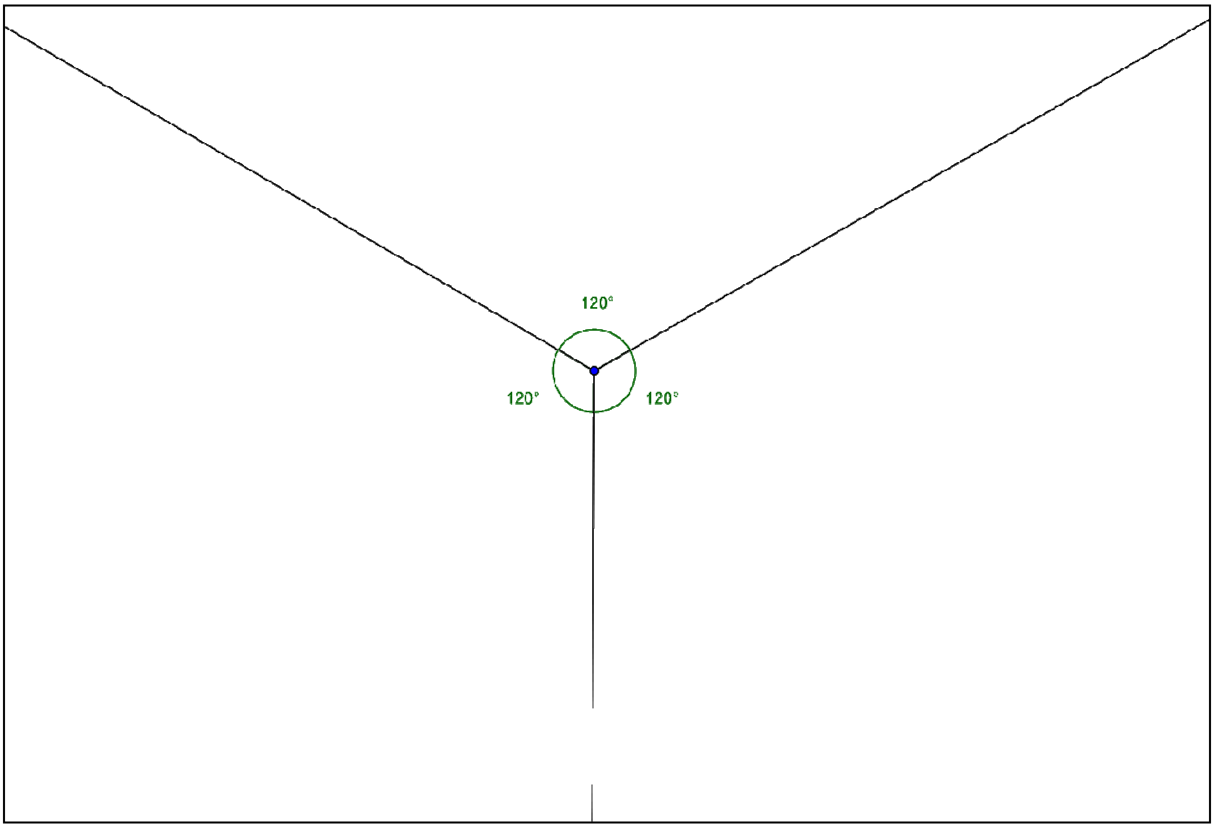


Octaedro



Icosaedro





ANEXO II - Respostas dos Alunos

<u>Grupo 1</u>

Atividade 1

Medalha Fields

A premiação da Medalha Fields, criada com o legado do canadense John Fields, em 1936, é considerada o prêmio Nobel da Matemática e a maior distinção do ramo. Cada edição ocorre de quatro em quatro anos e são premiados, no máximo, quatro matemáticos pela International Mathematical Union (IMU) no decorrer do ICM (International Congress of Mathematicians).

O primeiro a receber a honra foi o finlandês Lars Ahlfors, em 1936, reconhecido por seu trabalho na área da superfície de Riemann, que é uma variedade analítica de dimensão complexa 1.

Leis de Plateau

As leis de Plateau foram criadas pelo físico Joseph Plateau e descrevem as estruturas formadas por bolhas de sabão.

As leis de Plateau descrevem a forma e a configuração de superfícies de sabão, como segue:

1- Superfícies de sabão são feitas inteiramente de superfície lisas.
2- A principal curvatura de uma porção de uma superfície de sabão é em todo lugar constante em qualquer ponto no mesmo pedaço de superfície de sabão.
3- Superfícies de sabão sempre se encontram em três ao longo de uma borda chama de Borda de Plateau, e elas fazem um ângulo de 120°
4- Configurações além dessas das leis de Plateau são instáveis, e a superfície irá rapidamente tender a se rearrumar para conforme as leis.

Primeiro Encontro

25/04/14

C21 Alice Lessa, Ingrid Diniz, Júlia Cotta e Raphael Faillace

2

P_1. O contorno com a maior área é o círculo.

P_2. O formato circular, porque como o semiperímetro é fixo, logo o que determina a maior área é a apótema. Nesse caso, a forma com maior apótema é o círculo.

P_3. $A = \pi R^2$

$C = 2\pi R \quad 50 = 6R \quad A = 3 \cdot \left(\frac{25}{3}\right)^2$

$\frac{50}{6} = R \quad \frac{25}{3}$

$A = 3 \cdot \frac{625}{9} \quad \boxed{A = 208,\overline{3}\ cm^2}$

$\boxed{A = \frac{1875\ cm^2}{9}}$

P_4. O suporte que usamos para sobrar a bolha de sabão é circular, pois essa é a maior área que ela consegue atingir.

3

P_1. A forma que a bolha assumiu a sair do arame foi a circular.

P_2. Não

P_3. A bolha de sabão é esférica, porque é a forma com maior volume que podemos criar com uma área fixa.

Parte 2

P_3. O formato do tetraedro, uma película em cada face.

O que acontece?:

As quatro películas se unem e formam um ângulo de 109°, seguindo assim a quarta lei de Plateau.

P_4. Porque as faces se unem seguindo a 4ª Lei de Plateau formando um ângulo de 109°.

25/04/14

P4. Porque as faces se unem seguindo a 4ª lei de Plateau formando um ângulo de 109°.

PARTE 1

P1. Só ela estoura. Porque ela tenta assumir a maior área possível, que é a do círculo.

P2. O espaço "estourado" forma um círculo. Porque a bolha de sabão precisa ter a menor área, logo a parte estourada precisa ter a maior, que é a do círculo.

5 Sim, garrafa pet, lata de leite condensado, etc, buscando um jeito de utilizar menos material em sua produção.

Segundo Encontro

Conclusões

② A forma criada com barbante de comprimento fixo que teve maior área foi o círculo pois é a forma com maior apótema.

Obs: Quando o comprimento é fixo, o que determina a maior área é a apótema.

③ A forma esférica da bolha de sabão deve-se ao fato de ser a forma com maior volume que podemos criar com uma área fixa.

④ O fio assume um formato circular porque a película busca sempre ter a menor área.

⑤ Lata de leite condensado, garrafa pet e garrafa antiga de leite são exemplos de utilização de superfície mínima no cotidiano pois visam usar a quantidade mínima de material comportando mais volume.

Alice, Ingrid, Júlia e Raphael.

C 24/BT

Terceiro Encontro

Seg Ter Qua Qui ~~Sex~~ Sáb Dom — 18/7/2014

Faça 3 Bolhas de Sabão na Prancheta

1) Qual é o ângulo formado entre elas? 120°

2) Se mudarmos o tamanho das bolhas para tamanhos diferentes, esse ângulo muda? Porquê? Não, porque isto respeita a 3ª lei de Plateau.

• Entedimentos:

→ Bolha tende a ter o maior volume como uma área fixa

→ Películas procuram superfície mínima

→ Bolhas são sempre esféricas

→ 1° ganhador MF (medalha de fields), estudo feito com bolhas de sabão.

Grupo 2

Atividade 1

Medalha Fields

Em 2014 terá uma nova premiação da medalha Fields. Ela é a maior premiação da Matemática! O prêmio é atribuído de quatro em quatro anos. Mas qual a história dessa medalha tão sonhada pelos matemáticos ?

A Medalha Fields é um prémio quadrianual atribuído pela União Internacional de Matemática (IMU), no decurso do Congresso Internacional de Matemáticos (IMC), concedido a no máximo quatro matemáticos.

Esta medalha foi desenhada pelo escultor canadense Robert Tait McKenzie. Traz numa das faces a efígie de Arquimedes, seu nome (em grego) e a inscrição (em latim) TRANSIRE SUUM PECTUS MUNDOQUE POTIRI, que significa "Superar os limites da inteligencia e conquistar o universo". Na outra face aparece o desenho de uma esfera inscrita em um cilindro com a frase (novamente em latim): CONGREGATI EX TOTO ORBE MATHEMATICI OB SCRIPTA INSIGNIA TRIBUERE, que significa "Matemáticos de todo o mundo reunidos prestam homenagem por obras notáveis".

No continente Americano, é geralmente considerada como a maior distinção no ramo da matemática, considerada como um Nobel de Matemática. Enquanto que na Europa este reconhecimento é atribuido ao Prémio Abel, que difere em alguns aspectos-chave (A Fields: distingue o trabalho excepcional feito por um matemático antes da idade de 40 anos; modesto prêmio recompensa financeira concedida a cada quatro anos) por outro lado, o Prêmio Abel equivale a premiar um trabalho inteiro.

José Douglas foi o ganhador da primeira edição do prêmio, em 1936, pela solução do problema de Plateau da geometria diferencial. Mas o que seriam problemas de Plateau ?

Joseph Plateau foi um físico belga. Ele estudou o fenômeno da capilaridade e tensão superficial. O problema matemático da existência de uma superfície mínima com um dado contorno é chamado de problema de Plateau. Ele Fez grandes estudos de bolhas de sabão e criou as leis de Plateau, que descrevem as estruturas formadas por tais bolhas de espuma.

fontes : http://www.ifg.edu.br/matematica/index.php/medalha-fields

http://pt.wikipedia.org/wiki/Medalha_Fields

Primeiro Encontro

Esther, João Pedro, Andrezza, Têda, Bruno
C22

Atividades

1. Pesquisa

Pesquise sobre: o que é a Medalha Fields? Por qual trabalho o primeiro vencedor a ganhou (Jesse Douglas)? O que são e quais são os problemas de Plateau? Dê alguns exemplos de superfície mínima.

2. Área Máxima

Material Necessário

Um fio de 50cm comprimento

Com o fio faça diversos contornos fechados e registre-os.

P_1: Qual desses contornos construídos tem a maior área? círculo.
P_2: Qual formato deve assumir o contorno a fim de termos a área máxima? Por quê? (dica: use S = p.a) círculo S=área / p=semi-perímetro / a=apótema
P_3: Quanto mede essa área?
P_4: Você saberia dizer então por que o suporte que usamos para soprar a bolha de sabão é circular?

3. Formato da Bolha de Sabão

Material Necessário

mistura para bolha de sabão (anexo), arame, balde

Deixe o arame na forma de triângulo, coloque-o no balde junto com a mistura. Remova o arame do balde deixando o sabão formar uma película triangular. Em seguida assopre.

P_1: Que forma a bolha assumiu ao sair do arame? Será circular

Repita o processo, mas mude o formato do arame. Exemplo: quadrangular, pentagonal,..., ou uma superfície irregular.

P_2: O fato da bolha de sabão ter uma forma esférica é devido ao formato do arame?
Não
P_3: Você saberia dizer por que a bolha de sabão é esférica? Pois a forma esférica contém o mai volume com a mesma área

4. Películas de Sabão

Material Necessário

mistura para bolha de sabão, canudos (ou palitos) grossos, durepox, fio, balde

Veja o vídeo: http://youtu.be/RqIRgbE3mbY

(parte 1)

P_1: No vídeo, na parte "Película Fio Preso", o *que acontece quando estouramos a menor película? Por que assume esse formato?*

P_2: No vídeo, na parte "Película Fio Solto", o *que acontece quando estouramos a película formada no círculo? Por que assume esse formato?*

(parte 2)

P_3: No vídeo, na parte "Tetraedro", qual formato assumirá quando removermos o tetraedro *da mistura? Qual lei de Plateau esse formato obedece?* 4 películas seguindo a 4 lei de Plateau

P_4: No vídeo, na parte da "Cubo", qual formato assumirá quando removermos o cubo *da mistura? Qual lei de Plateau esse formato obedece?* 4ª lei.

P_4: No vídeo, na parte da "Prisma de Base Triangular", qual formato assumirá quando removermos o prisma *da mistura? Qual lei de Plateau esse formato obedece?* 4ª lei. As faces se unem.

5. Na Prática

P: Você consegue pensar alguma situação que vemos poderemos utilizar superfície mínima no cotidiano? Na lata de leite condensado, nas garrafas de refrigerantes, ~~no [illegible] de Iogurt,~~

// //

2) P_2 - O que diferencia à área é a apótema pois o semi-perímetro é igual ~~[illegible]~~ nas figuras, por tanto a figura de maior área será ~~a de maior~~ o circulo pois a sua apótema será igual ao raio sendo assim a figura de maior área.

P_3 - $A = \pi r^2$

$C = 2\pi R$

$50 = 2\pi r \cdot 4$

$r = \frac{50}{2\pi} = \frac{25}{\pi}$

$A = \pi \cdot \frac{25}{\pi}^2 = 625$

P_4 - Porque é a maior área

Parte 1

P1: Quando estouramos a menor parte da película, a ~~part~~ ela aumenta de tamanho formando um círculo, já que o mesmo possui uma área maior do que as outras figuras

P2: Quando estouramos a película formada no círculo, o espaço dentro do fio tenta se expandir formando um círculo ~~maior~~ máximo. ~~Por~~ Porque o círculo possui área maior do que as outras figuras.

Conclusão: a bolha de sabão ocupa o espaço mínimo.

Segundo Encontro

Conclusões:

- Após a atividade 2, notamos que o comprimento fixo indica a figura de maior área, que é o círculo. Pois a área é igual a apótema multiplicada pelo semi-perímetro, conforme a fórmula: $S = p.a$.

O semi-perímetro é fixo. Portanto, o apótema indicará qual é a maior figura. O círculo possuirá o maior apótema.

- ~~Se temos uma área fixa, a figura consequentemente teremos o maior volume, que se encontra na esfera.~~

- ~~Se temos uma área~~ fixa,

Como temos uma área fixa, e a bolha de sabão tem o maior volume o seu formato será esférica.

No exercício número 4, constatamos que quando estouramos a menor parte da película, ela aumenta de tamanho formando um círculo, já que o mesmo possui uma área maior do que as outras figuras. Quando estouramos a película formada no círculo, o espaço dentro do fio tenta se expandir formando um círculo máximo, pois o círculo possui área maior do que as outras figuras. Portanto, concluímos que a película ocupa o espaço mínimo.

Em nosso cotidiano, percebemos que a superfície mínima é bastante utilizada para economizar material, termos a menor área e maior volume. Como por exemplo as latas de leite condensado, as garrafas pet etc.