



UNIVERSIDADE ESTADUAL DA PARAÍBA
Programa de Pós-Graduação em Matemática
Mestrado Profissional - PROFMAT/CCT/UEPB



DESENVOLVIMENTO de um NOVO OBJETO de APRENDIZAGEM para o ENSINO de PROBABILIDADE no ENSINO MÉDIO

Felippe Albuquerque Gonçalves

Trabalho de Conclusão de Curso

Orientadora: Prof^a. Dr^a. Divanilda Maia Esteves

Campina Grande - PB

Novembro/2014

Felippe Albuquerque Gonçalves

Desenvolvimento de um Novo Objeto de Aprendizagem para o Ensino de Probabilidade no Ensino Médio

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado ao Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional (PROF-MAT) do Centro de Ciências e Tecnologia da Universidade Estadual da Paraíba em cumprimento às exigências legais para obtenção do título de mestre.

Orientadora:
Divanilda Maia Esteves

Campina Grande
Novembro de 2014

É expressamente proibida a comercialização deste documento, tanto na forma impressa como eletrônica. Sua reprodução total ou parcial é permitida exclusivamente para fins acadêmicos e científicos, desde que na reprodução figure a identificação do autor, título, instituição e ano da dissertação.

G635d Gonçalves, Felipe Albuquerque.

Desenvolvimento de um novo objeto de aprendizagem para o ensino de probabilidade no Ensino Médio [manuscrito] / Felipe Albuquerque Gonçalves. - 2014.
48 p.

Digitado.

Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional) - Universidade Estadual da Paraíba, Centro de Ciências e Tecnologia, 2014.

"Orientação: Profa. Dra. Divanilda Maia Esteves, Departamento de Matemática".

1. Probabilidade. 2. Aprendizagem. 3. Objeto de aprendizagem. I. Título.

21. ed. CDD 519.2

Felippe Albuquerque Gonçalves

Desenvolvimento de um Novo Objeto de Aprendizagem para o Ensino de Probabilidade no Ensino Médio

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado ao Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional (PROF-MAT) do Centro de Ciências e Tecnologia da Universidade Estadual da Paraíba em cumprimento às exigências legais para obtenção do título de mestre.

Aprovado em: 25 / 11 / 2014

Banca Examinadora:

DNestes

Prof^a. Dr^a. Divanilda Maia Esteves
Universidade Estadual da Paraíba
Orientadora

Maria Isabelle Silva

Prof^a. Dr^a. Maria Isabelle Silva
Universidade Estadual da Paraíba
Examinador

José Lindomberg P. Barreiro

Prof. Dr. José Lindomberg Possiano Barreiro
Universidade Federal de Campina Grande
Examinador

Agradecimentos

A Deus pelo dom da vida e por ter sido minha fonte inesgotável de força, revigorando-me para enfrentar os obstáculos e concedendo-me a oportunidade de concluir este mestrado.

À minha família pelo apoio, em especial, à minha esposa Maiara por estar sempre ao meu lado, incentivando-me e acreditando em minha capacidade.

Aos meus amigos do mestrado profissional PROFMAT pela amizade sincera e por me apoiarem nos momentos difíceis.

A professora Diana Maia pela paciência e dedicação com as quais me orientou na elaboração deste trabalho.

Por fim, agradeço à Sociedade Brasileira da Matemática - SBM pelo oferecimento deste Curso em Rede Nacional e à CAPES pela concessão da bolsa.

Resumo

Ao longo da história vemos o uso da probabilidade tanto em considerações filosóficas sobre causalidade e acaso, como em várias investigações de problemas relativos a jogos de azar e ainda relacionado a eventos sujeitos ao acaso. No século XI temos os levantamentos populacionais e avaliações agrícolas e na antiguidade temos situações de diversos jogos de azar relacionados com o uso da probabilidade, tendo de certa forma uma abordagem mais lúdica. Porém, com a sistematização do currículo de matemática, houve um certo distanciamento das situações de ludicidade e aprendizagem, perdeu-se a sua importância principalmente com as disciplinas de exatas. Neste trabalho tentamos resgatar essa prática lúdica com o conteúdo de probabilidade através da construção de situações de aprendizagem com o uso do Objeto de Aprendizagem (OA). Para a construção do Objeto de Aprendizagem partiremos da reconstrução de conceitos básicos como os experimentos determinísticos e os experimentos aleatórios e as definições e conceitos de probabilidade abordadas no ensino médio. Logo, para o desenvolvimento deste trabalho optamos por utilizar recursos digitais construtivos, dinâmicos, interativos e reutilizáveis em diferentes ambientes, compatível com os Sistemas Operacionais correntes elaborados a partir de uma base tecnológica WEB. O OA aqui desenvolvido tem fins educacionais e abertos para outros profissionais fazerem reuso, podendo ser usado nas diversas modalidades de ensino: presencial, híbrida ou a distância e ainda podendo ser utilizado em diversos campos de atuação: na educação formal, corporativa ou informal. Ao criarmos e utilizarmos essa ferramenta, temos, o objetivo de criarmos processos significativos de ensino aprendizagem, implicando que seu uso pelos discentes convenha para ilustrar o que eles sabem como objetivo principal mostrar algumas contribuições do ensino de probabilidade, com a utilização de um software que possibilita trabalhar com tal disciplina. Procurou-se mostrar de uma maneira simples e direta alguns conceitos importantes no ensino de probabilidade, bem como a criação de um Objeto de Aprendizagem, a construção de um modelo de aula utilizando o OA, a utilização desse software, o manuseio do mesmo e como ele pode tornar o ensino de probabilidade mais interessante e até mais fácil. A pesquisa permitiu concluir como o OA pode ser útil ao ensino de probabilidade, permitindo, através de suas várias vantagens, uma nova abordagem dessa disciplina, podendo se tornar um importante recurso na busca de uma melhor aprendizagem em probabilidade.

Palavras Chave: Objeto de Aprendizagem, Probabilidade, Aprendizagem.

Abstract

Throughout history we see the use of probability in both philosophical considerations about causality and chance, as in several investigations of problems relating to gambling and even event-related subjects at random. In the eleventh century we have the agricultural population surveys and reviews and in antiquity have situations of various gambling related to the use of probability, and in some ways a more playful approach. However, with the systematization of the mathematics curriculum, there was a certain detachment of playfulness and learning situations, lost its importance mainly with the exact disciplines. In this work we try to rescue this playful practice with the content of probability by building learning situations with the use of Learning Objects (OA). For the construction of Learning Objects depart reconstruction of basic concepts such as deterministic experiments and randomized experiments and definitions and probability concepts addressed in high school. Therefore, the development of this work we chose to use constructive, dynamic, interactive, and reusable in different environments, compatible with current operating systems developed from a technology-based digital web resources. The OA developed here has opened for educational purposes and other professionals make reuse and can be used in different learning modalities: face, hybrid or distance and can still be used in several fields: in formal, corporate or informal education. As we create and we use this tool, we have the goal of creating significant learning and teaching processes, implying that suits its use by students to illustrate what they know how primary objective of showing some contributions of the teaching of probability, using software that enables working with such discipline. Tried to show in a simple and straightforward manner some important teaching probability concepts, and the creation of a Learning Object, the construction of a model class using the OA, using this software, its handling and how it can make teaching more interesting and likely even easier. The research concluded as OA can be useful for teaching probability, allowing, through its various advantages, a new approach to this discipline and may become an important resource in the search for better learning in probability.

Keywords: Learning Object, Probability, Learning.

Lista de Figuras

- 4.1 Gráfico de Setores referente aos dados sobre o grau de escolaridade dos professores da EEFM Tereza Alves de Moura p. 28
- 4.2 Gráfico de Setores referente aos dados sobre o tempo de docência dos professores da EEFM Tereza Alves de Moura p. 28
- 4.3 Gráfico de barras referente aos dados sobre opinião dos professores da EEFM Tereza Alves de Moura sobre o uso de novas tecnologias em sala de aula . . . p. 29
- 4.4 Gráfico de barras com número de acertos por questão. p. 30
- 4.5 Gráfico de Setores referente aos dados sobre há quanto tempo os alunos utilizam computadores. p. 31
- 4.6 Gráfico de Setores referente aos dados sobre o local de acesso ao computador utilizado pelos alunos p. 32
- 4.7 Gráfico de setores com dados sobre a necessidade de ajuda com o OA por parte dos alunos. p. 32

Sumário

1	Introdução	p. 4
2	Probabilidade	p. 6
2.1	A Gênese da Probabilidade	p. 6
2.2	Período de Definições	p. 7
2.3	A Consolidação da Probabilidade	p. 9
2.4	Espaço Amostral e Eventos	p. 11
2.5	Probabilidade	p. 12
2.6	Probabilidade Condicional e Independência	p. 15
3	Desenvolvimento do Objeto de Aprendizagem	p. 20
3.1	Objeto de Aprendizagem e compartilhamento	p. 21
3.2	Ferramenta de Construção do Objeto de Aprendizagem	p. 22
3.3	Metodologia de desenvolvimento do Objeto de Aprendizagem (OA):	p. 23
3.4	Desenvolvimento do Objeto de Aprendizagem (OA)	p. 23
4	Aplicação do Objeto de Aprendizagem (OA)	p. 27
4.1	Primeira Reunião	p. 28
4.2	Segunda e Terceira Reunião	p. 29
5	Conclusões	p. 33
	Referências Bibliográficas	p. 35
	Referências Bibliográficas	p. 35

Apêndice A – Objeto de Aprendizagem	p. 37
Apêndice B – Questionário aplicado com os professores de Matemática	p. 45
Apêndice C – Questionário de Avaliação do usuário	p. 47

1 Introdução

Ensinar matemática não é uma tarefa simples. Apesar de seu desenvolvimento lógico, muitas vezes tanto estudantes quanto professores se concentram em memorizar fórmulas, em vez de compreender a origem dos conceitos envolvidos. Talvez por isso, a Matemática é uma das disciplinas que desperta grande aversão entre os alunos, tornando-se uma das áreas do conhecimento que tem evidenciado ao longo dos anos vários índices de baixo desempenho. Na tentativa de vencer esse desafio, os educadores matemáticos vem procurando por novos métodos e estratégias que possam estimular e melhorar o aprendizado em matemática. Por outro lado, vemos os jovens cada vez mais interessados em *smartphones*, computadores, *tablets* e percebe-se que além de tal interesse, a geração atual tem familiaridade e facilidade no uso dessas novas tecnologias. Uma vez que não se pode ignorar tais avanços, o ideal é usá-los em prol do ensino, buscando atrair a atenção dos alunos, facilitando o processo de ensino-aprendizagem, mostrando que a Matemática pode retomar seu aspecto lúdico.

Com esse objetivo em mente, o uso de recursos tecnológicos tem mostrado resultados bastante positivos, contribuindo o processo de desmistificar a Matemática. Assim, foi proposto aqui desenvolvimento de uma ferramenta que estimule a construção do conhecimento tanto do discente como do docente. Para tal é bom lembrarmos que a utilização de softwares educacionais ou pode ser uma excelente alternativa para despertar o interesse dos discentes, ajudando ao docente a ministrar aulas mais interessantes e prazerosas além de facilitar e acelerar a aprendizagem. Voltando a atenção para esse tema optamos pela construção conjunta de uma ferramenta um Objetos de Aprendizagem (OA) que segundo: Sosteric & Hessemeier (2001) podem ser: “arquivos digitais (imagem, filme...) que pretende ser utilizado para fins pedagógicos e que possui, internamente ou através de associação, sugestões sobre o contexto apropriado para a sua utilização”.

A elaboração desse trabalho baseia-se na tentativa de mostrar as principais contribuições e aplicações dessa ferramenta nas aulas de Probabilidade no Ensino Médio. Para isso, fez-se necessário dedicar o Capítulo 2 à exploração de alguns conceitos importantes para o estudo dessa disciplina tais como: espaço amostral, eventos e seus principais aspectos, Probabilidade

de eventos e Probabilidade Condicional. Além disso, foi apresentado alguns pontos históricos da probabilidade com a intenção de lembrar do caminho que esta percorreu até chegar ao formato que a conhecemos nos dias de hoje. No Capítulo 3, é apresentada a ferramenta de Construção do Objeto de Aprendizagem, junto com os docentes, com o objetivo de construir uma ferramenta mais próxima da realidade deles e deixar claras a facilidade e simplicidade do seu uso. O Capítulo 4 é dedicado a aplicação de exercícios de probabilidade com a utilização do OA, que procura deixar ainda mais evidentes as várias vantagens de realizar atividades de aprendizagem dinâmica, no estudo dessa disciplina e procura mostrar como esta ferramenta pode ser de fácil utilização podendo ser usado pelo professor como um recurso pedagógico. Além disso, buscou-se a opinião tanto dos alunos envolvidos, quanto dos professores a respeito de sua impressão sobre o uso do OA.

Enfim, pretende-se com esse trabalho apresentar esta ferramenta como um aliado do professor da disciplina de probabilidade, o qual pode ajudá-lo a encaixar sua metodologia de ensino no “novo mundo” que se apresenta, onde o avanço tecnológico está cada vez mais crescente e os computadores estão se tornando cada vez mais presentes em nosso cotidiano.

2 Probabilidade

A teoria do azar consiste em reduzir todos os acontecimentos do mesmo gênero a um certo número de casos igualmente possíveis, ou seja, tais que estejamos igualmente inseguros sobre sua existência, e em determinar o número de casos favoráveis ao acontecimento cuja probabilidade é buscada. A razão deste número para o de todos os casos possíveis é a medida dessa probabilidade, a qual é portanto uma fração cujo numerador é o número de casos favoráveis e cujo denominador é o número de casos possíveis. (Pierre Simon Laplace - Ensaio filosófico sobre as Probabilidades).

Desde os primeiros estudos relacionados a jogos de azar, a probabilidade se desenvolveu bastante. A definição acima, atribuída a Laplace, tornou-se um caso particular de uma definição mais geral. Ao longo do tempo, surgiram inúmeras aplicações que impulsionaram o estudo da Teoria de probabilidade. A solução de tais problemas reais levou ao desenvolvimento de novos conceitos. No entanto, no ensino médio, ainda nos detemos ao ensino de probabilidade em nível básico, considerando apenas espaços amostrais finitos e equiprováveis, ou seja, aos experimentos que tem uma quantidade finita de resultados finitos, sendo que cada um desses resultados individuais tem a mesma probabilidade de ocorrer.

Sendo este o propósito do estudo, este capítulo trará um pouco da história da Probabilidade e alguns conceitos básicos de probabilidade, nos quais serão baseadas as questões a serem usadas no jogo a ser aplicado. O Histórico aqui apresentado foi baseado em PORTP(2014), ALLEN (2014), VIALI(2014) e VEGA(2014). Os conceitos de probabilidade são de conhecimento geral e podem ser encontrados em diversos livros de Matemática tanto de Ensino Médio quanto Superior.

2.1 A Gênese da Probabilidade

Desde a antiguidade, há registros do envolvimento do homem com os jogos de azar. As primeiras manifestações disto se deram através dos jogos de dados, mais precisamente o Tali

(jogo do osso) que era praticado com astrágalos. O astrágalo é o ancestral do dado moderno (hexaedro regular). Ele era formado de osso animal e semelhante a um tetraedro irregular, isto é, as quatro faces não eram idênticas e nem tampouco mostravam a mesma frequência de ocorrência.

Por outro lado, levantamentos de dados estatísticos para censos populacionais e avaliação de produções agrícolas foram realizados na Europa a partir do século XI; apólices de seguros navais baseados em conceitos de risco foram emitidas na Itália e Holanda já no século XIV. Antes de meados do século XVII, além de considerações filosóficas sobre causalidade e acaso, várias investigações de problemas relativos a jogos de azar ou, mais geralmente, a eventos sujeitos ao acaso, foram realizadas de forma esparsa.

No entanto, a aplicação sistemática de análise matemática e o estabelecimento de regras gerais para solução de tais problemas, que originou uma teoria matemática da probabilidade, entendida como uma medida da chance de ocorrência de um evento sujeito ao acaso, tiveram início somente em 1654 com os resultados obtidos por dois franceses, Blaise Pascal e Pierre de Fermat, em resposta a um desafio para solucionar um problema proposto 160 anos antes pelo monge franciscano Luca Paccioli (1445-1514). Os trabalhos anteriores ao de Pascal e Fermat mais notáveis são os de Cardano e Tartaglia e a contribuição de Galileu à teoria de erros de medição.

2.2 Período de Definições

O problema proposto pelo monge Paccioli em 1494, conhecido como o problema dos pontos, consiste em determinar qual deve ser a divisão do bolo de apostas quando um jogo é interrompido antes do final. Mais precisamente, suponha uma partida entre dois jogadores que é vencida pelo primeiro que fizer 6 pontos. Na hipótese de ambos os jogadores terem a mesma habilidade no jogo, como se deve dividir o bolo se a partida for interrompida quando um dos jogadores tiver 4 pontos e outro 3? A solução sugerida é dividir o bolo proporcionalmente às chances (probabilidades) de cada jogador vencer o jogo. O problema está em como calcular essas chances. Esse desafio foi exposto a Pascal por Chevalier de Méré, um intelectual francês apaixonado por jogos e influente na corte de Luis XIV, e que ficou imortalizado por essa sua participação na gênese da teoria de probabilidade.

Em 1654, Blaise Pascal (1623-1662) deu início a uma série de correspondências com Pierre Fermat (1601-1665), a partir das quais estabeleceram um método sistemático para calcular probabilidades e solucionaram o problema de Paccioli. As correspondências de Pascal e Fermat

foram publicadas em 1679, em Toulouse, sendo hoje consideradas a origem do desenvolvimento da teoria matemática da probabilidade.

Os problemas então considerados baseavam-se na hipótese de um número finito de resultados e de eventos igualmente prováveis, e a análise combinatória desempenhou um papel fundamental em suas soluções. Em 1653, Pascal já havia comentado em uma carta a Fermat o seu manuscrito *Traité du triangle arithmétique*, no qual faz um estudo detalhado do triângulo composto dos coeficientes binomiais, hoje conhecido como triângulo de Pascal. Pascal determinou a solução do problema de Paccioli usando esse triângulo aritmético, obtendo o seguinte resultado: que se ao jogador A faltam m pontos para ganhar e ao jogador B faltam n pontos, então a razão das probabilidades de ganharem é dada por:

$$\frac{P(A)}{P(B)} = \frac{\binom{m+n-1}{0} + \dots + \binom{m+n-1}{n-1}}{\binom{m+n-1}{0} + \dots + \binom{m+n-1}{m-1}}$$

O prêmio deve então ser dividido nesta proporção.

A primeira publicação em teoria de probabilidade foi um pequeno livro intitulado *De Ratiociniis in Ludo Aleae*, escrito em 1657 pelo holandês Christiaan Huygens (1629-1695). Huygens em uma viagem a Paris, em 1655, se informou sobre o assunto, que tinha motivado a troca de correspondência entre Fermat e Pascal e dos problemas de probabilidade nela investigados. Aparentemente desconhecendo os detalhes dos resultados de Pascal e Fermat (publicados somente em 1979), ele resolveu uma série de 14 problemas relacionados a jogos de azar (sem usar análise combinatória), compondo seu livreto.

Trabalhando sobre a abordagem de Fermat, que era combinatória, o suíço Jacques Bernoulli (1654-1705) iniciou o processo de sistematização da probabilidade deixando de lado os jogos de azar. Em torno de 1689, publicou um trabalho sobre séries dando a conhecer um dos primeiros e principais teoremas da teoria da probabilidade que ele determinou de “Lei dos Grandes Números”. Este resultado é uma prova de que a frequência relativa de um evento tende para a probabilidade deste evento, quando n = “número de repetições do experimento”, tende ao infinito. Os principais resultados alcançados por Jacques Bernoulli foram publicados, em 1713, na obra denominada de *Ars Conjectandi*.

Logo após, em 1718, foi publicado pelo inglês Abraham de Moivre (1667-1754) a obra *The Doctrine of Chance* seguida um pouco mais tarde, 1730, pela Miscelânea *Analytica*. Na primeira obra de De Moivre, junto com muitos problemas com dados e outros jogos, aparece a definição de “independência”. Nessa obra ele investigou, ainda, taxas de mortalidade e os fundamentos da teoria das anuidades. Na obra, de 1740 aparece a fórmula de Stirling - erroneamente atribuída

ao escocês James Stirling (1733-1770) - que ele utilizou, em 1733, para derivar a curva normal, como uma aproximação da distribuição binomial. Na segunda edição da obra, publicada em 1738, de Moivre menciona que Stirling melhorou a fórmula.

Em 1740 é publicada *The Nature and Laws of Chance* do inglês Thomas Simpson (1710-1761), baseada na obra de Moivre. Entretanto, a obra fundamental dessa fase, que pode ser rotulada de clássica, foi publicada no início do século seguinte, 1812, pelo francês Pierre Simon Laplace que denominou de *Théorie Analytique des Probabilités*. Essa obra foi publicada em dois volumes e após dois anos foi lançada uma segunda edição que fez crescer o material em aproximadamente trinta por cento. No primeiro volume, são estudadas as funções geratrizes e também são apresentadas várias aproximações de expressões utilizadas na teoria da probabilidade. Também são estudados a regra de Bayes e o conceito de esperança matemática. O livro apresenta ainda métodos de determinar probabilidades de eventos compostos, quando as probabilidades dos eventos simples são conhecidas, uma discussão do método dos mínimos quadrados, o problema da agulha de Buffon e a probabilidade inversa. Aplicações a tempo de vida, duração de casamentos são consideradas, como, também, aplicações da teoria a aspectos legais. Edições posteriores da obra apresentam ainda suplementos que consideram algumas aplicações de probabilidade. Muito do trabalho feito por Laplace, entre 1817 e 1819, aparece na edição de 1820. Um quarto suplemento final foi feito quando ele estava com 76 anos de idade. Até Laplace, a probabilidade estava essencialmente voltada ao cálculo em jogos de azar. Laplace ampliou o campo de aplicações da teoria para outras áreas, como a Teoria dos Erros, a Matemática Atuarial e a Mecânica Estatística.

Foi a partir da obra de Laplace que os estudos na área cresceram e tiveram a atenção de grandes matemáticos como o alemão Johann Carl Friedrich Gauss (1777-1855), o suíço Leonhard Euler (1707-1783), o russo Andrei Andreyevich Markov (1856-1922), e os franceses Siméon Denis Poisson (1781-1840), Jules Henri Poincaré (1854-1912), Henri Leon Lebesgue (1875-1941), Jean Le Rond d'Alembert (1717-1783), entre outros.

2.3 A Consolidação da Probabilidade

A partir de Laplace muitos matemáticos fizeram contribuições para este ramo da matemática. Entre eles Chebyshev, Markov, Von Mises, e o hoje considerado pai da probabilidade moderna, Kolmogorov. O russo Andrei Andreyevich Markov (1856-1922) aplicou o método das frações contínuas que foi inicialmente utilizado pelo seu professor Pafnuty Lvovich Chebyshev (1821-1894) à teoria da probabilidade. Ele também estudou sequências de variáveis mutua-

mente independentes esperando estabelecer as leis probabilísticas em forma mais gerais. Ele provou o Teorema Central do Limite sobre hipóteses bastante gerais. Ele é particularmente lembrado pelas cadeias que levam seu nome, que são sequências de variáveis aleatórias na qual uma variável é determinada pelo valor da anterior, mas são independentes no sentido de que o estado presente depende apenas da sua anterior. Esse trabalho lançou a teoria dos processos estocásticos.

O austríaco Richard Von Mises (1883-1953) era associado à escola vienense do positivismo lógico. Ele chegou à conclusão de que a probabilidade não pode ser simplesmente o valor limite da frequência relativa de um evento e adicionou a condição de que qualquer evento deve ser irregularmente ou aleatoriamente distribuído na série de ocasiões em que sua probabilidade é avaliada (medida). As ideias de Von Mises sobre o assunto estão contidas em dois artigos publicados, em 1919, e que passaram quase despercebidos à época, mas que tiveram influência sobre a Estatística moderna.

Umas das principais dificuldades da teoria tinha sido uma definição precisa o suficiente para que ela pudesse ser utilizada na matemática e fosse compreensiva o bastante para poder ser aplicada a uma grande categoria de fenômenos, além dos jogos de azar. A procura por esta definição consumiu praticamente três séculos e foi marcada por inúmeras controvérsias. O assunto foi finalmente resolvido no século vinte pela teoria axiomática da probabilidade.

Antes de publicar sua monografia, Andrey Nikolaevich Kolmogorov (1903-1987) publicou seu primeiro artigo na área, em 1925, em conjunto com Aleksandr Yakovlevich Khinchin (1894-1959). O artigo apresentava o teorema das “três séries” e resultados sobre desigualdades de somas parciais de variáveis aleatórias. Este artigo tornou-se a base das desigualdades martingales e do cálculo estocástico.

Em 1933, Kolmogorov publicou uma nova monografia denominada de *Grundbegriffe der Wahrscheinlichkeitsrechnung*, que em Inglês foi batizada de *Foundations of Probability Theory* (Fundamentos da Teoria da Probabilidade), iniciando a etapa moderna da teoria. A partir de então ela foi sendo refinada (matematizada) e hoje é parte de uma disciplina mais geral denominada de teoria da medida.

Kolmogorov axiomatizou a teoria da probabilidade da mesma forma que a Geometria foi axiomatizada por Euclides nos elementos. Um dos sucessos de sua abordagem foi dar uma definição rigorosa de expectância condicional. Kendall coloca: "o ano de 1931 pode ser considerado como início do segundo estágio criativo na vida de Kolmogorov. Conceitos amplos e genéricos em vários ramos da matemática caracterizaram este estágio". Em 1938, ele publicou mais um artigo na área da teoria probabilística que se tornou a base dos processos aleatórios de

Markov.

2.4 Espaço Amostral e Eventos

Pode-se dizer que temos dois tipos de experimentos: os determinísticos e os experimentos aleatórios. Um experimento aleatório é um experimento que ao ser repetido em condições idênticas podem não reproduzir os mesmos resultados; caso contrário, o experimento é dito determinístico. Por exemplo no sorteio de um número entre 1 e 100, não teremos a certeza de qual número será sorteado, podemos ter várias ocorrências de resultados. Essas variações de resultados dentro de uma mesma situação são características dos experimentos aleatórios.

Os experimentos aleatórios são a razão de ser da probabilidade. Apesar das variações associadas a tal tipo de experimento, é possível modelá-lo matematicamente. Isso ajuda a conhecê-lo melhor e a ter uma ideia, por exemplo, de quais resultados são mais frequentes. O primeiro passo é definir o conjunto de todos os resultados possíveis.

Definição 2.1 *Define-se **Espaço Amostral**, denotado por S , como o conjunto formado por todos os resultados possíveis de um experimento aleatório. Por exemplo, se um dado é lançado, e é observada a face de cima, o espaço amostral é $S = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$*

Conhecer os resultados possíveis do experimento, é útil para conhecê-los melhor. No entanto, diversas vezes, o interesse está no estudo de alguns resultados particulares.

Definição 2.2 *Um **evento** é qualquer subconjunto do espaço amostral. Em geral indicamos um evento por uma letra maiúscula do Alfabeto: $A, B, C, \dots, Y, Z$. Por exemplo, considerando o experimento de lançar um dado e observar a face voltada para cima, pode-se considerar o evento*

A : o número observado é par.

Assim o evento é $A = \{2, 4, 6\}$.

O espaço amostral e os eventos são essencialmente conjuntos. Desta maneira, definem-se para os eventos as mesmas operações que são aplicadas aos conjuntos, mas com um contexto prático um pouco mais explícito. Para começar, considere A e B dois eventos.

Definição 2.3 *A **união de dois eventos**, o que será denotado por $A \cup B$, é o evento que ocorrerá se, e somente se, A ou B (ou ambos) ocorrerem.*

Definição 2.4 A intersecção de dois eventos A e B (denotado por $A \cap B$) é o evento que ocorrerá se, e somente se, A e B ocorrerem simultaneamente. Quando $A \cap B = \emptyset$, os eventos A e B são ditos mutuamente excludentes ou disjuntos, e neste caso A e B não podem ocorrer ao mesmo tempo.

Definição 2.5 Define-se o complementar de um evento A , o qual será denotado por A^c , como sendo o evento que ocorrerá se, e somente se, A não ocorrer.

Exemplo 2.1 Ainda considerando o experimento de lançar um dado não viciado e observar a face obtida, defina os eventos:

A : a face obtida é ímpar

B : a face obtida é par

C : a face obtida é maior que 2

D : a face obtida é ímpar e maior que 2

E : a face obtida é par ou maior que 2.

Em termos de conjuntos, tem-se $A = \{1, 3, 5\}$, $B = \{2, 4, 6\}$, $C = \{3, 4, 5, 6\}$, $D = \{3, 5\}$ e $E = \{2, 3, 4, 5, 6\}$. É possível perceber também que $A = B^c$, $D = A \cap C$ e $E = B \cup C$.

2.5 Probabilidade

Uma vez são conhecidos os resultados possíveis do experimento, o próximo passo é definir uma quantidade que expresse a incerteza associada a cada um desses resultados.

Definição 2.6 Definição Clássica de Probabilidade - A primeira definição matemática formal da probabilidade de um evento foi expressa como a razão entre o número de casos favoráveis a tal evento e o número total de casos possíveis. Considerando um evento A de um espaço amostral S , pode-se expressar isso através da seguinte equação:

$$P(A) = \frac{N^{\circ} \text{ de Casos Favoráveis}}{N^{\circ} \text{ Total de Casos Possíveis}}.$$

Tendo em vista que a quantidade de eventos favoráveis pode variar apenas entre “nenhum evento” e “todos os eventos”, a probabilidade de um dado evento é sempre um número entre 0 e 1.

Exemplo 2.2 Duas cartas são retiradas ao acaso de um baralho de 52 cartas. Qual a probabilidade de que ambas sejam valetes?

Solução: Tal probabilidade pode ser calculada usando a definição clássica, partindo do pressuposto de que todas as cartas tem a mesma probabilidade de serem escolhidas. Desta forma, o número procurado é

$$\frac{\text{número de maneiras de se seleciona dois valetes entre as 52 cartas}}{\text{número de maneiras de selecionar duas cartas quaisquer}} = \frac{C_{4,2}}{C_{52,2}} = \frac{6}{1326}$$

Existem muitas situações em que a definição clássica é completamente apropriada, enquanto noutras não. Duas limitações são óbvias. A primeira refere-se à impossibilidade de estabelecer um padrão onde o cenário dos resultados da experiência não sejam equiprováveis. A segunda diz respeito a não contemplação de espaços amostrais infinitos.

Outra definição bastante intuitiva de probabilidade e com grande aplicabilidade será vista a seguir.

Definição 2.7 Definição frequentista (ou empírica) de Probabilidade - Se uma experiência é realizada um grande número de vezes n , sob condições rigorosamente idênticas, e o acontecimento A , contido no espaço amostral S , ocorre n_A vezes, então, a probabilidade empírica de A é dada por:

$$P(A) = \frac{n_A}{n}.$$

Exemplo 2.3 Foram entrevistados 250 torcedores brasileiros sobre a convocação de um certo jogador de futebol para a copa do mundo. A distribuição segundo o sexo do entrevistado é dada na tabela abaixo:

	A favor	Contra	Indiferente
Masculino	100	20	30
Feminino	40	10	50

Um entrevistado é escolhido ao acaso. Qual a probabilidade que o entrevistado seja:

a) A favor da convocação?

Solução: O número de entrevistados a favor da convocação, independente de ser do sexo masculino ou feminino, é $100 + 40 = 140$. Então

$$P(A) = \frac{\text{número de entrevistados a favor}}{\text{número de entrevistados}} = \frac{140}{250} = \frac{14}{25}.$$

b) *Do sexo masculino e contra a convocação?*

Solução: O número de entrevistados contra a convocação do sexo masculino é 20. Logo,

$$P(B) = \frac{\text{número de entrevistados contra do sexo masculino}}{\text{número de entrevistados}} = \frac{20}{250} = \frac{2}{25}.$$

c) *Do sexo feminino e a favor da convocação?*

Solução: Neste caso, usando a definição frequentista da probabilidade, sabendo que o número de entrevistados a favor da convocação do sexo feminino é 40, tem-se

$$P(C) = \frac{\text{número de entrevistados a favor do sexo feminino}}{\text{número de entrevistados}} = \frac{40}{250} = \frac{4}{25}.$$

As definições trazidas acima tem uma aplicabilidade incontestável, mas não contemplam todos os casos possíveis. A definição a seguir é mais geral e contempla inclusive as definições clássica e frequentista.

Definição 2.8 Definição Axiomática - Chamamos probabilidade à função P que a cada evento A de um espaço amostral S , faz corresponder um número real $P(A)$ que verifica os seguintes axiomas:

- i) A probabilidade de qualquer acontecimento A é um número real não negativo, ou seja, $P(A) \geq 0, \forall A \subset S$.
- ii) A probabilidade do acontecimento certo é 1, isto é, $P(S) = 1$.
- iii) Se A e B são eventos disjuntos, então

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B).$$

Os três axiomas são conhecidos como Axiomas de Kolmogorov. O terceiro axioma pode facilmente ser estendido para o caso em que se considera $A_1, A_2, \dots, A_n$ disjuntos, e, neste caso,

$$P(A_1 \cup A_2 \cup \dots \cup A_n) = P(A_1) + P(A_2) + \dots + P(A_n).$$

Algumas propriedades notáveis da definição axiomática de probabilidade, que na verdade são consequências da definição, são:

1. $P(A^c) = 1 - P(A)$.
2. $A \subset B \Rightarrow P(A) \leq P(B)$.
3. $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$

2.6 Probabilidade Condicional e Independência

Muitas vezes, quando se sabe que um determinado evento ocorreu, tal fato pode alterar a probabilidade de ocorrência dos demais eventos. Surge então a necessidade de uma definição de probabilidade adequada a este caso.

Definição 2.9 Considere dois eventos A e B de um espaço amostral S , com $P(B) > 0$. A **Probabilidade Condicional** da ocorrência de um evento A , sabendo da ocorrência de outro evento B , que será denotado por $P(A|B)$, é

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}.$$

A ocorrência de A está condicionada ao fato de B já ter ocorrido, ou seja, a ocorrência do evento B interfere na do evento A .

Exemplo 2.4 Um grupo de pessoas está classificado da seguinte forma:

	Gostam de inglês	Gostam de matemática	Gostam de português
<i>Homens</i>	92	35	47
<i>Mulheres</i>	101	33	52

Escolhe-se uma pessoa ao acaso. Sabendo-se que esta pessoa gosta de matemática, qual a probabilidade de que seja homem?

Solução: Sejam M o evento que ocorre se a pessoa escolhida gosta de matemática e H se a pessoa escolhida é homem. Temos

$$P(M) = \frac{35 + 33}{360} = \frac{68}{360}.$$

E além disso,

$$P(M \cap H) = \frac{35}{360}.$$

Consequentemente

$$P(H|M) = \frac{P(M \cap H)}{P(M)} = \frac{\frac{35}{360}}{\frac{68}{360}} = \frac{35}{68}.$$

Se B é um evento tal que $P(B) > 0$, então a probabilidade condicional satisfaz as seguintes propriedades:

- i. Para todo evento A , $P(A|B) \geq 0$.

ii. Se $A_1, \dots, A_n$ são eventos mutuamente exclusivos então

$$P\left(\bigcup_{k=1}^n A_k|B\right) = \sum_{k=1}^n P(A_k|B)$$

iii. $P(S|S) = 1$

Em relação à probabilidade condicional, surgem as seguintes perguntas:

1. Como calcular $P(A \cap B)$ a partir de $P(A|B)$?
2. Como calcular $P(A)$ a partir de probabilidades condicionais?
3. Como calcular $P(B|A)$ a partir de $P(A|B)$?

De maneira geral, a resposta à primeira pergunta está no resultado a seguir.

Teorema 2.1 (Teorema da Multiplicação) Se $P(A) > 0$ e $P(B) > 0$, então:

$$P(A \cap B) = P(B) \cdot P(A|B) = P(A) \cdot P(B|A).$$

E de maneira mais geral, se $A_1, A_2, \dots, A_n$ são eventos de um espaço amostral S , e P é uma probabilidade definida em S , então

$$P(A_1 \cap A_2 \cap \dots \cap A_n) = P(A_1)P(A_2|A_1)P(A_3|A_1, A_2) \cdots P(A_n|A_1, \dots, A_{n-1})$$

Prova: Demonstraremos o resultado para a intersecção de dois eventos e o resultado seguirá usando o princípio de indução finita. Observe que, supondo que $P(A) > 0$ e $P(B) > 0$,

$$\left. \begin{aligned} P(A|B) &= \frac{P(A \cap B)}{P(B)} \Rightarrow P(A \cap B) = P(A|B)P(B) \\ P(B|A) &= \frac{P(A \cap B)}{P(A)} \Rightarrow P(A \cap B) = P(B|A)P(A) \end{aligned} \right\} P(A \cap B) = P(A|B)P(B) = P(B|A)P(A).$$

que é o que queríamos demonstrar. ■

Exemplo 2.5 Um lote contém 50 peças boas (B) e 10 defeituosas (D). Uma peça é escolhida ao acaso e, sem reposição desta, outra peça é escolhida ao acaso. Qual é a probabilidade de que ambas as peças sejam defeituosas?

Solução: A probabilidade da primeira peça ser defeituosa é $\frac{10}{60}$; a probabilidade da segunda peça ser defeituosa é $\frac{9}{59}$. Logo, a probabilidade de ambas serem defeituosas é

$$\frac{10}{60} \times \frac{9}{59} = \frac{3}{118}.$$

A resposta para a segunda pergunta, que é sobre como calcular a probabilidade de um determinado evento A a partir de probabilidades condicionais é respondida pela Fórmula da Probabilidade Total, que será enunciado a seguir.

Teorema 2.2 (Teorema da Probabilidade Total) *Seja $B_1, B_2, \dots, B_n$ uma partição do espaço amostral S , isto é, esses eventos são mutuamente excludentes e $\bigcup_{k=1}^n B_k = S$. Se A é um evento e P uma probabilidade definida nos eventos de S , então*

$$P(A) = \sum_{k=1}^n P(A|B_k)P(B_k).$$

Demonstração: Como $B_1, B_2, \dots, B_n$ é uma partição do espaço amostral, $\bigcup_{k=1}^n B_k = S$. Além disso, $A \cap S = A$. Então

$$\begin{aligned} P(A) &= P(A \cap S) = P\left(A \cap \left[\bigcup_{k=1}^n B_k\right]\right) \\ &= P\left(\left[\bigcup_{k=1}^n A \cap B_k\right]\right) = \sum_{k=1}^n P(A \cap B_k), \end{aligned}$$

sendo que a última igualdade segue do fato de que os B_k 's são disjuntos. Usando o Teorema da Multiplicação, vemos que

$$P(A \cap B_k) = P(A|B_k)P(B_k)$$

e portanto

$$P(A) = \sum_{k=1}^n P(A|B_k)P(B_k)$$

concluindo assim a demonstração. ■

É válido observar que a partição mais simples do espaço amostral é $\{A, A^c\}$, onde A é um evento qualquer de S .

Exemplo 2.6 *As máquinas A e B são responsáveis por 60% e 40%, respectivamente, da produção de uma empresa. A máquina A produz 4% de peças defeituosas e a máquina B produz 3% de peças defeituosas. Calcule o percentual de peças defeituosas na produção desta empresa.*

Solução: Definido os eventos

A : a peça é produzida pela máquina A

A : a peça é produzida pela máquina B

D : a peça produzida é defeituosa

Desta forma, $P(A) = 0,6$, $P(B) = 0,4$, $P(D|A) = 0,04$ e $P(D|B) = 0,03$. Utilizando o Teorema da Probabilidade Total

$$\begin{aligned} P(D) &= P(A)P(D|A) + P(B)P(D|B) = (0,6) \cdot (0,04) + (0,4) \cdot (0,03) \\ &= 0,024 + 0,012 = 0,036. \end{aligned}$$

Conclui-se assim que o percentual de peças defeituosas é 3,6%.

A terceira pergunta era: como calcular $P(B|A)$ a partir de $P(A|B)$? Isto pode ser feito usando o Teorema de Bayes, que é um dos mais importantes teoremas da Probabilidade.

Teorema 2.3 (Teorema de Bayes) Sejam A um evento de S , $B_1, \dots, B_k$ uma partição do espaço amostral S e P uma probabilidade definida sobre os eventos de S . Então, para $i = 1, 2, \dots, k$,

$$P(B_i|A) = \frac{P(B_i)P(A|B_i)}{\sum_{j=1}^k P(B_j)P(A|B_j)} = \frac{P(B_i)P(A|B_i)}{P(A)}.$$

Demonstração: Para demonstrar este lema, basta usar a definição de probabilidade condicional juntamente com a Fórmula das Probabilidades Totais.

Exemplo 2.7 As máquinas A e B são responsáveis por 60% e 40%, respectivamente, da produção de uma empresa. A máquina A produz 4% de peças defeituosas e a máquina B produz 3% de peças defeituosas. Se uma peça defeituosa foi selecionada da produção desta empresa, qual é a probabilidade de que tenha sido produzida pela máquina B?

Solução: Como no exemplo anterior, considere

A : a peça é produzida pela máquina A

A : a peça é produzida pela máquina B

D : a peça produzida é defeituosa

Do enunciado, $P(B) = 0,4$ e $P(D|B) = 0,03$, e do exemplo anterior $P(D) = 0,036$ Assim

$$P(B|D) = \frac{(0,4) \cdot (0,03)}{(0,036)} = \frac{0,012}{0,036} = \frac{1}{3}.$$

Ou seja, dado que a peça é defeituosa, a probabilidade de que a mesma tenha sido fabricada pela máquina B é $\frac{1}{3}$.

Um conceito importantíssimo para a probabilidade é o de independência de eventos.

Definição 2.10 *Sejam A e B dois eventos e suponha que $P(A) > 0$. Os eventos A e B são ditos independentes se*

$$P(A, B) = P(A)P(B),$$

de onde decorre que $P(A|B) = P(A)$ e $P(B|A) = P(B)$.

De maneira mais geral, os eventos $A_1, A_2, \dots, A_n$ são independentes se

$$P(A_{i_1}, \dots, A_{i_k}) = P(A_{i_1}) \cdots P(A_{i_k}),$$

para todo $k = 2, 3, 4, \dots, n$ e todo $\{i_1, \dots, i_k\} \subset \{1, 2, 3, \dots, n\}$ tal que $i_1 < i_2 < \dots < i_k$.

Uma consequência da definição de independência é que se A e B são dois eventos independentes de um espaço amostral S , com $P(B) \neq 0$, então

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{P(A)P(B)}{P(B)} = P(A).$$

Isto quer dizer que se dois eventos são independentes, a ocorrência de um deles não influencia a ocorrência do outro.

Exemplo 2.8 *Dois jogadores de futebol praticam cobrança de penalidades em um treino, independentemente um do outro. A probabilidade de o primeiro jogador converter o pênalti é $P(A) = \frac{2}{3}$ e a probabilidade do segundo jogador converter o pênalti é $P(B) = \frac{5}{6}$. Qual a probabilidade de num jogo ambos converterem as penalidades?*

Solução: *Como A e B são eventos independentes,*

$$P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B) = \frac{2}{3} \cdot \frac{5}{6} = \frac{5}{9}.$$

3 Desenvolvimento do Objeto de Aprendizagem

Nos últimos 20 anos, o avanço tecnológico foi demasiadamente grande. Hoje em dia, os computadores, *tablets*, *smartphones* fazem parte do dia a dia de grande parte dos adolescentes e esses meios tem sido usados com sucesso para atrair a atenção dos alunos e dinamizar as aulas de diversas disciplinas. O ambiente virtual pode ser um grande aliado do professor, no sentido de favorecer o aprendizado através da modernização do ensino. Essa transformação é necessária para tornar o conteúdo estudado mais atraente para essa nova geração de alunos que tem tanta intimidade pelo universo tecnológico.

De acordo com Valente (1999), quando o discente inventa, quando constrói algo usando o computador, ele está manipulando conceitos e isso contribui para o seu desenvolvimento mental. Ele está adquirindo conceitos da mesma maneira que ele adquire conceitos quando interage com objetos do mundo, como observou Piaget.

Segundo Audino (2010), objetos de aprendizagem “são recursos digitais dinâmicos, interativos e reutilizáveis em diferentes ambientes de aprendizagem elaborados a partir de uma base tecnológica. Desenvolvidos com fins educacionais, eles cobrem diversas modalidades de ensino: presencial, híbrida ou a distância; diversos campos de atuação: educação formal, corporativa ou informal”.

É importante lembrarmos que ao utilizar qualquer ferramenta multimídia estamos criando processos significativos de ensino aprendizagem, que de acordo com Jonassen (1998), o uso do computador como ferramenta cognitiva implica em que seu uso pelos discentes convenha para ilustrar o que eles sabem e engajá-los em pensamento crítico sobre o teor que estão estudando.

Para Sosteric& Hessemeier (2001) também concordam que Objetos de Aprendizagem (OA) podem ser: arquivos digitais (imagem, filme...) que pretende ser utilizado para fins pedagógicos e que possui, internamente ou através de associação, sugestões sobre o contexto apropriado para a sua utilização.

Um Objeto de Aprendizagem tem como principais características:

- **Reusabilidade:** reutilizável por inúmeras vezes em diferentes ambientes de aprendizagem;
- **Adaptabilidade:** adaptável a qualquer ambiente de ensino;
- **Granularidade:** conteúdo em pedaços, para facilitar seu reuso;
- **Acessibilidade:** acessível facilmente pela Internet para ser usado em diferentes ambientes, sistemas;
- **Durabilidade:** possibilidade de continuar a ser usado, independente da mudança de tecnologia hardware ou software;
- **Interoperabilidade:** habilidade de operar através de uma variedade de hardware, sistemas operacionais e browsers, intercâmbio efetivo entre os sistemas.

Logo, para o desenvolvimento deste trabalho optamos por construir um Objeto de Aprendizagem, por acreditarmos na necessidade da transformação dos modelos educacionais através da inserção dessas novas tecnologias.

Pelos motivos citados acima não só discorreremos sobre o resultado da aplicação da ferramenta em sala de aula, mas mostraremos a construção da ferramenta bem como a disponibilizaremos nos repositórios, que armazenam os objetos logicamente. Um exemplo desse repositório é um mantido pelo Ministério da Educação do governo brasileiro chamado “Portal do Professor”.

3.1 Objeto de Aprendizagem e compartilhamento

De acordo com o site do MEC, o webeduc, os repositórios de objetos de aprendizagem são como depósitos virtuais onde ficam armazenados os materiais com fins educacionais. Também podem ser entendidos como banco de dados por meio dos quais é possível localizar e obter recursos educacionais para diferentes níveis de ensino e disciplinas. Os repositórios têm como finalidade de ser um banco de dados digital, onde é possível: guardar, organizar e permitir o acesso gratuito, tanto do criador do OA como daquele que irá utilizá-lo numa prática pedagógica. Dessa forma são os repositórios que permitem a reusabilidade do objeto visto que nele tem informações como nível de ensino, componente curricular, área ou disciplina, tema, palavras-chave, tipo de recurso e o desenvolvimento do OA.

No desenvolvimento deste trabalho nos deparamos com inúmeros repositórios nacionais e internacionais, porem citaremos apenas três repositórios que são iniciativas federais baseadas em software interativo que são:

- **Banco Internacional de Objetos Educacionais** - Repositório criado pelo Ministério da Educação, em parceria com o Ministério da Ciência e Tecnologia, Rede Latinoamericana de Portais Educacionais - RELPE, Organização dos Estados Ibero-americanos - OEI e outros. (Encontrado no site objetos educacionais do MEC);
- **RIVED: Rede Interativa de Educação** - Trata-se de um programa da Secretária de Educação a Distância (SEED) que objetiva a produção e o acesso gratuito aos OAs nele disponíveis. Apresenta sistema de busca por palavra-chave, bem como propõe ao usuário a possibilidade de comentá-los. Foi criado no ano de 2000 com o objetivo de melhorar o processo de ensino/aprendizagem nas escolas do Ensino Médio.
- **LUME** - Repositório Digital da Universidade Federal do Rio Grande do Sul, o Lume usa o DSpace, software livre desenvolvido pelo MIT e HP, compatível com o Protocolo de Arquivos Abertos (OAI), permitindo que os documentos sejam facilmente coletados através de uma expressão OAI

3.2 Ferramenta de Construção do Objeto de Aprendizagem

Escolhemos construir um Objeto de Aprendizagem (OA) tipo *quiz* (um jogo de perguntas e respostas) com o conteúdo de probabilidade do ensino médio, para tal, optamos por usar a ferramenta *Question Writer HTML5*.

Question Writer HTML5 é uma ferramenta paga fornecida pela Question Writer Corporation, porém a empresa permite o seu uso para teste por 30 dias. Essa ferramenta após pronta ela também se parece com um jogo e fornece o retorno do desempenho de forma individual para cada jogador. De acordo com a *Wikipédia* o Question Writer pode criar *quizzes* adicionando perguntas e escolher as configurações que se aplicam ao questionário. As principais configurações permitem mudanças a ver com questão de randomização e seleção, os prazos, o nível de informação e feedback, o esquema de marcação e a pontuação.

3.3 Metodologia de desenvolvimento do Objeto de Aprendizagem (OA):

Para o desenvolvimento deste OA optamos pelo padrão da Rived que divide o desenvolvimento em quatro etapas, que são:

- **1ª Etapa: Modelo de Design Pedagógico-** Nesta etapa deverá ser definido: a escolha do tópico; desenvolvimento do escopo (Qual é o objetivo do nosso OA?); A forma da interatividade (Quais os conceitos que pretendemos passar com o nosso OA?); Atividade (Como pretendemos realizar essa atividade junto com os discentes?);
- **2ª Etapa: Modelo de Roteiro do objeto de aprendizagem** - Nesta etapa deverá ser construído esboço, sem muito rigor, do design do OA;
- **3ª Etapa: Modelo do Guia do Professor** - Nesta etapa construir-se-á um roteiro de como os professores deverão proceder na utilização do OA;
- **4ª Etapa** - Definição do Padrão visual: nessa etapa o projeto deverá adequar-se as normas da Rived, como cor, dimensionamento, fonte e navegação.

3.4 Desenvolvimento do Objeto de Aprendizagem (OA)

- **1ª Etapa - Modelo de Design Pedagógico**
 - **Tema:** O uso da Probabilidade no Ensino Médio;
 - **Escopo:** Ao termino do uso do OA os discentes deverão ter compreendido os conceitos básicos de probabilidade, ser capaz de trabalhar com porcentagem;
 - **Interatividade:** Optamos por criar um OA tipo quiz, um jogo de pergunta e resposta, com uma interface interativa;
 - **Atividade:** O Objeto de Aprendizagem possuirá três níveis de dificuldade que são:
 - NÍVEL 1** - Questões simples de probabilidade básica;
 - NÍVEL 2** - Questões envolvendo Probabilidade Condicional;
 - NÍVEL 3** - Questões de Probabilidade nível OBMEP.

Para a realização da atividade será necessário um laboratório de informática.

O Objeto de Aprendizagem poderá ser usado de forma individual ou grupo.

• Segunda Etapa - Modelo de Roteiro do Objeto de Aprendizagem

Nas imagens abaixo está descrito o esboço para o roteiro do Objeto de Aprendizagem, que é a ideia geral que foi construída antes construção do mesmo.

Titulo da animação	Tela
Tela inicial, onde o aluno digitará o nome e para seguir o aluno dará um <u>click</u> em avançar;	PROBABILIDADE Nome: Avançar 

Nível 1 questão 1:
Tela com a pergunta mais cinco alternativas, com apenas uma verdadeira e a opção de avançar para a próxima questão;

1. Numa urna existem duas bolas vermelhas e seis bolas brancas. Sorteando-se uma bola, qual a probabilidade de ela ser vermelha?

- a) $\frac{1}{3}$
- b) $\frac{1}{4}$
- c) $\frac{3}{4}$
- d) $\frac{2}{9}$
- e) $\frac{1}{6}$

Avançar 

Nível 1 questão 2:
Tela com a pergunta mais cinco alternativas, com apenas uma verdadeira e a opção de avançar para a próxima questão;

2. No lançamento de um dado perfeito, qual é a probabilidade de que o resultado seja um número menor do que 3?

- a) $\frac{1}{2}$
- b) $\frac{1}{6}$
- c) $\frac{5}{6}$
- d) $\frac{1}{3}$
- e) 1

Avançar 

Os demais níveis deverão seguir o modelo do nível 1.

Nível 1 Resumo do relatório:
 Tela mostra o nome do aluno, sua pontuação e se o aluno foi aprovado ou não;



• Terceira Etapa- Modelo do Guia do Professor

- **Introdução:** O respectivo trabalho será desenvolvido para auxiliar na administração dos conteúdos básicos de probabilidade, referente ao 3º ano do ensino médio. Estes conteúdos são compostos por: Probabilidade, Probabilidade Condicional e Noções de Conjunto.

Diante disso, o objeto será desenvolvido em três etapas:

NÍVEL 1 - Questões simples de probabilidade básica;

NÍVEL 2 - Questões envolvendo Probabilidade Condicional;

NÍVEL 3 - Questões de Probabilidade nível OBMEP.

- **Objetivos:** Desenvolver uma situação de aprendizagem entre os discentes e o docente; Desenvolver as seguintes competências: raciocínio lógico, porcentagem, números racionais, frações, interpretação de gráfico, números racionais, noções de conjunto e probabilidade condicional;
- **Pré - requisitos:** Sala de informática; Qualquer sistema operacional; Que tenha instalado um Browser (Navegador de internet), que pode ser: Chrome, Internet Explorer, Safira, Opera, entre outros.
- **Tempo previsto para a atividade:** 3 encontros com três aulas de 50 minutos cada.
- **Atividade realizada na sala de aula:**

Na primeira aula do primeiro encontro o professor fará uma revisão sobre: probabilidade básica e operações com números racionais. Na segunda aula do primeiro encontro o professor aplicaria o *quiz* e na segunda aula o professor verá o desempenho dos alunos no *quiz* e responderá as questões em conjunto.

No segundo encontro o professor abordará os conteúdos de probabilidade condicional e porcentagem, já na segunda e terceira aula deverá reproduzir a mesma dinâmica da segunda e terceira aula do primeiro encontro.

No terceiro encontro deverá ser abordado inúmeras questões da OBMEP, já na segunda e terceira aula deverá reproduzir a mesma dinâmica da segunda e terceira aula do primeiro encontro.

- **Proposta do Objeto de Aprendizagem:** O Objeto de aprendizagem (OA) é composto por várias questões de múltipla escolha, todas relacionadas a probabilidade no ensino médio;

As questões são separadas por nível de dificuldade:

Nível 1: Questões simples de probabilidade básica;

Nível 2: Questões envolvendo probabilidade condicional;

Nível 3: Questões de probabilidade nível OBMEP.

Para responder cada questão o aluno terá cinco alternativas, sendo apenas uma delas verdadeira, o professor poderá interagir dando dicas e sugestões nas questões.

- **Público Alvo:** Professores de Matemática do ensino médio e alunos do ensino médio.
- **Pré - requisitos para os alunos:** É indispensável que os alunos participantes do projeto já tenham conhecimento de: operações com números racionais, operações com conjuntos e análise combinatória.
- **Sugestão de metodologia para a aplicação OA**
 - Primeira aula: Inicialmente o professor na sala de aula revisa o conteúdo proposto, resolvendo alguns exemplos juntamente com os alunos.
 - Segunda aula: Na sala de informática, o professor deverá aplicar o OA com os alunos, explicando o funcionamento.
 - Terceira aula: Na sala de aula o professor junto com os alunos discutiram os resultados do OA.

4 Aplicação do Objeto de Aprendizagem (OA)

Para a aplicação e desenvolvimento do Objeto de Aprendizagem, optamos por construir e seguir, um cronograma de atividades para facilitar a documentação do OA, o qual pode ser visto na Tabela 4.1.

Tabela 4.1: Cronograma para Aplicação do Objeto de Aprendizagem

2 a 8 de junho de 2014	Levantamento teórico;
8 de junho de 2014	Definição de tema e escopo do OA;
9 de junho de 2014	Elaboração do questionário;
10 de junho de 2014	Início da aplicação do questionário;
15 a 20 de junho de 2014	1ª Etapa - Modelo de Design Pedagógico;
20 a 21 de junho de 2014	2ª Etapa - Modelo de Roteiro do objeto de aprendizagem;
22 a 30 de junho de 2014	Construção do 1º modelo do OA;
01 a 02 de julho de 2014	3ª Etapa - Modelo do Guia do Professor;
14 de julho de 2014	1ª reunião com os professores da escola, apresentação do projeto;
16 de julho de 2014	2ª reunião com os professores re-definição dos temas do projeto;
17 a 24 de julho de 2014	Adaptação do OA;
06, 08 e 13 de agosto de 2014	Aplicação do OA.

Para a aplicação do Objeto de Aprendizagem escolhemos a Escola de Ensino Fundamental e Médio Tereza Alves de Moura, localizada na cidade de Queimadas, Paraíba. Escolhemos essa escola por ser nova, está no seu segundo ano de existência, e por ter poucas salas de aula, ao todo são apenas sete. A escola possui uma biblioteca, uma sala de informática, um laboratório de ciências, uma sala de professor, uma secretaria.

4.1 Primeira Reunião

A primeira fase da implementação se deu através de uma reunião com objetivo de apresentar a proposta do projeto com os professores de Matemática da EEFM Tereza Alves de Moura, localizada na cidade de Queimadas, explicando questões relativas ao uso das Novas Mídias Tecnológicas na Educação. Nesse encontro foram definidos os temas que seriam abordados entre os professores de Matemática e os seus alunos, além de verificado a situação do laboratório da escola.

Além, de ser aplicado junto aos professores da escola um questionário online, usamos o recurso do *Google form*, que segue no Apêndice B, para investigar a aceitação das atividades interativas pelos professores da escola.

A primeira questão era referente à titulação dos professores, sendo que a Figura 4.1 traz uma representação desses dados, indicando que são 10 professores, dos quais 2 não tem graduação completa, 2 deles tem apenas graduação e 6 deles tem pós-graduação.

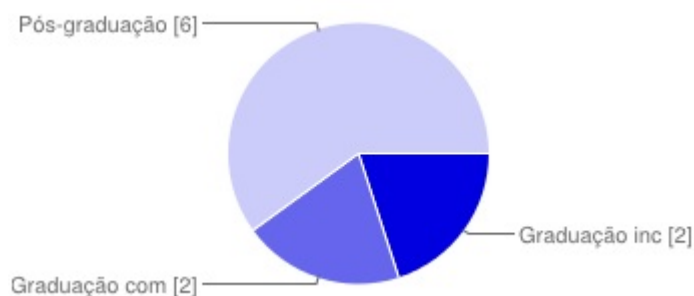


Figura 4.1: Gráfico de Setores referente aos dados sobre o grau de escolaridade dos professores da EEFM Tereza Alves de Moura

Na segunda questão, os professores responderam sobre quanto tempo faz que eles lecionam e, conforme ilustra a Figura 4.2, a maioria dos professores tem menos de 10 anos de trabalho em sala de aula.

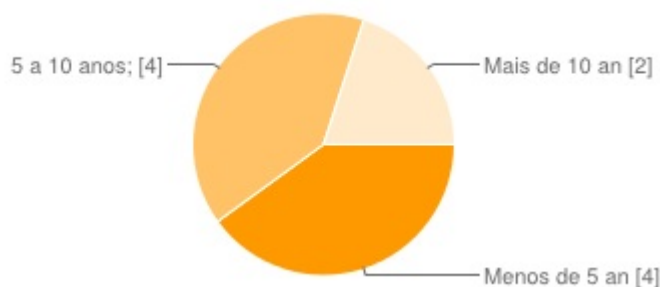


Figura 4.2: Gráfico de Setores referente aos dados sobre o tempo de docência dos professores da EEFM Tereza Alves de Moura

A terceira questão pedia a opinião dos professores sobre o uso de novas tecnologias em sala de aula e, como era de se esperar, todos eles consideraram tal prática importante. Nessa mesma linha, a quarta questão trata da influência do uso de novas tecnologias em sala de aula e, mais uma vez, todas as opiniões foram favoráveis, conforme pode ser visto na Figura 4.3. Isto indica que tal prática é vista com bons olhos pelo professor, pois dinamiza a aula e atrai a atenção do aluno.

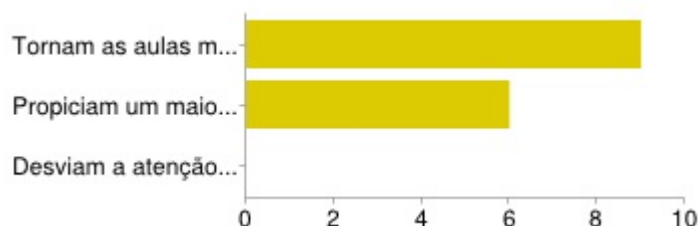


Figura 4.3: Gráfico de barras referente aos dados sobre opinião dos professores da EEFM Tereza Alves de Moura sobre o uso de novas tecnologias em sala de aula

No que se refere à percepção do professor em relação à motivação do aluno em relação ao uso de novas tecnologias em sala de aula, de acordo com as respostas da quinta questão, 9 dos 10 professores acham que os alunos ficam mais motivados diante da novidade. Por fim, na sexta questão, os professores foram unânimes em concordar que o uso de atividades interativas em sala de aula é importante para desenvolvimento da capacidade de trabalhar em equipe.

Ficamos muito satisfeitos com resultado deste questionário, onde podemos observar que 60% dos professores possuem pós-graduação, um índice extremamente relevante, pois mostra que, os professores buscam o aperfeiçoamento acadêmico. Outro dado importante é o da terceira e quarta questão, onde mostra que todos os professores consideram importante o uso das novas tecnologias em sala de aula, além de que só o fato de usá-las é considerado uma fator motivador, por 90% os entrevistados. Também é importante ressaltar que, todos os professores concordaram, que o uso de atividades interativas em sala de aula estimula a capacidade dos alunos trabalharem em grupo. Com esses dados chegamos a conclusão que o Objeto de Aprendizagem teriam uma boa receptividade entre os professores.

4.2 Segunda e Terceira Reunião

Na segunda reunião foram analisados e estudados os Objetos de Aprendizagem disponibilizados de diversos Repositórios ou Banco de Dados e foi exibido e testado o OA construído para o desenvolvimento deste projeto, onde foi sugerido, formas de aplicação em sala de aula e os professores sugeriram algumas alterações que foram anotadas para futuras modificações. Além

de ficar definido que se aplicaria a atividade na turma 3º ano B do ensino médio com 11 alunos do turno noturno.

No terceiro encontro o Objeto de aprendizagem (ApêndiceA) foi aplicado junto aos alunos no laboratório da escola a atividade deu-se em 3 aulas: primeira foi um reforço nos conceitos de probabilidade que seriam abordados no Quiz; a segunda aula foi o uso do quiz; na terceira aula foi feita a avaliação dos resultados e correção das questões com os discentes. Os alunos mostraram-se muito empolgados quando foi proposta a idéia na primeira aula. Na aula seguinte o quiz foi adotado de forma individual, mas os alunos poderiam consultar a internet, seus livros e os seus cadernos.

Durante a atividade proposta, os alunos se mantiveram empolgados e participativos e ao termino da atividade foram resolvidas no quadro as questões em que os alunos apresentaram mais dificuldades.

Os alunos levantaram suposições, usaram o caderno para fazerem os cálculos, registrando-os, compararam, confirmaram e discutiram o resultado e refizeram as atividades quando necessário adquirindo e aplicando seus conhecimentos.

A Figura 4.4 traz um gráfico de barras com os números de acertos por questão.

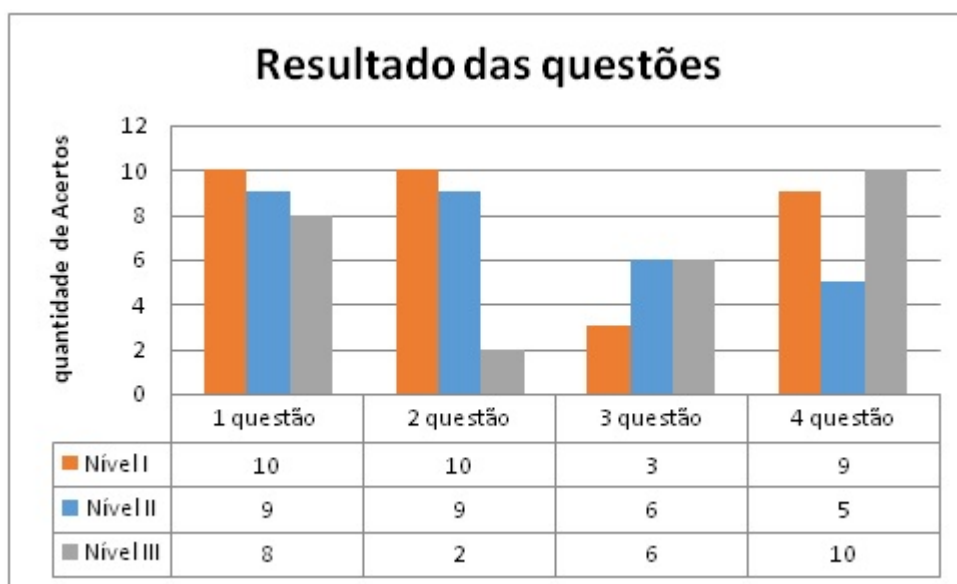


Figura 4.4: Gráfico de barras com número de acertos por questão.

De acordo com o gráfico, podemos observar que no primeiro nível os alunos tiveram mais dificuldades na questão 3 do ENEM que exige interpretação de gráfico. Já no segundo nível, os mesmos apresentaram dificuldades quanto aos conceitos de noções de conjunto apresentados na questão 3 e 4. Com relação ao 3º nível, no qual as questões são da OBMEP (Olimpíada Brasi-

leira de Matemática das Escolas Públicas), era esperado que os alunos tivessem um pouco mais de dificuldade, porém mais uma vez observamos que os alunos tiveram uma certa dificuldade com relação a interpretação, visto que no momento da correção muitos disseram que não estava claro o objetivo da questão. Mas mesmo assim, na questão 4 todos os alunos tiveram um ótimo desempenho.

Para uma melhor avaliação do resultado do uso do Objeto de Aprendizagem optamos por aplicar um questionário entre os alunos com o objetivo de aferir a opinião deles. O questionário pode ser visto no Apêndice C e os resultados serão apresentados a seguir.

A primeira questão foi referente ao tempo que faz que os alunos fazem uso de computadores. Conforme é apresentado na Figura 4.5, todos fazem uso de tal recurso, sendo que a grande maioria usa há pelo menos um ano.

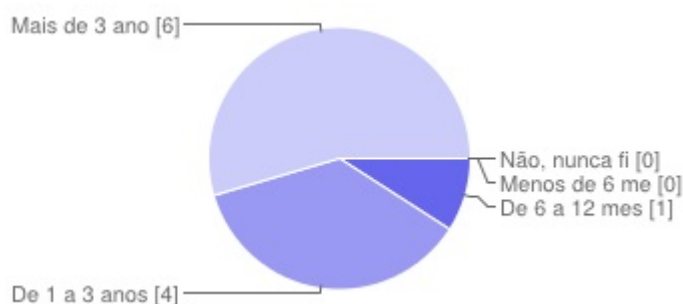


Figura 4.5: Gráfico de Setores referente aos dados sobre há quanto tempo os alunos utilizam computadores.

A segunda questão buscava conhecer que tipo de uso fazem os alunos considerados alunos. Os dados estão resumidos na Tabela 4.2. Como era de se esperar, a maioria deles usa para acesso a redes sociais e jogos. No que se refere aos locais de acesso, que foi perguntado na terceira questão, pode-se observar na Figura 4.6 que a grande maioria acessa computadores em casa ou em *lan houses*.

Aplicativos Utilizados		
E-mail	9	82%
Comunidades virtuais (Facebook, twitter, badoo, etc.)	9	82%
Páginas da Internet	9	82%
Jogos On-Line	6	55%
Whatsapp	4	36%
Nenhuma das opções	0	0%

Tabela 4.2: Tabela com dados referente ao tipo de atividade que os alunos fazem no computador.

Quanto ao uso do objeto pelo aluno, as respostas dos questionários indicaram que todos

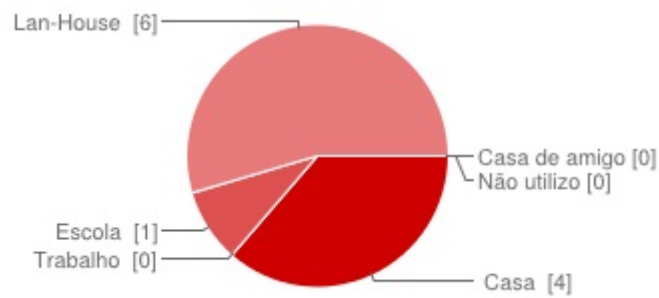


Figura 4.6: Gráfico de Setores referente aos dados sobre o local de acesso ao computador utilizado pelos alunos

acharam fácil de usar e apenas um aluno respondeu que não achou fácil entender o que deveria ser feito.

Apesar de terem, conforme foi dito anteriormente, achado o OA fácil de ser usado, a maioria dos alunos precisou de ajuda na hora de usá-lo. Tais números podem ser vistos na Figura 4.7 e indicam que a presença do professor é necessária não apenas transmitindo o conteúdo, mas também orientando o uso do OA.

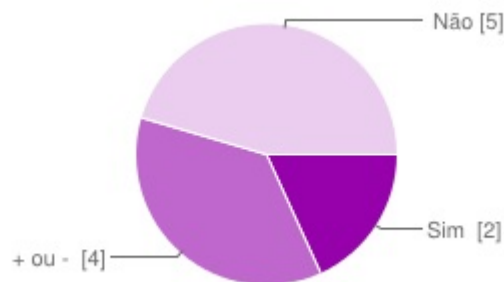


Figura 4.7: Gráfico de setores com dados sobre a necessidade de ajuda com o OA por parte dos alunos.

Por fim, todos alunos sinalizaram que o OA ajudou a fixar o conhecimento referente ao conteúdo ministrado pelo professor.

5 Conclusões

Baseando-se no que foi exposto neste trabalho, podemos concluir que além das vantagens já mencionadas do Objeto de Aprendizagem construído nesse trabalho, com o auxílio do mesmo os conteúdos básicos no estudo de probabilidade podem ser abordados de maneiras diferentes da tradicional (quadro, pincel/giz). Mais do que isso, esse recurso didático torna-se atrativo devido sua facilidade de manipulação de tal modo que isso seja refletido na melhoria do rendimento do aluno e possa gerar um maior interesse pela disciplina contribuindo para a desmistificação de que probabilidade é um assunto complicado.

Verificamos após a aplicação da atividade que obtivemos uma boa receptividade, como foi mostrado nos resultados dos questionários onde a maioria dos alunos acharam o Objeto de Aprendizagem fácil de usar e que todos concordaram que é fácil de entender o que deve ser feito durante as atividades. Mas o potencial dessa ferramenta vai muito além, e pode ser utilizado com notável desempenho em muitos outros assuntos não apenas relacionados à probabilidade, podendo ser explorados de diversas formas. Outro ponto que ficou claro também é a importância do professor durante a realização das atividades, visto que apenas 45% dos alunos afirmaram que não necessitaram de ajuda para finalizar a atividade. Mesmo assim, 91% dos alunos concordaram que o uso do Objeto de Aprendizagem ajudou a compreender o assunto ministrado em sala de aula.

Porém não existe fórmula mágica, ou atalhos para se ensinar, mesmo com todas as vantagens que as novas tecnologias possuem, elas não pode fazer milagres. O planejamento e a construção da aula, bem como a troca de conhecimento das áreas de matemática e computação, e recurso pedagógico, mais uma vez se mostraram necessários, tanto na construção da ferramenta bem como na aplicação da mesma durante a aula.

Construir Objetos de Aprendizagem e aplicar ao conteúdo de probabilidade, além de um importante recurso didático, pode ajudar na superação dos obstáculos inerentes ao próprio processo de construção do conhecimento dessa disciplina e ajudar o aluno a assimilar e adquirir o conhecimento desejado de forma mais rápida e atrativa.

Diante da realização deste trabalho, ressaltamos que o professor tem papel fundamental no processo de ensino, pois a base de tudo e o principal é que haja uma compreensão dos conceitos antes de se partir para a aplicação. O aluno deve ter o conteúdo bem fundamentado, mas é bem sabido que a medida que o mesmo exercita, que aplica o que foi visto, tal conhecimento se consolida. A partir do momento que tal prática se torna mais atrativa através do uso das ferramentas tecnológicas que tanto encantam e atraem a nova geração de estudantes, essa consolidação é feita de modo mais lúdico e natural, sendo mais prazeroso para todas as partes envolvidas. É claro que o OA proposto aqui é uma primeira versão, que pode e deve ser aprimorada. No entanto, tais melhorias ficam como sugestões para projetos futuros.

Referências Bibliográficas

ALLEN, G. Donald. Homepage <<http://www.math.tamu.edu/~don.allen/>> acesso em 22/07/2014.

AUDINO, Daniel Fagundes. Objetos De Aprendizagem Hipermídia Aplicado À Cartografia Escolar No Sexto Ano Do Ensino Fundamental Em Geografia. Florianópolis, 2012.

CARNEIRO, E., GIRÃO, F.; *Centro de Massa e Aplicações à Geometria*, Revista Eureka, N^o 21, (2005), pp. 29–37.

CHUNG, P. N., FERNANDEZ, M. A., LI, Y, MARA, M, MORGAN, F., PLATA, I. R., SHAH, N., VIEIRA, L. S. and WIKNER, E.; *Isoperimetric Pentagonal Tilings*, Notices of the AMS, Vol. 59, N^o 5, (2012), pp. 632–640.

DE MORAIS FILHO, D. C.; *Manual de Redação Matemática, com um dicionário etimológico-explicativo de palavras usadas na Matemática e um capítulo especial sobre como escrever uma dissertação*, 2^a ed. Campina Grande - PB: Fabrica de Ensino, (2009), 151p.

DE MORAIS FILHO, D. C.; *Um Convite à Matemática: Fundamentos Lógicos, com Técnicas de Demonstração, Notas Históricas e Curiosidades*, 3^a ed., Totalmente voltada às técnicas de demonstração, Campina Grande - PB: Fabrica de Ensino, (2010), 194p.

IÓRIO, V.; *EDP Um Curso de Graduação*, IMPA, Coleção Matemática Universitária, Rio de Janeiro, 2^a edição, (2005).

JONASSEN, D.; CARR, C.; HUEH, H. Computers as Mindtools for Engaging Learners in Critical Thinking. TechTrends, V.43 N.2 24-32, Mar 1998.

Normas da ABNT – NBR 6023: *Elaboração de referências*, (2000). Disponível em <<http://www.dme.ufcg.edu.br/PROFmat/RegulamentoseNormas/ABNT-NBR6023.pdf>>. Acesso em 15 out 2014.

Normas da ABNT – NBR 14724: *Informação e documentação – Trabalhos acadêmicos – Apresentação*, 3^a edição, (2011). Disponível em <<http://www.dme.ufcg.edu.br/PROFmat/RegulamentoseNormas/ABNT-NBR14724.pdf>>. Acesso em 15 out 2014.

PORTP, Francisco. Início da matematização da probabilidade. on-line <<http://www.mat.ufrgs.br/portosil/histo2c.html>> acesso 20/07/2014.

RIPOLL, C. C., RIPOLL, J. B., SANT'ANA, A. A.; *Mínimo Múltiplo Comum e o Máximo Divisor Comum Generalizados*, Matemática Universitária, N^o 40, (2006), pp. 59-074.

SOSTERIC, Nike & HESEMEIER, Susan. (2002) ?When is a Learning Object not an Object: a first step towards a theory of learning objects?. IN: Internacional Review of Research in Open and Distance Learning. Outubro de 2002. <<http://www.irrodl.org/content/v3.2/soc-hes.html>>. Acesso em: julho de 2014.

STELMASTCHUK, Solange Mandello2 em: O USO DE OBJETOS DE APRENDIZAGEM NO ENSINO DE MATEMÁTICA1.

VALENTE, J. A.(org.) (1999) O computador na sociedade do conhecimento. Campinas: NIED/UNICAMP, 1999.

VEGA, Oscar. SURGIMIENTO DE LA TEORÍA MATEMÁTICA DE LA PROBABILIDAD on-line <<http://cipri.info/resources/HIST-1-1-6-probabilidad.pdf>> acesso em 20/07/2014

VIALI, Lori. Algumas Considerações sobre a origem da teoria da probabilidade. on-line <[http://www.rbhm.org.br/issues/RBHM%20-%20vol.8,%20no16,%20outubro%20\(2008\)/3%20-%20Viali%20-%20final.pdf](http://www.rbhm.org.br/issues/RBHM%20-%20vol.8,%20no16,%20outubro%20(2008)/3%20-%20Viali%20-%20final.pdf)> acesso em 22 /07/2014.

Site: http://webeduc.mec.gov.br/linuxeducacional/curso_le/modulo4_4_2.html acessado em 3 de agosto de 2014;

Site: <http://objetoseducacionais2.mec.gov.br/> acessado em 5 de agosto de 2014;

Site: <http://rived.mec.gov.br/> acessado em 5 de agosto de 2014;

Site: <http://www.lume.ufrgs.br/> 5 de agosto de 2014;

Site: http://en.wikipedia.org/wiki/Question_Writer 6 de agosto de 2014

APÊNDICE A – Objeto de Aprendizagem

No primeiro momento, tem-se a tela inicial, onde o aluno digitará o nome e para seguir o aluno dará um click em avançar. Ele começará pelo Nível 1, o qual é composto por 5 questões. Em cada questão aparece uma tela com a pergunta e cinco alternativas de resposta, sendo apenas uma verdadeira, e a opção de avançar para a próxima questão, após o aluno optar por uma alternativa errada. Ao final, o aluno tem um resumo do relatório: uma tela mostra o nome do aluno, sua pontuação e se o mesmo foi aprovado ou não. Os demais níveis deverão seguir o modelo do nível 1.

A Construção do Objeto de aprendizagem foi feita utilizando o *Question Writer HTML5*, seguindo os seguintes passos:

1. Acesse o site <http://www.questionwriter.com/>
2. Dê um click na opção *download* e o arquivo será baixado para sua pasta de *download* em seu computador
3. Instale o programa em seu computador
4. Roteiro de Construção do Objeto de Aprendizagem usando o *Question Writer*: Essa é a tela inicial do *Question Writer* de um *click* na opção *mutiple choice*, no centro da tela. Nessa tela você deverá digitar a pergunta no campo *question body*, as alternativas no campo *answer options* e indicar a alternativa correta marcando-a com “x” na coluna *correct*.

Repita o processo para quantas questões forem necessárias. Para publicar na *web* é preciso dar clicar em *publish* e depois em *publish for the web*.

A seguir são apresentadas as questões utilizadas no OA proposto neste trabalho.

Questões Nível 01

1. Numa urna existem duas bolas vermelhas e seis bolas brancas. Sorteando-se uma bola, qual a probabilidade de ela ser vermelha?

- (a) $1/3$
- (b) $1/4$
- (c) $3/4$
- (d) $2/9$
- (e) $1/6$

Resposta: letra b

2. No lançamento de um dado perfeito, qual é a probabilidade de que o resultado seja um número menor do que 3?

- (a) $1/2$
- (b) $1/6$
- (c) $5/6$
- (d) $1/3$
- (e) 1

Resposta: letra d.

3. (ENEM 2012) Em um blog de variedades, músicas, mantras e informações diversas, foram postados “Contos de Halloween”. Após a leitura, os visitantes poderiam opinar, assinalando suas relações em: “Divertido”, “Assustador” ou “Chato”. Ao final de uma semana, o blog registrou que 500 visitantes distintos acessaram esta postagem. O gráfico a seguir apresenta o resultado da enquete.

O administrador do blog irá sortear um livro entre os visitantes que opinaram na postagem “Contos de Halloween”. Sabendo que nenhum visitante votou mais de uma vez, a probabilidade de uma pessoa escolhida ao acaso entre as que opinaram ter assinalado que o conto “Contos de Halloween” é “Chato” é mais aproximada por



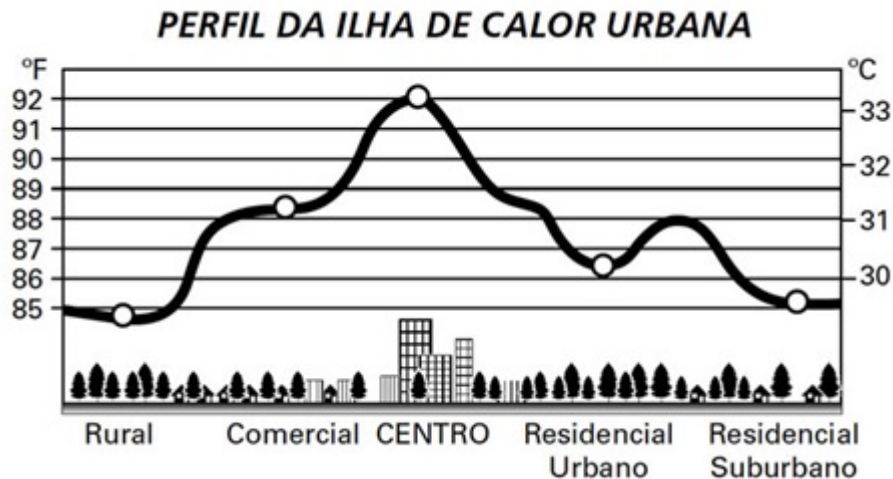
- (a) 0,09
- (b) 0,12
- (c) 0,14
- (d) 0,15
- (e) 0,18.

Resposta: letra d.

4. (Enem 2011) Rafael mora no Centro de uma cidade e decidiu se mudar, por recomendações médicas, para uma das regiões: Rural, Comercial, Residencial Urbano ou Residencial Suburbano. A principal recomendação médica foi com as temperaturas das “ilhas de calor” da região, que deveriam ser inferiores a 31°C . Tais temperaturas são apresentadas no gráfico: **FONTE: EPA.**

Escolhendo, aleatoriamente, uma das outras regiões para morar, a probabilidade de ele escolher uma região que seja adequada às recomendações médicas é

- a) $1/5$
- b) $1/4$
- c) $2/5$
- d) $3/5$
- e) $3/4$



Resposta: letra e

Dica: Evento = Sabendo que como ele mora no centro, quantas opções ele terá para escolher com temperatura abaixo de 31° . Espaço amostral = Excluindo o centro, quantas regiões temos?

Questões do Nível 2

- (Enem 2011) Todo o país passa pela primeira fase de campanha de vacinação contra a gripe suína (H1N1). Segundo um médico infectologista do instituto Emílio Ribas, de São Paulo, a imunização “deve mudar”, no país, a história da epidemia. Com a vacina, de acordo com ele, o Brasil tem a chance de barrar uma tendência do crescimento da doença, que já matou 17 mil no mundo. A tabela apresenta dados específicos de um único posto de vacinação.

Datas da vacinação	Público-Alvo	Quantidades de pessoas vacinadas
8 a 19 de março	Trabalhadores da saúde e indígenas	42
22 de março a 2 de abril	Portadores de doenças crônicas	22
5 a 23 de abril	Adultos saudáveis entre 20 a 29 anos	56
24 de abril a 7 de maio	População com mais de 60 anos	30
10 a 21 de maio	Adultos saudáveis entre 30 e 39 anos	50

Escolhendo-se aleatoriamente uma pessoa atendida nesse posto de vacinação, a probabi-

lidade de ela ser portadora de doença crônica é:

- (a) 8%
- (b) 9%
- (c) 11%
- (d) 12%
- (e) 22%

Resposta: letra c.

Dicas: Evento = Quantos portadores de doenças crônicas foram vacinadas? n Espaço amostral = Some todas a pessoas vacinadas.

Lembre-se que para transformar em porcentagem basta multiplicar o resultado por 100.

2. Uma pessoa joga uma moeda quatro vezes, qual a probabilidade de sair CARA nas quatro jogadas?

- (a) $1/2$
- (b) $1/4$
- (c) $1/8$
- (d) $1/16$
- (e) 1

Resposta: letra d.

Dica: Como as jogadas são independentes, isto é, um resultado não depende do outro, podemos utilizar o teorema da multiplicação.

3. (UFRGS) As máquinas A e B produzem o mesmo tipo de parafuso. A porcentagem de parafusos defeituosos produzidos, respectivamente, pelas máquinas A e B é de 15% e de 5%. Foram misturados, numa caixa 100 parafusos produzidos por A e 100 produzidos por B. Se tirarmos um parafuso ao acaso e ele for defeituoso, a probabilidade de que tenha sido produzido pela máquina A é de:

- (a) 10%
- (b) 15%
- (c) 30%
- (d) 50%

(e) 75%

Resposta: letra e.

Dica: Eventos = Como temos 100 parafusos, dentre eles quantos são defeituosos?

Espaço amostral = Lembrando que temos 200 parafusos, quantos parafusos temos defeituosos?

4. Numa comunidade de 1000 habitantes, 400 são sócios de um clube A, 300 de um clube B e 200 de ambos. Escolhendo-se uma pessoa ao acaso, qual a probabilidade dessa pessoa ser sócia de A ou de B?

(a) 75%

(b) 60%

(c) 50%

(d) 45%

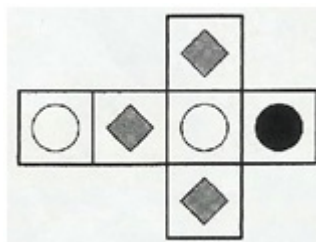
(e) 30%

Resposta: letra c.

Dica: Utilizando a noção de conjuntos, calculamos o nosso evento.

NÍVEL 3

1. (Obmep 1ª fase 2013 - nível 3) Um dado foi construído usando a planificação da figura.



Qual é a probabilidade de obtermos dois resultados diferentes quando jogamos esse dado duas vezes?

a) $1/2$

b) $11/18$

c) $2/3$

d) $5/6$

e) $31/36$

Resposta: letra b.

Dica: Calcule as probabilidades de se obter dois símbolos iguais para cada um. Depois some e faça o complementar para obter o resultado.

2. (Obmep 1ª fase 2011 - nível 3) Três amigas possuem, cada uma, três blusas: uma amarela, uma branca e uma preta. Se cada amiga escolher ao acaso suas blusas, qual é a probabilidade de que as cores das blusas escolhidas sejam todas diferentes?

- a) $1/9$
- b) $1/8$
- c) $2/9$
- d) $3/8$
- e) $3/4$

Resposta: letra c

Dica: Use princípio fundamental da contagem para obter o evento e o espaço amostral.

3. (Obmep 1ª fase 2006 - nível 3) Uma caixa contém cinco bolas numeradas de 1 a 5. Delas são retiradas ao acaso duas bolas. Qual a probabilidade de que o maior número escolhido seja o 4?

- a) $1/10$
- b) $1/5$
- c) $3/10$
- d) $2/5$
- e) $1/2$

Resposta: letra c

Dica: Liste todas as possibilidades de retirar duas bolas.

4. (Obmep 1ª fase 2005 - nível 3) Brasil e Argentina participam de um campeonato internacional de futebol no qual competem oito seleções. Na primeira rodada serão realizadas quatro partidas, nas quais os adversários são escolhidos por sorteio. Qual é a probabilidade de o Brasil e Argentina se enfrentarem na primeira rodada?

- a) $1/8$

b) $1/7$

c) $1/6$

d) $1/5$

e) $1/4$

Resposta: letra b

Dica: Escolhendo o Brasil, qual a probabilidade de o adversário seja a argentina? Quantos times sobraram?

APÊNDICE B – Questionário aplicado com os professores de Matemática

1. Qual a sua formação acadêmica?

- (a) Graduação incompleta;
- (b) Graduação completa;
- (c) Pós-graduação.

2. Há quanto tempo você leciona?

- (a) Menos de 5 anos;
- (b) 5 a 10 anos;
- (c) Mais de 10 anos.

3. Você considera o uso das novas tecnologias, em sala de aula:

- (a) Importante;
- (b) Irrelevante;
- (c) Prejudicial.

4. Na sua opinião qual o principal resultado do uso das novas tecnológicas em sala de aula?

Nessa questão você poderá marcar mais de uma resposta!

- (a) Tornam as aulas mais dinâmicas;
- (b) Propiciam um maior envolvimento dos alunos com a aula;
- (c) Desviam a atenção do aluno do objetivo da aula.

5. Quanto ao uso das atividades interativas em sala de aula (Jogos, Objetos de aprendizagem, Dinâmicas), você acha que os alunos se sentem:

- (a) Mais motivados;
 - (b) Desmotivados;
 - (c) Não faz diferença.
6. No que diz respeito ao desenvolvimento a capacidade de trabalhar em equipe você diria que o uso de atividades interativas em sala de aula (Jogos, Objetos de aprendizagem, Dinâmicas) são:
- (a) Importantes
 - (b) Irrelevantes;
 - (c) Prejudiciais.

APÊNDICE C – Questionário de Avaliação do usuário

Este questionário tem o objetivo, investigar a opinião dos alunos, quanto ao uso de atividades interativas em sala de aula.

1. Faz uso de computador? Há quanto tempo?

- (a) Não, nunca fiz;
- (b) Menos de 6 meses;
- (c) De 6 a 12 meses;
- (d) De 1 a 3 anos;
- (e) Mais de 3 anos.

2. Quando você acessa o computador o que mais utiliza? (Marque mais de uma opção se for necessário)

- (a) E-mail;
- (b) Comunidades virtuais (Facebook, twitter, badoo, etc.);
- (c) Páginas da Internet;
- (d) Jogos On-Line;
- (e) Whatsapp;
- (f) Nenhuma das opções.

3. Em que local você utiliza o computador?

- (a) Casa;
- (b) Trabalho;
- (c) Escola;

- (d) Lan-House;
- (e) Casa de amigos;
- (f) Não utilizo.

4. Você achou o Objeto de Aprendizagem fácil de aprender e utilizar?

- (a) Sim
- (b) + ou -
- (c) Não

5. É fácil entender o que deve ser feito?

- (a) Sim
- (b) + ou -
- (c) Não

6. Ao usar o Objeto de Aprendizagem, você necessitou de ajuda?

- (a) Sim
- (b) + ou -
- (c) Não

7. Você acha que utilizar o Objeto de Aprendizagem, ajudou a compreender melhor o conteúdo ministrado na aula?

- (a) Sim
- (b) + ou -
- (c) Não