

UNIVERSIDADE FEDERAL RURAL DO RIO DE JANEIRO  
INSTITUTO DE CIÊNCIAS EXATAS  
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA  
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO  
MESTRADO PROFISSIONAL EM MATEMÁTICA EM REDE NACIONAL -  
PROFMAT

**MOTIVANDO PARA APRENDER MATEMÁTICA : UMA EXPERIÊNCIA COM  
O ENSINO DE PROBABILIDADE**

Marcelo Guedes Guimarães  
Orientadora: Prof<sup>a</sup> Dra. Eulina Coutinho S. do Nascimento

Seropédica  
2014

Marcelo Guedes Guimarães



**UFRRJ**

**MOTIVANDO PARA APRENDER MATEMÁTICA: UMA EXPERIÊNCIA COM  
O ENSINO DA PROBABILIDADE**

Dissertação apresentada ao Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional – PROFMAT da Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro, como requisito parcial à obtenção do título de Mestre em Matemática.

Orientadora:

Prof<sup>a</sup> Dra. Eulina Coutinho S. do Nascimento

Seropédica

2014

Dedico este trabalho a minha esposa,  
meus pais e meus filhos, por me nortear  
nos caminhos da vida. Sem eles nada disso  
aconteceria.

## **AGRADECIMENTOS**

Agradeço a Deus por ter me dado a possibilidade de vivenciar esta experiência e por sempre estar presente em minha vida, indicando os caminhos a serem tomados.

Ao meu pai Vicente Téblio e minha mãe Suzana pelo amor e a confiança em mim depositados.

A minha maravilhosa esposa Cláudia que nunca me deixou desistir, nunca reclamou do meu mau humor e da minha ausência.

A minha filha Natália e meu filho Felipe que nunca reclamaram dos momentos ausentes e sempre me incentivaram.

A minha família pelas palavras de incentivo.

Agradeço à Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro e seus professores por me acolherem durante este curso.

Ao PROFMAT pela oportunidade de me aperfeiçoar.

A minha Orientadora Professora Doutora Eulina, pela amizade, paciência e persistência, não desistindo de mim até o fim.

Aos professores Douglas, Aline e André pela paciência com as minhas brincadeiras.

Aos meus amigos de turma pela amizade, pelas palavras de incentivo, pelos momentos de estudo e pelos momentos de descontração .

Aos meus amigos Aline e Luis por todos os momentos juntos nessa jornada.

Ao Colégio e Curso Equipe Grau por acreditar no meu trabalho e me dar autonomia para a realização das atividades dessa pesquisa.

“Eu faço da dificuldade  
A minha motivação  
A volta por cima  
Vem na continuação  
O que se leva dessa vida  
É o que se vive  
É o que se faz”.

Chorão

## RESUMO

Tendo-se em vista a discussão sobre as concepções educacionais, a fim de chegar a um consenso sobre a melhor forma de aprendizagem da Matemática para o corpo discente, realizamos um trabalho de pesquisa com alunos do Ensino Médio de uma escola particular de Nova Iguaçu – RJ, objetivando um aprendizado mais significativo e prático, no qual os próprios discentes pudessem construir seu saber, motivados pela utilidade da Matemática no cotidiano. O foco do trabalho foram as aulas sobre probabilidade, ministradas em um primeiro momento de forma tradicional e depois de forma contextualizada, com o intuito de registrar o comportamento dos alunos diante da apresentação dos conteúdos em ambas as aulas, diferenciando-os, a fim de observar em qual deles os alunos estavam mais motivados, mais participativos. Além disso, anotamos e comparamos os dados de dois questionários que foram aplicados aos alunos, abordando seus interesses em relação à aprendizagem matemática e à conexão feita entre o que aprendem na sala de aula e o que utilizam em seu cotidiano, além do progresso alcançado por eles após as aulas ministradas de forma mais dinâmica e contextualizada.

**Palavras-chave:** Concepções educacionais, Significação do aprendizado matemático, Motivação, Construção do saber matemático.

## ABSTRACT

Bearing in mind the discussion on educational concepts in order to reach a consensus on the best way of learning mathematics for the student body, I performed a research with high school students from a private school in Nova Iguaçu - RJ, aiming at the more meaningful and practical learning, in which students could build their own knowledge, motivated by the usefulness of mathematics in everyday life. The focus of the work were the lessons on probability, given at first moment in a Traditional way and after more playful way, in order to record the behavior of students before the presentation of content in both classes, differentiating them in order to observe where the students were more motivated, more involved. Also, I wrote and I compared data from two questionnaires that were applied for students, addressing their interests learning in the mathematics and connection made between what they learn in the classroom and what they use in their daily lives. The lessons were taught more dynamically so the students achieved progression after them.

**Keywords:** Educational Concepts, Meaning of mathematical learning, Motivation, Construction of mathematical knowledge.

## SUMÁRIO

INTRODUÇÃO .....	1
1. AS CONCEPÇÕES EDUCACIONAIS .....	2
2. MOTIVAÇÃO .....	10
2.1. O PAPEL DA MOTIVAÇÃO NA APRENDIZAGEM.....	11
2.2. A RELAÇÃO ENTRE A MOTIVAÇÃO DO PROFESSOR E A DO ALUNO .....	14
2.3. RECUPERANDO ALUNOS DESMOTIVADOS .....	17
2.4. A MOTIVAÇÃO NA MATEMÁTICA .....	18
3. ATIVIDADES REALIZADAS.....	23
3.1. OBJETIVO DAS ATIVIDADES.....	23
3.2. DESCRIÇÃO DAS ATIVIDADES REALIZADAS .....	23
3.3. ANÁLISE GRÁFICA DO RENDIMENTO DA TURMA .....	35
3.4. ANÁLISE GRÁFICA DO RENDIMENTO DE ALUNOS DESMOTIVADOS.....	39
CONSIDERAÇÕES FINAIS .....	56
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS .....	58
APÊNDICE A.....	61
APÊNDICE B.....	62
APÊNDICE C .....	63

## INTRODUÇÃO

Após alguns anos trabalhando com o ensino da Matemática, pudemos perceber a enorme dificuldade dos alunos para lidar com esta disciplina, demonstrada por eles de variadas formas como: indiferença, dificuldades de aprendizagem, indisciplina, etc. Resumindo, uma total desmotivação em relação aos conteúdos ministrados nas aulas, por não visualizarem nenhuma conexão entre o que era trabalhado no ambiente escolar e o que era vivenciado em seus cotidianos.

Resolvemos então pesquisar situações concretas e contextualizadas que pudessem nos auxiliar na motivação dos alunos, a fim de orientá-los no processo da compreensão e do funcionamento eficiente da Matemática, percebendo a contribuição da mesma no cotidiano vivenciado por eles. Assim tornar-se-iam capazes de utilizar o saber matemático na interpretação e intervenção de situações reais, desmitificando o ensino da matemática e pondo em prática o saber aprendido nas aulas. Com isso, deixariam de ser meros expectadores, para se transformarem em sujeitos cada vez mais críticos, capazes de questionar, pelo uso da Matemática, situações contextualizadas do cotidiano, promovendo dessa forma a verdadeira construção do conhecimento, provando a eficiência do método de aprendizado ativo para formação de um cidadão.

Abordaremos as concepções educacionais com a finalidade de descobrir uma melhor forma de aprendizagem para o corpo discente, com a qual possam demonstrar a interação entre a Matemática Formal, organizada pela comunidade científica, e a Matemática como atividade humana, pois dessa forma poderão fascinar-se com suas próprias ideias, levantando hipóteses e tentando demonstrá-las, ou seja, motivando-se diante da significação da Matemática.

Enfatizaremos a importância da motivação para provocar no aluno a busca pelo conhecimento, a garantia de que não desistirá, de que ultrapassará obstáculos, canalizando uma atividade progressiva para a apreensão da Matemática e uma inserção segura desse conhecimento na solução de problemas do dia a dia.

Destacaremos o papel do professor motivado na recuperação de alunos desmotivados, reconhecendo que o problema do sub-rendimento ou do fracasso escolar se estende muito além dos resultados na situação imediata da sala de aula, pois atingem a realização pessoal e profissional das pessoas envolvidas, o exercício da cidadania e até a eficiência no trabalho pelo desenvolvimento e pela promoção social.

Tentaremos demonstrar a importância da motivação na Matemática para a real construção do saber matemático, desmitificando-o para que haja um envolvimento ativo do aluno, o qual se torna condição fundamental da aprendizagem e de melhoria de perspectiva em relação à uma educação de qualidade.

Realizaremos aulas sobre probabilidade, tradicional e ludicamente, a fim de registrar o comportamento e motivação dos alunos diante da apresentação dos conteúdos.

Analisaremos, através de gráficos e tabelas, o progresso alcançado por eles, após as aulas ministradas de forma mais dinâmica.

# 1. AS CONCEPÇÕES EDUCACIONAIS

As concepções educacionais vêm sendo discutidas amplamente no ambiente escolar, tendo em vista a inquietação para se descobrir uma melhor forma de aprendizagem para o corpo discente.

Questionamos a validade de se apresentar algo estático ou totalmente fora da realidade dos alunos, os quais se mostram desmotivados por não enxergarem uma utilidade nos conteúdos que estão sendo repassados no cotidiano escolar.

Como educadores, podemos oferecer aos jovens da nova geração uma visão crítica e os instrumentos intelectuais necessários para que possam idealizar, organizar e facilitar suas experiências, visando uma conexão entre o utilizado no cotidiano e o apresentado nas salas de aula. De acordo com Freire (2012, p.63): “conteúdos que são retalhos da realidade desconectados da totalidade em que se engendram, não apresentam significação”.

Se apresentarmos conteúdos compartimentados, os alunos não se sentirão estimulados a aprender por não visualizarem nexos entre aquilo que lhes é transmitido e o que é vivenciado por eles.

Sendo assim Gadotti apud Giancaterino (2009, p.30) destaca a necessidade do aluno ser provocado a perseguir o conhecimento, a ter o entusiasmo em conhecer, a aprender a pensar, a implementar as informações para que possam ser aplicadas à realidade que está vivendo.

O discente deve ser estimulado a procurar uma solução para os problemas apresentados, construindo por seus próprios méritos um caminho para a resolução dos mesmos, levando sempre em consideração o ambiente cultural em que se encontra e os outros indivíduos com os quais irá interagir.

Segundo Magalhães apud Giancaterino:

(...) a aprendizagem, encarada como ação educativa, tem como finalidade ajudar a desenvolver no educando as capacidades que lhe permitam ser capaz de entrar em relação pessoal com o meio em que vive, servindo-se, para esse efeito, das suas estruturas sensório-motoras, cognitivas, afetivas e linguísticas.(GIANCATERINO 2009, p.34)

Os elementos de domínio dos discentes: o local em que vivem, em que estudam e as pessoas com as quais se relacionam, devem ser a

inicialização do processo de aprendizagem, devem ser experimentados por eles no ambiente escolar, a fim de que aprimorem suas capacidades diversas e, a partir daí, possam avançar neste processo conhecendo e reconhecendo outras habilidades.

Demo apud Giancaterino (2009, p.31) valida a colocação de Magalhães, “destacando que o aluno precisa abandonar definitivamente a condição de objeto da aprendizagem. Sua função não é copiar e reproduzir, mas reconstruir, construir sob orientação do professor.”

Essa postura de memorização de conteúdos narrados pelo educador anula a visão criadora dos educandos, além de não estimular o pensamento crítico, fazendo com que esses conteúdos sejam apenas decorados e depois inutilizados. Se o aluno conseguir ter uma visão histórica dos problemas ou conseguir colocar-se diante de seus problemas do dia a dia, de modo crítico, terá encorajado o seu próprio modo de pensar, dará vazão às suas próprias ideias criativas e logo estará motivado a buscar mais aquela matemática que ele achava tão complicada, desmitificando-a e tornando-se agente no processo da sua aprendizagem.

Enfim, ao fazer-se agente do processo de aprendizagem conseguirá visualizar a utilidade da matemática em diversas situações da vida contemporânea como na música, no comércio, na meteorologia, na informática e etc. De acordo com o PCN Brasil (1997, p.19), “a aprendizagem em Matemática está ligada à compreensão, isto é, a apreensão do significado; apreender o significado de um objeto ou acontecimento pressupõe vê-lo em suas relações com outros objetos e acontecimentos.”

O aluno deve sentir prazer no aprendizado da matemática, encarando-a como uma possibilidade de imaginar, viajar nas idéias, levantando dúvidas e tentando demonstrá-las. Deve sentir-se desafiado a resolver as situações propostas, despertando seu interesse no processo de aprendizagem. Transcendendo, portanto, a prática imediata e desenvolvendo conhecimentos de alcance mais universal.

Conforme Schiemann, D. Carraher; T. Carraher (1995, p.12), “a aprendizagem de matemática na sala de aula é um momento de interação

entre a matemática organizada pela comunidade científica, ou seja, a matemática formal e a matemática como atividade humana.” Não podemos separar a aprendizagem das atividades do sujeito humano, visto que isso constrói o seu conhecimento. Ela não deve ser usada como prática da dominação, silenciando os cidadãos, fazendo-os ajustar-se aos acontecimentos sem expor suas opiniões. Mas, sim, levá-los a refletir e agir sobre o mundo ao seu redor, a fim de transformá-lo.

Ao invés de procurar culpados, devemos procurar formas eficientes de ensino aprendizagem, porque podemos verificar que a matemática é a disciplina que mais contribui para o fracasso escolar do educando, tanto reprovação quanto evasão. Isto nos exige uma reformulação imediata na forma de transmitir os conteúdos, preferindo uma metodologia conscientizadora, problematizadora, ao invés de uma metodologia mecanicistamente compartimentada.

D’ Ambrósio (2001, p.18) “destaca o fato de ser necessário estarmos sempre abertos a novos enfoques, a novas metodologias, a novas visões do que é ciência e da sua evolução, o que resulta de uma historiografia dinâmica.” E a matemática como ciência nos permitirá estabelecer relações, interpretar informações, isto é, aplicá-la nas atividades cotidianas, construindo o nosso pensar em detrimento do apenas memorizar. Pois somente como indivíduos pensantes poderemos melhorar nossa condição social, tornando-nos cidadãos atuantes.

A relação entre pobreza e educação é existente desde o início da vida escolar da humanidade, Carraher (1995, p.26) “relaciona o fracasso escolar com a condição social do aluno, relata que o aluno é mal-sucedido por ser de família pobre, não estando preparado para os padrões exigidos pela escola.” Apesar disso esquece que a escola deve entender seu papel social e sua função numa sociedade de grupos muito diversificados, pois muitas destas crianças desenvolvem atividades paralelas a escola nas quais resolvem operações matemáticas complicadas, mentalmente ou usando métodos criados por elas. Temos como exemplo uma criança que ajuda o pai na feira e faz rápidos cálculos mentais de quanto um cliente vai pagar ou quanto custam 400

gramas de um produto ou um outro jovem que trabalha com o pai como ajudante de pedreiro e faz o cálculo de quantos metros de piso, areia, pedra e outros produtos serão usados, através dos métodos que aprendeu com o pai.

Não é possível culpar as crianças pelos seus fracassos na escola, é a escola que precisa descobrir a aptidão dessas crianças e expandi-la, levando seus discentes a uma atuação mais incisiva nesse processo de aprendizagem. Visto que somente através de uma participação ativa poderão mostrar suas reais habilidades, concretizando dessa forma os saberes adquiridos.

Segundo Cole apud Carraher (1995, p.28) “os animais (inclusive o homem) aprendem habilidades generalizadas de solução de problemas a partir de experiências repetidas com problemas diferentes do mesmo tipo.” Por isso, mesmo não compreendendo o processo abstrato que leva à resolução de certos problemas, nossas crianças conseguem, na sua vida cotidiana, resolvê-los por meios singulares, observados na experiência de outros ou a partir de sua própria experiência.

De acordo com Ceccon:

Quando os pobres, as crianças da periferia e das zonas rurais entram para a escola, eles ficam deslocados, não conseguem aprender e passam a constituir um problema. Então, a solução mais fácil é acusar a pobreza pelo fracasso dos pobres. Não aprendem porque estão com fome, não aprendem porque tem problemas em casa, não aprendem porque falam errado, etc, e etc. A maioria dos professores e das autoridades de ensino não procura saber se a escola poderia se organizar de outra maneira, levando em conta a pobreza e trabalhando no sentido de diminuir e compensar seus efeitos. Não se procura adaptar a escola às necessidades dos pobres, o que seria perfeitamente possível, mas, ao contrário, pede-se aos pobres que se adaptem a uma escola que não foi feita para eles, o que é praticamente impossível. E, como eles não conseguem fazer esse milagre, vão sendo pouco a pouco eliminados, o que faz desaparecer o problema. (CECCON 1984, p.48-49)

Muitas destas crianças abandonam a escola por não ter nada atrativo ou diferente e vão abrir um “negócio próprio” tornando-se independentes, vendendo cocos, pipoca, milho verde, amendoim torrado, em ponto fixos ou como ambulantes.

Cabe ao professor, transformar esta realidade, fazendo do ambiente escolar um local agradável para a construção do conhecimento, atraindo a atenção dessas crianças e, para que isso ocorra, deve levar em conta o contexto cultural no qual seus alunos estão inseridos, assim como a realidade social vivenciada pelos mesmos. A partir daí começamos a transformar esse objeto de conhecimento, atribuindo-lhe significação e uma humanização que leve à concretização do processo. Nossos educandos devem encarar sua realidade como uma situação problema, apropriando-se da mesma para resolvê-la e para isto devem inserir-se nas situações e observá-las criticamente, tornando-se sujeitos no processo ensino-aprendizagem.

De acordo com Freire (2012, p.73), “a libertação autêntica é a humanização em processo (...) implica a ação e a reflexão dos homens sobre o mundo para transformá-los.”

Rosa Neto (2002) menciona que aprender matemática só se realizará no momento em que o aluno for capaz de transformar o que lhe é ensinado e, assim, aplicar em outras situações. Caso essa autonomia de transformação e criação não exista, o que temos é um aluno meramente adestrado, repetindo processos e resoluções criados por outros.

Devemos levar em consideração a utilização que o educando fará daquele saber matemático conforme suas pretensões futuras e a realidade em que se insere, pois somente assim terá significação. Ressalta-se, portanto, a necessidade de revitalização das formas de educação para a formação de um cidadão mais crítico e participativo, transformador dessa aprendizagem. Para isto, torna-se essencial a contextualização da matemática.

D' Ambrósio fala que:

(...) a capacidade de explicar, de aprender e compreender, de enfrentar, criticamente, situações novas, constituem a aprendizagem por excelência. Aprender não é a simples aquisição de técnicas e habilidades e nem a memorização de algumas explicações e teorias. (D'AMBRÓSIO 2007, p.81)

Podemos dizer que a aprendizagem é o processo definido de forma sintética como o modo através da qual os seres adquirem novos

conhecimentos, desenvolvem competências e mudam o comportamento. O ser humano nasce com o instinto de aprender, procurando sempre novos métodos para aperfeiçoar o aprendizado. É através da observação das situações que a aprendizagem se realizará, pois somente a inserção desse indivíduo no problema a ser resolvido, o fará chegar a um pensar autêntico.

A aprendizagem também é vista como uma mudança relativamente durável do comportamento, de uma forma mais ou menos sistemática, ou não, adquirida pela experiência, pela observação e pela prática motivada. O ser humano precisa de estímulos externos e internos para o aprendizado.

De acordo com o PCN Brasil (2001, p.7) “o aprendizado dos alunos e dos professores e seu contínuo aperfeiçoamento devem ser construção coletiva, num espaço de diálogo propiciado pela escola, promovido pelo sistema escolar e com a participação da comunidade.” Quando a comunidade vem à escola e participa do processo de aprendizagem torna-se mais fácil e prazeroso, a criança rompe a barreira estabelecida pelo sistema escolar. Assim, o aprendizado se realizará pela participação ativa de cada um e do coletivo educacional, desenvolvendo a capacidade de questionamento dos participantes.

Segundo Freire (2012, p.111), “a tarefa do educador dialógico é, trabalhando em equipe interdisciplinar o universo temático recolhido na investigação, devolvê-lo, como problema, não como dissertação, aos homens de quem recebeu.” E assim caberia ao educando maravilhar-se com as descobertas, fascinando-se com suas próprias idéias, com as soluções encontradas por ele mesmo; podendo enxergar a praticidade dos saberes construídos a partir da sua própria observação.

Com o passar dos tempos a sociedade tem se tornado exigente em relação ao uso de novos métodos e a inserção das tecnologias na forma de trabalhar os conteúdos, fazendo com que o aluno desperte o interesse e tenha participação efetiva, formulando questões a partir de situações reais, tornando-se um aluno consciente e participativo na construção de seu conhecimento.

D' Ambrósio (2007, p.19) lembra “que o comportamento e o conhecimento estão em perene convívio assim como o saber e o fazer. Não são verdadeiras as separações teoria e prática.”

O ensino da matemática vem resistindo, assim como outras disciplinas, a todas as mudanças impostas pela globalização como a agilidade na transmissão de informações, a dinamicidade nos avanços tecnológicos, a interferência e cooperação dos outros em nosso cotidiano, por isso é apresentado aos alunos de forma desinteressante e obsoleta. Os professores insistem no tradicional, pois é mais fácil e mais cômodo, ignorando o fato dos alunos conviverem com as novas tecnologias e não vislumbrarem nas escolas coisas que os motivem. A tecnologia, ao longo dos anos, vem cooperando com a matemática na resolução de problemas geométricos, cálculos e vários outros assuntos, mas precisa ser melhor aproveitada em nossas salas de aula, pois os alunos não devem questionar a importância da matemática, e sim ser levados a ter iniciativa quanto ao uso da mesma, interpretando e transformando a realidade ao seu redor.

De acordo com o PCN Brasil (2001, p.40), “a Matemática (...) é uma ferramenta que serve para a vida cotidiana e para muitas tarefas específicas em quase todas as atividades humanas.”

O professor não pode esquecer que ele faz parte desse processo de aprendizagem, ele é o orientador. Cria situações problema e desafia os alunos, levando-os a propor soluções e testá-las. O professor tem que levar o aluno a construção gradativa do assunto, a formar sua capacidade de resolver problemas, desenvolvendo hábitos de investigação e proporcionando-lhe confiança para enfrentar novas situações. D'Ambrósio (2001, p.46) fala que “o professor do futuro tem a responsabilidade de idealizar, organizar e facilitar essas experiências.”

O professor deve ter uma visão interdisciplinar da matemática ao ministrar suas aulas, a fim de que possa levar o aluno a aplicar seus conhecimentos em situações diversas, demonstrando que todas as áreas requerem algum conhecimento matemático. Através da vivência de

experiências, da descoberta de coisas novas, da busca do conhecimento, é que o ensino da Matemática torna-se mais significativo e prazeroso.

Os conceitos serão desenvolvidos por meio da compreensão de situações - problemas interessantes, reais, contextualizadas ou interdisciplinares, visando a ampliação dos conhecimentos de maneira estimulante e participativa. Segundo o PCN Brasil (1997, p.19), “o significado da Matemática para o aluno resulta das conexões que ele estabelece entre ela e as demais disciplinas, entre ela e seu cotidiano e das conexões que ele estabelece entre os diferentes temas matemáticos.”

## 2. MOTIVAÇÃO

Ao pensarmos em motivação, a primeira coisa que vêm a nossa mente, é a sua definição: entusiasmo, animação, exposição de motivos, ou seja, é o que faz uma pessoa mudar suas ações. A motivação estimula o comportamento levando-nos a um objetivo, garantindo que a pessoa não desista, ultrapassando obstáculos e superando fracassos.

Toda pessoa possui talentos, conhecimentos e habilidades, que podem ser usados numa certa atividade só precisa ser devidamente motivada, só precisa ser despertada para visualizar a importância daquilo na sua vida.

A psicologia diz que toda atividade humana necessita de dinamismo e isto só aflora quando devidamente motivado, pois, de acordo com Balancho; Coelho (1996, p.3) “a motivação pode ser entendida como um processo e, como tal, é aquilo que suscita ou incita uma conduta, que sustenta uma atividade progressiva, que canalize essa atividade para um dado sentido.”

Neste silogismo, toda ação carece de dinamismo e todo dinamismo requer motivação por meio de uma atividade presente em uma criança.

Quando pais e familiares reforçam essa motivação fora do ambiente escolar, destacando a *performance* da criança nas habilidades assimiladas, esta criança passa a ter uma boa auto-estima, demonstrando maior segurança ao realizar atividades vistas como novas. Porém, quando a criança não é estimulada pelos seus pais, passa a ter uma auto-estima baixa e se desinteressa das atividades por não se achar capaz de realizá-las, perdendo a segurança e se autopreservando, tornando-se rebelde, negligenciando os trabalhos e deixando de interagir com os amigos. Esta situação reflete diretamente nas salas de aula, onde o aluno cria um bloqueio em relação às novidades, sente-se incapaz de resolver as situações propostas e por isso mesmo nem tenta realizar as tarefas.

Quando uma criança sente-se autorrealizada, ela aumenta seu potencial, não importa em qual tarefa seja, pois tem segurança suficiente para tentar realizar o que está sendo proposto.

## 2.1. O PAPEL DA MOTIVAÇÃO NA APRENDIZAGEM

No ambiente escolar é possível perceber que quando há motivação no âmbito da aprendizagem, ou seja, no “espaço escolar”, ela impulsiona professores e alunos, exercendo um papel importantíssimo nos resultados obtidos. Pois, quando ambos encontram-se motivados, o ambiente da sala de aula torna-se mais agradável, mais propício à construção da aprendizagem, fazendo com que os desafios sejam encarados com naturalidade e prazer.

Bzuneck; Boruchovitch (2009, p.10) diz que “toda pessoa dispõe de certos recursos pessoais, que são tempo, energia, talentos, conhecimentos e habilidades que poderão ser investidos numa certa atividade” Um aluno interessado retém atenção nos conteúdos que deseja, reprime as resistências que complicam a realização da ação.

Segundo Bzuneck; Boruchovitch:

(...) em sala de aula, os efeitos imediatos da motivação do aluno consistem em ele envolver-se ativamente nas tarefas pertinentes ao processo de aprendizagem, o que implica em ele ter escolhido esse curso de ação, entre outros possíveis e ao seu alcance. Tal envolvimento consiste na aplicação de esforço no processo de aprender e com a persistência exigida por cada tarefa. (BZUNECK & BORUCHOVITCH 2009, p.11)

Este envolvimento baseia-se no esforço exercido na metodologia de aprender e com o empenho imposto na tarefa. Cabe, portanto, ao professor investigar e descobrir a forma adequada para incitar seu aluno e fazê-lo querer participar do processo de aprendizagem.

Devemos levar em consideração a diferença entre interesse e motivação, visto que vários assuntos podem despertar o interesse, podem prender a atenção, mas talvez isso não seja o suficiente para gerar uma ação, já a motivação gera energia para vencer as barreiras para a execução da ação. Os professores não podem esquecer que as atitudes e motivações têm que participar do processo de aprendizagem, embora atitude e motivação estejam ligadas, elas não são sinônimos, muitas vezes tratadas de forma errada, como a mesma coisa.

As atitudes que as crianças têm em relação à Matemática são frutos de suas experiências com a disciplina.

Os professores, tanto da educação infantil como do fundamental, são responsáveis pela inserção dos conceitos básicos de Matemática e muitas vezes usam métodos de memorização que não ajudam no desenvolvimento do intelecto da criança, pelo contrário, essa memorização prejudica o entendimento da Matemática como algo útil, que pode ser usado no cotidiano, sendo apresentada aos alunos de forma tão abstrata que não parece ter serventia real. Isso contribui para a formação de atitudes negativas em relação ao saber matemático, além do que, quando esses professores têm um comportamento desfavorável à Matemática, influencia na forma como eles lecionam e reflete diretamente no que o aluno sentirá pela disciplina.

Quando os professores motivam os alunos em relação à aprendizagem matemática, eles passam a acreditar que são capazes de compreender novos conceitos, de realizar as atividades propostas e encaram com mais naturalidade os desafios. Para isso, devem demonstrar a praticidade da matemática, construindo seus conceitos juntamente com os alunos e assim contribuindo verdadeiramente na aprendizagem, pois as habilidades não são inerentes e tudo que colabora para o sucesso do aluno pode influenciá-lo a aprender a matemática que a escola ensina. Além disso, não podemos esquecer que nas escolas as tarefas são obrigatórias e a cobrança é intensa, fazendo com que os alunos sintam-se desmotivados. No entanto, como não há aprendizado sem motivação, esta se torna vital para qualquer atividade, tornando-se importante para prática de qualquer ação, principalmente no que diz respeito à educação.

Segundo Bzuneck; Boruchovitch (2009, p.13), “a motivação tornou-se um problema de ponta em educação, pela simples constatação de que em paridade de outras condições, sua ausência representa queda de investimento pessoal de qualidade nas tarefas de aprendizagem.” Alunos desmotivados estudam pouquíssimo ou nada e, conseqüentemente, aprendem muito pouco. Eles podem sentir-se motivados por um professor e não por outro, além disso, quanto maior o ano de escolaridade dos alunos menos motivados ficam. Essa

desmotivação irá levá-los a não participar das aulas, a não dedicar-se aos estudos e a apresentar problemas de indisciplina.

Quando o professor deseja ter alunos interessados, participativos, ele investe na motivação, mas para isso precisa conhecê-los individualmente considerando-se que cada aluno se motiva de uma forma.

Stipek (1993) apud Bzuneck; Boruchovitch (2009, p.14) cita pesquisas que apontam diferenças de problemas em função das séries de escolaridade.

Na pré-escola, o problema da falta de motivação praticamente não existe, por a escola constituir-se em novidade. Mas, à medida que eles vão avançando na vida escolar, diminui o interesse e, por conseguinte, a capacidade de assimilar alguns conteúdos, tornando cada vez menor a sua motivação. Se isto acontece frequentemente, transforma-se em uma preocupação.

Ao analisarmos o papel da motivação na aprendizagem do aluno, temos dois extremos: a falta ou o excesso de motivação.

Na falta de motivação, constatamos muitos alunos que veem a escola apenas como o local onde vão encontrar os amigos da turma e não onde irão formalizar e aprimorar seus conhecimentos através da realização das atividades na sala de aula, levando-se em consideração o desânimo apresentado por eles, diante da realização dessas tarefas escolares. No outro extremo, temos o excesso de motivação, que se torna um problema, quando gera grande ansiedade em relação às obrigações escolares. Pois, quando um aluno faz sua tarefa para não parecer incompetente ou simplesmente para ser o primeiro a acabar, mesmo tendo feito tudo errado, mostra uma deficiência nos atributos ou no tipo de motivação, devido ao fato de não estarem preocupados em aprender, o que causa um fracasso escolar.

A motivação errada não soluciona o problema da aprendizagem, ela apenas o encobre, pois o aluno não irá aprender, estará apenas fazendo por fazer, de forma mal feita, motivado por fatores externos como: não ficar de castigo, ganhar pontos, não perder algo que gosta como um aparelho

eletrônico ou uma festa. E isto fará com que os processos motivacionais não alcancem os objetivos traçados.

## 2.2. A RELAÇÃO ENTRE A MOTIVAÇÃO DO PROFESSOR E A DO ALUNO

A necessidade didática de prover os problemas de motivação que certos alunos apresentam e a de manter a motivação para aprender nos alunos destaca o papel do professor e da escola nessa jornada. O professor precisa estar sempre motivado para ensinar.

Em qualquer situação, a motivação do aluno esbarra na motivação dos seus professores. E para começar, a percepção de que é possível motivar todos os alunos nasce de um senso de compromisso pessoal com a educação; mais ainda, de um entusiasmo e até de uma paixão pelo seu trabalho.

(BROPHY apud BORUCHOVITCH & BZUNECK 2009, p.28)

A falta de motivação dos alunos tem uma relação com a falta de disciplina também causada pela falta de afetividade entre o aluno e o professor. Se o professor perder o controle da turma no momento em as atividades estão sendo desenvolvidas, não conseguirá alcançar seus objetivos, não conseguirá motivar e orientar satisfatoriamente seus alunos, visto que não haverá na sala de aula um ambiente propício para a realização da aprendizagem.

Deve ser dada à motivação uma atenção especial pelos profissionais que trabalham com adolescentes, porque isso ajuda no desenvolvimento das atividades, levando-se em consideração que a motivação serve de combustível para uma melhor aprendizagem, pois os alunos motivados, encorajados, elevam a auto-estima, o que os torna confiantes em seu próprio conhecimento, desenvolvendo sua autonomia e sua capacidade de realizar algo. Além disso, as atividades devem ser planejadas, a fim de se tornarem interessantes, pois os alunos, na escola, deparam-se com inúmeras tarefas e se não tiverem a percepção da importância destas para sua vida social e/ou profissional, não irão se interessar em fazê-las.

De um ponto de vista psicoeducacional, o papel do professor em classe, mais do que remediar (o que porém não deve ser descuidado), é o de prevenir a ocorrência de condições negativas, como o tédio crônico, a apatia ou a alta ansiedade e, mais do que tudo, desenvolver e manter a motivação positiva da classe como um todo, série após série. (BORUCHOVITCH & BZUNECK, 2009, p. 26)

A motivação dos alunos na sala de aula está diretamente ligada à motivação de seus professores, pois só é possível motivar os alunos quando se tem um comprometimento com a educação e amor ao seu ofício. Para que o docente consiga motivar adequadamente seus alunos, precisa ter uma grande variedade de práticas e saber usá-las, ter criatividade e sensibilidade para perceber quando precisa mudar o experimento.

Brophy explica:

(...) a motivação para aprender os conteúdos curriculares necessita ser estimulada de forma direta através de procedimentos como o de modelação, comunicação de expectativas e por diversas outras ações que, de acordo com a revisão de Ames (1992) consistem na estruturação dos eventos em classe. (BROPHY apud BORUCHOVITCH & BZUNECK 2009, p.27)

O professor tem total poder de decisão sobre a motivação do aluno na sala de aula, a qual é fruto de um conjunto de medidas educacionais. E cabe ao docente ter métodos destinados a estimular a motivação intrínseca que é considerada essencial para a criatividade, pois só assim os alunos gostarão do que fazem.

Para Guimarães, (2009, p.37), a motivação intrínseca proporciona a sensibilidade no aluno de que “a participação na tarefa é a principal recompensa, não sendo necessárias pressões externas, internas ou prêmios por seu cumprimento.”

Segundo Ryan; Deci apud Engelmann (2010, p.45), a motivação intrínseca “está relacionada com a tendência natural para buscar novidades e desafios, bem como para obter e exercitar as capacidades da pessoa.” Sugerem que este tipo de motivação exhibe o potencial positivo da natureza

humana, fazendo com que tenham um melhor aproveitamento de suas habilidades.

Neste sentido, Guimarães (2009, p.37) ressalta que “a motivação intrínseca refere-se à escolha e realização de determinada atividade por sua própria causa, por ser interessante, atraente ou, de alguma forma, geradora de satisfação.” Então, um aluno motivado intrinsecamente está sempre à procura de novidades para atender suas curiosidades e para ter o domínio de novas técnicas.

Segundo Guimarães:

Envolver-se em uma atividade por razões intrínsecas gera maior satisfação e há indicadores de que esta facilita a aprendizagem e o desempenho. Estes resultados devem-se ao fato de que, estando assim motivado, o aluno opta por aquelas atividades que assinalam oportunidade para o aprimoramento de suas habilidades, focaliza a atenção nas instruções apresentadas, busca novas informações, empenha-se em organizar o novo conhecimento de acordo com os seus conhecimentos prévios, além de tentar aplicá-lo a outros contextos. (GUIMARÃES apud BORUCHOVITCH & BZUNECK 2009, p.38)

Dentre várias atividades, o aluno irá optar por realizar aquela em que se sente motivado a usar seus conhecimentos, a fim de aprimorá-los, contextualizá-los ou até mesmo buscar novos conhecimentos, pois, quando um aluno, intrinsecamente motivado, participa de uma atividade, envolve-se de tal forma que não percebe o tempo passar, visto que se encontra totalmente concentrado na realização da mesma, não demonstrando ansiedade e não externando atitudes negativas.

Ryan fala que:

(...) quando se reflete sobre a motivação intrínseca no contexto educacional; pode-se perceber a importância deste fenômeno, uma vez que contribui de forma determinante para a aprendizagem dos alunos, na medida em que estes se envolvem naturalmente nas atividades.

(RYAN apud ENGELMANN 2010, p.47)

Quando os alunos estão envolvidos por motivos intrínsecos, conseguem obter uma maior satisfação, colaborando assim para uma melhor aprendizagem. Podemos assim dizer que esta motivação garante mérito e

autonomia para a produção de um trabalho ou atividade e, se buscarmos na nossa memória, certamente, lembraremos de momentos onde tivemos total satisfação por cumprir uma atividade escolar. Esta deveria, portanto, tornar-se freqüente no cotidiano escolar, ao invés de ser uma raridade.

Logo, segundo Guimarães (2009, p.39), “o conhecimento dos determinantes da motivação intrínseca pode auxiliar os professores a oportunizarem sua ocorrência nas situações escolares.”

### 2.3. RECUPERANDO ALUNOS DESMOTIVADOS

O papel do professor e da escola, em relação à motivação dos alunos, têm demonstrado a existência de problemas relacionados a aprendizagem e isso significa que os alunos não são os únicos culpados. Precisamos recuperar os alunos desmotivados, fazendo com que eles tenham a motivação para aprender.

O aluno desmotivado culpa o professor pelo seu baixo rendimento, acha tudo chato e na maioria das vezes apresenta problema de indisciplina; em contrapartida, o professor acredita que o aluno é responsável pelo seu próprio fracasso, logo não se empenha em motivá-lo para a aprendizagem.

No entanto, o que observamos é que alguns alunos não conseguem interagir com certos conteúdos, outros apresentam resistência total quando se fala em obter conhecimentos, se isolam dos colegas e se negam a participar das atividades, não demonstrando interesse em relação à aprendizagem. Cabendo, portanto, ao professor ficar atento a esses alunos, mostrando sempre o desejo de auxiliá-los, pois isso faz com que o aluno sinta-se importante, passando a confiar mais em seu próprio desempenho e melhorando o desenvolvimento da sua autonomia, ou seja, motivando-se a aprender.

Ao ministrar os conteúdos com entusiasmo, relacionando-os com fatos atuais e do cotidiano, além de permitir que o aluno construa efetivamente seu conhecimento, evitando as aulas mecânicas, o professor faz com que seus

discentes entendam os conteúdos, tenham iniciativa e segurança para utilizá-los em diferentes contextos e situações, adaptando-os, se for necessário, porque isto os faz sentirem-se capazes para realizar qualquer tarefa proposta. Logo, terão, realmente, assimilado, ao invés de simplesmente memorizado.

De acordo com o PCN Brasil:

(...) podendo formar no aluno a capacidade de resolver problemas genuínos, gerando hábitos de investigação, proporcionando confiança e desprendimento para analisar e enfrentar situações novas, propiciando (...) o desenvolvimento da criatividade e de outras capacidades pessoais.  
PCN Brasil (2001, p.40)

Para que esse quadro de desmotivação seja superado, o professor deve também observar o ambiente escolar, principalmente a sala de aula, pois esta precisa ser um ambiente propício ao desenvolvimento das atividades, além disso, deve preocupar-se com a organização das aulas (atribuindo-lhes um ritmo que todos possam acompanhar), com o processo avaliativo (verificando se o aluno está evoluindo) e, principalmente, com a relação professor/aluno, pois este relacionamento deve ser o melhor possível, o que leva o aluno a confiar, acreditar no que o professor fala e faz.

Quando o professor é o mediador de todo o processo, procurando sempre se atualizar, motivar os seus alunos, certamente estará contribuindo para que esse aluno desmotivado passe a ser um aluno motivado e em busca de aprendizado. Segundo o PCN Brasil (2001, p.41), “saber aprender é a condição básica para prosseguir aperfeiçoando-se ao longo da vida.”

#### 2.4. A MOTIVAÇÃO NA MATEMÁTICA

A motivação tem sido um dos tópicos principais para os professores de matemática. Com tanta tecnologia, os alunos, na maioria das vezes, estão dispersos, por isso os professores tentam buscar métodos diversos para tornar

a aula mais atraente e fazer com que os conteúdos matemáticos passem a ter significado.

De acordo com o PCN Brasil:

Ao se estabelecer um primeiro conjunto de parâmetros para a organização do ensino de Matemática no Ensino Médio, pretende-se contemplar a necessidade da sua adequação para o desenvolvimento e promoção de alunos, com diferentes motivações, interesses e capacidades, criando condições para sua inserção num mundo em mudança e contribuindo para desenvolver as capacidades que deles serão exigidas em sua vida social e profissional. PCN Brasil (2001, p.40)

Em Matemática, devemos buscar situações relacionadas com as vividas no dia a dia e incentivar os alunos a criarem métodos de resolução matemática. Segundo Ponte; Brocardo; Oliveira (2013, p.23), “na disciplina de Matemática (...) o envolvimento ativo do aluno é uma condição fundamental da aprendizagem. O aluno aprende quando mobiliza os seus recursos cognitivos e afetivos com vista a atingir um objetivo.”

Após alguns anos trabalhando com alunos do Ensino Médio, tanto em escola particular quanto em escola pública, pudemos perceber que certos tópicos ajudam a estimular a criatividade dos alunos em relação à Matemática como:

- O professor estar sempre motivando, despertando a curiosidade, a autoconfiança, sendo simpático;
- Trabalhar as habilidades para criação de novas técnicas, a fim de resolver um problema;
- Trabalhar com tarefas instigantes conectadas com o cotidiano do aluno;
- Deixar o clima da sala de aula o melhor possível, às vezes, trabalhando individualmente e, às vezes, em grupo;
- Trazer materiais lúdicos para despertar o interesse pelo “novo”, incentivando o aluno a experimentar e favorecendo a construção da aprendizagem;
- Conduzir as tarefas, estipulando metas.

Para mudar a visão dos alunos quanto à Matemática, muitas práticas pedagógicas devem ser revistas, pois as aulas expositivas, em que o professor escreve no quadro e os alunos apenas copiam e decoram, já estão ultrapassadas. A atual realidade dos adolescentes os faz crer que a Matemática ensinada na escola é apenas um acúmulo de formas e algoritmos, vendo esta disciplina como algo irreal e incontestável. Fato que nos leva a rever e redimensionar alguns dos temas tradicionalmente ensinados.

Segundo o PCN Brasil:

(...) não basta revermos a forma ou a metodologia de ensino, se mantivermos o conhecimento matemático restrito à informação, com as definições e os exemplos, assim como a exercitação, ou seja, exercícios de aplicação ou fixação. Pois, se os conteúdos são apresentados de forma fragmentada, mesmo que de forma completa e aprofundada, nada garante que o aluno estabeleça alguma significação para as ideias isoladas e desconectadas umas das outras. PCN Brasil (2001, p.43)

Isso nos faz lembrar Freire (2012), ao dizer que se não houver conexão entre o que é ministrado nas aulas e o que é vivenciado pelos alunos no seu cotidiano, não haverá significação e, portanto, não se concretizará a aprendizagem, pois os alunos precisam ter o seu pensar autêntico estimulado, serem instigados a conhecer e assim tornarem-se capazes de compreender os fatos, interpretando a própria realidade.

Aprender Matemática no Ensino Médio deve ser mais do que memorizar resultados dessa ciência e (...) a aquisição do conhecimento matemático deve estar vinculada ao domínio de um saber fazer matemática e de um saber pensar matemático.  
PCN Brasil (2001, p.41)

As mudanças estão ocorrendo de forma gradativa, o professor de Matemática está aos poucos modificando sua postura, se adequando aos meios, priorizando uma aprendizagem para a vida e não uma memorização temporária. Permitindo, dessa forma, que o aluno construa efetivamente as abstrações matemáticas, evitando a memorização indiscriminada de algoritmos, de forma prejudicial ao aprendizado.

Os professores têm buscado alternativas criativas, explorando o raciocínio lógico, utilizando materiais lúdicos, melhorando o ambiente na sala de aula.

Uma das formas mais utilizadas para contextualizar a matemática e assim motivar os alunos é a Modelagem Matemática. Conforme definição de Barbosa apud Machado Junior (2005, p.33), a Modelagem Matemática é “um ambiente de aprendizagem no qual os alunos são convidados a indagar e/ou investigar, por meio da matemática situações oriundas de outras áreas da realidade.” Tendo como objetivo a criação de um ambiente de ensino e aprendizagem baseado na indagação e investigação, diferentemente do que se é priorizado hoje nas escolas.

De acordo com Patrício Jr.:

(...) Modelagem Matemática em Educação Matemática pode ganhar novas possibilidades. Não deve apenas limitar-se a chegar a um fim, que é a validação de um modelo (matemático), mas sim ater-se ao próprio processo, no qual se pode valer das possíveis discussões matemáticas que poderão surgir nesse entremeio, abrindo espaço para abordagem de conteúdos matemáticos trabalhados ou que possam ser discutidos a partir daí.  
(Patrício Jr apud Machado Jr 2005, p.32)

Nas aulas de matemática, costumamos usar o mesmo exemplo de Braumann para a aprendizagem matemática, comparando-a com o andar de bicicleta, pois só de ouvir falar ou ver, não aprendemos, precisamos montar na bicicleta e andar, caindo e tentando, pois só através de nossa própria experiência conseguimos então fazer sozinhos.

Segundo Braumann,

Aprender Matemática não é simplesmente compreender a Matemática já feita, mas ser capaz de fazer investigação de natureza matemática (...) Só assim se pode verdadeiramente perceber o que é a Matemática e a sua utilidade na compreensão do mundo e na intervenção sobre o mundo. Só assim se pode realmente dominar os conhecimentos adquiridos.  
(BRAUMANN apud PONTE & BROCARD & OLIVEIRA 2013, p.19)

Se conseguirmos fazer os nossos alunos perceberem a presença da Matemática em seu cotidiano, a importância dela em outras áreas, fora do ambiente escolar, e a sua real significação dentro de um contexto social, estaremos superando a grande barreira que há entre esta disciplina e nossos discentes. Isto os levará, certamente, a desenvolver sua capacidade de utilizá-la na interpretação e intervenção do real, despertando o desejo de querer aprendê-la. Segundo o PCN Brasil, “ao perceber o valor da Matemática como bem cultural de leitura e interpretação da realidade, o aluno estará melhor preparado para sua inserção no mundo do conhecimento e do trabalho.”

A Matemática deve ser vista como o pilar de muitos outros conhecimentos e cabe ao professor essa apresentação, através de um ensino eficiente, contextualizado e, ao mesmo tempo, dinâmico, construído em um ambiente propício e prazeroso.

### **3. ATIVIDADES REALIZADAS**

#### **3.1. OBJETIVO DAS ATIVIDADES**

Estas atividades têm como objetivo desenvolver pensamentos críticos e questionadores nos alunos, fazendo com que se sintam motivados a buscar soluções para os problemas propostos, usando métodos das aulas tradicionais ou desenvolvendo novos métodos que os façam chegar ao resultado, elevando sua autoestima e criando um ambiente saudável e participativo.

Pretendemos estimular o desejo pelo conhecimento, a curiosidade e a vontade de realizar as atividades no aluno desmotivado, instigando-o a relacionar os conteúdos matemáticos trabalhados na sala de aula com situações do seu cotidiano; criando no aluno o costume de trabalhar em grupo, fazendo com que ele interaja e aceite opiniões no desenvolvimento das atividades.

Nesta pesquisa pretendemos mostrar as diferentes mudanças de comportamento, de interesse e de atitude que os alunos demonstraram durante todo o processo, comparando-os na aula tradicional e na aula mais lúdica

#### **3.2. DESCRIÇÃO DAS ATIVIDADES REALIZADAS**

O trabalho foi realizado com vinte e sete alunos do segundo ano do ensino médio de uma escola particular no município de Nova Iguaçu, durante os meses de outubro e novembro do ano de dois mil e treze.

Essa escola tinha, até o ano de dois mil e treze, um propósito: a memorização dos conteúdos, pois o mais importante era o resultado final dos vestibulares, não importando a aprendizagem ou não. Os conteúdos programáticos eram distribuídos de forma que terminassem, no máximo, no primeiro bimestre do terceiro ano do ensino médio, para que depois fossem

trabalhadas apenas questões de vestibulares das principais faculdades e do ENEM (Exame Nacional do Ensino Médio). A escola, em dois mil e quatorze, começou um processo de mudança na forma de ministrar os conteúdos, passando a se preocupar em criar um ambiente melhor na sala de aula, para despertar o interesse no aluno sobre os conteúdos, motivando assim as aulas.

O colégio passou a ter:

- Quadro interativo.
- Acesso à internet em todas as salas.

● Livro digital (os alunos além de ter o livro, podem usar o livro no computador ou no *tablet*). Neste livro, o professor pode fazer marcações dos exercícios, usar marca texto nas partes importantes, ou até mesmo fazer um comentário no seu próprio livro que aparecerá em todos os livros dos alunos. Mas, deixou bem claro, o fato de continuar dando importância ao resultado obtido nos vestibulares.

Neste trabalho de pesquisa, os alunos participaram, por livre e espontânea vontade, tendo livre arbítrio sobre o que escreveram nos dois questionários aplicados.

Não serão analisados os resultados obtidos nos exercícios feitos, tanto nas aulas tradicionais como nas aulas em que foram usados recursos, pois o foco será a motivação dos discentes nos dois modelos de aula, a fim de demonstrar a diferença no comportamento e na construção do aprendizado.

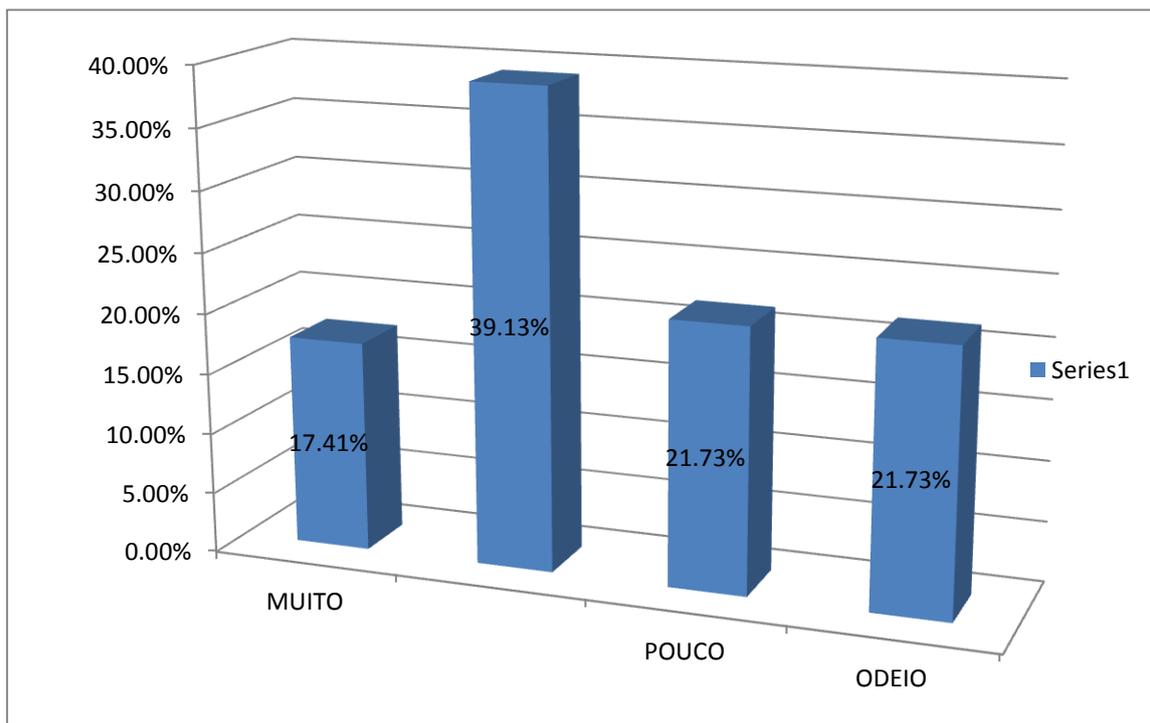
Segundo Rosa Neto (2011), o problema faz com que o aluno dê um passo à frente, alguns eles resolvem sozinho, outros em grupos, promovendo maturação e socialização. É um momento de troca de idéias, onde eles defendem o seu ponto de vista, mesmo que, às vezes, tenham de abandoná-los, este é o momento de desenvolver o raciocínio. Se ele acerta ou não o problema, é secundário, diante da riqueza da dinâmica do grupo.

Antes de começar todo o processo foi aplicado um questionário pré-atividade, no qual os alunos responderam a três perguntas abertas sobre a matemática. Este questionário se encontra no apêndice A.

### Obtivemos os seguintes resultados:

Para a primeira pergunta: “Você gosta de matemática?”, os resultados foram os seguintes:

1 - VOCÊ GOSTA DE MATEMÁTICA?			
MUITO	MAIS OU MENOS	POUCO	ODEIO
17,41%	39,13%	21,73%	21,73%

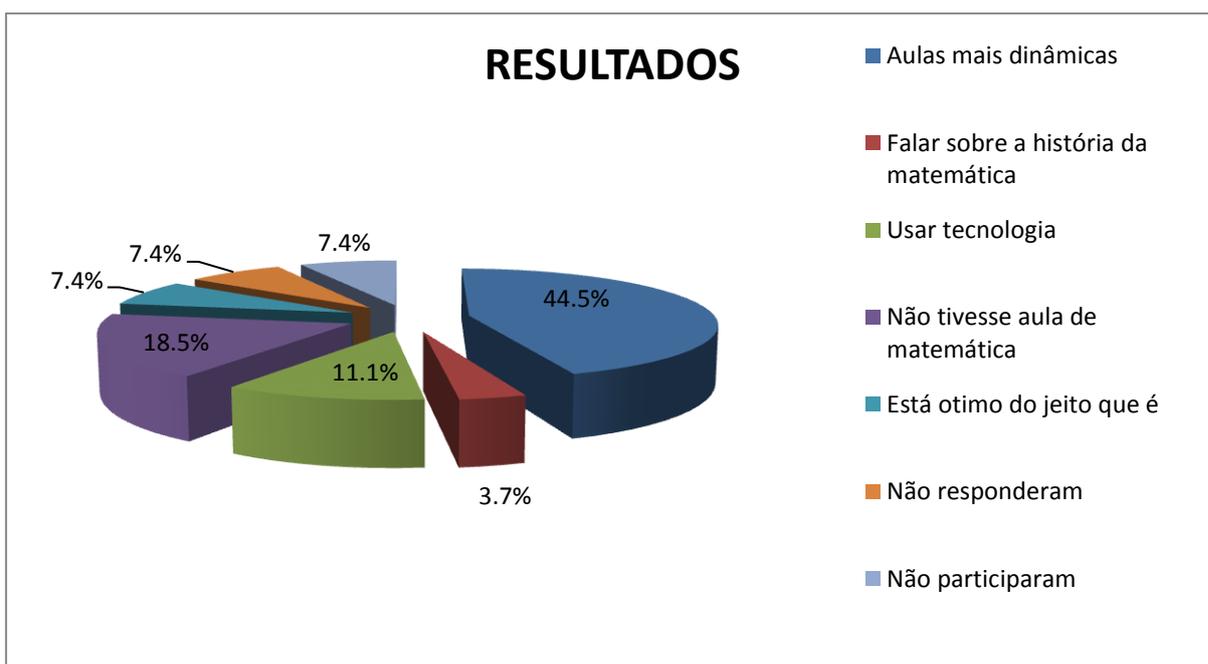


Quando responderam a primeira pergunta do questionário pré-atividade, ficou clara a insatisfação que a maioria dos alunos tinha pela matemática. O resultado obtido foi o esperado, pois os alunos são

bombardeados por conteúdos, listas de exercícios e cobranças pelo resultado, em aulas tradicionalistas, nas quais são levados a “aprender” através da repetição, da memorização de conteúdos. Nesta pergunta, não foi levado em consideração, quem não quis responder ou quem não participou.

Para a segunda pergunta: “O que você gostaria que tivesse nas aulas de matemática?”, obtivemos os seguintes resultados:

O que você gostaria que tivesse nas aulas de matemática?	
OPÇÕES	RESULTADOS
Aulas mais dinâmicas	12
Falar sobre a história da matemática	1
Usar tecnologia	3
Não tivesse aula de matemática	5
Está ótima do jeito que é	2
Não responderam	2
Não participaram	2



Na segunda pergunta, os alunos demonstraram que as aulas precisavam ser revistas, pois a grande maioria pediu mais dinamismo e uso de tecnologia. Nota-se também que alguns alunos pediram para que não existissem aulas de matemática, possivelmente relacionando-as com o fracasso escolar e com as dificuldades que apresentam frente a esta disciplina.

Para a terceira pergunta: “Para que serve a Matemática?”, obtivemos os seguintes resultados:

Para que serve a Matemática?	
OPÇÕES	RESULTADOS
Para tudo	6
Para as coisas do dia a dia	9
Para passar no vestibular	5
Ainda não descobri	1
Para me deixar de recuperação	2
Não responderam	2
Não participaram	2



Já na terceira pergunta, a consciência de que a matemática está presente em coisas que acontecem no seu dia a dia prevaleceu, poucos alunos colocaram algo diferente e aqueles que responderam “tudo”, na verdade generalizaram para não opinar concretamente sobre o assunto. Embora eles tenham uma resistência à Matemática, sabem que ela é importante, só não conseguem precisar exatamente o contexto em que devem inseri-la.

Após a aplicação do questionário pré-atividade, foram ministradas aulas sobre probabilidade, de forma tradicional, as quais os alunos já estão acostumados. Não foi usado nenhum recurso, além do quadro e das folhas de exercícios.

A matéria foi toda trabalhada durante duas semanas, e os alunos tentaram fazer os exercícios do livro que, em seguida, foram corrigidos. Como de costume, alguns alunos nem tentaram fazer os exercícios, a grande maioria tentou fazer, mas com grandes dificuldades na compreensão dos enunciados e poucos alunos fizeram todas as atividades com certa facilidade.

Em seguida os alunos se dividiram em grupos sem número de componentes estipulado, para que fosse resolvida a lista de questões de vestibulares anteriores e, como de costume, em cada grupo, poucos tentaram fazer e a grande maioria ficou conversando, esperando para copiar as respostas dos colegas. Alguns alunos dormiram durante a aula e outros não se interessaram em momento algum.

Não houve debate entre eles sobre as questões e nem entre os grupos.

No decorrer do processo não advertimos nenhum aluno para poder fazer uma análise no fim.

Durante a correção a conversa paralela continuou e poucos alunos prestaram atenção e em seguida a atividade foi encerrada.

Nas aulas posteriores, os grupos foram separados novamente da mesma forma que tinha acontecido nas aulas anteriores e distribuimos os seguintes materiais:

- dois dados,
- um baralho com cinquenta e duas cartas,

- duas moedas,
- duas placas escritas “homem” numa face e “mulher” na outra face.

Observamos que o comportamento dos alunos já começou a mudar só em ver que tinha algo novo. Ministramos novamente a matéria, mas, desta vez, conforme íamos explicando os exemplos, os alunos iam testando os fatos com os materiais distribuídos, e, em alguns casos, como não tinha o material específico, eles mesmos criaram o material necessário. O clima da sala já era outro, a novidade tinha despertado a atenção até de alunos que normalmente dormem ou conversam durante as aulas. Todos os alunos estavam interagindo dentro do grupo e também com os outros grupos. Em certos momentos, tivemos até que acalmar os ânimos dos grupos que estavam debatendo os resultados encontrados.

Com simples materiais foram despertados na turma interesses na matéria que semanas atrás não existiam, e, assim com a turma motivada e um ambiente adequado, ficou mais fácil dar todo conteúdo proposto, em um espaço de tempo menor, visto que os alunos ficaram felizes em conseguir construir o raciocínio matemático e resolver as atividades propostas, ou seja, o aprendizado se deu pela participação ativa de cada um e do coletivo educacional.

As outras turmas questionaram quando seria trabalhado da mesma forma com eles. Ao final desse período, quando entramos na sala com uma nova lista com questões de vestibular para que fosse feita, só que usando os materiais selecionados, a turma já estava separada em grupos, o que normalmente demoraria uns 10 minutos para acontecer. Distribuímos a lista e os materiais e prontamente eles começaram a resolver as questões que antes eram, do ponto de vista deles, “impossíveis” de resolver.

Todos os alunos participaram da aula com muito empenho e constantemente chamavam à mesa para tirar dúvidas, o trabalho que antes era feito por poucos e copiado por muitos, agora estava sendo feito por todos, sem exceção. Os alunos que dormiam, que apresentavam problemas de indisciplina, que haviam formado o “grupo dos excluídos”, estavam resolvendo os problemas propostos, tirando dúvidas e até ajudando outros grupos.

Como já comentado acima, não foi questionado se eles acertaram todas as questões, mas relatado que o conteúdo ficou mais fácil de ser trabalhado, estudado e entendido. A turma foi mais participativa e mais interessada.

Questionaram se os próximos conteúdos também seriam trabalhados daquela maneira porque acharam que com essa forma ficaria mais fácil entender o conteúdo e as aulas ficariam mais atrativas e menos monótonas. Também questionaram se poderia incluir tecnologia nas aulas.

O rendimento da turma no quarto bimestre foi superior aos bimestres anteriores. Não podemos garantir que foi a maneira pela qual os conteúdos foram trabalhados, mas podemos afirmar que estes conteúdos não foram memorizados e sim apreendidos por cada aluno que estava naquela sala de aula.

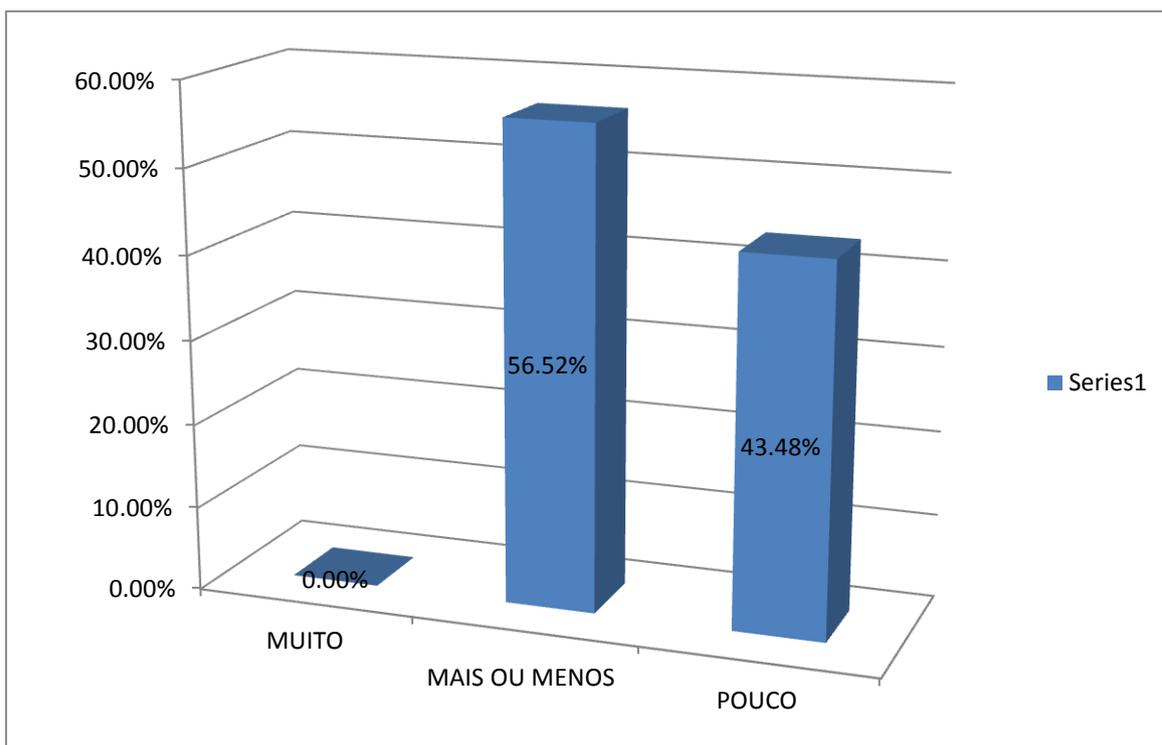
Após estas aulas, aplicamos um novo questionário pós-atividade, que se encontra no apêndice B

#### **Obtivemos os seguintes resultados:**

Na primeira pergunta, que fala sobre o gostar das aulas tradicionais, os resultados obtidos foram os esperados: nenhum aluno optou por “muito”, a turma ficou dividida entre o “mais ou menos” e o “pouco”.

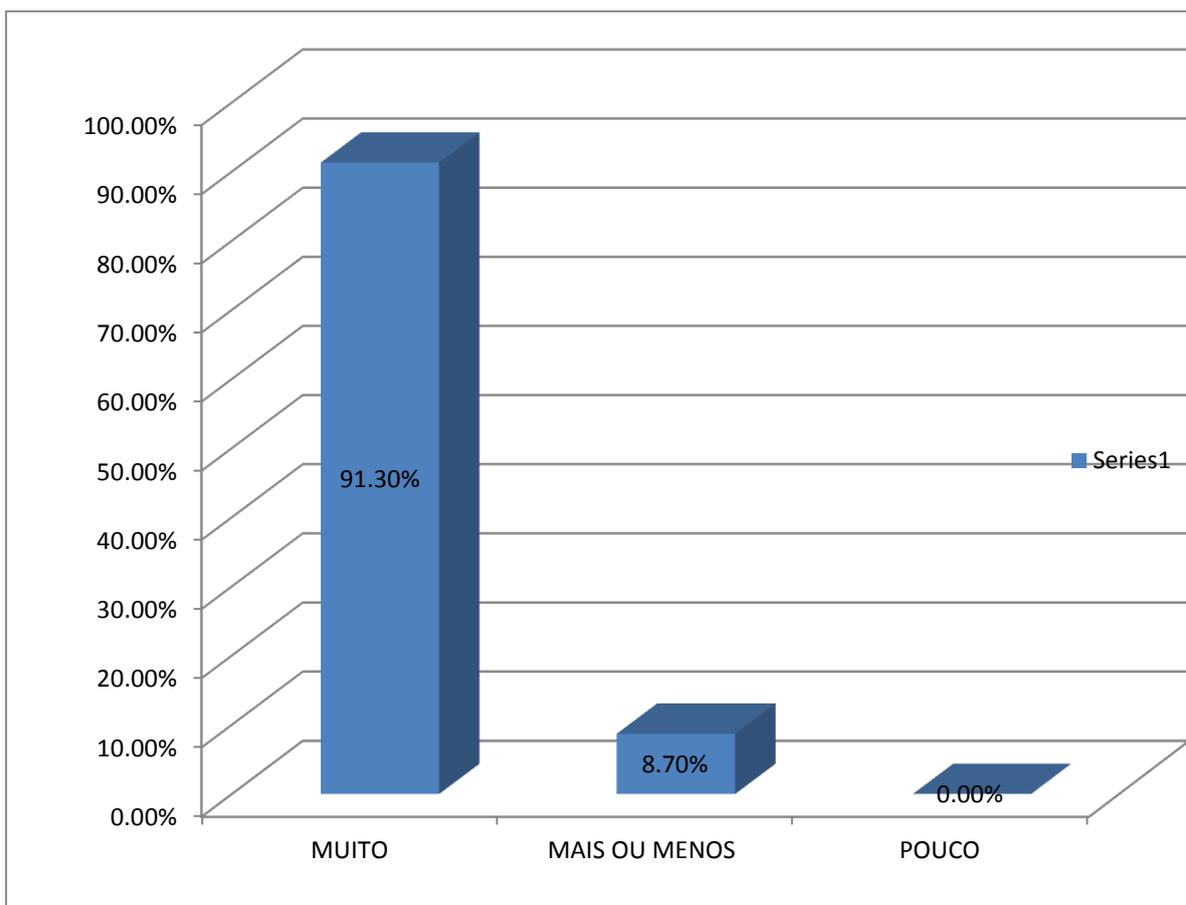
Os resultados seguem abaixo:

1 - VOCÊ GOSTOU DAS AULAS TRADICIONAIS?		
MUITO	MAIS OU MENOS	POUCO
0,00%	56,52%	43,48%



Na segunda pergunta, diferentemente da primeira, ao serem indagados sobre o ter gostado das aulas com recursos, praticamente cem por cento da turma optou pelo “muito”, apenas dois alunos marcaram “mais ou menos” e nenhum marcou “pouco”. Deixando bem clara a mudança de opinião sobre as aulas. O resultado segue abaixo.

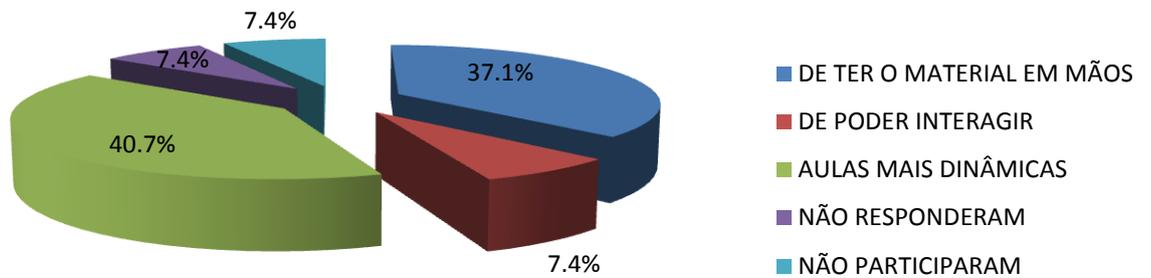
2 - VOCÊ GOSTOU DAS AULAS COM RECURSOS?		
MUITO	MAIS OU MENOS	POUCO
91,30%	8,70%	0,00%



Na terceira pergunta, ao serem questionados sobre o que mais gostaram nas aulas contextualizadas, o fato de ter o material em mãos e assistir às aulas dinâmicas praticamente apareceram em todas as respostas. O resultado segue abaixo.

O que você mais gostou nas aulas contextualizadas?	
OPÇÕES	RESULTADOS
DE TER O MATERIAL EM MÃOS	10
DE PODER INTERAGIR	2
AULAS MAIS DINÂMICAS	11
NÃO RESPONDERAM	2
NÃO PARTICIPARAM	2

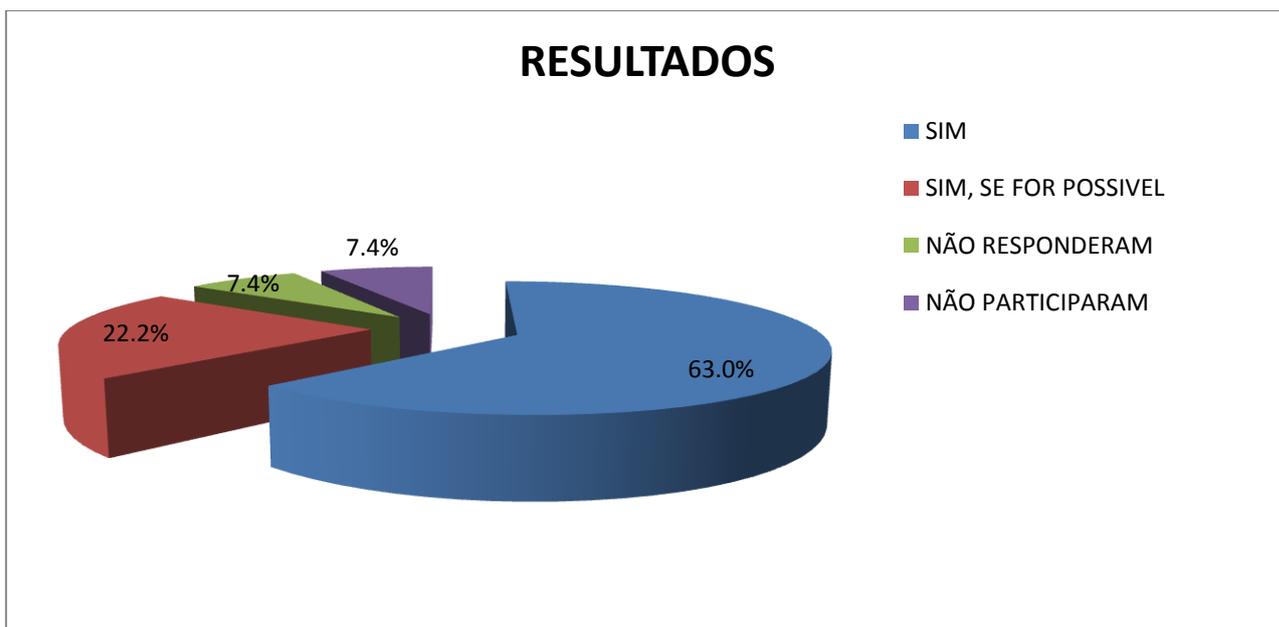
## RESULTADOS



A quarta pergunta sobre o gostar de ter os outros assuntos trabalhados da mesma forma, reforça a preferência dos alunos pelas aulas que apresentam novidades, pois a resposta foi quase unânime.

O resultado segue abaixo.

Você gostaria que todos os assuntos fossem trabalhados da mesma forma?	
OPÇÕES	RESULTADOS
SIM	17
SIM, SE FOR POSSIVEL	6
NÃO RESPONDERAM	2
NÃO PARTICIPARAM	2



Na quinta pergunta sobre o perceber a presença da matemática no seu dia a dia, os alunos demonstraram uma visão bem definida do assunto.

Você consegue ver que a matemática está presente no seu dia a dia depois dessas aulas contextualizadas?	
OPÇÕES	RESULTADOS
NÃO	2
EM TERMOS	5
SIM	16
NÃO RESPONDERAM	2
NÃO PARTICIPARAM	2



### 3.3. ANÁLISE GRÁFICA DO RENDIMENTO DA TURMA

Analisaremos agora os dados relacionados aos rendimentos dos vinte e sete alunos da turma, dos quais vinte e três participaram e responderam aos questionários, dois participaram, mas não quiseram responder e dois não quiseram participar e também não responderam.

A média mínima para aprovação da escola é sete e são feitas três avaliações por bimestre:

- Um teste com valor igual a sete.
- Um simulado com valor igual a três
- Uma prova com valor igual a dez

A média é dada pela soma das três notas, dividindo-se o resultado por dois, como mostra abaixo:

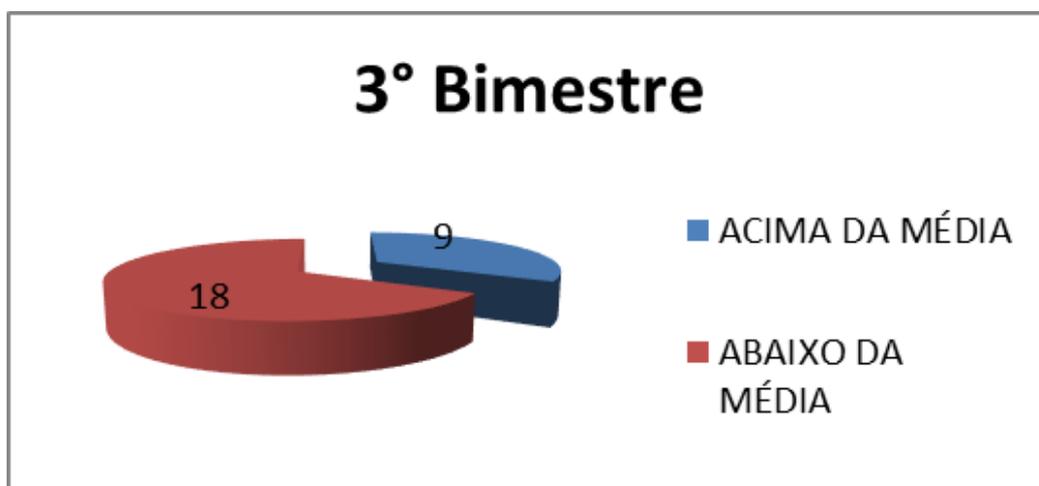
$$MÉDIA = \frac{NOTA DO TESTE (0,0 \rightarrow 7,0) + NOTA DO SIMULADO (0,0 \rightarrow 3,0) + NOTA DA PROVA (0,0 \rightarrow 10,0)}{2}$$

No quarto bimestre 24 alunos conseguiram alcançar a média da escola e três não a alcançaram. Dois alunos não conseguiram obter uma melhora no rendimento, pois um deles não participou das atividades e o outro aluno não conseguiu um rendimento melhor do que no terceiro bimestre, mas ficou na média da escola. Apenas um aluno manteve a mesma média do terceiro bimestre, que também era acima da média da escola e um outro aluno, que não participou das atividades, aumentou a sua nota, mas ficou bem abaixo da média da escola.

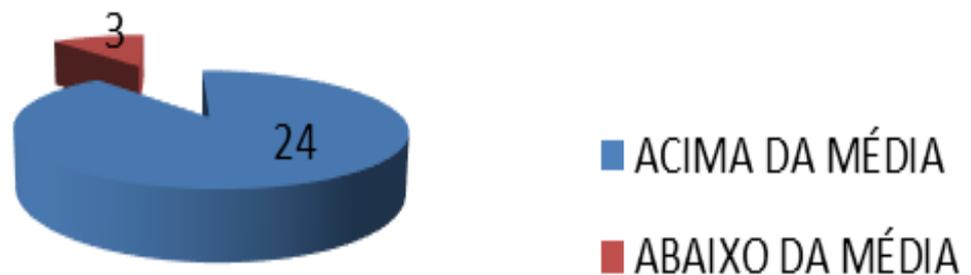
Encontra-se no apêndice C a tabela que mostra o rendimento dos alunos no terceiro e quarto bimestre.

Faremos uma análise das notas da turma no terceiro e quarto bimestres:

BIMESTRE	ACIMA DA MÉDIA	ABAIXO DA MÉDIA
3°	9	18
4°	24	3

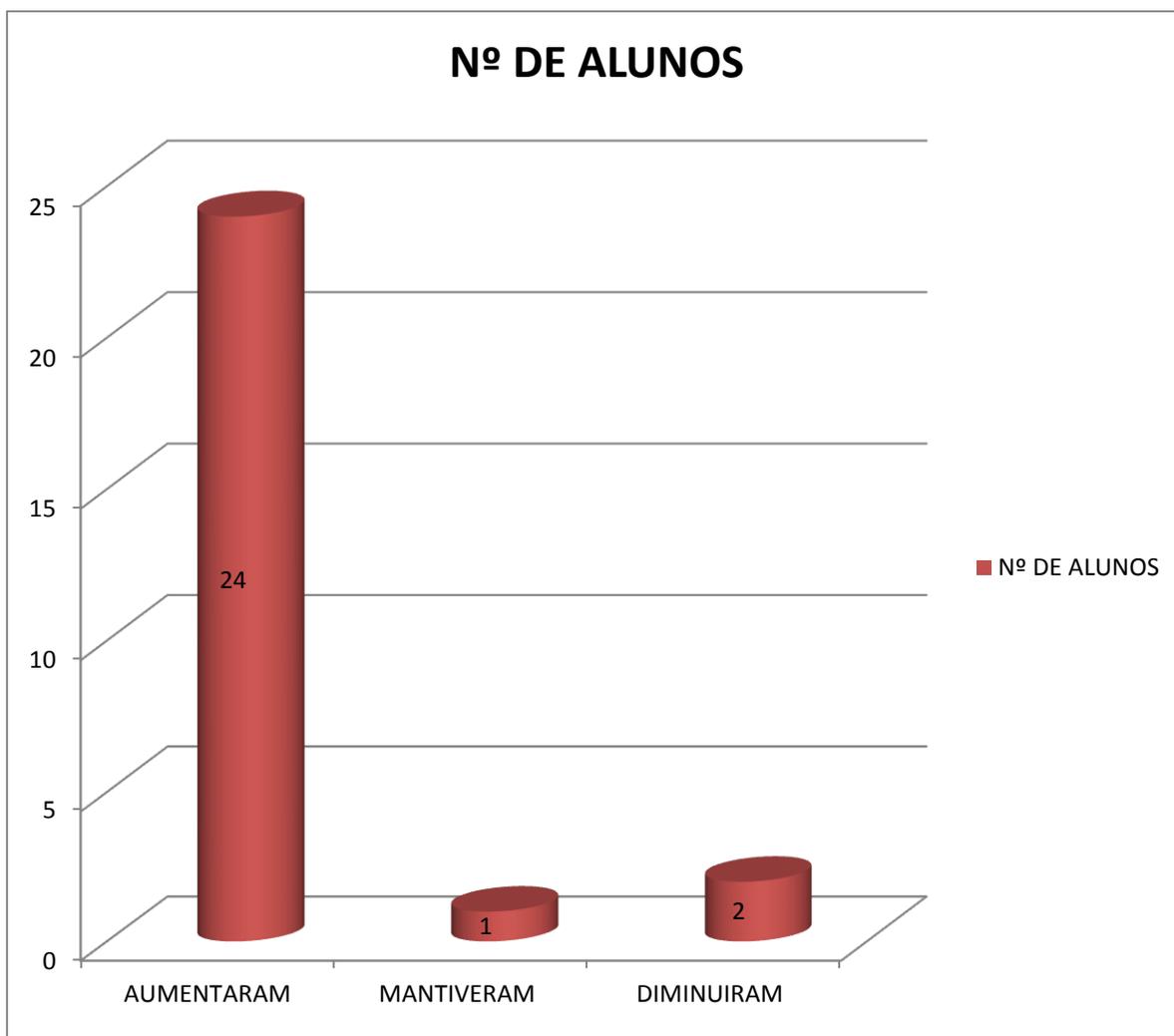


## 4º Bimestre



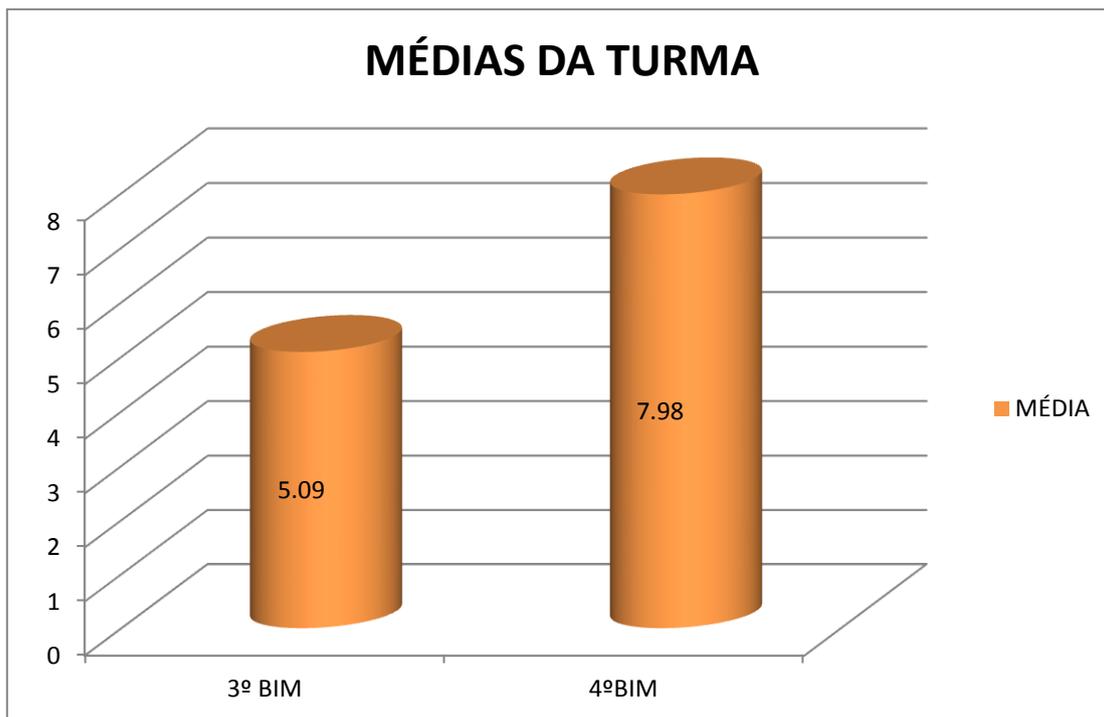
Verificaremos agora a tabela com os alunos que aumentaram seus rendimentos, mantiveram o rendimento ou diminuíram o rendimento.

ANALISE DE RENDIMENTO			
	AUMENTAR	MANTIVER	DIMINUIR
Nº DE ALUNOS	24	1	2



Comparativo das médias da turma no terceiro bimestre e no quarto bimestre.

MÉDIAS DA TURMA		
	3º BIM	4ºBIM
MÉDIA	5,09	7,98



Do terceiro bimestre para o quarto bimestre houve um aumento na média dos alunos de aproximadamente 57,39 %.

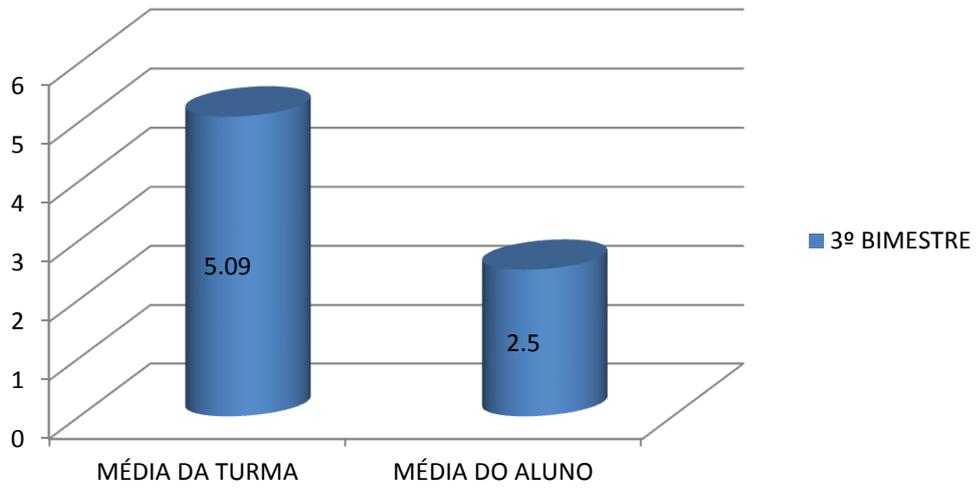
#### 3.4. ANÁLISE GRÁFICA DO RENDIMENTO DE ALUNOS DESMOTIVADOS

Faremos uma análise de alunos que chamaram a atenção no decorrer das atividades:

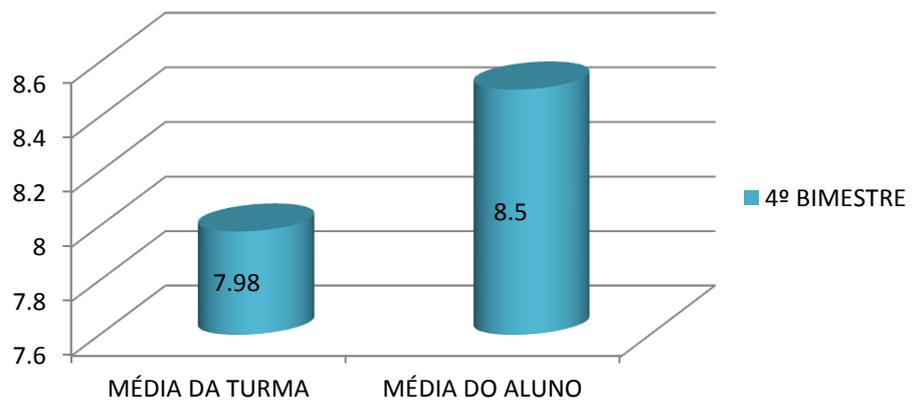
##### **ALUNO “A”**

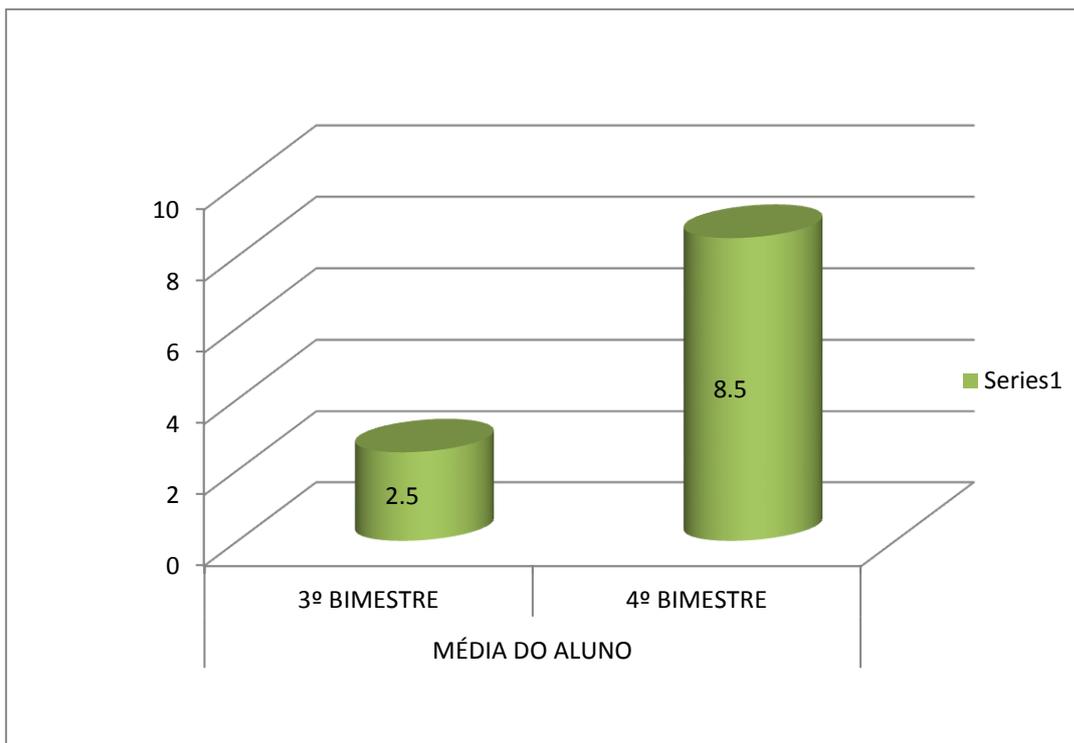
O aluno “A” chamou muita atenção, pois tanto no questionário pré-atividades, quanto no questionário pós-atividades, afirma que não gosta da matemática, que ela só serve para deixá-lo de recuperação. Porém, mesmo não gostando da matemática, ele participou de todas as atividades, mostrando-se motivado nos debates das questões com os colegas e se sentindo confiante com os resultados encontrados. Sua nota do quarto bimestre refletiu seu empenho, aumentando de dois e meio para oito e meio.

### 3º BIMESTRE



### 4º BIMESTRE

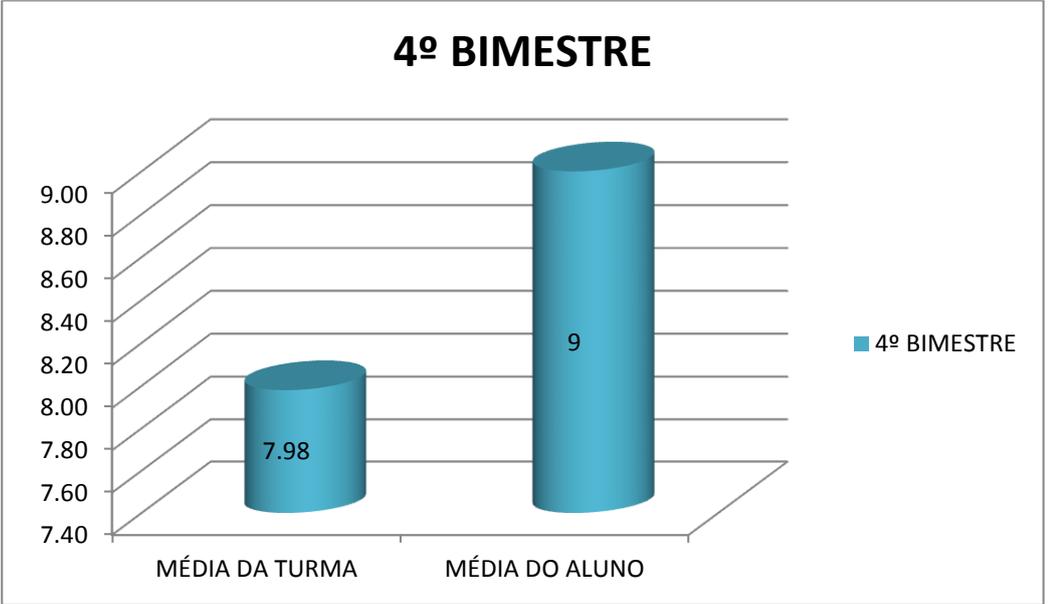
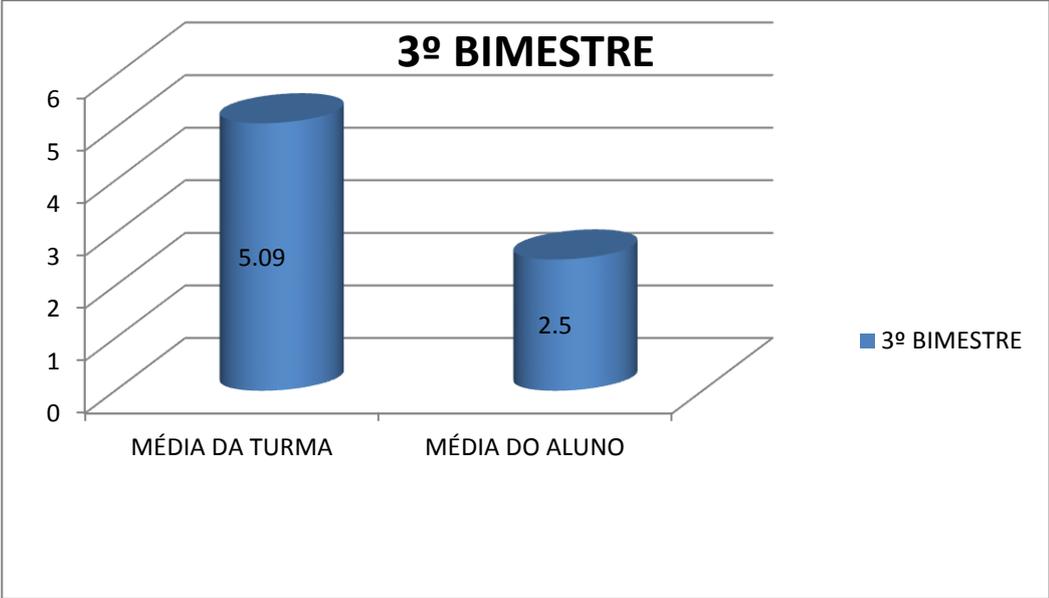


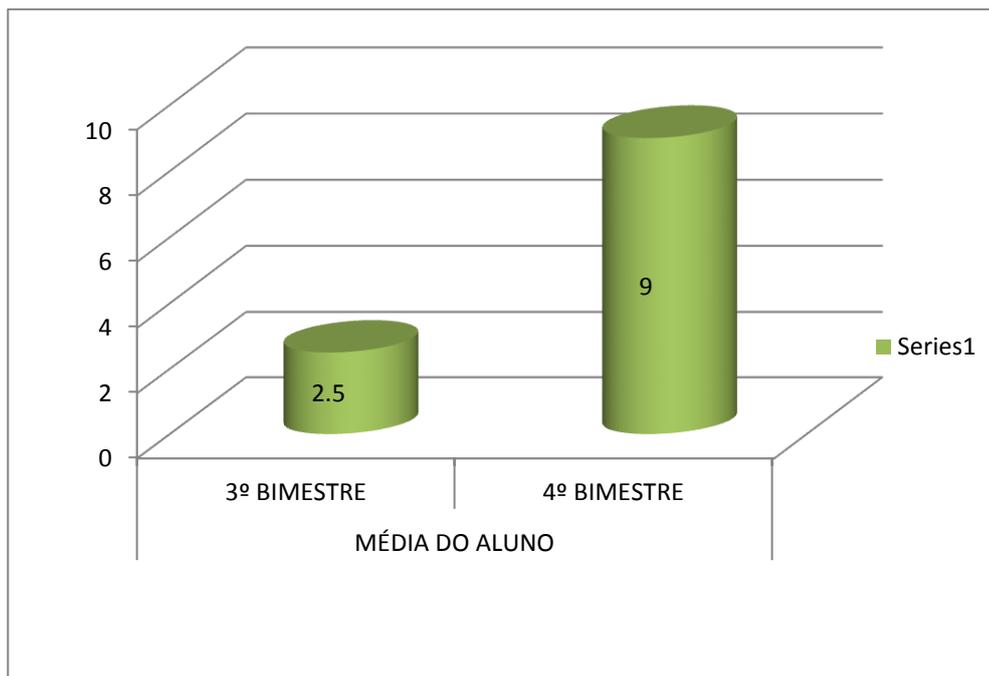


No quarto bimestre ele conseguiu um aumento de 240% em relação ao terceiro bimestre.

### **ALUNO “Y”**

O aluno “Y” também relatou no questionário pré-atividades que não gostava de matemática. Durante as aulas em que foram introduzidos materiais lúdicos, passou a ter mais atenção, melhorando seu rendimento, ficou mais participativo, trocou o fundo da sala pelas primeiras carteiras, interagiu com os colegas e ajudou os que estavam com dificuldade. Sua nota melhorou bastante, foi de dois e meio no terceiro bimestre para nove no quarto bimestre.

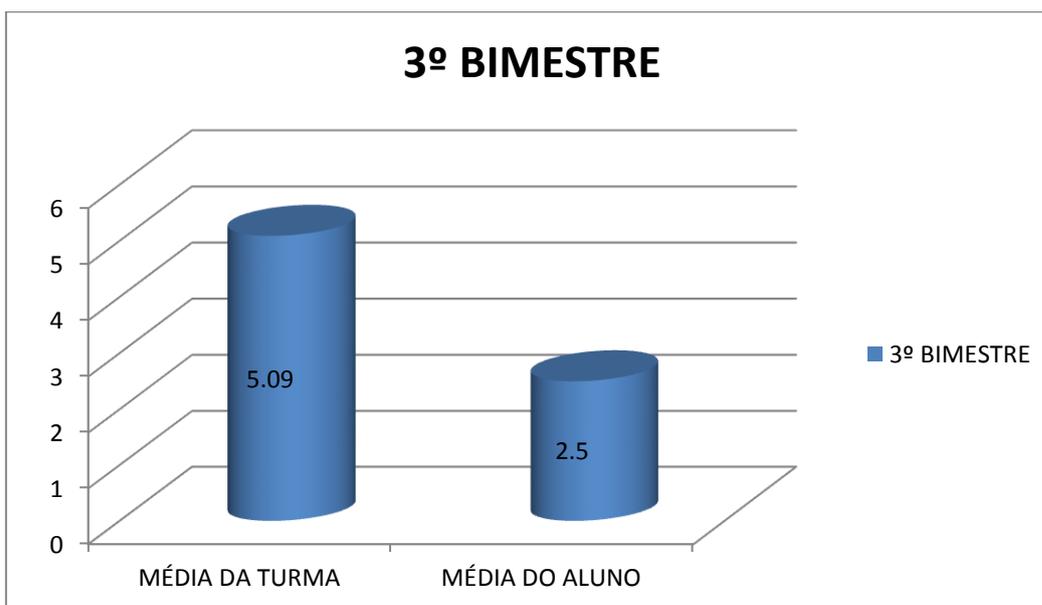


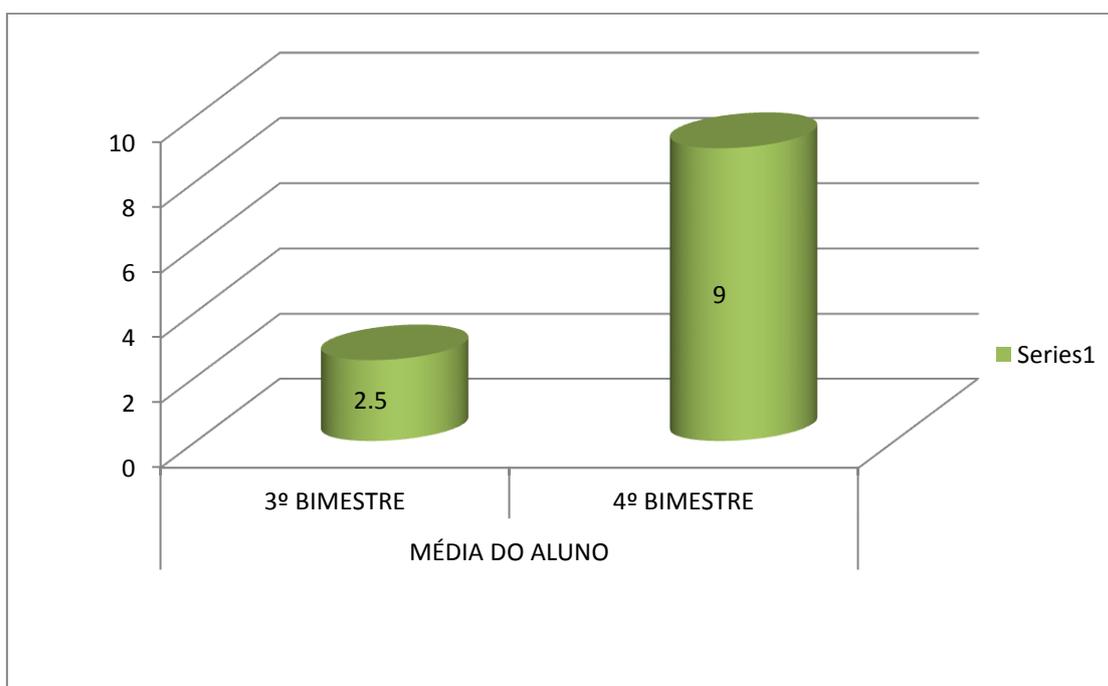
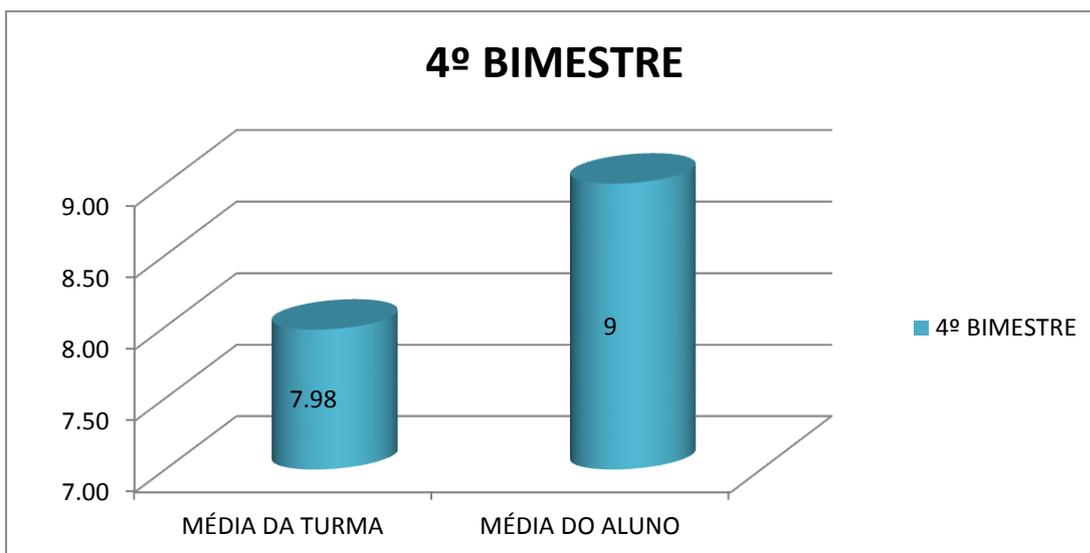


Do terceiro para o quarto bimestre sua nota aumentou 260%.

### ALUNO "C"

O aluno "C" mesmo gostando da matemática não conseguia obter um resultado satisfatório. Durante toda a atividade conseguiu resultados excelentes. Sua nota evoluiu bastante, foi de dois e meio para nove.



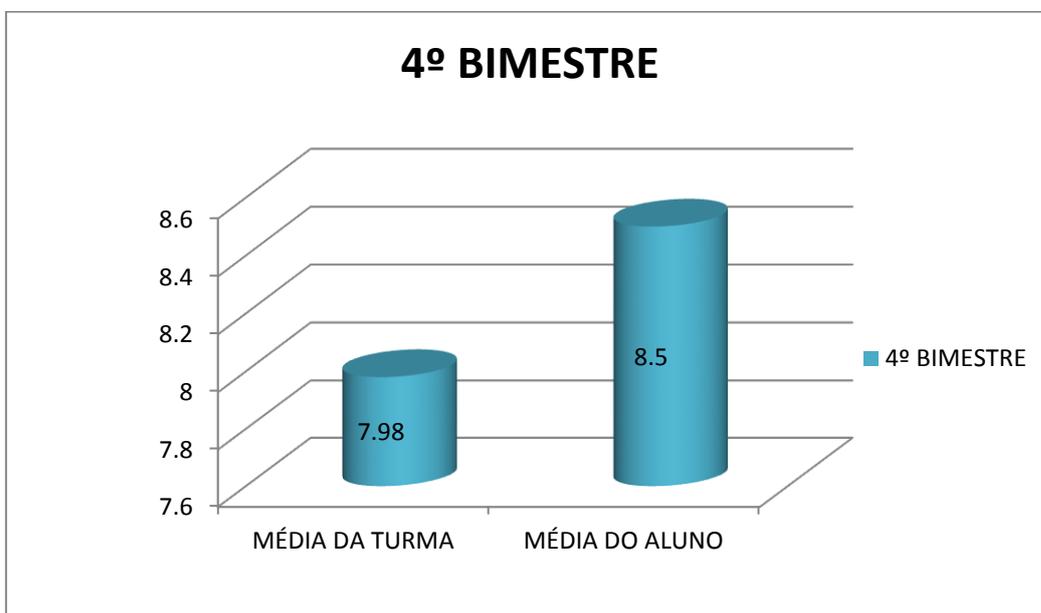
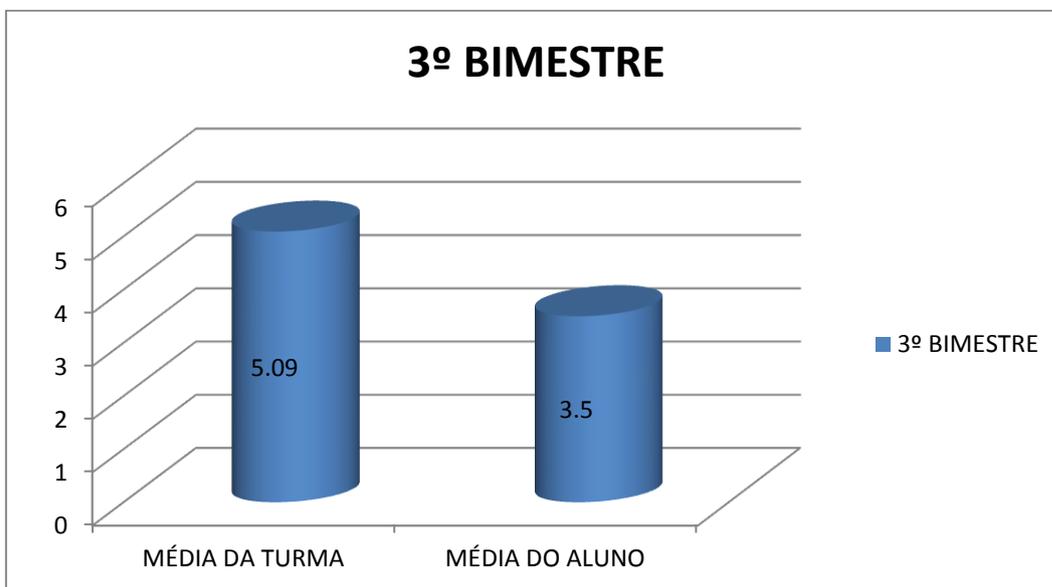


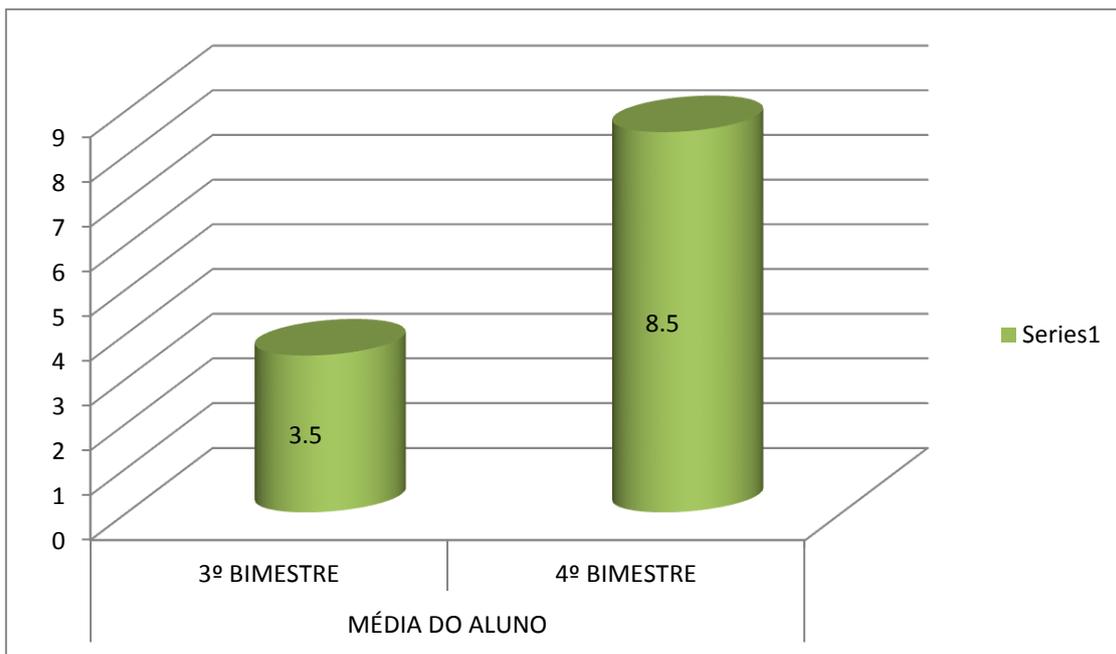
Do terceiro para o quarto bimestre sua nota aumentou 260%.

### ALUNO "W"

O aluno "W" chama a atenção por sempre apresentar problemas de indisciplina, que atrapalhavam a aula constantemente e, vez ou outra, era retirado de sala. Depois que decidiu participar das atividades, conseguiu compreender os conteúdos e apresentou bom rendimento nas atividades,

começando a relacionar-se melhor com o professor e com a turma. Havia ficado no grupo que chamamos de o “grupo dos excluídos” junto com os alunos “C”, “R” e “K”. Sua nota no terceiro bimestre foi 3,5 e no quarto bimestre foi 8,5.

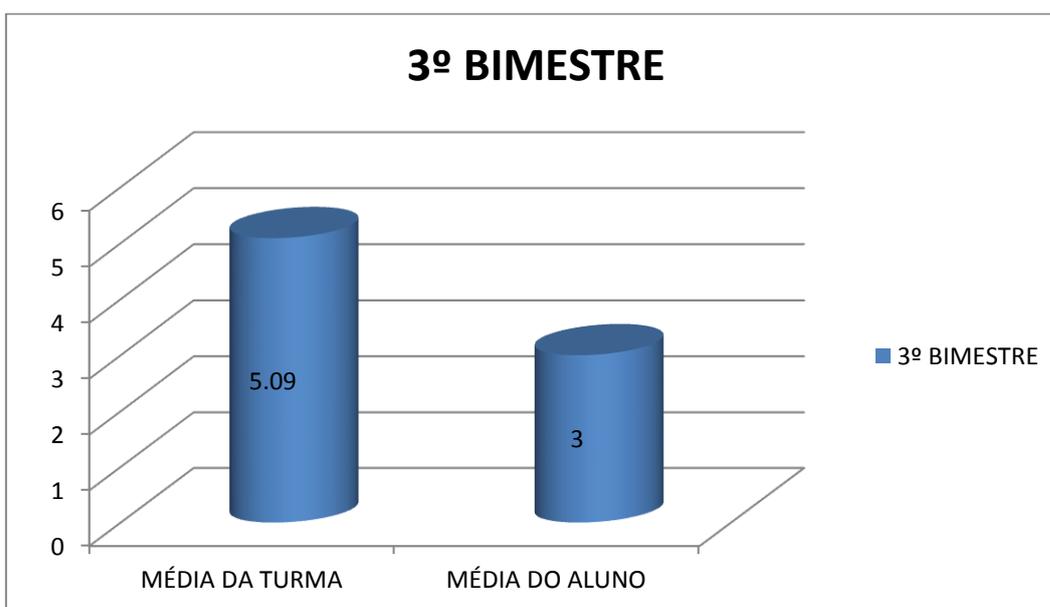


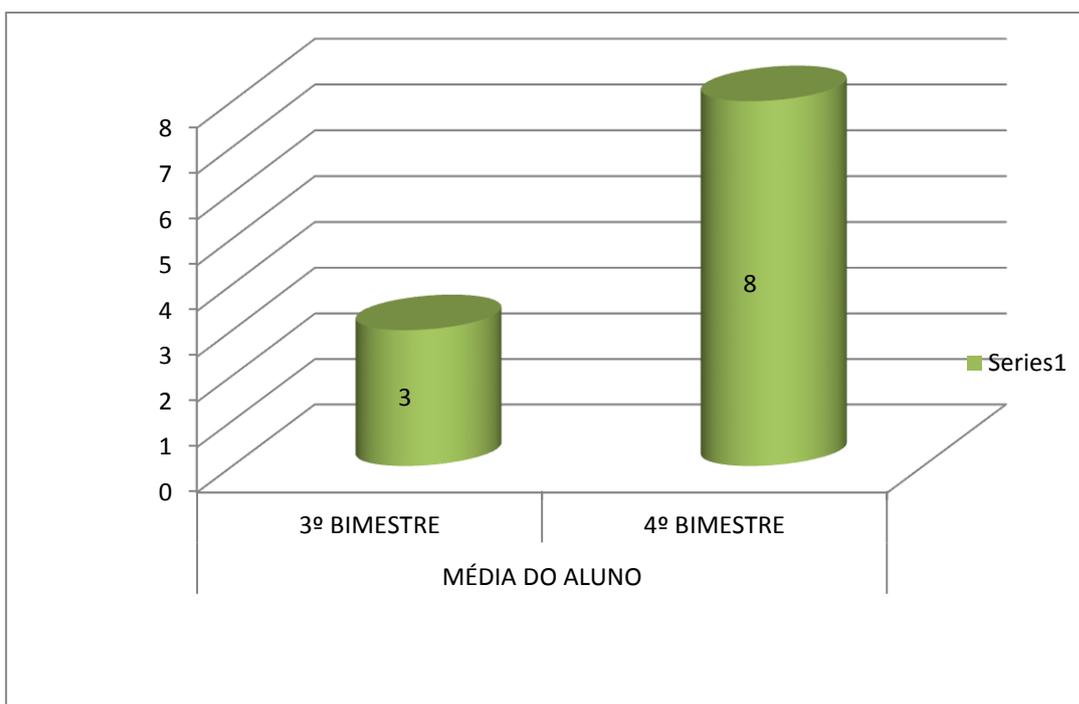
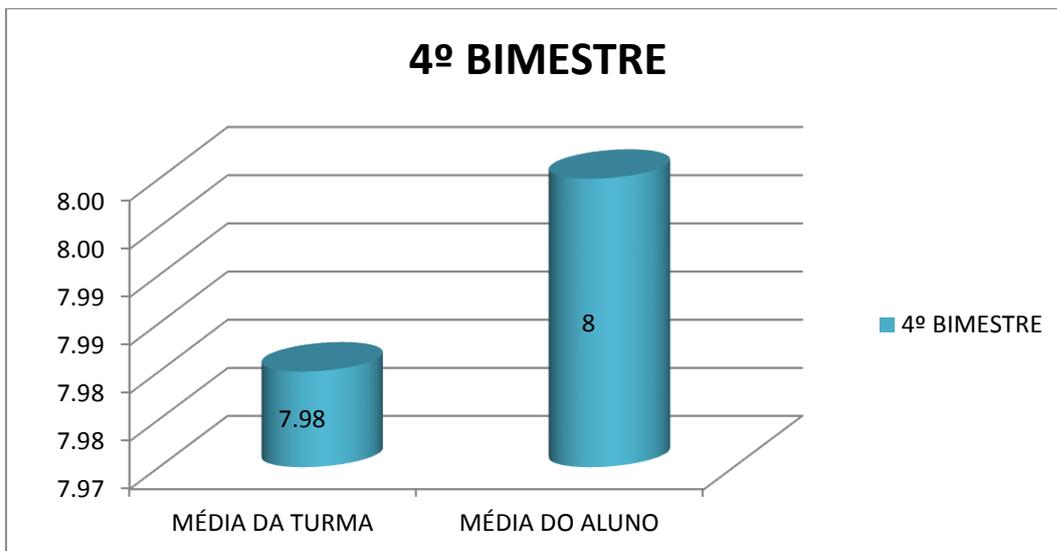


### ALUNOS “R” e “K”

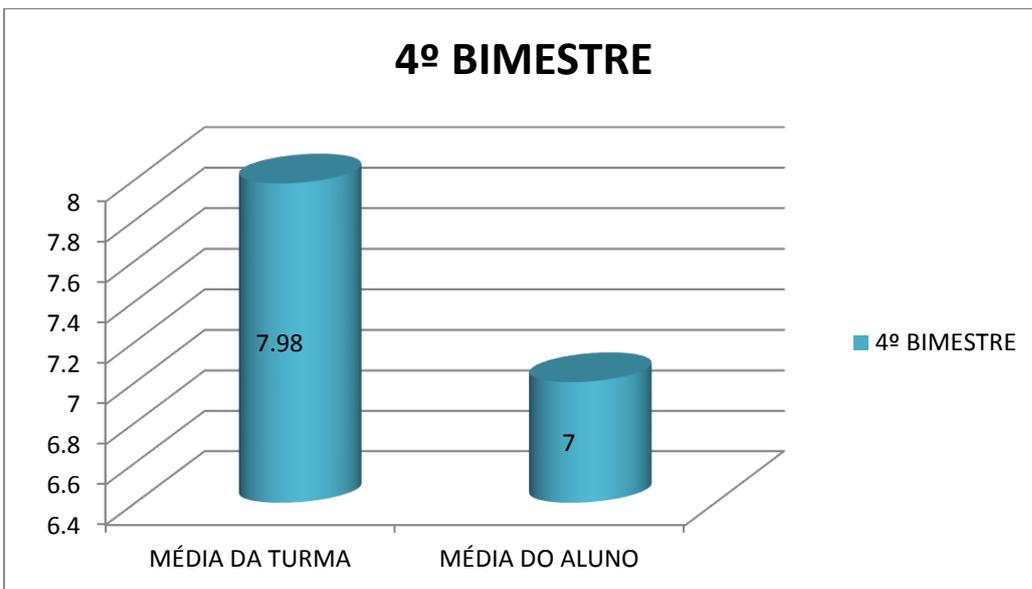
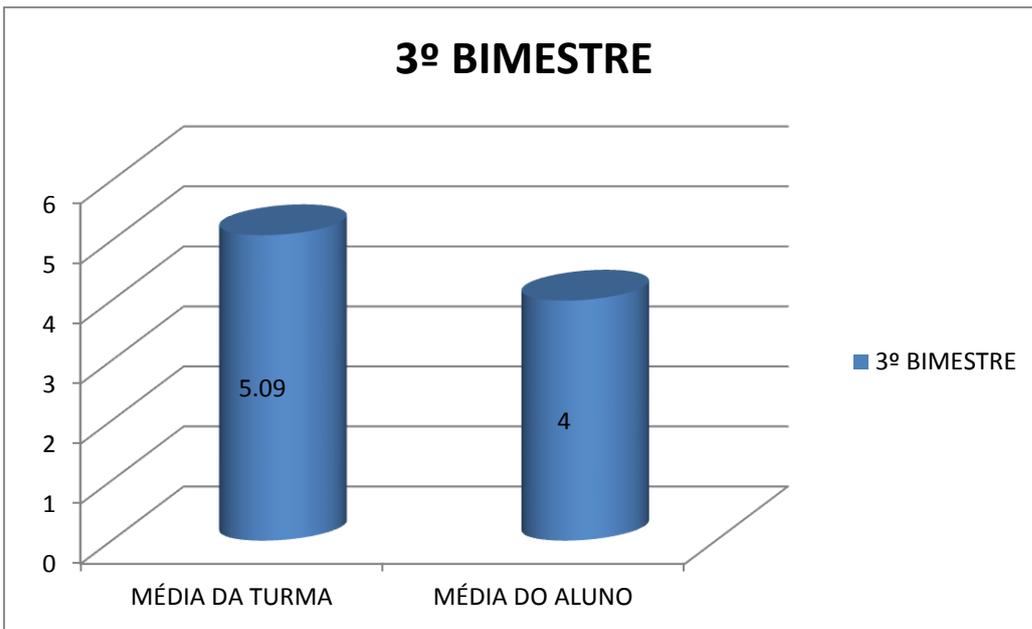
Os alunos “R” e “K” também eram do “grupo dos excluídos”, pois dormiam com frequência nas aulas e não cumpriam as tarefas, mostrando-se totalmente desmotivados. Durante as atividades os componentes deste grupo conseguiram bons resultados, ninguém dormiu e não faltaram às aulas. Começaram, a partir daí, a serem alunos mais motivados e mais participativos nas aulas. As notas desses alunos também apresentaram evolução.

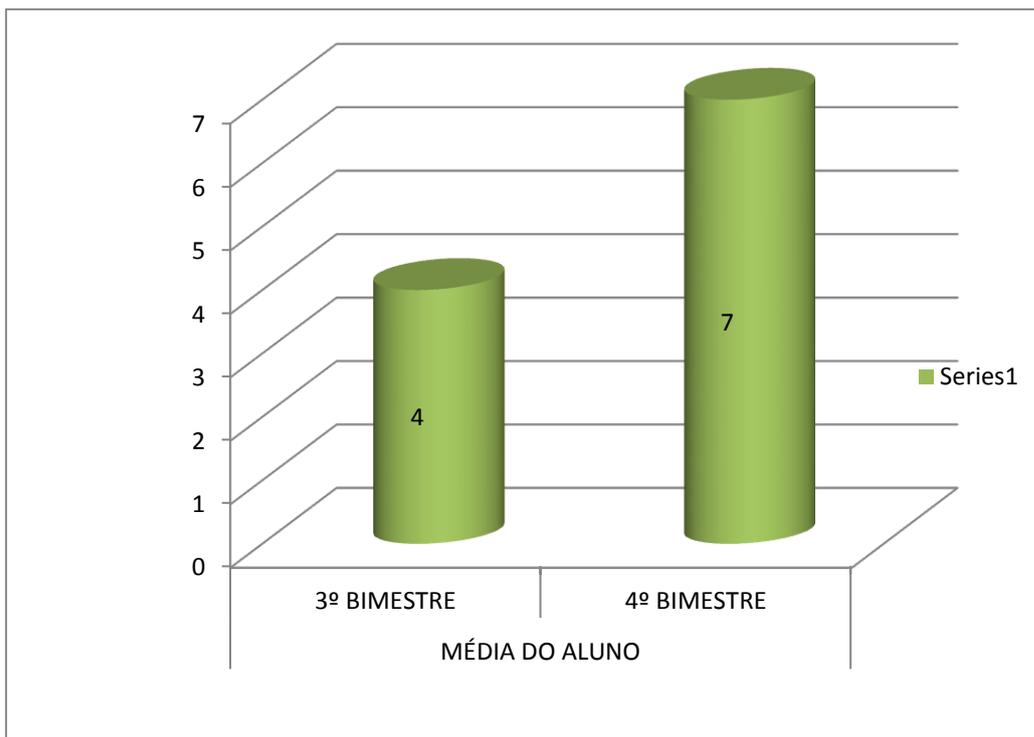
O aluno “R” no terceiro bimestre havia tirado três, já no quarto bimestre sua nota foi oito.





O aluno “K” teve aumento não tão significativo, mas o colocou na média da escola. Sua nota no terceiro bimestre foi quatro e no quarto bimestre foi sete.

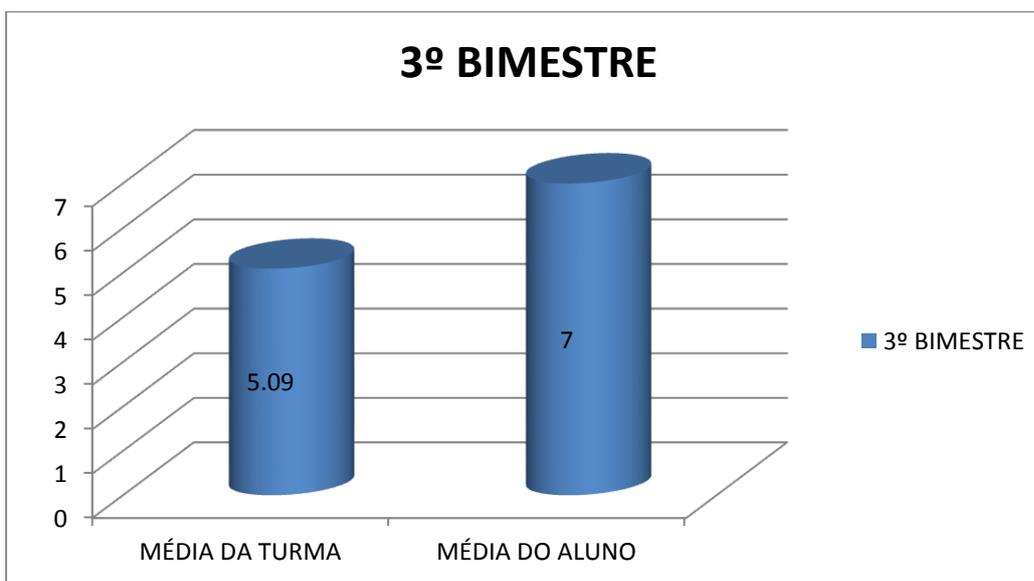


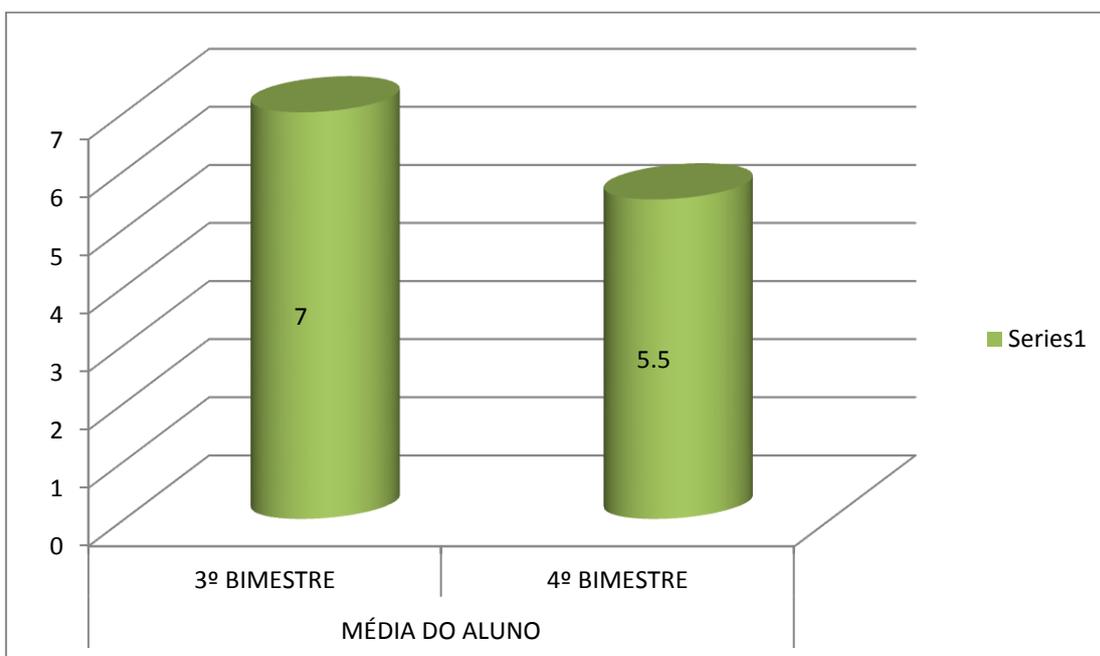
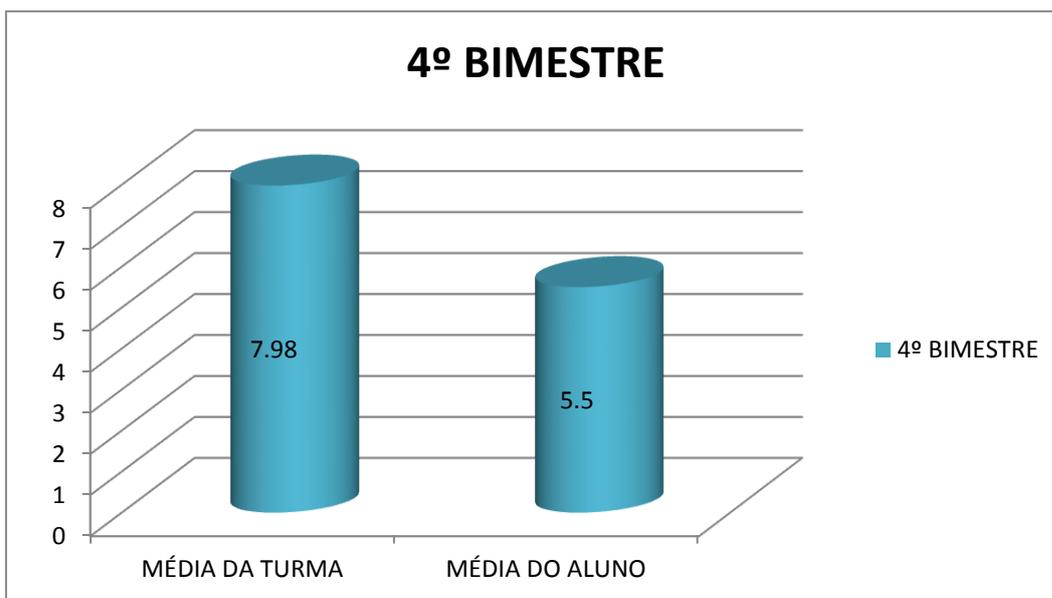


O aluno teve um aumento de 75% em relação à nota do terceiro bimestre.

### ALUNO A'

O aluno "A'" não quis participar de nenhum grupo e também não respondeu nenhum questionário, sua média no terceiro bimestre foi sete, mas no quarto bimestre foi cinco e meio, ficando abaixo da média da escola.



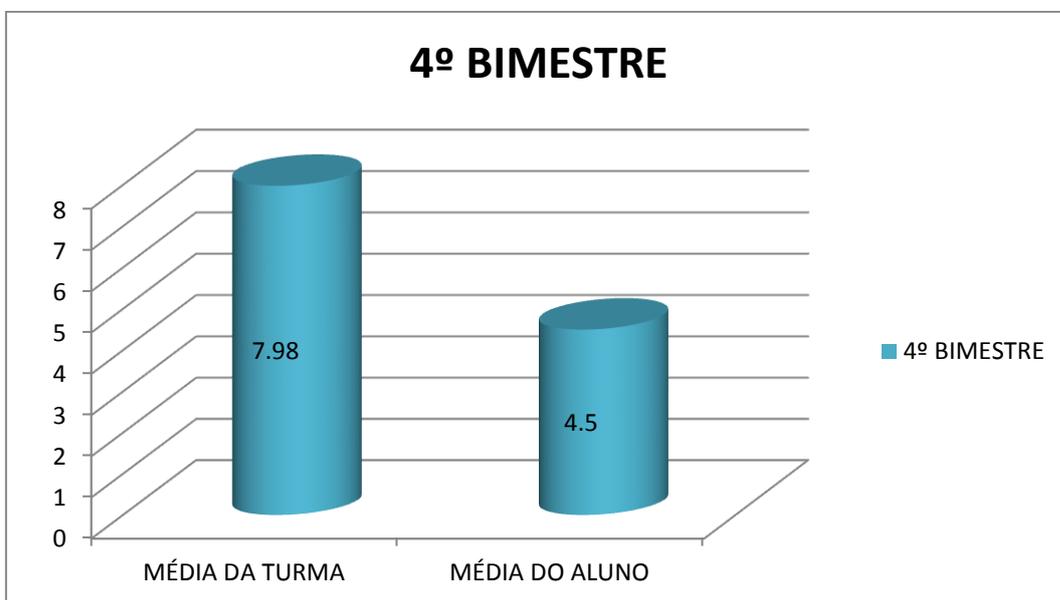
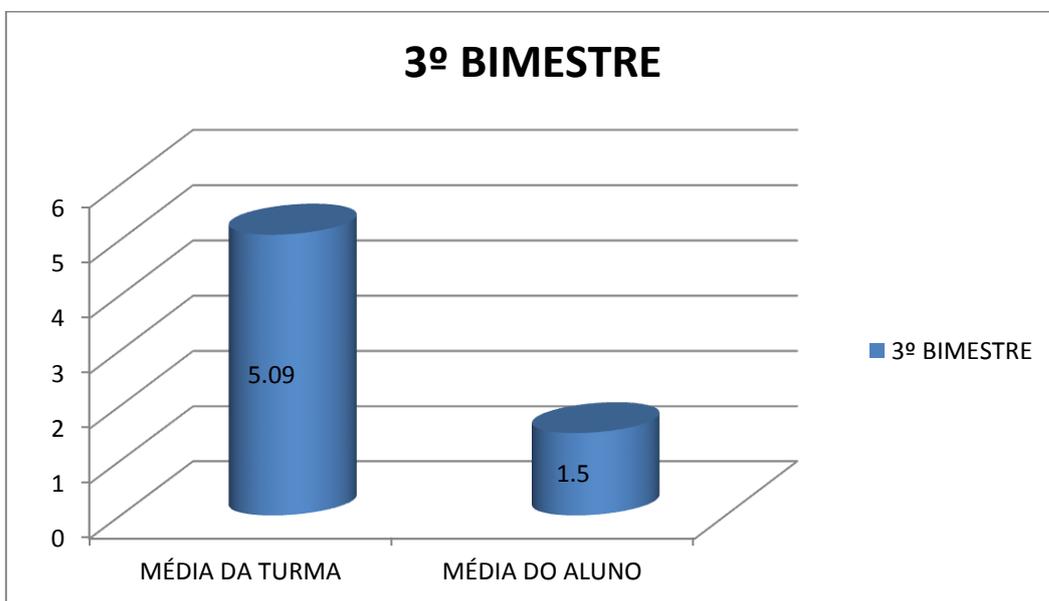


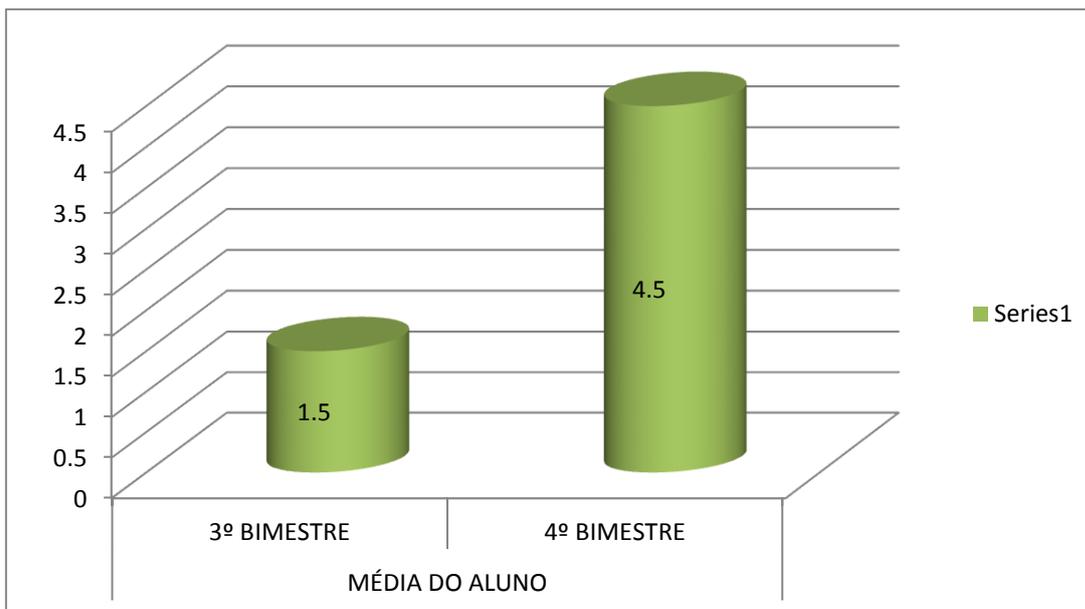
Este aluno apresentou no quarto bimestre uma queda de 21,42% em relação ao terceiro bimestre.

### **ALUNO "G"**

O aluno "G" também optou por não participar de nenhum grupo e não respondeu nenhum questionário. Seu desempenho teve até uma melhora,

mas não o suficiente para alcançar a média da escola. Sua nota no terceiro bimestre foi um e meio e no quarto bimestre foi quatro e meio.





A foto a seguir mostra um grupo de alunos de bom rendimento nas aulas de matemática, resolvendo as atividades.



A foto a seguir mostra como os grupos não se dispersavam durante a atividade, sempre concentrados e debatendo sobre as questões.



Esta foto mostra o grupo denominado por mim como “os excluídos” motivados em descobrir os resultados corretos.



Abaixo observamos um grupo tentando resolver um dos exercícios da atividade proposta , trabalhando em grupo e concentrados.



Esta foto tirada de um grupo que tentava buscar uma forma de resolver uma questão de grau de dificuldade alta.



Uma foto panorâmica da sala que mostra vários grupos trabalhando de forma tranqüila, refletindo o ambiente agradável para estudar.



## CONSIDERAÇÕES FINAIS

Nesta pesquisa, observamos a maneira como se desenvolve o aprendizado dos nossos alunos em relação ao ensino da Matemática e o comportamento apresentado por eles diante desta disciplina, a fim de registrar suas principais dificuldades e identificar uma melhor forma de ajudá-los na apreensão de seus conhecimentos.

O objetivo principal foi reconhecer o papel da motivação no ensino da matemática, abordado por Gadotti (2009) como uma necessidade do aluno que deve ser estimulado a conhecer, a perseguir o conhecimento, para que assim visualize a aplicabilidade da matemática no seu cotidiano, construindo seu próprio saber e tornando-se um cidadão com um pensar autêntico e uma consciência crítica do meio no qual está inserido.

Através da abordagem de concepções educacionais tradicionais e libertadoras, pudemos comprovar que a memorização de conteúdos não é a forma mais adequada para se adquirir conhecimentos, visto que estes logo são inutilizados pelos discentes e não corroboram em nada na utilização do saber matemático na vida social e profissional dos mesmos. Comprovamos que ao motivar os alunos a relacionar a matemática com acontecimentos reais, desafiando-os a resolver situações pertinentes ao dia a dia deles, conseguimos despertar seus interesses, transcendendo a prática imediata das salas de aula e alcançando um objetivo mais abrangente, um aprendizado realmente significativo, que visa à consolidação dos conceitos matemáticos. De acordo com D'Ambrósio (2007), é esta capacidade de enfrentar criticamente situações novas que irá constituir a aprendizagem por excelência.

Destacamos o papel da motivação na apreensão dos conteúdos, visando à verdadeira aprendizagem, cuja participação e orientação dos professores torna-se vital para oportunizar a motivação intrínseca, para a crença dos discentes na própria capacidade em resolver situações reais. Fato que colabora para o sucesso do aluno, influenciando-o a aprender a matemática ensinada nas escolas e a perceber, de forma mais atraente, a praticidade e significação do saber matemático.

Elaboramos uma aula sobre probabilidade e aplicamos métodos tradicionais e lúdicos contextualizados, a fim de comprovar na prática a eficiência ou não de cada um. Com isso, verificamos que, nas aulas tradicionais, os alunos são levados à simples memorização dos conteúdos, sem a construção do conhecimento, por isso não entendem a utilidade da Matemática, tendem a colocar um obstáculo entre eles e sentindo-se incapazes, deixam de tentar aprender. Enquanto nas aulas lúdicas, ao ter sua experiência facilitada pelo professor, pelo ambiente propício e pelo material concreto, usado na contextualização da Matemática em situações do cotidiano, os alunos apresentaram-se estimulados e participativos, motivados para a verdadeira construção do conhecimento, estabelecendo conexões entre o que praticavam nas salas de aula e o que veem no dia a dia, pois, segundo Braumann (2013), aprender matemática é ser capaz de fazer investigação de natureza matemática.

Então essa investigação só ocorrerá verdadeiramente se incentivarmos nossos alunos a aplicar seus conhecimentos, pondo em prática o que aprendem nas aulas, canalizando suas experiências em prol do saber matemático e assim fascinando-se com a verdadeira utilização da matemática.

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

BALANCHO, M. J., & COELHO, F. M. *Motivar os alunos: criatividade na relação pedagógica: conceitos e práticas*. Lisboa: Texto Editora, 1996.

BORUCHOVITCH, Evely & BZUNECK, José Aloyseo. *A motivação do aluno: contribuições da psicologia contemporânea*. 4ª ed. Petrópolis, RJ: Vozes, 2009.

BRASIL. *Parâmetros Curriculares Nacionais: Parte III – Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologias*. Ministério da Educação. Secretaria da Educação Fundamental. – 3ª Ed. Brasília: MEC/SEF, 2001.

\_\_\_\_\_. *Parâmetros Curriculares Nacionais: Volume 3 - Matemática / Secretaria de Educação Fundamental – Brasília : MEC/SEF 1997.*

CARRAHER, Terezinha Nunes & CARRAHER, David Willian & SCHLIEMANN, Ana Lúcia Dias. *Na vida dez, na escola zero*. 10ª ed. São Paulo: Cortez, 1995.

CECCON, Claudius & OLIVEIRA, Miguel Darcy de & OLIVEIRA, Rosiska Darcy de. *A vida na escola e a escola da vida*. 24ª ed. Petrópolis: Vozes/IDAC, 1982.

D'AMBRÓSIO, Ubiratan. *Etnomatemática- Elo entre as tradições e a modernidade*. 2ª.ed. 3ªreimp. Belo Horizonte: Autêntica, 2007.

ENGELMANN, Erico. *A motivação de alunos dos cursos de Artes de uma universidade pública do norte do Paraná*. 124 f. : il. Londrina, 2010.

FREIRE, Paulo. *Pedagogia do oprimido*. Rio de Janeiro: Saraiva, 2012.

\_\_\_\_\_. *Pedagogia da Esperança: Um reencontro com a Pedagogia do oprimido*. Rio de Janeiro: Paz e Terra, 2006.

GIANCATERINO, Roberto. *A Matemática sem rituais*. Rio de Janeiro: Wak Ed., 2009.

GUIMARÃES, Sueli Édi Rufini. *Motivação intrínseca, extrínseca e o uso de recompensas em sala de aula*. Em E. Boruchovitch & J. A. Bzuneck (Orgs.), *A motivação do aluno: contribuições da Psicologia contemporânea* (pp. 37-57). Petrópolis, RJ: Vozes. 2009.

MACHADO JÚNIOR, Arthur Gonçalves. *Modelagem matemática no ensino-aprendizagem: ação e resultados*. 2005. 142 p. Dissertação (Mestrado) – Universidade Federal do Pará, Núcleo de Apoio ao Desenvolvimento Científico, Belém, 2005.

PONTE, João Pedro da & BROCARD, Joana & OLIVEIRA, Hélia.  
*Investigações Matemáticas na Sala de Aula*. Belo Horizonte:  
Autêntica Editora, 2013.

ROSA NETO, Ernesto. *Didática da Matemática*. 12ªed. São Paulo: Ática,  
2011.

## APÊNDICE A

### QUESTIONÁRIO PRÉ-ATIVIDADE

Nome: \_\_\_\_\_

1) Você gosta de matemática?

( ) muito    ( ) mais ou menos    ( ) pouco    ( ) odeio

2) O que você gostaria que tivesse nas aulas de matemática?

---

---

---

3) Para que serve a matemática?

## APÊNDICE B

### QUESTIONÁRIO PÓS-ATIVIDADE

Nome: \_\_\_\_\_

1) Você gostou das aulas tradicionais?

( ) muito      ( ) mais ou menos      ( ) pouco

2) Você gostou das aulas contextualizadas?

( ) muito      ( ) mais ou menos      ( ) pouco

3) O que você mais gostou nas aulas contextualizadas?

---

---

4) Você gostaria que todos os assuntos fossem trabalhados da mesma forma?

---

---

5) Você consegue ver que a matemática está presente no seu dia a dia depois dessas aulas contextualizadas?

---

### APÊNDICE C

TABELA COM AS NOTAS DO TERCEIRO E QUARTO BIMESTRE		
	TERCEIRO BIMESTRE	QUARTO BIMESTRE
A	2,5	8,5
B	5,5	7,0
C	2,5	9,0
D	8,0	8,0
E	4,5	8,5
F	7,5	7,0
G	1,5	4,5
H	7,0	8,0
I	5,5	9,0
J	2,0	6,0
K	4,0	7,0
L	7,0	9,0
M	7,0	8,5
N	5,0	8,0
O	4,5	9,5
P	4,0	8,0
Q	6,5	8,0
R	3,0	8,0
S	6,0	8,5
T	7,0	8,0
U	7,0	9,0
V	5,5	7,0
W	3,5	8,5
X	3,5	9,5
Y	2,5	9,0
Z	7,0	5,5
A'	8,0	9,0