UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARÁ
INSTITUTO DE CIÊNCIAS EXATAS E NATURAIS
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM MATEMÁTICA E ESTATÍSTICA
CURSO DE MESTRADO PROFISSIONAL EM MATEMÁTICA EM REDE NACIONAL

LOURENÇO ANTÔNIO DA CRUZ CORDEIRO

UM ESTUDO SOBRE AS QUATRO OPERAÇÕES COM PROFESSORES DE MATEMÁTICA DAS SÉRIES INICIAS

Belém – PA
Outubro/2014

UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARÁ

INSTITUTO DE CIÊNCIAS EXATAS E NATURAIS

PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM MATEMÁTICA E ESTATÍSTICA

CURSO DE MESTRADO PROFISSIONAL EM MATEMÁTICA EM REDE NACIONAL

LOURENÇO ANTÔNIO DA CRUZ CORDEIRO

UM ESTUDO SOBRE AS QUATRO OPERAÇÕES COM PROFESSORES DE MATEMÁTICA DAS SÉRIES INICIAS

Dissertação apresentado para obtenção do grau de MESTRE em MATEMÁTICA do programa de Pós-Gradução (PPGME-PROFMAT) da Universidade Federal do Pará.

Orientador: **Prof. Dr. João Cláudio Brandemberg Quaresma.**

Belém – PA

Outubro/2014

Dados Internacionais de Catalogação-na-Publicação (CIP)
Sistema de Bibliotecas da UFPA

Cordeiro, Lourenço Antonio da Cruz, 1972-
Um estudo sobre as quatro operações com professores de matemática das séries inicias / Lourenço Antonio da Cruz Cordeiro. - 2014.

Orientador: João Claudio Brandemberg.
Dissertação (Mestrado) - Universidade Federal do Pará, Instituto de Ciências Exatas e Naturais, Programa de Pós-Graduação em Matemática (Mestrado Profissional), Belém, 2014.

1. Matemática (Ensino fundamental). 2. Números naturais. 3. Aritmética-Estudo e ensino. I. Título.

CDD 22. ed. 510.7

Lourenço Antônio da Cruz Cordeiro

UM ESTUDO SOBRE AS QUATRO OPERAÇÕES COM PROFESSORES DE MATEMÁTICA DAS SÉRIES INICIAS

Defesa de Dissertação de Mestrado apresentado para obtenção do grau de MESTRE em MATEMÁTICA do Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional (PROFMAT) da Universidade Federal do Pará e avaliada pela seguinte banca examinadora.

____

Prof. Dr. João Claudio Brandemberg Quaresma. (Orientador)
UFPA - Universidade Federal do Pará

____

Profa. Dra. Ana Carolina Costa Pereira (Membro Externo)
UECE - Universidade do Estado do Ceará

____

Profa. Dra. Rúbia Gonçalves Nascimento (Membro Interno)
UFPA - Universidade Federal do Pará

Data da aprovação: **30. 10. 2014**

CONCEITO: APROVADO

Eu, Lourenço Antônio da Cruz Cordeiro, dedico à minha filha Ádria Lorena de Moraes Cordeiro, o resultado e a finalização deste trabalho; e que este sirva de incentivo à sua vida acadêmica que esta só começando.

AGRADECIMENTOS

Eu, Lourenço Antônio da Cruz Cordeiro, agradeço à Deus por minha vida, família e amigos.

À Universidade Federal do Pará.

À Sociedade Brasileira de Matemática.

Ao meu orientador Professor Dr. João Claudio Brandemberg Quaresma, pelo empenho dedicado na elaboração deste trabalho.

Ao meu co-orientador Professor Msc. Dionísio Sá, pela ajuda na elaboração deste trabalho.

À professora Danúzia Aranha pelo paciente trabalho de revisão da redação.

Em especial, à minha mãe, Terezinha da Cruz Cordeiro e ao meu pai, Luiz da Silva Cordeiro, pelo incansável apoio, em todos os momentos da minha vida.

Às minhas irmãs que sempre estiveram comigo.

À minha filha Ádria Lorena de Moraes Cordeiro que foi a minha fonte inspiradora.

À minha companheira de todas as horas Marcia Vanessa Franco Bessa por toda sua compreensão devido as minhas ausências em virtude dos encontros de estudos.

À minha amiga Raimunda Aldenora que me deu todo apoio na secretaria estadual de educação.

A todos os servidores que trabalham no PPGME (Programa de Pós-Graduação em Matemática e Estatística) e na Faculdade de Matemática.

Aos meus professores e professoras, por terem sido de fundamental importância para realização deste trabalho.

A todos os meus amigos de turma, que durante esse período, fizeram parte da minha família.

“Que os vossos esforços desafiem as impossibilidades, lembrai-vos de que as grandes coisas do homem foram conquistadas do que parecia impossível.”

Charles Chaplin

RESUMO

No cenário educacional, no ensino da matemática, há uma questão que instigou este trabalho de observação e pesquisa: a dificuldade encontrada pelos alunos - especialmente no Ensino Fundamental II - de realizar as quatro operações. Este tem sido um problema que há muito merece cuidado e tem gerado várias discussões. Dentre estas discussões, uma questão é sobressalente no que diz respeito à tentativa de reverter este quadro: nos Cursos de Formação de Professores de Educação Geral, não há uma disciplina que contemple a plena preparação de professores para ensinar as quatro operações com números naturais. Diante disto, esta dissertação dispõe a observação e a sugestão de práticas para enfrentar um problema consistente no ensino aprendizagem da matemática: como ensinar qualitativamente as operações básicas com números naturais no Ensino Fundamental I.Nosso objetivo, portanto, é procurar demonstrar métodos para a (re)significação do ensino das operações de adição, subtração, multiplicação e divisão para melhorar a aprendizagem dos discentes. Para tanto, realizou-se uma oficina com os professores do Ensino Fundamental I, em que foram trabalhadas essas operações com um cuidado didático que levou em consideração o desenvolvimento das habilidades e competências dos alunos, segundo sugere os PCN's e a Matriz de Referência em que se baseia a "Prova Brasil". Nesse sentido, também objetivamos, diante dos resultados desta oficina, dar espaço para que se crie um tutorial, que servirá de apoio ao professor nesta questão, visto que há um grande interesse por parte dos educadores em participar de outros encontros dessa natureza.

Palavras-chave: As quatro operações, Números naturais, Ensino, Aritmética, Oficina.

ABSTRACT

In the educational scenario, in teaching mathematics, there is a question that instigated this observation and research work: the difficulty the students found - especially in the elementary school - to perform the four operations. This has been a problem that, for a long time, has been needing attention and, also, created several discussions. Among these discussions, there is one matter that stands out in trying to reverse this situation: in General Education Teacher Training Courses there isn't a discipline that prepares teachers to teach the four operations with natural numbers. Given this, the present dissertation provides the observation and suggestion of practices to face a consistent problem in teaching and learning mathematics: how to teach, with quality, basic operations with natural numbers in elementary school. Our goal, therefore, is trying to demonstrate methods for the (re)signification of the teaching of addition, subtraction, multiplication and division to improve the learning of the students. To this end, there was a workshop with the elementary school teachers, where these operations were worked with a didactic care that took into consideration the development of skills and competencies of the students, as suggested by the NCP's and the Reference Array in which is based the "Prova Brasil". In this sense, we also aim, after facing the results of this workshop, make room for the creation of a tutorial, which will support the teacher in this matter, since there is a great interest from educators to participate in other meetings of this nature.

Key-words: the four operations; natural numbers; teaching; arithmetic

SUMÁRIO

LISTA DE FIGURAS

LISTA DE IMAGENS

INTRODUÇÃO

A docência é uma área de atuação muito complexa em que o professor necessita de uma prática muito mais abrangente do que apenas o domínio do conteúdo ao qual ele se propõe ensinar. Segundo Tardif (2000), os futuros docentes adquirem saberes ao longo do tempo através de uma formação subdividida em três níveis: o primeiro está relacionado com seu histórico escolar (formação básica e acadêmica), o segundo se refere às séries iniciais – nas quais trabalhamos de forma significativa os conteúdos básicos, de fundamental importância na vida acadêmica - e o terceiro: a evolução acontece de acordo com sua prática profissional.

Em relação ao primeiro nível, o do histórico escolar, para que se reflita quanto à atuação do docente, devemos levar em consideração o que foi absorvido e desenvolvido pelo profissional em sua vida acadêmica, já que muitos professores que atuam nas séries iniciais 1º ao 5º ano/9 encontraram dificuldades no ensino/aprendizagem da matemática, mas acabam tendo que trabalhar com alunos desses níveis; assim surgindo os primeiros conflitos, se não pela falta de habilidades com a matemática, mas pela pouca qualificação dos mesmos. Isso se reflete diretamente na forma de trabalhar sua docência, pois assim, amedrontados, procuram ter o mínimo de contato possível com esta disciplina em seu cotidiano de trabalho, interferindo diretamente no ensino/aprendizado de seus alunos.

Notando essa angústia, e sabendo da importância que as séries iniciais têm para a vida de um cidadão, desenvolvemos um trabalho para contribuir com um aproveitamento mais eficiente desses conteúdos para os professores, a fim de, consequentemente, torná-los mais significativos para os alunos.

Esse trabalho, além de tudo, pretende ser estendido a profissionais que também tenham larga experiência nessa área, para que, esperançosamente, em pouco tempo, tenhamos profissionais mais qualificados nesta área de trabalho.

Há tempos, a importância de um ensino/aprendizagem significativo da matemática para a formação global do aluno na escola tem sido reconhecida. Porém, hoje, a necessidade de difundir esta prática de maneira qualitativa é urgente, porque ao nos depararmos com a realidade encontrada nas escolas, observamos uma grande dificuldade em desenvolver as habilidades e, por conseguinte, as competências exigidas por esta fundamental prática de conhecimento em nossas vidas. O Homem no mundo globalizado está cada vez mais necessitado de domínio desta área de conhecimento, e a sociedade cada vez mais incitada a significar todo e qualquer conhecimento em prol do progresso em todos os aspectos, principalmente, no científico.

O baixo índice de aproveitamento apresentado pelos alunos em avaliações que envolvem resoluções de problema não pode ser atribuído somente à falta de interpretação na leitura ou à incompreensão do tipo do problema. Pensando em mais uma vertente, esta pesquisa busca identificar o conhecimento do aluno quanto as Operações Fundamentais com números naturais, verificando como a falta de domínio dos conceitos e das técnicas de cálculos pode influenciar em um baixo rendimento.

Os alunos das séries iniciais quando ingressam na escola, já apresentam um conhecimento de número que está presente no seu dia-a-dia. Uma função da escola é ampliar este conhecimento e transformá-lo em conteúdo científico.

Nos Parâmetros Curriculares Nacionais, o bloco de Números e Operações espera que os alunos dominem, ao término do segundo ciclo do Fundamental I, os conteúdos conceituais e procedimentais de Números Naturais, Sistema de Numeração Decimal e Números Racionais; como também, as operações envolvendo estes números.

O estudo desta temática é relevante, porque, constatado, servirá de recomendação para possíveis mudanças na matriz de referência de conteúdos do fundamental I, no bloco Números e Operações. Mudanças estas que estarão para as metodologias de ensino e fazer pedagógico, norteando a capacitação de professores, bem como sendo o referencial para promoção de alunos, gerando margem para investigação de sua influência nos outros blocos de conteúdos da Matemática.

Desta forma, nossa pesquisa tem como objetivo, **analisar o ensino e aprendizagem dos alunos do Ensino Fundamental I no que diz respeito às operações fundamentais com números naturais que fazem parte do Bloco de Números e Operações**. Isto, para que se verifique especificamente três aspectos: o desempenho do aluno nas operações fundamentais com números naturais, por meio da Matriz de Referência de Matemática: Temas e seus Descritores - 4ª série/5º ano do Ensino Fundamental; a análise de problemas e situações-problema, compreendendo diferentes significados das operações envolvendo números naturais; e o estudo do processo de resolução dos alunos referentes às operações com números naturais. Além disso, verificar ainda um quarto fator: **buscar e aplicar métodos para ensinar as operações de adição, subtração, multiplicação e divisão**, para então, sugerir uma oficina para professores com o intuito de possibilitar melhor qualificação dos docentes e consequentemente, melhorar os resultados referentes ao processo de ensino e aprendizagem.

Umas das metodologias utilizadas será a resolução de problemas. Segundo Mendes (2006), é uma metodologia de ensino em que o educando propõe ao aluno situações-problemas caracterizados pela investigação e exploração de novos conceitos. A resolução de problemas, em oposição ao ensino tradicional (memorístico e expositivo), visa o desenvolvimento de habilidades metacognitivas, favorecendo a reflexão e o questionamento, com isso o aluno passa a ter mais autonomia no momento de tomar suas decisões[1].

Dessa forma, com o objetivo de buscar a qualificação de professores para uma contribuição no ensino/aprendizagem nesta área, nos embasaremos nos resultados obtidos através das avaliações em instituições de ensino da rede pública, através do Saeb. A Constituição de 1998, implementou o Saeb (Sistema de Avaliação da Educação Básica). Estes sistemas foram criados com o objetivo de oferecer subsídio para formulação, reformulação e monitoramento de políticas públicas, contribuindo, dessa maneira, para melhoria da qualidade do ensino brasileiro na Educação Básica.

Essa avaliação iniciou em 1990 e a partir de 1992 essa avaliação ficou sobre a responsabilidade do Inep (Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira), que realizou o segundo ciclo em 1993, e desde então, continua ininterruptamente, a cada dois anos.

Esquematicamente, o Saeb se configura conforme a figura a seguir:

Figura 1. Introdução

Fonte: Inep

A **Avaliação Nacional da Educação Básica – Aneb -** abrange, de maneira amostral, alunos das redes públicas e privadas do país, em áreas urbanas e rurais, matriculados na 4ª série/5ºano e 8ªsérie/9ºano do Ensino Fundamental e no 3º ano do Ensino Médio, tendo como principal objetivo avaliar a qualidade, a equidade e a eficiência da educação

[1] Esse tema "resolução de problema" vem sendo muito discutido nos encontros de Educação Matemática, assim fica a sugestão para um aprofundamento desta metodologia nas obras de George Polya - A Arte de Resolver Problemas e John A. Van de Walle – Matemática no Ensino Fundamental.

brasileira. Apresenta os resultados do país como um todo, das regiões geográficas e das unidades da federação.

A **Avaliação Nacional do Rendimento Escolar - Anresc (também denominada "Prova Brasil") -** trata-se de uma avaliação censitária envolvendo os alunos da 4ª série/5ºano e 8ªsérie/9ºano do Ensino Fundamental das escolas públicas das redes municipais, estaduais e federal, com o objetivo de avaliar a qualidade do ensino ministrado nas escolas públicas. Participam desta avaliação as escolas que possuem, no mínimo, 20 alunos matriculados nas séries/anos avaliados, sendo os resultados disponibilizados por escola e por ente federativo.

A **Avaliação Nacional da Alfabetização – ANA -** avaliação censitária envolvendo os alunos do 3º ano do Ensino Fundamental das escolas públicas, com o objetivo principal de avaliar os níveis de alfabetização e letramento em Língua Portuguesa, alfabetização Matemática e condições de oferta do Ciclo de Alfabetização das redes públicas. A ANA foi incorporada ao Saeb pela Portaria nº 482, de 7 de junho de 2013

Quanto ao período de realizações destes processos, a Aneb e a Anresc/Prova Brasil são realizadas bianualmente, enquanto a ANA é de realização anual.

Em 1997, foram desenvolvidas as matrizes de referências com a descrição das competências e habilidades[2] que os alunos deveriam dominar em cada série avaliada. A construção dessas matrizes foi feita consultando nacionalmente os conteúdos praticados na educação básica nas esferas municipal e estadual. Estes conteúdos foram analisados por professores, pesquisadores e especialistas quanto à produção científica em cada área que seria "objeto" de avaliação escolar.

Em 2001, já no sexto ciclo, as matrizes de referência foram atualizadas em razão de ampla disseminação, pelo MEC, dos Parâmetros Curriculares Nacionais – PCN's. Para essa atualização, foi feita uma ampla consulta, repetindo-se o procedimento usado na elaboração da matriz anterior, sendo que agora, tendo representatividade todas as regiões do país, com o objetivo de comparar as matrizes de referências existentes e o currículo utilizado pelos sistemas estaduais com os PCN's.

Em 2005, paralelamente à avaliação do Saeb, foi realizada uma outra avaliação, essa de natureza quase censitária, o que permitiria a divulgação dos resultados por municípios e

[2] No documento "Saeb 2001: Novas Perspectivas" (2002), define-se competência, na perspectiva de Perrenoud, como sendo a "capacidade de agir eficazmente em um determinado tipo de situação, apoiando-se em conhecimentos, mas sem se limitar a eles". Ainda no mesmo documento, é mencionado que habilidades referem-se, especificamente, ao plano objetivo e prático do saber fazer e decorrem, diretamente, das competências já adquiridas e que se transformam em habilidades.

por escolas, ampliando as possibilidades de análises dos resultados da avaliação. Surge assim, a “Prova Brasil”, que utiliza os mesmo procedimentos utilizados pelo Saeb.

A matriz de referência que norteia os testes de Matemática do Saeb e da Prova Brasil está estruturada sobre o foco “Resolução de Problemas”. Essa opção traz implícita a convicção de que o conhecimento matemático ganha significado quando os alunos têm situações desafiadoras para resolver e trabalham para desenvolver estratégias de resolução.

Assim, a partir dos itens do Saeb e da Prova Brasil, é possível afirmar que um aluno desenvolveu certa habilidade, quando ele é capaz de resolver um problema a partir da utilização/aplicação de um conceito por ele já construído. Por isso, o teste busca apresentar, prioritariamente, situações em que a resolução de problemas seja significativa para o aluno e mobilize seus recursos cognitivos.

De acordo com os descritores apresentados, as matrizes de matemática estão estruturadas por anos e séries avaliadas. Para cada um deles, são definidos os descritores que indicam uma determinada habilidade que deve ser desenvolvida nessa fase de ensino. Esses descritores são agrupados por temas que relacionam um conjunto de objetivos educacionais.

Esses temas são NÚMEROS E OPERAÇÕES, ESPAÇO E FORMA, GRANDEZAS E MEDIDAS e TRATAMENTO DA INFORMAÇÃO. Dentre os quais serão abordados nesse trabalho especificamente as habilidades referente às operações básicas com números naturais.

Em “Números e Operações/Álgebra e Funções”, de acordo com a matriz de referência de matemática para a 4ª série/5º ano do ensino fundamental, temos quatorze descritores, os quais, em tópicos, identificaremos como:

D1- Reconhecer e utilizar características do sistema de numeração decimal, tais como agrupamentos e trocas na base 10 e princípio do valor posicional;

D2- Identificar a localização de números naturais na reta numérica;

D3- Reconhecer a decomposição de números naturais nas suas diversas ordens;

D4- Reconhecer a composição e a decomposição de números naturais em sua forma polinomial;

D5- Calcular o resultado de uma adição ou subtração de números naturais;

D6- Calcular o resultado de uma multiplicação ou divisão de números naturais;

D7- Resolver problema com números naturais, envolvendo diferentes significados da adição ou subtração: juntar, alteração de um estado inicial (positiva ou negativa), comparação e mais de uma transformação (positiva ou negativa);

D8- Resolver problema com números naturais, envolvendo diferentes significados da multiplicação ou divisão: multiplicação comparativa, ideia de proporcionalidade, configuração retangular e combinatória;

D9- Identificar diferentes representações de um mesmo número racional;

D10- Identificar a localização de números racionais representados na forma decimal na reta numérica;

D11- Resolver problema utilizando a escrita decimal de cédulas e moedas do Sistema Monetário Brasileiro;

D12- Identificar fração como representação que pode estar associada a diferentes significados;

D13- Resolver problema com números racionais expressos na forma decimal, envolvendo diferentes significados de adição ou subtração;

D14- Resolver problema envolvendo noções de porcentagem (25%, 50%, 100%).

Neste trabalho nos concentramos nos descritores relacionados às operações de adição, subtração, multiplicação e divisão envolvendo números naturais, assim damos ênfase para os seguintes descritores: D1, D3, D4, D5, D6, D7 e D8 pois em nossa experiência, ministrando aulas de Matemática no Ensino Fundamental II (do 6º ao 9º ano) e no Ensino Médio, sempre nos deparamos com alunos com muitas dificuldades nas operações básicas e percebemos que muitas vezes essas limitações interferem de forma severa sobre o aprendizado dos demais tópicos da Matemática.

Nessas observações, percebemos que muitos alunos, na escola pública, chegam com deficiências que vão desde não saber efetuar um algoritmo para resolver uma operação com os números naturais até não saber interpretar o que um problema está pedindo. Por muitas vezes, quando propomos à criança um problema, ela nos vem com uma clássica, porém, triste pergunta: "Professor, essa conta é de mais ou de menos?".

Essas inquietudes nos levaram a pensar em como poderíamos contribuir para a mudança desse quadro. Então, consultamos professores do Ensino Fundamental I das Redes Públicas Estadual e Municipal de Ensino da região Metropolitana de Belém, também aplicamos uma atividade sobre as operações básicas com número naturais para 28 alunos de uma turma de 5º ano do ensino fundamental. Os resultados obtidos, que veremos minunciosamente no próximo capítulo, serviram de ponto de partida para a elaboração de uma oficina para os professores de matemática do ensino fundamental I e também de um tutorial que servirá de sugestão para ser aplicado nas classes do ensino fundamental.

No próximo capítulo, estarão à mostra os resultados obtidos nessas consultas aos professores e alunos, assim como, os resultados obtidos depois de os professores da Escola do Município de Ananindeua “São Judas Tadeu”, serem submetidos a uma oficina sobre as operações com números naturais e os alunos dessa mesma escola assistirem a aulas sobre o mesmo assunto com um enfoque diferente do que os mesmos já conheciam.

Nesse sentido, o trabalho foi organizado em dois capítulos: o primeiro, apresenta o embasamento teórico para a construção da oficina envolvendo as quatro operações; e o segundo, trata da descrição das oficinas realizadas com os professores; após os dois capítulos, ainda temos em apêndice, a descrição de algumas atividades didáticas, visando a elaboração futura de um tutorial.

CAPÍTULO I: AS QUATRO OPERAÇÕES EM DETALHES

A elaboração de material tem como objetivo a preparação de uma oficina pedagógica com o intuito de verificarmos as aptidões e habilidades dos alunos para que possamos, após essas atividades, construir um Tutorial para ajudar no aprendizado dos mesmos.

Como já citado anteriormente, o Ministério da Educação (MEC) indica para o Ensino Fundamental três blocos de conhecimento (conteúdos): Números e Operações; Espaço e Forma; Grandezas e Medidas e Tratamento da Informação. Portanto, as atividades propostas neste trabalho atendem alguns conteúdos especiais do bloco que trata de NÚMEROS E OPERAÇÕES**,** que vão atender o aluno das séries iniciais. Estas atividades procurarão respeitar as diferenças de abordagem ao longo do ciclo de aprendizagem dessas crianças. As atividades propostas não estarão fechadas, e podem ser ajustadas de acordo com as necessidades de cada turma. Salienta-se que é perfeitamente possível enriquecê-las para deixá-las desafiadoras.

Nesse sentido, os docentes devem oferecer aos discentes o espaço e as condições didáticas necessárias para que eles, os alunos, construam seu conhecimento. Assim, para atingirmos essas metas, apresentaremos aos estudantes atividades que tenham as seguintes propostas:

Resolver problemas – a resolução de problemas é um tipo de atividade que não se resume à repetição de um procedimento conhecido ou à aplicação de uma fórmula. Ela induz o aluno a pensar e decidir como vai resolver o desafio.

Explicitar o raciocínio – ao explicar a estratégia utilizada na resolução de um problema, a criança organiza o seu raciocínio e comunica – por linguagem oral ou escrita – aquilo que sabe.

Validar ideias – o estudante testa os procedimentos que já conhece, separando os que funcionam daqueles que não se aplicam a novos contextos. É quando ele confirma ou derruba hipóteses.

Institucionalizar – não basta pensar, explicitar e validar. O aluno precisa ver sistematizados os saberes que ela vai construindo – para que interiorize a informação, relacione-a com o que já sabe e descubra como utilizá-la.

O docente pode ministrar os conteúdos das atividades de duas formas: propondo aos estudantes que tentem solucionar os problemas individualmente, em duplas ou em pequenos grupos, para só depois ampliar a discussão com todos os alunos da turma; ou o professor, primeiro, orienta e depois, os alunos discutem para tentar resolver os problemas propostos.

Para tanto, os objetivos devem estar claros, bem como a organização das atividades. Assim, determinaremos:

- atividades permanentes – são aquelas que devem ser feitas regularmente durante o ano todo.
- sequências didáticas – são atividades organizadas em ordem crescente de complexidade, em que cada etapa sempre depende da anterior para ser cumprida.
- planos de aula – assim como as sequências, os planos exigem que várias etapas do aprendizado se relacionem. Essas, no entanto, são atividades mais pontuais e independentes.

Outro fator de fundamental importância, além de saber o que ensinar, é saber qual modalidade organizativa escolher. É necessário planejar o uso das atividades ao longo do ano, encadeando a aplicação de todas elas e notando o que pode ser complementar ou ainda, o que pode ser abordado separadamente. Essas boas práticas pedagógicas, quando atreladas à dedicação profissional, são receitas infalíveis de um trabalho de qualidade.

No ensino das quatro operações básicas da aritmética com números naturais (adição, subtração, multiplicação e divisão), houve época em que se priorizava as técnicas de cálculos dissociadas das suas aplicações em problemas que as envolvessem. Era quando as atividades quase sempre eram listas de exercícios com o comando *arme e efetue as operações.* Segundo Pires (2012), no período de 1950 a 1965 as operações eram mostradas dando ênfase para as técnicas operatórias, nesse momento a *prova real e prova dos nove* eram as formas de verificar a correção dos resultados obtidos e o cálculo mental era muito valorizado.

Num segundo momento, o ensino dessas operações se baseou na teoria de conjuntos em que a adição era representada pela união de dois conjuntos disjuntos. A multiplicação, por ser vista tão somente como uma adição de parcelas iguais, era estudada logo em seguida e a subtração era mostrada como o complementar de um conjunto em relação a outro. Acreditava-se que a representação através do diagrama de Venn iria facilitar a visualização dessas operações a assim melhorar o aprendizado, agora não se dava tanta importância ao cálculo mental, pelo contrário, defendia-se que nada deveria ser memorizado, inclusive a tabuada.

A partir de 1980, uma nova forma de ver o ensino das operações foi implementado, a partir de estudos feitos pelo *National Council of Teacher of Mathematics (NCTM)* , pensava-se em valorizava a utilização de materiais concretos como o material dourado e o ábaco, via-se uma forma eficaz de ensino a utilização de computadores. As operações passavam a ser vistas como formas de resolver problemas, em que havia as ideias de juntar, tirar, comparar, combinar, medir, acrescentar, diminuir, e reconhecia-se a importância de várias formas de resolver um cálculo, inclusive as feitas pelos alunos, os quais criavam formas próprias de pensar sobre esse ou aquele problema.

Para Pires (2012), essa nova forma de pensar o ensino das operações não foi completamente implementada nas salas de aula, mas se observa que há uma preocupação de iniciar esse estudo através de problemas e esse caminho tem se mostrado uma forma positiva para o encontro dos objetivos almejados.

Partindo do princípio que o estudo deve ter um significado real para aquele que tenta aprender, iremos abordar as operações, tendo como ponto de partida o entendimento do significado de cada operação. Somente depois disto, vamos estudar as técnicas de cálculos de cada uma delas.

Baseados nos princípios de ensino listados por Kamii (2005), adotamos a seguinte forma no ensino das operações:

- Comece com problemas com enunciado, contextualizando-o.
- Encoraje as crianças a inventar seus próprios procedimentos.
- Encoraje a troca de pontos de vista.
- Encoraje as crianças a pensar diversas formas de resolver um mesmo problema.
- Mostre diferentes formas de se resolver uma operação.
- Analise com as crianças os resultados obtidos.

A seguir, apresentaremos as operações fundamentais uma a uma (adição, subtração, multiplicação e divisão), seguindo em tese as referências Bigode e Frant (2011) e Ramos (2009), para fornecer aos professores um modelo análogo - e ao mesmo tempo mais específico - aos encontrados em texto de “boa qualidade”.

1.1-Adição

A adição é uma operação de grande importância porque está presente em várias ações da natureza matemática, Ela nos dá a compreensão das ideias de juntar, acrescentar ou agrupar, chegando até mesmo ao raciocínio multiplicativo.

Para Bigode e Frant (2011), antes de iniciar as técnicas para se adicionar é preciso fazer com que os alunos compreendam os aspectos conceituais da adição, ou seja, proporcionar aos educandos habilidades que promovam o entendimento das ideias aditivas, nos mais diversos contextos e situações, desenvolvendo assim, a autonomia para que não sintam dificuldades nas resoluções de situações problemas que envolvam contagem, comparação, ordenação e quantificação dos números. Quanto aos aspectos procedimentais apresentaremos estratégias diversas de algoritmos tanto para cálculo mental como escrito.

Em nossa experiência, como professor de Matemática, por muitas vezes uma criança nos perguntou se aquele problema proposto era "de mais" ou "de menos", isso nos evidencia que ela ainda tem dificuldades no entendimento dos conceitos aditivos e que não basta ela saber uma técnica de cálculo, pois isto será de pouca valia, já que a mesma não entendeu o que lhe foi perguntado.

Segundo Bigode e Frant (2011), para que o aluno se aproprie desse conhecimento é necessário que seja trabalhado com ela situações que envolvam as seguintes ações:

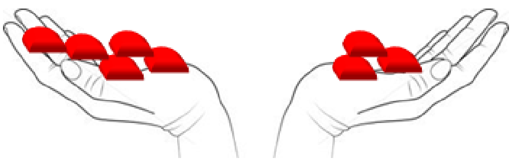
- Trabalhar a ideia aditiva como expressão da reunião de objetos
- Trabalhar a adição como uma transformação de estado
- Destacar diferenças nas representações dos problemas
- Identificar os verbos relacionados à ideia de somar

Logo, na abordagem desse assunto junto ao educando, defendemos que primeiramente devemos trabalhar o entendimento dos conceitos aditivos para só depois falarmos das técnicas, e para o entendimento desses conceitos devemos desenvolver atividades contemplando os tópicos acima citados como veremos a seguir.

Tópico 01: Trabalhar a ideia aditiva como expressão da reunião de objetos: neste caso, temos que mostrar para o aluno quantos objetos temos ao todo.

Exemplo 01: Luciano tem 5 balas de morango numa mão e 3 balas de morango na outra. Quantas balas ele tem ao todo? (Essa situação está associada à ideia de reunião)

Figura 1.1.1: Ideia aditiva - reunião de objetos.



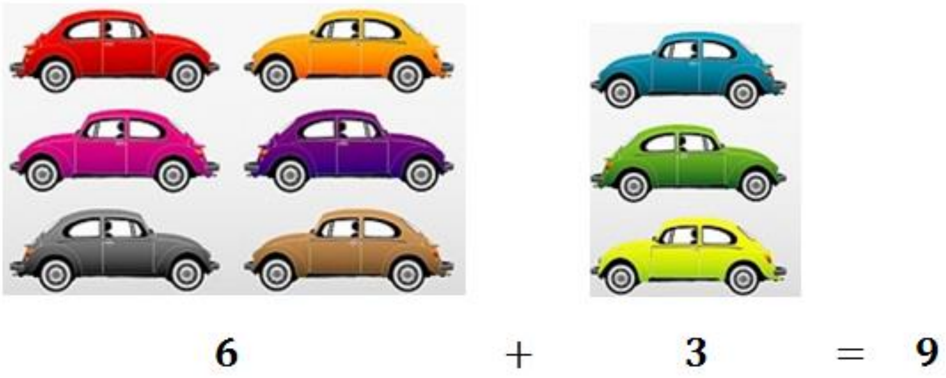
$$5 \quad + \quad 3 \quad = \quad 8$$

Fonte: Figura produzida para esta Dissertação

Tópico 02: Trabalhar a adição como uma transformação de estado: temos que mostrar para o discente o que temos antes e o que teremos depois da ação.

Exemplo 02: Luciano tinha 6 carrinhos e ganhou outros 3 de sua tia Mônica. Quantos carrinhos Luciano têm agora? (Essa situação esta associada a ideia de transformação um antes e outro depois de cada ação – ideia de acrescentar)

Figura 1.1.2: Ideia de transformação – o acrescentar



Fonte: Figura produzida para esta Dissertação

Tópico 03: Destacar diferenças nas representações dos problemas: devemos mostrar para o educando as diversas formas que podemos apresentar as situações problemas ora pedindo para determina o valor final, ora o valor inicial e ora o da transformação.

Exemplo 03: Luciano tinha 15 bolas de gude e ganhou 6 de sua tia. Quantas bolas ele tem agora?

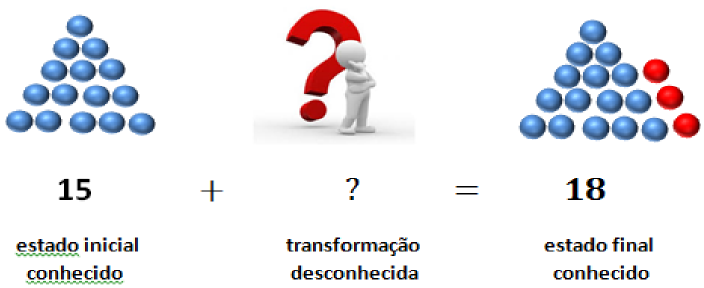
Figura 1.1.3: Diferenças na representação de problemas.

Fonte: Figura produzida para esta Dissertação

Exemplo 04: Luciano tinha 15 bolas de gude e ganhou algumas, ficando com 18. Quantas bolas ele ganhou?

Neste caso a pergunta a se fazer é: que número adicionado a 15 dá 18?

Figura 1.1.4: Diferenças na representação de problemas



Fonte: Figura produzida para esta Dissertação

Exemplo 05: Luciano tinha algumas bolas de gude e ganhou 3, ficando com 18. Quantas bolas ele tinha?

Neste caso a pergunta a se fazer é: que número devemos adicionar a 3 para obter 18?

Figura 1.1.5: Diferenças na representação de problemas.

Fonte: Figura produzida para esta Dissertação

Tópico 04: Identificar os verbos relacionados à ideia de somar

Exemplo 06: Joaquim quer ***acrescentar*** 3 novas figurinhas em seu álbum que já tem 12. Com quantas figurinhas ele ficará?

Exemplo 07: Maria tinha 5 bonecas e no seu aniversário ***ganhou*** 6. Com quantas bonecas ela ficou?

Nestas duas situações (Exemplos 06 e 07), utilizam-se os verbos *acrescentar* e *ganhar*, os quais nos dão a ideia de adição, mas além deles, temos outros como: *agregar, agrupar, aumentar, colecionar, colher, colocar, encher, reunir, somar e adicionar*.

Desenvolvendo essas atividades juntamente com os alunos, propondo novas atividades para oportunizar ao educando refletir sobre as regularidades associadas aos fatos da adição, entendemos que o primeiro passo foi dado, agora partiremos para o ensino das técnicas de cálculos da adição.

1.1.1 - Técnicas para efetuar as adições

Trataremos esse tópico ilustrando com os exemplos a seguir:

Exemplo 08: Em uma piscina havia 48 boias e outras 35 foram jogadas nela. Quantas boias há na piscina?

A situação envolve uma ação de acrescentar, então podemos fazer:

Reagrupando:

$$48 + 35 = 40 + 8 + 30 + 5 = 40 + 30 + 8 + 5 = 70 + 13 = 70 + 10 + 3 = 80 + 3 = 83$$

Entenda-se: as parcelas foram decompostas em unidades e dezenas exatas e trocadas de lugar. Depois foram somadas as dezenas com as dezenas e as unidades com as unidades. O 13 foi decomposto em 1 dezena e 3 unidades. Em seguida, as dezenas foram somadas com as dezenas.

Método convencional:

$$\begin{array}{l} 1 \\ 48 + \\ \underline{35} \\ 83 \end{array}$$

Entenda-se: quando somamos 8 unidades com 5 unidades, temos 13 unidades que representam 3 unidades e 1 dezena. Essa dezena vai para casa das dezenas, então, usamos a expressão “vai 1(um)”.

Exemplo 09: No estacionamento de um Shopping Center há 317 carros e 198 motos. Qual o total de veículos neste estacionamento?

A situação envolve uma ação de reunir, então podemos fazer:

Reagrupando: $317 + 198 = 315 + 2 + 198 = 315 + 200 = 515$

Entenda-se: neste caso fizemos a decomposição do número 317 da seguinte forma: 315 + 2. Em seguida, adicionamos 2 com 198, que resultou em 200. Então, torna-se fácil somarmos 315 com 200, totalizando 515.

Método convencional:

$$\begin{array}{r} {}^{11} \\ 317+ \\ \underline{198} \\ 515 \end{array}$$

Outras formas:

$$\begin{array}{l} 317 \quad + \\ \underline{198} \\ \;\;15 \rightarrow 7 \text{ unidades} + 8 \text{ unidades} \\ 100 \rightarrow 1 \text{ dezena} + 9 \text{ dezenas} \\ \underline{400} \rightarrow 3 \text{ centenas} + 1 \text{ centena} \\ 515 \end{array}$$

Entenda-se: nesta maneira de resolver, somamos as unidades 8 + 7 = 15 unidades. Em seguida, somamos as dezenas 1 + 9 = 10 dezenas e essas dezenas representamos em unidades que equivalem a 100 unidades. Da mesma forma, fizemos com as centenas 3 + 1 = 4 centenas, que são iguais a 400 unidades. Então, temos que todas as somas foram desagrupadas em unidades. Assim, somando todas as unidades temos 515 unidades.

$$\begin{array}{l} 317 \rightarrow 300 \;+\; 10 \;+\; 7 \\ \underline{198 \rightarrow 100 \;+\; 90 \;+\; 8} \\ \qquad\;\; 400 \;+ 100 \;+\; 15 \end{array}$$

$$400 + 100 + 10 + 5$$

$$515$$

Entenda-se: nesta forma, as parcelas foram decompostas em unidades e adicionadas considerando-se a posição ocupada pelos algarismos. Para determinar o total, algumas somas foram decompostas de modo a facilitar os cálculos, isto é, $317 = 300 + 10 + 7$, $198 = 100 + 90 + 8$. Em seguida, foi aplicada a propriedade associativa da adição, juntando unidades com unidades, dezenas com dezenas e centenas com centenas.

Exemplo 10: Mário é colecionador de figurinhas ele tinha 3 715 e ganhou de sua prima 1 425. Com quantas figurinhas ele ficou?

A situação envolve uma ação de acrescentar, então podemos fazer:

Reagrupando:

$3715 + 1425 = 3700 + 15 + 1400 + 25 = 3700 + 1300 + 100 + 15 + 25 = 5140$

Método convencional:

$$\begin{array}{r} {}^{1}\ \ {}^{1}\ \ \ \ \ \ \\ 3\,7\,1\,5 + \\ \underline{1\,4\,2\,5}\ \ \ \\ 5\,1\,4\,0\ \ \ \end{array}$$

Outras formas: $3715 \ +$

$\underline{1425}$

$10 \rightarrow$ 5 unidades + 5 unidades

$30 \rightarrow$ 1 dezena + 2 dezenas

$1100 \rightarrow$ 7 centenas + 4 centenas

$\underline{4000} \rightarrow$ 3 unidades de milhar + 1 unidade de milhar

5140

$$\begin{array}{l} 3715 \rightarrow 3000 + 700 + 10 + 5 \\ \underline{1425 \rightarrow 1000 + 400 + 20 + 5} \\ \qquad\quad 4000 + 1100 + 30 + 10 \end{array}$$

$4000 + 1000 + 100 + 30 + 10$

$5000 + 100 + 40$

5140

Exemplo 11: Em uma bandeja estão 48 brigadeiros e 35 casadinhos. Ao todo, quantos doces estão na bandeja?

A situação envolve uma ação de reunir, então podemos fazer:

Reagrupando: $48 + 35 = 48 + 2 + 33 = 50 + 33 = 83$

Método convencional:

$$\begin{array}{l} 1 \\ 48 + \\ \underline{35} \\ 83 \end{array}$$

Outra forma:

$$\begin{array}{l} 48 + \\ \underline{35} \\ 13 \rightarrow 8 \text{ unidades} + 5 \text{ unidades} \\ \underline{70\ } \rightarrow 4 \text{ dezenas} + \ 3 \text{ dezenas} \\ 83 \end{array}$$

1.2 – Subtração

Ao falarmos de subtração, é necessário abordar o seu entendimento não somente com a noção que subtrair significa "*tirar*", é impreterível também, abordarmos outros dois aspectos que são o de *"completar"* e o de *"comparar pela diferença"*.

Dentre os muitos desafios em se ensinar as operações básicas e em particular a subtração, um preponderante reside no fato do aluno ter que compreender essas ideias de modo consistente, para isso, torna-se necessário expor o educando às diversas formas subtrativas evidenciando em cada uma delas que conceito ou procedimento subtrativo está sendo abordado, pois segundo Bigode e Frant (2011), muitas vezes é trabalhado apenas a situação de *"tirar"* em detrimento dos outros aspectos da subtração. Outro ponto interessante a ser abordado é que para se ter sucesso no ensino da subtração é preciso que a criança domine a estrutura do Sistema de Numeração Decimal assim como a adição.

Assim como na adição, ao preparar a sequência didática das atividades de subtração temos que levar em conta que o desenvolvimento do aluno se dá de forma gradual, então temos que apresentar situações problemas com níveis distintos de dificuldade. Assim, os educandos estarão aptos a enfrentar novas situações. Pensando nisso, elaboramos uma linha de abordagem da operação subtração que vem antes mesmo de se mostrar as técnicas e algoritmos para resolvê-la, pois nesse momento, nosso real interesse é que o aluno possa compreender o que significa subtrair.

O que estamos propondo vem na contramão do que vemos na maioria das escolas, que começam pela técnica da subtração para só depois pensar em trabalhar o seu significado. É importante ressaltar que nesse primeiro instante devemos trabalhar com exemplos em que os valores utilizados possibilitem até o cálculo mental, pois não estamos interessados, nesse momento, em aprofundar o estudo da técnica em resolver uma subtração e sim no entendimento de quando e como usar essa operação.

Dessa forma, listamos as etapas da linha de abordagem seguindo a ordem abaixo:

- Mostre a relação entre adição e subtração
- Trabalhe a ideia de verbos relacionados à ideia de subtrair
- Trabalhe com as três ideias da subtração
- Explore as situações-problemas variando os enunciados.

Assim, vamos exemplificar como se trabalhar cada uma dessas etapas:

Tópico 01: Mostre a relação entre adição e subtração: proponha um problema como o seguinte

Enunciado:

- Márcio e Aline colecionam figurinhas. Marcio tem 12 figurinhas, e Aline, 8.

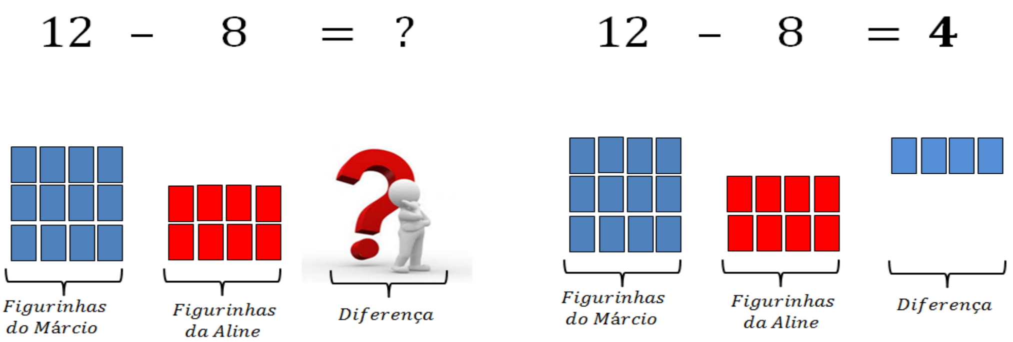
Possíveis questionamentos:

- Quantas figurinhas Márcio tem a mais que Aline?
- Quantas figurinhas Aline tem a menos que Márcio?
- Quantas figurinhas Aline teria que ganhar para ficar com o mesmo número de figurinhas de Márcio?

É possível que na primeira forma de perguntar (*Quantas figurinhas Márcio tem a mais que Aline?)* por se ter usado a palavra ***mais***, o aluno pense que a operação a ser realizada seja 8+5. Então, já se pode trabalhar o entendimento do que realmente está se querendo, substituindo a primeira pergunta pela segunda e mostrando à criança que o sentido é o mesmo.

Primeiramente temos:

Figura 1.2.1: Relação entre adição e subtração.

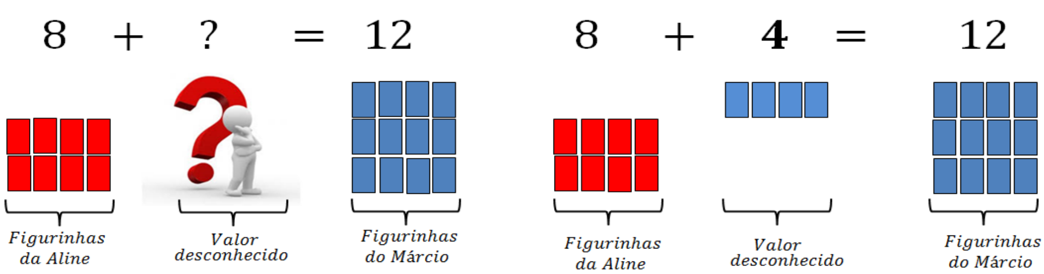


Fonte: Figura produzida para esta Dissertação

Aproveitando esse problema, também podemos fazer a seguinte pergunta:

- Quantas figurinhas devemos adicionar a 8 para chegar em 12?

Figura 1.2.2: Relação entre adição e subtração



Fonte: Figura produzida para esta Dissertação Dissertação

O esquema mostra que algumas situações-problemas da subtração podem ser resolvidas por adição. Então, mostramos para o educando que a subtração é a operação inversa à adição.

Tópico 02: Trabalhe a ideia de verbos relacionados ao termo subtrair

Exemplo 04: -Dona Maria tinha 9 canecas. Durante uma festa em sua casa, 4 se **quebraram**. Quantas canecas restaram?

-Bruna tinha 12 bonecas e **perdeu** 7. Com quantas bonecas ela ficou?

Nestas duas situações-problema, apareceram os verbos **quebrar** e **perder**, que nos dão a ideia de subtração, mas além deles temos outros verbos como: cortar, dar, diminuir, excluir, reduzir retirar, separar e subtrair, desenvolvendo essas atividades e incentivando o educando a esquematizar as suas soluções para uma melhor compreensão das regularidades da subtração.

Tópico 03: Trabalhe com as três situações da subtração.

- Ideia de RETIRAR:

Enunciado: Dona Maria comprou uma dezena de ovos e usou quatro para fazer uma sobremesa.

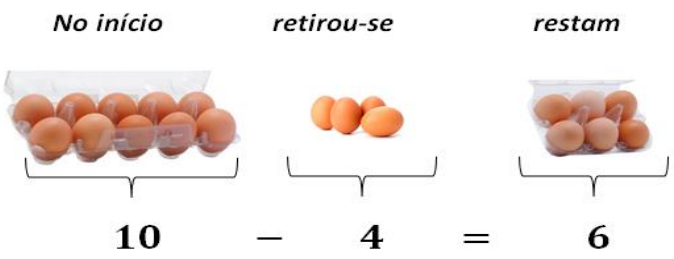
Possível questionamento: Quantos ovos restaram?

Na situação-problema sugerida, temos que Dona Maria possui, no início, 10 ovos e vai usar 4 para fazer a sobremesa, ou seja, dos 10 ovos ela vai precisar **retirar** 4 para fazer a sobremesa.

Esta situação nos dá a ideia de **retirar**, ou seja, subtrair 4 de 12 que é o mesmo de retirar 4 de 12.

Logo, observe:

Figura 1.2.3: Ideias da subtração.



Fonte: Figura produzida para esta Dissertação

- Ideia de COMPLETAR:

Enunciado: Paulo tem R$ 25,00 para comprar uma bola que custa R$ 30,00. De quantos reais ele precisa para comprar a bola?

Este exemplo nos dá a ideia de **completar**. Quanto falta em 25 para chegar em 30. E ele pode ser resolvido tanto pela adição, quanto pela subtração. Essas ideias têm que ser trabalhadas com os alunos.

Podemos fazer:

Figura 1.2.4: Ideias da subtração: completar.

25 + ? = 30

Fonte: Figura produzida para esta Dissertação

Então, concluímos que:

Figura 1.2.5: Ideias da subtração: completar

25 + 5 = 30

Fonte: Figura produzida para esta Dissertação

Ou a operação inversa:

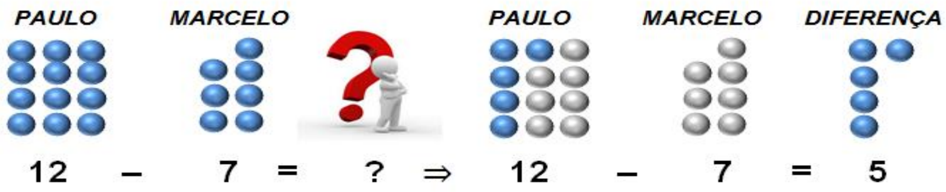
$$30 - 25 = ? \qquad 30 - 25 = \mathbf{5}$$

- Ideia de COMPARAR:

Enunciado: Paulo tem 12 bolas de gude e Marcelo tem 7. Quantas bolinhas de gude Paulo tem a mais do que Marcelo?

Este problema nos dá a ideia de comparar, ou seja, verificar a diferença entre as quantidades. Temos que mostrar para o educando que esse tipo de situação se resolve por uma subtração.

Figura 1.2.6: Ideias da subtração: comparar



Fonte: Figura produzida para esta Dissertação

Tópico 04: Explore as situações-problemas variando os enunciados.

Exemplo 01: Rui tinha 10 balas de chocolate e deu 4. Quantas balas de chocolates ele tem agora?

10	–	4	=	?
estado inicial conhecido		transformação conhecida		estado final desconhecido

Exemplo 02: Rui tinha 10 borrachas e deu algumas e agora tem 6. Quantas borrachas ele deu?

10	–	?	=	6
estado inicial conhecido		transformação desconhecida		estado final conhecido

Neste caso a pergunta a se fazer é: Que número devemos adicionar a 6 para obter 10? (operação inversa)

Exemplo 03: Rui possui algumas borrachas, deu 4 e ficou com 6. Quantas borrachas ele possuía antes?

?	–	4	=	6
estado inicial desconhecido		transformação conhecida		estado final conhecido

Neste caso a pergunta a se fazer é: Qual é o numero que, subtraindo 4, resulta em 6?

1.3 – Multiplicação

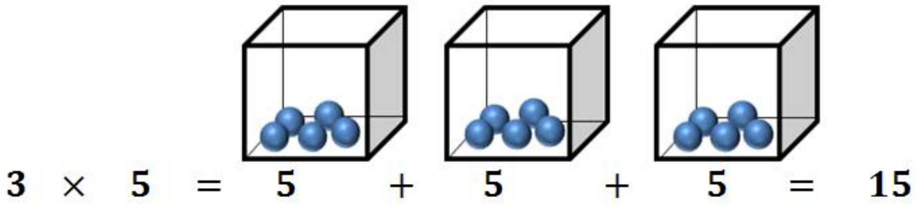
Quando se fala em multiplicação a primeira ideia que parece surgir é a de somar parcelas iguais. Contudo, é necessário que o entendimento dessa operação não fique restrito apenas a esse aspecto, mas também ao raciocínio combinatório. A análise da multiplicação sob esses dois aspectos é de suma importância para a compreensão da operação.

Mesmo sob o enfoque da multiplicação como a soma de parcelas iguais se faz necessário o seu entendimento do que significa, como por exemplo, quando propomos a uma criança os seguintes problemas:

Exemplo 01: Temos 3 caixas e em cada caixa colocamos 5 bolinhas. Quantas bolinhas teremos no final?

Podemos dizer que nessa atividade temos:

Figura 1.3.1: Multiplicação: exemplo 01.

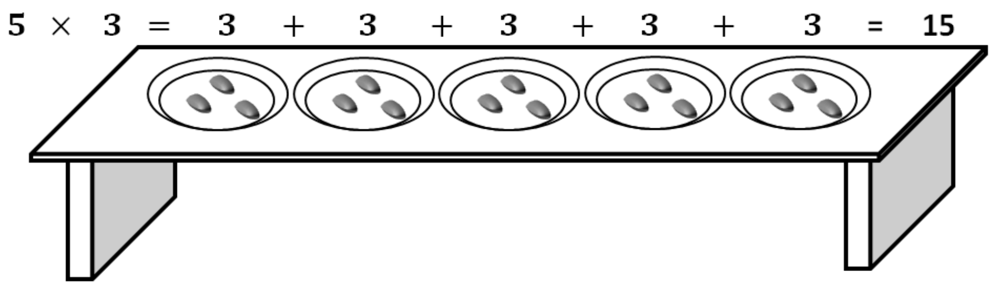


Fonte: Figura produzida para esta Dissertação

Exemplo 02: Em uma mesa há 5 pratos e em cada prato, 3 docinhos. Quantos docinhos estão sobre a mesa?

Nessa, temos:

Figura 1.3.2: Multiplicação: exemplo 02



Fonte: Figura produzida para esta Dissertação

Notamos que nos dois problemas as respostas obtidas são as mesmas, entretanto, os significados das operações são distintos. Por mais que seja válida a comutatividade da multiplicação, é necessário, no primeiro momento, que a criança entenda cada caso, ou seja, por mais que a ordem dos fatores não altere o produto, mas é relevante perceber que altera a lógica do problema de forma contundente, se a multiplicação de números naturais pode ser representada como a soma de parcelas iguais, ela terá que perceber a que adição refere-se cada caso. Segundo Bigode e Frant (2011), temos que “Assim como na adição, na multiplicação o produto é o mesmo independentemente da ordem dos fatores, ou seja, $3 \times 4 = 4 \times 3$. Entretanto, na multiplicação há diferença de significado em determinada situações”

Antes de ensinar qualquer método ou algoritmo para se calcular a multiplicação de dois números é necessário que o aluno entenda as propriedades comutativa, associativa e distributiva, pois sempre estaremos usando uma delas ou mais, além disso, é necessário também preparar o aluno para que possa explorar as ideias e representações do conhecimento multiplicativo em diversos contextos, para que assim assuma uma postura de protagonista na elaboração de caminhos para solucionar problemas com diferentes níveis de raciocínio. Nunca é demais ressaltar que é imprescindível respeitar o nível cognitivo do educando, levando-se sempre em conta o seu conhecimento prévio e priorizando a resolução de problemas que estejam dentro do seu universo.

3.3.1 – Dividindo o ensino de multiplicação em etapas

Considerando o que foi exposto anteriormente, vamos dividir o estudo em três etapas: o estudo da tabuada; a efetuação de uma multiplicação (algoritmo) e a resolução de problemas.

1ª etapa: Estudo da tabuada

O estudo da tabuada, até hoje, está intrinsecamente ligado ao ato de decorar, pois foi assim cobrado desde o início do século XX. Quantas vezes ouvimos os mais velhos ou até mesmo pessoas de nossa geração dizerem “na minha época decorava-se tabuada e todo mundo sabia perfeitamente”, será que isso é verdade?

Pense um pouco nas pessoas que você conhece, elas realmente sabem decorada toda a tabuada? ou invariavelmente, usam uma calculadora para efetuar cálculos aparentemente simples. É bem provável que os problemas de aprendizagem que serão apresentados nesse tópico venham se arrastando há muitos anos. Ora, se você domina esse assunto, é porque esse método lhe serviu, entretanto não o torna uma regra infalível. Agora pense, o seu aluno sabe o número do celular dos seus pais? Eles conhecem sequências de comandos dos jogos de vídeo game que os permitem passar de uma fase do jogo? Provavelmente as respostas serão positivas e é simples o motivo, eles usam constantemente esses números ou comandos, por isso memorizam.

Veja, há diferença entre decorar e memorizar, logo, entendemos que a tabuada poderá ser aprendida simplesmente com a sua utilização. Assim, segundo Smole e Muniz (2013), temos:

> No que diz respeito à tabuada, duas posições se apresentam de forma antagônica: a primeira defende que é preciso decorar a tabuada a qualquer preço e a segunda é totalmente contra isso. Nós acreditamos que decorar a tabuada não deve ser o objeto central de atenção no momento de estudar a multiplicação, porém a compreensão da tabuada faz parte do conjunto de conhecimentos que o aluno precisa adquirir e o importante é que ela seja construída por ele. (SMOLE E MUNIZ, 2013)

Dessa forma, propomos a construção de uma tabuada através de uma tabela de dupla entrada (também chamada de *Tábua de Pitágoras*) como veremos logo abaixo, ela será usada nos primeiros momentos pelos alunos até que pela utilização constante desse recurso acabem memorizando. Essa ruptura na forma de pensar como se aprender a tabuada, ainda hoje provoca resistência entre os professores, entretanto, ratificando o que foi dito, temos que, nas palavras de Smole e Muniz:

> À medida que a criança realizar as atividades sobre multiplicação, ela vai, automaticamente, aprendendo alguns resultados sem precisar olhar na tabela e perceberá que isso lhe proporcionará maior agilidade nos cálculos escritos e mentais. (SMOLE E MUNIZ, 2013)

Sugerimos que, ao invés de apresentarmos aos alunos a tabela pronta, é importante que ela seja construída junto com eles. É necessário que o aluno compreenda que a célula da tabela referente ao cruzamento de uma linha com uma coluna será igual ao produto encontrado pelo número da linha e pelo número da coluna.

No preenchimento da tabela poderíamos sugerir assim: a primeira linha é preenchida pela sequência 1, 2 ,3, ..., 9 e 10; a segunda linha será o dobro dos números 1, 2, 3, ..., 9 e 10; a terceira linha será constituída do triplo de 1, 2, 3, ..., 9 e 10; a quarta linha será o dobro da segunda e assim por diante, o professor vai sugerindo junto com os alunos regularidades que consigam preencher a tabela.

Figura 1.3.1.1: Tábua de Pitágoras.

×	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
2	2	4	6	8	10	12	14	12	18	20
3	3	6	9	12	15	18	21	24	27	30
4	4	8	12	16	20	24	28	32	36	40
5	5	10	15	20	25	30	35	40	45	50
6	6	12	18	24	30	36	42	48	54	60
7	7	14	21	28	35	42	49	56	63	70
8	8	16	24	32	40	48	56	64	72	80
9	9	18	27	36	45	54	63	72	81	90
10	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100

Fonte: Bigode e Frant (2011)

Imaginamos que nas séries iniciais, quando o aluno começa a se familiarizar com a operação da multiplicação, devemos utilizar uma tabela com as multiplicações de 1 até 5 e só depois expandir para 10.

Com a tabela de multiplicação de dupla entrada você pode trabalhar com seus alunos as propriedades da multiplicação como:

Propriedade Comutativa

Peça aos seus alunos que verifiquem o valor obtido na multiplicação do número 5 da linha (horizontal) com o número 4 da coluna (vertical)

Figura 1.3.1.2. Tábua de Pitágoras: propriedade comutativa.

×	1	2	3	4	5
1	1	2	3	4	5
2	2	4	6	8	10
3	3	6	9	12	15
4	4	8	12	16	20
5	5	10	15	20	25

Fonte: Bigode e Frant (2011)

Agora, faça o contrário, verifique o valor obtido na multiplicação do número 4 da linha (horizontal) com o número 5 da coluna (vertical).

Figura 1.3.1.3. Tábua de Pitágoras: propriedade comutativa

×	1	2	3	4	5
1	1	2	3	4	5
2	2	4	6	8	10
3	3	6	9	12	15
4	4	8	12	16	20
5	5	10	15	20	25

Fonte: Bigode e Frant (2011)

Após as duas etapas realizadas pergunte a classe o que eles observaram.

$$5 \times 4 = 20$$

$$4 \times 5 = 20$$

Faça outras operações até que eles realmente entendam a propriedade comutativa.

Propriedade Associativa

Escolha dois números na tabela de tal sorte que o produto entre eles não ultrapasse 10 unidades, por exemplo, linha 3 e coluna 2.

Figura 1.3.1.4. Tábua de Pitágoras: propriedade associativa.

×	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
2	2	4	6	8	10	12	14	12	18	20
3	3	6	9	12	15	18	21	24	27	30
4	4	8	12	16	20	24	28	32	36	40
5	5	10	15	20	25	30	35	40	45	50
6	6	12	18	24	30	36	42	48	54	60
7	7	14	21	28	35	42	49	56	63	70
8	8	16	24	32	40	48	56	64	72	80
9	9	18	27	36	45	54	63	72	81	90
10	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100

Fonte: Bigode e Frant (2011)

Agora localize a linha referente ao resultado obtido anteriormente $(3 \times 2 = 6)$ e multiplique por 4 (na coluna).

Figura 1.3.1.5 Tábua de Pitágoras: propriedade associativa

×	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
2	2	4	6	8	10	12	14	12	18	20
3	3	6	9	12	15	18	21	24	27	30
4	4	8	12	16	20	24	28	32	36	40
5	5	10	15	20	25	30	35	40	45	50
6	6	12	18	24	30	36	42	48	54	60
7	7	14	21	28	35	42	49	56	63	70
8	8	16	24	32	40	48	56	64	72	80
9	9	18	27	36	45	54	63	72	81	90
10	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100

Fonte: Bigode e Frant (2011)

Logo temos: $(3 \times 2) \times 4 = 24$

Agora faça 2×4, na tabela será 2 (na linha) com 4 (na coluna).

Figura 1.3.1.6. Tábua de Pitágoras: propriedade associativa

×	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
2	2	4	6	8	10	12	14	12	18	20
3	3	6	9	12	15	18	21	24	27	30
4	4	8	12	16	20	24	28	32	36	40
5	5	10	15	20	25	30	35	40	45	50
6	6	12	18	24	30	36	42	48	54	60
7	7	14	21	28	35	42	49	56	63	70
8	8	16	24	32	40	48	56	64	72	80
9	9	18	27	36	45	54	63	72	81	90
10	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100

Fonte: Bigode e Frant (2011)

Agora multiplique 3 (na linha)pelo produto obtido anteriormente $(2 \times 4 = 8,$ localize a coluna referente ao resultado).

Figura 1.3.1.7. Tábua de Pitágoras: propriedade associativa

×	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
2	2	4	6	8	10	12	14	12	18	20
3	3	6	9	12	15	18	21	24	27	30
4	4	8	12	16	20	24	28	32	36	40
5	5	10	15	20	25	30	35	40	45	50
6	6	12	18	24	30	36	42	48	54	60
7	7	14	21	28	35	42	49	56	63	70
8	8	16	24	32	40	48	56	64	72	80
9	9	18	27	36	45	54	63	72	81	90
10	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100

Fonte: Bigode e Frant (2011)

Então teremos: $3 \times (2 \times 4) = 24$

Estimule o aluno perceber que : $\begin{cases}(3 \times 2) \times 4 = 24 \\ 3 \times (2 \times 4) = 24\end{cases} \Rightarrow (3 \times 2) \times 4 = 3 \times (2 \times 4)$

Refaça esse procedimento com outros valores tomando sempre o cuidado para que os produtos parciais sejam sempre menor do que ou igual a 10.

Propriedade Distributiva

Escolha um número para linha e dois outros para coluna tomando o cuidado para que a soma dos valores da coluna não ultrapassem 10 unidades. Como exemplo pegaremos 5 na linha e 2 e 4 nas colunas.

Figura 1.3.1.8. Tábua de Pitágoras: propriedade distributiva

×	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
2	2	4	6	8	10	12	14	12	18	20
3	3	6	9	12	15	18	21	24	27	30
4	4	8	12	16	20	24	28	32	36	40
5	5	10	15	20	25	30	35	40	45	50
6	6	12	18	24	30	36	42	48	54	60
7	7	14	21	28	35	42	49	56	63	70
8	8	16	24	32	40	48	56	64	72	80
9	9	18	27	36	45	54	63	72	81	90
10	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100

Fonte: Bigode e Frant (2011)

Assim teremos: $\begin{cases} 5 \times 2 = 10 \\ 5 \times 4 = 20 \end{cases}$

Some os valores obtidos: $5 \times 2 + 5 \times 4 = 10 + 20 = 30$

Agora faça 5 na linha com 6 na coluna.

Figura 1.3.1.9. Tábua de Pitágoras: propriedade distributiva

×	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
2	2	4	6	8	10	12	14	12	18	20
3	3	6	9	12	15	18	21	24	27	30
4	4	8	12	16	20	24	28	32	36	40
5	5	10	15	20	25	30	35	40	45	50
6	6	12	18	24	30	36	42	48	54	60
7	7	14	21	28	35	42	49	56	63	70
8	8	16	24	32	40	48	56	64	72	80
9	9	18	27	36	45	54	63	72	81	90
10	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100

Fonte: Bigode e Frant (2011)

- Consequentemente vai encontrar $5 \times 6 = 30$

Favoreça os alunos que percebam que:

$$5 \times 6 = 5 \times (2 + 4) = 5 \times 2 + 5 \times 4$$

Faça outras simulações para solidificar essa propriedade.

2ª etapa: Métodos de efetuar uma multiplicação.

Nessa etapa vamos resolver dois exemplos de multiplicação de números naturais (45×3 e 984×72) para mostrar as diversas maneiras de se multiplicar dois números naturais.

Exemplo 01

1ª forma: Uso da propriedade distributiva

$$45 \times 3 = \underbrace{(40 + 5) \times 3}_{\text{Propriedade Distributiva}} = 120 + 15 = 135$$

Exemplo 02

1ª forma: Uso da propriedade distributiva

$$984 \times 72 = \underbrace{(900 + 80 + 4) \times (70 + 2)}_{\text{Propriedade distributiva}}$$

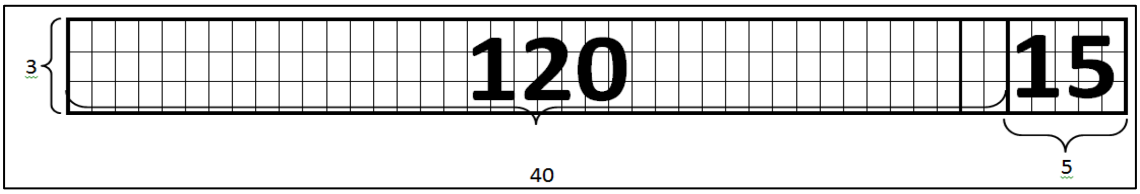
$$984 \times 72 = 63.000 + 5.600 + 280 + 1.800 + 160 + 8 = 70.848$$

Ou então

$$984 \times 72 = \underbrace{(984) \times (70 + 2)}_{\text{Propriedade distributiva}} = 68.880 + 1.968 = 70.848$$

2ª forma: Uso da malha quadriculada

Figura 1.3.1.10. Uso da malha quadriculada



Fonte: Bigode e Frant (2011)

Logo: $45 \times 3 = 120 + 15 = 135$

Ressalta-se que o uso da malha quadriculada para números muito grandes é algo que se torna inviável, por isso não faremos dessa forma o produto 984×72.

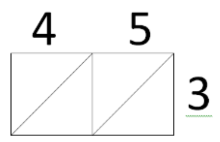
3ª forma: Geloisa ou método da grade

Geloisa ou método da grade é outra forma de multiplicar números naturais que, segundo Eves(2004), foi criado na Índia por volta dos séculos X e XI e foi propagado para Europa Ocidental pelos Árabes, esse método foi bastante apreciado pelos autores de aritméticas do século XV e consistia em criar um diagrama em grade, onde cada quadrado era repartido por uma diagonal.

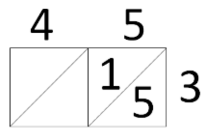
Para criar essa grade, primeiro organiza-se uma malha quadriculada, cujo número de quadrinhos das linhas e das colunas depende da quantidade de algarismos que compõem os números que se quer multiplicar, após isso deve-se traçar a diagonal, que vai do vértice superior direito de cada quadrado até o seu vértice inferior esquerdo. Nos exemplos a seguir, mostramos cada etapa do cálculo por esse método.

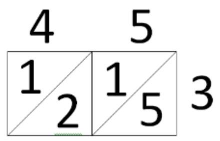
Exemplo 01:

Escrevemos os dois fatores na grade:

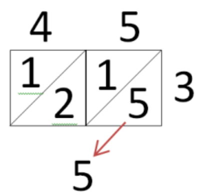


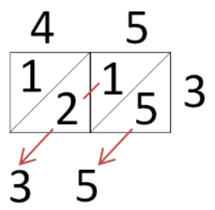
Agora, vamos multiplicando os algarismos dos fatores, dois a dois e vamos registrando os resultados na grade:

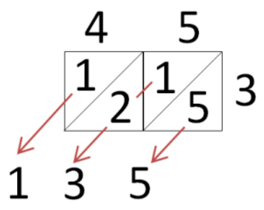




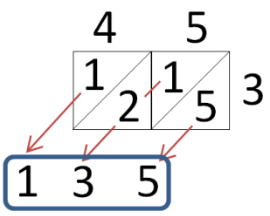
Após todas as multiplicações parciais vamos somar os algarismos de cada diagonal começando pela diagonal da direita:





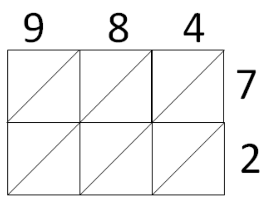


Então, chegamos ao resultado:

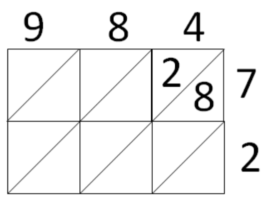


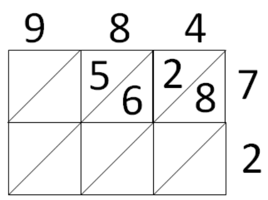
Exemplo 02:

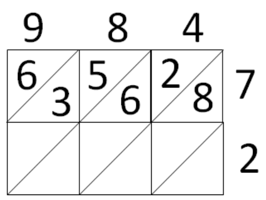
Escrevemos os dois fatores na grade:

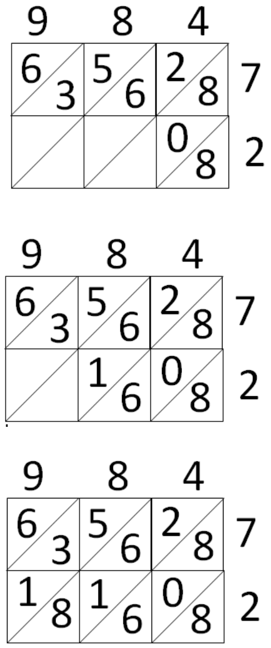


Agora, vamos multiplicando os algarismos dos fatores, dois a dois e vamos registrando os resultados na grade:

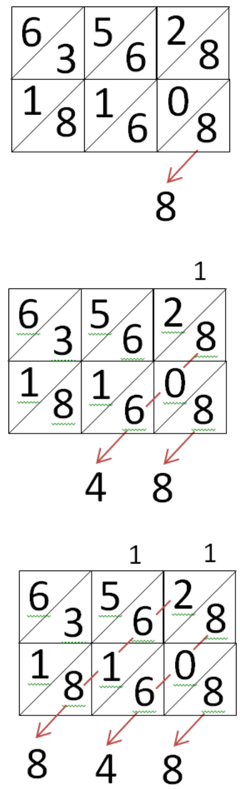


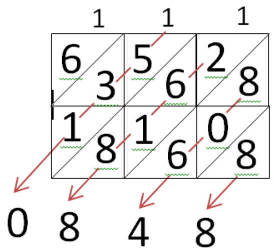


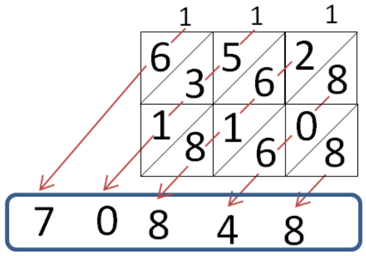




Após todas as multiplicações parciais vamos somar os algarismos de cada diagonal começando pela diagonal da direita:







É também bastante interessante sugerir aos alunos que resolvam multiplicações onde apresentem dígitos escondidos. Veja:

Na multiplicação abaixo qual deve ser o valor do algarismo representado por $\square$.

$$\begin{array}{r} 4\square \quad \text{x} \\ \underline{\quad 4} \\ 192 \end{array}$$

Os produtos entre dois números de um algarismo onde um é o 4 e produto tem no algarismo das unidades o valor 2 é $4 \times 3 = 12$ ou $4 \times 8 = 32$, logo o valor do algarismo $\square$ só pode ser 3 ou 8. Logo só falta experimentar as duas possibilidades e verificar qual delas é a correta.

$$\begin{array}{l} 1 \\ 4\,3 \;\; \times \\ \underline{\quad 4 \quad\;\;} \\ 172 \end{array} \qquad\qquad \begin{array}{l} 3 \\ 4\,8 \;\; \times \\ \underline{\quad 4 \quad\;\;} \\ 192 \end{array}$$

Então, conclui-se que o algarismo procurado vale 8.

3ª etapa: Resolução de problemas

Na resolução de problemas é importante que o professor habilite o aluno a compreender os dois tipos de problemas multiplicativos: os que envolvem repetições sucessivas e os que envolvem raciocínio combinatório. Vamos analisar dois problemas propostos.

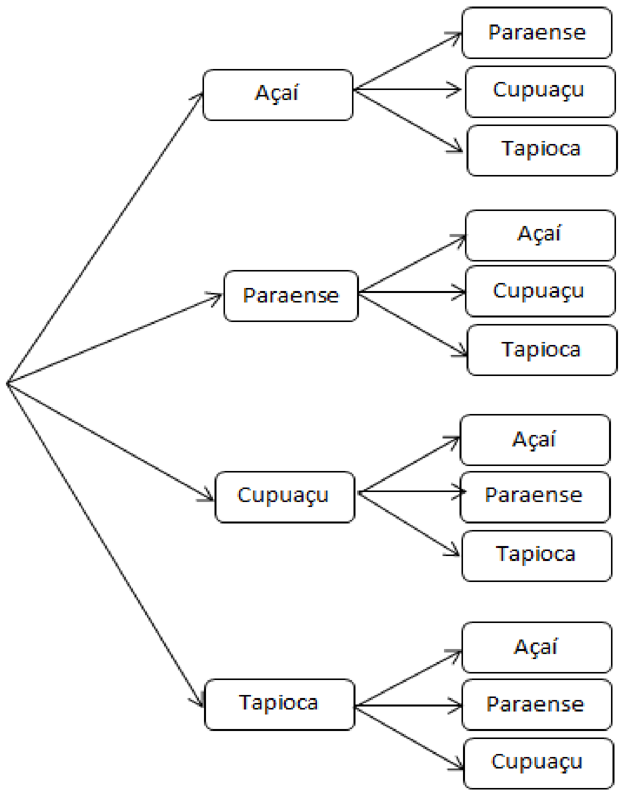
1º Problema: Para promover a venda de uma televisão, o cartaz anuncia: A prazo: 4 vezes de R$125,00. Quanto pagará pela compra da televisão?

$$4\ vezes\ de\ 125\ reais = 4 \times 125 = 125 + 125 + 125 + 125 = 500\ reais$$

Nesse exemplo temos um problema que envolve as repetições sucessivas.

2º Problema: Vinícius e Mariana gostam muito de sorvete. A sorveteria que eles frequentam oferece quatro sabores de sorvete: **Açaí, Paraense, Cupuaçu e Tapioca.** Quantas maneiras possíveis podemos montar um sorvete com 2 bolas de sabores diferentes, levando-se em conta a posição delas?

Figura 1.3.1.11. Resolução do problema



Fonte: Figura produzida para esta Dissertação

Nesse exemplo temos um problema que envolve raciocínio combinatório e podemos solucioná-lo aplicando uma simples multiplicação, como:

$$\frac{4}{\mathbf{1^{a}\ op\c{c}\tilde{a}o}}\ \boldsymbol{x}\ \frac{3}{\mathbf{2^{a}op\c{c}\tilde{a}o}} \quad = \quad 12 \text{ maneiras}$$

1.4 – Divisão

Quando nos deparamos com o ensino da divisão entre números naturais, parece que estamos diante de duas situações, a real e a abstrata; isto é, na situação real propor a uma ou mais crianças que dividissem 20 figurinhas por 5 crianças, ou 30 bolas de gudes por 7 crianças, certamente elas iriam conseguir efetuar essas operações sabendo quantos objetos caberiam a cada uma delas e se haveria ou não objetos sobrando. Já a situação abstrata, seria simplesmente propor às mesmas crianças que fizessem as seguintes operações 20 : 5 e 30 : 7, e não perceberíamos a mesma desenvoltura em resolver essas operações como antes.

Segundo Pires (2012; p 150), isso ocorre pois tantos os professores como os alunos relatam que o algoritmo da divisão apresenta dificuldades no seu aprendizado e dentre os motivos para essas dificuldades apontam a memorização da tabuada, a compreensão do algoritmo e a dificuldade em fazer estimativas e validar os resultados obtidos.

Para Ramos (2009, p.139), vale afirmar que o sucesso no aprendizado do aluno no estudo da divisão deve-se também ao domínio das operações da adição, subtração e multiplicação. Esses cálculos são todos pré-requisitos para a divisão. E sugerido por ela também que se inicie a divisão com situações reais utilizando o processo estimativo.

Técnicas para efetuar as divisões

Para Ramos (2009) teremos três processos para resolver uma divisão. São eles: divisão por estimativa (processo americano), processo longo e processo curto (algoritmo da divisão). Trataremos esses tópicos com os exemplos a seguir:

Exemplo 01: 16 balas devem ser distribuídas igualmente entre 5 crianças. Quantas balas cada criança receberá? Sobrarão balas?

Neste exemplo exploraremos somente o processo da estimativa (americano)

16	5
- 5	1
11	1
- 5	1
6	3
- 5	
1	

Como 1 x 5 = 5 e 5 é menor 16, registro 1 no quociente. Realizo a subtração entre 16 e 5, obtendo 11.

5 é menor 11; então, registro novamente 1 no quociente. Realizo a subtração entre 11 e 5, obtendo 6.

5 é menor 6; então, registro novamente 1 no quociente. Realizo a subtração entre 6 e 5 , obtendo 1.

O quociente é 1 + 1 + 1 = 3, e o resto é 1.

Exemplo 02: João deseja repartir igualmente R$ 628,00 para seus três filhos. Quanto cada receberá? Observe o esquema a seguir:

	200		10		2	
636	200	36	10	6	2	0
	200		10		2	

Entenda-se: decompondo 636, temos 600 + 30 + 6. Então, dividimos primeiramente as centenas. Cada um recebeu duas centenas, ou seja, 200 unidades; em seguida, recebeu as dezenas - notamos que cada um recebeu uma dezena, isso significa 10 unidades - e, distribuímos as unidades que couberam a cada um: 2 unidades. Isso resulta em 200 + 10 + 2 = 212. Então, cada filho de João recebeu R$ 212,00.

Isso pode ser feito assim, usando a decomposição: $(600 + 30 + 6) : 3 = 200 + 10 + 2 = 212$.

A seguir temos, respectivamente, o processo americano, processo longo e o processo curto.

636	3
-300	100
336	100
-300	10
36	2
-30	212
6	
-6	
0	

Como 100 x 3 = 300 e 300 é menor que 636, registro 100 no quociente. Realizo a subtração entre 636 e 300, obtendo 336.

300 é menor que 336; então, registro novamente 100 no quociente. Realizo a subtração entre 336 e 300, obtendo 36.

Como 10 x 3 = 30 e 30 é menor que 36. Registro 10 no quociente. Realizo a subtração entre 36 e 30, obtendo 6.

Como 2 x 3 = 6; registro 2 no quociente. Realizo a subtração ente 6 e 6, obtendo 0.

O quociente é 100 + 100 + 10 + 2 = 212, e o resto é 0.

Entenda-se que no quadro explicativo a seguir, os símbolos “C”, “D” e “U” representam, respectivamente, centenas, dezenas e unidades.

```
6 3 6 | 3
0 3   |------
  0 6 | 2 1 2
    0 |
```

Divido 6C em 3 partes iguais. O quociente é 2; 2C x 3 = 6C e 6C – 6C = 0 C. Registro 0 C embaixo de 6 C.

Escrevo 3D ao lado de 0C temos 3D. Dividindo 3D em 3 partes iguais. O quociente é 1D; 1D x3 = 3D e 3D – 3D = 0 D. Registro 0 D embaixo de 3 D.

Escrevo 6U ao lado de 0 D temos 6U. Dividindo 6U em 3 partes iguais. O quociente é 2U; 2U x3 = 6U e 6U – 6U = 0 U. Registro 0 U embaixo de 6U.

```
 6 3 6 | 3
-6     |------
------ | 2 1 2
 0 3   |
  -3   |
------ |
   0 6 |
    -6 |
------ |
     0 |
```

Divido 6C em 3 partes iguais. O quociente é 2; 2C x 3 = 6C. Registro na conta a subtração 6C – 6C = 0 C.

Escrevo 3D ao lado de 0C temos 3D. Dividindo 3D em 3 partes iguais. O quociente é 1D; 1D x 3 = 3D. Registro na conta a subtração 3D – 3D, obtendo 0 D.

Escrevo 6U ao lado de 0 D temos 6U. Dividindo 6U em 3 partes iguais. O quociente é 2U; 2U x 3 = 6U. Registro na conta a subtração 6U – 6U, obtendo 0 U.

Exemplo 03: André decidiu se desfazer de partes de sua coleção de figurinhas de jogadores de futebol, distribuindo igualmente 624 figurinhas para cada um dos seus três amigos. Quantas figurinhas cada um dos seus amigos irão receber?

Observe o quadro abaixo:

	200		0		8	
624	200	24	0	24	8	0
	200		0		8	

Entenda-se: decompondo 624 temos 600 + 20 + 4, dividimos primeiramente as centenas. Cada um recebeu duas centenas, ou seja, 200 unidades e em seguida, as dezenas. Neste caso, observamos que não há possibilidade de distribuir duas dezenas para três. Então, temos que nenhum dos três irá receber dezenas. Essas duas dezenas, juntando com as quatro unidades, totalizam 24 unidades, que divididas para os três amigos, darão 8 unidades para cada um. Isso resulta em 200 + 0 + 8 = 208. Então, cada amigo de André recebeu 208 figurinhas.

Pela decomposição temos: (600 + 24) : 3 = 200 + 8 = 208

A seguir mostraremos, respectivamente, o processo americano, processo longo e o processo curto.

```
 6 2 4 | 3
-6 0 0 |______
 0 2 4 | 2 0 0
  -2 4 |     8
_______|______
     0 | 2 0 8
```

200 x 3 = 600 e 600 é menor 624. Registro 200 no quociente. Realizo a subtração entre 624 e 600, obtendo 24.

8 x 3 = 24; registro no quociente 8. Realizo a subtração entre 24 e 24, obtendo 0.

O quociente é 200 + 8 = 208, e o resto é 0.

```
 6 2 4 | 3
-6     |______
 0 2   | 2 0 8
   0   |
   2 4 |
  -2 4 |
     0 |
```

Dividindo 6C em 3 partes iguais. O quociente é 2C; 2C x 3 = 6C e 6C – 6C = 0 C. Registro na conta a subtração 6C – 6C = 0 C.

Escrevendo 2D ao lado de 0 C temos 2D. Não é possível dividir 2D em 3 partes iguais. Então fica 0 D no quociente, e escrevo 4U ao lado de 2D.

2D = 20U e 20U + 4U = 24U. Divido 24U em 3 partes iguais. O quociente é 8U; 8U x 3 = 24U. Registro na conta 24U – 24U = 0 U.

```
 6 2 4 | 3
 0 2   |______
   2 4 | 2 0 8
     0 |
```

Dividindo 6C em 3 partes iguais. O quociente é 2C; 2C x 3 = 6C e 6C – 6C = 0 C. Registro 0 C embaixo de 6C.

Escrevendo 2D ao lado de 0 C temos 2D. Não é possível dividir 2D em 3 partes iguais. Então fica 0 D no quociente, e escrevo 4U ao lado de 2D.

2D = 20U e 20U + 4U = 24U. Divido 24U em 3 partes iguais. O quociente é 8U; 8U x 3 = 24U. Registro 0 U embaixo do 24U.

Divisão com dois ou mais dígitos no divisor:

Exemplo 04: Uma professora tem 736 balas para dar aos seus 32 alunos. Quantas balas cada aluno receberá da professora?

Neste exemplo, exploraremos apenas o processo longo e o processo curto da divisão, valorizando o sistema de numeração decimal.

```
 7 3 6 | 3 2
-6 4   |______
   9 6 | 2 3
  -9 6 |
     0 |
```

7 C não é possível dividir em 32 partes iguais, transformando 7 C obtemos 70 D, juntando com as 3 D existente temos 73 D. Dividindo 73 D em 32 partes iguais. O quociente é 2 D; 2D x 32 = 64 D. Registro na conta a subtração 73 D - 64 D = 9 D.

Escrevendo 6 U ao lado de 9 D = 90 U temos 96 U. Dividindo 96 U em 32 partes iguais. O quociente é 3 U; 3 U x 32 = 96 U. Registro na conta a subtração 96 U – 96 U = 0 U.

7 3 6	3 2
9 6	2 3
0	

7 C não é possível dividir em 32 partes iguais, transformando 7 C obtemos 70 D, juntando com as 3 D existente temos 73 D. Dividindo 73 D em 32 partes iguais. O quociente é 2 D; 2D x 32 = 64 D e 73 D - 64 D = 9 D.

Escrevendo 6 U ao lado de 9 D = 90 U temos 96 U. Dividindo 96 U em 32 partes iguais. O quociente é 3 U; 3 U x 32 = 96 U e 96 U – 96 U = 0 U

Nesse sentido, ao fim do estudo das quatro operações, observamos a necessidade de explorar todas as formas possíveis de se resolver uma situação-problema de matemática. Desta forma, proporcionamos um enriquecimento teórico dos nossos alunos e valorizamos a construção da autonomia dele diante da escolha de qual a melhor maneira que se tem para solucionar uma determinada situação problema em matemática.

CAPÍTULO II: REALIZAÇÃO DA OFICINA COM PROFESSORES

Com a intenção de verificar a eficiência do que planejamos para a oficina de aritmética, que envolve resoluções de problemas e ensino de algoritmos para efetuar as operações básicas com números naturais, desenvolvemos esse trabalho numa Escola Pública Municipal da cidade de Ananindeua, no dia 26/09/2014, das 14:00h às 18:30h.

Essa atividade contou com a presença de todos os professores do ensino fundamental I da referida escola. Participaram, no total, 10 professores. A oficina foi dividida em três momentos: no primeiro, todos os professores resolveram um questionário[3] que portava questões envolvendo situações-problema com números naturais. Após a resolução deste questionário, fez-se as avaliações do desempenho dos professores na resolução das questões - vale ressaltar que uma única professora se negou a entregar a ficha com as suas questões, alegando simplesmente que não queria participar da oficina, não fornecendo material para análise. Portanto, toda a avaliação desses questionários foi feita para nove participantes.

Depois disto, eles recebiam outra cópia em branco do mesmo questionário para poderem fazer as anotações que fossem importantes no transcorrer da oficina.

O segundo momento, teve como abertura um debate sobre as formas de resolver as questões. Para esse momento, contamos com a colaboração do Professor Mestre Dionisio Sá, que fazia as anotações dos relatos feitos pelos professores participantes.

Finalmente, no terceiro e último momento da oficina, pedimos aos participantes que respondessem a uma avaliação sobre a mesma, o que nos serviu como um *"feedback"* quanto ao trabalho realizado.

Desta forma, a partir de cada resposta das situações-problemas propostas aos participantes dessa oficina, pudemos fazer uma análise. Decidimos então, mostrar cada situação proposta e os resultados obtidos no primeiro momento da oficina.

1ª Situação: Mário é colecionador de selos ele tinha 3 715 e ganhou de sua prima 1 425 selos. Com quantos selos ele ficou?

- A ação envolvida no problema é de: **ACRESCENTAR (   )** **REUNIR (   )**

- Você é capaz de responder mentalmente esse problema? **SIM (   )** **NÃO (   )**

Se sua resposta foi **SIM** descreva como fez.

- Como você solucionaria este problema? Além desta forma que você utilizou, você teria uma outra forma para apresentar esse cálculo? Mostre.

[3] O questionário está em "apêndice I", ao final desta dissertação.

Nessa atividade, temos que dos dez participantes, seis afirmam que a ação envolvida no problema é de acrescentar, três dizem que é de reunir e, como já foi dito anteriormente, um participante não entregou a tarefa. No próximo questionamento, queríamos saber se o professor era capaz de resolver mentalmente a questão e em caso de resposta afirmativa, perguntamos como ele fez esse cálculo mental. Sete disseram que "sim",e destes, somente quatro relataram como fizeram: dois disseram *"que somaram mentalmente como se fossem na escrita"*, ou seja, pensaram nos números dispostos um sobre o outro de tal sorte que algarismos de mesma classe estivessem numa mesma coluna e então somaram os mesmos, considerando o sistema decimal de numeração. Em seguida, os outros dois professores separaram em cada número os valores relativos de cada algarismo, somando os valores referentes à mesma classe e finalmente, adicionando os resultados obtidos.

Finalmente, o último questionamento referente a essa situação problema perguntava como o professor resolveria a questão e se ele teria outra forma de resolver, obtivemos oito professores respondendo da forma mais usual de "armar" a adição, isto é, armando a conta colocando um número sobre o outro preservando a posição referente às unidades, dezenas, centenas e unidades de milhar em cada coluna; após isso, somando os algarismos de cada coluna, tomando o cuidado de sempre que em uma classe o valor obtido fosse igual ou maior que dez, acrescentaria uma unidade da classe superior na esquerda daquela que estava sendo efetuada.

Dentre esses professores que responderam, dois erraram a soma, pois não atentaram para os valores que iriam ser acrescentados na classe superior. Apenas um dos entrevistados mostrou outro caminho para efetuar a operação que foi separar os algarismos de acordo com o seu valor relativo, somar cada dupla de valores da mesma classe e posteriormente adicionou os resultados encontrados.

A segunda situação proposta também era de adição de números e seguia os mesmos questionamentos da primeira como podemos verificar abaixo.

2ª Situação: No estacionamento de um supermercado há 317 carros e 198 motos. Qual o total de veículos neste estacionamento? - A ação envolvida no problema é de: **ACRESCENTAR (   )**   **REUNIR (   )** - Você é capaz de responder mentalmente esse problema? **SIM (   )**   **NÃO(   )** Se sua resposta foi **SIM** descreva como fez. - Como você solucionaria este problema? Além desta forma que você utilizou, você teria uma outra forma para apresentar esse cálculo? Mostre.

Nessa atividade, seis professores conseguiram identificar que se tratava de uma atividade de reunir e também disseram ser capazes de resolver mentalmente. Quanto à forma como resolveriam essa operação, sete mostraram como fazer, sendo que dois efetuaram de forma errada. Como na atividade anterior, os erros encontrados eram os mesmos relatados na questão anterior.

A terceira, quarta e quinta situações-problema estavam relacionadas à subtração, conforme mostramos abaixo.

3ª Situação: Luciano tem 425 bolas de gudes e seu irmão tem 238. Quantas bolas de gudes Luciano têm a mais que João?
- A ação envolvida no problema é de: **RETIRAR( ) COMPARAR( ) COMPLETAR( )**
- Você é capaz de responder mentalmente esse problema? **SIM ( ) NÃO( )**
Se sua resposta foi **SIM** descreva como fez.
- Como você solucionaria este problema? Além desta forma que você utilizou, você teria uma outra forma para apresentar esse cálculo? Mostre.

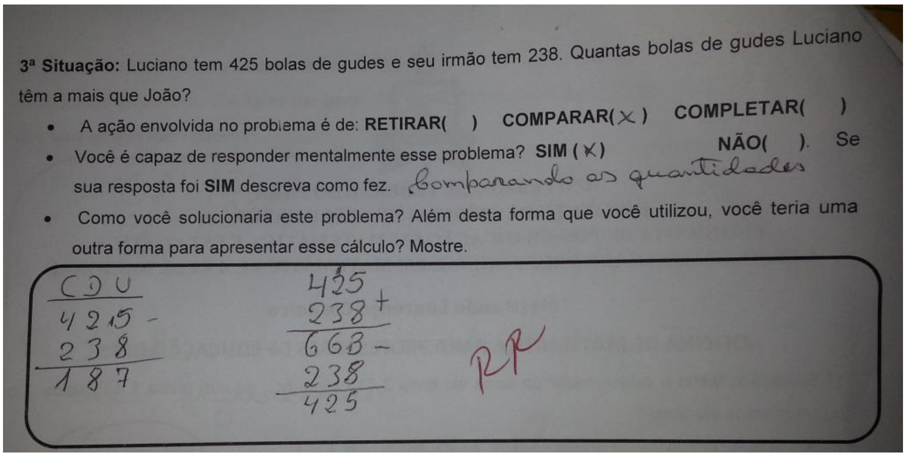
4ª Situação: Durante 6 meses conseguir economizar R$ 1500,00 fui ai shopping e gastei R$ 745,00. Quanto sobrou das minhas economias?
- A ação envolvida no problema é de: **RETIRAR( ) COMPARAR( ) COMPLETAR( )**
- Você é capaz de responder mentalmente esse problema? **SIM ( ) NÃO( )**
Se sua resposta foi **SIM** descreva como fez.
- Como você solucionaria este problema? Além desta forma que você utilizou, você teria uma outra forma para apresentar esse cálculo? Mostre.

5ª Situação: A professora Ana passou 40 exercícios de atividade para casa e já fiz 28. Quantos exercícios ainda faltam resolver para que a atividade fique completa?
- A ação envolvida no problema é de: **RETIRAR( ) COMPARAR( ) COMPLETAR( )**
- Você é capaz de responder mentalmente esse problema? **SIM ( ) NÃO( )**
Se sua resposta foi **SIM** descreva como fez.
- Como você solucionaria este problema? Além desta forma que você utilizou, você teria uma outra forma para apresentar esse cálculo? Mostre.

Nessas situações, temos que a 3ª refere-se ao ato de COMPARAR. Nela, seis professores identificaram essa ação. A 4ª, está relacionada a ideia de RETIRAR, sete professores compreenderam-na; e a 5ª, a de COMPLETAR, porém, nessa situação, apenas quatro professores identificaram-na.

Quanto à 3ª questão, somente três professores disseram ser capazes de resolvê-la mentalmente. Na 4ª questão, esse número aumenta para 4 professores. Na 5ª questão, aumenta para 6. Quando foi pedido que mostrassem como efetuariam essas operações, encontramos oito professores respondendo à 3ª questão, entretanto apenas seis a efetuaram corretamente; e, dentre os que acertaram, houve um que fez uma associação sem sentido com a adição, como podemos ver na imagem a seguir.

Imagem 2.1. Oficina com os professores


3ª Situação: Luciano tem 425 bolas de gudes e seu irmão tem 238. Quantas bolas de gudes Luciano têm a mais que João?

- A ação envolvida no problema é de: **RETIRAR( )** **COMPARAR(X)** **COMPLETAR( )**
- Você é capaz de responder mentalmente esse problema? **SIM (X)** **NÃO( )**. Se sua resposta foi **SIM** descreva como fez. Comparando as quantidades
- Como você solucionaria este problema? Além desta forma que você utilizou, você teria uma outra forma para apresentar esse cálculo? Mostre.

C D U
4 2 5 -
2 3 8
1 8 7

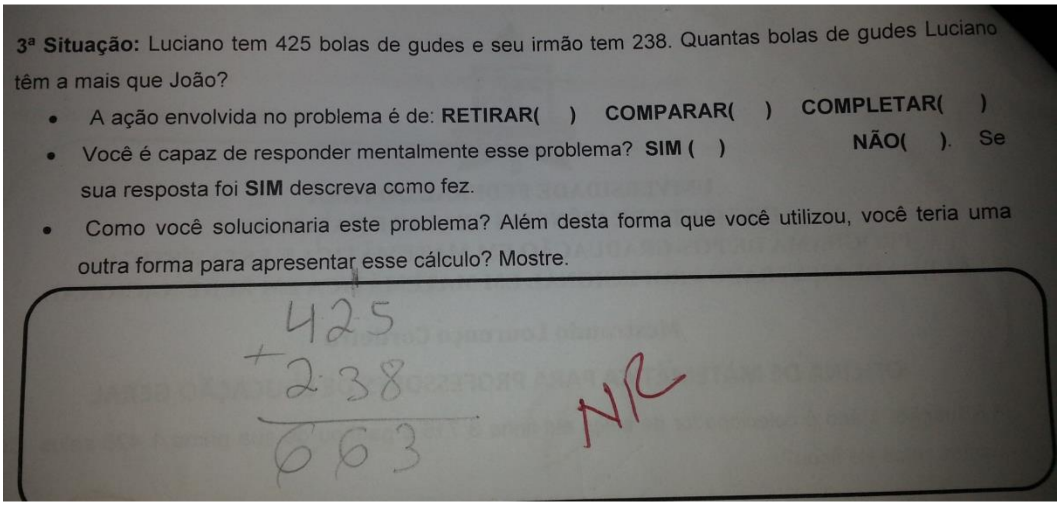
425 +
238
663 -
238
425

RP

Fonte: Imagem produzida para esta Dissertação

Analisando em seguida os que não acertaram à questão, tivemos quem simplesmente, não a respondesse. Outra resolução apresentou erro referente ao sistema de numeração decimal e um terceiro professor associou à questão a uma adição como vemos na imagem abaixo.

Imagem 2.2. Oficina com os professores


3ª Situação: Luciano tem 425 bolas de gudes e seu irmão tem 238. Quantas bolas de gudes Luciano têm a mais que João?

- A ação envolvida no problema é de: **RETIRAR( )** **COMPARAR( )** **COMPLETAR( )**
- Você é capaz de responder mentalmente esse problema? **SIM ( )** **NÃO( )**. Se sua resposta foi **SIM** descreva como fez.
- Como você solucionaria este problema? Além desta forma que você utilizou, você teria uma outra forma para apresentar esse cálculo? Mostre.

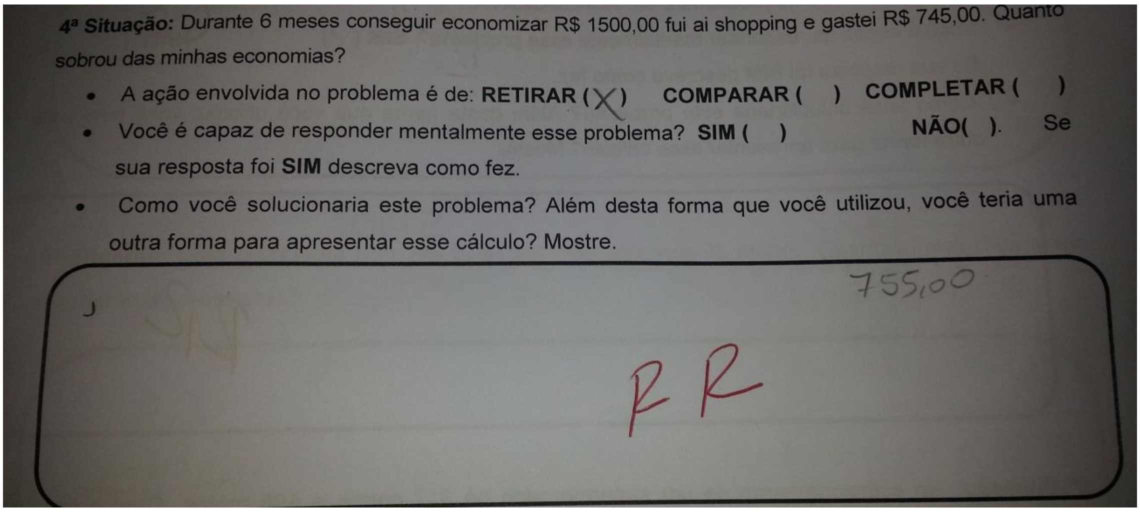
425
+238
663

NR

Fonte: Imagem produzida para esta Dissertação

Na 4ª questão, temos que sete acertaram a resposta, um deixou em branco e um errou. Destacamos que entre os que acertaram a resposta teve um que não fez o que a questão exigia, pois apenas apresentou a resposta como vemos na imagem abaixo, ou seja, não foi atento ao que o comando pedia.

Imagem 2.3. Oficina com os professores



4ª Situação: Durante 6 meses conseguir economizar R$ 1500,00 fui ai shopping e gastei R$ 745,00. Quanto sobrou das minhas economias?

- A ação envolvida no problema é de: **RETIRAR (X)** **COMPARAR ( )** **COMPLETAR ( )**
- Você é capaz de responder mentalmente esse problema? **SIM ( )** **NÃO( )**. Se sua resposta foi **SIM** descreva como fez.
- Como você solucionaria este problema? Além desta forma que você utilizou, você teria uma outra forma para apresentar esse cálculo? Mostre.

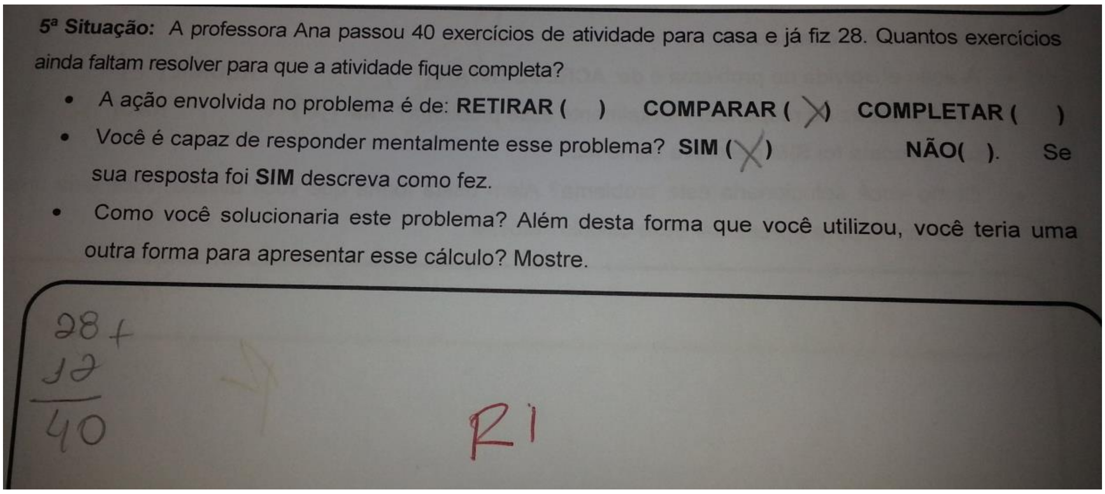
755,00

RR

Fonte: Imagem produzida para esta Dissertação

Na 5ª questão, houve seis acertos, um deixou em branco, outro fez uma adição $28 + 12 = 40$ e finalmente, um mais uma vez não conseguiu entender o que efetivamente lhe era perguntado, pois ele fez a adição $28 + 40 = 68$ - o que é bem pior. Veja as imagens a seguir.

Imagem 2.4. Oficina com os professores



5ª Situação: A professora Ana passou 40 exercícios de atividade para casa e já fiz 28. Quantos exercícios ainda faltam resolver para que a atividade fique completa?

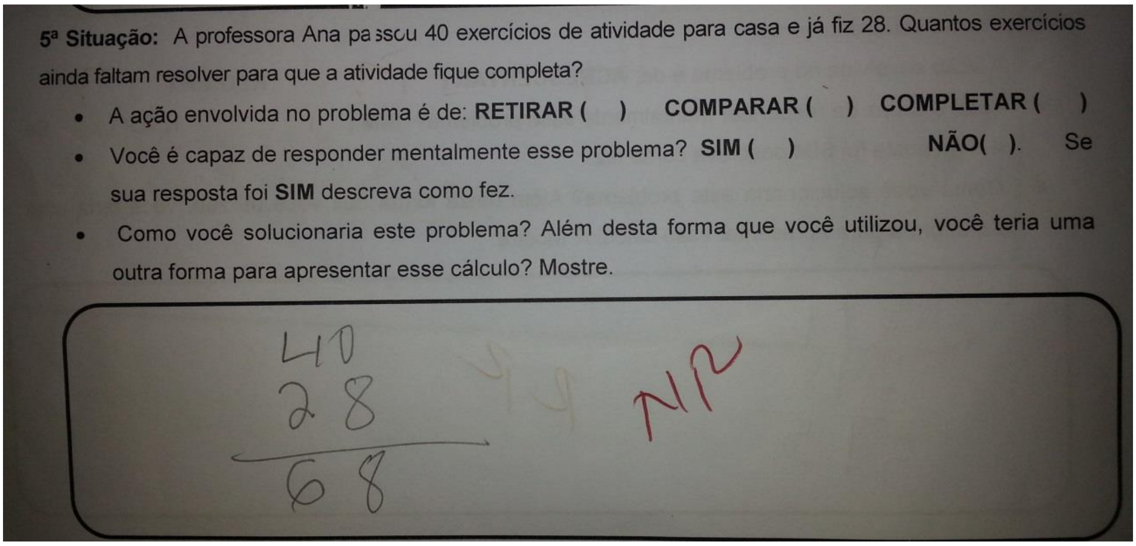
- A ação envolvida no problema é de: **RETIRAR ( )** **COMPARAR (X)** **COMPLETAR ( )**
- Você é capaz de responder mentalmente esse problema? **SIM (X)** **NÃO( )**. Se sua resposta foi **SIM** descreva como fez.
- Como você solucionaria este problema? Além desta forma que você utilizou, você teria uma outra forma para apresentar esse cálculo? Mostre.

28 +
12
40

R1

Fonte: Imagem produzida para esta Dissertação

Imagem 2.5. Oficina com os professores



5ª Situação: A professora Ana passou 40 exercícios de atividade para casa e já fiz 28. Quantos exercícios ainda faltam resolver para que a atividade fique completa?

- A ação envolvida no problema é de: **RETIRAR (   )** **COMPARAR (   )** **COMPLETAR (   )**
- Você é capaz de responder mentalmente esse problema? **SIM (   )** **NÃO(   ).** Se sua resposta foi **SIM** descreva como fez.
- Como você solucionaria este problema? Além desta forma que você utilizou, você teria uma outra forma para apresentar esse cálculo? Mostre.

40
28
68

NP

Fonte: Imagem produzida para esta Dissertação

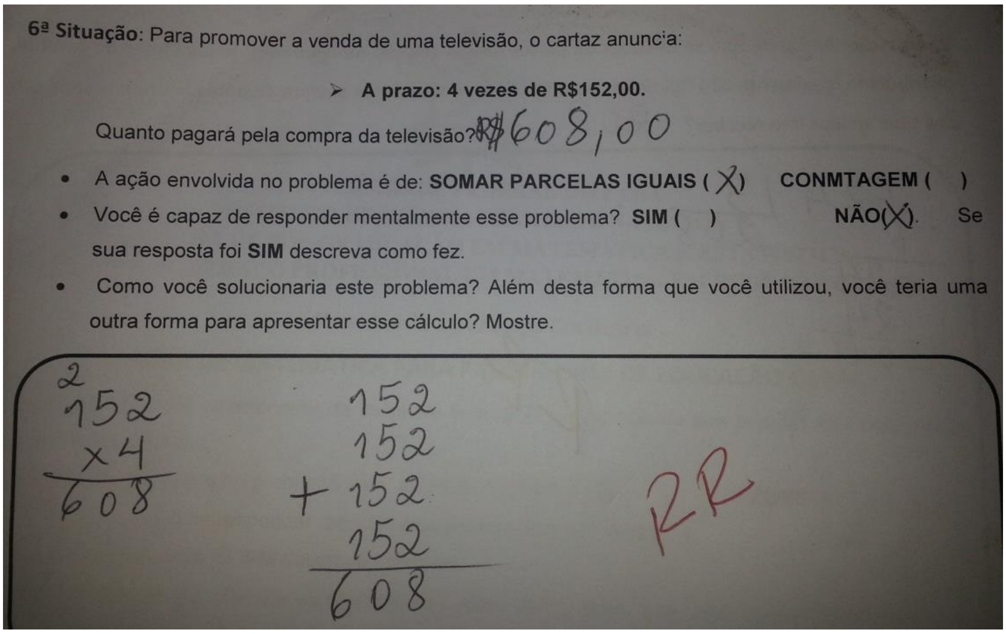
As duas próximas questões, a 6ª e 7ª situações-problemas estão relacionadas com a multiplicação, como mostramos abaixo.

6ª Situação: Para promover a venda de uma televisão, o cartaz anuncia: **A prazo: 4 vezes de R$152,00.** Quanto pagará pela compra da televisão? - A ação envolvida no problema é de: **SOMAR PARCELAS IGUAIS (   )** **CONTAGEM (   )** - Você é capaz de responder mentalmente esse problema? **SIM (   )** **NÃO(   ).** Se sua resposta foi **SIM** descreva como fez. - Como você solucionaria este problema? Além desta forma que você utilizou, você teria uma outra forma para apresentar esse cálculo? Mostre.

7ª Situação: Vinícius e Mariana gostam muito de sorvete. A sorveteria que eles frequentam oferece quatro sabores de sorvete: **Açaí, Paraense, Cupuaçu e Tapioca.** Quantas maneiras possíveis podemos montar um sorvete com 2 bolas de sabores diferentes, sem se importar com a posição delas? - A ação envolvida no problema é de: **SOMAR PARCELAS IGUAIS (   )** **CONTAGEM (   )** - Você é capaz de responder mentalmente esse problema? **SIM (   )** **NÃO(   ).** Se sua resposta foi **SIM** descreva como fez. - Como você solucionaria este problema? Além desta forma que você utilizou, você teria uma outra forma para apresentar esse cálculo? Mostre.

Na 6ª situação, apresentamos um problema que envolve a ação de somar parcelas iguais, então, tivemos apenas um professor consultado que não conseguiu identificar essa situação. Quando perguntamos como fariam para resolver essa questão e se havia outra forma de resolvê-la, eles mostraram a operação da multiplicação entre os fatores 152 e 4 e, ainda, a soma de quatro parcelas iguais a 152, como podemos ver na imagem abaixo.

Imagem 2.6. Oficina com os professores



6ª Situação: Para promover a venda de uma televisão, o cartaz anuncia:

➢ **A prazo: 4 vezes de R$152,00.**

Quanto pagará pela compra da televisão? R$608,00

- A ação envolvida no problema é de: **SOMAR PARCELAS IGUAIS (** X **)** **CONMTAGEM (   )**
- Você é capaz de responder mentalmente esse problema? **SIM (   )** **NÃO(** X **)**. Se sua resposta foi **SIM** descreva como fez.
- Como você solucionaria este problema? Além desta forma que você utilizou, você teria uma outra forma para apresentar esse cálculo? Mostre.

$$\begin{array}{r} \overset{2}{152} \\ \times\ 4 \\ \hline 608 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 152 \\ 152 \\ +\ 152 \\ 152 \\ \hline 608 \end{array}$$

RR

Fonte: Imagem produzida para esta Dissertação

Na 7ª situação, propomos uma questão que sugeria a ação de contagem. Somente três professores conseguiram identificar corretamente a ação a ser feita e nenhum acertou a resolução do problema. Entretanto, percebemos que essa atividade apresentou um grau de dificuldade superior ao que deve ser trabalhado no ensino fundamental I, pois quando, no enunciado da questão, relata-se que em uma sorveteria era oferecido quatro sabores de sorvetes e perguntava-se de quantas formas distintas poderia ser montado um sorvete com dois sabores diferentes o professor poderia já imaginar usar o raciocínio combinatório simplesmente pelo princípio multiplicativo, entretanto o comando termina dizendo; “*sem se importar com a posição delas”*, esse detalhe foi determinante para a mudança total da resposta, pois o raciocínio combinatório com essa ultima frase foi alterado para a ideia de um agrupamento por combinação. Quando observamos as respostas dos professores, percebemos que dois dos consultados usaram o principio multiplicativo apenas não desconsideram os agrupamentos repetidos.

Finalmente, as duas últimas questões versam sobre a operação da divisão como podemos verificar nos enunciados abaixo.

8ª Situação: André decidiu se desfazer de partes de sua coleção de figurinhas de jogadores de futebol, distribuindo igualmente 624 figurinhas para cada um dos seus três amigos. Quantas figurinhas cada um dos seus amigos irão receber?

9ª Situação: Uma professora tem 736 balas para dar aos seus 32 alunos. Quantas balas cada aluno receberão da professora?

Na 8ª situação, obtivemos os seguintes resultados, nove professores reconheceram corretamente a operação a ser utilizada e seis deles acertaram a resolução da mesma, já na 9ª situação, apenas cinco dos professores reconheceram e acertaram a resolução da mesma.

Ao final dessa etapa, um dos pontos que nos preocupou foi a resolução de problemas que envolviam multiplicação e divisão, pois neles percebemos que há uma larga faixa de professores com dificuldades. Isto indica a necessidade de se pensar em um trabalho mais contundente com esses professores quando da abordagem desses assuntos.

Outro fato também extremamente relevante: um dos consultados acertou a resolução de apenas uma única questão, o que, ao nosso ver, é algo preocupante, já que esse profissional está atuando como professor de matemática na educação básica.

Quando os professores terminaram de resolver o questionário, passamos para segunda etapa da oficina que consistia em abrir o debate sobre as formas de resolver as questões. Para isso, enquanto comentávamos as atividades feitas, o Professor Dionísio Sá fazia as anotações das intervenções feitas pelos envolvidos no debate.

Os professores nos relataram que em sala de aula, na prática da docência, sempre resolviam os problemas pelo método mais convencional e quando perguntamos o que significava o tal método, eles nos disseram que era a forma tradicional conforme vimos nos questionários respondidos. Quando indagamos porque não apresentavam em suas aulas outras formas de se resolver a mesma questão, eles nos disseram que, com raríssimas exceções, dominavam apenas aquele método. Então, começamos a apresentar diversas formas de resolver cada questão, conforme planejamos e apresentamos no capítulo anterior.

Finalmente, no terceiro e último momento da oficina, pedimos aos participantes que respondessem a uma avaliação da oficina ministrada[4]. É pertinente informar que uma das professoras participantes precisou se ausentar da oficina e não respondeu a essa avaliação, assim avaliamos nove questionários.

Ao tabularmos a avaliação da oficina feita pelos professores, os resultados obtidos foram analisados e serão apresentados a seguir:

Na 1ª questão, foi perguntado o que eles achavam sobre o conteúdo programático abordado na oficina, cinco acharam que foi "excelente", três disseram que foi "muito bom" e um deixou a questão em branco. Ao responderem sobre como viam a contribuição do evento para sua formação profissional no que tange a aquisição de conhecimentos e por consequência, a melhoria de seu desempenho na sala de aula, um professor disse que era "apenas complementar", seis entenderam que foi "importante" e dois disseram que foi "essencial".

No questionamento sobre a duração da oficina quando confrontado com o conteúdo apresentado, dois professores avaliaram como "subdimensionada", outros dois, como "superdimensionadas" e os cinco restantes, como "adequada", sobre a quantidade de exercícios e exemplos visando correlacionar teoria e prática, um único professor achou superdimensionada e todos os demais, a consideraram adequada.

Outro ponto abordado nessa avaliação versou sobre o que acharam sobre o método, a sequência e a organização dos conteúdos utilizados, três deles acharam "bom" e todos os demais avaliaram como "excelente". Quanto aos materiais distribuídos na atividade, a resposta foi que todos entenderam que foi "adequado" ou "suficiente".

Relevante, também foi verificar o quanto eles acharam importante os debates na oficina, pois dois professores entenderam com "suficientes" e os demais como "necessários". Em termos de adequação para a realização da oficina o local do evento, os professores classificaram como "bom" para seis professores e "excelente" para os três restantes.

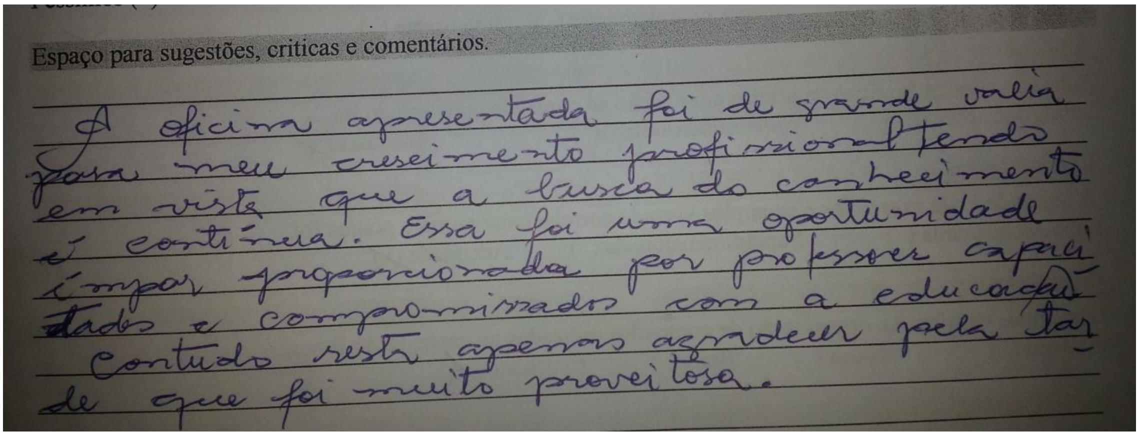
Sobre os recursos didáticos usados, três disseram que foi "excelente' e os demais acharam "bom". Finalmente, quando indagamos como viram a participação de cada um deles na oficina, seis disseram que foi "bom", dois, "muito bom" e um disse que foi "excelente".

Nessa avaliação também disponibilizamos algumas linhas para que os participantes pudessem escrever sugestões, críticas ou simplesmente comentários. Todos, exceto dois,

[4] A avaliação pode ser encontrada em "apêndice II", nesta dissertação.

escreveram alguma coisa e de forma geral disseram ter gostado da oficina e como sugestão gostariam de ter outros encontros como esse. Veja imagens abaixo.

Imagem 2.7. Oficina com os professores

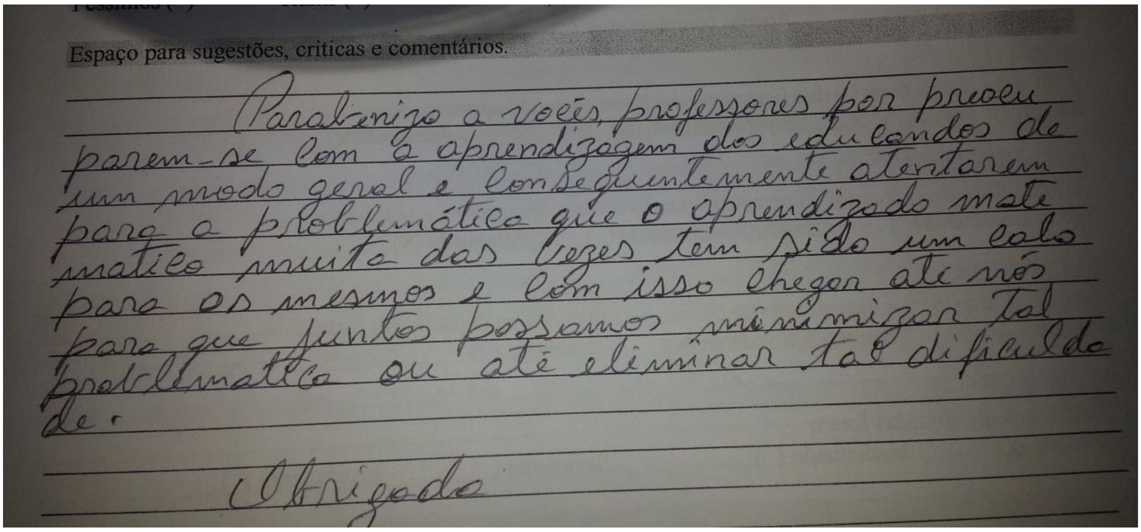


Espaço para sugestões, criticas e comentários.

A oficina apresentada foi de grande valia para meu cresimento profissional tendo em vista que a busca do conhecimento é contínua. Essa foi uma oportunidade ímpar proporcionada por professores capacitados e compromissados com a educação. Contudo resta apenas agradecer pela tarde que foi muito proveitosa.

Fonte: Imagem produzida para esta Dissertação

Imagem 2.8. Oficina com os professores



Espaço para sugestões, criticas e comentários.

Parabenizo a vocês, professores por preocuparem-se com a aprendizagem dos educandos de um modo geral e consequentemente atentarem para a problemática que o aprendizado matemático muita das vezes tem sido um calo para os mesmos e com isso chegou até nós para que juntos possamos minimizar tal problemática ou até eliminar tal dificuldade.

Obrigado

Fonte: Imagem produzida para esta Dissertação

Concluímos que a atividade foi bem avaliada. Verificamos pela resposta dos professores a aceitação dela e o desejo de contribuir com outros encontros como esse. Já deixamos em conformidade com a escola, outro momento de treinamento que deverá ser feito durante a semana de encontro pedagógico da escola para o planejamento de 2015. Assim, também, nos prontificamos a acompanhar os professores durante todo o ano que vem.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Este trabalho procurou verificar a viabilidade de se criar uma oficina para professores do Ensino Fundamental I por meio de resoluções de problemas envolvendo as operações básicas com números naturais. Assim como apresentou diversas formas de resolver essas operações de tal sorte que os participantes se apropriassem de mais de uma forma de resolução para ensinar o referido assunto na sua prática profissional.

Com o intuito de avaliar a real necessidade de produzir essa atividade foi feita uma consulta prévia com alguns professores desse nível de ensino que trabalham na Região Metropolitana de Belém, na qual procuramos saber como os mesmos viam o aprendizado da Matemática desde que eram alunos até chegarem à docência.

Nas duas situações, obtivemos, em muitos casos, a percepção de que não era a Matemática a ciência preferida da maioria dos entrevistados. E isto, a nosso ver, poderia ser um indicativo para validar o interesse na realização dessa produção científica. Em depoimentos de professores nas entrevistas feitas por CURI (2004), há o relato de que o mesmo ocorreu, levando-o a concluir que para professores do 1º ao 5º ano do Ensino Fundamental existe a possibilidade de que os conhecimentos adquiridos pelo professor em Matemática interfiram na sua prática profissional de forma não muito positiva.

Na atividade feita com alunos do 5º ano do Ensino Fundamental, pudemos observar que muito frequentemente eles não conseguiam interpretar qual operação estava relacionada ao problema proposto e quando identificavam nem sempre acertavam efetuá-la, também vale ressaltar que o problema se agrava quando as operações envolvidas são a multiplicação e a divisão.

Na realização da oficina de aritmética envolvendo resoluções de problemas e ensino de algoritmos para efetuar as operações básicas com números naturais, percebemos que os professores envolvidos estavam bastante entusiasmados e comprometidos em participar.

Como a 1ª etapa dessa atividade consistia em resolver nove problemas, percebemos que a maioria resolveu a atividade dentro da primeira hora de atividade, exceto, três professoras que precisaram de mais tempo e dentre elas apenas uma, não quis entregar a sua atividade para ser posteriormente analisada, mesmo sabendo que não seria em hipótese alguma mencionada a autoria de cada ficha avaliada. Percebemos que a sua insegurança no domínio dos conteúdos matemáticos a deixava insegura e, por isso, acreditamos ser essa a causa da sua resistência em entregar a atividade feita.

Na segunda etapa da oficina, começamos a discutir como cada um deles havia resolvido a sua atividade. A maioria tinha feito pelos algoritmos mais tradicionais. Então, começamos a mostrar outras formas de se responder cada questão, e, nesses momentos, encontrávamos neles uma enorme receptividade em conhecer caminhos que, para maioria, era novo.

Víamos, nesses profissionais, a alegria da descoberta de caminhos diferentes dos que tinham como habituais, a alegria em perceber novas alternativas de abordagens para assuntos que lhes eram tão familiares, mas que agora lhes pareciam tão novos, fugindo assim da simples memorização de uma regra.

Por fim, os participantes preencheram uma avaliação da oficina quanto à viabilidade da sua aplicação e encontramos nas suas respostas uma aceitação muito grande, o que nos serviu de estímulo para seguirmos aprofundando o estudo nesse sentido.

Vale mencionar que também encontramos alguns obstáculos nessa oficina, o tempo que tivemos para sua realização não foi satisfatório, mas era o único que a escola nos dispôs, entendemos que ela deveria ser feita em pelo menos 8 horas para darmos a oportunidade de, além de fazermos a discussão das atividades, planejar outras para que os participantes, já de posse das novas formas de resolver problemas envolvendo as operações básicas com números naturais, pudessem resolver outras atividades, empregando assim o que foi discutido anteriormente, bem como, talvez até encontrando novas maneiras de resolverem as questões. Entendemos que além da oficina seria necessário que os professores dessa escola voltassem a se reunir para reprogramar como trabalhar essas operações com os alunos tornando uniforme a postura dos professores.

De forma geral, entendemos que essa proposta de trabalho tem muito a ser aprimorada, mas é um de ponto partida para futuras pesquisas no campo da investigação do ensino-aprendizagem na resolução de problemas com operações básicas a iniciativa deste trabalho.

REFERENCIAL BIBLIOGÁFICAS

BIGODE, A. J. L. FRANT, J. B. Matemática: soluções para dez desafios do professor : 1º ao 3º ano do ensino fundamental. São Paulo, SP: Ática Educadores, 2011.

CURI, E. Formação de Professores: uma análise de conhecimentos para ensinar Matemática e de crenças e atitudes que interferem na constituição desses conhecimentos. São Paulo, 2004. 208f. (Doutorado em Educação Matemática). PUC SP.

EVES, H. Introdução a história da matemática. Campinas, SP: Editora Unicamp, 2004.

GUELLI, O. A invenção dos números. Contando História da Matemática, volume 1, 9ª edição. São Paulo, SP: Ática, 2010

HORTA NETO, J.L. Um olhar retrospectivo sobre a avaliação externa no Brasil**.**

KAMII, C. Crianças pequenas continuam reinventando a aritmética (série iniciais). 2 ed. Porto Alegre, RS: Artmed, 2005.

LIMA, E. L. Matemática e ensino. Coleção do Professores de Matemática, volume 16. Rio de Janeiro, RJ: SBM, 2003.

MENDES, I. A. Matemática e Investigação em sala de aula: tecendo redes cognitivas na aprendizagem. Natal, RN: Flecha do Tempo, 2006.

NETO, E. R. Didática da Matemática. Série Educação, 11ª edição. São Paulo, SP: Ática, 2005.

NOVA ESCOLA. Edição especial Planos de Aula 2 – Matemática. São Paulo, SP: Ed. Abril, 2011.

PIRES, C. M. C. Educação Matemática: conversas com professores dos anos iniciais. 1ª edição. São Paulo, SP: Zé-Zapt Editora, 2012

RAMOS, L. F. Conversa sobre números, ações e operações: uma proposta criativa para o ensino da matemática nos primeiros anos. São Paulo, SP: Ática, 2009.

SMOLE, K. S. MUNIZ, C. A. A matemática em sala de aula: reflexões e propostas para os anos iniciais do ensino da matemática. Porto Alegre, RS: Penso, 2013.

TARDIF, M. Saberes docentes e formação profissional. Petrópolis, RJ: Vozes, 2002.

http://portal.inep.gov.br/web/saeb/aneb-e-anresc

ANEXO: DESCREVENDO ALGUMAS ATIVIDADES VISANDO A ELADORAÇÃO DE UM TUTORIAL

Para as atividades apresentadas, inicialmente utilizaremos algumas atividades da revista Nova Escola - edição especial Planos de Aula 2 Matemática 2011, com pouquíssimas adaptações, uma vez que consideramos a excelente qualidade das mesmas. Assim seguimos o roteiro adaptado e proposto pelos consultores da revista.

PLANOS DE AULA - 1º AO 3º ANO

ATIVIDADE 01 – Divisões equitativas (Nova Escola, 2011, p.13)

Objetivos

- Resolver problemas de divisão com procedimentos numéricos (sem usar desenhos, no caso das crianças, que já têm certa familiaridade com a resolução de problemas).
- Relacionar divisão e multiplicação.

Conteúdo

- Construção de tabuadas proporcionais e análise das primeiras relações numéricas multiplicativas.
- Construção progressiva de estratégias de cálculo mental para resolver multiplicações e divisões.

Tempo estimado: Quatro aulas

Material necessário: papel (para confeccionar um cartaz) e pincel atômico.

Desenvolvimento

- **1ª etapa:** proponha o seguinte problema para ser resolvido individualmente: “Maria ganhou um buquê com 12 flores e colocou-o em dois vasos. Quantas flores ela colocou em cada vaso?”.

  Entregue uma folha para cada criança fazer o registro e resolver o problema. Em seguida, diga que compartilhem os resultados.

Supõe-se que as crianças colocaram a mesma quantidade de flores em cada recipiente. Pergunte então, se é possível distribuí-las de maneira não equitativa. Retome ao enunciado e discuta as possíveis respostas. Peça que digam o que o enunciado deveria explicitar para que cada vaso recebesse a mesma quantidade de flores.

A discussão deve mostrar que não há necessidade de se colocar o mesmo número de flores, já que não foi solicitado que se faça a divisão equitativa. A finalidade desse trabalho é que diante das propostas as crianças analisem se há ou não uma restrição de divisão equitativa. Ler enunciados, revisá-los, transformá-los, considerar a quantidade de soluções possíveis faz parte da tarefa de aprender a resolver um problema. Se você julgar que os números envolvidos na tarefa não representam desafios para seus alunos, proponha essa mesma discussão e conclusão com números maiores.

- **2ª etapa:** ainda com a finalidade de promover reflexões sobre as divisões equitativas e não equitativas, proponha um novo problema: "Maria ganhou um buquê com 12 flores e quer colocar três flores em cada vaso. Quantos vasos Maria precisará?". Peça que as crianças tentem resolver o problema individualmente e que depois compartilhem os resultados. Compare e relacione as estratégias que utilizam desenhos (gráficos) e números.

Muitos alunos já conseguem utilizar procedimentos numéricos, como subtrações e adições sucessivas, para resolver problemas de divisão como este. Produza um cartaz com os registros dos procedimentos utilizados pela turma.

- **3ª etapa:** se nas primeiras etapas a divisão apresentada nos problemas não era equitativa, nesta o desafio envolve uma divisão equitativa. Explicite essa decisão aos alunos e discuta com eles os conhecimentos que já têm e podem usar para resolvê-los.
  Exemplo: se o problema envolver repartir por dois, o conhecimento de dobros e metades de certos números funcionará como um recurso disponível. Proponha que resolvam o seguinte: "tenho 45 reais e gasto 5 reais por dia de transporte. Para quantos dias o meu dinheiro será suficiente?". As crianças podem resolver esse problema por meio de diferentes recursos: subtrações sucessivas ou contagem de 5 em 5, até chegar ao 45.
  Sugira que os alunos utilizem procedimentos numéricos – e não desenhos. Se necessário, relembre os procedimentos expostos no cartaz e diga aos estudantes que os utilizem como suporte e discutam as diferentes estratégias gráficas em favor das numéricas – caso elas não apareçam, apresente-as.

Avaliação

Faça a tabulação das estratégias usadas na resolução dos problemas, observando os avanços dos estudantes. Verifique quais passaram a utilizar procedimentos numéricos. Os resultados serão importantes no planejamento das aulas seguintes. Para que as aulas de matemática se convertam em um ambiente de trabalho propício para a elaboração de diversas estratégias, é importante promover, após a resolução de um problema, uma instância de trabalho coletivo que permita compará-las. O registro das conclusões ou dos diversos recursos possíveis em cartazes e nos cadernos ajudará os alunos a se apropriar do que foi produzido coletivamente em aula.

ATIVIDADE 02 – Somar ou multiplicar? (Nova Escola, 2011, p.15)

Objetivo

- Introduzir a noção de multiplicação

Conteúdos

- Resolver problemas que envolvam séries proporcionais.
- Analisar conjuntamente certos aspectos da resolução.

Tempo estimado: uma aula.

Material necessário: pacotes de figurinhas.

Desenvolvimento

- **1ª etapa:** peça que, em duplas, os alunos resolvam o seguinte problema: "José comprou 5 pacotinhos de figurinhas. Cada pacote vem com 4 figurinhas. Quantas figurinhas José comprou?".

- **2ª etapa:** discuta os diversos aspectos que podem aparecer na resolução do problema, como a soma dos números disponíveis (4 + 5). Nesse caso, compartilhe a estratégia com os estudantes e pergunte se ela é correta. Esperam-se respostas do tipo: "Essa conta não é para esse problema; dá 9 e são 20 figurinhas". Ao invés de dizer que o procedimento da soma está errado, enfatize que a conta está certa (5 + 4 = 9), porém ele não é adequado para esse tipo de problema. Peça que as outras estratégias também sejam compartilhadas.

Avaliação

Antes de realizar a atividade, observe: quais os procedimentos você acha que os alunos utilizarão? Depois do trabalho, verifique se houve algo no encaminhamento da atividade que chamou sua atenção. Notou avanços nas estratégias usadas por eles depois das discussões? Em seguida, proponha outro problema para que tenham de aplicar seus conhecimentos.

ATIVIDADE 03 – Brechó escolar (Nova Escola, 2011, p.16)

Objetivo

- Desenvolver estratégias de cálculo

Conteúdo

- Adição e subtração

Tempo estimado: dez aulas.

Material necessário: objetos usados de diferentes tipos (como brinquedos, gibis e roupas) cédulas que imitem dinheiro de verdade, papel, canetas e etiquetas.

Desenvolvimento

- **1ª etapa:** faça um bilhete aos pais dos alunos informando os objetivos da atividade, e que os produtos trazidos à escola não serão devolvidos. Inicie, então, o trabalho com os pequenos. Organize-os em roda e explique o que é um brechó – uma loja que vende objetos usados – e proponha que reproduzam esse espaço na sala de aula. Peça que tragam dois itens de casa que queiram compartilhar com seus colegas.

- **2ª etapa:** oriente o aluno a separar os artigos em grupos: brinquedos, gibis, roupas etc. Diga que se reúnam em grupos para decidir quanto cada produto vai custar. Nesse momento, observe as discussões e argumentos apresentados pelos estudantes. As crianças podem atribuir preços diferentes a produtos iguais. Se isso ocorrer, problematize esta questão: “Produtos iguais costumam ter preços diferentes?”. Pode ser que eles respondam “sim” (e a resposta não está errada, pelo menos quando se trata de lojas diferentes). Então, pergunte: “E na mesma loja, produtos iguais podem ter preços diferentes?”. Aproveite para fazer uma pesquisa em alguma loja próxima. Em seguida, escreva os valores em etiquetas e peça às crianças que as coloquem nas peças. Os valores definidos devem favorecer boas problematizações. Por exemplo: sugira alguns valores exatos, isto é, que possam ser comprados com uma nota sem troco ou que as crianças apoiem nas contagens de 2 em 2,5 em 5 ou 10 em 10. Em outros casos, oriente para que fiquem os números “quebrados”, em que sejam necessário compor o valor ou dar troco. Observe se as crianças se apoiam no cálculo dos números redondos para resolver esses cálculos.

- **3ª etapa:** feito isso, é o momento de fazer a atividade de compra e venda. Oriente sobre como deve ser a organização da sala: as mesas podem ser colocadas lado a lado e, sobre elas, distribuídos os artigos. Os vendedores ficam atrás desse balcão e os compradores, em frente, para que possam escolher o que querem comprar – como aconteceria em uma loja. Divida os pequenos em dois grupos: em um primeiro momento, coloque como vendedores as crianças que utilizam estratégias de cálculo mais elaboradas para que interajam com os compradores e realizem conjuntamente alguns cálculos. Para os vendedores, entregue notas de 1 real e 2 reais para que possam fazer o troco nas negociações, e para os compradores, distribua o mesmo valor total para cada um, variando a combinação de cédulas de 1 real, 2 reais, 5 reais, 10 reais e 20 reais. Diga que os objetos “comprados” serão levados para casa. Ofereça papel e lápis para o caso de alguma criança necessitar. Observe e anote as estratégias utilizadas por todos.

Avaliação

Analise duas anotações e, com base em algumas situações observadas no brechó, planeje outras “fictícias” para que todas as crianças possam pensar sobre os cálculos que representaram desafio na atividade. Proponha que os alunos resolvam individualmente a seguinte questão: “No brechó da turma do 1º ano, Teresa comprou uma boneca por 5 reais e um gibi por 3 reais. Quanto ela gastou?”. Depois, organize os estudantes em duplas para que elas comparem suas estratégias e expliquem como resolveram. Tente formar duplas com alunos que tenham utilizado procedimentos parecidos para calcular os valores do brechó, pois isso favorecerá a troca e a colaboração entre elas. Proponha que as duplas respondam às demais perguntas: “Para pagar a conta, deu uma nota de 10 reais. Vai dar para pagar a conta? Ela receberá troco? Quanto?". Para resolver a primeira parte desse problema, basta juntar o valor de cada produto. As resoluções iniciais das crianças costumam se basear na contagem (incluindo contar a partir de um dos valores ou descontar). À medida que avançam no entendimento do sistema de numeração e na construção de um repertório aditivo, passam a utilizar também estratégias baseadas no cálculo. A segunda pergunta envolve a ideia de uma transformação negativa, isto é, uma mudança em uma sequência temporal: tinha 10 e paguei 8, com quanto fiquei? A complexidade reside na maneira como a pergunta é formulada. Em outro momento, selecione alguns procedimentos para discutir em turma. Por exemplo, um que desenhou 10 tracinhos e depois riscou 8 e outro que contou de 8 a 10. Proponha que as crianças analisem se os dois procedimentos servem para resolver o problema, as semelhanças e diferenças entre eles e qual é o mais econômico.

ATIVIDADE 04 – Contando de 10 em 10 (Nova Escola, 2011, p.17)

Objetivo

- Analisar os números quando se soma 10.
- Notar as transformações que se produzem nas notações numéricas ao somar ou subtrair outras quantidades "redondas".

Conteúdos

- Resolução de problemas que exijam a utilização de escalas ascendentes de 10 em 10.
- Analise a formulação de regularidades sobre o valor posicional.

Tempo estimado: uma aula.

Material necessário: cópias dos problemas e cópias em miniaturas de cédulas de dinheiro.

Desenvolvimento

- **1ª etapa:** organize a turma em duplas e proponha que todas resolvam o seguinte problema: "Calcule quantos reais cada criança possui e anote ao lado do nome de cada uma".

Vitor – três notas de 10 reais: ________________________________

Adriele – sete notas de 10 reais: ______________________________

Gabriele – cinco notas de 10 reais: ____________________________

Yuri – duas notas de 10 reais: ________________________________

Leticia – oito notas de 10 reais: _______________________________

Evely – quatro notas de 10 reais: ______________________________

Vinicius – seis notas de 10 reais: ______________________________

Rafael – nove notas de 10 reais: ______________________________

Em seguida, organize um momento de socialização e trocas das estratégias utilizadas para resolver o problema. É possível saber quanto cada criança tem sem contar de 1 em 1? Como fazer? Para resolver essa situação, as crianças podem se apoiar em um quadro numérico ou na fita métrica.

- **2ª etapa:** outra possibilidade para analisar essa mesma questão é propor um jogo de dados, estabelecendo que cada ponto de dado vale 10. As crianças, desta vez organizadas em grupos, lançam os dados (cada grupo em sua vez) e anotam a pontuação que obtiveram. Para calcular o total de pontos, os alunos costumam usar diferentes procedimentos. Alguns contam nos dedos ou com tracinhos até 10, depois até 20, e assim por diante. Outros contam de 10 em 10. E há aqueles que dizem o resultado de imediato. Observe as estratégias utilizadas pelos estudantes e, depois de várias rodadas, proponha um momento de discussão: "Quando saem 4 pontos, o que vocês marcam?". Faça perguntas semelhantes para os outros números. Em seguida, proponha uma discussão para que as crianças reflitam sobre o aspecto multiplicativo da organização do sistema de numeração decimal e relacionem com a interpretação aditiva desse número. "Vocês me disseram que, quando sai 4, anotam 40". Registre no quadro: 4 e 40. E pergunte: "O que tem a ver 4 e o 40? Por que tem um 4 no 40?

- **3ª etapa:** proponha a resolução de mais um problema: "uma loja de artigos esportivos aumentaram todos os preços em 10 reais. Veja a lista dos preços antigos e coloque ao lado os novos preços".

Produto	Preço antigo	Preço novo
Bola de futebol	62	
Chuteira de futebol de salão	35	
Camisa oficial	84	
Meião	15	
Óculos de natação	23	
Calção de futebol	42	
Caneleira	21	
Chuteira de futebol de campo	73	
Bola de basquete	53	
Luva de goleiro	27	

Quando todos tiverem terminado, proponha que os alunos se reúnam em duplas, comparem as duas colunas (de preços antigos e novos) e analisem como os números se modificaram. Anote as conclusões das crianças em um cartaz e deixe afixado na parede da sala, em local visível, para que todos os estudantes possam consultá-lo quando necessário.

Avaliação

Retome com as crianças as conclusões a que elas chegaram na etapa anterior e proponha outro problema: "Paulo estava lendo um artigo na página 25 do jornal. Quando chegou ao final da página, encontrou uma nota que dizia: 'continua na página 35'. Quantas páginas Paulo teve de pular para chegar à continuação? Como você descobriu isso? Quais outros números você poderia colocar no problema sem mudar a quantidade de páginas que Paulo teve de pular?". A última pergunta distingue esta atividade das anteriores: agora, as crianças precisam produzir pares de números cuja diferença é 10. Organize um portfólio com os registros dos alunos. Analise quais e quantos estudantes contaram de 1 em 1 parra resolver o primeiro problema e os que se apoiam na contagem de 10 em 10 para resolver os problemas seguintes.

ATIVIDADE 05 – Campo aditivo com mudança do lugar da incógnita (Nova Escola, 2011, p.20)

Objetivo

- Construir estratégias de subtração.

Conteúdo

- Composição de medidas com incógnita em uma delas.

Tempo estimado: duas aulas

Material necessário: cópias dos problemas e calculadoras

Desenvolvimento

- **1ª etapa:** reúna, em duplas, as crianças que tenham conhecimentos próximos nesse conteúdo. Comece a atividade com números baixos, propondo que resolvam este problema: "João tinha 15 bolinhas de gude. Ganhou algumas de seus colegas e ficou com 20. Quantas bolinhas ele ganhou?"

  Neste caso, os números evolvidos possibilitam que as crianças utilizem diferentes estratégias: representações gráficas, contar de 15 até 20 (ou descontar) ou saber de memória que 15 + 5 = 20. Conforme as duplas finalizem o trabalho, proponha problemas que tenham números mais altos: "João tinha 40 bolinhas de gude. Ganhou algumas de seus colegas e ficou com 90. Quantas bolinhas ele ganhou?". Os números envolvidos dificultam a representação gráfica e ação de contar 40 até 90. Como são números redondos, convidam a utilização de estratégias de cálculo, apoiadas nas regularidades do sistema, como de 10 em 10, por exemplo. Apresentar problemas de diferentes graus de dificuldade atende à diversidade de saberes das crianças. Por isso, se achar necessário, complete com outras atividades.

- **2ª etapa:** comece uma discussão coletiva compartilhando os resultados dos problemas propostos. Verifique se todos chegam a um resultado comum e, ainda mais importante, quais procedimentos servem ou não para resolver a proposta. Convide duas ou três crianças para explicarem no quadro o procedimento usado em cada um dos problemas, comparando-os.

- **3ª etapa:** proponha problemas similares aos anteriores: "Hugo tinha 19 bolinhas de gude. Ganhou mais algumas e ficou com 27. Quantas ele ganhou?". Ofereça uma calculadora por duplas. Enquanto uma das crianças opera a máquina, a outra registra os cálculos. É importante enfatizar que os problemas devem ser resolvidos com apenas uma operação.
  O objetivo desta atividade é provocar as crianças a pensarem em uma estratégia de resolução que envolva subtração.

- **4ª etapa:** retome a análise dos procedimentos da etapa anterior com toda a turma. Para isso, coloque-os no retroprojetor ou no quadro e analise-os do ponto de vista da economia e da confiabilidade.

Avaliação

Proponha aos alunos o seguinte problema: "Num teatro há 300 cadeiras. Nele são feitas apresentações de um espetáculo que ocorre em apenas três dias, de sexta-feira a domingo. Num fim de semana, a lotação do teatro não foi totalmente completa. Faça os cálculos para saber quantas pessoas assistiram ao espetáculo em cada um dos dias."

Dia de apresentações	Cadeiras vazias	Cadeiras ocupadas
Sexta-feira	75	
Sábado		235
Domingo	29	

Se necessário, ofereça o quadro numérico para as duplas que estão cm dificuldade. Deixe disponível calculadoras para resolver os problemas.

Observe a interação das crianças com as atividades, destacando que procedimentos elas utilizam. Pode ser comum que busquem o complemento fazendo cálculo de 10 em 10, que façam suas operações apoiadas em repertório memorizado, ou que utilizem a subtração convencional.

PLANOS DE AULA – 4º AO 5º ANO

ATIVIDADE 06 – Valor posicional e decomposição (Nova Escola, 2011, p.36)

Objetivo

- Interpretar a informação contida numa escrita numérica.

Conteúdo

- Recomposições

Tempo estumado: seis aulas.

Material necessário: cópias da tabela

Desenvolvimento

- **1ª etapa:** um caixa eletrônico entrega notas de 1 real, 10 reais e 100 reais quando os clientes fazem um saque. O caixa sempre entrega a menor quantidade possível de notas. Complete o seguinte quadro para saber quantas cédulas de cada tipo o caixa entregou em casa um dos casos:

Valor solicitado	Notas de R$ 100	Notas de R$ 10	Notas de R$ 1
R$ 398			
R$ 204			
R$ 360			

Depois que o quadro tiver sido preenchido, analise com os alunos as respostas dadas. Eles podem reparar que os algarismos usados são os mesmo que compõem os valores (3, 9 e 8. Por exemplo). Uma segunda questão para discutir com as crianças é como interpretar a informação que uma escrita numérica oferece. Exemplo: uma decomposição possível do número 398 é 3 x 100 + 9 x 10 + 8.

- **2ª etapa:** peça que os estudantes resolvam um problema envolvendo números maiores, como o do exemplo a seguir: um caixa eletrônico entrega notas de 1 real, 10 reais e 100 reais quando os clientes fazem um saque. O caixa sempre entrega a menor quantidade possível de notas. Complete o seguinte quadro para saber quantas cédulas de cada tipo o caixa entregou em casa um dos casos:

Valor solicitado	Notas de R$ 100	Notas de R$ 10	Notas de R$ 1
R$ 1.538			
R$ 3.207			
R$ 7.203			
R$ 2.730			
R$ 3.270			

No problema da 1ª etapa, as crianças puderam discutir que, em nosso sistema de numeração, o valor das dezenas representa 10 unidades, enquanto as centenas representam 100 unidades. Agora, os alunos vão colocar um jogo as relações entre as diferentes posições: 1 de 1000 é igual a 10 de 100; 1 de 100 equivale à 10 de 10, e assim por diante.

- **3ª etapa:** nesta fase, a intenção de restringir o uso de notas para que os estudantes explorem outras possibilidades de decomposição. Veja os exemplos a seguir:

a) Um caixa eletrônico só tem notas de 1 real e de 100 reais e usa a menor quantidade de cédulas possível para fazer a entrega em dinheiro. Quantas e quais notas vão ser disponibilizadas em saque de 3.241 reais, 8.097 reais e 1.045 reais, respectivamente?
b) Outro caixa eletrônico só tem cédulas de 1 real e de 10 reais. Como ele poderia entregar 1.475 reais, 30.038 reais e 42.125 reais, lembrando que o caixa sempre disponibiliza a menor quantidade de notas possível?

Nos três casos, as crianças podem perceber que os dois algarismos da esquerda indicam quantas notas de 100 reais são necessárias para obter a quantidade desejada, enquanto os dois algarismos da direita indicam quantas cédulas de 1 real serão liberadas. A relação entre essas propriedades e a multiplicação (dizer que 32 de 100 é equivalente a dizer 32 x 100 = 3.200) não é evidente. Por isso, aproveite as discussões e reflexões sobre a decomposição do dinheiro para explicitar as relações em jogo dentro de cada um deles.

Avaliação

Para retomar as relações estabelecidas na atividade anterior e aprofundá-las proponha um novo problema. A diferença dele para os demais é que, neste caso, existem diferentes decomposições possíveis para o mesmo número. Diga para os alunos circularem qual ou quais opções para cada número são as corretas:

1.250

- $12 \times 100 + 5 \times 10$
- $12 \times 100 + 5$
- 125×10
- $1 \times 1000 + 1 \times 100 + 15 \times 10$
- $12 \times 100 + 50 \times 10$

5.340

- $5 \times 1000 + 4 \times 10 + 3 \times 100 + 8$
- $53 \times 100 + 48$
- $51 \times 100 + 24 \times 10 + 8$
- $53 \times 100 + 40 \times 10 + 8$

ATIVIDADE 07 – Problemas de proporcionalidade direta (Nova Escola, 2011, p.39)

Objetivos

- Resolver situações-problema e construir, com base nelas, os significados das operações fundamentais, reconhecendo que uma mesma operação está relacionada a problemas diferentes e que um mesmo problema pode ser resolvido pelo uso de diferentes operações.

- Solucionar problemas de proporcionalidade direta, mediante diferentes procedimentos, utilizando as propriedades (constantes, procedimentos escalares etc.)

Conteúdo

- Proporcionalidade

Tempo estimado: duas aulas.

Material necessário: lápis e papel

Desenvolvimento

- Lance o seguinte problema: sabe-se que 20 caixas de alimentos pesam 60 kg. Quanto pesam 30, 60 e 120 caixas? Os alunos podem utilizar diferentes estratégias: se 20 caixas pesam 60 kg, 10 caixas pesam 30 kg! Então, 20 caixas + 10 caixas = 30 caixas e 60 kg + 30 kg = 90 kg! Se 60 é o triplo de 20, e o peso de 60 caixas será o triplo de 60, ou seja, 180. E o de 120 será o dobro! Cada uma dessas estratégias explora o conceito de proporcionalidade. Promova a discussão de todas as opções que aparecerem e, aos poucos, levante com eles as afirmações a que se pode chegar. Exemplos: "Ao duplicar o número de caixas, e o peso total também dobra" ou "achando o peso de uma caixa, basta multiplicá-lo pelo valor de caixas que se quer saber".

Avaliação

Proponha vários problemas que explorem a ideia de proporcionalidade e vá organizando um repertório de cálculos importantes com base em números como 25, 50 e 100, 20, 40 e 80.

ATIVIDADE 08 – Organização retangular: "x" azulejos vezes "y" linhas (Nova Escola, 2011, p.39)

Objetivo

- Resolver problemas de multiplicação

Conteúdo

- Organização retangular

Tempo estimado: duas aulas

Material necessário: para cada dupla, dois retângulos de papel cartão ou EVA: um de 50 cm x 40 cm e outro de 60 cm x 50 cm. Corte o último em quadrados de 5 cm o lado.

Desenvolvimento

- **1ª etapa:** peça que as crianças completem o retângulo com os quadrinhos – como se fossem ladrilhos – e descubram quantos há no retângulo. A ideia é que esse material de apoio ajude os alunos a identificar a multiplicação nos problemas de organização retangular. Quem tiver dificuldade com a organização espacial pode não preencher o quadro ordenadamente. A tendência, porém, é que as crianças aproveitem todo o espaço do retângulo e façam a contagem para chegar ao resultado. Questione: juntar os 10 quadrados de cada uma das oito fileiras não é o mesmo que fazer 8 x 10? Proponha às crianças que descubram quantos quadrinhos cabem em outra tabela, informando apenas que ela tem sete peças de altura por seis de largura.

Avaliação

Proponha problemas como esses a cada bimestre. Explore as formas de resolver, anote e coloque no mural.

ATIVIDADE 09 – Antecipando resultados (Nova Escola, 2011, p.40)

Objetivos

- Estimar, antecipando resultados sem calcular a resposta exata.
- Antecipar e controlar o resultado

Conteúdo

- Estimativa e antecipação de resultados.

Tempo estimado: cinco aulas

Material necessário: cartolina

Desenvolvimento

- **1ª etapa:** proponha que os alunos respondam, oralmente e sem fazer a conta armada, as seguintes questões. Explique que quem souber a resposta deve levantar a mão e esperar para que todos tenham tempo de resolver:

  a) O resultado de 335 + 285 é maior ou menor que 600?
  b) O resultado de 678 – 304 é maior ou menor que 400?
  c) O resultado de 767 – 343 é maior ou menor que 400?
  d) O resultado de 529 + 353 é maior ou menor que 600?

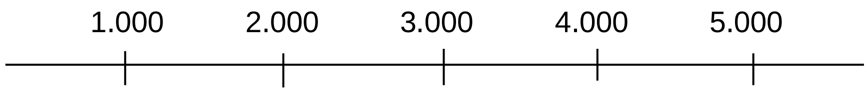
  Peça que os alunos expliquem como pensaram cada caso. Registre no quadro as diferentes estratégias e oriente para que todos copiem no caderno. É esperado que a fala dos estudantes se ancore no conhecimento que eles têm sobre as regularidades do sistema de numeração decimal. Por exemplo: "Se já sei que 300 + 200 = 500 e que o restante da soma deve ser maior que 100, sei que 335 + 285 é maior que 600". Explique ao grupo que estimar é uma estratégia muito usada no dia a dia para saber, por exemplo, quanto se gastará em uma compra sem ter de somar o valor exato de cada produto. Pergunte o que é preciso fazer para chegar aos resultados corretamente. Peça que cada um responda à questão por escrito.

- **2ª etapa:** retome as anotações dos alunos e apresente alguns problemas com valores que facilitem o arredondamento, como o exemplo a seguir: "Ana irá ao supermercado, mas não levará a calculadora. Ela tem 50 reais e quer comprar uma caixa de leite que custa 27 reais, mais um pacote de fraldas cujo preço é 29 reais. Será que o dinheiro de Ana é suficiente para as duas coisas?

- **3ª etapa:** organize a turma em duplas e proponha que procurem entender o raciocínio desse garoto: "Um estudante do 2º ano queria saber se 240 + 190 era maior ou menor que 500. Então ele pensou que o resultado da soma seria, aproximadamente, 240 + 200 = 440. Logo, 240 + 190 é menor que 500". Proponha aos alunos uma discussão coletiva e questione: essa é uma estratégia válida e eficiente? A resposta está certa? Ofereça a calculadora para um aluno da turma e peça para ele conferir o resultado.

- **4ª etapa:** apresente outros números propícios para arredondar e peça que todos estimem os resultados. Por exemplo: 201 + 340, 897 – 391 e 1.643 – 789. Sugira que confiram as respostas na calculadora e registrem no caderno as estratégias utilizadas.

- **5ª etapa:** Apresente uma reta numérica (veja o exemplo abaixo) e proponha que o grupo localize nela onde estão os resultados dos seguintes cálculos:



a) 1.784 + 2.549
b) 1.359 + 2.100
c) 1.360 + 898
d) 1.326 – 3000

- **6ª etapa:** neste momento do trabalho, os alunos já devem ter se apropriado de várias formas de antecipar; estas formas, pautadas no arredondamento e na quantidade de algarismos que o possível resultado possa ter. Convide-os agora a pensar quantos algarismos terão os resultados de: 785 + 909, 751 + 588, 1.009 + 9.001, 6.176 – 2.099 e 440 – 338.

- **7ª etapa:** peça que encontrem o resultado correto de cada cálculo sem fazer conta armada:

a) 635 + 385 = (   ) 1.035 (   ) 975 (   ) 1.020
b) 867 – 103 = (   ) 764 (   ) 964 (   ) 860
c) 357 + 708 = (   ) 1.065 (   ) 105 (   ) 1.016

O objetivo é ampliar os recursos construídos nas etapas anteriores para os cálculos aproximados a fim de encontrar resultados exatos. Diga às crianças que justifiquem suas escolhas e expliquem por que descartaram as demais. Discuta se é possível extrair dicas dessa atividade para completar os registros feitos anteriormente. Evidencie que há algumas ações que os ajudam a ter rapidez e agilidade de cálculo. Por exemplo:

frente às respostas do item “c”, ao ter somado 7 + 8 pode-se apoiar no conhecimento de que 7 + 7 = 14 e que mais 1 = 15.

Elabore um cartaz com a turma destacando as estratégias para decidir com rapidez situações diversas e deixe-o exposto na sala para consulta.

Avaliação

Proponha novos problemas, como: “Tenho 1.550 reais e quero comprar um telefone celular que custa 750 reais e um tênis por 580 reais. Meu dinheiro será suficiente?”. Esclareça que os estudantes devem resolver as questões antecipando os resultados, sem calcular, e depois registrar as estratégias. Analise se a turma buscou saídas de antecipação eficientes e discutidas anteriormente.

ATIVIDADE 10 – Matemática salarial (Nova Escola, 2011, p.41)

Objetivos

- Refletir sobre as operações de adição e subtração e saber como relacioná-las
- Ler e preencher tabelas
- Esclarecer dúvidas sobre descontos e acréscimos ao salário.

Conteúdos

- Números e operações
- Campo aditivo

Tempo estimado: duas aulas.

Tempo estimado: duas aulas.

Material necessário: cópias de contracheques

Desenvolvimento

- **1ª etapa:** redija um modelo de contracheque que seja próximo da realidade dos pais de seus alunos. O ideal é que ele contenha tanto acréscimos quanto deduções do salário bruto (veja uma sugestão abaixo). Deixe em branco o nome do funcionário, o da empresa e o resumo dos rendimentos (que são valores totais).

EMPRESA: ________________________

RECIDO DE PAGAMENTO DE SALÁRIO – REF: AGOSTO/2010

FUNCIONÁRIO:_____________________

CARGO:___________________________

Descrição	Vencimentos	Descontos
Salario	R$ 458,00	-------
Alimentação	R$ 130,00	-------
Transporte	-------	R$ 27,00
INSS	-------	R$ 50,00
Total de vencimentos		
Total de descontos		
Líquido a receber		

Inicie a atividade debatendo a função do contracheque. Explique que se trata de um documento em que a empresa especifica o ordenado bruto de seus funcionários, as deduções (de imposto de renda, INSS etc.) e os acréscimos (salário-família, horas extras, gratificações). Passeie pela nomenclatura: o que significa casa linha? A que mês o recibo se refere? Reúna contracheques de diferentes pessoas e modelos e distribua às crianças. Peça que, em grupos de quatro, identifiquem os itens já apresentados e digam se existem outras informações.

- **2ª etapa:** ainda nos grupos, peça que confiram o cálculo realizado nos contracheques entregues no fim da 1ª etapa e para tanto decidam qual é a melhor estratégia – cálculo mental, calculadora ou algoritmo? As crianças precisam aprender a decidir qual estratégia utilizar em cada caso (provavelmente irão optar pela calculadora por se tratar de um cálculo complexo que exige noções de porcentagem). Pergunte quais as vantagens do uso de cada um.

Avaliação

Proponha que os alunos resolvam, individualmente, o seguinte problema: o trabalhador que recebeu um salário de 1.200 reais precisa pagar as seguintes despesas: alimentação (160 reais), água (29 reais), luz (50 reais), aluguel (170 reais), prestação de um rádio (40 reais). Qual é o total de despesas que ele tem a pagar? Quanto sobra do salário? Discuta novamente as estratégias de resolução que prefere usar.

ATIVIDADE 11 – Explicar a solução (Nova Escola, 2011, p.45)

Objetivo

- Explicar as próprias estratégias utilizadas na resolução de problemas

Conteúdo

- Campo multiplicativo

Tempo estimado: três aulas
Material necessário: copias do problema e papel sulfite

Desenvolvimento

- **1ª etapa:** entregue a cada aluno uma copia do seguinte problema: Marcos é camelô e logo cedo montou sua barraca na feira. Ele levou para vender 384 lenços, que organizou em pacotes de oito, e vendeu a 10 reais cada pacote. No fim da feira ele tinha vendido 15 pacotes.
  a) Quantos lenços ele vendeu?
  b) Quantos pacotes Marcos ainda tinha para vender?

  Realize a leitura compartilhada, destacando os principais dados numéricos e as questões que deverão ser respondidas. A tarefa é ler e analisar as informações e verificar as possibilidades de resolução pertinentes. Primeiro, o problema deve ser resolvido individualmente e, depois, discutido em duplas. Recolha as respostas para analisar e verificar os meios encontrados para cumprir a tarefa. Retome a atividade na aula seguinte.

- **2ª etapa:** organize a turma em pequenos grupos. Entregue a cada um as respostas apresentadas pelas duplas para que discutam os caminhos empregados e os resultados. Os estudantes devem perceber qual é o mais fácil e determinar o que apresenta a melhor adequação. Questione se a estratégia utilizada foi comum a todos os alunos do grupo e se ela levou ao resultado correto. Se alguém errou, dê orientação necessária para que descubra o que não funcionou durante seu trabalho.

- **3ª etapa:** proponha que cada grupo determine qual das estratégias analisadas é a mais eficaz. Peça a alguns alunos que exponham a turma as discussões da aula anterior e as conclusões a que chegaram sobre o problema, apresentando a forma de resolvê-lo que foi selecionada. Pergunte o porquê da escolha, instigando os demais a opinar. Solicite aos estudantes que justifiquem como encontraram o resultado. Retome as explicações dadas, transformando-as em linguagem matemática.

Avaliação

Faça a tabulação das estratégias usadas na resolução do problema, observando os avanços conquistados pelos estudantes, e verifique quais se aproximam da compreensão do algoritmo convencional da multiplicação e da divisão. Esses resultados serão importantes no planejamento das próximas aulas e na definição das intervenções posteriores.

ATIVIDADE 12 – Combinatória (Nova Escola, 2011, p.46)

Objetivo

- Criar um contexto significativo para que os alunos construam estratégias eficientes para resolver problemas de combinatória e reflitam sobre as estratégias mais econômicas e adaptadas a cada problema apresentado.

Conteúdos

- Campo multiplicativo
- Ideia de combinatória

Tempo estimado: cinco aulas

Material necessário: papel e lápis.

Desenvolvimento

- **1ª etapa:** apresente o seguinte problema aos alunos: "A mãe de Luís comprou três tipos de pães no supermercado: de forma, bisnaguinha e pão integral. E levou para casa também três tipos de frios para fazer sanduíches: salame, presunto e mortadela. Quantos tipos diferentes de lanche é possível que ela faça para Luís, juntado um tipo de pão e um tipo de recheio?". Converse com os estudantes sobre a situação apresentada pelo problema – mas não discuta com eles, nesse momento, sobre as formas de resolvê-lo – para se certificar de que todos compreenderam o que está sendo pedido. Explique que problemas desse tipo podem ser resolvidos de muitos jeitos, inclusive com a ajuda de desenhos. Peça que as crianças resolvam a questão individualmente, pois o objetivo dessa atividade é que você possa saber como eles pesam. Faça uma tabulação, indicando as formas de resolução apresentadas pelos alunos e a quantidade de crianças que optaram por esta ou aquela:

Aluno:	Compreende a ideia do problema? (ou seja, procura organizar combinações de um pão e um recheio):	Estratégias utilizada (desenho, esquema, listagem de possibilidades, tabela, algoritmo da multiplicação):	Encontra algumas combinações possíveis:	Encontra todas as combinações possíveis:

2ª etapa: apresente um novo problema: "É possível ir à cidade de São Paulo a São Caetano do Sul por quatro caminhos diferentes e de São Caetano do Sul a Santos por três caminhos diferentes. Quantas formas existem para ir de São Paulo a Santos, passando antes por São Caetano do Sul?”. Verifique se as crianças compreenderam a consigna. Organize os estudantes em duplas, procurando aproximá-los conforme os conhecimentos próximos (para isso, observe e utilize a tabulação). Circule pela sala de aula intervindo para que notem a necessidade de combinar todos os possíveis caminhos e perguntando como evitar que algum fique de fora. Em seguida, proponha que compartilhem em voz alta as conclusões alcançadas nas duplas. Convide alguns alunos para apresentar seus procedimentos de resolução a fim de que a turma note as diferentes maneiras de resolver. Pergunte sobre as resoluções mais seguras e rápidas.

- **3ª etapa:** apresente um novo problema e mostre como foi a resolução feita por outra criança: “Numa viagem, Arthur levou quatro calças e cinco camisas na mala. De quantas formas diferentes ele consegue se vestir combinando essas peças de roupa?”.

	Calça 1	Calça 2	Calça 3	Calça 4
Camisa 1	X	X	X	X
Camisa 2	X	X	X	X
Camisa 3	X	X	X	X
Camisa 4	X	X	X	X
Camisa 5	X	X	X	X

- **4ª etapa:** apresente um novo problema: “Quantos números diferentes é possível formar com os algarismos 6, 7, 8 e 9, pensando que cada algarismo deve aparecer uma única vez?”. Antes de começar a resolver a questão, pergunte de quais formas é possível chegar a resposta correta. Anote no quadro as ideias que surgirem e peça que os alunos escolham uma diferente da que tinham sugerido. Ao fim do trabalho, peça que os alunos compartilhem suas impressões discutindo as formas de resolução mais eficientes e rápidas.

- **5ª etapa:** mostre a seguinte questão: “Um pai, uma mãe e um filho querem tirar uma foto, sentados um do lado do outro. Quantas fotos diferentes eles terão de tirar se quiserem aparecer em todas as localizações possíveis?”.

E a resolução do estudante que utilizou a letra P para pai, F para filho e M para mãe:

PFM PMF MFP MPF FPM FMP

Peça que as crianças analisem tanto a pergunta quanto a resolução apresentada. Em seguida, proponha um novo desafio: “Quantas fotos dessa família seriam possíveis se o casal, em vez apenas de um, tivesse dois filhos?

- **6ª etapa:** retome o problema da 3ª etapa e, desta vez, apresente aos alunos a seguinte questão: encontrem uma conta com a qual seja possível revolver esses dois problemas e também descobrir o resultado caso o casal tivesse três filhos. Peça que as crianças se organizem em quartetos e que, em seguida, um representante de cada grupo explique a estratégia de resolução do problema aos demais. Caso os estudantes apresentem a soma reiterada e a multiplicação como possibilidade, intervenha, discutindo com eles qual seria o procedimento mais econômico para resolver essa questão. Se a multiplicação não aparecer como uma possibilidade para as crianças, diga a elas que é possível resolver o problema utilizando a conta de multiplicar. Mostre como isso pode ser feito e peça que os alunos resolvam o problema das duas primeiras etapas utilizando essa estratégia. Quando os estudantes já estiverem seguros quanto ao procedimento de resolução do problema a ser adotado, apresente questões de combinação de posições, como sugeridos anteriormente nas etapas 4 e 5 desta sequência didática.

Avaliação

Acompanhe o avanço das crianças fazendo anotações com base em sua tabulação inicial. Outra possibilidade de avaliação, é apresentar um novo problema similar ao primeiro e novamente tabular os resultados para observar os avanços apresentados pelo grupo.

ATIVIDADE 13 – Resolver problemas de divisão (Nova Escola, 2011, p.47)

Objetivo

- Resolver problemas de divisão com diferentes procedimentos numéricos.

Conteúdos

- Resolução de problemas
- Discussão de procedimentos
- Organização retangular

Tempo estimado: duas aulas

Desenvolvimento

- **1ª etapa:** proponha o seguinte problema para ser resolvido em duplas: uma padaria fabrica 180 tortas por dia e as entrega em 15 filiais, de modo a que todos recebam a mesma quantidade. Quantas tortas cada filial recebe?

  As crianças podem resolver esse problema de diversas maneiras. Uma delas é fazer desenhos, representando as 180 tortas e as 15 filiais, unindo-as com setas. A grande quantidade de tortas dificulta esse tipo de procedimento, tornando-o cansativo e pouco seguro. Esse é um ponto que pode ser colocado em discussão, caso muitos alunos ainda o utilizem. Outra maneira de as crianças resolverem o desafio é utilizar a adição, estimando uma quantidade para cada filial. Elas experimentam uma quantidade hipotética, repetindo-a 15 vezes, e vão ajustando-o conforme o resultado.

- **2ª etapa:** discuta com os estudantes os procedimentos adotados. É provável que os alunos de 4º e 5º anos utilizem recursos aditivos e multiplicativos para resolver o problema. Se for esse o caso, compare e eleja o mais seguro e econômico.

- **3ª etapa:** proponha um novo problema para ser resolvido em duplas: um cinema tem 250 poltronas. Se são 10 fileiras, quantas poltronas há por fileira? Sugira que todos utilizem cálculos numéricos para resolver o problema, já que ele envolve números altos e os desenhos seriam invariáveis. Se julgar necessário, pergunte, por exemplo, se contar de 10 em 10 ajudaria no calculo.

- **4ª etapa:** peça que alguns alunos expliquem os procedimentos utilizados. Analise as características, as regularidades e as relações com o sistema de numeração das multiplicações por 10.

Avaliação

Faça a tabulação das estratégias usadas pelos alunos, observando os avanços obtidos por eles. Verifique quais passaram a utilizar outros procedimentos diferentes da representação gráfica. Esses resultados serão importantes no planejamento das próximas aulas e na definição das intervenções posteriores.

ATIVIDADE 14 – Quem dirá 20? (Nova Escola, 2011, p.49)

Objetivos

- Formular representações ou regras
- Elaborar proas para convencer seus pares
- Dar um novo significado ao resto da divisão

Conteúdos

- Diferentes abordagens da divisão

Tempo estimado: dez aulas.

Desenvolvimento

- **1ª etapa:** apresente o jogo "Quem dirá 20?" explicando suas regras: são dois jogadores, sendo que o primeiro diz 1 ou 2. O segundo acrescenta "1" ou "2" ao valor dito e diz o resultado. Quem disser o número 20 ganha a partida. Jogue duas ou três partidas com os alunos, registrando os valores no quadro. Organize-os em duplas e proponha que joguem anotando os números. Em outra aula, proponha nova partida e peça que digam as estratégias que usam (anote-as em um cartaz).

- **2ª etapa:** Peça para os alunos disputarem o "Quem dirá 20?" entre em duplas e conversem sobre os números que levam a ganhar o jogo. É comum que, após a segunda ou terceira jogada, eles afirmem que quem diz 17 é o campeão (já que se um fala 17, o adversário diz 18 ou 19 e o outro ganha ao 20).
- **3ª etapa:** entregue para cada dupla uma folha com quatro estratégias consideradas eficientes pelas crianças (algumas válidas e outras não). A tarefa é testá-las e anotar as que funcionam sempre.

- **4ª etapa:** divida a turma em dois grupos e diga que o jogo será disputado entre as equipes. A cada partida devem conversar sobre as estratégias e os números que ajudam a ganhar o jogo.

- **5ª etapa:** ainda organizados em duas equipes, explique que a atividade será dar dicas sobre como jogar melhor o "Quem dirá 20". Diga que os alunos preparem uma lista do que será apresentado. Cada equipe dá uma informação e o concorrente concorda (e então os primeiros ganham um ponto) ou discordam (nesse caso, os adversários devem defender sua posição. Se convencerem os demais, ganham dois pontos; se não, são os outros que pontuam). Diga que registrem as dicas no caderno, sendo elas verdadeiras ou não, para serem retomadas adiante. Quem fizer mais pontos em quatro rodadas vence.

- **6ª etapa:** recolha as folhas com anotações e reproduza algumas dicas no quadro dividindo-as em duas colunas: "Isso é verdade" e "Isso não é verdade". Os alunos devem dizer se concordam ou não com o lugar em que está anotado cada dado. Proponha a análise dos números que ajudam a ganhar o jogo (2-5-8-11-14-17-20): que regularidade existe? Por quê? O que tem a ver com a regra do jogo? Como se pode escrever uma receita para ganhar sempre? Eles podem usar a estratégia que analise que, se o vencedor tem de dizer 20 e, antes disso, 17, ele também terá de falar 14, e assim por diante. Eles podem usar a subtração sucessiva ou ainda resolver esses desafios com a divisão por 3. Outra maneira de jogar é com uma operação para encontrar a melhor estratégia: divide-se o valor em que se quer chegar (no caso, 20) pela soma dos números que podem ser utilizados de acordo com a regra (2 + 1 = 3). O resultado da operação (20 dividido por 3) será 6, e o resto, 2. Para vencer, o participante então deve usar o resto 2 como primeiro número dito para começar o jogo, e manter um intervalo de 3 entre os números que disser. Essa sistematização faz com que os estudantes tenham uma ferramenta mais prática e eficiente para aplicar.

Avaliação

Organize os alunos em grupos de quatro. Peça que encontrem os números que facilitam o participante a ganhar o jogo se fosse chegar a 25, 30, 38 e 40. Organize uma última rodada de discussões estabelecendo relações entre a subtração sucessiva e o uso do algoritmo da divisão. Caso considere que já dominam o conteúdo, proponha que joguem com números mais altos e ajustem suas hipóteses. Como exemplo, o jogo pode ser o "Quem dirá 428?", sendo que os números que podem ser utilizados para acréscimo devem ser 9 ou 18.

APÊNDICE I

UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARÁ
INSTITUTO DE CIÊNCIAS EXATAS E NATURAIS
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM MATEMÁTICA E ESTATÍSTICA
CURSO DE MESTRADO PROFISSIONAL EM MATEMÁTICA EM REDE NACIONAL

Mestrando Lourenço Cordeiro

OFICINA DE MATEMÁTICA PARA PROFESSORES DE EDUCAÇÃO GERAL

1ª Situação: Mário é colecionador de selos ele tinha 3 715 e ganhou de sua prima 1 425 selos. Com quantos selos ele ficou?

- A ação envolvida no problema é de: **ACRESCENTAR ( )** **REUNIR ( )**
- Você é capaz de responder mentalmente esse problema? **SIM ( )** **NÃO ( )**. Se sua resposta foi **SIM** descreva como fez.
- Como você solucionaria este problema? Além desta forma que você utilizou, você teria uma outra forma para apresentar esse cálculo? Mostre.

2ª Situação: No estacionamento de um supermercado há 317 carros e 198 motos. Qual o total de veículos neste estacionamento?

- A ação envolvida no problema é de: **ACRESCENTAR ( )** **REUNIR ( )**
- Você é capaz de responder mentalmente esse problema? **SIM ( )** **NÃO( )**. Se sua resposta foi **SIM** descreva como fez.
- Como você solucionaria este problema? Além desta forma que você utilizou, você teria uma outra forma para apresentar esse cálculo? Mostre.

3ª Situação: Luciano tem 425 bolas de gudes e seu irmão tem 238. Quantas bolas de gudes Luciano têm a mais que João?

- A ação envolvida no problema é de: **RETIRAR( ) COMPARAR( ) COMPLETAR( )**
- Você é capaz de responder mentalmente esse problema? **SIM ( ) NÃO( )**. Se sua resposta foi **SIM** descreva como fez.
- Como você solucionaria este problema? Além desta forma que você utilizou, você teria uma outra forma para apresentar esse cálculo? Mostre.

4ª Situação: Durante 6 meses conseguir economizar R$ 1500,00 fui ai shopping e gastei R$ 745,00. Quanto sobrou das minhas economias?

- A ação envolvida no problema é de: **RETIRAR( ) COMPARAR( ) COMPLETAR( )**
- Você é capaz de responder mentalmente esse problema? **SIM ( ) NÃO( )**. Se sua resposta foi **SIM** descreva como fez.
- Como você solucionaria este problema? Além desta forma que você utilizou, você teria uma outra forma para apresentar esse cálculo? Mostre.

5ª Situação: A professora Ana passou 40 exercícios de atividade para casa e já fiz 28. Quantos exercícios ainda faltam resolver para que a atividade fique completa?

- A ação envolvida no problema é de: **RETIRAR( ) COMPARAR( ) COMPLETAR( )**
- Você é capaz de responder mentalmente esse problema? **SIM ( ) NÃO( )**. Se sua resposta foi **SIM** descreva como fez.
- Como você solucionaria este problema? Além desta forma que você utilizou, você teria uma outra forma para apresentar esse cálculo? Mostre.

6ª Situação: Para promover a venda de uma televisão, o cartaz anuncia:

- **A prazo: 4 vezes de R$152,00.**

Quanto pagará pela compra da televisão?

- A ação envolvida no problema é de: **SOMAR PARCELAS IGUAIS( ) CONMTAGEM( )**
- Você é capaz de responder mentalmente esse problema? **SIM ( )** **NÃO( )**. Se sua resposta foi **SIM** descreva como fez.
- Como você solucionaria este problema? Além desta forma que você utilizou, você teria uma outra forma para apresentar esse cálculo? Mostre.

7ª Situação: Vinícius e Mariana gostam muito de sorvete. A sorveteria que eles frequentam oferece quatro sabores de sorvete: **Açaí, Paraense, Cupuaçu e Tapioca.** Quantas maneiras possíveis podemos montar um sorvete com 2 bolas de sabores diferentes, sem se importar com a posição delas?

- A ação envolvida no problema é de: **SOMAR PARCELAS IGUAIS( ) CONMTAGEM( )**
- Você é capaz de responder mentalmente esse problema? **SIM ( )** **NÃO( )**. Se sua resposta foi **SIM** descreva como fez.
- Como você solucionaria este problema? Além desta forma que você utilizou, você teria uma outra forma para apresentar esse cálculo? Mostre.

8ª Situação: André decidiu se desfazer de partes de sua coleção de figurinhas de jogadores de futebol, distribuindo igualmente 624 figurinhas para cada um dos seus três amigos. Quantas figurinhas cada um dos seus amigos irão receber?

9ª Situação: Uma professora tem 736 balas para dar aos seus 32 alunos. Quantas balas cada aluno receberão da professora?

APÊNDICE II

UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARÁ
INSTITUTO DE CIÊNCIAS EXATAS E NATURAIS
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM MATEMÁTICA E ESTATÍSTICA
CURSO DE MESTRADO PROFISSIONAL EM MATEMÁTICA EM REDE NACIONAL

Mestrando Lourenço Cordeiro

FICHA DE AVALIAÇÃO

Por entendermos que na educação se faz sempre necessário a troca de informações e a avaliação dos procedimentos realizados para posteriormente serem, se necessários, melhorados, ampliados ou modificados; acreditamos ser de suma importância em uma oficina como essa que acabamos de participar o *"feedback"* dos participantes. Daí propomos o preenchimento dessa ficha de avaliação para aferirmos o quanto foi proveitoso tal atividade.

AVALIAÇÃO DA OFICINA

1ª PERGUNTA

O conteúdo programado para a oficina foi:
Insuficiente ( ) Exagerado ( ) Muito bom ( ) Excelente ( )

2ª PERGUNTA

A contribuição do evento para sua formação profissional (aquisição de conhecimentos e melhoria de desempenho)
Irrelevante ( ) Apenas complementar ( ) Importante ( ) Essencial ( )

3ª PERGUNTA

A duração (carga horária) da oficina em relação ao conteúdo apresentado foi
Subdimensionada( ) Superdimensionada( ) Adequada( )

4ª PERGUNTA

A quantidade de exercícios e exemplos visando correlacionar teoria e prática foi:
Subdimensionada ( ) Superdimensionada ( ) Adequada ( )

5ª PERGUNTA

O método, sequência e organização de conteúdos utilizados na capacitação foram:
Péssimo ( ) Ruim ( ) Bom ( ) Excelente ( )

6ª PERGUNTA

Os materiais distribuídos foram:

Adequado ( ) Inadequado ( ) Suficiente ( ) Insuficiente ( )

7ª PERGUNTA

Os debates foram:

Desnecessário ( ) Insuficiente ( ) Necessário ( ) Suficiente ( )

8ª PERGUNTA

Em termos de adequação para a realização das atividades, o local em que o evento foi realizado é:

Péssimo ( ) Ruim ( ) Bom ( ) Excelente ( )

9ª PERGUNTA

Os recursos didáticos (slides, uso do quadro, exemplos, exercícios, simulações, referências bibliográficas, etc.) aplicados na oficina foram:

Péssimo ( ) Ruim ( ) Bom ( ) Excelente ( )

10ª PERGUNTA

De uma maneira geral, você diria que sua participação na oficina foi:

Péssima ( ) Muito fraca ( ) Fraca ( ) Boa ( ) Muito boa ( ) Excelente ( )

AVALIAÇÃO DO MESTRANDO

1ª PERGUNTA

O domínio do conteúdo (segurança e conhecimento) demonstrado pelo instrutor foi:

Péssimo ( ) Ruim ( ) Bom ( ) Excelente ( )

2ª PERGUNTA

O conteúdo programado foi apresentado pelo instrutor de maneira:

Péssimo ( ) Ruim ( ) Bom ( ) Excelente ( )

3ª PERGUNTA

O estímulo à participação, abrindo espaço para os participantes expressarem suas ideias, foi:

Péssimo ( ) Ruim ( ) Bom ( ) Excelente ( )

4ª PERGUNTA

A disponibilidade para esclarecimento de dúvidas, o respeito ao participante e o atendimento prestado foram:

Péssimos ( ) Ruins ( ) Bons ( ) Excelentes ( )

5ª PERGUNTA

A motivação, a didática, a clareza e a capacidade de compartilhar o conteúdo foram:

Péssimos ( ) Ruins ( ) Bons ( ) Excelentes ( )